கருநாடக அரசு

கணிதப் பிரகாசம்

எட்டாம் வகுப்புப் பாடநூல்

வகுப்பு

8

பாகம் 1

தமிழ் வழி

EIGHTH STANDARD

TAMIL MEDIUM

© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

विद्ययाऽमृतमश्नुते

एनसीईआरटी NCERT

राष्ट्रीय शैक्षणिक संशोधन आणि प्रशिक्षण परिषद

NATIONAL COUNCIL OF EDUCATIONAL RESEARCH AND TRAINING

Karnataka Textbook Society (R.)

6th Cross, Malleshwaram, Bengaluru-560 003

Foreword

The National Education Policy (NEP) 2020 envisages a system of education in the country that is rooted in an Indian ethos and its civilisational accomplishments in all fields of knowledge and human endeavour. At the same time, it aims to prepare students to engage constructively with the opportunities and challenges of the twenty-first century. The basis for this aspirational vision has been well laid out by the National Curriculum Framework for School Education (NCF-SE) 2023 across curricular areas at all stages. By nurturing students' inherent abilities across all five planes of human existence (*pañchakośhas*), the Foundational and Preparatory Stages set the Stage for further learning at the Middle Stage. Spanning Grades 6 to 8, the Middle Stage serves as a critical three-year bridge between the Preparatory and Secondary Stages.

The NCF-SE 2023, at the Middle Stage, aims to equip students with the skills that are needed to grow, as they advance in their lives. It aims to enhance their analytical, descriptive, and narrative capabilities, and to prepare them for the challenges and opportunities that await them. A diverse curriculum, covering nine subjects ranging from three languages—including at least two languages native to India—to Science, Mathematics, Social Sciences, Art Education, Physical Education and Well-being, and Vocational Education promotes their holistic development.

Such a transformative learning culture requires certain essential conditions. One of them is to have appropriate textbooks in different curricular areas, as these textbooks are intended to play a central role in mediating between content and pedagogy's role that helps strike a judicious balance between direct instruction and opportunities for exploration and inquiry. Among the other conditions, classroom arrangement and teacher preparation are crucial to establish conceptual connections both within and across curricular areas.

The National Council of Educational Research and Training (NCERT), on its part, is committed to providing students with such high-quality textbooks. Various Curricular Area Groups (CAGs), which have been constituted for this purpose, comprising notable subject-experts, pedagogues, and practising teachers as their members, have made all possible efforts to develop such textbooks. *Ganita Prakash*, the textbook of mathematics for Grade 8 (Part 1) is designed to make learning fun, engaging, and meaningful. Aligned with NEP 2020 and NCF-SE 2023, the textbook continues to foster the spirit of experiential and inquiry-based learning, a spirit already introduced in the mathematics textbooks for Grades 6 and 7. It encourages students to ask questions, think critically, and understand concepts of mathematics through real-world contexts. The textbook makes efforts to encourage the students to observe and explore patterns around them and discover mathematical concepts on their own. The content is structured in a way that supports a joyful and progressive understanding of increasingly complex concepts, easing students into more advanced learning. The content attempts to integrate mathematics with other subject areas, such as Science, Social Science with cross-cutting themes like environmental education, value education, inclusive education, and Indian Knowledge Systems (IKS). At most of the places the concept begins with either a story or a puzzle that not only makes students think but also feels the importance of the concept.

However, in addition to this textbook, students at this stage should also be encouraged to explore various other learning resources. School libraries play a crucial role in making such resources available. Besides, the role of parents and teachers will also be invaluable in guiding and encouraging students to do so.

With this, I express my gratitude to all those who have been involved in the development of this textbook, and hope that it will meet the expectations of all stakeholders. At the same time, I also invite suggestions and feedback from all its users for further improvement in the coming years.

Dinesh Prasad Saklani
Director
National Council of Educational
Research and Training

New Delhi
June 2025

© NCERT not to be republished

About the Book

Mathematics helps students develop not only basic arithmetic skills, but also the crucial capacities of logical reasoning, creative problem-solving, and clear and precise communication (both oral and written). Mathematical knowledge also plays a crucial role in understanding concepts in other school subjects, such as Science and Social Science, and even Arts, Physical Education, and Vocational Education. Learning Mathematics contributes to the development of capacities to make informed choices and decisions. Understanding numbers and quantitative arguments is necessary for effective and meaningful democratic and economic participation. Mathematics thus plays an important role in achieving the overall aims of school education.

Mathematics at the Middle Stage is a major challenge and performs the dual role of being both close to the experience and environment of a learner and being abstract. It performs the role of developing intuition, while also maintaining and emphasising rigour. It is enhancing critical and logical thinking, while also developing artistry and creativity, and a sense of elegance and aesthetics. Mathematics provides students with plenty of opportunities to explore and discover concepts on their own while also teaching the best-known methods in the global repertoire of mathematics.

This textbook attempts to address the goals and challenges of learning mathematics. The writers have aimed to strike a judicious balance between informal and formal definitions and methods in helping students to develop both intuition and rigour. The textbook also provides numerous opportunities for student-student and student–teacher interaction in the classroom to promote active and experiential learning. A number of questions, puzzles, and interactive exercises are posed throughout the textbook to encourage constant exploration. Many of the questions are open-ended to stimulate classroom discussion.

The Chapter 1: 'A Square and A Cube' is an introduction to the special types of numbers called squares and cubes through engaging explorations, and contexts. Chapter 2: 'Power Play' considers short and logical ways of expressing very large numbers, and discusses how they can be written and read without ambiguity. Chapter 3: 'A Story of Numbers' reveals how the idea of number and number representation evolved over the course of time, across different places in the world, to finally reach its modern efficient form. Chapter 4: 'Quadrilaterals' discusses some interesting types of four-sided figures and problems based on them. Chapter 5: 'Number Play' shows different properties of numbers studied by the students with a balance of engaging activities through visualisation and rigorous mathematical reasoning. Chapter 6: 'We Distribute, Yet Things Multiply' covers aspects related to Algebra, and in particular, the distributive law. Chapter 7: 'Proportional Reasoning' explores a new way to compare two quantities using daily life situations. In all the chapters, an attempt has been made to emphasise connections with other subjects including Art, History and Science.

By weaving storytelling and hands-on activities together, as done in Grades 6 and 7, we hope that an immersive learning experience will be created that ignites curiosity and fosters a love for mathematics. It is hoped that teachers would give students the opportunity to discuss, play, engage with each other and provide

© NCERT
NOT TO BE REPUBLISHED

logical arguments for different ideas, and find loopholes in arguments presented. This is necessary for the learners to eventually develop the ability to understand what it means to prove something and also become confident about the underlying concepts. The mathematics classroom should not expect a blind application of algorithms but should rather encourage students to find many different ways to solve problems.

As per the National Education Policy (NEP) 2020, computational thinking has also been gently introduced through puzzles, games, and interactive exercises that encourage students on these aspects. Indian rootedness has also been kept in mind while giving contexts for different concepts. The contributions of Indian mathematicians have also been given as part of a problem-solving approach to make students aware of India's rich mathematical heritage and its global contributions to mathematics.

The concepts and problems in this textbook are related to daily life situations. An attempt has been made to use contexts and materials that students are familiar with. Learning material sheets have been given at the back of the book that may be photocopied and used in the classroom. Exercises or activities are often given to encourage peer group efforts and discussions. However, this textbook intends to address the learning needs of a diverse group of students in the classroom.

We have tried to link concepts learnt in initial chapters with ideas in subsequent chapters, to show the connectedness and unity of mathematics. We hope that teachers can revise these concepts in a spiralling way so that students are able to appreciate the entire conceptual structure of mathematics. We hope that teachers may focus more on the ideas of squares and cubes, exponents, evolution of numbers and other notions that are new to the students, and are foundational for further learning.

Finally, this textbook aims to be more than just a textbook — it is a passport to a world of mathematical discovery and exploration. Whether used in the classroom or at home, we hope that it inspires students to embark on their own mathematical adventures, empowering them to see the beauty and relevance of Mathematics in everything. With its engaging approach and comprehensive coverage of Grade 8 mathematics concepts, this textbook aims to captivate young minds and set them on a lifelong journey of mathematical discovery.

I once again thank all the writers of and contributors of this textbook for their valuable contribution and service to the nation's mathematics teachers, learners and enthusiasts.

We look forward to your comments and suggestions regarding the textbook and hope that you will send interesting exercises, activities and tasks that you may develop while teaching and learning for future editions.

Ashutosh Wazalwar
Professor and *Academic Convener*
Department of Education in
Science and Mathematics
National Council of Educational
Research and Training

©KTBS
NOT TO BE REPUBLISHED

National Syllabus and Teaching Learning Material Committee (NSTC)

1. M.C. Pant, *Chancellor*, National Institute of Educational Planning and Administration (NIEPA) **(Chairperson)**
2. Manjul Bhargava, *Professor*, Princeton University **(Co-Chairperson)**
3. Sudha Murty, Acclaimed *Writer* and *Educationist*
4. Bibek Debroy, *Chairperson*, Economic Advisory Council to the Prime Minister (EAC – PM)
5. Shekhar Mande, Former *Director General*, CSIR, Distinguished Professor, Savitribai Phule Pune University, Pune
6. Sujatha Ramdorai, *Professor*, University of British Columbia, Canada
7. Shankar Mahadevan, Music Maestro, Mumbai
8. U. Vimal Kumar, *Director*, Prakash Padukone Badminton Academy, Bengaluru
9. Michel Danino, Visiting Professor, IIT – Gandhinagar
10. Surina Rajan, *IAS* (Retd.), Haryana, Former *Director General*, HIPA
11. Chamu Krishna Shastri, *Chairperson*, Bharatiya Bhasha Samiti, Ministry of Education
12. Sanjeev Sanyal, Member, Economic Advisory Council to the Prime Minister (EAC – PM)
13. M.D. Srinivas, *Chairperson*, Centre for Policy Studies, Chennai
14. Gajanan Londhe, *Head*, Programme Office
15. Rabin Chhetri, *Director*, SCERT, Sikkim
16. Pratyusa Kumar Mandal, *Professor*, Department of Education in Social Sciences, NCERT, New Delhi
17. Dinesh Kumar, *Professor*, Department of Education in Science and Mathematics, NCERT, New Delhi
18. Kirti Kapur, *Professor*, Department of Education in Languages, NCERT, New Delhi
19. Ranjana Arora, *Professor* and *Head*, Department of Curriculum Studies and Development, NCERT **(Member-Secretary)**

©KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

Textbook Development Team

Contributors

Amartya Kumar Dutta, *Professor*, Stat-math Unit, Indian Statistical Institute (ISI), Kolkata

Anjali Gupte, *Principal* (Retd.), Vidya Bhavan Public School, Udaipur

Ashutosh Kedarnath Wazalwar, *Professor*, Department of Education in Science and Mathematics, NCERT, New Delhi — CAG (Mathematics) **(Member Coordinator)**

H. S. Sharada, *Assistant Mistress*, Government High School,
M. C. Thalalu, H. D. Kote Taluk, Mysore, Karnataka

Madhavan Mukund, *Director*, Chennai Mathematical Institute,
Chennai — CAG *Chairperson* (Mathematics)

Madhu B., *Assistant Professor*, Regional Institute of Education (RIE), Mysuru

Manjul Bhargava, *Professor*, Princeton University, and *Co-Chairperson*, NSTC

Padmapriya Shirali, Former *Principal*, Sahyadri School KFI, Pune

Patanjali Sharma, *Assistant Professor*, Regional Institute of Education, (RIE), Ajmer

Ramchandar Krishnamurthy, *Principal*, Azim Premji School, Bengaluru

Shivkumar K. M., *Senior Consultant*, Programme Office, NSTC,

Shravan S. K., *Senior Consultant*, Programme Office, NSTC

Reviewers

Aaloka Kanhere, *Project Scientific Officer*, Homi Bhabha Centre for Science Education, Mumbai

Aparna Lalingakar, *Director*, Aksharbrahma Consultancy, Pune —
(Team Leader)

Rakhi Bannerjee, *Associate Professor*, Azim Premji University, Bengaluru

Sujatha Ramdorai, *Professor*, University of British Columbia, Canada, Member NSTC

Vijayan K., *Professor*, Department of Curriculum Studies and Development, NCERT, New Delhi

@KTBS
NOT TO BE REPUBLISHED

ACKNOWLEDGEMENTS

The National Council of Educational Research and Training (NCERT) acknowledges the guidance and support of the esteemed Chairperson and members of the Curricular Area Group (CAG): Mathematics, and other concerned CAGs for their guidelines on cross-cutting themes in developing this textbook. During the development of this textbook, various workshops were organised and subject experts from different Institutions were invited. The NCERT acknowledges the valuable views and inputs given by subject experts — Sreelatha Iyengar, *TGT* Mathematics, Bengaluru; Jaspal Kaur, TGT (Maths), School of Excellence, Delhi; Sunita Sharma, *TGT* Mathematics, The Heritage School, Delhi; Sangeeta Solanki, *TGT* Mathematics, The Heritage School, Delhi; Rishikesh Kumar, *Assistant Professor*, DESM, NCERT, New Delhi.

The Council acknowledges the efforts of Nidhi M. Shastri and Tarun Choubisa from the Programme Office; and Sneha Titus, *Cheif Editor*, At Right Angles, Azim Premji University, Bengaluru, Ramu MS *Philatelist*, for providing the pictures of the stamps of some endangered species; Shweta Rao, Banyan Tree, New Delhi for providing Infographic; and Arkaprovo Das for making world maps.

Acknowledgements are due for the academic and administrative support of Sunita Farkya, *Professor* and *Head*, DESM, NCERT, New Delhi.

The Council appreciates the contributions of Sushmita Joshi, *Senior Research Associate*, Department of Education in Science and Mathematics, NCERT for providing support in the development of the textbook. The NCERT gratefully acknowledges the contributions of Kishore Singhal, Ayaz Ahmad Ansari, DTP Operators (contractual), Publication Division, and Abhilash Kumar, DTP Operator of DESM NCERT for all their efforts.

The Council acknowledges the efforts of Ilma Nasir, *Editor* (contractual); Adiba Tasneem, Ariba Usman, Jatinder Kumar, Praveen Kumar and Talha Faisal Khan, *Proofreaders* (contractual), Publication Division, NCERT. The Council also appreciates the efforts of Pawan Kumar Barriar, *In charge*, DTP Cell; Mohan Singh, Vivek Mandal and Anita Kumari *DTP Operators* (contractual), Publication Division, NCERT, for finalising this textbook.

© KTBS
NOT TO BE REPUBLISHED

ஆசிரியருக்கான குறிப்பு

கணிதப் பிரகாசம் (Ganita Peakash) 8ஆம் வகுப்பு (பகுதி II) பாடநூலானது நீங்கள் மேற்கொள்ளும். முக்கியமான பணியில் கணிதப் பாடக் கற்றலை மகிழ்ச்சியுடன் அடுத்த தலைமுறைக்குக் கொண்டு சேர்ப்பதில் உங்களுக்கு வலுவான ஆதாரமாகவும் வழிகாட்டியாகவும் இருக்கும் என்று நாங்கள் நம்புகிறோம்.

இப்பணிக்கு மாணவர்களின் மனதில் கணித சிந்தனை வளர உதவும் ஒரு சிறந்த கற்றல் சூழல் தேவைப்படுகிறது. மாணவர்கள் ஆசிரியர் சொல்வதை மட்டும் கேட்டு அல்லது பலகையில் எழுதப்பட்டதை மட்டும் எழுதிக்கொள்வது போன்ற வகுப்பறைகள் கணித்ததை உண்மையாகக் கற்றுக்கொள்ள தேவையான சூழலை வழங்குவதில் குறைவாக உள்ளன. அதற்கு பதிலாக வகுப்பறைகள், மாணவர்கள் கணிதக் கருத்துகளுடன் விளையாடும். இடமாக இருக்க வேண்டும், வடிவங்கள் மற்றும் முறைகளைக் கண்டுபிடிக்கவும், பிரச்சனைகளைத் தீர்க்க படைப்பாற்றலான முறைகளை சேர்ந்து உருவாக்கவும் வாய்ப்பு இருக்க வேண்டும்.

மாணவர்கள் ஒருவருக்கொருவர் கேள்விகளை எழுப்பி சாத்தியமான தீர்வுகளைப் பற்றி விவாதிக்க வேண்டும். உண்மையில், இத்தகையை சூழ்நிலைகள் மட்டுமே இதுவரை கணிதத் துறையின் முழு வளர்ச்சிக்கும் காரணமாக இருந்தன. எனவே, இத்தகைய சூழல் இல்லாமல் மாணவர்கள் கணித சிந்தனை மற்றும் புரிதலை எளிதில் பெறுவர் என்பதை எதிர்பார்க்க முடியாது.

நல்ல விடயம் என்னவென்றால் இத்தகைய சூழலை வகுப்பறையில் உருவாக்குவது கடினமல்ல இதற்கு சுவாரஸ்யமான ஒரு வினா, சிக்கல், வடிவமைப்பு அல்லது சவாலை மாணவர்களுக்கு முன் அடிக்கடி வைப்பது போதுமானது. மாணவர்களுக்கு அதைப் பற்றி சிந்திக்கவும், விளையாடவும், விவாதிக்கவும், தனியாகவும் அல்லது ஜோடியாகவும் விவாதிக்கவும் செயல்படவும் போதிய நேரம் வழங்கப்பட வேண்டும்.

இது மட்டுமல்லாமல், தவறுகளை ஏற்றுக்கொண்டு அவற்றின் முக்கியத்துவத்தை உணர்த்தும் ஒரு கற்றல் சூழலும் வளர்க்கப்பட வேண்டும்.

வகுப்பறையில் கணித சிந்தனையைத் துவங்குவது கடினமல்ல, ஆனால் அதைக் தொடர்ந்து பராமரிப்பது சற்று சவாலாக இருக்கலாம் மற்றும் உங்கள் பக்கத்திலிருந்து முயற்சி தேவைப்படும். இருப்பினும் வாரத்திற்கு குறைந்தது ஒரு முறை அல்லது இருமுறை மாணவர்களுக்கு கேள்வி, பிரச்சனை மற்றும் சவாலை முன்வைத்து அவர்கள் அதைப் பற்றி சிந்திக்கவும், விளையாடவும், விவாதிக்கவும் போதிய நேரம் வழங்கினால் அது மாணவர்கள் கணிதத்தை எப்படி காண்கிறீர்கள் மற்றும் அணுகுகிறார்கள் என்பதில் பெரிய நல்ல மாற்றத்தை ஏற்படுத்தும்.

இந்நல்ல மாற்றம் உடனே நிகழாது என்பதை நினைவில் கொள்ளவேண்டும். இது நேரம் எடுத்துக்கொள்ளும். மேலும் இது காரணிகளை சார்ந்துள்ளது. உதாரணமாக, சிக்கல்களைத் தீர்க்க மாணவர்களுக்கு நீங்கள் வழங்கும் வாய்ப்புகள், உங்கள் பொறுமை மற்றும் மாணவர்களுக்கு நீங்கள் வழங்கும் ஊக்கம் ஆகியவை முக்கியம்.

சிக்கல்களை முன்வைப்பதில் உமக்கு உதவ இப்புத்தகத்தில் உள்ள அனைத்து வினாக்களும் பிரச்சனைகளும், ? மற்றும் (?) என்ற குறியீடுகள் மூலம் அடையாளப்படுத்தப்பட்டுள்ளன இவ்வகுப்பறையில் சிக்கல் தீர்வு மற்றும் ஆராய்ச்சி செயல்முறையைத் துவங்க உதவும் வாய்ப்புகளை குறிக்கின்றன. மேலும் இதில் சில சிக்கல்கள் கணித பேச்சு எனக் குறிக்கப்பட்டுள்ளன. இத்தகைய வினாக்கள். வகுப்பறை விவாதங்களுக்கு மிகவும் ஏற்றவை.

©KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

முக்கியமான கணித செயல்முறைகள், சிந்தனை முறைகள் மற்றும் சிக்கல் தீர்க்கும் அணுகுமுறைகளை வெளிப்படுத்த வேண்டும். இவை வகுப்பறை விவாதங்களின் போது ஆந்தை உள்ள இடங்களிலும் அதற்கு ஒத்த பிற சூழல்களிலும் எடுத்துரைக்கப்படலாம்.

இவ்வகுப்பில் கணிதக் கருத்துகளுக்கான நியாயப்படுத்துதல்/ ஆதாரம் அதிக முக்கியத்துவம் பெறுகிறது. மாணவர்கள் தாமே பண்புகளைக் கண்டறிய மெதுவாக ஊக்கப்படுத்தப்பட வேண்டும். அவர்களை அதற்கு வற்புறுத்தக் கூடாது. மாணவர்கள் இதனைச் செய்ய சிரமப்படும் போது அவர்கள் பரிசோதித்து கவனித்து தங்களுடைய உள்ளுணர்வை பயன்படுத்திப் பண்புகளைக் கண்டறிய ஊக்கப்படுத்த வேண்டும். நியாயப்படுத்தல் அல்லது ஆதாரம் கொடுப்பது வளர்ச்சியடைய தாமதமாகக் கூடிய ஒரு திறனாக அமைகிறது.

மாணவர்களின் கணித சிந்தனையையும் கருத்து புரிதலையும் வளர்க்கப் போதுமான அளவு சிக்கல்கள் வழங்கப்பட்டுள்ளன. ஆனால் எவற்றை எல்லாவற்றையும் ''முடித்து விட வேண்டும்'' என்ற எண்ணத்தில், மாணவர்கள் அவற்றுடன் விளையாடி விவாதிக்க நேரம் செலவிட முடியாத நிலை ஏற்பட்டுவிடக்கூடாது.

ஆராய்ச்சி தன்மை கொண்ட பிரச்சனைகள் வெறும் சிக்கல் தீர்க்கும் திறனை வளர்ப்பது மட்டுமல்ல, குழந்தைகளின் ஆராய்ச்சியில் ஈடுபடத் துவங்கும்போது, செயல்முறைத் திறனையும் வலுப்படுத்த உதவுகின்றன.

மாணவர்கள் சுயமாக கற்றுக்கொள்ளும் கற்போராக உருவாக முயற்சி செய்ய வேண்டும். இதற்கான முக்கிய அம்சம் கணித உரைகளை வாசித்துப் புரிந்துக்கொள்ளும் திறன் ஆகும். இத்திறனை வளர்க்க மாணவர்கள் புத்தகத்தை தனியாகவும் குழுக்களாகவும் வாசிக்க ஊக்கப்படுத்தப்பட வேண்டும். அவர்கள் வாசித்ததைப் புரிந்துக்கொண்டு அதைப் பிறரிடம் வெளிப்படுத்த வாய்ப்புகள் வழங்கப்பட வேண்டும். இது கணிதத்தைப் பேசுவதிலும் வாக்கிய வடிவ சிக்கல்களை விளக்குவதிலும் மாணவர்கள் எதிர்கொள்ளும் சிரமத்தைக் குறைக்க உதவும்.

இப்பாடப்புத்தகத்தில் பல திறந்த முடிவுள்ள (open ended) சிக்கல்கள் உள்ளன. சில கருத்துகளுக்குப் புதிய அணுகுமுறைகளும் இங்கு உள்ளன. இவற்றை உடனே தீர்க்க முடியவில்லை என்றாலும் கவலைப்பட வேண்டாம். எல்லோருக்கும் எல்லாமும் தெரியாது. அவற்றைப் புரிந்துக் கொள்ள முயற்சி செய்து சிந்தித்த பிறகு அதை வகுப்பறைக்கு கொண்டு வந்து விவாதத்திற்கு முன்னிறுத்துவது மிகவும் பயனுள்ளதாக அமையும் விவாதத்திற்குப் பிறகு தெளிவாக உள்ள விடயங்களையும் இன்னும் தெளிவாகாத விடயங்களையும் தெளிவாகவும் சுருக்கமாகவும் கூறலாம். இச்செயல்முறை உள்ளடக்கத்தை மேலும் புரிந்துக்கொள்ள உதவும்.

இவ்விவாதங்களில் நீங்கள் ஒரு தேடுவோராகக் கலந்துக் கொள்ளலாம். ஆசிரியர் ஒருவரே புரிந்து கொள்ள முயற்சி செய்து சிந்திப்பதை மாணவர்கள் காணும்போது அது அவர்களுக்கு ஒரு சிறந்த முன்மாதிரியாக இருக்கும்.

இப்பாடப்புத்தகத்தைப் பயன்படுத்தி நீங்கள் மற்றும் உங்கள் மாணவர்கள் பயனுள்ள மற்றும் சிறந்த அனுபவத்தைப் பெறுவீர்கள் என்று நம்புகிறோம்.

©KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

முக்கிய அம்சங்களின் சுருக்கம்

ஆராய்வதற்கான நேரம்

1. மாணவர்களுக்குப் புதிய சிக்கல், வினாக்கள், வடிவங்கள் அல்லது சவால்களை அடிக்கடி முன்வைப்பது முக்கியம். மேலும் அவர்கள் தனிப்பட்ட முறையிலும் குழுவாகவும் விளையாடி விவாதித்து வேலை செய்யப் போதுமான நேரம் வழங்கப்பட வேண்டும்.
2. இந்நேரத்தில் தவறுகளை ஏற்றுக் கொள்வது மற்றும் அவை கற்றலில் முக்கியம் என்பதை உணர்த்தும் சூழல் உருவாக்கப்பட வேண்டும்.
3. மாணவர்கள் ஒருவருக்கொருவர் சிக்கல்களை முன்வைத்து அவற்றை அணுக பல்வேறு வழிகளைப் பற்றி கலந்துரையாடும் பண்பாடு இருக்கவேண்டும்.

புத்தகத்தில் உள்ள பிரச்சனைகளைக் குறித்தது

1. பாடப்புத்தகத்தில் உள்ள ஆராய்ச்சி சார்ந்த சிக்கல்கள், சிக்கலைத் தீர்க்கும் திறனை மேம்படுத்துவதோடு மாணவர்கள் ஆராய்ச்சியில் ஈடுபடும் போது நடைமுறை திறன்களையும் வலுப்படுத்துகின்றன.
2. புத்தகத்தில் உள்ள அனைத்து சிக்கல்களையும் தீர்க்க முயல்வது, மாணவர்கள் அவற்றை விளையாடி விவாதித்து, தீர்க்கும் தரமான நேரத்தை இழப்பதற்குக் காரணமாக இருக்கக்கூடாது.

படித்தல்

1. மாணவர்கள் பாடப்புத்தகத்தைத் தாமாக, குழுவாகப் படிக்க ஊக்குவிக்க வேண்டும்.
2. அவர்கள் படித்ததை விளக்கி மற்றவர்களுக்குத் தெரிவிக்க வாய்ப்புகள் வழங்கப்பட வேண்டும்.

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

அறியாமைக்கு உரிமை

1. சில உள்ளடக்கங்கள் உடனே புரியாமல் இருந்தாலும் அவற்றைப் புரிந்துக்கொள்ள முயற்சிப்பதோடு, அவற்றை வகுப்பறைக்கு கொண்டு வந்து விவாதிப்போம். விவாதத்திற்கும் பிறகு தெளிவானவற்றைத் தெளிவாகவும் சுருக்கமாகக் கூறலாம், இன்னும் தெளிவாகாதவற்றை மேலும் ஆராயலாம். இவ்விவதங்களில் நீங்கள் ஒரு சக ஆராய்ச்சியாளராக பங்கேற்கலாம். மாணவர்கள் ஆசிரியர் ஒன்றைப் புரிந்துக்கொள்ள முயற்சிப்பதைக் கண்டால் அது அவர்களுக்கு ஒரு சிறந்த எடுத்துக்காட்டாக இருக்கும்.
2. கற்றல் ஒரு தொடர்ச்சியான செயல்முறை. உண்மையில் கணிதத்தில் நாம் அறியாதவை பல உள்ளன. மேலும் ஆராய்ச்சி தேவைப்படுகிறது!

சில வினாக்கள் (கணித பேச்சு) என்று குறிக்கப்பட்டிருக்கும். இவ்வினாக்கள் உங்கள் நண்பர்களுடன் கலந்துரையாடி செய்து பார்க்க வேண்டியவை ஆகும்.

இறுதியாக சில வினாக்கள் 'இதனை முயற்சிக்க என்று குறிக்கப்பட்டிருக்கும். இவ்வினாக்களுக்கு அதிகமான சிந்தனை மற்றும் படைப்பாற்றல் தேவைப்படுகிறது. எனவே அவற்றை செய்வது மேலும் சுவாரஸ்யமாக இருக்கும்.

மாணவர்களுக்கு ஒரு குறிப்பு!

கணிதத்தின் அழகை உணர வேண்டுமானால், பார்வையாளராக மட்டுமே இருந்தால் போதாது. ஒரு மர்மத்தைத் தீர்க்க முயலும் டிடெக்டிவ் போல, அதன் செயல்முறையில் முழுமையாக ஈடுபட வேண்டும்.

புதிய கேள்வியைப் பார்க்கும்போது, அல்லது உங்கள் ஆர்வத்திலிருந்து ஒரு கேள்வி எழும்போது, அல்லது ஒரு அழகான புதிய வடிவத்தைப் பார்க்கும்போது இது முக்கியமாகத் தேவைப்படுகிறது. இவ்வாறானவற்றை சந்திக்கும் போது, நீங்கள் உங்கள் வாசிப்பை சிறிது நிறுத்தி, உங்கள் சிந்தனை திறனை பயன்படுத்தி அந்த கேள்வியைத் தீர்க்கவும் அல்லது அந்த வடிவத்தைப் புரிந்து ரசிக்கவும் முயற்சி செய்யுங்கள்.

சில கேள்விகளுக்கு அவற்றின் பதில்களும் சேர்ந்து இருக்கும். இருந்தாலும், பதிலைப் பார்ப்பதற்கு முன், தனியாகவோ அல்லது குழுவாகவோ முயற்சி செய்து பார்ப்பது பயனுள்ளதாக இருக்கும்.

இது, இந்த புத்தகத்தைப் பயன்படுத்தும் உங்கள் அனுபவத்தை மேலும் வளப்படுத்தும்!

எப்பொழுதெல்லாம் கேள்விகள் எழுகின்றனவோ, நீங்கள் அப்பொழுதெல்லாம் ? மற்றும் ? என்ற குறியீடுகளைக் காண்பீர்கள். இது நீங்கள் யோசித்து தீர்வு காண வேண்டிய நேரம் என்பதைக் குறிக்கிறது. ? என்பது முக்கிய கேள்வியைக் குறிக்கிறது, மற்றும் ? என்பது துணைக் கேள்வியைக் குறிக்கிறது.

ஆந்தை சின்னங்கள் மற்றும் சில முக்கியமான கற்றல் செயல்முறைகளை சுட்டிக்காட்டுகின்றன.

சில நேரங்களில், "Figure it Out" என்ற தலைப்பின் கீழ் பல கேள்விகள் ஒரே இடத்தில் கொடுக்கப்பட்டிருக்கும்.

கணித பேச்சு என்று குறிக்கப்பட்டுள்ள கேள்விகள், உங்கள் நண்பர்களுடன் விவாதித்து தீர்க்க வேண்டியவையாகும்.

இறுதியாக, முயற்சி செய்க என்று குறிக்கப்பட்டுள்ள கேள்விகள் உள்ளன. இவற்றிற்கு விடையளிக்க வினாக்களுக்கு அதிக படைப்பாற்றல் தேவைப்படுகிறது. ஆகவே இவற்றிற்கு விடையளிப்பது சுவாரஸ்யமாக இருக்கும்.

©KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

ಮುನ್ನುಡಿ

2026–27 ನೇ ಶೈಕ್ಷಣಿಕ ಸಾಲಿನಿಂದ ರಾಜ್ಯದ ಎಲ್ಲಾ 8ನೇ ತರಗತಿ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಕಲಿಕೆಗಾಗಿ ಲಭ್ಯವಾಗುತ್ತಿರುವ 'ಗಣಿತ ಪ್ರಕಾಶ' ಪಠ್ಯಪುಸ್ತಕವನ್ನು ಎನ್.ಸಿ.ಆರ್.ಟಿ ಯು 2020 ರ ರಾಷ್ಟ್ರೀಯ ಶಿಕ್ಷಣ ನೀತಿ ಹಾಗೂ 2023 ರ ರಾಷ್ಟ್ರೀಯ ಪಠ್ಯಕ್ರಮ ಚೌಕಟ್ಟು (ಶಾಲಾ ಶಿಕ್ಷಣ)ಗಳ ಆಶಯಗಳನ್ನು ಒಳಗೊಂಡು ರಚಿಸಿದೆ. ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಅಂತರ್ಗತ ಸಾಮರ್ಥ್ಯಗಳ ಅಭಿವೃದ್ಧಿಯೊಂದಿಗೆ 21 ನೇ ಶತಮಾನದ ಸವಾಲುಗಳನ್ನು ಎದುರಿಸಲು ಸಮರ್ಥರಾಗುವಂತೆ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳನ್ನು ಸಿದ್ಧಪಡಿಸಬೇಕಿರುವುದು ಮಾತ್ರವಲ್ಲ, ಅವರ ಭವಿಷ್ಯದ ಬೆಳವಣಿಗೆಗೆ ಅಗತ್ಯವಿರುವ ಕೌಶಲಗಳನ್ನು ದಕ್ಕಿಸಿಕೊಳ್ಳುವಂತೆ ಮಾಡುವುದು ತುಂಬಾ ಅಗತ್ಯವೆನಿಸುತ್ತದೆ. ಸವಾಲುಗಳನ್ನು ಎದುರಿಸಿ, ಅವಕಾಶಗಳನ್ನು ಸದ್ಬಳಕೆ ಮಾಡಿಕೊಳ್ಳಲು ಸಿದ್ಧರಿರುವಂತೆ ಅವರ ವಿಶ್ಲೇಷಣಾತ್ಮಕ, ವಿವರಣಾತ್ಮಕ ಮತ್ತು ನಿರೂಪಣಾ ಸಾಮರ್ಥ್ಯಗಳನ್ನು ಪೋಷಿಸಬೇಕಿದೆ. ಈ ಹಿನ್ನೆಲೆಯಲ್ಲಿ 'ಗಣಿತ ಪ್ರಕಾಶ' ಪಠ್ಯಪುಸ್ತಕ ಮಹತ್ತರವಾದ ಪಾತ್ರವನ್ನು ವಹಿಸುತ್ತದೆ ಎಂದರೆ ತಪ್ಪಾಗಲಾರದು.

ಪಠ್ಯವಸ್ತು ಹಾಗೂ ಬೋಧನಾ ಶಾಸ್ತ್ರವನ್ನು ಸೂಕ್ತವಾಗಿ ಸಮನ್ವಯಗೊಂಡಿರುವ ಈ ಪಠ್ಯಪುಸ್ತಕದಲ್ಲಿ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಕುತೂಹಲಕ್ಕೆ ನೀರು ಎರೆಯುತ್ತಾ, ಅವರ ವಿಚಾರಣಾ ಸಾಮರ್ಥ್ಯವನ್ನು ವೃದ್ಧಿಸಿ, ಅನ್ವೇಷಣಾ ಮಾರ್ಗದಲ್ಲಿ ಜ್ಞಾನ ಕಟ್ಟಿಕೊಳ್ಳಲು ಹೇರಳ ಅವಕಾಶವನ್ನು ನೀಡಲಾಗಿದೆ. ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿ ತನ್ನ ಸುತ್ತಮುತ್ತಲಿನ ಪ್ರಪಂಚವನ್ನು ಗಮನಿಸಿ, ಶೋಧಿಸಿ ಅಲ್ಲಿ ಅನುಭವಿಸುವ ಗಣಿತೀಯ ಪರಿಕಲ್ಪನೆಗಳನ್ನು ಆರಂಭದಲ್ಲಿಯೇ ಪರಿಚಯಿಸಲಾಗಿದೆ. ಇಲ್ಲಿ ಬಳಕೆಯಾಗಿರುವ ವರ್ಣರಂಜಿತ ಉದಾಹರಣೆಗಳು, ಸಂವಾದಾತ್ಮಕ ಅಭ್ಯಾಸಗಳು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಲೆಕ್ಕಾಚಾರದ ಬುನಾದಿಯನ್ನು ಬಲಿಷ್ಠಗೊಳಿಸಿ ಸಂಕೀರ್ಣ ಗಣಿತೀಯ ಪರಿಕಲ್ಪನೆಗಳ ಕಲಿಕೆಯನ್ನು ಸರಳಗೊಳಿಸುತ್ತವೆ. ಪರಿಕಲ್ಪನೆಗಳನ್ನು ಅರ್ಥೈಯಿಸಲು ಪಠ್ಯಗಳಲ್ಲಿ ಅಳವಡಿಸಿಕೊಂಡಿರುವ ಕಥೆಗಳು, ಸಂವಾದಗಳು ಕಲಿಕಾರ್ಥಿಗಳ ಸಹಜ, ಸರಳ ಕಲಿಕೆಗೆ ಪೂರಕವಾಗಿವೆ. ಅಭ್ಯಾಸಕ್ಕಾಗಿ ನಾವೀನ್ಯ ಸಮಸ್ಯೆಗಳು ಹಾಗೂ ಒಗಟುಗಳನ್ನು ಪರಿಣಾಮಕಾರಿಯಾಗಿ ಬಳಸಿಕೊಂಡಿರುವುದರಿಂದ ಕಲಿಕಾರ್ಥಿಗಳು ಗಮನವನ್ನು ಕಲಿಕೆಯ ಮೇಲೆ ಕೇಂದ್ರೀಕರಿಸಲು ಹಾಗೂ ಗಣಿತೀಯ ಪರಿಕಲ್ಪನೆಗಳನ್ನು ಆಳವಾಗಿ ಅರ್ಥೈಯಿಸಿಕೊಂಡು ಅನ್ವಯಮಾಡಿಕೊಳ್ಳಲು ಸಹಾಯ ಮಾಡುತ್ತವೆ. ಈ ಮೂಲಕ ತಮ್ಮ ಗಣಿತೀಯ ಅಲೋಚನಾ (Computational Thinking) ಸಾಮರ್ಥ್ಯವನ್ನು ವೃದ್ಧಿಸಿಕೊಳ್ಳಲು ಪ್ರೇರಣೆ ನೀಡುತ್ತವೆ.

ನೀಡಿರುವ ಪರಿಕಲ್ಪನೆಗಳು ಹಾಗೂ ಬಳಸಿರುವ ಸಮಸ್ಯೆಗಳು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ನಿತ್ಯಜೀವನಕ್ಕೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿರುವುದರಿಂದ ಪರಿಕಲ್ಪನೆಗಳ ಅನ್ವಯ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಗೆ ಸರಳವಾಗುತ್ತದೆ. ಎಲ್ಲಾ ಅಧ್ಯಾಯಗಳಲ್ಲೂ ಕಲೆ, ಇತಿಹಾಸ, ವಿಜ್ಞಾನ ಇತ್ಯಾದಿ ವಿಷಯಗಳನ್ನು ಸಮ್ಮಿಳನಗೊಳಿಸಿರುವುದರಿಂದ ಬಹುಶಿಸ್ತೀಯ ಕಲಿಕೆಗೆ ಅನುಕೂಲವಾಗುತ್ತದೆ. ಪರಿಕಲ್ಪನೆಗಳನ್ನು ಕಥನ ಶೈಲಿಯಲ್ಲಿ ಹಾಗೂ ಮಾಡಿ ಕಲಿ ತತ್ತ್ವದಡಿಯಲ್ಲಿ ಕಲಿಸಲು ಅವಕಾಶ ನೀಡಿರುವುದು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಲ್ಲಿ ಗಣಿತದ ಬಗ್ಗೆ ಕುತೂಹಲ ಮತ್ತು ಪ್ರೀತಿ ಹೆಚ್ಚುವುದರಲ್ಲಿ ಅನುಮಾನವಿಲ್ಲ.

ಇಷ್ಟೆಲ್ಲ ವಿಶೇಷ ಗುಣಲಕ್ಷಣಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ 'ಗಣಿತ ಪ್ರಕಾಶ' ಪುಸ್ತಕವನ್ನು ತರಗತಿ ಪ್ರಕ್ರಿಯೆಯಲ್ಲಿ ಅಳವಡಿಸಿಕೊಳ್ಳಲು ಸುಗಮಕಾರರು ತಮ್ಮ ತರಗತಿಯನ್ನು ಅದಕ್ಕೆ ಪೂರಕವಾಗುವಂತೆ ವ್ಯವಸ್ಥೆಗೊಳಿಸಿಕೊಳ್ಳುವುದು ಹಾಗೂ ಪೂರ್ವಭಾವಿ ಸಿದ್ಧತೆಯೊಂದಿಗೆ ತರಗತಿ ನಿರ್ವಹಣೆ ಮಾಡುವುದು ತುಂಬಾ ಅಗತ್ಯವೆನಿಸುತ್ತದೆ. ಕುರುಡು ಲೆಕ್ಕಾಚರದ ಬದಲಿಗೆ ಒಗಟು, ಚರ್ಚೆ, ಸಂವಾದ, ಆಟ, ಪರಸ್ಪರ ತೊಡಗಿಸಿಕೊಳ್ಳುವಿಕೆ, ತಾರ್ಕಿಕವಾಗಿ ಆಲೋಚಿಸಲು ಸಾಧ್ಯವಾಗುವಂತಹ ಚಟುವಟಿಕೆಗಳು ಒಳಗೊಂಡ ಸುಗಮಗಾರಿಕೆಯನ್ನು ಈ ಪಠ್ಯಪುಸ್ತಕ ನಿರೀಕ್ಷೆ ಮಾಡುತ್ತದೆ. ಈ ನಿರೀಕ್ಷೆಯನ್ನು ನಮ್ಮ ಸುಗಮಕಾರರು ಹುಸಿ ಮಾಡುವುದಿಲ್ಲ ಎಂಬ ನಂಬಿಕೆ ರಾಜ್ಯ ಶಿಕ್ಷಣ ಇಲಾಖೆಯದ್ದಾಗಿದೆ.

ಎನ್.ಸಿ.ಆರ್.ಟಿ ಪ್ರಕಟಿಸಿರುವ ಈ ಪಠ್ಯಪುಸ್ತಕವನ್ನು ಕರ್ನಾಟಕ ರಾಜ್ಯದ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ರಾಷ್ಟ್ರಮಟ್ಟದ ಎಲ್ಲಾ ಅವಕಾಶಗಳನ್ನು ತನ್ನದಾಗಿಸಿಕೊಳ್ಳಬೇಕು ಎಂಬ ಆಶಯದೊಂದಿಗೆ 2026–27 ನೇ ಶೈಕ್ಷಣಿಕ ಸಾಲಿನಿಂದ ಅಳವಡಿಸಿಕೊಳ್ಳಲು ಅನುಮತಿ ನೀಡಿದ ಕರ್ನಾಟಕ ಸರ್ಕಾರದ ಶಿಕ್ಷಣ ಇಲಾಖೆಯ ಎಲ್ಲಾ ಹಂತದ ಅಧಿಕಾರಿಗಳಿಗೆ ಹಾಗೂ ಪಠ್ಯಪುಸ್ತಕ ಬಳಕೆಗೆ ಅವಕಾಶ ನೀಡಿದ ಎನ್.ಸಿ.ಆರ್.ಟಿ ಯ ಎಲ್ಲಾ ಹಂತದ ಅಧಿಕಾರಿಗಳಿಗೆ ಹಾಗೂ ಪ್ರಕಾಶನ ವಿಭಾಗಕ್ಕೆ ಹೃತ್ಪೂರ್ವಕ ಧನ್ಯವಾದಗಳು.

ಈ ಪಠ್ಯಪುಸ್ತಕವನ್ನು ಕನ್ನಡ, ಮರಾಠಿ, ತೆಲುಗು ಮತ್ತು ತಮಿಳು ಮಾಧ್ಯಮಗಳಿಗೆ ಅನುವಾದಿಸಿದ ಎಲ್ಲಾ ಸಂಪನ್ಮೂಲ ವ್ಯಕ್ತಿಗಳಿಗೆ, ಕಾರ್ಯಕ್ರಮ ಸಂಯೋಜನೆ ಮಾಡಿದ ಕಾರ್ಯಕ್ರಮಾಧಿಕಾರಿಗಳಿಗೆ, ಡಿ.ಟಿ.ಪಿ ಆಪರೇಟರ್‌ಗಳಿಗೆ ಹಾಗೂ ಮುದ್ರಕರಿಗೆ ಕರ್ನಾಟಕ ಪಠ್ಯಪುಸ್ತಕ ಸಂಘ ಕೃತಜ್ಞತೆಗಳನ್ನು ಸಲ್ಲಿಸುತ್ತದೆ.

ಶ್ರೀ ಎಂ.ಪಿ. ಮಾದೇಗೌಡ
ವ್ಯವಸ್ಥಾಪಕ ನಿರ್ದೇಶಕರು
ಕರ್ನಾಟಕ ಪಠ್ಯಪುಸ್ತಕ ಸಂಘ (ರಿ.)
ಬೆಂಗಳೂರು.

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

Tamil Translation Committee

Smt. S. Jayasri, BSc MEd, (HM), SVCK High School, T.R. Nagar, Bengaluru-70.

Smt. R. Amutha, MSc BEd, (AM), B.T.S. Kamarajar High School, Anwar Layout, Venktesapuram, Bengaluru-43.

Smt. Beena K., (HM) Govt. Tamil, H.P.S., Cox Town, Bengaluru-05.

Chief Advisors

Sri M.P. Madegowda, Managing Director, Karnataka Textbook Society(R.) Bengaluru.

Smt. M.D. Usha, Deputy Director, Karnataka Textbook Society(R.), Bengaluru.

Programme Co-Ordinator

Smt. Bhagyalakshmi, Assistant Director, Karnataka Textbook Society(R.), Bengaluru.

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

பொருளடக்கம்

B1B2C4

பகுதி - 1

1.	ஓர் வர்க்கமும் ஒரு கனமும் A SQUARE AND A CUBE	1 – 26
2.	அடுக்கு விளையாட்டு POWER PLAY	27 – 67
3.	எண்களின் கதை A STORY OF NUMBERS	68 – 110
4.	நாற்கரங்கள் QUADRILATERALS	111 – 150
5.	எண் விளையாட்டு NUMBER PLAY	151 – 182
6	நாம் வகுக்கின்றோம் ஆனாலும் அவை பெருக்கப்படுகின்றன WE DISTRIBUTE, YET THINGS MULTIPLY	183 – 212
7.	விகிதசம பகுப்பாய்வு-1 PROPORTIONAL REASONING-1	213 – 242

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

1 ஓர் வர்க்கமும் ஒரு கனமும்
A SQUARE AND A CUBE

Y4P7M8

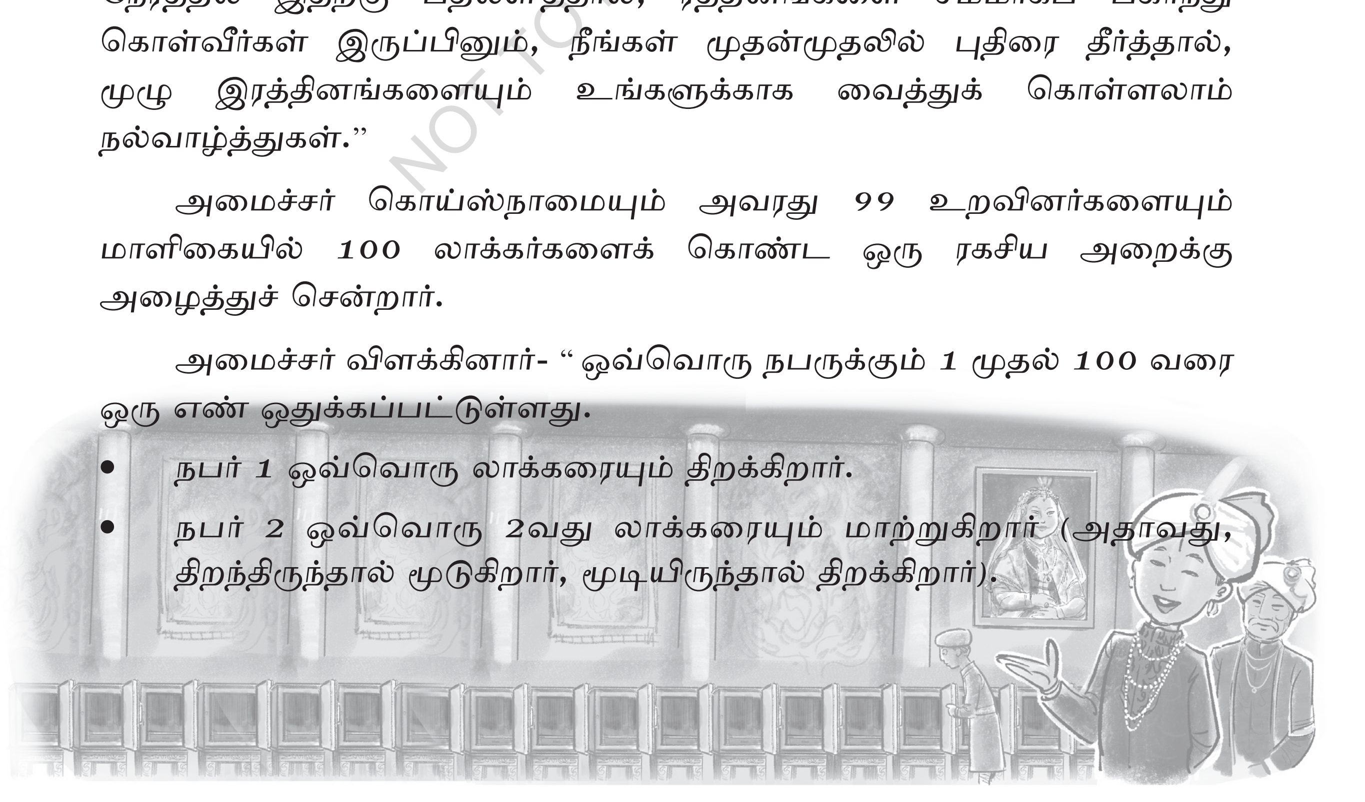
இராணி ரத்னமஞ்சுரி தனது ரத்தினங்களின் (விலையுயர்ந்த கற்கள்) செல்வத்தை விவரிக்கும் ஒரு உயில் எழுதியிருந்தார், அதில் ஒரு புதிரும் இருந்தது. அவரது மகன் கொய்ஸ்நாமும் அவர்களின் 99 உறவினர்களும் உயிலை படிப்பதற்கு அழைக்கப்பட்டனர். அவர் தனது எல்லா ரத்தினங்களையும் தனது மகனுக்கு விட்டுச் செல்ல விரும்பினார், ஆனால் அவ்வாறு செய்தால், அவர்களது உறவினர்கள் அனைவரும் கொய்ஸ்நாமை என்றென்றும் தொந்தரவு செய்வார்கள் என்று அவருக்குத் தெரியும். புதிர்களைத் தீர்ப்பதற்குத் தேவையான அனைத்தையும் அவருக்குக் கற்றுக் கொடுத்தேன் என்று அவர் நம்பினார். அவர் தனது உயிலில் பின்வரும் குறிப்பை விட்டுச் சென்றார்-

“நான் ஒரு புதிரை உருவாக்கியுள்ளேன். நீங்கள் 100 பேரும் ஒரே நேரத்தில் இதற்கு பதிலளித்தால், ரத்தினங்களை சமமாகப் பகிர்ந்து கொள்வீர்கள் இருப்பினும், நீங்கள் முதன்முதலில் புதிரை தீர்த்தால், முழு இரத்தினங்களையும் உங்களுக்காக வைத்துக் கொள்ளலாம் நல்வாழ்த்துகள்.”

அமைச்சர் கொய்ஸ்நாமையும் அவரது 99 உறவினர்களையும் மாளிகையில் 100 லாக்கர்களைக் கொண்ட ஒரு ரகசிய அறைக்கு அழைத்துச் சென்றார்.

அமைச்சர் விளக்கினார்- “ ஒவ்வொரு நபருக்கும் 1 முதல் 100 வரை ஒரு எண் ஒதுக்கப்பட்டுள்ளது.

- நபர் 1 ஒவ்வொரு லாக்கரையும் திறக்கிறார்.
- நபர் 2 ஒவ்வொரு 2வது லாக்கரையும் மாற்றுகிறார் (அதாவது, திறந்திருந்தால் மூடுகிறார், மூடியிருந்தால் திறக்கிறார்).



©KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

- நபர் 3 ஒவ்வொரு 3வது லாக்கரையும் மாற்றுகிறார் (3வது, 6வது, 9வது,... மற்றும் பல).
- நபர் 4 ஒவ்வொரு 4வது லாக்கரையும் மாற்றுகிறார் (4வது, 8வது, 12வது,... மற்றும் பல).

இது 100 பேரும் தங்கள் முறை பெறும் வரை தொடர்கிறது. இறுதியில், சில லாக்கர்கள் மட்டுமே திறந்திருக்கும். திறந்த லாக்கர்கள் பெட்டகத்தில் உள்ள செல்வத்திற்கான குறியீட்டை வெளிப்படுத்துகின்றன.'' செயல்முறை தொடங்குவதற்கு முன்பு, இறுதியில் எந்த லாக்கர்கள் திறந்திருக்கும் என்பதை கொய்ஸ்நாம் ஏற்கனவே அறிவார்.

அவர் எப்படி பதிலைக் கண்டுபிடித்தார்?

குறிப்பு: ஒவ்வொரு லாக்கரும் எத்தனை முறை மாற்றப்படுகிறது என்பதைக் கண்டுபிடியுங்கள்.

ஒரு லாக்கர் ஒற்றைப்படை எண்ணிக்கையில் மாற்றப்பட்டால், அது திறந்திருக்கும். இல்லையெனில், அது மூடப்பட்டிருக்கும். ஒரு லாக்கர் மாற்றப்படும் முறைகளின் எண்ணிக்கை லாக்கர் எண்ணின் காரணிகளின் எண்ணிக்கைக்கு சமம். எடுத்துக்காட்டாக, லாக்கர் 6க்கு, நபர் 1 அதைத் திறக்கிறார், நபர் 2 அதை மூடுகிறார், நபர் 3 அதைத் திறக்கிறார் மற்றும் நபர் 6 அதை மூடுகிறார்.

6:
1×6
2×3
காரணிகள்
1,2,3 மற்றும் 6

1, 2, 3 மற்றும் 6 ஆகிய எண்கள் 6 இன் காரணிகள். காரணிகளின் எண்ணிக்கை இரட்டைப்படை எண் எனில், லாக்கர் இரட்டைப்படை எண்ணிக்கை மக்களால் மாற்றப்பட்டு இறுதியில் மூடப்பட்டிருக்கும்.

ஒவ்வொரு காரணிக்கும் ஒரு இணைக் காரணி உள்ளது, இதனால் காரணிகளின் ஜோடியின் பெருக்கல் கொடுக்கப்பட்ட எண்ணை அளிக்கும். இங்கே. 1 மற்றும் 6 ஆகியவை 6 இன் இணைக் காரணிகள், மற்றும் 2 மற்றும் 3 மற்றொரு ஜோடியை உருவாக்குகின்றன.

© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

? ஒவ்வொரு எண்ணுக்கும் இரட்டைப்படை எண்ணிக்கையில் காரணிகள் உள்ளனவா?

1:	4:	9:
1 × 1	1 × 4	1 × 9
	2 × 2	3 × 3
ஒரே காரணி 1.	காரணிகள் 1, 2 மற்றும் 4.	காரணிகள் 1, 3 மற்றும் 9.

சில சந்தர்ப்பங்களில், 2×2 போன்று, ஜோடியில் உள்ள எண்கள் ஒரே மாதிரியானவை என்பதை நாம் காண்கிறோம்.

? ஒற்றைப்படை எண்ணிக்கையில் காரணிகளைக் கொண்ட மேலும் எண்களைக் கண்டுபிடிக்க இந்த நுண்ணறிவை பயன்படுத்த முடியுமா?

எடுத்துக்காட்டாக, 36 க்கு 6×6 என்ற காரணி ஜோடி உள்ளது, அங்கு இரண்டு எண்களும் 6. இந்த எண்ணுக்கு ஒற்றைப்படை எண்ணிக்கையில் காரணிகள் உள்ளனவா? 36 இன் மற்ற ஒவ்வொரு காரணிக்கும் அதன் இணையாக வேறு காரணி இருந்தால், 36 க்கு ஒற்றைப்படை எண்ணிக்கையில் காரணிகள் இருப்பதை நாம் உறுதியாக கூற முடியும். இது உண்மையா என்று சரிபார்க்கவும்.

எனவே பின்வரும் எல்லா எண்களுக்கும் ஒற்றைப்படை எண்ணிக்கையில் காரணிகள் உள்ளன.

$$1 \times 1, 2 \times 2, 3 \times 3, 4 \times 4, \ldots$$

ஒரு எண்ணுடன் தன்னைத்தானே பெருக்கிய விளைவாக வெளிப்படுத்தக்கூடிய எண் வர்க்க எண் அல்லது வெறுமனே வர்க்கம் என்று அழைக்கப்படுகிறது. ஒற்றைப்படை எண்ணிக்கையில் காரணிகளைக் கொண்ட ஒரே எண்கள் வர்க்கங்கள் மட்டுமே, ஏனெனில் அவை ஒவ்வொன்றும் தன்னுடன் பெருக்கப்படும்போது அந்த எண்ணைக் கொடுக்கும் ஒரு காரணியைக் கொண்டுள்ளன.

எனவே, ஒவ்வொரு லாக்கரும் அதன் எண் ஒரு வர்க்க எண் எனில் திறந்தே இருக்கும்.

© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

? திறந்திருக்கும் லாக்கர் எண்களை எழுதவும்.

? கொய்ஸ்நாம் உடனடியாக இந்த 10 லாக்கர்களிலிருந்து குறிப்புகளை சேகரித்து, ''கடவுச்சொல் சரியாக இரண்டு முறை தொடப்பட்ட முதல் ஐந்து லாக்கர் எண்களைக் கொண்டது'' என்று படிக்கிறார்.

? இந்த ஐந்து லாக்கர்கள் எவை?

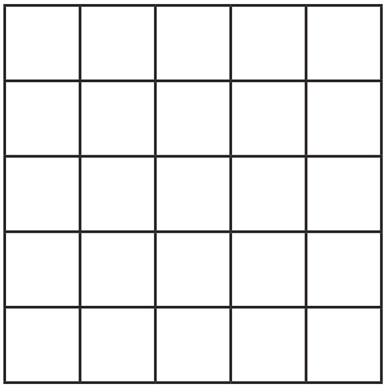
இரண்டு முறை மாற்றப்பட்ட லாக்கர்கள் பகா எண்கள் ஆகும். ஏனெனில் ஒவ்வொரு பகா எண்ணும் 1 மற்றும் அந்த எண்ணையே காரணிகளாகக் கொண்டுள்ளது. எனவே, குறியீடு 2-3-5-7-11.

1.1 வர்க்க எண்கள்

1, 4, 9, 16,... எண்கள் ஏன் வர்க்கங்கள் என்று அழைக்கப்படுகின்றன?

ஒரு வர்க்கத்தில் உள்ள அலகு வர்க்கங்களின் எண்ணிக்கை (ஒரு வர்க்கத்தின் பரப்பளவு) அதன் பக்கங்களின் பெருக்கல் என்பதை நாம் அறிவோம். கீழே உள்ள அட்டவணை வெவ்வேறு பக்கங்களைக் கொண்ட வர்க்கங்களின் பரப்பளவுகளை அளிக்கிறது.

பக்க நீளம் (அலகுகளில்)	பரப்பளவு (சதுர அலகுகளில்)
1	$1 \times 1 = 1$ சதுர அலகுகள்
2	$2 \times 2 = 4$ சதுர அலகுகள்
3	$3 \times 3 = 9$ சதுர அலகுகள்
4	$4 \times 4 = 16$ சதுர அலகுகள்
5	$5 \times 5 = 25$ சதுர அலகுகள்
10	$10 \times 10 = 100$ சதுர அலகுகள்



NOT TO BE REPUBLISHED @KTBS

வர்க்கங்களுக்கு பின்வரும் குறியீட்டைப் பயன்படுத்துகிறோம்.

$1 \times 1 = 1^2 = 1$

$2 \times 2 = 2^2 = 4$

$3 \times 3 = 3^2 = 9$,

$4 \times 4 = 4^2 = 16$

$5 \times 5 = 5^2 = 25$.

பொதுவாக, எந்த எண் n க்கும், $n \times n = n^2$, என்று எழுதுகிறோம், இது 'n வர்க்கம்' என்று படிக்கப்படுகிறது.

பக்க நீளம் $\frac{3}{5}$ அல்லது 2.5 அலகுகள் கொண்ட வர்க்கம் இருக்க முடியுமா?

ஆம், சதுர அலகுகளில் பரப்பளவு $(\frac{3}{5})^2 = (\frac{3}{5}) \times (\frac{3}{5}) = (\frac{9}{25})$, மற்றும் $(2.5)^2 = (2.5) \times (2.5) = 6.25$

இயல் எண்களின் வர்க்கங்கள் முழுமையான வர்க்கங்கள் (perfect squares) என்று அழைக்கப்படுகின்றன. எடுத்துக்காட்டாக 1, 4, 9, 16, 25,... அனைத்தும் முழுமையான வர்க்கங்கள்.

முழுமையான வர்க்கங்களின் வடிவங்களும் பண்புகளும்

முதல் 30 இயல் எண்களின் வர்க்கங்களைக் கண்டுபிடித்து கீழே உள்ள அட்டவணையில் நிரப்பவும்.

$1^2 = 1$	$11^2 = 121$	$21^2 = 441$
$2^2 = 4$	$12^2 =$	$22^2 =$
$3^2 = 9$	$13^2 =$	
$4^2 = 16$	$14^2 =$	
$5^2 = 25$	$15^2 =$	
$6^2 =$	$16^2 =$	
$7^2 =$	$17^2 =$	
$8^2 =$	$18^2 =$	
$9^2 =$	$19^2 =$	
$10^2 =$	$20^2 =$	

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

❓ நீங்கள் என்ன வடிவங்களைக் கவனிக்கிறீர்கள்? உங்கள் கவனிப்புகளை பகிர்ந்து கொண்டு யூகங்களை உருவாக்கவும்.

கணித பேச்சு

மேலே உள்ள அட்டவணையில் உள்ள வர்க்கங்களைப் படியுங்கள். இந்த எண்களின் ஒன்றாம் ஸ்தானத்தில் உள்ள இலக்கங்கள் என்ன? இந்த எண்கள் அனைத்தும் 0, 1, 4, 5, 6 அல்லது 9 உடன் முடிகின்றன. அவற்றில் எதுவும் 2, 3, 7 அல்லது 8 உடன் முடிவதில்லை.

❓ ஒரு எண் 0, 1, 4, 5, 6 அல்லது 9 உடன் முடிந்தால், அது எப்போதும் ஒரு வர்க்கமா?

கணித பேச்சு

16 மற்றும் 36 இரண்டும் ஒன்றாம் ஸ்தானத்தில் 6 உடன் வர்க்கங்கள். இருப்பினும், 26, அதன் ஒன்றாம் ஸ்தானத்தில் இலக்கம் 6 என்றாலும், வர்க்கம் அல்ல. எனவே, ஒன்றாம் ஸ்தானத்தில் உள்ள இலக்கத்தைப் பார்ப்பதன் மூலம் ஒரு எண் வர்க்கமா என்பதை நாம் தீர்மானிக்க முடியாது. ஆனால், ஒரு எண் எப்போது வர்க்கம் இல்லை என்பதை சொல்ல முடியும். ஒரு எண் 2, 3, 7 அல்லது 8 உடன் முடிந்தால், அது வர்க்கம் அல்ல என்று நாம் நிச்சயமாகக் கூற முடியும்.

❓ 5 எண்களை எழுதவும், அவற்றின் ஒன்றுகள் இடத்தைப் பார்ப்பதன் மூலம் அவை வர்க்கங்கள் அல்ல என்பதை நீங்கள் தீர்மானிக்க முடியும்.

வர்க்கங்கள், 1^2, 9^2, 11^2, 19^2, 21^2 மற்றும் 29^2, அனைத்தும் அவற்றின் ஒன்றுகள் இடத்தில் 1 ஐக் கொண்டுள்ளன. அடுத்த இரண்டு வர்க்கங்களை எழுதவும். ஒரு எண் ஒன்றுகள் இடத்தில் 1 அல்லது 9 இருந்தால், அதன் வர்க்கம் 1 உடன் முடிகிறது என்பதைக் கவனியுங்கள்.

❓ 6 உடன் முடிவடையும் வர்க்க எண்களை கருத்தில் கொள்வோம்:
$16 = 4^2$, $36 = 6^2$, $196 = 14^2$, $256 = 16^2$, $576 = 24^2$, $676 = 26^2$

பின்வரும் எண்களில் எவை ஒன்றுகள் இடத்தில் இலக்கம் 6 ஐக் கொண்டுள்ளன?

(i) 38^2 ii) 34^2 (iii) 46^2 (iv) 56^2 (v) 74^2 (vi) 82^2

❓ நீங்கள் முன்பு நிரப்பிய அட்டவணையில் இருந்து எண்களையும் அவற்றின் வர்க்கங்களையும் கவனிப்பதன் மூலம் இது போன்ற மேலும் வடிவங்களைக் கண்டறியவும்.

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

பின்வரும் எண்களையும் அவற்றின் வர்க்கங்களையும் கருத்தில் கொள்ளுங்கள்.

$10^2 = 100$
$20^2 = 400$
$40^2 = 800$

நம்மிடம் இரண்டு பூஜ்ஜியங்கள் உள்ளன.

நம்மிடம் ஒரு பூஜ்ஜியம் உள்ளது. ஆனால் நமக்கு இரண்டு பூஜ்ஜியங்கள் உள்ளன.

$100^2 = 10000$
$200^2 = 40000$
$700^2 = 49000$
$900^2 = 81000$

ஆனால் நமக்கு நான்கு பூஜ்ஜியங்கள் உள்ளன.

? ஒரு எண் இறுதியில் *3* பூஜ்ஜியங்களைக் கொண்டிருந்தால், அதன் வர்க்கம் இறுதியில் எத்தனை பூஜ்ஜியங்களைக் கொண்டிருக்கும்?

? ஒரு எண்ணின் இறுதியில் உள்ள பூஜ்ஜியங்களின் எண்ணிக்கை மற்றும் அதன் வர்க்கத்தின் இறுதியில் உள்ள பூஜ்ஜியங்களின் எண்ணிக்கை பற்றி நீங்கள் என்ன கவனிக்கிறீர்கள்? இது எப்போதும் நடக்குமா? வர்க்கங்கள் இறுதியில் இரட்டைப்படை எண்ணிக்கையில் பூஜ்ஜியங்களை மட்டுமே கொண்டிருக்க முடியும் என்று நாம் கூற முடியுமா?

? ஒரு எண்ணின் சமத்துவம் மற்றும் அதன் வர்க்கம் பற்றி நீங்கள் என்ன சொல்ல முடியும்?

முழுமையான வர்க்கங்களும் ஒற்றைப்படை எண்களும்

தொடர்ச்சியான வர்க்கங்களுக்கு இடையே உள்ள வேறுபாடுகளை ஆராய்வோம். நீங்கள் என்ன கவனிக்கிறீர்கள்?

$4-1=3 \qquad 9-4=5 \qquad 16-9=7 \qquad 25-16=9$

அடுத்த சில வர்க்க எண்களுக்கு இந்த வடிவம் தொடர்கிறதா என்று பாருங்கள்.

இதிலிருந்து, *1* இலிருந்து தொடங்கி தொடர்ச்சியான ஒற்றைப்படை எண்களைச் சேர்ப்பது தொடர்ச்சியான வர்க்க எண்களை அளிக்கிறது என்பதை நாம் கவனிக்கிறோம், கீழே காட்டப்பட்டுள்ளபடி.

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

1 = **1**

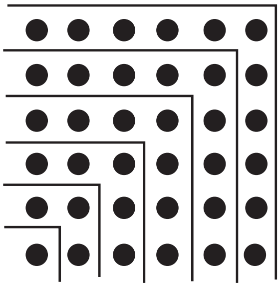
1 + 3 = **4**

1 + 3 + 5 = **9**

1 + 3 + 5 + 7 = **16**

1 + 3 + 5 + 7 + 9 = **25**

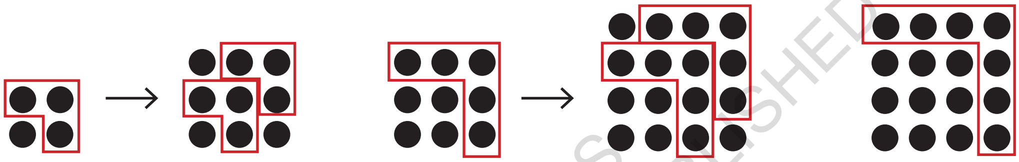
1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 = **36.**



எனவே, முதல் n ஒற்றைப்படை இயல்பு எண்களின் கூட்டுத்தொகை = n^2

6வது வகுப்பில் இந்த வடிவத்தை நீங்கள் நினைவில் வைத்திருக்கிறீர்களா?

கீழே உள்ள படம் ஒவ்வொரு அடுத்த தலைகீழ் L ஏன் அடுத்த ஒற்றைப்படை எண்ணைக் கொடுக்கிறது என்பதை விளக்குகிறது:



1 + 3   1 + 3 + (3 + 2)   1 + 3 + 5   1 + 3 + 5 + (5 + 2)   1 + 3 + 5 + 7

முதல் n ஒற்றைப்படை எண்களின் கூட்டுத்தொகை n^2 என்பதை நாம் காண்கிறோம். மாற்றாக, ஒவ்வொரு வர்க்கமும் 1 இலிருந்து தொடங்கி தொடர்ச்சியான ஒற்றைப்படை எண்களின் கூட்டுத்தொகையாகும்.

கணிதத்தில், சில நேரங்களில் வாதங்களும் காரணங்களும் எந்த வார்த்தைகளும் இல்லாமல் வழங்கப்படலாம். காட்சி ஆதாரங்கள் தாங்களாகவே முழுமையானதாக இருக்க முடியும்.

மேலும், ஒற்றைப்படை எண்களைத் தொடர்ச்சியாகக் கழிப்பதன் மூலம் ஒரு எண் முழுமையான வர்க்கமா என்பதைக் கண்டறிய முடியும். 25 எண்ணைக் கருத்தில் கொள்ளுங்கள், 1, 3, 5, ... ஐத் தொடர்ச்சியாகக் கழிக்கவும், நீங்கள் 0 ஐப் பெறும் வரை அல்லது கடந்து செல்லும் வரை,

25 – 1 = 24   24 – 3 = 21   21 – 5 = 16   16 – 7 = 9   9 – 9 = 0

இதன் பொருள் 25 = 1 + 3 + 5 + 7 + 9 மற்றும் இது ஒரு முழுமையான வர்க்கம். முதல் ஐந்து ஒற்றைப்படை எண்களைக் கழித்ததால், $25 = 5^2$

NOT TO BE REPUBLISHED @KTBS

❓ மேலே உள்ள வடிவத்தைப் பயன்படுத்தி, $35^2 = 1225$. என்பதைக் கொடுத்தால், 36^2ஐக் கண்டுபிடியுங்கள்.

கேள்வியிலிருந்து 1225 முதல் 35 ஒற்றைப்படை எண்களின் கூட்டுத்தொகை என்று நாம் அறிவோம். 36 ஐக் கண்டுபிடிக்க, நாம் 1225 உடன் 36வது ஒற்றைப்படை எண்ணைச் சேர்க்க வேண்டும்.

❓ 36வது ஒற்றைப்படை எண்ணை நாம் எவ்வாறு கண்டுபிடிப்பது?

1வது ஒற்றைப்படை எண் 1, 2வது ஒற்றைப்படை எண் 3, 3வது எண் 5,..... 6வது ஒற்றைப்படை எண் 11 மற்றும் பல.

❓ nவது ஒற்றைப்படை எண் என்ன?

nவது ஒற்றைப்படை எண் $2n-1$

எனவே, 36வது ஒற்றைப்படை எண் 71.

71 ஐ 1225 உடன் சேர்ப்பதன் மூலம், நாம் 1296 ஐப் பெறுகிறோம், இது 36^2.

38 போன்ற வர்க்கம் அல்லாத எண்ணைக் கருத்தில் கொண்டு 1 இலிருந்து தொடங்கி தொடர்ச்சியான ஒற்றைப்படை எண்களைக் கழிக்கவும்.

$38 - 1 = 37$ $37 - 3 = 34$ $34 - 5 = 29$ $29 - 7 = 22$ $22 - 9 = 13$

$13 - 11 = 2$ $2 - 13 = -11$

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

இது 38 ஐ1 இல் தொடங்கும் தொடர்ச்சியான ஒற்றைப்படை எண்களின் கூட்டுத்தொகையாக வெளிப்படுத்த முடியாது என்பதைக் காட்டுகிறது.

எனவே, 1 இல் தொடங்கும் தொடர்ச்சியான ஒற்றைப்படை இயல் எண்களின் கூட்டுத்தொகையாக வெளிப்படுத்த முடியாவிட்டால் ஒரு இயல்எண் முழுமையான வர்க்கம் அல்ல என்று நாம் கூற முடியும். ஒரு இயல் எண் முழுமையான வர்க்கமா என்பதைக் கண்டறிய இந்த முடிவைப் பயன்படுத்தலாம்.

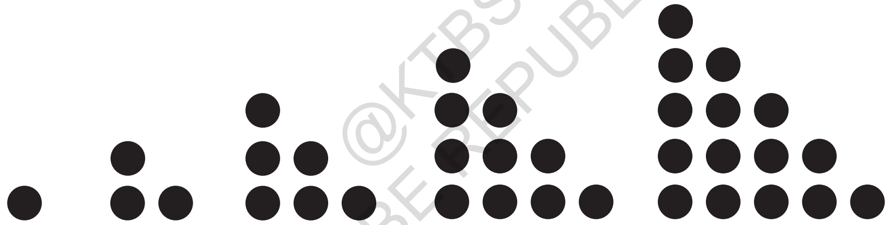
❓ இரண்டு தொடர்ச்சியான முழுமையான வர்க்கங்களுக்கு இடையே எத்தனை எண்கள் உள்ளன என்பதைக் கண்டறியவும். நீங்கள் ஒரு வடிவத்தைக் கவனிக்கிறீர்களா?

? **1 முதல் 100 வரை எத்தனை வர்க்க எண்கள் உள்ளன? 101 முதல் 200 க்கு இடையே எத்தனை உள்ளன? நீங்கள் முன்னர் நிரப்பிய வர்க்கங்களின் அட்டவணையைப் பயன்படுத்தி, கீழே உள்ள மதிப்புகளை உள்ளிடவும், ஒவ்வொரு 100 தொகுதியிலும் வர்க்கங்களின் எண்ணிக்கையை அட்டவணைப்படுத்தவும். 1000 க்கும் குறைவான மிகப்பெரிய வர்க்கம் என்ன?**

1 – 100	101 – 200	201 – 300	301 – 400	401 – 500
_____	_____	_____	_____	_____
501 – 600	601 – 700	701 – 800	801 – 900	901 – 1000
_____	_____	_____	_____	_____

முழுமையான வர்க்கங்களும் முக்கோண எண்களும்

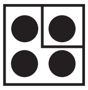
முக்கோண எண்களை நீங்கள் நினைவில் வைத்திருக்கிறீர்களா?



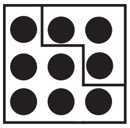
1 3 6 10 15

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

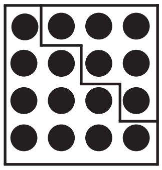
? முக்கோண எண்களுக்கும் வர்க்க எண்களுக்கும் இடையே ஏதேனும் தொடர்பு இருப்பதை நீங்கள் காண முடிகிறதா? காட்டப்பட்ட வடிவத்தை நீட்டித்து அடுத்த உறுப்பை வரையவும்.



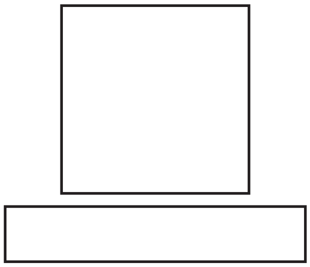
$1 + 3 = 4 = 2^2$



$3 + 6 = 9 = 3^2$



$6 + 10 = 16 = 4^2$



வர்க்க மூலங்கள்

? ஒரு சதுரத்தின் பரப்பளவு 49 சதுர செ.மீ. அதன் பக்கத்தின் நீளம் என்ன? $7 \times 7 = 49$ அல்லது $7^2 = 49$ என்று நமக்குத் தெரியும்.

எனவே, 49 சதுர செ.மீ பரப்பளவு கொண்ட சதுரத்தின் பக்கத்தின் நீளம் 7 செ.மீ. 49 இன் வர்க்க மூலத்தை 7 என்று அழைக்கிறோம். பொதுவாக, $y = x^2$ எனில் x என்பது y இன் **வர்க்க மூலம்.**

? 64 இன் வர்க்க மூலம் என்ன?

8×8 என்பது 64 என்று நமக்குத் தெரியும். எனவே, 8 என்பது 64 இன் வர்க்க மூலம். -8×-8 பற்றி என்ன? அதுவும் 64 தான்!

$$\therefore\ 8^2 = 64 \text{ மற்றும் } (-8)^2 = 64$$

எனவே, 64 இன் வர்க்க மூலங்கள் +8 மற்றும் -8.

ஒவ்வொரு முழுமையான வர்க்கத்திற்கும் இரண்டு முழு எண் வர்க்க மூலங்கள் உள்ளன. ஒன்று நேர்மறை மற்றும் மற்றொன்று எதிர்மறை. ஒரு எண்ணின் வர்க்க மூலம் $\sqrt{\ }$ குறியீட்டால் குறிக்கப்படுகிறது.

எனவே, $\sqrt{64} = \pm 8$ மற்றும் $\sqrt{100} = \pm 10$

$$\sqrt{8^2} = \pm 8$$

$\sqrt{10^2} = \pm 10$. பொதுவாக, $\sqrt{n^2} = \pm n$. இந்த அத்தியாயத்தில், நாம் நேர்மறை வர்க்க மூலத்தை மட்டுமே கருத்தில் கொள்வோம்.

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

? 576 அல்லது 327 போன்ற ஒரு எண் கொடுக்கப்பட்டால், அது முழுமையான வர்க்கமா என்பதை நாம் எவ்வாறு கண்டுபிடிப்பது? அது முழுமையான வர்க்கம் எனில், அதன் வர்க்க மூலத்தை எவ்வாறு கண்டறிவது?

கணித பேச்சு

முழுமையான வர்க்கங்கள் 1, 4, 9, 6, 5 அல்லது இரட்டைப்படை எண்ணிக்கையில் பூஜ்ஜியங்களுடன் முடிகின்றன என்பது நமக்குத் தெரியும். ஆனால், இந்த நிபந்தனையை பூர்த்தி செய்யும் ஒரு எண் வர்க்கம் என்பது உறுதியல்ல.

327 முழுமையான வர்க்கம் அல்ல என்று நாம் தெளிவாக கூற முடியும். இருப்பினும், 576 முழுமையான வர்க்கம் என்று நாம் உறுதியாக கூற முடியாது.

1. நாம் எல்லா வர்க்க எண்களையும் வரிசையில் பட்டியலிட்டு, **576** அவற்றில் நிகழ்கிறதா என்பதைக் கண்டறியலாம். $20^2=400$, என்று நமக்குத் தெரியும், **576** அல்லது **576** ஐ விட பெரிய எண்ணைப் பெறும் வரை **21, 22, 23,** மற்றும் பலவற்றின் வர்க்கங்களைக் கண்டறியலாம்.

$20^2 = 400$, $21^2 = 441$ $22^2 = 484$ $23^2 = 529$ $24^2 = 576$

இருப்பினும், பெரிய எண்களுக்கு இந்த செயல்முறை திறமையற்றதாக மாறும்.

2. ஒவ்வொரு வர்க்கமும் **1** இல் தொடங்கும் தொடர்ச்சியான ஒற்றைப்படை எண்களின் கூட்டுத்தொகையாக வெளிப்படுத்தப்படலாம் என்பதை நினைவு கூறுங்கள். $\sqrt{81}$ ஐக் கருத்தில் கொள்ளுங்கள்.

$81 - 1 = 80$ $80 - 3 = 77$ $77 - 5 = 72$ $72 - 7 = 65$ $65 - 9 = 56$

$56 - 11 = 45$ $45 - 13 = 32$ $32 - 15 = 17$ $17 - 17 = 0$

© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

81 இலிருந்து, நாம் **9**வது படியில் **0**ஐப் பெறும் வரை **1** இல் தொடங்கி தொடர்ச்சியான ஒற்றைப்படை எண்களைக் கழித்தோம்.

எனவே $\sqrt{81} = 9$.

இந்த முறையைப் பயன்படுத்தி **729** இன் வர்க்க மூலத்தை நாம் கண்டுபிடிக்க முடியுமா? ஆம், ஆனால் அது நேரத்தை எடுக்கும்.

3. ஒரு முழுமையான வர்க்கம் ஒரு முழு எண்ணை தன்னுடன் பெருக்குவதன் மூலம் பெறப்படுகிறது என்பது நமக்குத் தெரியும். ஒரு எண்ணின் பகா காரணிப்படுத்தலைப் பார்ப்பது அது முழுமையான வர்க்கமா என்பதை தீர்மானிக்க உதவுமா?

ஆம், ஒரு எண்ணின் பகா காரணிகளை இரண்டு சமமான குழுக்களாகப் பிரிக்க முடிந்தால் குழுவின் பகா காரணிகளின் பெருக்கல் வர்க்க மூலத்தை உருவாக்கும்.

? ***324 முழுமையான வர்க்கமா?***

$324 = 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3$.

இவை குழுவாக இருக்கலாம். $324 = (2 \times 3 \times 3)(2 \times 3 \times 3)$

$= (2 \times 3 \times 3)^2 = 18^2$

நாம் பகா காரணிகளை ஜோடிகளாகவும் எழுதலாம். அதாவது, $324 = (2 \times 2)(3 \times 3)(3 \times 3)$, இது *324* முழுமையான வர்க்கம் என்பதைக் காட்டுகிறது. ஆகவே, $324 = (2 \times 3 \times 3)^2 = 18^2$ எனவே, $\sqrt{324} = 18$.

? ***156 முழுமையான வர்க்கமா?***

156 இன் பகா காரணிப்படுத்தல் ***$2 \times 2 \times 3 \times 13$.***

நாம் இந்த காரணிகளை ஜோடியாக்க முடியாது.

எனவே, ***156*** முழுமையான வர்க்கம் அல்ல.

? **பகா காரணிப்படுத்தலைப் பயன்படுத்தி *1156* மற்றும் *2800* முழுமையான வர்க்கங்களா என்பதைக் கண்டறியவும்.**

NOT TO BE REPUBLISHED @KTBS

நமக்குத் தெரிந்த மிக நெருக்கமான முழுமையான வர்க்கங்களைப் பார்ப்பதன் மூலமும், பின்னர் தேடுவதற்கான இடைவெளியைக் குறைப்பதன் மூலமும் பெரிய முழுமையான வர்க்கங்களின் வர்க்க மூலத்தை மதிப்பிட முடியும்.

எடுத்துக்காட்டாக, $\sqrt{1936}$ ஐக் கண்டறிய, நாம் பின்வருமாறு காரணப்படுத்தலாம்:

(i) ***1936*** என்பது ***1600 (40^2)*** மற்றும் ***2500 (50^2)*** க்கு இடையே உள்ளது, $40 < \sqrt{1936} < 50$.

(ii) ***1936*** இன் கடைசி இலக்கம் ***6***. எனவே, வர்க்க மூலத்தின் கடைசி இலக்கம் ***4*** அல்லது ***6*** ஆக இருக்க வேண்டும். அது ***44*** அல்லது ***46*** ஆக இருக்கலாம்.

(iii) நாம் ***45^2*** ஐக் கணக்கிட்டால், ***1936*** உடன் ஒப்பிட்டு ***40-50*** இலிருந்து ***40-45*** அல்லது ***45-50*** ஆக தேடும் இடைவெளியை பாதியாக குறைக்கலாம்.

$45^2 = (40 + 5)(40 + 5) = 40^2 + 2 \times 40 \times 5 + 5^2 = 1600 + 400 + 25 = 2025$

(iv) $2025 > 1936$ எனவே $40 < \sqrt{1936} < 45$

(v) புள்ளி (ii) இலிருந்து நாம் யூகித்து சரிபார்க்கலாம் $\sqrt{1936} = 44$.

பின்வரும் சூழ்நிலைகளைக் கருத்தில் கொள்ளுங்கள்-

அரிபாமும் பிஜுவும் ஒரு விளையாட்டு விளையாடுகிறார்கள். ஒருவர் ஒரு எண்ணைச் சொல்கிறார் மற்றும் மற்றவர் அதன் வர்க்க மூலத்துடன் பதிலளிக்கிறார். அரிபாம் தொடங்குகிறார். அவர் 25 என்று சொல்கிறார், பிஜூ விரைவாக 5 என்று பதிலளிக்கிறார். பின்னர் பிஜூ 81 என்று சொல்கிறார், அரிபாம் 9 என்று பதிலளிக்கிறார். அரிபாம் 250 என்று சொல்லும் வரை விளையாட்டு தொடர்கிறது. பிஜூவால் பதிலளிக்க முடியவில்லை ஏனெனில் 250 முழுமையான வர்க்கம் அல்ல. அரிபாம் பிஜூவிடம் குறைந்தபட்சம் 250 இன் வர்க்க மூலத்திற்கு நெருக்கமான ஒரு எண்ணையாவது வழங்க முடியுமா என்று கேட்கிறார்.

இதற்காக, பிஜூ 250 இன் வர்க்க மூலத்தை மதிப்பிட வேண்டும். $100 < 250 < 400$ மற்றும் $\sqrt{100} = 10$ மற்றும் $\sqrt{400} = 20$ என்று நமக்குத் தெரியும்.

எனவே, $10 < \sqrt{250} < 20$.

ஆனால், வர்க்கம் 250 ஆக இருக்கும் எண்ணுக்கு நாம் இன்னும் மிக நெருக்கமாக இல்லை.

$15^2 = 225$ மற்றும் $16^2 = 256$ என்று நமக்குத் தெரியும். எனவே, $15 < \sqrt{250} < 16$ என்பது 225ஐ விட 250க்கு மிகவும் நெருக்கமாக இருப்பதால், $\sqrt{250}$ தோராயமாக 16. அது 16க்கும் குறைவு என்பதையும் நாம் அறிவோம்.

வர்க்க மூலங்களை மதிப்பிடுவதற்கு தேவைப்படும் மற்றொரு சிக்கல் இங்கே உள்ளது.

அகிலுக்கு 125 செ.மீ^{2} பரப்பளவு கொண்ட ஒரு சதுர துணி உள்ளது. 15 செ.மீ பக்கம் கொண்ட ஒரு சதுர கைக்குட்டையை வெட்ட முடியுமா என்பதை அவர் அறிய விரும்புகிறார். இல்லையெனில், இந்த துணியிலிருந்து முழு எண் பக்க நீளத்துடன் வெட்டக்கூடிய அதிகபட்ச அளவு கைக்குட்டை என்னவென்று அவர் அறிய விரும்புகிறார். 125 முழுமையான வர்க்கம் அல்ல. மிக நெருக்கமான முழுமையான வர்க்கங்கள் $11^2 = 121$ மற்றும் $12^2 = 144$. எனவே இந்த துணியிலிருந்து வெட்டக்கூடிய முழு எண் பக்க நீளத்துடன் மிகப்பெரிய சதுர கைக்குட்டையின் பக்க நீளம் 11 செ.மீ.

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

இதைக் கண்டுபிடி

1. பின்வரும் எண்களில் எவை முழுமையான வர்க்கங்கள் அல்ல?
   (i) 2032 (ii) 2048 (iii) 1027 (iv) 1089

2. 64^2, 108^2, 292^2, 36^2 இவற்றில் எது கடைசி இலக்கமாக 4 ஐக் கொண்டுள்ளது?

3. $125^2 = 15625$ என்று கொடுக்கப்பட்டால், 126^2 இன் மதிப்பு என்ன?
   (i) 15625 + 126 (ii) $15625 + 26^2$ (iii) 15625 + 253
   (iv) 15625 + 251 (v) $15625 + 51^2$

4. 441 மீ^{2} பரப்பளவு கொண்ட ஒரு சதுரத்தின் பக்கத்தின் நீளத்தைக் கண்டறியவும்.

5. பின்வரும் ஒவ்வொரு எண்களாலும் வகுபடும் சிறிய வர்க்க எண்ணைக் கண்டறியவும்: 4, 9 மற்றும் 10.

6. பெருக்கல் முழுமையான வர்க்கமாக இருக்க 9408 ஐ எந்த சிறிய எண்ணால் பெருக்க வேண்டும்? பெருக்கலின் வர்க்க மூலத்தைக் கண்டறியவும்.

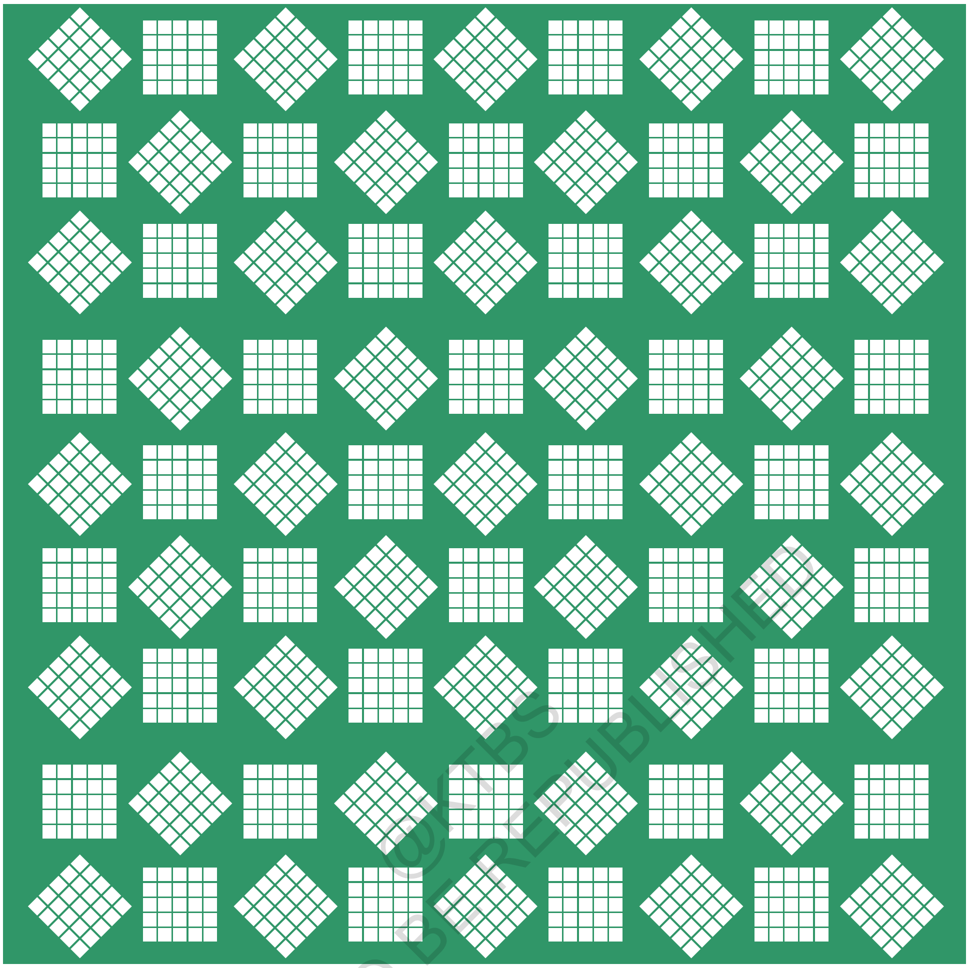
7. பின்வரும் எண்களின் வர்க்கங்களுக்கு இடையே எத்தனை எண்கள் உள்ளன?
   (i) 16 மற்றும் 17 (ii) 99 மற்றும் 100

8. பின்வரும் வடிவத்தில், விடுபட்ட எண்களை நிரப்பவும்:

$$1^2 + 2^2 + 2^2 = 3^2$$
$$2^2 + 3^2 + 6^2 = 7^2$$
$$3^2 + 4^2 + 12^2 = 13^2$$
$$4^2 + 5^2 + 20^2 = (___)^2$$
$$9^2 + 10^2 + (___)^2 = (___)^2$$

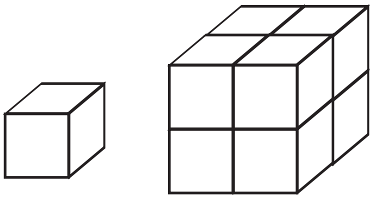
9. பின்வரும் படத்தில் எத்தனை சிறிய சதுரங்கள் உள்ளன? சிறிய சதுரங்களின் எண்ணிக்கையின் பகா காரணிப்படுத்தலை எழுதவும்.

NOT TO BE REPUBLISHED ©KTBS



@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

1.2 கன எண்கள்



வடிவியலில் இருந்து கனசதுரம் என்ற வார்த்தையை நீங்கள் அறிவீர்கள். ஒரு கணசதுரம் என்பது ஒரு திடப் பொருள் ஆகும். அதன் அனைத்து பக்கங்களும் செங்கோணங்களில் சந்தித்து சமமாக இருக்கும்.

1 செ.மீ பக்கம் கொண்ட எத்தனை கனசதுரங்கள் 2 செ.மீ பக்கம் கொண்ட கனசதுரத்தை உருவாக்குகின்றன?

❓ எத்தனை *1* செ.மீ பக்கம் கொண்ட கனசதுரங்கள் *3* செ.மீ பக்கம் கொண்ட கனசதுரத்தை உருவாக்கும்?

1, 8, 27,... **எண்களைக் கருத்தில் கொள்ளுங்கள்.**

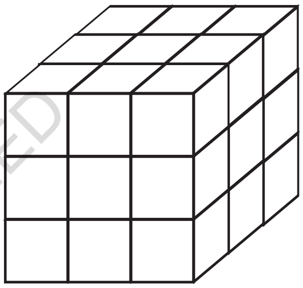
இந்த எண்கள் முழுமையான கனங்கள் என்று அழைக்கப்படுகின்றன. அவை ஏன் அவ்வாறு பெயரிடப்பட்டன என்பதை நீங்கள் காண முடிகிறதா?

அவை ஒவ்வொன்றும் ஒரு எண்ணை தன்னுடன் மூன்று முறை பெருக்குவதன் மூலம் பெறப்படுகின்றன. நாம் கவனிக்கிறோம்:

$$1 = 1 \times 1 \times 1$$

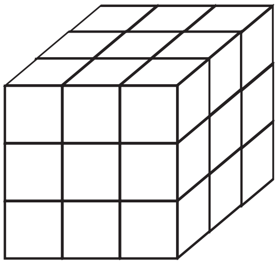
$$8 = 2 \times 2 \times 2$$

$$27 = 3 \times 3 \times 3$$



? 9 ஒரு கனமா?

$2 \times 2 \times 2 = 8$ மற்றும் $3 \times 3 \times 3 = 27$, என்பதை நாம் காண்கிறோம். இது ***9*** முழுமையான கனம் அல்ல என்பதைக் காட்டுகிறது. ***10*** முதல் ***26*** வரையிலான எந்த எண்ணும் முழுமையான கனம் அல்ல.



? ***4 அலகுகள் விளிம்பு நீளம் கொண்ட கனசதுரத்தில் அலகு கனசதுரங்களின் எண்ணிக்கையை மதிப்பிட முடியுமா?***

அதில் ***64*** அலகு கனசதுரங்கள் உள்ளன! நீங்கள் கவனமாகக் கவனித்தால், இந்த கனசதுரத்தின் ஒவ்வொரு அடுக்கிலும் ***4×4*** அலகு கனசதுரங்கள் உள்ளன. ஒவ்வொரு சதுர அடுக்கிலும் ***16*** அலகு கனசதுரங்கள் ***(4 × 4)*** உள்ளன, மற்றும் அத்தகைய ***4*** அடுக்குகள் உள்ளன, எனவே மொத்த அலகு கனசதுரங்களின் எண்ணிக்கை $4 \times 4 \times 4 = 64$, $5^3 = 5 \times 5 \times 5 = 125$ என்பதால், ***125*** ஒரு கனம்.

பொதுவாக, எந்த எண் nக்கும், கனத்தை $n \times n \times n$ என n^3 என எழுதுகிறோம்.

©KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

கீழே உள்ள அட்டவணையை நிரப்பவும்.

$1^3 = 1$	$11^3 = 1331$
$2^3 = 8$	$12^3 =$
$3^3 = 27$	$13^3 = 2197$
$4^3 = 64$	$14^3 = 2744$
$5^3 = 125$	$15^3 =$
$6^3 =$	$16^3 =$
$7^3 =$	$17^3 = 4913$
$8^3 =$	$18^3 = 5832$
$9^3 =$	$19^3 = 6859$
$10^3 =$	$20^3 =$

மேலே உள்ள அட்டவணையில் நீங்கள் என்ன வடிவங்களைக் கவனிக்கிறீர்கள்?

கணித பேச்சு

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

0, 1, 4, 5, 6, 9 மட்டுமே வர்க்கங்களுக்கு சாத்தியமான கடைசி இலக்கங்கள் என்று நமக்குத் தெரியும். கனங்களின் சாத்தியமான கடைசி இலக்கங்கள் என்ன?

வர்க்கங்களைப் போலவே, 1 இலக்கம், 2 இலக்கங்கள் மற்றும் 3 இலக்கங்கள் கொண்ட கனங்களின் எண்ணிக்கையை நீங்கள் கண்டுபிடிக்க முடியுமா? நீங்கள் என்ன கவனிக்கிறீர்கள்? ஒரு கனம் சரியாக இரண்டு பூஜ்ஜியங்களுடன் (00) முடியலாமா? விளக்கவும்.

பின்னங்கள்/தசம எண்களின் வர்க்கங்களை நாம் எடுக்கலாம் - $(\frac{4}{6})^2$, $(13.08)^2$ மற்றும் $(-6)^2$ - அதேபோல் அத்தகைய எண்களின் கனங்களையும் கணக்கிடலாம் - $(\frac{4}{6})^2$, $(13.08)^2$, மற்றும் $(-6)^2$.

- $(\frac{4}{6})^3$, $(13.08)^3$, மற்றும் $(-6)^3$

$$(\frac{4}{6})^3 = (\frac{4}{6}) \times (\frac{4}{6}) \times (\frac{4}{6}) = (\frac{64}{216})$$

$$(13.08)^3 = 13.08 \times 13.08 \times 13.08 = 2237.810112$$

$$(-6)^3 = -6 \times -6 \times -6 = -216.$$

டாக்ஸிகேப் எண்கள் (TAXI CAB)

ஒருமுறை ஸ்ரீனிவாச ராமானுஜன் கேம்பிரிட்ஜ் பல்கலைக்கழகத்தில் ஏ. ஏ. ஹார்டியுடன் பணிபுரிந்த போது, ஹார்டி ராமானுஜன் நோயாளியாக இருந்தபோது மருத்துவமனையில் அவரைப் பார்க்க வந்திருந்தார். ஹார்டி 1729 எண்ணிடப்பட்ட ஒரு டாக்ஸிகேப்பில் சென்றிருந்தார். மேலும் 1729 மிகவும் சலிப்பான எண் என்று அவர் குறிப்பிட்டார். இது ஒரு மோசமான அறிகுறி அல்ல என்று நம்புவதாக கூறினார். ராமானுஜன் உடனடியாக, ''இல்லை, ஹார்டி, இது மிகவும் சுவாரஸ்யமான எண். இரண்டு வழிகளில் இரண்டு கனங்களின் கூட்டுத்தொகையாக வெளிப்படுத்தக்கூடிய மிகச்சிறிய எண் இது'' என்று பதிலளித்தார்.

$$1729 = 1^3 + 12^3$$
$$= 9^3 + 10^3$$

இந்தக் கதையின் காரணமாக, 1729 ஹார்டி-ராமானுஜன் எண் என்று அறியப்படுகிறது. இரண்டு வழிகளில் இரண்டு கனங்களின் கூட்டுத்தொகையாக வெளிப்படுத்தக்கூடிய எண்கள் **டாக்ஸிகேப் எண்கள்** என்று அழைக்கப்படுகின்றன.

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

? 1729 க்குப் பிறகு அடுத்த இரண்டு டாக்ஸிகேப் எண்கள் 4104 மற்றும் 13832. இவை ஒவ்வொன்றையும் இரண்டு நேர்மறை கனங்களின் கூட்டுத்தொகையாக வெளிப்படுத்தக்கூடிய இரண்டு வழிகளைக் கண்டறியவும்.

முயற்சி செய்க

ராமானுஜன் இதை எப்படி அறிந்தார்? சரி, அவர் எண்களை நேசித்தார். அவரது வாழ்நாள் முழுவதும், அவர் எண்களுடன் விளையாடிக் கொண்டிருந்தார். கேம்பிரிட்ஜில் ராமானுஜன் இருந்த காலத்தில், மற்றவர்களுக்கு தன்னிச்சையாகத் தோன்றும் எண்களில் ஆழமான வடிவங்களைக் காணும் அவரது திறனை அவரது சக பணியாளர்கள் அடிக்கடி வியந்தனர். அவரது சக பணியாளரான ஜான் லிட்டில்வுட் ஒருமுறை கூறினார், ''ஒவ்வொரு நேர்மறை முழு எண்ணும்

அவரின் ராமானுஜனின் தனிப்பட்ட நண்பர்களில் ஒருவராக இருந்தது''.

முழுமையான கனங்களும் தொடர்ச்சியான ஒற்றைப்படை எண்களும்

தொடர்ச்சியான ஒற்றைப்படை எண்கள் கனங்களுடனும் ஒரு பங்கு வகிக்கின்றன. பின்வரும் வடிவத்தைப் பாருங்கள்:

$$1 = 1 = 1^3$$

$$3 + 5 = 8 = 2^3$$

$$7 + 9 + 11 = 27 = 3^3$$

$$13 + 15 + 17 + 19 = 64 = 4^3$$

$$21 + 23 + 25 + 27 + 29 = 125 = 5^3$$

$$31 + 33 + 35 + 37 + 39 + 41 = 216 = 6^3.$$

இந்தத் தொடரில் பின்னர், பின்வரும் தொடர்ச்சியான எண்களின் தொகுப்பைப் பெறுகிறோம்:

$91 + 93 + 95 + 97 + 99 + 101 + 103 + 105 + 107 + 109.$

? கணக்கீடு செய்யாமல் இந்தக் கூட்டுத்தொகை என்னவென்று நீங்கள் சொல்ல முடியுமா?

கன மூலங்கள்

$8 = 2^3$ என்று நமக்குத் தெரியும். 2 ஐ 8 இன் கன மூலம் என்று அழைக்கிறோம், இதை $\sqrt[3]{8} = 2$ என குறிக்கிறோம். மேலும் பொதுவாக, $y=x^3$, எனில், x என்பது y இன் கன மூலம் இது $x=\sqrt[3]{y}$ என குறிக்கப்படுகிறது. எனவே, $\sqrt[3]{8} = 2$ $\sqrt[3]{2^3} = 2.$

அதேபோல், $\sqrt[3]{27} = \sqrt[3]{3^3} = 3$ மற்றும் $\sqrt[3]{1000} = \sqrt[3]{10^3} = 10$ பொதுவாக, $\sqrt[3]{n^3} = n$

ஒரு எண் கனமா என்பதை எவ்வாறு கண்டுபிடிப்பது? வர்க்கங்களின் விஷயத்தில் இருந்து உத்வேகம் பெற்று, பகா காரணிப்படுத்தலைப் பயன்படுத்த முடியுமா என்று பார்ப்போம்.

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

3375 முழுமையான கனமா என்று சரிபார்ப்போம்.

$$3375 = 3 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5 \times 5.$$

காரணிகளை மூன்று ஒரே மாதிரியான குழுக்களாகப் பிரிக்க முடியுமா? 3375 க்கு, நாம் மூன்று குழுக்களை (3 × 5) உருவாக்க முடியும். எனவே,

$$3375 = (3 \times 5) \times (3 \times 5) \times (3 \times 5)$$
$$= (3 \times 5)^3 = 15^3.$$

மற்றொரு வழி காரணிகளை மும்மடங்குகளாகக் குழுவாக்க முடியுமா என்று சரிபார்ப்பது: $3375 = (3 \times 3 \times 3) \times (5 \times 5 \times 5) = 3^3 \times 5^3$.

இதன் பொருள் $\sqrt[3]{3375} = 15$.

500 முழுமையான கனமா?

$500 = 2 \times 2 \times 5 \times 5 \times 5$ காரணிகளை மூன்று ஒரே மாதிரியான குழுக்களாகப் பிரிக்க முடியாது என்பதை நாம் காண்கிறோம். எனவே, 500 முழுமையான கனம் அல்ல.

ஒரு எண்ணை பகா காரணிப்படுத்துதல்	அதன் கனத்தின் பகா காரணிப்படுத்துதல்
$4 = 2 \times 2$	$4^3 = 64 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^3 \times 2^3$
$6 = 2 \times 3$	$6^3 = 216 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 = 2^3 \times 3^3$
$15 = 3 \times 5$	$15^3 = 3375 = 3 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5 \times 5 = 3^3 \times 5^3$
$12 = 2 \times 2 \times 3$	$12^3 = 1728 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 = 2^3 \times 2^3 \times 3^3$

ஒரு எண்ணின் ஒவ்வொரு பகா காரணியும் அதன் கனத்தின் பகா காரணிப்படுத்தலில் மூன்று முறை தோன்றும் என்பதைக் கவனிக்கவும்.

இந்த எண்களின் கன மூலங்களைக் கண்டறியவும்:

(i) $\sqrt[3]{64}$ = (ii) $\sqrt[3]{512}$ = (iii) $\sqrt[3]{729}$ =

©KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

தொடர்ச்சியான வேறுபாடுகள்

தொடர்ச்சியான முழுமையான வர்க்கங்களுக்கு இடையே உள்ள வேறுபாடுகள் ஒற்றைப்படை எண்களின் வரிசையைக் கொடுக்கின்றன என்று நமக்குத் தெரியும். கீழே உள்ள படத்தைக் கவனியுங்கள், அங்கு முழுமையான வர்க்கங்களுக்கு வேறுபாடுகள் தொடர்ச்சியாகக் கணக்கிடப்படுகின்றன. இரண்டு நிலைகளுக்குப் பிறகு, அனைத்து வேறுபாடுகளும் ஒரே மாதிரியாக இருக்கும்.

முழுமையான வர்க்கங்கள்:

1 4 9 16 25 36 ...

நிலை *1:* **3 5 7 9 11 ...**

நிலை *2:* **2 2 2 2 ...**

? அனைத்து வேறுபாடுகளும் ஒரே மாதிரியா இருக்கும் வரை முழுமையான கனங்களுக்கு நிலைகளின் மூலம் தொடர்ச்சியான வேறுபாடுகளைக் கணக்கிடவும். நீங்கள் என்ன கவனிக்கிறீர்கள்?

முழுமையான கனங்கள்:

1 8 27 64 125 216 ...

1.3 வரலாற்றின் ஒரு சிட்டிகை

அறியப்பட்ட முதல் முழுமையான வர்க்கங்கள் மற்றும் முழுமையான கனங்களின் பட்டியல் கி.மு. *1700* ஆண்டுகளுக்கு முன்பு பாபிலோனியர்களால் தொகுக்கப்பட்டது. களிமண் மாத்திரைகளில் காணப்பட்ட இந்தப் பட்டியல்கள், நில அளவீடு, கட்டடக் கலை வடிவமைப்பு மற்றும் வடிவியல் கணக்கீடுகள் தேவைப்படும் பிற பகுதிகளில் உள்ள சிக்கல்களில் வர்க்க மூலங்களையும் கன மூலங்களையும் விரைவாகக்

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

கண்டறிய பயன்படுத்தப்பட்டன.

பண்டைய சமஸ்கிருத நூல்களில் வர்கா என்ற சொல் வர்க்க உருவம் அல்லது அதன் பரப்பளவு மற்றும் வர்க்க அடுக்கு இரண்டிற்கும் பயன்படுத்தப்பட்டது, மேலும் கனா என்ற சொல் திடமான கனசதுரம் மற்றும் ஒரு எண்ணை மூன்று முறை பெருக்கியதற்கும் பயன்படுத்தப்பட்டது. நான்காவது அடுக்கு வர்க-வர்க என்று அழைக்கப்பட்டது. இந்த சொற்கள் குறைந்தபட்சம் கி.மு. மூன்றாம் நூற்றாண்டிலிருந்து இந்தியாவில் பயன்படுத்தப்பட்டன.

ஆர்யபட்டர் (கி.பி. 499) கூறுகிறார்:

''நான்கு சம பக்கங்களின் சதுர உருவம் மற்றும் அதன் பரப்பளவைக் குறிக்கும் எண் வர்கம் என்று அழைக்கப்படுகிறது. இரண்டு சம அளவுகளின் பெருக்கலும் வர்கம் என்று அழைக்கப்படுகிறது.'' எனவே, வர்க்க அடுக்குக்கான வர்கம் என்ற சொல் சதுர உருவத்தின் வரைபட பிரதிநிதித்துவத்தில் தோன்றியது.

வர்க்க மூலம், கன மூலம், போன்றவைக்கு மூலம் என்ற வார்த்தை ஏன் பயன்படுத்தப்படுகிறது?

ஏனெனில், பண்டைய இந்தியாவில், தாவரத்தின் மூலம், அடிப்படை, காரணம், தோற்றம் போன்றவற்றைக் குறிக்கும் சமஸ்கிருத வார்த்தையான மூலா, மூலங்களை எடுக்கும் கணித செயல்பாடுகளுக்குப் பயன்படுத்தப்பட்டது. சமஸ்கிருதத்தில், வர்க-மூலா (வர்க்கத்தின் அடிப்படை, காரணம், தோற்றம்) வர்க்க-மூலத்திற்கும், கன-மூலா கன-மூலத்திற்கும் பயன்படுத்தப்பட்டது. மூலத்திற்கான கணிதக் கருத்துக்கான மூலாவின் இந்த பயன்பாடு பின்னர் அரேபிய மற்றும் லத்தீன் மொழிகளில் தாவரத்தின் மூலத்திற்கான அவற்றின் தொடர்புடைய சொற்களான ஜித்ர் மற்றும் ராடிக்ஸ் மூலம் பின்பற்றப்பட்டது. மூலத்திற்கான மூலா என்ற சொல் குறைந்தபட்சம் கி.மு. முதல் நூற்றாண்டிலிருந்து இந்தியாவில் பயன்படுத்தப்ப ட்டுள்ளது. பயன்படுத்தப்பட்ட மற்றொரு சொல் பாதா (கால், அடிப்படை, காரணம், தோற்றம்). பிரம்மகுப்தர் (கி.பி. 628) விளக்குகிறார். ஒரு க்ருதியின் (வர்க்கம்) பாதா (மூலம்)

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

என்பது அதன் வர்க்கமாக இருப்பதாகும்.

இதைக் கண்டுபிடி

1. *27000* மற்றும் *10648* இன் கன மூலங்களைக் கண்டறியவும்.
2. *1323* ஐ ஒரு கன எண்ணாக மாற்ற எந்த எண்ணால் பெருக்குவீர்கள்?
3. உண்மை அல்லது பொய் என்று கூறவும். உங்கள் காரணத்தை விளக்கவும்.
   (i) எந்த ஒற்றைப்படை எண்ணின் கனமும் இரட்டைப்படை.
   (ii) *8* உடன் முடியும் எண் முழுமையான கனம் இல்லை.
   (iii) *2* இலக்க எண்ணின் கனம் *3* இலக்க எண்ணாக இருக்கலாம்.
   (iv) *2* இலக்க எண்ணின் கனம் ஏழு அல்லது அதற்கு மேற்பட்ட இலக்கங்களைக் கொண்டிருக்கலாம்.
   (v) கன எண்கள் ஒற்றைப்படை எண்ணிக்கையில் காரணிகளைக் கொண்டுள்ளன.
4. *1331* முழுமையான கனம் என்று உங்களுக்குச் சொல்லப்படுகிறது. காரணிப்படுத்தல் இல்லாமல் அதன் கன மூலம் என்னவென்று யூகிக்க முடியுமா? அதேபோல், *4913*, *12167* மற்றும் *32768* இன் கன மூலங்களை யூகிக்கவும்.
5. பின்வருவனவற்றில் எது மிகப்பெரியது? உங்கள் காரணத்தை விளக்கவும்.

   (i) $67^3 - 66^3$ (ii) $43^3 - 42^3$ (iii) $67^3 - 66^3$ (iv) $43^3 - 42^3$

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

சுருக்கம்

- ஒரு எண்ணை தன்னுடன் பெருக்குவதன் மூலம் பெறப்படும் எண் **வர்க்க எண்** என்று அழைக்கப்படுகிறது. இயல்பு எண்களின் வர்க்கங்கள் முழுமையான வர்க்கங்கள் என்று அழைக்கப்படுகின்றன.
- அனைத்து முழுமையான வர்க்கங்களும் 0, 1, 4, 5, 6 அல்லது 9 உடன் முடிகின்றன. வர்க்கங்கள் இறுதியில் இரட்டைப்படை எண்ணிக்கையில் பூஜ்ஜியங்களை மட்டுமே கொண்டிருக்க முடியும்.
- **வர்க்க மூலம்** என்பது வர்க்கத்தின் தலைகீழ் செயல்பாடு. ஒவ்வொரு முழுமையான வர்க்கத்திற்கும் இரண்டு ஒருங்கிணைந்த வர்க்க மூலங்கள் உள்ளன. ஒரு எண்ணின் நேர்மறை வர்க்க மூலம் $\sqrt{}$ குறியீட்டால் குறிக்கப்படுகிறது. எடுத்துக்காட்டாக, $\sqrt{9} = 3$.
- ஒரு எண்ணை தன்னுடன் மூன்று முறை பெருக்குவதன் மூலம் பெறப்படும் எண் **கனம்** என்று அழைக்கப்படுகிறது. எடுத்துக்காட்டாக 1, 8, 27,... போன்றவை கனங்கள்.
- ஒரு எண்ணின் பகா காரணிகளை இரண்டு ஒரே மாதிரியான குழுக்களாகப் பிரிக்க முடிந்தால் அது முழுமையான வர்க்கம்.
- ஒரு எண்ணின் பகா காரணிகளை மூன்று ஒரே மாதிரியான குழுக்களாகப் பிரிக்க முடிந்தால் அது முழுமையான கனம்.
- $\sqrt[3]{\ }$ குறியீடு கன மூலத்தைக் குறிக்கிறது. எடுத்துக்காட்டாக, $\sqrt[3]{27} = 3$.

@KTBS
NOT TO BE REPUBLISHED

இது புதிர் நேரம்!

வர்க்க ஜோடிகள்!

பின்வரும் எண்களைப் பாருங்கள்: **3, 6, 10, 15, 1**

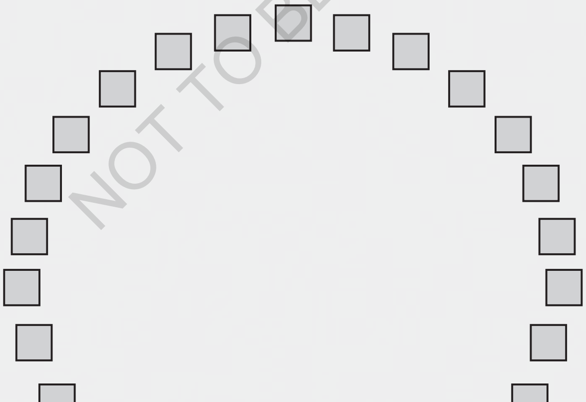
அருகில் உள்ள ஒவ்வொரு ஜோடி எண்களும் ஒரு வர்க்கத்தைக் கூட்டும் வகையில் அவை ஏற்பாடு செய்யப்பட்டுள்ளன.

$3 + 6 = 9, \quad 6 + 10 = 16, \quad 10 + 15 = 25, \quad 15 + 1 = 16.$

இதே வழியில் **1** முதல் **17** வரையிலான எண்களை (திரும்ப வராமல்) ஒரு வரிசையில் ஏற்பாடு செய்ய முயற்சிக்கவும்- ஒவ்வொரு அருகில் உள்ள ஜோடி எண்களின் கூட்டுத்தொகையும் ஒரு வர்க்கமாக இருக்க வேண்டும்.

அவற்றை ஒன்றுக்கு மேற்பட்ட வழிகளில் ஏற்பாடு செய்ய முடியுமா? இல்லையெனில், என்று விளக்க முடியுமா?

1 முதல் **32** வரையிலான எண்களுடன் (திரும்ப வராமல்) அதே செயலைச் செய்ய முடியுமா, ஆனால் இந்த முறை எல்லா இந்த எண்களையும் ஒரு வட்டத்தில் ஏற்பாடு செய்யவும்?



©KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

2 அடுக்கு விளையாட்டு

POWER PLAY

A6I8B4

2.1 அடுக்கு விளையாட்டை உணருதல்

ஒருதாளை எடுத்துக்கொள்ளுங்கள், உங்களால் கண்டுபிடிக்கக்கூடிய பெரிய தாளை எடுத்து அதை ஒரு முறை மடியுங்கள். மீண்டும் மடியுங்கள். மீண்டும் மீண்டும் மடியுங்கள்.

? நீங்கள் அதை மீண்டும் மீண்டும் எத்தனை முறை மடிக்க முடியும்?

- எஸ்டு கூறுகிறார் ஒரு தாளை 7 முறைக்கு மேல் மடிக்க முடியாது என்று நான் கேள்விப்பட்டேன்.
- ராக்ஸி பதிலளிக்கிறார் மெல்லிய தாளை, செய்தித்தாள் அல்லது டிஷ்யூ பேப்பரை பயன்படுத்தினால் என்ன?
- வெவ்வேறு வகை தாள்களைப் பயன்படுத்தி முயற்சி செய்து என்ன நடக்கிறது என்று பாருங்கள்.

©KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

? உங்களால் விரும்பியவரை தாளை மடிக்க முடியும் என்று வைத்துக் கொள்வோம். 30 முறை மடித்த பிறகு அதன் தடிமன் எவ்வளவு இருக்கும்? ஒரு யூகத்தை சொல்லுங்கள்.

46 முறை மடித்த பிறகு தாள் எவ்வளவு தடிமனாக இருக்கும் என்பதைக் கண்டறிவோம். தாளின் தடிமன் 0.001 செ.மீ. என்று வைத்துக்கொள்வோம்.

? பின்வரும் அட்டவணை ஒவ்வொரு மடிப்புக்குப் பிறகும் தடிமனைப் பட்டியலிடுகிறது. ஒவ்வொரு மடிப்புக்குப் பிறகும் தடிமன் இரட்டிப்பாகிறது என்பதை கவனியுங்கள்.

மடிப்பு	தடிமன்	மடிப்பு	தடிமன்	மடிப்பு	தடிமன்
1	0.002 செ.மீ.	7	0.128 செ.மீ.	13	8.192 செ.மீ.
2	0.004 செ.மீ.	8	0.256 செ.மீ.	14	16.384 செ.மீ.
3	0.008 செ.மீ.	9	0.512 செ.மீ.	15	32.768 செ.மீ.
4	0.016 செ.மீ.	10	1.024 செ.மீ.	16	65.536 செ.மீ.
5	0.032 செ.மீ.	11	2.048 செ.மீ.	17	≈ 131 செ.மீ.
6	0.064 செ.மீ.	12	4.096 செ.மீ.		

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

(குறியீடு = 'தோராயமாக சமம்' என்று குறிக்கிறது.)

10 மடிப்புகளுக்குப் பிறகு, தடிமன் 1செ.மீ.க்கு சற்று அதிகமாக உள்ளது (1.024 செ.மீ.).

17 மடிப்புகளுக்குப் பிறகு, தடிமன் சுமார் 131 செ.மீ. (4 அடிக்கு சற்று அதிகம்).

? இப்போது 30 மடிப்புகளுக்குப் பிறகு தடிமன் எவ்வளவு இருக்கும் என்று நீங்கள் நினைக்கிறீர்கள்?

கணித பேச்சு

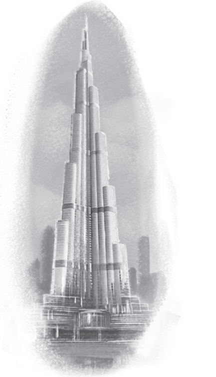
45 மடிப்புகளுக்குப் பிறகு ஒரு யூகம் சொல்லுங்கள்.

? கீழே உள்ள அட்டவணையை நிரப்பவும்.

மடிப்பு	தடிமன்	மடிப்பு	தடிமன்	மடிப்பு	தடிமன்
18	≈ 262 செ.மீ.	21		24	
19	≈ 524 செ.மீ.	22		25	
20	≈ 10.4 செ.மீ.	23		26	

26 மடிப்புகளுக்குப் பிறகு, தடிமன் தோராயமாக 670மீ. உலகின் மிக உயரமான கட்டிடமான துபாயில் உள்ள புரஜ் கல்ஃபா 830 மீ. உயரம் கொண்டது.

மடிப்பு	தடிமன்	மடிப்பு	தடிமன்
27	≈ 1.3கி.மீ.	29	
28		30	



30 மடிப்புகளுக்குப் பிறகு, தாளின் தடிமன் சுமார் 10.7 கி.மீ., விமானங்கள் பறக்கும் வழக்கமான உயரம். கடலில் கண்டுபிடிக்கப்பட்ட ஆழமான புள்ளி மரியானா அகழி, 11 கி.மீ. ஆழம் கொண்டது.

மடிப்பு	தடிமன்	மடிப்பு	தடிமன்	மடிப்பு	தடிமன்
31		36		41	
32		37		42	
33		38		43	
34		39		44	
35		40		45	

வெறும் 46 மடிப்புகளுக்குப் பிறகு, தடிமன் 7,00,000 கி.மீ.க்கு மேல் உள்ளது என்ற உண்மையை ஏற்றுக்கொள்வது கடினமாக இருக்கலாம். இதுதான் **பெருக்கல் வளர்ச்சியின் சக்தி** (multiplicative growth), இதை **அடுக்கு வளர்ச்சி** (exponential growth) என்றும் அழைக்கிறோம் வளர்ச்சியை பகுப்பாய்வு செய்வோம்.

ஒவ்வொரு மடிப்புக்குப் பிறகும் தடிமன் இரட்டிப்பாகிறது என்று பார்த்தோம்.

© TBS NOT TO BE REPUBLISHED

மடிப்பு 4	0.016 செ.மீ.
மடிப்பு 5	0.032 செ.மீ.

மடிப்பு 9	0.512 செ.மீ.
மடிப்பு 10	1.024 செ.மீ.

இரண்டு மடிப்புகளுக்குப் பிறகு தடிமனில்

ஏற்படும் மாற்றத்தைக் கவனியுங்கள். 0.064 செ.மீ. எவ்வளவு அதிகரிக்கிறது? 0.016 செ.மீ.

மடிப்பு 4	0.016 செ.மீ.
மடிப்பு 6	0.064 செ.மீ.

எந்த 3 மடிப்புகளுக்குப் பிறகும், தடிமன் 8 மடங்கு அதிகரிக்கிறது (=2×2×2). இது உண்மையா என்று சரிபார்க்கவும். இதேபோல், எந்த புள்ளியிலிருந்தும், 10 மடிப்புகளுக்குப் பிறகு தடிமன் 1024மடங்குஅதிகரிக்கிறது(=2ஐதன்னைத்தானே10முறைபெருக்கியது). கீழே உள்ள அட்டவணையில் காட்டப்பட்டுள்ளது.

NOT TO BE REPUBLISHED @KTBS

மடிப்பு	தடிமன்	எத்தனை மடங்கு அதிகரித்தது
0 முதல்10	1.024 செ.மீ. – 0.001 செ.மீ. = 1.023 செ.மீ.	1.024 ÷ 0.001 = 1024
10 முதல் 20	10.485 மீ. – 1.024 செ.மீ. ≈ 10.474மீ.	10.485 மீ. ÷ 1.024 செ.மீ. = 1024
20 முதல் 30	10.737கி.மீ.. – 10.485 மீ. ≈ 10.726 கி.மீ.	10.737கி.மீ. ÷ 10.485 மீ. = 1024
30 முதல் 40	10995 கி.மீ. – 10.737 கி.மீ. ≈ 10984.2 கி.மீ.	10995 கி.மீ. ÷ 10.737 கி.மீ. = 1024

2.2 அடுக்கு குறியீடு மற்றும் செயல்பாடுகள்

தாளின் ஆரம்ப தடிமன் 0.001செ.மீ.

ஒரு முறை மடித்தவுடன், அதன் தடிமன் 0.001 செ.மீ. × 2 = 0.002 செ.மீ. ஆனது

இரண்டு முறை மடித்தால், அதன் தடிமன் -0.001 செ.மீ. × 2 × 2 = 0.004 செ.மீ. அல்லது 0.001 செ.மீ து × 2^2 = 0.004 செ.மீ (சுருக்க வடிவில்).

மூன்று முறை மடித்தவுடன், அதன் தடிமன்- 0.001 செ.மீ., $\times 2 \times 2 \times 2$, அல்லது 0.001 செ.மீ., $\times 2^3 = 0.008$செ.மீ.

நான்கு முறை மடித்தால், அதன் தடிமன்- 0.001 செ.மீ., $\times 2 \times 2 \times 2 \times 2$, அல்லது 0.001 செ.மீ., $\times 2^4 = 0.016$ செ.மீ.,

இதேபோல், 7 முறை மடித்தபோது தாளின் தடிமனுக்கான வெளிப்பாடு 0.001 செ.மீ., $\times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$, அல்லது 0.001 செ.மீ.$\times 2^7 = 0.128$ செ.மீ.

வர்க்க எண்களை n^2 ஆகவும் கன எண்களை n^3 ஆகவும் வெளிப்படுத்தலாம் என்று பார்த்தோம்.

$n \times n = n^2$ (n சதுரம் அல்லது 'n' அடுக்கு 2க்கு உயர்த்தப்பட்டது என்று படிக்கவும்)

$n \times n \times n = n^3$ ('n' கனம் அல்லது 'n' அடுக்கு 3க்கு உயர்த்தப்பட்டது என்று படிக்கவும்)

$n \times n \times n \times n = n^4$ ('n' அடுக்கு 4க்கு உயர்த்தப்பட்டது அல்லது 'n' இன 4வது அடுக்கு என்று படிக்கவும்)

$n \times n \times n \times n \times n \times n \times n = n^7$ (n அடுக்கு 7க்கு உயர்த்தப்பட்டது அல்லது 'n' இன் 7வது அடுக்கு என்று படிக்கவும்) மற்றும் பல.

பொதுவாக, n தன்னைத்தானே a முறை பெருக்கியதைக் குறிக்க n^a என்று எழுதுகிறோம்.

$5^4 = 5 \times 5 \times 5 \times 5 = 625$

> 5^4ஐ 5ன் அடுக்கு 4 அல்லது 5இன் 4வது அடுக்கு என படிக்கவும்.

5^4 என்பது 625இன் அடுக்கு வடிவம் இங்கே, 4 என்பது அடுக்கு மற்றும் 5 என்பது அடிமானம், 5^n வடிவத்தி அடுக்குகளை 5இன் அடுக்குகள் என்று அழைக்கிறோம்: 5^1, 5^2, 5^3, 5^4, போன்றவை. 5 அடுக்கு 4க்கு உயர்த்தப்பட்டது $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^{10} = 1024$. முன்பிருந்து 1024 நினைவிருக்கிறதா? அங்கே, ஒவ்வொரு 10 மடிப்புகளுக்குப் பிறகும் தடிமன் 1024 மடங்கு அதிகரித்தது

? என்று பொருள். 10 முறை மடித்த பிறகு தாளின் தடிமனை எந்த வெளிப்பாடு விவரிக்கிறது? ஆரம்ப தடிமன் v என்ற எழுத்து எண்ணால் குறிக்கப்படுகிறது.

(i) $10v$ (ii) $10 + v$ (iii) $2 \times 10 \times v$

(iv) 2^{10} (v) $2^{10}v$ (vi) $10^{2}v$

அடுக்கு குறியீட்டின் மேலும் சில எடுத்துக்காட்டுகள்

$4 \times 4 \times 4 = 4^3 = 64$.

$(-4) \times (-4) \times (-4) = (-4)^3 = -64$.

இதேபோல்,

$a \times a \times a \times b \times b$ ஐ a^3b^2 என வெளிப்படுத்தலாம் (a கனம் b சதுரம் என படிக்கவும்).

$a \times a \times b \times b \times b$ ஐ a^2b^4 என வெளிப்படுத்தலாம் (a சதுரம் b அடுக்கு 4க்கு உயர்த்தப்பட்டது என படிக்கவும்). $4 + 4 + 4 = 3 \times 4 = 12$, ஆனால் $4 \times 4 \times 4 = 4^3 = 64$. என்பதை நினைவில் கொள்ளுங்கள்.

? 32400 என்ற எண்ணை அதன் முதன்மை காரணிகளின் பெருக்கலாக வெளிப்படுத்தி, முதன்மை காரணிகளை அவற்றின் அடுக்கு வடிவத்தில் குறிப்பிடவும்.

2	32400
2	16200
2	8100
2	4050
5	2025
5	405
3	81
3	27
3	9
3	3
	1

$32400 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 5 \times 5 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3$.

அடுக்கு வடிவத்தில், இது $32400 = 2^4 \times 5^2 \times 3^4$

? $(-1)^5$ என்றால் என்ன? அது நேர்மறையா அல்லது எதிர்மறையா? $(-1)^{56}$ பற்றி என்ன?

? $(-2)^4 = 16$ ஆ? சரிபார்க்கவும்.

0^2, 0^5 என்றால் என்ன? 0^n என்றால் என்ன? **?**

? இதைக் கண்டுபிடி

1. பின்வருவனவற்றை அடுக்கு வடிவத்தில் வெளிப்படுத்தவும்:

(i) $6 \times 6 \times 6 \times 6$ (ii) $y \times y$

(iii) $b \times b \times b \times b$ (iv) $5 \times 5 \times 7 \times 7 \times 7$

(v) $2 \times 2 \times a \times a$ (vi) $a \times a \times a \times c \times c \times c \times c \times d$

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

2. பின்வருவனவற்றை ஒவ்வொன்றையும் அவற்றின் முதன்மை காரணிகளின் சக்திகளின் பெருக்கலாக அடுக்கு வடிவத்தில் வெளிப்படுத்தவும்

(i) 648 (ii) 405 (iii) 540 (iv) 3600

3. பின்வருவனவற்றின் ஒவ்வொன்றின் எண் மதிப்பை எழுதவும்:

(i) 2×10^3 (ii) $7^2 \times 2^3$

(iii) 3×4^4 (iv) $(-3)^2 \times (-5)^2$

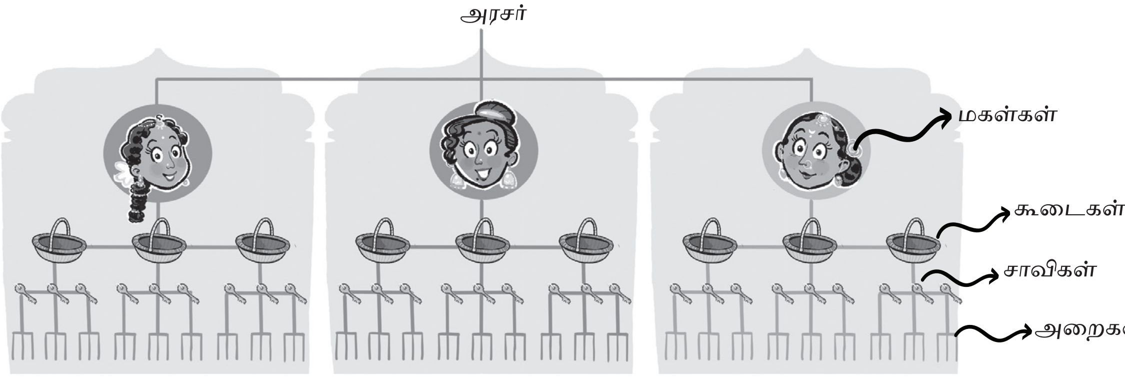
(v) $3^2 \times 10^4$ (vi) $(-2)^5 \times (-10)^6$

ஒளிரும் கற்கள்...

? ஆர்வமுள்ள கண்களைக் கொண்ட மூன்று மகள்கள், ஒவ்வொருவருக்கும் மூன்று கூடைகள் - அரசு பரிசு. ஒவ்வொரு கூடையிலும் மூன்று வெள்ளி சாவிகள், ஒவ்வொன்றும் மூன்று பெரிய அறைகளை எளிதாக திறக்கும். ஒவ்வொரு அறையிலும் மேசைகள்- ஒன்று, இரண்டு, மூன்று, ஒவ்வொன்றிலும் மூன்று பிரகாசமான மாலைகள், நீங்கள் பார்க்கிறீர்கள் ஒவ்வொரு மாலையிலும் மூன்று வைரங்கள் மிகவும் நன்றாக உள்ளன இந்த ஒளிரும் கற்களை எண்ண முடியுமா?

? **குறிப்பு:** கூடைகள் மற்றும் அறைகளின் எண்ணிக்கையைக் கண்டறியவும். மொத்தம் எத்தனை அறைகள் இருந்தன?

கொடுக்கப்பட்ட தகவலை கீழே காட்டியுள்ளபடி காட்சிப்படுத்த முடியும்.



© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

வரைபடத்திலிருந்து, அறைகளின் எண்ணிக்கை 3^4 இதை 3ஐ தன்னைத்தானே மீண்டும் மீண்டும் பெருக்குவதன் மூலம் கணக்கிட முடியும்,

$$3 \times 3 = 9.$$
$$9 \times 3 = 27.$$
$$27 \times 3 = 81.$$
$$81 \times 3 = 243.$$

❓ மொத்தம் எத்தனை வைரங்கள் இருந்தன? மேலே உள்ள பெருக்கல்களைப் பயன்படுத்தி ஒரே ஒரு பெருக்கல் மூலம் கண்டறிய முடியுமா?

வைரங்களின் எண்ணிக்கை $3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 3^7$

நாம் எழுதலாம் $3^7 = (3 \times 3 \times 3 \times 3) \times (3 \times 3 \times 3)$ நாம் 3^4 வரை கணக்கிட்டோம் 3^7 ஐ கண்டறிய, $3^4 (= 81)$ ஐ $3^3 (= 27)$ உடன் பெருக்கினால் போதும்.

$$= 3^4 \times 3^3 \qquad \underbrace{3 \times 3 \times 3 \times 3}_{3^4} \times \underbrace{3 \times 3 \times 3}_{3^3}$$

$$= 81 \times 27 = 2187$$

❓ 3^7 ஐ $3^2 \times 3^5$ என்றும் எழுதலாம். ஏன் என்று காரணம் சொல்ல முடியுமா? இதை அடுக்குகள் அதே எழுத்து எண்களாக இருக்கும் பெருக்கல்களுக்கு எளிதில் நீட்டிக்க முடியும்.

❓ $p^4 \times p^6$ பெருக்கலை அடுக்கு வடிவத்தில் எழுதவும்.

$p^4 \times p^6 = (p \times p \times p \times p) \times (p \times p \times p \times p \times p \times p) = p^{10}$.

இதை நாம் பொதுமைப்படுத்தலாம்.

$n^a \times n^b = n^{a+b}$, இங்கே a மற்றும் b எண்ணும் எண்கள்.

❓ இந்த கவனிப்பைப் பயன்படுத்தி பின்வருவனவற்றைக் கணக்கிடவும்,

(i) 2^9 (ii) 5^7 (iii) 4^6

4^6 ஐ இந்த இரண்டு வழிகளில் மதிப்பீடு செய்யலாம்.

கணித பேச்சு

©KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

$(4 \times 4 \times 4) \times (4 \times 4 \times 4) = 4^3 \times 4^3$ $= 64 \times 64$ $= 4096.$ $4^3 \times 4^3$ என்பது 4^3 இன் சதுரம், அதாவது, $4^3 \times 4^3$ ஐ $(4^3)^2$ என்றும் எழுதலாம்.	$(4 \times 4) \times (4 \times 4) \times (4 \times 4) = 4^2 \times 4^2 \times 4^2$ $= 16 \times 16 \times 16$ $= 4096.$ $4^2 \times 4^2 \times 4^2$ என்பது 4^2 இன் கனம், அதாவது, $4^2 \times 4^2 \times 4^2$ ஐ $(4^2)^3$ என்றும் எழுதலாம்.

இதேபோல், $7^4 = (7 \times 7) \times (7 \times 7) = 7^2 \times 7^2 = (7^2)^2$, மற்றும்

$$2^{10} = (2 \times 2) \times (2 \times 2) \times (2 \times 2) \times (2 \times 2) \times (2 \times 2)$$
$$= (2^2) \times (2^2) \times (2^2) \times (2^2) \times (2^2)$$
$$= (2^2)^5$$

? 2^{10} என்பது $(2^5)^2$? க்கு சமமா? அதை பெருக்கலாக எழுதவும்.

$$2^{10} = (2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2) \times (2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2)$$
$$= (2^5) \times (2^5)$$
$$= (2^5)^2$$

பொதுவாக, $(n^a)^b = (n^b)^a = n^{a \times b} = n^{ab}$, இங்கே a மற்றும் b எண்ணும் எண்கள்.

? பின்வரும் வெளிப்பாடுகளை குறைந்தபட்சம் இரண்டு வெவ்வேறு வழிகளில் அடுக்குக்கு அடுக்காக எழுதவும்

(i) 8^6 (ii) 7^{15} (iii) 9^{14} (iv) 5^8

NOT TO BE REPUBLISHED ©KTBS

மாயாஜால குளம்

? ஒரு அழகான, மாயாஜால குளத்தின் நடுவில் ஒரு பிரகாசமான இளஞ்சிவப்பு தாமரை உள்ளது. இந்த குளத்தில் தாமரைகளின் எண்ணிக்கை ஒவ்வொரு நாளும் இரட்டிப்பாகிறது.

30 நாட்களுக்குப் பிறகு, குளம் முழுவதும் தாமரைகளால் மூடப்பட்டுள்ளது. எந்த நாளில் குளம் பாதி நிரம்பியிருந்தது?

குளம் 30வது நாளில் முழுவதுமாக தாமரைகளால் மூடப்பட்டிருந்தால், 29வது நாளில் அதில் எவ்வளவு தாமரைகளால் மூடப்பட்டிருந்தது?

தாமரைகளின் எண்ணிக்கை ஒவ்வொரு நாளும் இரட்டிப்பாவதால், குளம் 29வது நாளில் பாதி மூடப்பட்டிருக்க வேண்டும்.

? குளம் தாமரைகளின் எண்ணிக்கையை (அடுக்கு வடிவத்தில்) எழுதவும்.

(i) முழுவதுமாக மூடப்பட்டிருக்கும்போது
(ii) பாதி மூடப்பட்டிருக்கும்போது

? வேறொரு குளம் உள்ளது, அதில் தாமரைகளின் எண்ணிக்கை ஒவ்வொரு நாளும் மூன்று மடங்காகிறது.

இரண்டு குளங்களிலும் மலர்கள் இல்லாதபோது, தமயந்தி இரட்டிப்பாகும் குளத்தில் ஒரு தாமரையை வைத்தாள். 4 நாட்களுக்குப் பிறகு, அவள் அங்கிருந்து அனைத்து தாமரைகளையும் எடுத்து மூன்று மடங்காகும் குளத்தில் வைத்தாள். மேலும் 4 நாட்களுக்குப் பிறகு மூன்று மடங்காகும் குளத்தில் எத்தனை தாமரைகள் இருக்கும்?

முதல் 4 நாட்களுக்குப் பிறகு, தாமரைகளின் எண்ணிக்கை $1 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^4$.

அடுத்த 4 நாட்களுக்குப் பிறகு, தாமரைகளின் எண்ணிக்கை $2^4 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 2^4 \times 3^4$

? தமயந்தி ஏரிகளில் மலர்களை வைத்த வரிசையை மாற்றியிருந்தால் எத்தனை தாமரைகள் அங்கு இருக்கும்?

$1 \times 3^4 \times 2^4 = (3 \times 3 \times 3 \times 3) \times (2 \times 2 \times 2 \times 2)$.

? இந்த பெருக்கலை m^n என்ற அடுக்காக வெளிப்படுத்த முடியுமா, இங்கே m மற்றும் n சில இயல்எண்கள்

எண்களை மறுகுழுமைப்படுத்துவதன் மூலம்,

$$= (3 \times 2) \times (3 \times 2) \times (3 \times 2) \times (3 \times 2)$$

$$= (3 \times 2)^4 = 6^4.$$

பொதுவான வடிவத்தில், $m^a \times n^a = (mn)^a$,

இங்கே 'a' ஒரு இயல்எண்.

இந்த கவனிப்பைப் பயன்படுத்தி $2^5 \times 5^5$ இன் மதிப்பைக் கணக்கிடவும்.

NOT TO BE REPUBLISHED @KTBS

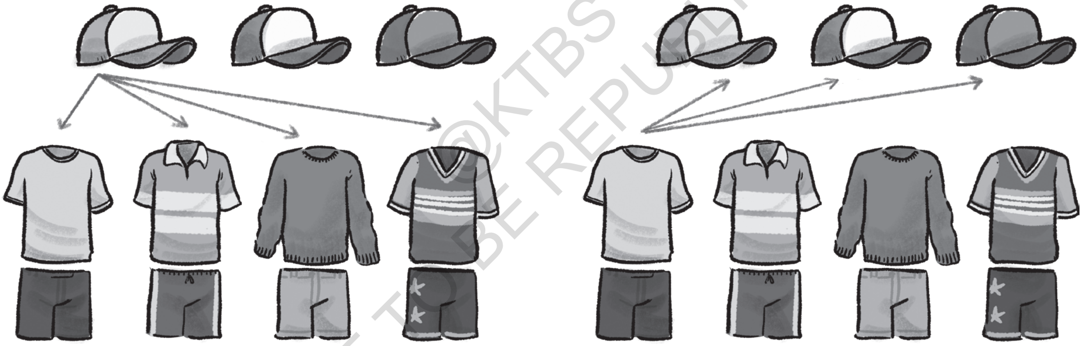
❓ $\frac{10^4}{5^4}$ ஐ எளிமைப்படுத்தி அடுக்கு வடிவத்தில் எழுதவும்.

பொதுவாக, நாம் காட்ட முடியும் $\frac{m^a}{n^a} = \left(\frac{m}{n}\right)^a$

எத்தனை சேர்க்கைகள்

❓ எஸ்டுவிடம் 4 உடைகள் மற்றும் 3 தொப்பிகள் உள்ளன. உடைகள் மற்றும் தொப்பிகளை எஸ்டு எத்தனை வெவ்வேறு வழிகளில் இணைக்க முடியும்?

ஒவ்வொரு தொப்பிக்கும், அவர் 4 உடைகளில் எதையும் தேர்வு செய்யலாம். எனவே 3 தொப்பிகளுக்கு, $4 + 4 + 4 = 4 \times 3 = 12$ சேர்க்கைகள் சாத்தியம். நாம் இதை இப்படியும் பார்க்கலாம் - ஒவ்வொரு உடைக்கும், ஈஸ்டு 3 தொப்பிகளில் எதையும் தேர்வு செய்யலாம், எனவே 4 உடைகளுக்கு, $3 + 3 + 3 + 3 = 3 \times 4 = 12$ சேர்க்கைகள் சாத்தியம்.



©KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

❓ ராக்ஸியிடம் 7 உடைகள், 2 தொப்பிகள் மற்றும் 3 ஜோடி காலணிகள் உள்ளன. ராக்ஸி எத்தனை வெவ்வேறு வழிகளில் அலங்காரம் செய்ய முடியும்?
(குறிப்பு : மேலே உள்ளதைப் போன்ற ஒரு வரைபடத்தை வரைய முயற்சிக்கவும்.)

❓ எஸ்டு மற்றும் ராக்ஸி பழைய முத்திரைகள் மற்றும் நாணயங்களைக் கொண்ட ஒரு பெட்டியைக் கண்டனர், அதை அவர்களின் பெரியப்பா சேகரித்திருந்தார். அது-5 இலக்க கடவுச்சொல்லுடன் பாதுகாக்கப்பட்டிருந்தது. யாருக்கும் கடவுச்சொல் தெரியாததால். அது திறக்கும் வரை ஒவ்வொரு கடவுச்சொல்லையும் முயற்சிப்பதைத் தவிர

வேறு வழியில்லை அவர்கள் துரதிர்ஷ்டவசமாக, அனைத்து சாத்தியமான சேர்க்கைகளையும் முயற்சித்த பிறகு, கடைசி கடவுச்சொல்லால் மட்டுமே பூட்டு திறந்தது. அவர்கள் எத்தனை கடவுச்சொற்களைச் சரிபார்த்தார்கள்?

உங்களால் ஒரு பிரச்சனையைத் தீர்க்க முடியவில்லை என்றால், நீங்கள் தீர்க்கக்கூடிய பிரச்சனையின் எளிய பதிப்பைக் கண்டறிய முயற்சிக்கவும். இந்த நுட்பம் பல முறை உதவியாக இருக்கும்.

5-இலக்க பூட்டுக்கு பதிலாக, 2-இலக்க பூட்டு இருப்பதாக வைத்துக்கொண்டு எத்தனை கடவுச்சொற்கள் சாத்தியம் என்பதைக் கண்டறிய முயற்சிப்போம்.

முதல் இலக்கத்திற்கு 10 விருப்பங்கள் உள்ளன (0 முதல் 9 வரை) இவை ஒவ்வொன்றுக்கும், இரண்டாவது இலக்கத்திற்கு 10 விருப்பங்கள் உள்ளன (0 முதல் இலக்கமாக இருந்தால் 01, 02, 03, 04, - - - - - - 09 சாத்தியம்) எனவே 2-இலக்க பூட்டுக்கான மொத்த சேர்க்கைகளின் எண்ணிக்கை $10 \times 10 = 100$.

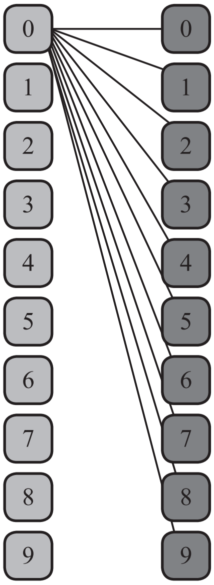
இப்போது, 3-இலக்க பூட்டு இருப்பதாக வைத்துக்கொள்வோம் முந்தைய 100 (2-இலக்க) கடவுச்சொற்கள் ஒவ்வொன்றுக்கும் மூன்றாவது இலக்கத்திற்கு 10 தேர்வுகள் உள்ளன. எனவே, 3-இலக்க பூட்டுக்கு $100 \times 10 = 1000$ சேர்க்கைகள் உள்ளன. நீங்கள் அவை அனைத்தையும் பட்டியலிடலாம்: 000, 001, 002 - - - - - - - - 997, 998, 999.

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

5-இலக்க கடவுச்சொற்கள் எத்தனை சாத்தியம்?

ஒவ்வொரு இலக்கத்திற்கும் 10 தேர்வுகள் உள்ளன. எனவே 5-இலக்க பூட்டுக்கு.

$10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 = 10^5 = 1,00,000$ சேர்க்கைகள்



முயற்சிப்பதில் இது அனைத்து 5 இலக்கங்களுடனும் போய்விடும். 99,999 வரை எண்களை எழுதுவது போன்றது, அதாவது,

00000, 00001, 00002, …00010, 00011, …, 00100, 00101, …, 00999, …, 30456, …, 99998, 99999.

எஸ்டு கூறுகிறார். "அடுத்த முறை, நான் A முதல் Z வரை எழுத்துக்கள் உள்ள 6 இடங்கள் கொண்ட பூட்டை வாங்குவேன். அது பாதுகாப்பானது என்று நான் நினைக்கிறேன்.

? அத்தகைய பூட்டில் எத்தனை சேர்க்கைகள் சாத்தியம்?

? வெவ்வேறு சூழல்களில் எத்தனை சேர்க்கைகள் சாத்தியம் என்பதைப் பற்றி சிந்தியுங்கள் சில எடுத்துக்காட்டுகள்.

முயற்சி செய்க

1) இந்தியாவில் இடங்களின் பின்கோடுகள் - மத்தியப் பிரதேசத்தில் விதிஷாவின் பின்கோடு 464001. மிசோரத்தில் ஜீமாபாக்கின் பின்கோடு 796017.

(i) மொபைல் எண்கள்

(ii) வாகன பதிவு எண்கள்.

இந்த எண்கள் அல்லது குறியீடுகள் எவ்வாறு ஒதுக்கப்படுகின்றன/ உருவாக்கப்படுகின்றன என்பதைக் கண்டறிய முயற்சிக்கவும்.

2.3. அடுக்குகளின் மறுபக்கம்

16 அலகுகள் நீளம் கொண்ட ஒரு கோட்டை கற்பனை செய்யுங்கள். அதில் பாதியை அழித்தால்,

$$2^4 \div 2 = \frac{2 \times 2 \times 2 \times 2}{2} = 2 \times 2 \times 2 = 2^3 = 8$$ அலகுகள்.

மேலும் ஒரு முறை பாதியை அழித்தால்,

$$(2^4 \div 2) \div 2 = 2^4 \div 2^2 = \frac{2 \times 2 \times 2 \times 2}{2 \times 2} = 2 \times 2 = 2^2 = 4$$ அலகுகள்.

16 செ.மீ.ஐ மூன்று முறை பாதியாக்குவதை இவ்வாறு எழுதலாம்.

$$2^4 \div 2^3 = \frac{2 \times 2 \times 2 \times 2}{2 \times 2 \times 2} = 2 = 2^1 = 2$$ அலகுகள்.

NOT TO BE REPUBLISHED @KTBS

இதிலிருந்து நாம் பார்க்கலாம்

$2^4 \div 2^3 = 2^{4-3} = 2^1$

$2^{100} \div 2^{25}$ என்பது 2 இன் அடுக்குகளில் என்ன?

பொதுமைப்படுத்தப்பட்ட வடிவத்தில்,

$n^a \div n^b = n^{a-b}$,

இங்கே $n \neq 0$ மற்றும் a மற்றும் b எண்ணும் எண்கள் மற்றும் $a > b$.

n ஏன் 0 ஆக இருக்கக்கூடாது?

அடுக்கு 0 ஆக இருக்கும் நிலையை நாம் கவனிக்கவில்லை; எடுத்துக்காட்டாக, 2^0 என்றால் என்ன?

மேலே உள்ள பொதுமைப்படுத்தப்பட்ட வடிவம் உண்மையாக இருக்கும் வகையில் 2^0ஐ வரையறுப்போம்.

$$2^0 = 2^{4-4} = 2^4 \div 2^4 = \frac{2 \times 2 \times 2 \times 2}{2 \times 2 \times 2 \times 2} = 1.$$

கணித பேச்சு

உண்மையில் எந்த எழுத்து எண் a க்கும்

$$2^0 = 2^{a-a} = 2^a \div 2^a = 1.$$

பொதுவாக, $x^a \div x^a = x^{a-a} = x^0$, எனவே

$$1 = x^0$$

இங்கே $x \neq 0$ மற்றும் a ஒரு எண்ணும் எண்.

NOT TO BE REPUBLISHED @KTBS

பூஜ்ஜியம் அடுக்கில் இருக்கும்போது!

2^4 அலகுகள் நீளம் கொண்ட ஒரு கோடு 5 முறை பாதியாக்கப் படும்போது,

$2^4 \div 2^5 = \frac{2 \times 2 \times 2 \times 2}{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2} = \frac{1}{2}$ அலகுகள்

பொதுமைப்படுத்தப்பட்ட வடிவத்தைப் பயன்படுத்தி, நாம் பெறுவது $2^4 \div 2^5 = 2^{(4-5)} = 2^{-1}$ எனவே,

$$2^{-1} = \frac{1}{2}.$$

2^4 அலகுகள் நீளம் கொண்ட ஒரு கோடு **10** முறை பாதியாக்கப்படும்போது, நாம் பெறுவது $2^4 \div 2^{10} = 2^{(4-10)} = 2^{-6}$ அலகுகள்.

$$2^4 \div 2^{10} = \frac{2 \times 2 \times 2 \times 2}{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2} = \frac{1}{2^6} = \frac{1}{64},$$

இது 2^{-6} என்றும் எழுதப்படுகிறது.

இதேபோல், $10^{-3} = \frac{1}{10^3} = \frac{1}{10 \times 10 \times 10} = \frac{1}{1000}, 7^{-2} = \frac{1}{7^2} = \frac{1}{7 \times 7} = \frac{1}{49}$ போன்றவை.

? $10^3 = \frac{1}{10^{-3}}$ என எழுத முடியுமா?

நாம் எழுதலாம், $\frac{1}{10^{-3}} = \frac{1}{1/10^3} = 1 \div \frac{1}{10^{3}} = 1 \times 10^3 = 10^3.$

கணித பேச்சு

இதேபோல், $7^2 = \frac{1}{7^{-2}}$ மற்றும் $4^a = \frac{1}{4^{-a}}$

பொதுமைப்படுத்தப்பட்ட வடிவத்தில்,

$n^{-a} = \frac{1}{n^a}$ மற்றும் $n^a = \frac{1}{n^{-a}}$, இங்கே $n \neq 0$

நாம் அடையாளம் கண்ட பின்வரும் பொதுவான வடிவங்களைக் கவனியுங்கள்.

$n^a \times n^b = n^{a+b}$	$(n^a)^b = (n^b)^a = n^{a \times b}$	$n^a \div n^b = n^{a-b}$

? 'a' மற்றும் 'b' எண்ணும் எண்களாக இருக்க வேண்டும் எனில் 'a' மற்றும் 'b' எந்த முழு எண்களாகவும் இருக்க முடியுமா? பொதுமைப்படுத்தப்பட்ட வடிவங்கள் இன்னும் உண்மையாக இருக்குமா?

? பின்வருவனவற்றின் சமமான வடிவங்களை எழுதவும்.

(i) 2^{-4} (ii) 10^{-5} (iii) $(-7)^{-2}$

(iv) $(-5)^{-3}$ (v) 10^{-100}

? எளிமைப்படுத்தி அடுக்கு வடிவத்தில் விடைகளை எழுதவும்.

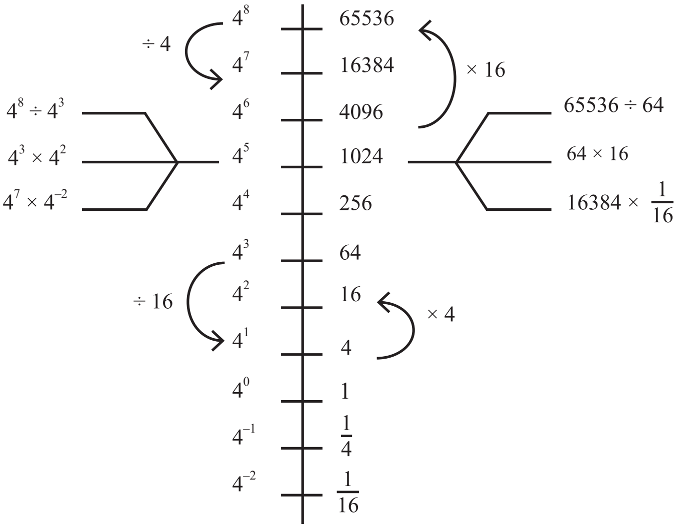
(i) $2^{-4} \times 2^7$ (ii) $3^2 \times 3^{-5} \times 3^6$ (iii) $p^3 \times p^{-10}$

(iv) $2^4 \times (-4)^{-2}$ (v) $8^p \times 8^q$

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

அடுக்குக்கோடுகள்

4இன் அடுக்குகளை ஒரு கோட்டில் அமைப்போம்.

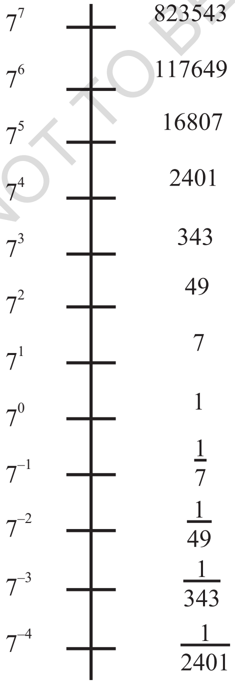


16384 (4^7) என்பது 1024 (4^5) ஐ விட 16 (4^2) மடங்கு பெரியது என்று சொல்லலாமா?

ஆம், ஏனெனில் $4^7 \div 4^5 = 4^2$

4^2 ஐ விட 4^2 எத்தனை மடங்கு பெரியது?

பின்வரும் கேள்விகளுக்கு பதிலளிக்க **7**இன் அடுக்கு கோட்டைப் பயன்படுத்தவும்.



$2{,}401 \times 49 =$

$49^3 =$

$343 \times 2{,}401 =$

$\frac{16{,}807}{49} =$

$\frac{7}{343} =$

$\frac{16{,}807}{8{,}23{,}543} =$

$1{,}17{,}649 \times \frac{1}{343} =$

$\frac{1}{343} \times \frac{1}{343} =$

NOT TO BE REPUBLISHED ©KTBS

2.4. 10 இன் அடுக்குகள்

இந்திய எண்களை விரிவாக்கப்பட்ட வடிவத்தில் எழுதும்போது 10, 100, 1000 போன்ற எண்களைப் பயன்படுத்தியுள்ளோம் எடுத்துக்காட்டாக,

$$47561 = (4 \times 10000) + (7 \times 1000) + (5 \times 100) + (6 \times 10) + 1.$$

இதை 10இன் அடுக்குகளைப் பயன்படுத்தி இவ்வாறு எழுதலாம்

$$(4 \times 10^4) + (7 \times 10^3) + (5 \times 10^2) + (6 \times 10^1) + (1 \times 10^0).$$

? இந்த எண்களை அதே வழியில் எழுதவும்:

(i) 172, (ii) 5642, (iii) 6374.

? 561.903 ஐ எவ்வாறு எழுதலாம்?

$$561.903 = (5 \times 100) + (6 \times 10) + 1 + (9 \times \frac{1}{10}) + (0 \times \frac{1}{100}) + (3 \times \frac{1}{1000}).$$

10இன் அடுக்குகளைப் பயன்படுத்தி எழுதினால்,

$$561.903 = (5 \times 10^2) + (6 \times 10^1) + (1 \times 10^0) + (9 \times 10^{-1}) + (0 \times 10^{-2}) + (3 \times 10^{-3})$$

அறிவியல் குறியீடு

பெரிய எண்கள் சம்பந்தப்பட்ட சில உண்மைகளைப் பார்ப்போம் -

(i) சூரியன் நமது பால்வழி விண்மீன் மண்டலத்தின் மையத்திலிருந்து 30,00,00,00,00,00,00,00,00,000 மீ. தூரத்தில் அமைந்துள்ளது.

(ii) நமது விண்மீன் மண்டலத்தில் உள்ள நட்சத்திரங்களின் எண்ணிக்கை 1,00,00,00,00,000

(iii) பூமியின் நிறை 59,76,00,00,00,00,00,00,00,00,00,000கி.கி.

இலக்கங்களின் எண்ணிக்கை அதிகரிக்கும்போது, எண்களை சரியாக படிப்பது கடினமாகிறது. நாம் பூஜ்ஜியங்களின் எண்ணிக்கையை தவறாக எண்ணலாம் அல்லது காற்புள்ளிகளை தவறாக வைக்கலாம். அப்போது நாம் தவறான மதிப்பைப் படிப்போம். இது ₹50,000 பெற வேண்டியதற்கு பதிலாக ₹5,000 பெறுவது போன்றது. பல நிலைகளில் பூஜ்ஜியங்களின் எண்ணிக்கை ஆரம்ப இலக்கங்களை விட முக்கியமானது.

இந்த மிகப் பெரிய எண்களை எளிமைப்படுத்தவும் சரியாக படிக்கவும் அடுக்கு குறியீட்டைப் பயன்படுத்த முடியுமா?

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

எடுத்துக்காட்டாக, 5900 என்ற எண்ணை இவ்வாறு வெளிப்படுத்தலாம்.

$$5900 = 590 \times 10 = 590 \times 10^1$$
$$= 59 \times 100 = 59 \times 10^2$$
$$= 5.9 \times 1000 = 5.9 \times 10^3$$
$$= 0.59 \times 10000 = 0.59 \times 10^4.$$

எந்த எண்ணையும் 1 மற்றும் 10 க்கு இடையே உள்ள எண்ணின் பெருக்கலாகவும் 10இன் அடுக்காகவும் எழுதலாம். எடுத்துக்காட்டாக,

$5900 = 5.9 \times 10^3$ $\quad$ $20800 = 2.08 \times 10^4$ $\quad$ $80,00,000 = 8 \times 10^6$

? நாம் இதற்கு முன் படித்த பெரிய-எண் உண்மைகளை இந்த வடிவத்தில் எழுதவும்.

அறிவியல் குறியீடு அல்லது அறிவியல் வடிவத்தில் (நிலையான வடிவம் என்றும் அழைக்கப்படுகிறது), நாம் எண்களை $x \times 10^y$, என எழுதுகிறோம். இங்கே $x \geq 1$ மற்றும் $x < 10$ என்பது குணகம் மற்றும் y, அடுக்கு, எந்த முழு எண்ணாகவும் இருக்கலாம். பெரும்பாலும், அடுக்கு y குணகம் xஐ விட முக்கியமானது. மும்பையின் 2 கோடி மக்கள்தொகையை 2×10^7 என எழுதும்போது, 7 என்பது 2 ஐ விட முக்கியமானது. உணமையில், 2 ஐ 3 ஆக மாற்றினால், மக்கள்தொகை பாதி அதிகரிக்கிறது, அதாவது 2 கோடியிலிருந்து 3 கோடிக்கு, ஆனால் 7 ஐ 8 ஆக மாற்றினால், மக்கள்தொகை மாற்றம் 10 மடங்கு, அதாவது 2 கோடியிலிருந்து 20 கோடிக்கு எனவே, நிலையான வடிவம் அடுக்கை வெளிப்படையாகக் குறிப்பிடுகிறது, இது இலக்கங்களின் எண்ணிக்கையைக் குறிக்கிறது.

கோஹிமாவின் மக்கள்தொகை 1,42,395 என்று சொன்னால், அலகு இடம் வரை இந்த எண்ணைப் பற்றி நாம் நன்கு உறுதியாக இருக்கிறோம் என்ற எண்ணத்தை அது தருகிறது பெரிய எண்களைப் பயன்படுத்தும்போது, பெரும்பாலான சந்தர்ப்பங்களில், சரியான மதிப்பை விட ஒரு அளவு அல்லது அளவீடு எவ்வளவு பெரியது என்பதில் நாம் அதிக அக்கறை காட்டுகிறோம். மக்கள்தொகை சுமார் 1 இலட்சம் 42 ஆயிரம் என்று மட்டுமே உறுதியாக இருந்தால், அதை 1.42×10^5 என எழுதலாம். சுமார் 1 இலட்சம் 40 ஆயிரம் என்று மட்டுமே உறுதியாக இருந்தால், அதை 1.4×10^5 என எழுதுகிறோம். குணகத்தில்

NOT TO BE REPUBLISHED ©KTBS

உள்ள இலக்கங்களின் எண்ணிக்கை நாம் எண்ணை எவ்வளவு நன்றாக அறிந்திருக்கிறோம் என்பதை பிரதிபலிக்கிறது. அறிவியல் வடிவத்தில் எழுதப்பட்ட எந்த எண்ணின் மிக முக்கியமான பகுதி அடுக்கு, பின்னர் குணகத்தின் முதல் இலக்கம் இல குணகத்தைத் தொடரும் இலக்கங்கள் முதல் இலக்கத்திற்கு சிறிய திருத்தங்கள்.

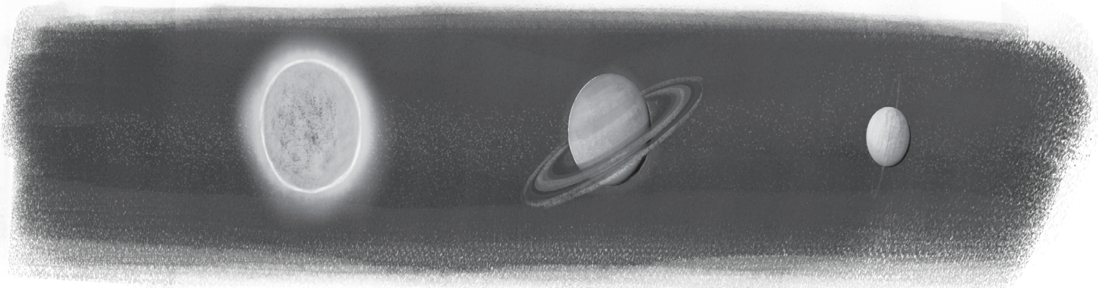
இந்த மதிப்புகள் முழுமையாக்கப்பட்ட மதிப்பீடுகள், சராசரிகள் அல்லது தோராயங்கள்; பெரும்பாலான நேரங்களில், அவை நோக்கத்தை பூர்த்தி செய்கின்றன.

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

சூரியனுக்கும் சனிக்கும் இடையேயான தூரம் 14,33,50,00,00,000 மீ = 1.4335×10^{12} மீ.

சனிக்கும் யுரேனஸுக்கும் இடையேயான தூரம் 14,39,00,00,00,000 மீ. = 1.439×10^{12} மீ. சூரியனுக்கும் பூமிக்கும் இடையேயான தூரம் 1,49,60,00,00,000 மீ. = 1.496×10^{11} மீ.

❓ இந்த மூன்று தூரங்களில் எது மிகச் சிறியது என்று சொல்ல முடியுமா?



? கீழே உள்ள எண் கோடு சூரியனுக்கும் சனிக்கும் இடையேயான தூரத்தை (1.4335×10^{12} மீ.) காட்டுகிறது. கீழே உள்ள எண் கோட்டில், பூமியின இடத்தைக். குறிக்கவும் சூரியனுக்கும் பூமிக்கும் இடையேயான தூரம் 1.496×10^{11}மீ.

? பின்வரும் எண்களை நிலையான வடிவத்தில் வெளிப்படுத்தவும்.

(i) 59,853 (ii) 65,950

(iii) 34,30,000 (iv) 70,04,00,00,000

2.5 நீங்கள் எப்போதாவது ஆச்சரியப்பட்டீர்களா?

கடந்த ஆண்டு, பெரிய எண்கள் என்ற அத்தியாயத்தில் சுவாரஸ்யமான சிந்தனை பரிசோதனைகளைப் பார்த்தோம். அந்தப் பயணத்தைத் தொடர்வோம்.

நஞ்சுண்டப்பா ராக்ஸியின் எடைக்கு சமமான வெல்லத்தையும் எஸ்டுவின் எடைக்கு சமமான கோதுமையையும் தானமாக வழங்க விரும்புகிறார். அது எவ்வளவு செலவாகும் என்று அவர் யோசிக்கிறார்.

©KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

? தானமாக வழங்கப்படும் வெல்லத்தின் மதிப்பு (ரூபாயில்) என்ன? தானமாக வழங்கப்படும் கோதுமையின் மதிப்பு (ரூபாயில்) என்ன?

கண்டுபிடிக்க, முதலில் இருக்கும் அளவுகளுக்கிடையேயான உறவுகளை விவரிப்போம்.

வெல்லத்தின் மதிப்பு (ரூபாயில்) = ராக்ஸியின் எடை கி.கி.யில் × 1 கி.கி. வெல்லத்தின் விலை.

கோதுமையின் மதிப்பு (ரூபாயில்) = எஸ்டுவின் எடை கி.கி.யில் × 1 கி.கி. கோதுமையின் விலை.

? தெரியாதவற்றுக்கு தேவையான மற்றும் நியாயமான அனுமானங்களைச் செய்து பதில்களைக் கண்டறியவும். நினைவில் கொள்ளுங்கள், ராக்ஸிக்கு 13 வயது மற்றும் எஸ்டுவுக்கு 11 வயது.

ராக்ஸியின் எடை 45 கி.கி. என்றும் 1கி.கி வெல்லத்தின் விலை ₹₹ 70 என்றும் வைத்துக்கொண்டால், தானமாக வழங்கப்படும் வெல்லத்தின் மதிப்பு 45 × 70 = ₹ 3150. எஸ்டுவின் எடை 50 கி.கி என்றும் 1 கி.கி கோதுமையின் விலை ₹ 50 என்றும் வைத்துக்கொண்டால், தானமாக வழங்கப்படும். கோதுமையின் மதிப்பு 50 × 50 = ₹ 2500.

ஒரு நபரின் எடைக்கு சமமான பொருட்களை வழங்கும் பழக்கம், துலாபாரம் என்று அழைக்கப்படுகிறது. இது மிகவும் பழமையானது மற்றும் தென்னிந்தியாவின் பல இடங்களில் இன்னும் பின்பற்றப்படுகிறது இது பக்தியின் (தன்னை ஒப்படைப்பது) சின்னம், நன்றியுணர்வின் அடையாளம், இது சமூகத்தை ஆதரிக்கிறது.

? ராக்ஸி ஆச்சரியப்படுகிறார். வெல்லத்திற்கு பதிலாக 1 ரூபாய் நாணயங்களைப் பயன்படுத்தினால், என் எடைக்கு சமமாக எத்தனை நாணயங்கள் தேவை? எவ்வாறு கண்டுபிடிக்கலாம்?

இதுபோன்ற கேள்விகளுக்கு, கீழே பரிந்துரைக்கப்பட்ட படிகளைப் பின்பற்றலாம்.

1. யூகித்தல்: எந்த கணக்கீடுகளும் இல்லாமல், பதில் என்னவாக இருக்கும் என்று உள்ளுணர்வு (விரைவான) யூகத்தை செய்யுங்கள்.

2 மதிப்பீடு மற்றும் தோராயத்தைப் பயன்படுத்தி கணக்கிடுதல்

   (i) பதிலைக் கண்டறிய தேவையான அளவுகளுக்கிடையேயான உறவுகளை விவரிக்கவும்.

NOT TO BE REPUBLISHED ©KTBS

(ii) தேவையான தகவல் கிடைக்கவில்லை என்றால் நியாயமான அனுமானங்கள் மற்றும் தோராயங்களைச் செய்யுங்கள்.

(iii) கணக்கிட்டு பதிலைக் கண்டறியுங்கள் (உங்கள் யூகம் எவ்வளவு நெருக்கமாக இருந்தது என்பதை சரிபார்க்கவும்).

? நாணயங்களின் எண்ணிக்கை நூறுகளில், ஆயிரங்களில், இலட்சங்களில், கோடிகளில் அல்லது இன்னும் அதிகமாக இருக்குமா? உள்ளுணர்வு யூகத்தை செய்யுங்கள்.

1-ரூபாய் நாணயத்தின்

? தெரியாதவற்றுக்கு தேவையான மற்றும் நியாயமான எடையை அளவிடுவது அனுமானங்கள் மற்றும் தோராயங்களைச் செய்து பற்றி என்ன?

பதிலைக் கண்டறியவும் நினைவில் கொள்ளுங்கள், நாம் சரியான பதிலை அல்ல, ஆனால் நியாயமாக நெருக்கமான மதிப்பீட்டைத் தேடுகிறோம்.

ஆரம்பத்தில், உங்கள் யூகங்கள் பதிலிலிருந்து மிகவும் தூரத்தில் இருக்கலாம் மற்றும் அது முற்றிலும் சரி! நீங்கள் அடிக்கடி மற்றும் வெவ்வேறு சூழ்நிலைகளில் செய்யும்போது அதில் சிறப்பாகி விடுவீர்கள். யூகித்தல் மற்றும் மதிப்பீடு எண்கள் மற்றும் பல்வேறு அளவுகள் பற்றிய உள்ளுணர்வை உருவாக்க முடியும்.

©KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

எஸ்டு கேட்கிறார். ''அதற்கு பதிலாக 5-ரூபாய் நாணயங்கள் அல்லது 10-ரூபாய் நோட்டுகளைப் பயன்படுத்தினால் என்ன? எவ்வளவு பணமாக இருக்கும்?''

? முதலில் உள்ளுணர்வு யூகத்தை செய்யுங்கள் பின்னர் கண்டுபிடியுங்கள் (தெரியாத விவரங்களைப் பற்றி தேவையான மற்றும் நியாயமான அனுமானங்களைச் செய்து பதில்களைக் கண்டறியுங்கள்).

எஸ்டு கூறுகிறார். ‘‘நான பெரியவனாக ஆனதும், ஒவ்வொரு ஆண்டும் என் எடைக்கு மதிப்புள்ள குறிப்பேடுகளை தானமாக வழங்க விரும்புகிறேன்’’ ராக்ஸி கூறுகிறார், ‘‘நான் வளர்ந்ததும், ஒவ்வொரு ஆண்டும் என் எடைக்கு மதிப்புள்ள அன்னதானம் (தானியங்கள் அல்லது உணவை வழங்குதல்) செய்ய விரும்புகிறேன்.’’

? ஒரு வருடத்தில் இந்த வழங்கல்கள் ஒவ்வொன்றிலிருந்தும் எத்தனை பேர் பயனடையலாம்? மீண்டும், கண்டுபிடிப்பதற்கு முன் முதலில் யூகிக்கவும்.

கணித பேச்சு

ராக்ஸியும் எஸ்டுவும் யாரோ சொல்வதைக் கேட்டார்கள் - ‘‘இந்த இடத்தை அடைய சுமார் 400 கி.மீ. பாதயாத்திரை செய்தோம்! இன்று அதிகாலையில் வந்தோம்.’’

? அவர்கள் தங்கள் பயணத்தை எவ்வளவு காலத்திற்கு முன்பு தொடங்கியிருப்பார்கள்?

? தேவையான அனுமானங்கள் மற்றும் தோராயங்களைச் செய்து பதில்களைக் கண்டறியுங்கள். உங்கள் யூகம் எவ்வளவு நெருக்கமாக இருந்தது என்பதை சரிபார்க்க கணக்கிடுவதற்கு முன் யூகிக்கவும்!

ஆசிரியருக்கு குறிப்பு: அனுமானங்கள் சில சமயங்களில் பெரிதும் வேறுபடலாம். அதன் விளைவாக இவற்றைப் பயன்படுத்தி கணக்கிடப்பட்ட பதில்களும் மாறலாம். இது முற்றிலும் சரி சூழ்நிலையை சரியாக மாதிரியாக்குவது முக்கியமானது. இது சில நேரங்களில் வெவ்வேறு வழிகளில் செய்யப்படலாம். அனுமானிக்கப்பட்ட எண்கள் அல்லது அளவுகளின் துல்லியம் வெளிப்பாடு மற்றும் பயிற்சியுடன் சிறப்பாக மாறும்.

NOT TO BE REPUBLISHED ©KTBS

பாதயாத்திரை, ஒரு மத அல்லது ஆன்மீக நோக்கத்தின் ஒரு பகுதியாக நீண்ட தூரம் நடந்து செல்லும் பாரம்பரிய பழக்கம். நமது நாட்டில் மதங்கள் முழுவதும் மக்கள் யாத்திரை அல்லது ஆன்மீக நடைப்பயணத்தின் ஒத்த வடிவங்களை கடைப்பிடிக்கிறார்கள், இருப்பினும் அவை வெவ்வேறு பெயர்கள் அல்லது நோக்கங்களைக் கொண்டிருக்கலாம்.

சில யாத்திரைகள் அஜ்மீர் ஷெரீஃப் தர்கா ஜியாரத், பண்டர்பூர் வாரி, காம்வார் யாத்திரா, சபரிமலை யாத்திரா, சம்மெத் சிக்கார்ஜி யாத்திரா, லும்பினி முதல் சாரநாத் யாத்திரா. நவீன போக்குவரத்து எழுச்சிக்கு முன், மக்கள் ஒரு இடத்திலிருந்து மற்றொரு இடத்திற்கு நடந்து சென்றனர் -சில நேரங்களில் வணிகர்கள், முனிவர்கள் மற்றும் அறிஞர்கள் பாலைவனங்கள், மலைகள் மற்றும் ஆறுகள் வழியாக உலகின் வெவ்வேறு பகுதிகளுக்கு ஆயிரக்கணக்கான கிலோமீட்டர்கள் நடந்தனர்.

? ஒரு நபர் தொடர்ந்து நடந்தால், அவர்களின் வாழ்நாளில் எத்தனை முறை பூமியைச் சுற்றி வர முடியும் (உலகை சுற்றி வர)? பூமியைச் சுற்றியுள்ள தூரத்தை 40,000 கி.மீ என கருதவும்.

நேரியல் வளர்ச்சி எதிராக அடுக்கு வளர்ச்சி

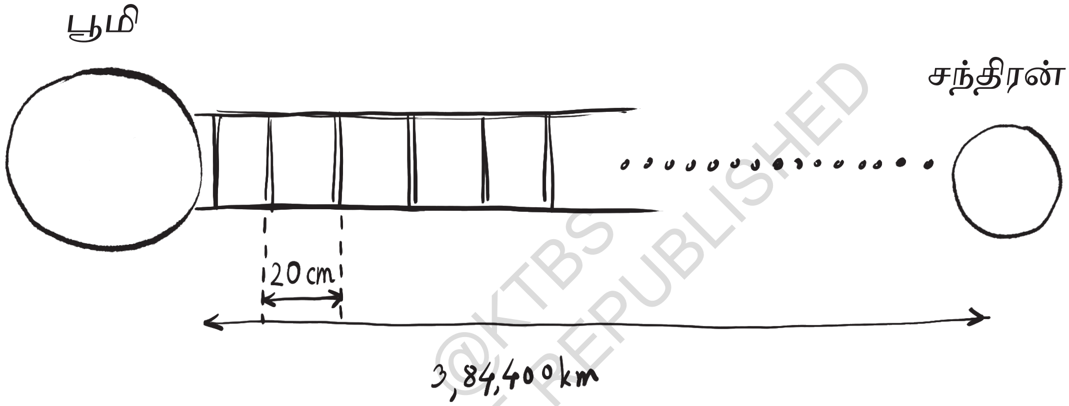
ராக்ஸி எஸ்டுவிடம் தான் படிக்கும் ஒரு அறிவியல் புனைகதை நாவலைப் பற்றி கூறுகிறார். அதில் அவர்கள் சந்திரனை அடைய ஒரு ஏணியை கட்டுகிறார்கள்''. நமக்கு

NOT TO BE REPUBLISHED @KTBS

உண்மையில் அப்படி ஒரு ஏணி இருந்தால், அதில் எத்தனை படிகள் இருக்கும் என்று நான் ஆச்சரியப்படுகிறேன்.

❓ நீங்கள் என்ன நினைக்கிறீர்கள்? முதலில் உள்ளுணர்வு யூகத்தை செய்யுங்கள். படிகளின் எண்ணிக்கை ஆயிரங்களில் இலட்சங்களில், கோடிகளில் அல்லது இன்னும் அதிகமாக இருக்குமா?

❓ கண்டுபிடிக்க, ஏணியின் அடுத்தடுத்த படிகளுக்கு இடையேயான இடைவெளியை நாம் தெரிந்துகொள்ள வேண்டும். 20செ.மீ என்ற நியாயமான தூரத்தை வைத்துக்கொள்வோம். பிரச்சனையை காட்டப்பட்டுள்ளபடி காட்சிப்படுத்தி,



❓ எத்தனை 20 செ.மீ 3,84,400 கி.மீ. ஆகிறது என்பதை நாம் கண்டறிய வேண்டும்

மதிப்பைக் கணக்கிட்டால், நமக்கு விடை 1,92,20,00,000 படிகள், இது 192 கோடி மற்றும் 20 இலட்சம் படிகள் அல்லது 1 பில்லியன் 922 மில்லியன் படிகள் ஒவ்வொரு படியிலும் பூமியிலிருந்து தூரத்தில் நிலையான அதிகரிப்பு (ஒவ்வொரு படிக்குப் பிறகும் 20 செ.மீ ஆதாயம்) நேரியல் வளர்ச்சி என்று அழைக்கப்படுகிறது. **(Limear growth)**

பூமிக்கும் சந்திரனுக்கும் இடையேயான தூரத்தை கடக்க, நேரியல் வளர்ச்சியுடன் 1,92,20,00,000 படிகள் தேவைப்படுகின்றன, ஆனால் அடுக்கு வளர்ச்சியுடன் ஒரு தாளின் வெறும் 46 மடிப்புகள் மட்டுமே தேவை! நேரியல் வளர்ச்சி கூட்டல், அதே சமயம் அடுக்கு வளர்ச்சி பெருக்கல்

$$\underbrace{20 + 20 + 20 + \dots\dots\dots}_{1,92,20,00,000 \text{ முறை}} \qquad \underbrace{0.001 \times 2 \times 2 \times 2 \dots\dots\dots}_{46 \text{ முறை}}$$

இந்த அத்தியாயத்தில் நாம் முன்பு பார்த்த அடுக்கு வளர்ச்சியின் சில எடுத்துக்காட்டுகள் ‘ஒளிரும் கற்கள்’, ‘மாயாஜால குளம்’, எத்தனை சேர்க்கைகள் அடுத்த அத்தியாயத்திலும் அடுத்த வகுப்பிலும் இதுபோன்ற சுவாரஸ்யமான எடுத்துக்காட்டுகளை நாம் ஆராய்வோம்.

? நேரியல் வளர்ச்சி மற்றும் அடுக்கு வளர்ச்சியின் சில எடுத்துக்காட்டுகளை நீங்கள் கொடுக்க முடியுமா?

பெரிய எண்களுக்கான உணர்வைப் பெறுதல்

கடந்த ஆண்டு, இலட்சங்கள் மற்றும் கோடிகள், அதே போல் மில்லியன்கள் மற்றும் பில்லியன்கள் பற்றி கற்றுக்கொண்டோம். ஒரு இலட்சம் 10^5 (1,00,000), ஒரு கோடி 10^7 (1,00,00,000) மற்றும் ஒரு அரபு 10^9 (1,00,00,00,000), அதே சமயம் ஒரு மில்லியன் 10^6 (1,000,000) மற்றும் ஒரு பில்லியன் 10^9 (1,00,00,00,000).

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

உலகின் மனித மக்கள்தொகையின் அளவை நீங்கள் அறிந்திருக்கலாம். உலகில் எத்தனை எறும்புகள் இருக்கலாம் அல்லது மனிதர்கள் எவ்வளவு காலத்திற்கு முன்பு தோன்றினர் என்று நீங்கள் எப்போதாவது ஆச்சரியப்பட்டிருக்கிறீர்களா? இந்த பிரிவில், அரபுகள் மற்றும் பில்லியன்களை விட கணிசமாக பெரிய எங்களை ஆராய்வோம். ஒவ்வொரு நிலையிலும் இந்த எண்களை குறிக்கவும் ஒப்பிடவும் 10இன் சக்திகளைப் பயன்படுத்துவோம்.

10^0 - 2025 ஆம் ஆண்டின் மத்தியில், உலகில் இரண்டு வட வெள்ளை காண்டாமிருகங்கள் மட்டுமே எஞ்சியுள்ளன, இரண்டும் பெண்கள், அவை கென்யாவில் உள்ள ஒல் பெஜெட்டா கன்சர்வேன்சியில் வசிக்கின்றன ($= 2 \times 10^0$)

10^1 - 2024 ஆரம்பத்தில், ஹைனான் கிப்பன்களின் மொத்த மக்கள்தொகை வெறும் 42 ($\approx 4 \times 10^1$)

10^2 - 2025 ஆம் ஆண்டின் மத்தியில் வெறும் 242 ககாபோ உயிருடன் 2 ($\approx 2 \times 10^2$)

10^3 - உலகில் 3000க்கும் குறைவான கொமோடோ டிராகன்கள் உள்ளன, அனைத்தும் இந்தோனேசியாவை அடிப்படையாகக் கொண்டவை ($\approx 3 \times 10^3$)

10^4 - மான்ட் ஓநாய் மக்கள்தொகையின் 2005 மதிப்பீடு அவர்களில் 17000க்கும் மேல் உள்ளதாகக் காட்டியது பெரும்பாலானவை பிரேசிலில் அமைந்துள்ளன (1.7×10^4)

10^5 - 2018 ஆம் ஆண்டு நிலவரப்படி, சுமார் 45 இலட்சம் ஆப்பிரிக்க யானைகள் உள்ளன ($\approx 4 \times 10^5$)

10^6 - 2025 ஆம் ஆண்டு நிலவரப்படி மதிப்பிடப்பட்ட 50 இலட்சம் /5 மில்லியன் அமெரிக்க முதலைகள் உள்ளன (5×10^6)

10^7 - உலகளாவிய ஒட்டகம் மக்கள்தொகை 3.5 கோடி/35 மில்லியனுக்கு மேல் மதிப்பிடப்பட்டுள்ளது (3.5×10^7) இந்தியாவில் அவற்றில் சுமார் 2.5 இலட்சம் மட்டுமே உள்ளன. உலகளாவிய குதிரை மக்கள்தொகை சுமார் 5.8 கோடி/58 மில்லியன் (5.8×10^7) அவற்றில் பாதி அமெரிக்காவில் உள்ளன.

10^8 - உலகளவில் 20 கோடி / 200 மில்லியன் (2×10^8) நீர் எருமைகள் மதிப்பிடப்பட்டுள்ளன, அவற்றில் பெரும்பான்மை ஆசியாவில் உள்ளன.

10^9 - ஸ்டார்லிங்குகளின் மதிப்பிடப்பட்ட உலகளாவிய மக்கள்தொகை சுமார் 1.3 அரபு / 1.3 பில்லியன் (1.9×10^9). 2025 ஆம் ஆண்டு நிலவரப்படி உலகளாவிய மனித மக்கள்தொகை 8.2 அரபு/ 8.2 பில்லியன் (8.2×10^9).

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

இந்தப்படம் ஐக்கிய நாடுகளில் உள்ள ஒரு பண்ணையின் மீது பறந்த மைனாக்களின் கூட்டமாகும். கூட்டமாக பல ஆயிரக்கணக்கான மைனாக்காள் ஒத்திசைவான சுழலும் வடிவங்களில் பறக்கும் வானில் தோன்றும் ஒரு மயக்கமூட்டும் காட்சியாகும். இது பெரும்பாலும் 'ஒருங்கிணைந்த நடனம்' என்று விவரிக்கப்படுகிறது.

❓ சுமார் 8×10^9 உலகளாவிய மனித மக்கள்தொகை மற்றும் சுமார் (4×10^5) ஆப்பிரிக்க யானைகள் இருக்க, ஒவ்வொரு ஆப்பிரிக்க யானைக்கும் கிட்டத்தட்ட 20,000 மக்கள் இருக்கிறார்கள் என்று சொல்லலாமா?

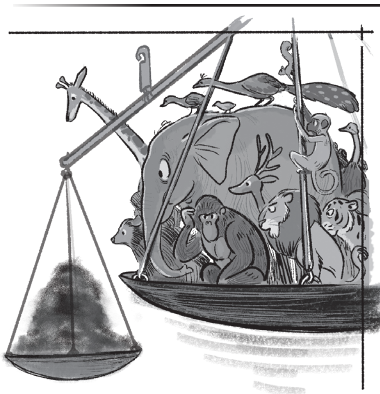
10^{10} - எந்த நேரத்திலும் வாழும் உலகளாவிய கோழி மக்கள்தொகை $\approx$ 33 பில்லியன் (3.3×10^{10}) என மதிப்பிடப்பட்டுள்ளது.

10^{12} - மரங்களின் மதிப்பிடப்பட்ட எண்ணிக்கை (2023) உலகளவில் 30 கரபு/3 லட்சம்கோடி (3×10^{12}) ஆக உள்ளது. ஒரு கரபு 100 அரபு, மற்றும் ஒரு லட்சம்கோடி 1000 பில்லியன்.

10^{14} - உலகளவில் மதிப்பிடப்பட்ட கொசு மக்கள்தொகை (2023) 11 நீல் / 110 லட்சம் கோடி (______) அண்டார்க்டிக் கரில் மக்கள் தொகையின் பெறப்பட்ட மதிப்பீடு 50 நீல் / 500 லட்சம்கோடி (5×10^{14}) ஆக உள்ளது

10^{15} - வண்டு மக்கள்தொகையின் மதிப்பீடு 1 பத்மா / 1 ஆயிரங்கோடி கோடி கோடி (1×10^{15}) ஆக உள்ளது. மண்புழு மக்கள்தொகையின் மதிப்பீடும் 1 பத்மா/1 ஆயிரங்கோடி கோடி கோடி ஆக உள்ளது.

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED



10^{16} - உலகளவில்எறும்புகளின்மதிப்பிடப்பட்ட மக்கள்தொகை 20 பதமா / 20 குவாட்ரில்லியன் (2×10^{16}) எறும்புகள் மட்டும் அனைத்து காட்டு பறவைகள் மற்றும் காட்டு பாலூட்டிகளை சேர்த்ததை விட அதிக எடை கொண்டவை.

10^{21} - பூமியில் உள்ள அனைத்து கடற்கரைகள் மற்றும் பாலை வனங்களில் உள்ள மணல் துகள்களின் எண்ணிக்கை இதுவாகும். இது ஒவ்வொரு எறும்புக்கும் வாழ 10 சிறிய மணல் கோட்டைகளை கொடுக்க போதுமான மணல்.

10^{23} - காணக்கூடிய பிரபஞ்சத்தில் மதிப்பிடப்பட்ட நட்சத்திரங்களின் எண்ணிக்கை (2×10^{23})

10^{25} - பூமியில் மதிப்பிடப்பட்ட நீர் துளிகளின் எண்ணிக்கை (2×10^{25}) (ஒரு மில்லிலிட்டருக்கு 16 துளிகள் என வைத்துக்கொண்டு).

? அறிவியல் குறியீட்டைப் பயன்படுத்தி கணக்கிட்டு பதிலை எழுதவும்.

(i) உலகில் ஒவ்வொரு மனிதனுக்கும் எத்தனை எலும்புகள் உள்ளன?

(ii) ஸ்டார்லிங்குகளின் ஒரு கூட்டத்தில 10,000 பறவைகள் இருந்தால், உலகில் எத்தனை கூட்டங்கள் இருக்கலாம்?

(iii) ஒவ்வொரு மாத்திலும் சுமார் 10^4 இலைகள் இருந்தால் உலகில் உள்ள அனைத்து மரங்களிலும் உள்ள மொத்த இலைகளின் எண்ணிக்கையைக் கண்டறியவும்.

(iv) நீங்கள் தாள்களை ஒன்றன் மீது ஒன்றாக அடுக்கினால், சந்திரனை அடைய எத்தனை தேவைப்படும்?

NOT TO BE REPUBLISHED @KTBS

உங்கள் வயதைச் சொல்ல வேறு வழி

நான் ''உனக்கு எத்தனை வயது?''
வயது ''நான் சில வாரங்களுக்கு முன்பு 13 வயதை முடித்தேன்!'' என்று ராக்ஸி கூறினார்
உனக்கு எத்தனை வயது?'' என்று எஸ்டு மீண்டும் கேட்டார்.
''எனக்கு இன்று 4840 நாட்கள் வயது!'' என்று ராக்ஸி கூறினார்.
''உனக்கு எத்தனை வயது?'' என்று எஸ்டு மீண்டும் கேட்டார்.
''எனக்கு மணி நேரங்கள் வயது!'' என்று ராக்ஸி கூறினார்.
இந்த எண்ணைக் கண்டறிவதற்கு முன் மதிப்பீடு செய்யுங்கள்.
''எஸ்டு, எனக்கு இன்று 4070 நாட்கள் வயது. என் பிறந்த தேதியைக் கண்டுபிடிக்க முடியுமா?''

? இந்த எண் என்ன பொருள்படும்? கண்டுபிடி!

நீங்கள் ஒரு மில்லியன் வினாடிகள் வாழ்ந்திருந்தால், உங்களுக்கு எத்தனை வயதாகும்?

சில நிகழ்வுகள் மற்றும் நிகழ்வுகளின் தோராயமான நேரங்கள் மற்றும் காலவரிசைகளைப் பார்ப்போம், மற்றும் இந்த அளவுகளை குறிக்கவும் ஒப்பிடவும் 10இன் சக்திகளைப் பயன்படுத்துவோம்.

NOT TO BE REPUBLISHED
@KTBS

வினாடிகளில் நேரம்		நிஜ உலக நிகழ்வுகள்/நிகழ்வுகளுடன் ஒப்பீடு
$10^0 = 1$ வினாடி	-	மேலே வீசப்பட்ட பந்து தரையில் மீண்டும் விழுவதற்கு எடுத்துக்கொள்ளும் நேரம் (பொதுவாக சில வினாடிகள்).
$10^1 = 10$ நிமிடங்கள்	-	இரத்தம் உடல் வழியாக ஒரு முழு சுழற்சியை முடிக்க எடுக்கும் நேரம் 10 - 20 வினாடிகள் ($1 \times 10^1 - 2 \times 10^1$ வினாடிகள்)
	-	போக்குவரத்து சிகனலில் வழக்கமான காத்திருக்கும் நேரம்

உலகில் எறும்புகளின் எண்ணிக்கை அல்லது இரத்தம் முழுமையாக சுழல எடுக்கும் நேரம் போன்ற விஷயங்களை யாராவது மதிப்பிட முடிவது மிகவும் ஆச்சரியமானது அல்லவா? நீங்கள் அத்தகைய உண்மைகளை சந்திக்கும் போதெல்லாம் இந்த ஆச்சரியத்தை எடுத்துச் செல்லலாம் அறிவியல் மற்றும் சமூக அறிவியல் போன்ற பாடங்களில் நீங்கள் அத்தகைய உண்மைகளை சந்திப்பீர்கள், அங்கு அத்தகைய மதிப்பீடுகள் அடிக்கடி செய்யப்படுகின்றன.

10^2 வினாடிகள் ≈ 1.6 நிமிடங்கள்

- ஒரு கப் தேநீர் தயாரிக்க தேவையான நேரம் 5-10 நிமிடங்கள்

  ($\approx 4 \times 10^2 - 8 \times 10^2$ வினாடிகள்).

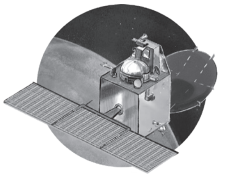
- சூரியனிலிருந்து பூமிக்கு ஒளி வர நேரம்: சுமார் 8 நிமிடங்கள்

  ($\approx 5 \times 10^2$ வினாடிகள்)

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

10^3 வினாடிகள் ≈ 16.6 நிமிடங்கள்	- குறைந்த பூமி சுற்றுப்பாதையில் உள்ள செயற்கைக் கோள்கள் பூமியைச் சுற்றி ஒரு முழு சுழற்சியை முடிக்க 90 நிமிடங்கள் (≈ 5.5×10^3 1 வினாடிகள்) முதல் 2 மணி நேரம் வரை எடுக்கும்.
10^4 வினாடிகள் ≈ 2.7 மணி நேரம்	- ஒரு உணவை ஜீரணிக்க தேவையான நேரம். வயிற்றின் வழியாக செல்ல சுமார் 2-4 மணி நேரம் - வயது வந்த மேஃபனையின் ஆயுட்காலம் சுமார் ஒரு நாள் (≈ 9×10^4 வினாடிகள்)

10^5 வினாடிகள் ≈ 1:16 நாட்கள் மற்றும் 10^6 வினாடிகள் ≈ 11.57 நாட்கள் சில நிகழ்வுகள் அல்லது நிகழ்வுகளைப் பற்றி சிந்தியுங்கள். (i) 10^5 வினாடிகள் மற்றும் (ii) 10^6 வினாடிகள் வரிசையில் உள்ள அவற்றை அறிவியல் குறியீட்டில் எழுதவும்.

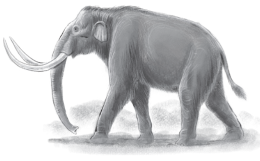


10^7 வினாடிகள் ≈ 115.7 நாட்கள்/ ≈ 3.8 மாதங்கள்	- ஒரு வருடத்தில் தூங்குவதில் செலவழிக்கும் நேரம் சுமார் 4 மாதங்கள் மங்கள்யான - பயணம் செவ்வாயை அடைய எடுத்துக்கொண்ட நேரம். 298 நாட்கள் (≈ 2.65×10^7 வினாடிகள்). - செவ்வாய் சூரியனைச் சுற்றி ஒரு முழு சுழற்சிக்கு எடுக்கும நேரம்: 687 பூமி-நாட்கள் ? 1.88 பூமி ஆண்டுகள் (≈ 6×10^7 வினாடிகள்)
10^8 வினாடிகள் ≈ 3.17 ஆண்டுகள்	- பெரும்பாலானநாய்களின்வழக்கமானஆயுட்காலம் 3 முதல் 15 ஆண்டுகள் - நெப்டியூன் சூரியனைச் சுற்றி ஒரு முழு சுழற்சியின் காலம்: 50,190 பூமி நாட்கள் /-165 பூமி-ஆண்டுகள் அல்லது 89,666 நெப்டியூனியன் நாட்கள் /1 நெப்டியூனியன் ஆண்டு (≈ 5.2×10^9 வினாடிகள்) நெப்டியூனில் ஒரு நாள் சுமார் 16,1 மணி நேரம்.
10^9 வினாடிகள் ≈ 31.7 ஆண்டுகள்	- ஹாலியின் வால்மீனின் சுற்றுப்பாதை காலம் 75-79 ஆண்டுகள், அடுத்த எதிர்பார்க்கப்படும் திரும்புதல் 2061 ஆம் ஆண்டு (≈ 2.4×10^9 வினாடிகள்)

NOT TO BE REPUBLISHED © KTBS

அடுக்கு வளர்ச்சி எவ்வளவு விரைவானது என்பதை கவனியுங்கள்- 10^6 வினாடிகள் ஒரு பதினைந்து நாட்களுக்கும் குறைவாக உள்ளது, ஆனால் 10^9 வினாடிகள் பிரம்மாண்டமான **31** ஆண்டுகள் (மனித ஆயுட்காலத்தின் பாதி)!

10^{10} வினாடிகள் $\approx$ 317 ஆண்டுகள்	-	சோழர் வம்சம் **900** ஆண்டுகளுக்கும் மேலாக ஆட்சி செய்தது ($\approx 3\times 10^{10}$வினாடிகள்) கி.மு **3**ஆம் நூற்றாண்டுக்கும் கி.பி. **12**ஆம் நூற்றாண்டுக்கும் இடையே.
10^{11} வினாடிகள் $\approx$ 3,170 ஆண்டுகள்	-	அறியப்பட்ட மிகப் பழமையான உயிருள்ள மரத்தின் வயது சுமார் 5000 ஆண்டுகள் ($\approx 1.57 \times 10^{11}$ வினாடிகள்)
	-	கடைசி உச்ச பனி யுகத்திலிருந்து கழித்த நேரம் 19,000 - 26,000 ஆண்டுகளுக்கு முன் ($\approx 6 \times 10^{11}$ வினாடிகள் - 8.2×10^{11} வினாடிகள்)
10^{12} வினாடிகள் $\approx$ 31,700 ஆண்டுகள்	-	ஆரம்பகால நவீன மனிதன் முதன்முதலில் **2-3** இலட்சம் ஆண்டுகளுக்கு முன் தோன்றினர் ($\approx 7 \times 10^{12} - 9 \times 10^{1}$ வினாடிகள்) அந்த நேரத்தில் முழு மக்கள்தொகையும் ஒரு பெரிய கிரிக்கெட் ஸ்டேடியத்தில் அடங்கும்.
10^{13} வினாடிகள் $\approx$ 3.17 இலட்சம் ஆண்டுகள்	-	கம்பளியானை சுமார் **8 - 18** இலட்சம் ஆண்டுகளுக்கு முன் தோன்றியதாக மதிப்பிடப்பட்டுள்ளது
10^{14}வினாடிகள் $\approx$ 3.17 இலட்சம் ஆண்டுகள்	-	ராட்சதபறவை புதைப்படிவம், ஒரு வகை பயங்கர பறவை, **15** மில்லியன் ஆண்டுகளுக்கு முன்பு காலப்படுத்தப்பட்டது ($\approx$____________ வினாடிகள்).



©KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

10^{15} வினாடிகள் ≈ 3.17 கோடி ஆண்டுகள்	-	இமயமலைகளின் வயது 5.5 கோடி ஆண்டுகள்/55 மில்லியன் ஆண்டுகள் ($\approx 1.7 \times 10^{15}$) வினாடிகள்)
	-	அவை ஒவ்வொரு ஆண்டும் சில மிமீ வளர்ச்சி யைத் தொடர்கின்றன. டைனோசர்கள் 6.6 கோடி ஆண்டுகளுக்கு முன் /66 மில்லியன் ஆண்டுகளுக்கு முன் அழிந்தன ($\approx 2 \times 10^{15}$)
	-	டைனோசர்கள முதன்முதலில் 20 கோடி / 200 மில்லியன் ஆண்டுகளுக்கு முன் தோன்றின ($\approx 6 \times 10^{1}$ வினாடிகள்)
	-	சூரியன்பால்வழியைச்சுற்றிஒருமுழுசுற்றுப்பயணம் செய்ய சுமார் 23 கோடி ஆண்டுகள் ஆகும் ($\approx 7 \times 10^{15}$ வினாடிகள்)
10^{16} வினாடிகள் ≈ 31.7 கோடி ஆண்டுகள்	-	நிலத்தில் தாவரங்கள் 47 கோடி / 470 மில்லியன் ஆண்டுகளுக்கு முன் தொடங்கின ($\approx$________ வினாடிகள்)
10^{17} வினாடிகள் ≈ 3.17 பில்லியன் ஆண்டுகள்		மிகப் பழைய புதைப்படிவ சான்றுகள் பாக்டீரியா முதன்முதலில் சுமார் 3.7 பில்லியன் ஆண்டுகளுக்கு முன் தோன்றியதாகக் காட்டுகின்றன.
	-	பூமி 4.5 பில்லியன் ஆண்டுகள் பழமையானது.
	-	பாலவழி விண்மீன் மண்டலம் 13.6 பில்லியன ஆண்டுகளுக்கு முன் உருவானது, பிரபஞ்சம் 13.8 பில்லியன் ஆண்டுகளுக்கு முன் உருவானது.

NOT TO BE REPUBLISHED @KTBS

10^{19} வினாடிகள் ஒரு மனிதனின் ஆயுட்காலம் வரிசையில் உள்ளது என்பதைக் கவனியுங்கள், அதே சமயம் நவீன இயற்பியலின்படி 10^{18} வினாடிகளுக்கு முன்பு பிரபஞ்சம் இல்லை!! அடுக்கு குறியீடு மிகப் பெரிய அளவுகளை சுருக்கமான முறையில் பிடிக்க முடியும்.

❓ அறிவியல் குறியீட்டைப் பயன்படுத்தி கணக்கிட்டு பதிலை எழுதவும்:

(i) ஒவ்வொரு வினாடியும் ஒரு நட்சத்திரம் எண்ணப்பட்டால், பிரபஞ்சத்தில் உள்ள அனைத்து நட்சத்திரங்களையும் எண்ண எவ்வளவு நேரம் ஆகும்? அறிவியல் குறியீட்டைப் பயன்படுத்தி வினாடிகளின் எண்ணிக்கையின அடிப்படையில் பதிலளிக்கவும்.

(ii) ஒருவர் ஒவ்வொரு 10 வினாடிகளுக்கும் ஒரு கிளாஸ் தண்ணீர் (200 மி.லி.) குடிக்க முடிந்தால், பூமியில் உள்ள நீரின் முழு அளவையும் முடிக்க எவ்வளவு நேரம் ஆகும்?

முயற்சி செய்க

மிகப் பெரிய அளவுகள் பெரும்பாலும் நமது அனுபவத்திற்கும் புரிதலுக்கும் அப்பாற்பட்டவை. அவற்றை முன்னோக்கில் வைக்க நமக்குத் தெரிந்த அளவுகளுடன் அவற்றை தொடர்புபடுத்தி ஒப்பிடலாம். இது ஒரு எண் அல்லது அளவீடு எவ்வளவு பெரியது என்பதன் சாரத்தைக் கொடுக்கலாம்!

2.5 வரலாற்றின் ஒரு சிட்டிகை

கி.மு முதல் நூற்றாண்டின் புத்த ஆய்வுக் கட்டுரையான லலிதவிஸ்தாராவில், 10% வரை 10^{53}இன் ஒற்றைப்படை சக்திகளுக்கான எண் பெயர்களைக் காண்கிறோம் இது கணிதவியலாளர் அரஜுனாவுக்கும் பிரின்ஸ் கௌதம், போதிசத்வாவிற்கும் இடையேயான உரையாடலின் ஒரு பகுதியாக நிகழ்கிறது.

“நூறு கோடிகள் அயுத (10^{9}), என்று அழைக்கப்படுகின்றன. நூறு அயுத நியுத (10^{11}), நூறு நியுத கங்கர (10^{13}) நூறு சர்வ-பலா விசம்ஜஞா-கதி (10^{47}). நூறு விசம்ஜஞர்-கதிகள் சரவஜஞ (10^{49}),நூறு சர்வஜஞகள விபூதங்கமா (10^{51}), நூறு விபூதங்கமாக்கள் தல்லக்ஷண 10^{53}

மகாவீராச்சாரியா தனது ஆய்வுக் கட்டுரையான கணித சார சங்கரஹனில்24 சொற்களின்பட்டியலை (அதாவது 10^{23}வரை) கொடுக்கிறார். அமாலசித்தி என்ற அநாமதேய ஜைன ஆய்வுக கட்டுரை (10^{96}) (தச அனந்த) வரை 10இன் ஒவ்வொரு சக்திக்கும் பெயருடன் ஒரு பட்டியலைக் கொடுக்கிறது. காச்சாயனாவின் பாலி இலக்கண ஆய்வுக் கட்டுரை அசங்கயேய என்று பெயரிடப்பட்ட 10^{140}வரை எண-பெயர்களைப் பட்டியலிடுகிறது.

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

10இன உயர் சக்திகளை வெளிப்படுத்த சைன மற்றும் புத்த நூல்கள் சஹஸ்ஸ (ஆயிரம்) மற்றும் கோடி (பத்து மில்லியன) போன்ற அடிப்படைகளைப் பயன்படுத்துகின்றன. எடுத்துக்காட்டாக பிரயுத (10^6) தச சத சஹஸ்ஸ (பத்து நூறு ஆயிரம) ஆகும்.

நவீன பெயரிடல் இதைப் போன்றது. அங்கு நாம் கூறுகிறோம்.

நூறு ஆயிரம் ஒரு இலட்சம்	$100 \times 1000 = 1,00,000$	$10^2 \times 10^3 = 10^5$
நூறு இலட்சங்கள் ஒரு கோடி	$100 \times 1,00,000 = 1,00,00,000$	$10^2 \times 10^5 = 10^7$
நூறு கோடிகள் ஒரு அரபு	$100 \times 1,00,00,000 = 1,00,00,00,000$	$10^2 \times 10^7 = 10^9$
நூறு அரபு ஒரு கரபு	$100 \times 1,00,00,00,000$ $= 1,00,00,00,00,000$	$10^2 \times 10^9 = 10^{11}$

இதைத் தொடர்ந்து, நூறு கரபு ஒரு நீல் (10^{13}), நூறு நீல் ஒரு பத்மா (10^{15}) நூறு பத்மா ஒரு சங்க (10^{17}), மற்றும் நூறு சங்க ஒரு மகா சங்க் (10^{19})

அமெரிக்க/சர்வதேச முறையில், நாம் கூறுகிறோம்

ஆயிரம் ஆயிரம் ஒரு மில்லியன்	$1000 \times 1000 = 1,000,000$	$10^3 \times 10^3 = 10^6$
ஆயிரம் மில்லியன் ஒரு பில்லியன்	$1000 \times 1,000,000 = 1,000,000,000$	$10^3 \times 10^6 = 10^9$
ஆயிரம் பில்லியன் ஒரு ட்ரில்லியன்	$1000 \times 1,000,000,000$ $= 1,00,000,000,000$	$10^3 \times 10^9 = 10^{12}$

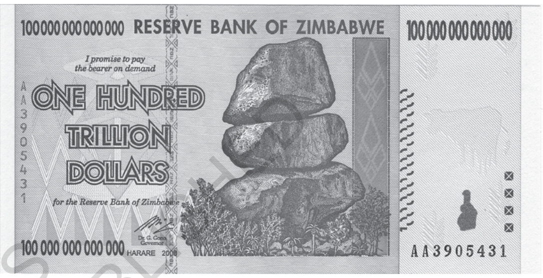
இதைத் தொடர்ந்து, ஆயிரம் ட்ரில்லியன் ஒரு குவாடரில்லியன் (10^{15}) இந்த வடிவம் தொடர்கிறது மில்லியன் (10^6), பில்லியன் (10^9), டரில்லியன் (10^{12}), குவாட்ரில்லியன் (10^{15}), குவின்டில்லியன் (10^{18}), செக்ஸ்டில்லியன் (10^{21}). செப்டில்லியன் (10^{24}), ஆக்டில்லியன் (10^{27}), நோனில்லியன் (10^{30}). டெசில்லியன் (10^{33}) என்ற பெயர்களைக் கவனியுங்கள்

❓ ஒவ்வொரு பெயரின் முதல் பகுதி என்ன குறிக்கிறது?

10^{100} என்ற எண் கூகோல் என்றும் அழைக்கப்படுகிறது பிரபஞ்சத்தில் உள்ள மதிப்பிடப்பட்ட அணுக்களின் எண்ணிக்கை 10^{78} முதல் 10^{82} வரை **10**கூகோல் என்ற எண் கூகோல்பளெக்ஸ் என்று அழைக்கப்படுகிறது. இந்த எண் எவ்வளவு பெரியது என்பதை கற்பனை செய்வது கடினம்!

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

தற்போது இந்தியாவில் மிக உயர்ந்த மதிப்புள்ள நாணய நோட்டு 2000 ரூபாய் எப்போதும், உலகம் முழுவதும், மிக உயர்ந்த மதிப்புள்ள நாணய நோட்டு என்ன என்று யூகிக்கவும் எப்போதும் அச்சிடப்பட்ட மிக உயர்ந்த எண் மதிப்புள்ள வங்கி நோட்டு 1 செக்ஸ்டில்லியன் பெங்கோ (10^{21} அல்லது 1 மில்லியார்ட் பில்பெங்கோ) மதிப்புள்ள ஒரு சிறப்பு நோட்டு 1946 இல் ஹங்கேரியில் அச்சிடப்பட்டது. ஆனால் அது ஒருபோதும் வெளியிடப்படவில்லை. 2009இல், ஜிம்பாப்வே 100 ட்ரில்லியன் (10^{14}) ஜிம்பாப்வே டாலர் நோட்டை அச்சிட்டது. அச்சிடப்பட்ட நேரத்தில் அதன் மதிப்பு சுமார் $ 30 ஆகும்.



இதைக் கண்டுபிடி

1. $(2^{224}) \div (4^{32})$ இன் மதிப்பில் ஒன்றுகள் இலக்கத்தைக் கண்டறியவும்?

2. ஒரு கொள்கலனில் 5 பாட்டில்கள் உள்ளன. ஒவ்வொரு நாளும், ஒரு புதிய கொள்கலன் கொண்டு வரப்படுகிறது. 40 நாட்களுக்குப் பிறகு எத்தனை பாட்டில்கள் இருக்கும்?

3. கொடுக்கப்பட்ட எண்ணை இரண்டு அல்லது அதிகமான அடுக்குகளின் பெருக்கலாக மூன்று வெவ்வேறு வழிகளில் எழுதவும். அடுக்குகள் எந்த முழு எண்களாகவும் இருக்கலாம்.

   (i) 64^3 (ii) 192^8 (iii) 32^{-5}

4. ஒவ்வொரு அறிக்கையையும் ஆராய்ந்து அது எப்போதும் உண்மை, சில நேரங்களில் மட்டும் உண்மை, அல்லது ஒருபோதும் உண்மையல்ல என்பதைக் கண்டறியவும். உங்கள் காரணத்தை விளக்கவும்.

   (i) கன எண்கள் வர்க்க எண்களாகவும் இருக்கும்.

   (ii) நான்காவது அடுக்குகள் வர்க்க எண்களாகவும் இருக்கும்.

©KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

(iii) ஒரு எண்ணின் ஐந்தாவது அடுக்கு அந்த எண்ணின் கனத்தால் வகுபடும்.

(iv) இரண்டு கன எண்களின் பெருக்கல் ஒரு கன எண்.

(v) q^{46} என்பது 4வது அடுக்கு மற்றும் 6வது அடுக்கு இரண்டுமாகும் (q ஒரு பகா எண்).

5. எளிமைப்படுத்தி இவற்றை அடுக்கு வடிவில் எழுதவும்.

(i) $10^{-2} \times 10^{-5}$ (ii) $5^7 \div 5^4$

(iii) $9^{-7} \div 9^4$ (iv) $(13^{-2})^{-3}$ (v) $m^5n^{12}(mn)^9$

6. $12^2 = 144$ எனில் என்ன

(i) $(1.2)^2$ (ii) $(0.12)^2$

(iii) $(0.012)^2$ (iv) 120^2

7. ஒரே மாதிரியான எண்களை வட்டமிடவும்.

$2^4 \times 3^6$ $6^4 \times 3^2$ 6^{10} $18^2 \times 6^2$ 6^{24}

8. பின்வருவனவற்றில் பெரிய எண்ணைக் கண்டறியவும்-

(i) 4^3 அல்லது 3^4 (ii) 2^8 அல்லது 8^2 (iii) 100^2 அல்லது 2^{100}

9. ஒருபால்பண்ணை ஒருவருடத்தில் 8.5 பில்லியன் பால் பாக்கெட்டுகளை உற்பத்தி செய்ய திட்டமிடுகிறது. அவர்கள் ஒவ்வொரு பாக்கெட்டிற்கும் ஒரு தனித்துவமான ID குறியீட்டை விரும்புகிறார்கள். அவர்கள் 0-9 இலக்கங்களைப் பயன்படுத்த விரும்பினால், குறியீடு எத்தனை இலக்கங்களைக் கொண்டிருக்க வேண்டும்?

10. 64 என்பது ஒரு வர்க்க எண் (8^2) மற்றும் ஒரு கன எண் (4^3) ஆகும். வர்க்கங்களாகவும் கனங்களாகவும் இருக்கும் மற்ற எண்கள் உள்ளனவா? பொதுவாக அத்தகைய எண்களை விவரிக்க ஒரு வழி உள்ளதா?

கணித பேச்சு

11. ஒரு டிஜிட்டல் லாக்கருக்கு 5 நீளமுள்ள எண்ணெழுத்து (இது இலக்கங்கள் மற்றும் எழுத்துக்கள் இரண்டையும் கொண்டிருக்கலாம்) கடவுச்சொல் உள்ளது. சில உதாரண குறியீடுகள் G89P0, 38098, BRJKW மற்றும் 003AZ. எத்தனை அத்தகைய குறியீடுகள் சாத்தியம்?

NOT TO BE REPUBLISHED @KTBS

12. உலகளாவிய ஆடுகளின் மக்கள்தொகை (2024) சுமார் 10^9, மற்றும் ஆடுகளின் மக்கள்தொகையும் சுமார் அதே அளவு. ஆடுகள் மற்றும் ஆடுகளின் மொத்த மக்கள்தொகை என்ன?

(i) 20^9 (ii) 10^{11} (iii) 10^{10}

(iv) 10^{18} (v) 2×10^9 (vi) $10^9 + 10^9$

13. கணக்கிட்டு விஞ்ஞான குறியீட்டில் பதிலை எழுதவும்:

(i) உலகில் உள்ள ஒவ்வொரு நபரும் 30 ஆடைகளைக் கொண்டிருந்தால், மொத்த ஆடைகளின் எண்ணிக்கையைக் கண்டறியவும்.

(ii) உலகில் சுமார் 100 மில்லியன் தேனீ காலனிகள் உள்ளன. ஒவ்வொரு காலனியிலும் சுமார் 50,000 தேனீக்கள் இருந்தால் தேனீக்களின் எண்ணிக்கையைக் கண்டறியவும்.

(iii) மனித உடலில் சுமார் 38 டிரில்லியன் பாக்டீரியா செல்கள் உள்ளன. உலகில் உள்ள அனைத்து மனிதர்களிலும் வசிக்கும் பாக்டீரியா மக்கள்தொகையைக் கண்டறியவும்.

(iv) ஒரு வாழ்நாளில் சாப்பிடுவதில் செலவழிக்கும் மொத்த நேரம் வினாடிகளில்.

14. 1 அரப்/1 பில்லியன் வினாடிகளுக்கு முன் என்ன தேதி?   முயற்சி செய்க

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

சுருக்கம்

- நாம் சில சூழ்நிலைகளை ஆய்வு செய்தோம், கேள்விகள் கேட்டோம், முதலில் யூகித்து, பிறகு சிக்கல் அறிக்கையை மாதிரியாக்கி, கணக்கீடுகளை மேற்கொள்வதற்கு அனுமானங்கள் மற்றும் தோராய மதிப்புகளை உருவாக்கி பதில்களைக் கண்டறிந்தோம்.
- விரைவான அடுக்கு வளர்ச்சி, பெருக்கல் வளர்ச்சி என்றும் அழைக்கப்படுவது, கூட்டல் வளர்ச்சியுடன் எவ்வாறு ஒப்பிடப்படலாம் என்பதை நாம் அனுபவித்தோம்.
- n^a என்பது $n \times n \times n \times n \times .... \times n$ (nஐ a முறை தன்னுடன் பெருக்குதல்) மற்றும் $n^{-a} = \frac{1}{n^a}$.
- அடுக்குகளுடன் செயல்பாடுகள் பின்வருமாறு:
  - $n^a \times n^b = n^{a+b}$
  - $(n^a)^b = (n^b)^a = n^{a \times b}$
  - $n^a \div n^b = n^{a-b}$ $(n \neq 0)$
  - $n^a \times m^a = (n \times m)^a$
  - $n^a \div m^a = (n \div m)^a$ $(m \neq 0)$
  - $n^0 = 1$ $(n \neq 0)$
- 308100000 எண்ணின் விஞ்ஞான குறியீடு 3.081×10^8, எந்த எண்ணின் விஞ்ஞான குறியீட்டின் நிலையான வடிவம் $x \times 10^y$, இங்கே $x \geq 1$ மற்றும் $x < 10$, மற்றும் yஒரு முழு எண்.
- ஒரு எண் அல்லது அளவு எவ்வளவு பெரியது என்பதைப் புரிந்து கொள்ள சுவாரஸ்யமான சிந்தனை பரிசோதனைகளில் ஈடுபடுவது பயன்படுத்தப்படலாம்.

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

இது புதிர் நேரம்!

பத்தில் அபாரமானது

இந்த விளையாட்டை விளையாட ஒரு கூட்டாளியைக் கண்டுபிடியுங்கள். 10 வினாடிகளில், 0-9 இலக்கங்கள் மற்றும் எண்கணித செயல்பாடுகளை மட்டும் பயன்படுத்தி ஒரு எண் அல்லது வெளிப்பாட்டை எழுதும் நபர், இரண்டுக்கும் இடையே பெரிய எண்ணைத் தரும் நபர் அந்த சுற்றில் வெற்றி பெறுவார்.

10000000000000 $\qquad\qquad$ 999999×999999

சுற்று 1 இல், ராக்ஸி 10000000000000 என்று எழுதினார் ஈஸ்டு 999999 × 999999 என்று எழுதினார். இவற்றில், ராக்ஸியின் எண் பெரியது. ஏன் என்று பார்க்க முடியுமா? ராக்ஸியின் எண் 10^{13}, அதே சமயம் எஸ்டுவின் எண் $(10^6)^2$ க்கும் குறைவு.

சுற்று 2 இல், ராக்ஸி $10^{1000} + 10^{1000} + 10^{1000} + 10^{1000}$ என்று எழுதினார், ஈஸ்டு $(10^{1000000}) \times 9000$ என்று எழுதினார். எது பெரியது என்று நீங்கள் சொல்ல முடியுமா?

$10^{1000}+10^{1000}+10^{1000}+10^{1000}$ $\qquad\qquad$ $10^{1000000} \times 9000$

வெவ்வேறு சுற்றுகளுக்கு நீங்கள் கருத்தில் கொள்ளக்கூடிய சில நிபந்தனைகள் கீழே உள்ளன.

(i) அடுக்குகள் அனுமதிக்கப்படவில்லை. கூட்டல் மட்டும் அனுமதிக்கப்படுகிறது.

(ii) அடுக்குகள் அனுமதிக்கப்படவில்லை. கூட்டல் மற்றும் பெருக்கல் மட்டும் அனுமதிக்கப்படுகிறது.

(iii) அடுக்குகள் அனுமதிக்கப்படுகின்றன. கூட்டல் மட்டும் அனுமதிக்கப்படுகிறது.

(iv) அடுக்குகள் அனுமதிக்கப்படுகின்றன. எந்த எண்கணித செயல்பாடும் அனுமதிக்கப்படுகிறது.

நீங்கள் உங்கள் சொந்த நிபந்தனைகளை உருவாக்கலாம் மற்றும்/ அல்லது ஒன்றாக விளையாட மேலும் நபர்களை ஈடுபடுத்தலாம்.

NOT TO BE REPUBLISHED @KTBS

3 எண்களின் கதை
A STORY OF NUMBER

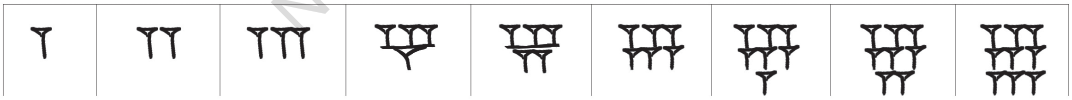
D6G3M1

3.1 ரீமாவின் ஆர்வம்

ஒரு மந்தமான மதியம். ரீமா ஒரு பழைய புத்தகத்தைப் புரட்டிக் கொண்டிருந்தபோது, ஷ்! ஒரு காகிதத் துண்டு நழுவி தரையில் மிதந்தது. அவள் அதை எடுத்து, அதில் இருந்த விசித்திரமான சின்னங்களைப் பார்த்தாள். இது என்ன?என்று யோசித்தாள்.

ஒரு ரகசியப் புதையல் போல அந்த காகிதத்தைப் பிடித்துக் கொண்டு அவள் தன் தந்தையிடம் ஓடினாள். அவர் அதைப் பார்த்து சிரித்தார். சுமார் 4000 ஆண்டுகளுக்கு முன்பு ஆசியாவின் மேற்குப் பகுதியில் உள்ள மெசபடோமியா என்ற பகுதியில் ஒரு நாகரீகம் செழித்து வளர்ந்தது. அதில் இன்றைய ஈராக்கின் பெரும் பகுதியும் சில அண்டை நாடுகளும் அடங்கும். அவர்கள் தங்கள் எண்களை எழுதிய வழிகளில் இதுவும் ஒன்று.

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED



ரீமாவின் கண்கள் பிரகாசித்தன, அப்படியா? இந்த விசித்திரமான சின்னங்கள் எண்களா? அவளுடைய ஆர்வம் தூண்டப்பட்டது, மேலும் கேள்விகள் அவள் தலையில் சுழல ஆரம்பித்தன.

அவளுடைய ஆர்வத்தை உணர்ந்த அவளுடைய தந்தை, எண் மற்றும் எண்களை குறித்தல் பற்றிய யோசனை காலப்போக்கில் உலகம் முழுவதும் எவ்வாறு பரிணமித்தது? இறுதியாக அது நவீன திறமையான வடிவத்தை அடைந்தது என்பதைப் பற்றி அவளிடம் சொல்லத் தொடங்கினார். அவர்களுடன் காலத்தில் பின்னோக்கி பயணிக்கத் தயாராகுங்கள்!

கற்காலத்திலிருந்தே மனிதர்களுக்கு எண்ண வேண்டிய அவசியம் இருந்தது. அவர்கள் தங்களிடம் உள்ள உணவின் அளவு, அவர்களிடம் உள்ள கால்நடைகளில் எண்ணிக்கை, பொருட்களின் வர்த்தகம் பற்றிய விவரங்கள், சடங்குகளில் கொடுக்கப்படும் காணிக்கைகளின் எண்ணிக்கை போன்றவற்றை கணக்கிட்டனர். அமாவாசை, பௌர்ணமி அல்லது ஒரு பருவத்தின் ஆரம்பம் போன்ற முக்கியமான நிகழ்வுகள் எப்பொழுது நிகழும் என்பதை அறிந்து கணிக்க கடந்து செல்லும் நாட்களையும் அவர்கள் கண்காணிக்க விரும்பினர், இருப்பினும், அவர்கள் அத்தகைய எண்களைச் சொல்லும் பொழுது அல்லது எழுதும் பொழுது இன்று நாம் பயன்படுத்தும் எண்களை பயன்படுத்தவில்லை.

©KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

இன்று நாம் பயன்படுத்தும் நவீன வாய்மொழி மற்றும் எழுதப்படும் எண்களின் அமைப்பு ஆயிரக்கணக்கான ஆண்டுகளுக்கு முன்பு இந்தியாவில் தோன்றியது. கிட்டத்தட்ட இன்று நாம் வாய் மொழியாக சொல்வது போலவே யஜுர்வேத, சம்ஹிதா போன்ற பண்டைய இந்திய நூல்கள், 10 இன் அடுக்குகளின் அடிப்படையில் எண்களின் பெயர்களைக் குறிப்பிட்டன. உதாரணமாக அவை ஒன்று (ஏகா), பத்து (தசா), நூறு (ஷட்), ஆயிரம் (சஹஸ்ரா), பத்தாயிரம் (ஆயுத) போன்ற எண்களுக்கான பெயர்களை 10^{12} வரையும் மற்றும் அதற்கு பிறகும் பட்டியலிட்டன.

பக்சாலி பிரதியி பூச்கியம்

இன்று நாம் 0 முதல் 9 வரையிலான இலக்கங்களைப் பயன்படுத்தி - எழுதும் முறை சுமார் 2000 ஆண்டுகளுக்கு முன்பு இந்தியாவில் தோன்றி வளர்ச்சி அடைந்தது. முதன்முறையாக 0 (அப்பொழுது ஒரு புள்ளியாக குறிப்பிடப்பட்டது) உட்பட பத்து இலக்கங்களைப் பயன்படுத்தி எழுதப்பட்ட எண்கள் கையெழுத்து பிரதியான பக்ஷாலியில் (கி.பி. 3 ஆம் நூற்றாண்டு) காணப்படுகிறது. ஆரியபட்டா (கி.பி. 499) முந்தைய பத்து சின்னங்களின் அமைப்பை முழுமையாக விளக்கி, விரிவான அறிவியல் கணக்கீடுகளைச் செய்த முதல் கணிதவியலாளர் ஆவார்.

இந்திய எண் முறை அரபு உலகிற்கு கி.பி 80ல் பரவியது. அது அரபு உலகில் சிறந்த பாரசீக கணிதவியலாளர் அல்-குவாரிஸ்மி அவரது பெயரால்‘algorithm’என்ற சொல் பெயரிடப்பட்டது On the Calculation with Hindu Numerals (c. 825) என்ற புத்தகத்தின் மூலமும், பிரபல தத்துவஞானி அல் கிண்டி தனது On the Use of the Hindu Numerals (c. 830). என்ற படைப்பின் மூலம் பிரபலப்படுத்தப்பட்டது.

அரபு நாடுகளில் இருந்து, இந்து எண்கள் ஏறக்குறைய கி.பி 1100 ஆம் ஆண்டு சமயத்தில் ஐரோப்பாவிற்கும் ஆப்பிரிக்காவின் சில பகுதிகளுக்கும் பரவின. அல்-குவாரிஸ்மியின் On the Calculation with Hindu Numerals என்ற புத்தகம் இலத்தீன் மொழியில் மொழிபெயர்க்கப்பட்டாலும், 1200 ஆம் ஆண்டில் ஐரோப்பா இந்திய எண்களை ஏற்றுக்கொள்ள வேண்டும் என்று வலியுறுத்தியவர் இத்தாலிய கணிதவியலாளர் ஃபைபோன்ச்சி ஆவார் இருப்பினும், அந்த நேரத்தில் ஐரோப்பிய சிந்தனையிலும் எழுத்திலும் ரோமானிய எண்கள் மிகவும் ஆழமாக வேரூன்றி இருந்ததால், இந்திய எண்கள் பல நூற்றாண்டுகளுக்கு பரவலான பயன்பாட்டைப்

© NCERT NOT TO BE REPUBLISHED

பெறவில்லை. ஆனால் இறுதியில், ஐரோப்பிய மறுமலர்ச்சியின் போதும், 17ம் நூற்றாண்டிலும், அவற்றை ஏற்றுக்கொள்ளாமலிருப்பது சாத்தியமற்றது அல்லது அது அறிவியல் முன்னேற்றத்திற்குத் தடையாக இருக்கும் என்ற நிலை ஏற்பட்டது.

> *"The ingenious method of expressing every possible number using a set of ten symbols (each symbol having a place value and an absolute value) emerged in India. The idea seems so simple nowadays that its significance and profound importance is no longer appreciated. Its simplicity lies in the way it facilitated calculations and placed arithmetic foremost among useful inventions."*
>
> **— *Pierre-Simon Laplace (1749– 1827)***

பின்னர் அவற்றின் பயன்பாடு ஒவ்வொரு கண்டத்திற்கும் பரவியது. இப்பொழுது உலகின் ஒவ்வொரு மூலையிலும் பயன்படுத்தப்படுகிறது.

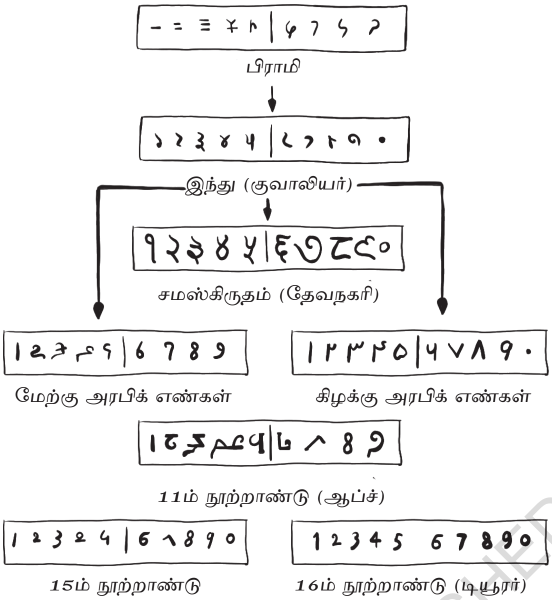
ஐரோப்பிய அறிஞர்கள் அரபு உலகத்தில் இருந்து இந்திய எண்களைக் கற்றுக்கொண்டதால், அவர்கள் தங்கள் ஐரோப்பியக் கண்ணோட்டத்தைப் பிரதிபலிக்க அவற்றை 'அரபு எண்கள்' என்று அழைத்தனர். மறுபுறம், மேலே குறிப்பிட்டுள்ளபடி, அல்-குவாரிஸ்மி மற்றும் அல்-கிண்டி போன்ற அரபு அறிஞர்கள் அவற்றை 'இந்து எண்கள்' என்று அழைத்தனர். ஐரோப்பிய காலணித்துவ காலத்தில், அரபு எண்கள் என்ற ஐரோப்பிய சொல் பரவலாகப் பயன்படுத்தப்பட்டது. இருப்பினும், சமீபத்திய ஆண்டுகளில், ஐரோப்பா உட்பட உலகெங்கிலும் உள்ள பல பாடப்புத்தகங்கள் மற்றும் ஆவணங்களில் இந்தத் தவறு சரி செய்யப்பட்டு வருகிறது. இன்று நாம் பயன்படுத்தும் எண்களுக்கு வழங்கும் சொற்கள் இந்து எண்கள், இந்திய எண்கள், இந்து-அரபு எண்கள் போன்றவை ஆகும்.

இங்கே 'இந்து' என்ற சொல் ஒரு மதத்தைக் குறிக்கவில்லை, மாறாக இது எந்த இடத்தில்/ எந்த மக்களிடத்தில் இருந்து வந்ததோ என்பது கவனிக்கத்தக்கது.

இன்றைய இந்திய எண் அமைப்பில் எண்களை எழுதப் பயன்படுத்தப்படும் 0, 1, 2, ..., 9 ஆகிய இலக்கங்களின் வடிவம், கீழே காட்டப்பட்டுள்ளபடி, ஒரு குறிப்பிட்ட காலகட்டத்தில் உருவாகியுள்ளது:

இந்திய எண் முறை உலகளவில் ஏற்றுக்கொள்ளப்படுவதற்கு முன்பு, வெவ்வேறு மக்கட் குழுக்கள் எண்களைக் குறிக்க வெவ்வேறு முறைகளைப் பயன்படுத்தினர்.

© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED



இந்து எண்முறையில் எண்ணுருக்களின் மறுமலர்ச்சி

அவற்றில் சிலவற்றை பார்ப்போம். நாம் வெவ்வேறு முறைகளை காலவரிசைப்படி பார்க்கப் போவதில்லை மாறாக எண் குறியீட்டின் வளர்ச்சியின் முக்கிய நிலைகளைக் காட்டும் ஒரு வரிசையில் பார்ப்போம்.

ஆனால் முதலில், எண்ணுவதற்கும், கொடுக்கப்பட்ட தொகுப்பில் உள்ள பொருட்களின் எண்ணிக்கையைத் தீர்மானிப்பதற்கும் தேவைப்படும் சில அடிப்படை முறைகளை ஆராய்வோம்.

எண்ணும் முறை

நாம் கற்காலத்தில், சுமார் பத்தாயிரம் ஆண்டுகளுக்கு முன்பு வாழ்வதாக கற்பனை செய்வோம்.

நம்மிடம் ஒரு **பசுக்கூட்டம்** இருப்பதாக வைத்துக்கொள்வோம். நம்முடைய மந்தையைப் பற்றி நாம் கேட்கக்கூடிய சில இயல்பான கேள்விகள் இங்கே கொடுக்கப்பட்டுள்ளன-

கணித பேச்சு

Q1.மேய்ந்த பிறகு அனைத்துப் பசுக்களும் பாதுகாப்பாகத் திரும்பிவிட்டன என்பதை நாம் எவ்வாறு உறுதிப்படுத்துவது?

Q2. நம் அண்டை வீட்டுக்காரரை விட நம்மிடம் குறைந்த பசுக்கள் இருக்கிறதா?

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

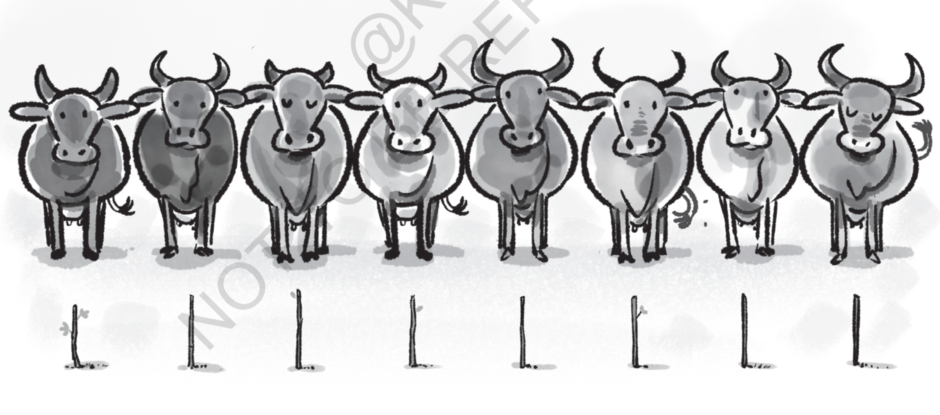
Q3. குறைவாக இருந்தால், நம் அண்டை வீட்டுக்காரரிடம் உள்ள அதே எண்ணிக்கையிலான பசுக்களைப் பெற இன்னும் எத்தனை பசுக்கள் நமக்குத் தேவைப்படும்?

இந்து எண்முறையின் எண் பெயர்கள் அல்லது எழுதப்பட்ட எண்களைப் பயன்படுத்தாமல் இந்தக் கேள்விகளுக்கு நாம் தீர்வு காண வேண்டும்.

நாம் அதை எப்படி செய்வது? சாத்தியமான சில முறைகள் இங்கே கொடுக்கப்பட்டுள்ளன.

முறை 1: நாம் கூழாங்கற்கள், குச்சிகள் அல்லது அபரிமிதமாகக் கிடைக்கும் எந்தப் பொருளையும் பயன்படுத்தி கேள்விகளுக்குத் தீர்வு காணலாம்.

குச்சிகளைத் தேர்ந்தெடுப்போம். மந்தையில் உள்ள ஒவ்வொரு பசுவிற்கும், நாம் ஒரு குச்சியை வைத்திருக்கலாம். இறுதியாகச் சேகரிக்கப்பட்ட குச்சிகளின் தொகுப்பு பசுக்களின் எண்ணிக்கையை நமக்குச் சொல்கிறது, இதைப் பயன்படுத்தி ஏதேனும் பசுக்கள் காணாமல் போயுள்ளதா என்று சரிபார்க்கலாம்.



ஒவ்வொரு பசுவிற்கும் ஒரு குச்சியைத் தொடர்புபடுத்தும் இந்த முறை, அதாவது இரண்டு பசுக்கள் ஒரே குச்சியுடன் தொடர்புபடுத்தப் படாமல் அல்லது இணைக்காமல் இருப்பது. ஒன்றுக்கு ஒன்று இணைத்தல் (One to one mapping) என்று அழைக்கப்படுகிறது.

அட்டவணையில் காட்டப்பட்டுள்ளபடி, இந்த எண்களைக் குறிக்கலாம்.

NOT TO BE REPUBLISHED @KTBS

பின்வரும் அட்டவணை:

எண்	அதன் குறிப்பு (குச்சிகளைப் பயன்படுத்தி)
1	ǀ
2	ǀ ǀ
3	ǀ ǀ ǀ
4	ǀ ǀ ǀ ǀ
5	ǀ ǀ ǀ ǀ ǀ
.	.
.	.
.	.

? இந்த குச்சிகளை மற்ற இரண்டு கேள்விகளுக்கு Q2 மற்றும் Q3 பதிலளிக்க நீங்கள் எவ்வாறு பயன்படுத்துவீர்கள்?

முறை 2: பொருட்களைப் பயன்படுத்துவதற்குப் பதிலாக, நாம் ஒலிகள் அல்லது பெயர்களின் ஒரு நிலையான வரிசையைப் பயன்படுத்தலாம். எடுத்துக்காட்டாக, நாம் எந்த ஒரு மொழியின் எழுத்துக்களின் ஒலிகளையும் பயன்படுத்தலாம். எண்ணும்போது, நாம் பொருட்களுக்கும் எழுத்துக்களுக்கும் இடையில் ஒன்றுக்கு ஒன்று இணைத்தல் செய்யலாம்: அதாவது, எண்ணப்பட வேண்டிய ஒவ்வொரு பொருளையும் எழுத்து வரிசையைப் பின்பற்றி ஒரு எழுத்துடன் தொடர்புபடுத்தலாம். இந்த இணைத்தலை வாய்மொழிவழியாக எண்களைக் குறிக்கும் ஒரு வழியைக் கொண்டு வரப் பயன்படுத்தலாம். எடுத்துக்காட்டாக, நாம் ஆங்கில எழுத்துக்கள் 'a' முதல் 'z' வரை பயன்படுத்தினால், பின்வரும் எண் குறிப்பைப் பெறுகிறோம். பின்வரும் அட்டவணை:

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

எண்	அதன் குறிப்பு (ஒலிகள் அல்லது பெயர்களைப் பயன்படுத்தி)
1	a
2	b
3	c
4	d
5	e
.	.
.	.
.	.
26	z

இந்த வடிவத்தில் ஆங்கில எழுத்துக்களை மட்டுமே பயன்படுத்துவதன் வெளிப்படையான வரம்பு என்னவென்றால், 26-க்கும் அதிகமான பொருட்களைக் கொண்ட தொகுப்புகளை எண்ணுவதற்கு இதைப் பயன்படுத்த முடியாது.

? உங்கள் மொழியின் எழுத்துக்களின் ஒலிகளைப் பயன்படுத்தி எத்தனை எண்களை இந்த வழியில் உங்களால் குறிக்க முடியும்?

கணித பேச்சு

முறை 3: நாம் பின்வருமாறு எழுதப்பட்ட குறியீடுகளின் ஒரு வரிசையைப் பயன்படுத்தலாம்.

அட்டவணை 1

எண்	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
குறியீடுகளைப் பயன்படுத்தி குறிப்பு	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X
எண்	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
குறியீடுகளைப் பயன்படுத்தி குறிப்பு	XI	XII	XIII	XIV	XV	XVI	XVII	XVIII	XIX	XX

©KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

? பெரிய எண்களைக் குறிக்க இந்த முறையை நீட்டிப்பதற்கான ஒரு வழியை நீங்கள் காண்கிறீர்களா? எப்படி?

மேலே உள்ள விவாதத்திலிருந்து, எண்ணுவதற்கும் ஒரு தொகுப்பின் அளவைக் கண்டறிவதற்கும், நமக்கு ஒரு நிலையான வரிசையைக் கொண்ட பொருள்கள், அல்லது பெயர்கள், அல்லது எழுதப்பட்ட குறியீடுகளின் ஒரு நிலையான வரிசை தேவை என்று பார்க்கிறோம். இந்த நிலையான வரிசையை ஒரு **எண்முறை** (number system) என்று அழைப்போம். பொருட்களின் ஒரு தொகுப்பை, அவற்றுக்கும் நிலையான வரிசைக்கும் இடையில், அந்த வரிசை முறையைப் பின்பற்றி, ஒரு ஒன்றுக்கு ஒன்று இணைத்தல் (one-to-one mapping) செய்வதன் மூலம் எண்ணலாம். எண்களுக்கு முடிவே இல்லாததால், எண்ணுவதற்கு எளிதான, முடிவில்லாத ஒரு நிலையான வரிசை/எண் முறையைக் கொண்டு வருவதுதான் சவால்.

குச்சிகளைப் பயன்படுத்துவது ஒரு முடிவில்லாத நிலையான வரிசை/ எண் முறையை அளிக்கிறது. இருப்பினும், எண்ணப்படும் பொருட்களின் எண்ணிக்கையைப் போலவே அதிகமான குச்சிகள் தேவைப்படுவதால், பெரிய தொகுப்புகளை எண்ணுவதற்கு இது வசதியாக இல்லை.

முறை 2 : இல் உள்ளதைப் போல, ஒரு மொழியின் எழுத்துக்களின் ஒலிகளைப் பயன்படுத்துவது எண்ணும் செயல்முறைக்கு வசதியானது ஆனால் அது ஒரு முடிவில்லாத நிலையான வரிசை/ எண் முறை இல்லை.

முறை 3 - இல் கொடுக்கப்பட்டுள்ள நிலையான வரிசை/ எண் முறை உண்மையில் இந்து எண் அமைப்பால் மாற்றப்படுவதற்கு முன்பு ஐரோப்பாவில் பயன்படுத்தப்பட்ட முறையாகும். இது' ரோமன் **எண்முறை** என்று அழைக்கப்படுகிறது. இது பல நூற்றாண்டுகளாக ஐரோப்பாவில் பரவலாகப் பயன்படுத்தப்பட்டது. மேலும் பல நோக்கங்களுக்கு வசதியாகவும் இருந்தது. ஆனால், மேலும் மேலும் குறியீடுகளை அறிமுகப்படுத்தாமல் தன்னிச்சையாக பெரிய எண்களை எழுத முடியாது என்ற அதே குறைபாட்டைக் கொண்டிருந்தது. எண்களை எழுதும் இந்த முறையைப் பற்றி நாம் பின்னர் மேலும் அறிந்துகொள்வோம்.

©KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

மூன்று முறைகளால் விளக்கப்பட்டுள்ளபடி, வரலாறு நமக்கு எண் அமைப்புகள் எண் முறைகள் உருவானதற்கான உதாரணங்களை அளிக்கிறது. இவை பொருட்கள், குச்சிகள், கூழாங்கற்கள், உடல் பாகங்கள் போன்றவை, பெயர்கள் மற்றும் எழுதப்பட்ட சின்னங்கள், எழுதப்பட்ட குறியீடுகள் ஆகியவற்றைப் பயன்படுத்தியும் உருவாக்கப்பட்டன. சில மக்கள் குழுக்களில் பொருட்கள் மூலமாகவும் பெயர்கள் மூலமாகவும் எண்கள் குறிக்கப்பட்டன அதே சமயம் சீனர்கள் போன்ற மற்ற குழுக்களிடம் மூன்று வகையான குறிப்புகளும் இருந்தன. எழுதப்பட்ட எண் முறையில் தோன்றும் குறியீடுகள் எண்ணுருக்கள்

என்று அழைக்கப்படுகின்றன. உதாரணமாக, இந்து எண் முறையில் தோன்றும் சில எண்ணுருக்கள் 0, 1, 5, 36, 193 போன்றவை ஆகும்.

சிறிய எண்களைக் குறிக்கும் எண்ணுருக்களுக்கு எப்போதும் பெயர்கள் இருந்தன எனவே எழுதப்பட்ட குறியீடுகளால் ஆன ஒரு எண் அமைப்புகள், நவீன கால இந்து எண் முறையில் இருப்பது போல, எப்போதும் பெயர்களால் ஆன ஒரு எண் முறையுடன் கைகோர்த்துச் சென்றது.

? இதைக் கண்டுபிடி?

1. முறை 1-இல் உள்ளதைப் போல, எண்களைக் குறிக்க குச்சிகளைப் பயன்படுத்தும் எண் முறையை நீங்கள் பயன்படுத்துவதாகக் கருதுவோம். இந்து எண் முறையின் எண் பெயர்கள் அல்லது எண்கள் (எண்ணுருக்கள்) எதையும் பயன்படுத்தாமல், இரண்டு எண்களை அல்லது குச்சிகளின் இரண்டு தொகுப்புகளை கூட்ட, கழிக்க, பெருக்க மற்றும் வகுக்க ஒரு முறையைக் கொடுங்கள். கணித பேச்சு

2. முறை 2-இல் உள்ள எண் அமைப்புகளை நீட்டிக்க ஒரு வழி, ஒன்றுக்கு மேற்பட்ட எழுத்துக்களைக் கொண்ட சரங்களைப் பயன்படுத்துவதாகும். உதாரணமாக, 27-க்கு நாம் 'aa' ஐப் பயன்படுத்தலாம். அனைத்து எண்களையும் குறிக்க இந்த அமைப்பை நீங்கள் எவ்வாறு நீட்டிக்க முடியும்? இதைச் செய்ய பல வழிகள் உள்ளன! கணித பேச்சு

3. உங்கள் சொந்த எண் முறையை உருவாக்க முயற்சி செய்யுங்கள். முயற்சி செய்க

3.2 சில ஆரம்பகால எண் முறைகள்

(i) உடல் பாகங்களைப் பயன்படுத்துதல்

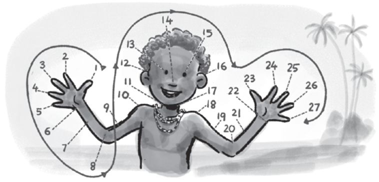
உலகெங்கிலும் உள்ள பல குழு மக்கள் எண்ணுவதற்கு தங்கள் கைகளையும் உடல் பாகங்களையும் பயன்படுத்தியுள்ளனர். பப்புவா நியூ கினியா நாட்டில் உள்ள ஒரு குழு மக்கள் தங்கள் உடல் பாகங்களை எவ்வாறு நிலையான வரிசை/ எண் முறையாகப் பயன்படுத்தினார்கள் இப்போதும் பயன்படுத்துகிறார்கள் என்பது இங்கே கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.

(ii) எலும்புகள் மற்றும் பிற பரப்புகளில் உள்ள குறிகள்

எண் குறிப்பீட்டின் பழமையான முறைகளில் ஒன்று, எலும்பு அல்லது குகையின் சுவர் போன்ற ஒரு பரப்பில் வெட்டப்பட்ட குறிகளான கீறல்களை உருவாக்குவது ஆகும். இந்த குறிகள் தனிப்பட்ட

©KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

அடையாளங்கள் என்றும் அழைக்கப்படுகின்றன. இந்த முறையில், எண்ணப்படும் ஒவ்வொரு பொருளுக்கும் ஒரு குறி செய்யப்படுகிறது. எனவே குறிகளின் இறுதித் தொகுப்பு மொத்தப் பொருட்களின் எண்ணிக்கையைக் குறிக்கிறது.



இது குச்சிகளைப் பயன்படுத்தி எண்ணும் முறை 1 (குச்சியைச் சேர்ப்பதற்குப் பதிலாக ஒரு குறி செய்யப்படுகிறது என்பதைத் தவிர) மிகவும் ஒத்திருக்கிறது,

20,000 ஆண்டுகளுக்கும் மேலான பழமையான எலும்புகளை தொல்பொருள் ஆராய்ச்சியாளர்கள் கண்டுபிடித்துள்ளனர் அவற்றில் குறிகள் இருப்பதாகத் தெரிகிறது. எண்களைக் குறிப்பதாகக் கருதப்படும் குறிகள் கொண்ட பழமையான அத்தகைய எலும்புகள் இஷாங்கோ எலும்பு மற்றும் லெபோம்போ எலும்பு ஆகும்.

20,000 முதல் 35,000 ஆண்டுகள் பழமையான இஷாங்கோ எலும்பு, காங்கோ ஜனநாயக குடியரசில் கண்டுபிடிக்கப்பட்டது. இதன் சிறப்பு, நெடுவரிசைகள் அடுக்கப்பட்ட கீறல்களைக் கொண்டுள்ளது, இது காலெண்டர் அமைப்புகளைக் குறிக்கலாம்.

தென்னாப்பிரிக்காவில் கண்டுபிடிக்கப்பட்ட லெபோம்போ எலும்பு 29 கீறல்களைக் கொண்ட இன்னும் பழமையான எண்ணும் குச்சியாகும், இது சுமார் 44,000 ஆண்டுகள் பழமையானது என்று மதிப்பிடப்பட்டுள்ளது. இது பழமையான கணித கலைப்பொருட்களில் ஒன்றாகக் கருதப்படுகிறது, மேலும் இது ஒரு எண்ணும் குச்சி அல்லது சந்திர காலெண்டராக செயல்பட்டிருக்கலாம்.

லம்போம்போ எலும்புகள்

இஷாங்கோ எலும்புகள்

NOT TO BE REPUBLISHED @KTBS

III. இரண்டாக எண்ணுவதன் மூலம் பெறப்பட்ட எண் பெயர்கள்

குமுல்கல் என்று அழைக்கப்படும் ஆஸ்திரேலியாவின் ஒரு பழங்குடி மக்கட் குழு, தங்கள் எண்களுக்கு பின்வரும் வார்த்தைகளைக் கொண்டிருந்தனர்

குமுல்கல் (ஆஸ்திரேலியா)

1. உரபோன்
2. உகாசர்
3. உகாசர்-உறப்போன்
4. உகாசர்- உகாசர்
5. உகாசர்- உகாசர் உரபோன்
6. உகாசர்- உகாசர்- உகாசர்

? அவர்களின் எண் பெயர்கள் எவ்வாறு உருவாகின்றன என்பதை உங்களால் பார்க்க முடிகிறதா?

3-க்கான எண் பெயரானது 2 மற்றும் 1-க்கான எண் பெயர்களால் ஆனது, 4-க்கான எண் பெயரானது 2-க்கான எண் பெயரின் இரண்டு முறை நிகழ்வால் ஆனது.

? மற்ற எண்களின் பெயர்கள் எவ்வாறு உருவாகின்றன என்பதை உங்களால் பார்க்க முடிகிறதா? எண் பெயர்கள் உருவாகும் வகையில் எண்கள் 2 ஆல் எண்ணப்படுகின்றன : $3 = 2 + 1$, $4 = 2 + 2$, $5 = 2 + 2 + 1$,

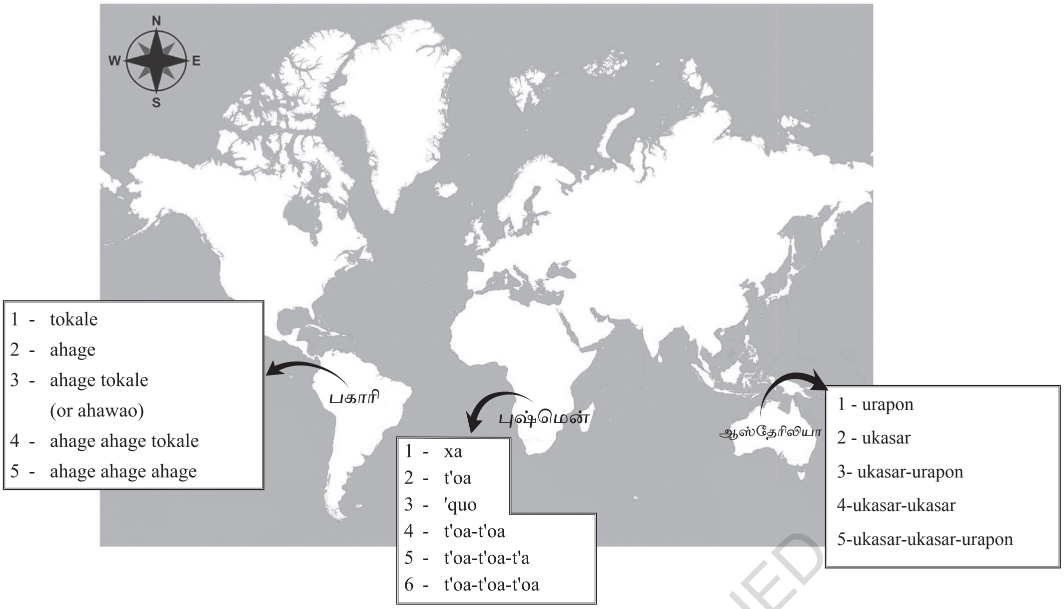
$$6=2+2+2$$

6-ஐ விட அதிகமான எந்த எண்ணையும் குமுல்கல் மக்கள் ராஸ் என்று அழைத்தனர்.

இந்த எண் முறையுடன் தொடர்புடைய ஒரு மிகவும் சுவாரஸ்யமான மற்றும் புதிரான வரலாற்று நிகழ்வு உள்ளது.

தென் அமெரிக்காவில் உள்ள ஒரு பழங்குடி மக்கள் பக்ரை குழுவினர் (Bakairi), மற்றும் தென் ஆப்பிரிக்காவின் புஷ்மென் குழுவினரின் பின்வரும் எண் முறைகளைப் பாருங்கள்:

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED



புவியியல் ரீதியாக இவ்வளவு தூரத்தில் இருந்தபோதிலும், மற்றும் இவற்றுக்கிடையே தொடர்பு இருந்ததற்கான எந்த அறிகுறியும் இல்லாதபோதும், இந்த மூன்று குழுக்களும் சமமான எண் முறைகளை உருவாக்கியுள்ளன! இது எப்படி நடந்தது என்று வரலாற்றாசிரியர்கள் ஆச்சரியப்படுகிறார்கள். இந்த மூன்று குழுக்களுக்கும் பொதுவான மூதாதையர்கள் இருந்திருக்கலாம். அவர்கள் இந்த எண் முறையைப் பயன்படுத்தியிருக்கலாம் என்பதே ஒரு கோட்பாடு. காலப்போக்கில், அவர்களின் சந்ததியினர் இந்த இடங்களுக்கு குடிபெயர்ந்திருக்கலாம்.

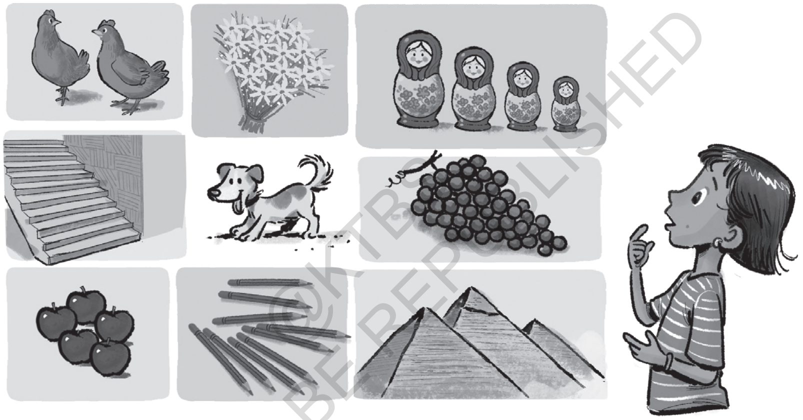
NOT TO BE REPUBLISHED @KTBS

குமுல்கல்லின் எண் முறை 6 வரை மட்டுமே எண் பெயர்களைக் கொண்டிருந்தாலும், இங்கே ஒரு யோசனை உருவாவதை நாம் காணலாம். 2 ஆக எண்ணுவது, குறிகள் முறையை விட எண்ணிக்கையைக் குறிக்க அதிக திறன் கொண்டது. இந்த யோசனை வெவ்வேறு எண் முறைகளில் எடுத்துள்ள ஒரு பொதுவான வடிவம் பின்வருமாறு: ஒரு குறிப்பிட்ட எண்ணின் குழுக்களாக எண்ணுவது. (குமுல்கல்லின் முறையில் 2-ஐப் போல) மற்றும் பெரிய எண்களைக் குறிக்க இந்த குழுவின் அளவுடன் தொடர்புடைய வார்த்தை அல்லது குறியீட்டைப் பயன்படுத்துவது ஆகும். வெவ்வேறு எண் முறைகளில் பொதுவாகப் பயன்படுத்தப்படும் சில குழு அளவுகள் 2, 5, 10 மற்றும் 20 ஆகும். ரோமன் முறையில் 5 ஆக எண்ணும் முறையை நீங்கள் காணலாம்.

ஒரு குறிப்பிட்ட குழு அளவில் எண்ணுவது மற்றும் அதை எண்களைக் குறிக்கப் பயன்படுத்துவது என்ற இந்த கருத்து, எண் முறைகளின் பரிணாம வளர்ச்சியின் வரலாற்றில் ஒரு முக்கியமான திருத்தமாகும்.

ஒரு பார்வையில் ஒரு தொகுப்பின் அளவை உடனடியாக அறிய மனிதனுக்கு இருக்கும் வரம்பு, மக்களை இந்த யோசனைக்கு இட்டுச் சென்ற நிகழ்வுகளில் ஒன்றாக இருக்கலாம். பின்வரும் செயல்பாட்டை நாம் முயற்சிப்போம்.

? பின்வரும் ஒவ்வொரு பெட்டியிலும் உள்ள பொருட்களின் எண்ணிக்கையை விரைவாக எண்ணுங்கள்.



எண்ணாமல் எந்த குழு அளவு வரை நீங்கள் உடனடியாகப் பொருட்களின் எண்ணிக்கையைப் பார்க்க முடிந்தது? பெரும்பாலான மனிதர்கள் ஒரே பார்வையில் 5 அல்லது அதற்கு மேற்பட்ட பொருட்களைக் கொண்ட குழுக்களை எண்ணுவதில் சிரமப்படுகிறார்கள்.

கணித பேச்சு

உணர்வின் இந்த வரம்பு, எண்ணிக்கை மதிப்பெண்களைப் பயன்படுத்தும் மக்களை, அட்டவணை! இல் காட்டப்பட்டுள்ள முறையில் காணப்படுவது போல, ஒவ்வொரு 5 குறிகளின் குழுவையும் ஒரு புதிய குறியீட்டால் மாற்றுவதற்குத் தூண்டியிருக்கலாம்.

? ஒரு குறிப்பிட்ட தனிப்பட்ட குழு அளவில் மட்டுமே எண்ணும் ஒரு குறி முறையைப் பயன்படுத்துவதில் உள்ள சிரமங்கள் என்னவாக இருக்கும்?

©KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

5 ஆக எண்ணுவதில் மட்டுமே எண்ணும் ஒரு அமைப்பில் 1345 போன்ற ஒரு எண்ணை நீங்கள் எவ்வாறு குறிப்பிடுவீர்கள்? ஒரு குறிப்பிட்ட குழு அளவில் எண்ணுவதும், அதை எண் குறியீட்டிற்கு பயன்படுத்துவதும் குறி முறை -ஐ விட அதிக திறன் கொண்டதாக இருந்தாலும், இந்த முறை இன்னும் பெரிய எண்களுக்கு கடினமாக இருக்கும். அடுத்த முறை இந்த முறையின் ஒரு முன்னேற்றத்தைக் காட்டுகிறது.

(iv) ரோமன் எண்ணுருக்கள்

ரோமன் எண் முறையை நாம் 20 வரை (Table1) ஏற்கனவே பார்த்துள்ளோம். இது 1-க்கு I-ஐயும், 5-க்கு V-ஐயும், 10-க்கு X-ஐயும் பயன்படுத்துகிறது என்பதைக் கண்டோம்.

9 வரை எந்த ஒரு எண்ணுக்கான ரோமன் எண்ணுருவைப் பெறவும். முதலில் அதை முடிந்தவரை பல 10 ஆகவும், மீதமுள்ளதை முடிந்தவரை பல 5 ஆகவும், இறுதியாக மீதமுள்ளதை 1 ஆகவும் குழுப்படுத்தப்படுகிறது.

உதாரணம்: 27 என்ற எண்ணை எடுத்துக் கொள்வோம்.

$$27=10+10+5+1+1$$

எனவே, ரோமன் எண்ணுருவில் 27 என்பது XXVII ஆகும்.

50-ஐ XXXXX என்று குறிப்பதற்குப் பதிலாக, அதற்கு ஒரு புதிய குறியீடு L கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. 4 என்ற எண்ணை 5-ஐ விட 1 குறைவாக - அதாவது IV என்று குறிக்கும் முறையைப் பின்பற்றி-40 என்பது 50-ஐ விட 10 குறைவாக-அதாவது XL என்று குறிக்கப்படுகிறது.

NOT TO BE REPUBLISHED @KTBS

இருப்பினும், இந்த முறை எப்போதும் நிலைத்திருக்கவில்லை. சில நேரங்களில், 40 என்பது XXXX என்றும் குறிக்கப்பட்டது.

ரோமன் எண் முறையில் சில பெரிய எண்களைப் குறிக்க புதிய குறியீடுகளை அறிமுகப்படுத்துகிறது. ஒரு புதிய அடிப்படைக் குறியீட்டைக் கொண்ட இந்த அனைத்து எண்களையும் **மைல்கல் எண்கள் (Landmark Numbers)** என்று அழைப்போம்.

ரோமன் எண் முறையின் சில மைல்கல் எண்கள் மற்றும் அவற்றுடன் தொடர்புடைய எண்கள் பின்வரும் அட்டவணையில் இங்கே கொடுக்கப்பட்டுள்ளன.

I	V	X	L	C	D	M
1	5	10	50	100	500	1,000

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

இந்த குறியீடுகள் மற்ற எண்களையும் குறிக்கப் பயன்படுத்தப் படுகின்றன. உதாரணமாக,

2367 என்ற எண்ணைக் கவனியுங்கள்.

அதை 1000-இலிருந்து தொடங்கி, முடிந்தவரை பல 1000, முடிந்தவரை பல 500 எனப் பிரித்து மைல்கல் எண்களின் கூடுதலாக எழுதினால், நமக்குக் கிடைப்பது:

2367=1000+1000+100+100+100+50+10+5+1+1

எனவே,ரோமன் எண்ணுரு இல், இந்த எண் MMCCCLXII ஆகும்.

? இதைக் கண்டுபிடி

1. பின்வரும் எண்களை ரோமண் முறை இல் குறிக்கவும்

(i) 1222 (ii) 2999 (iii) 302 (iv) 715

நாம் பார்த்த முந்தைய எண் முறைகளை விட இந்த அமைப்பு எவ்வளவு திறமையானது என்பதைப் பார்க்கிறோம். இந்த அமைப்பு சுமார் 8ம் நூற்றாண்டில் ரோம் நகரில் உள்ள பண்டைய கிரேக்க எண் முறையிலிருந்து உருவாகி, காலப்போக்கில் வளர்ந்ததாகத் தெரிகிறது.

ரோமானியப் பேரரசின் விரிவாக்கத்துடன் இது ஐரோப்பா முழுவதும் பரவியது. இந்த அமைப்பின் திறன், ஒரு கொடுக்கப்பட்ட எண்ணை ஒரு குழு அளவுடன் மட்டுமல்லாமல், நாம் மைல்கல் எண்கள் என்று

அழைக்கும் ஒரு குழு அளவுகளின் வரிசையுடன் குழுப்படுத்துவதே காரணமாகும். பின்னர் இந்த மைல்கல் எண்களை பயன்படுத்தி கொடுக்கப்பட்ட எண்ணைக் குறிப்பிடப் படுத்தலாம்.

எண் முறையின் பரிணாம வளர்ச்சியின் வரலாற்றில் இந்த கருத்து அடுத்த முக்கியமான திருப்புமுனையாகும்.

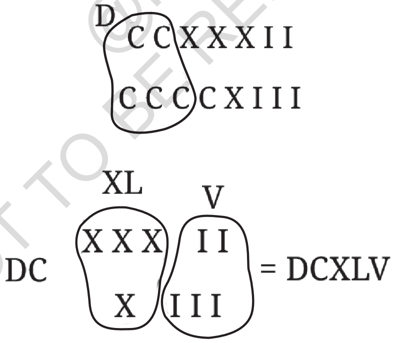
ரோமன் முறை ஒப்பீட்டளவில் திறமையானதாக இருந்தபோதிலும், கணிதச் செயல்பாடுகளை, குறிப்பாக பெருக்கல் மற்றும் வகுத்தலை எளிதாகச் செய்வதற்கு அது உதவவில்லை.

? உதாரணம்: பின்வரும் எண்களை இந்து எண்ணுருக்கு மாற்றாமல் கூட்ட முயற்சி செய்யுங்கள்:

(a) CCXXXII + CCCCXIII

I, X, மற்றும் C - இன் மொத்த எண்ணிக்கையைக் கண்டுபிடிப்போம், மேலும் அவற்றை மிகப்பெரிய மைல் கல் எண் இலிருந்து தொடங்கி குழுப்படுத்துவோம்.

வெளிப்படையாக, மிகப்பெரிய மைல்கல் எண் C போலத் தெரிகிறது, ஆனால் 5C (100) ஒரு D (500) ஆகும் என்பதைக் கவனியுங்கள். எனவே கூட்டல்:



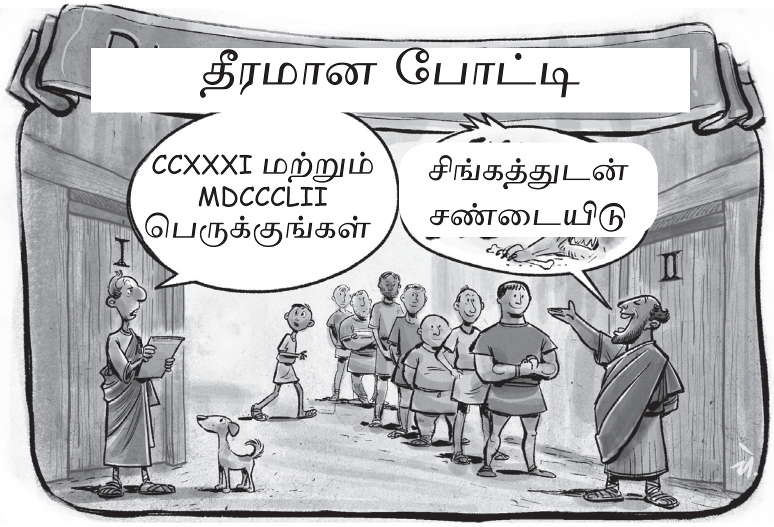
நீங்களே இப்போது செய்யுங்கள் :

(b) LXXXVII + LXXVIII

? ரோமன் எண்ணுருவில் கொடுக்கப்பட்ட இரண்டு எண்களை இந்து எண்ணுருக்கு மாற்றாமல் நீங்கள் எவ்வாறு பெருக்குவீர்கள்? பின்வரும் மைல்கல் எண்களின் பெருக்கலைக் கண்டுபிடிக்க முயற்சிக்கவும்: V × L, L × D, V × D, VII × 1X

முயற்சி செய்க

© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED



ரோமன் எண்முறையைப் பயன்படுத்தும் மக்கள் தங்கள் கணிதச் செயல்பாடுகளை செய்வதற்கு எண்ணும் கருவி (abacus) எனப்படும் ஒரு கணக்கீட்டுக் கருவியைப் பயன்படுத்தினர். அது என்ன என்பதை நாம் ஒரு பிந்தைய பிரிவில் பார்ப்போம். இருப்பினும், இந்தக் கருவியை கணக்கீட்டிற்கு சிறப்பாகப் பயிற்சி பெற்றவர்கள் மட்டுமே பயன்படுத்தினர்.

மேலே விவாதிக்கப்பட்ட எண் முறையைப் பார்க்கும்போது, வரலாற்று ரீதியாக, ஒரு அமைப்பு முந்தைய அமைப்பின் மேம்பாடாக வளர்ந்தது என்று புரிந்து கொள்ளக் கூடாது. வரவிருக்கும் ரோமன் எண் முறையைப் படிக்கும்போதும் இந்தக் கருத்தை மனதில் கொள்ள வேண்டும். ஒவ்வொரு ரோமன் எண் முறையும் எவ்வாறு வளர்ந்தது என்பதன் உண்மைக் கதை மிகவும் சிக்கலானது மற்றும் பல சமயங்களில் தெளிவாகத் தெரியவில்லை எனவே இந்தக் அத்தியாயத்தில் அதைக் கண்டறிய நாம் முயற்சிக்க மாட்டோம்.

NOT TO BE REPUBLISHED ©KTBS

? இதைக் கண்டுபிடி

கணித பேச்சு

1. ஒரு பசிபிக் தீவில் உள்ள ஒரு பழங்குடி மக்கட் குழு, வெவ்வேறு பொருட்களை எண்ணுவதற்கு வெவ்வேறு எண் பெயர்களின் வரிசைகளைப் பயன்படுத்துகிறார்கள் அவர்கள் ஏன் இதைச் செய்கிறார்கள் என்று நீங்கள் நினைக்கிறீர்கள்?

2. குழுலுகல் எண் முறை - இன் நீட்டிப்பை 6-க்கு அப்பால் இரண்டாக எண்ணும் வழியில் கருதுங்கள். இந்த அமைப்பில் தோன்றும் எண்களுக்கு வெவ்வேறு கணித செயல்பாடுகளை (+, -, ×, ÷) செய்வதற்கான வழிகளைக் கொண்டு வாருங்கள். இந்து எண்ணுரு பயன்படுத்தாமல். இதைப் பயன்படுத்தி பின்வருவனவற்றை மதிப்பிடுங்கள்.

கணித பேச்சு

(i) (ukasar-ukasar-ukasar-ukasar-urapon) + (ukasar-ukasar - ukasar-urapon)

(ii) (ukasar-ukasar-ukasar-ukasar-urapon) - (ukasar-ukasar-ukasar)

(iii) (ukasar-ukasar-ukasar-ukasar-urapon) × (ukasar-ukasar)

(iv) (ukasar-ukasar-ukasar-ukasar-ukasar-ukasar-ukasar-ukasar) ÷ (ukasar-ukasar)

3. ரோமன் எண் முறை உடன் ஒப்பிடும்போது இந்து எண்முறை திறமையானதாகவும் மற்றும் அம்சங்களை அடையாளம் காணவும்.

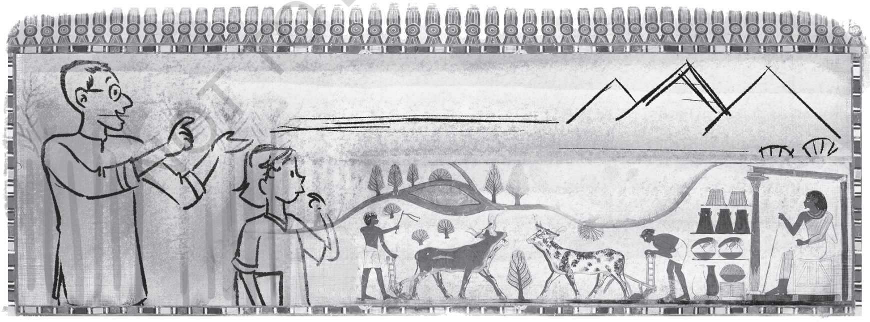
கணித பேச்சு

4. இந்தப் பிரிவில் விவாதிக்கப்பட்ட யோசனைகளைப் பயன்படுத்தி, நீங்கள் முன்பு உருவாக்கியிருக்கக்கூடிய எண்முறையை செம்மைப்படுத்த முயற்சி செய்யுங்கள்.

முயற்சி செய்க

3.3 அடிப்படையின் யோசனை

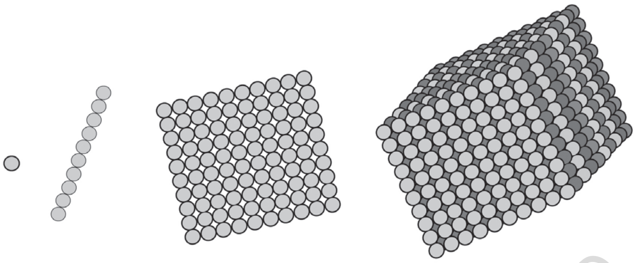
I. எகிப்திய எண் முறை



எகிப்தியர்கள் சுமார் கிமு 3000ல் உருவாக்கிய ஒரு எண் முறையை இப்போது நாம் பார்க்கப் போகிறோம். இந்த அமைப்பில், ஒரு கொடுக்கப்பட்ட எண்ணைக் குழுப்படுத்துவதற்கும் குறிப்பிடப் படுவதற்கும் மைல்கல் எண்களின் பயன்பாட்டை நாம் காண்கிறோம். இருப்பினும், இந்த அமைப்பைச் சிறப்பானதாக்குவது அதன் மைல்கல் எண்களின் வரிசை ஆகும்.

NOT TO BE REPUBLISHED @KTBS

கூழாங்கற்களின் தொகுப்புகளை உருவாக்குவதாக கற்பனை செய்து பாருங்கள். முதல் மைல்கல் எண் ‘1’ ஆகும். முந்தைய மைல்கல் எண் இன் 10 தொகுப்புகளை ஒன்றாகக் குழுப்படுத்துங்கள். அதன் அளவு (10) இரண்டாவது மைல்கல் எண் (10) ஆகும். முந்தைய மைல்கல் எண்ணின் (10) தொகுப்புகளை ஒன்றாகக் குழுப்படுத்துங்கள். அதன் அளவு 10 x 10 = 100 மற்றும் பல.



ஒவ்வொரு மைல் கல் எண்ணும் முந்தையதை விட 10 மடங்கு அதிகமாகும். 1 முதல் மைல் கல் எண் என்பதால், அவை அனைத்தும் 10-இன் அடுக்குகளாகும். இந்த எண்களுக்கு கொடுக்கப்பட்ட குறியீடுகள் பின்வருமாறு:

ரோமன் எண்களைப் போலவே, ஒரு கொடுக்கப்பட்ட எண், கொடுக்கப்பட்ட எண்ணை விட சிறியதாக இருக்கும் மிகப்பெரிய மைல் கல் எண்ணிலிருந்து தொடங்கி மைல்கல் எண்களின் குழுக்களாக எண்ணப்படுகிறது. இது பின்னர் எண்ணுருவை எழுதப் பயன்படுத்தப்படுகிறது. உதாரணமாக 324 என்பது 100+100+100+10+10+1+1+1+1க்கு சமம், இது என்று எழுதப்படுகிறது.

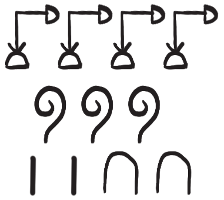
இதைக் கண்டுபிடி

1. பின்வரும் எண்களை எகிப்திய முறையில் குறிக்கவும்: 10458, 1023, 2660, 784, 1111,70707.

2. இந்த எண்ணுருக்கள் எதைக் குறிக்கின்றன?

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

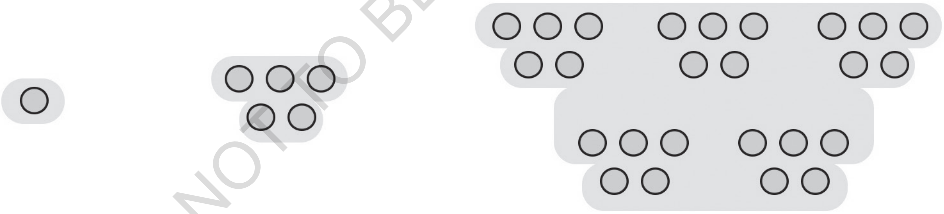
(i)

(ii) 

II) எகிப்திய முறையில் உள்ள வேறுபாடுகள் மற்றும் அடிப்படை பற்றிய கருத்து

? எகிப்திய முறையில் இருப்பதைப் போல, முந்தைய மைல்கல் எண்ணின் அளவுக்கு சமமான 10 தொகுப்புகளை ஒன்றாகக் குழுப்படுத்துவதற்குப் பதிலாக, முந்தைய மைல்கல் எண்ணின் அளவுக்கு சமமான 5 தொகுப்புகளை ஒன்றாகக் குழுப்படுத்துவதன் மூலம் ஒரு எண் முறையைப் பெற முடியுமா? இந்த 5-ஐ வேறு எந்த நேர்மறை முழு எண் மூலம் மாற்ற முடியுமா?

நாம் புதிய எண் முறை உருவாக்கும்போது, முதல் மைல் கல் எண் 1 ஆகும். முந்தைய மைல் கல் எண்ணின் 5 தொகுப்புகளை ஒன்றாகக் குழுப்படுத்துவதன் மூலம் இரண்டாவது மைல் கல் (5) மூன்றாவது மைல்கல் எண்ணின் அளவு $5 \times 5 = 25$ ஆகிறது. நான்காவது மைல்கல் எண் $5 \times 5 \times 5 = 125$ ஆகும்.



எனவே, ஒவ்வொரு மைல்கல் எண்ணும் முந்தையதை விட 5 மடங்கு அதிகமாக இருக்கும் ஒரு புதிய எண் முறை நமக்கு உள்ளது. 1 முதல் மைல்கல் எண் என்பதால், அவை அனைத்தும் 5-இன் அடுக்குகளாகும்.

$5^0 = 1$ $5^1 = 5$ $5^2 = 25$ $5^3 = 125$ $5^4 = 625$ $5^5 = 3125$

©KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

? ***143*** **என்ற எண்ணை இந்த புதிய அமைப்பில் குறிப்பிடு.**

***143*-ஐ விட சிறியதாக இருக்கும் மிகப்பெரிய மைல்கல் ஆன $5^3 = 125$ இல் இருந்து தொடங்கி குழுவாக்கத் தொடங்குவோம். நமக்கு கிடைப்பது**

$$143 = 125 + 5 + 5 + 5 + 1 + 1 + 1$$

எனவே புதிய அமைப்பில் *143* என்ற எண் ○□□□△△△ ஆகும்.

(a) முதல் மைல்கல் எண் *1* ஆகவும், (b) ஒவ்வொரு அடுத்த மைல்கல் எண் முதல் மைல்கல் எண் -ஐ ஒரு நிலையான எண் n-ஆல் பெருக்குவதன் மூலம் பெறப்படும் மைல்கல் எண் ஐக் கொண்ட எண் முறை **அடிமானம்-n எண் முறை** என்று கூறப்படுகிறது.

எகிப்திய எண் முறை என்பது ஒரு அடிமானம் *10* எண்முறை ஆகும், மேலும் நாம் உருவாக்கிய எண் முறை என்பது ஒரு அடிப்படை *5* எண் முறை ஆகும். ஒரு அடிமானம் *10* எண் முறை என்பது **தசம எண் முறை** என்றும் அழைக்கப்படுகிறது.

NOT TO BE REPUBLISHED ©KTBS

? இதைக் கண்டுபிடி

1. பின்வரும் எண்களை அட்டவணை *2* இல் உள்ள குறியீடுகளைப் பயன்படுத்தி மேலே உள்ள அடிமானம் *5* எண் முறை இல் எழுதவும்: 15, 50, 137, 293, 651

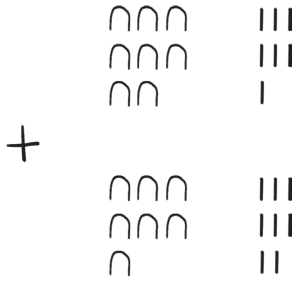
2. மேலே உள்ள எண்களில் எந்த எண்ணை அடிமானம் *5* எண் முறையில் எழுத முடியாது? ஏன்.

3. அடிமானம் 7 எண் முறையின் வடிவத்தை எழுது. பொதுவாக அடிமானம் n-எண் முறையின் மைல்கல் எண்கள் எவை? 0ல் இருந்து தொடங்கும் அடிமானம் nன் மைல்கல் எண்களை -n அடுக்குகள் $n^0 = 1, n, n^2, n^3$....., எனலாம்.

அடிமானம் -n அமைப்பின் நன்மைகள்

ஒரு எண்ணின் அடுக்குகளாக இருக்கும் மைல்கல் எண்களை வைத்திருப்பதன் நன்மை என்ன? இதைப் புரிந்து கொள்ள, அவற்றைப் பயன்படுத்தி சில கணிதச் செயல்பாடுகளை செய்வோம்.

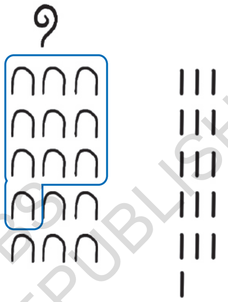
? உதாரணம் : பின்வரும் எகிப்திய எண்ணுருக்களைக் கூட்டவும்.



|-கள் மற்றும் ∩-களின் மொத்த எண்ணிக்கையைக் கண்டுபிடிப்போம், மேலும் மிகப்பெரிய சாத்தியமான மைல் கல் எண்ணிலிருந்து தொடங்கி குழுப்படுத்துவோம்.

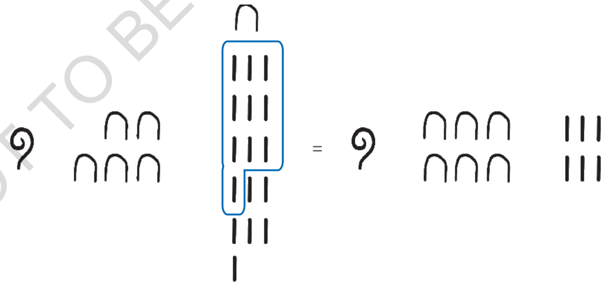
10 |-கள் ∩ -ஐக் கொடுப்பதால், நமக்குக் கிடைப்பது:

கூடுதல் =



10 |-கள் ∩ -ஐக் கொடுப்பதால், நமக்குக் கிடைப்பது:

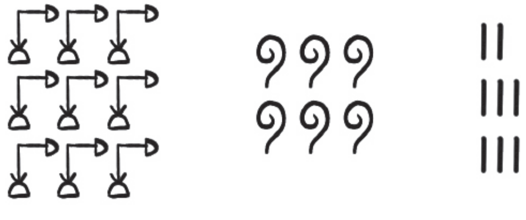
கூடுதல் =

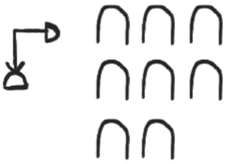


NOT TO BE REPUBLISHED @KTBS

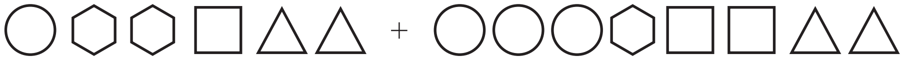
இதைக் கண்டுபிடி

1. பின்வரும் எகிப்திய எண்ணுருக்களைக் கூட்டவும்.

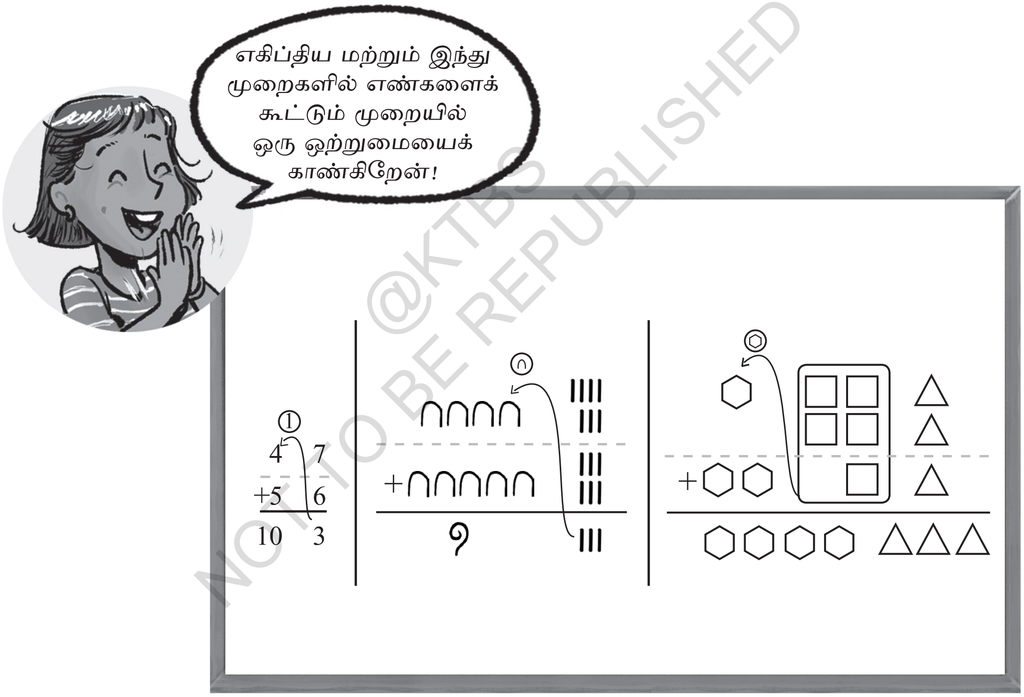
(i)  மற்றும்

(ii)  மற்றும்

2. நாம் உருவாக்கிய அடிமானம் 5 எண்முறைகளில் இல் உள்ள பின்வரும் எண்ணுருக்களைக் கூட்டவும்.



இந்த அமைப்பில், ஒரு மைல்கல் எண்ணின் 5 மடங்கு அடுத்த ஒன்றைக் கொடுக்கிறது என்பதை நினைவில் கொள்ளுங்கள்!



@KTBS
NOT TO BE REPUBLISHED

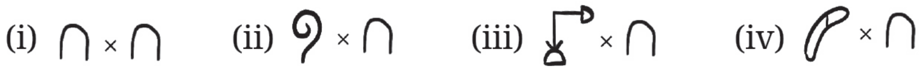
அடிப்படை எண் முறையில் செய்யப்பட்ட கூட்டலை ரோமன் முறையில் செய்யப்பட்ட கூட்டலுடன் ஒப்பிடுக. ரோமன் முறையில் ஒவ்வொரு மைல்கல் எண்ணும் அடுத்த ஒன்றைப் பெற குழுவாக்கப்பட வேண்டியது எப்போதும் ஒரே அளவு கொண்டதாக இல்லாததால், குழுவாக்குதல் மற்றும் மறுசீரமைத்தலை கவனமாக செய்யப்பட வேண்டும்.

ஒரு அடிமானம் அடிப்படை கொண்ட எண் முறையின் நன்மை, நாம் பெருக்கலை கருத்தில் கொள்ளும்போது மிகவும் தெளிவாகிறது.

❓ எகிப்திய எண்ணுருவில் இரண்டு எண்களை எவ்வாறு பெருக்குவது?

முதலில் இரண்டு மைல்கல் எண்களின் பெருக்கலைக் கருத்தில் கொள்வோம்.

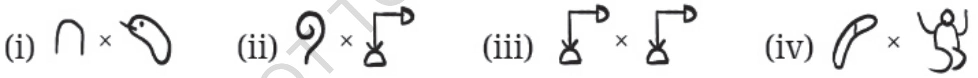
❓ **1.** எந்த ஒரு மைல் கல் எண்ணும் ∩ (10) ஆல் பெருக்கப்பட்டால் என்ன கிடைக்கும் ? பின்வரும் பெருக்கல்களைக் கண்டறியவும்



ஒவ்வொரு மைல்கல் எண்ணும் 10-இன் ஒரு அடுக்கு ஆகும், எனவே அதை 10 ஆல் பெருக்கினால், அடுக்கு 1 ஆல் அதிகரிக்கிறது, இதுவே அடுத்த மைல்கல் எண் ஆகும்.

❓ **2.** எந்த ஒரு மைல்கல் எண்ணும் 𓍢 (10^2) ஆல் பெருக்கப்பட்டால் என்ன? பின்வரும் பெருக்கல்களைக் கண்டறியவும்.

❓ பின்வரும் பெருக்கல்களைக் கண்டறியவும்.



எனவே, எந்த இரண்டு மைல்கல் எண்களின் பெருக்கலும் மற்றொரு மைல்கல் எண் ஆகும்!

❓ நாம் உருவாக்கிய அடிமானம் 5 எண் முறை, இந்த பண்பை கொண்டுள்ளதா?

ஒரு அடிமானம் கொண்ட எந்த எண் முறையிலும் இந்தப் பண்பு பொருந்துகிறதா?

❓ எகிப்திய முறையில் ஒரு எண் மற்றும் ∩ (10) ஆகியவற்றின் பெருக்கலைப் பற்றி நாம் என்ன முடிவு செய்யலாம்?

கணித பேச்சு

NOT TO BE REPUBLISHED @KTBS

(i) 𓍢𓍢 × ∩

𓍢𓍢 என்பது 𓍢 + 𓍢 க்கு சமம்.

எனவே, 𓍢𓍢 × ∩ = (𓍢 + 𓍢) × ∩

இவை எண்கள் என்பதால் பங்கீட்டு விதிப் பொருந்தும். எனவே,

(𓍢 + 𓍢) × ∩ = 𓍢 × ∩ + 𓍢 × ∩

= 𓆼 + 𓆼

= 𓆼𓆼

(ii) 𓍢∩∩| × ∩

𓍢∩∩| என்பது 𓍢 + ∩∩ + | க்கு சமம்.

𓍢∩∩| × ∩ = (𓍢 + ∩∩ + |) × ∩

பங்கீட்டு பண்பு இங்கு பொருந்துமா? இது $(a+b) \times n$ என்பதற்கு பொருத்துவதை போல $(a + b + c) \times n = an + bn + cn$ க்கு பொருத்தும்.

ஆகவே (𓍢 + ∩∩ + |) × ∩ = (𓍢 × ∩) + (∩∩ × ∩) + (| × ∩)

= 𓆼 + 𓍢𓍢 + ∩

= 𓆼𓍢𓍢∩

? இப்போது பின்வரும் பெருக்கல்களைக் கண்டறியவும்

(i) (𓍢𓍢𓍢𓍢𓍢 ∩∩ ||) × ∩ (ii) 𓆼∩ × ∩

? ஒரே எண்ணை ∩ ஆல் பெருக்க ஒரு எளிய விதி என்னவாக இருக்கும்?

நாம் பார்த்தது போல, இரண்டு எண்களைப் பெருக்குவது மைல்கல் எண்ணின் பெருக்கலை உள்ளடக்கியது, மைல்கல் எண்ணின் ஒரு

NOT TO BE REPUBLISHED @KTBS

எண்ணின் அடுக்குகளாக இருக்கும்போது, அவற்றின் பெருக்கல் மற்றொரு மைல்கல் எண்ஆக இருக்கும். இந்த உண்மை பெருக்கல் செயல்முறையை எளிதாக்குகிறது. இருப்பினும், ரோமன் எண்களில் இது அப்படியல்ல, அதனால்தான் அவற்றைப் பயன்படுத்தி பெருக்கல் செய்வது கடினமாக உள்ளது.

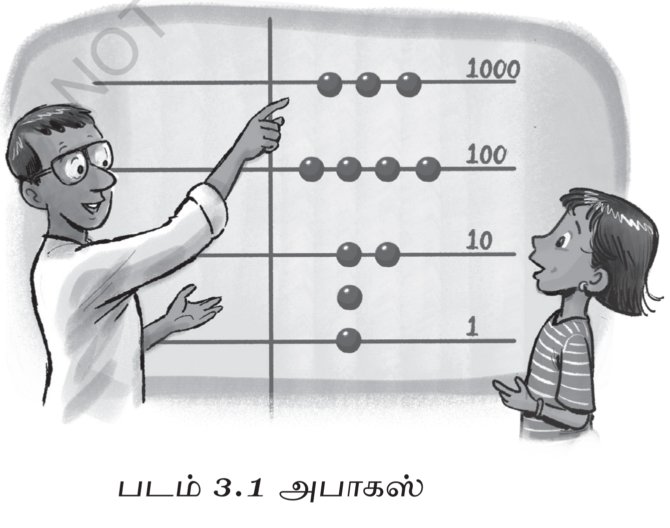
இவ்வாறு, ஒரே அடிமானம் கொண்ட அடிப்படை எண் முறையில் (அதாவது, ஒரு எண்ணின் அடுக்குகளாக மைல்கல் எண்கள் கொண்ட ஒரு எண் முறை), எண்களை குறிப்பிடுவதில் மட்டுமல்லாமல், கணிதச் செயல்பாடுகளை சிறப்பாக செய்வதற்கான அதன் பயன்பாட்டிலும் சிறப்பு வாய்ந்தது.

ஒரே அடிமானம் கொண்ட எண் முறை என்ற கருத்து, எண் முறையின் பரிணாம வளர்ச்சியின் வரலாற்றில் ஒரு திருப்புமுனையாக இருந்தது. நமது நவீன இந்து எண் முறை இந்த அமைப்பின் மீது கட்டமைக்கப்பட்டுள்ளது.

NOT TO BE REPUBLISHED @KTBS

தசம அமைப்பைப் பயன்படுத்தும் அபாகஸ் Abacus

சுமார் 11 ஆம் நூற்றாண்டில், ரோமன் எண்ணுருக்களைப் பயன்படுத்திய மக்கள் கூட தசம எண்முறையைப் பயன்படுத்தி உருவாக்கப்பட்ட எண்ணும் கருவி abacus எனப்படும். இது படம் 3.1-இல் காட்டப்பட்டுள்ளபடி கோடுகளைக் கொண்ட ஒரு பலகை. 1ஐக் குறிக்கும் கோட்டிலிருந்து தொடங்கி, ஒவ்வொரு அடுத்தடுத்த கோடும் 10-இன் அடுத்தடுத்த அடுக்கைக் குறித்தது.



படம் 3.1 அபாகஸ்

எண்கள் பின்வருமாறு அதில் குறிப்பிடப்பட்டன: கொடுக்கப்பட்ட எண், நாம் இதுவரை குழுவாக்கியது போலவே, முதலில் மைல்கல் எண்களில் (**10**-இன் அடுக்குகளாக) குழுவாக்கப்பட்டது. நாம் இதுவரை தொகுத்த அதே வழியில் ஒவ்வொரு **10**ன் அடுக்குக்கும் அது எத்தனை முறை தோன்றியதோ அத்தனை மணிகள் அல்லது எண்ணும் கற்கள் அதன் கோட்டில் வைக்கப்பட்டன.

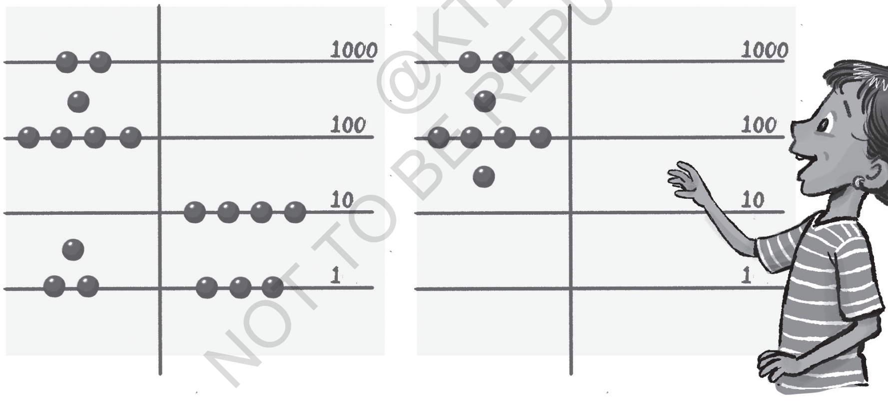
உதாரணமாக, 3426 என்ற எண்ணை, நாம்

3426 = 1000 + 1000 + 1000 + 100 + 100 + 100 + 100 + 10 + 10+ 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1

ஆகக் குழுவாக்கலாம்.

இந்த எண் படம் 3.1-இல் காட்டப்பட்டுள்ளபடி குறிப்பிடப்பட்டது. *6* ஒன்றுகள் எவ்வாறு குறிப்பிடப்படுகின்றன என்பதைக் கவனியுங்கள்.

கணக்கீட்டிற்கு abacus எவ்வாறு பயன்படுத்தப்பட்டது என்பதைப் பற்றி ஒரு யோசனை பெற, ஒரு எளிய கூட்டல் கணக்கினை நாம் எடுத்துக் கொள்வோம்: 2907+43. செங்குத்து பிரிவின் இருபுறமும் இரண்டு எண்கள் எடுக்கப்பட்டன.



@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

இதன் மூலம் தட்டுத்தொகையைக் கண்டறிய நீங்கள் இதை எவ்வாறு பயன்படுத்துவீர்கள்?

ஒவ்வொரு கோட்டிலும் உள்ள மணிகள் அல்லது எண்ணும் கற்கள் ஒன்றாகக் கொண்டு வரப்பட்டன. ஒரு கோட்டில் மொத்த எண்ணிக்கை **10**-ஐ தாண்டினால் என்ன செய்ய வேண்டும்?

உதவிக்குறிப்பு: இந்தப் பிரச்சினையில், *7* ஒன்றுகளும் *3* ஒன்றுகளும் சேர்ந்து **10** ஒன்றுகளை உருவாக்குகின்றன, இது 10ஐக் குறிக்கும் கோட்டிற்கு ஒரு எண்ணும் கற்களை வழங்குகிறது.

III. எகிப்திய முறையின் குறைபாடுகள்

ஒரு கோடி (10^7) வரையிலான எண்களுக்கு குறியீட்டை கொண்டிருந்த போதிலும் கணக்கீடுகளை எளிதாக செய்ய முடிந்தபோதிலும், எகிப்திய எண்முறையில் ஒரு குறைபாடு இருந்தது.

பெரிய எண்களை குறிப்பிட வேண்டுமானால், 10 இன் உயர் அடுக்குகளுக்கு முடிவில்லாத குறியீடுகளின் வரிசையைக் கண்டுபிடிக்க வேண்டிய அவசியம் இருந்தது. இங்கே நாம் எண் குறியீட்டின் சவால் வேறு வடிவத்தில் மீண்டும் தோன்றுவதைக் காண்கிறோம்!

எண் முறையின் பரிணாம வளர்ச்சியின் வரலாற்றில் இறுதி கருத்து இந்த சிக்கலைத் தீர்ப்பது மட்டுமல்லாமல் எண் குறியீட்டையும் கணக்கீடுகளையும் குறிப்பிடத்தக்க வகையில் எளிதாக்குகிறது!

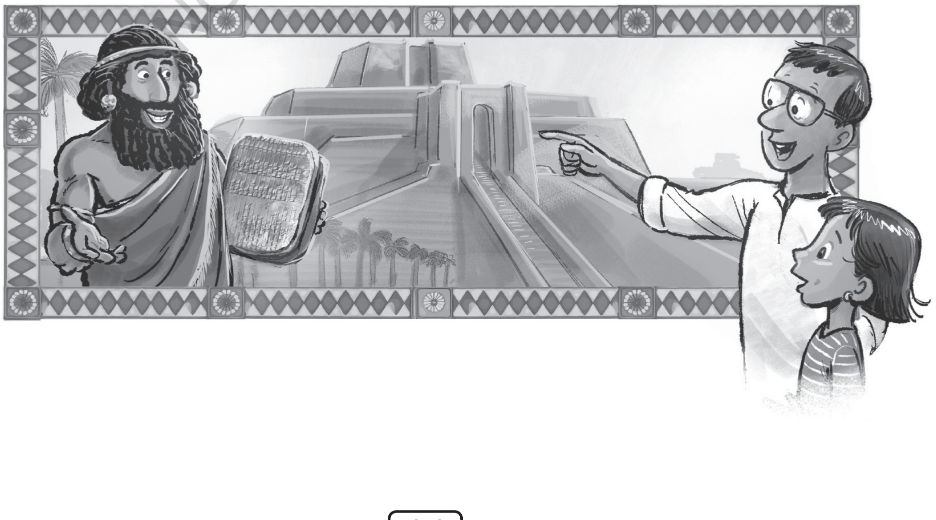
? இதைக் கண்டுபிடி

கணித பேச்சு

1. ஒரு எண்ணில் எகிப்திய குறியீடு 10 தடவை அல்லது அதற்கு மேல் வரமுடியுமா?
2. உங்கள் சொந்த அடிமானம்-4 எண் அமைப்பை உருவாக்கி, 1 முதல் 16 வரையிலான எண்களைக் குறிக்கவும்.
3. நாம் உருவாக்கிய அடிமானம்-5 அமைப்பில் கொடுக்கப்பட்ட எண்ணை 5 ஆல் பெருக்க ஒரு எளிய விதியைக் கொடுங்கள்.

3.4. இட மதிப்பு குறியீடு.

I. மெசபடோமிய எண் அமைப்பு



@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

ஆரம்பத்தில், பண்டைய மெசபடோமியாவில் பயன்படுத்தப்பட்ட எண் முறையில் வெவ்வேறு மைல்கல் எண்களுக்கு வெவ்வேறு குறியீடுகளைக் கொண்டிருந்தது. பிற் காலங்களில், அது ஒரே அடிமான எண் 60 முறை ஆனது, இது **அறுபது-அடிப்படை எண் முறை** என்றும் அழைக்கப்படுகிறது, இது மிகவும் திறமையான எண் குறியீட்டை கொண்டிருந்தது.

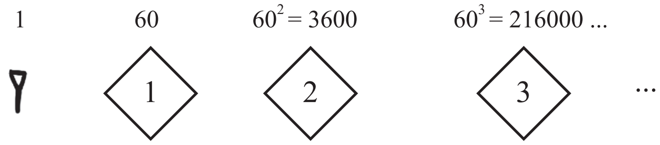
அவர்கள் ஏன் அடிமான எண் 60 ஐ தேர்ந்தெடுத்தார்கள் என்பது பலருக்கு புதிராக இருந்தது. இதைப் பற்றி விளக்க வெவ்வேறு கோட்பாடுகள் உள்ளன. 60 மற்றும் சில முக்கியமான நிகழ்வுகளின் காலங்களுக்கிடையேயான தொடர்பு (30 நாட்கள் கொண்ட அவர்களின் சந்திர மாதத்தின் நீளம் 30 அல்லது பூமி நிலையாக இருப்பதாகக் கருதப்படும்போது சூரியன் பூமியை ஒரு முறை சுற்றி வர எடுக்கும் நேரம் போன்றவை), பின்னங்களைப் குறிப்பதற்காக அவர்களின் முந்தைய மைல்கல் எண்களின் வரிசை இன் அடுக்குகளாக மட்டுமே 1, 60, 600, 3600, 36000 என 60 குறிக்கப்பட்டது.

மெசபடோமியன் 60 அடிமான எண்முறையின் செல்வாக்கை **பாபிலோனிய எண் முறை** என்றும் அழைக்கப்படுகிறது, இது நம் நேர அளவீட்டு அலகுகளில் கூட இப்போது காணப்படுகிறது 1 மணிநேரம் = 60 நிமிடங்கள் மற்றும் 1 நிமிடம் = 60 நொடிகள்

இந்த அமைப்பு 1 க்கு என்ற குறியீட்டையும், 10 க்கு என்ற குறியீட்டையும் பயன்படுத்தியது.

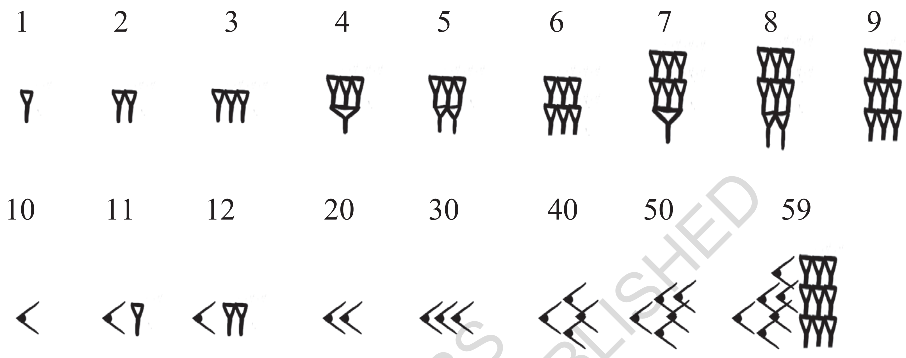
இப்போது அவர்களின் எண் முறையைப் படிப்பதில் சிறிது நேரம் நிறுத்திவிட்டு, இதுவரை பார்த்த மெசபடோமியன் அம்சங்களைப் பயன்படுத்தி ஒரு திறமையான எண் முறையை எவ்வாறு உருவாக்க முடியும் என்பதைப் பற்றி யோசிப்போம்.

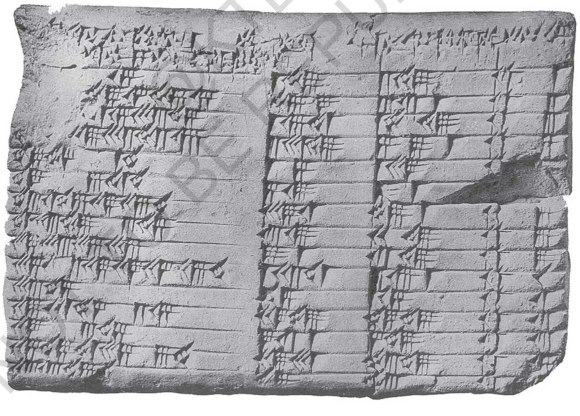
அவர்களின் மைல்கல் எண்களுக்கு நாமே குறியீடுகளைக் கொடுப்போம்.



©KTBS
NOT TO BE REPUBLISHED

இந்த குறியீடுகளை உருவாக்குவதில் நாம் உண்மையில் இந்திய எண்ணுருக்களைப் பயன்படுத்தியுள்ளோம் என்பதைக் கவனியுங்கள். நாம் நம் சொந்த குறியீடுகளைக் கண்டுபிடித்திருக்கலாம், ஆனால் எளிதில் நினைவில் வைத்துக் கொள்வதற்கும் பயன்படுத்துவதற்கும், பழக்கமான எண்ணருக்களான *1, 2, 3,....* இன் உதவியை தேர்ந்தெடுத்துள்ளோம். 𒁹 மற்றும் 𒌋 ஐப் பயன்படுத்தி, *1* முதல் *59* வரையிலான எண்களைக் குறிக்க முடியும்.





மெசபடோமியன் மாற்றங்கள்

உதாரணம்: *640* என்ற எண்ணைக் கவனியுங்கள்.

640 = (10) × 60 + 40. என்பதைக் காணலாம். நாம் எகிப்திய முறையை பயன்படுத்தி *10* ஒற்றுகளை *10* ◇1◇ ஆகவும் *40*ஐ *4* 𒌋 எனவும் குறிக்கலாம்.

இதை இன்னும் சுருக்கமாக நாம் குறிக்க முடியுமா?

இந்த எண்ணை நாம்

என்று குறிக்கலாம், இது சமன்பாட்டில் நாம் எழுதியது போலவே பத்து 60 மற்றும் ஒன்று 40 எனப் படிக்கலாம்.

உதாரணம் : மற்றொரு எண்ணை முயற்சிப்போம் - **7530.**

$$7530 = (2) \times 3600 + (5) \times 60 + 30$$

எனவே, அதன் குறியீடு ஆக இருக்கும்.

ஒரு எண்ணை குறிப்பதற்காக 60-இன் அடுக்குகளாகக் குழுவாக்கப்படும்போது, 60-இன் எந்த அடுக்கிலும் 60 அல்லது அதற்கு மேற்பட்ட முறை நிகழ முடியாது என்பதைக் கவனியுங்கள். இது நடந்தால், அவற்றில் 60 அடுத்த 60-இன் அடுக்கை உருவாக்க குழுவாக்கப்படலாம்.

உதாரணமாக, பின்வரும் வெளிப்பாட்டைக் கவனியுங்கள்-

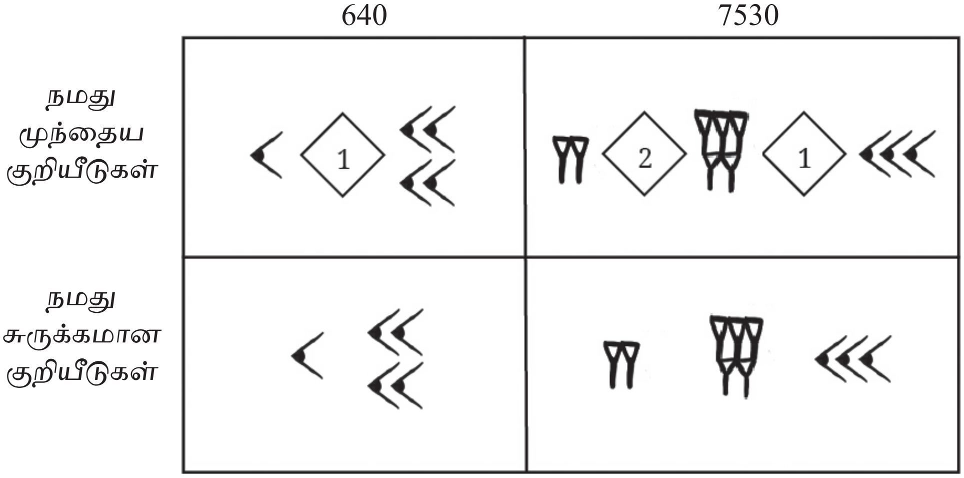
$$(1) \times 3600 + (70) \times 60 + 2 = (1) \times 60^2 + (60 + 10) \times 60 + 2$$
$$= (1) \times 60^2 + 60^2 + (10) \times 60 + 2$$
$$= (2) \times 60^2 + (10) \times 60 + 2$$

எனவே, எந்த ஒரு எண்ணையும் மைல்கல் எண்களுக்கான எண்ணுரு உடன், 1-59 வரையிலான எண்ணுருக்களே பயன்படுத்திப் குறிப்பிடலாம்

இப்போது, 60-இன் வெவ்வேறு அடுக்குகளுக்கான குறியீடுகளை முற்றிலும் கைவிடுவதன் மூலம் குறியீட்டை இன்னும் சுருக்கமாக மாற்றினால் என்ன ஆகும்?

மெசபடோமியர்கள் இதைத்தான் செய்தார்கள்! அவர்களின் எண்ணுருவில் குறியீடு பின்வருமாறு இருந்தது.

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED



இங்கே, குறியீடுகளின் முதல் தொகுப்பு 60 இன் அடுக்கைக் குறிக்கும் நிலையில் உள்ளது, மேலும் இரண்டாவது தொகுப்பு 1 இன் அடுக்கைக் குறிக்கும் நிலையில் உள்ளது.

இந்த எண் முறையை நாம் இட மதிப்பு முறை என்று அழைக்கிறோம், இங்கே ஒரு எண்ணின் வெவ்வேறு இலக்கத்தின் நிலை அது எந்த மைல் கல் எண்ணுடன் தொடர்புடையது என்பதை தீர்மானிக்கிறது.

எண்களின் முடிவற்ற வரிசையை ஒரு குறிப்பிட்ட எண்ணிக்கையிலான குறியீடுகளைப் பயன்படுத்திப் குறிப்பிடுவதற்கான சிக்கலைத் தீர்ப்பதில் இந்த முறை எவ்வளவு புத்திசாலித்தனமானது! மெசபடோமியர்கள் எவ்வாறு இந்த முறையை கண்டறிந்தனர்?

மெசபடோமியன் முறையின் இடமதிப்பு முறையின் ஆரம்பகால மதிப்புகள் அடிப்படை10-இன் அமைப்புகளிலிருந்து வந்திருக்கலாம், அல்லது குறியீட்டு முறையின் குறைபாடுகள் அவர்களை இந்த யோசனையைக் கண்டறிய வைத்திருக்கலாம்.

? இதைக் கண்டுபிடி

1. பின்வரும் எண்களை மெசபடோமியன் முறையில் குறிக்கவும்.

   (i) 63 (ii) 132 (iii) 200 (iv) 60 (v) 3605

இவ்வாறு, குறியீடுகள் எழுதப்பட்ட நிலைகளைப் பயன்படுத்துவதன் மூலம் குறியீட்டு எண்களுக்கு முடிவில்லாத குறியீடுகளின் வரிசையை உருவாக்கும் தேவையை மெசபடோமியன் முறையில் எவ்வாறு

©KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

நீக்குகிறது என்பதை நாம் காணலாம். இந்த எண் முறை ஒரே அடிமானம் கொண்டது, அதனுடன் தொடர்புடைய மைல்கல் எண்களை தீர்மானிப்பதில் ஒவ்வொரு குறியீட்டின் நிலையைப் பயன்படுத்துகிறது, இது ஒரு **நிலை எண் முறை** அல்லது ஒரு **இட மதிப்பு முறை** என்று அழைக்கப்படுகிறது.

இட மதிப்பு என்ற இந்த யோசனை, எண் முறையின் பரிணாம வளர்ச்சியின் வரலாற்றில் மிக உயர்ந்த புள்ளியைக் குறிக்கிறது, மேலும் ஒரு குறிப்பிட்ட எண்ணிக்கையிலான வெவ்வேறு குறியீடுகளைப் பயன்படுத்தி எண்களின் முடிவற்ற வரிசையைக் குறிப்பிடுவதற்கான சிக்கலுக்கு ஒரு மிகவும் நேர்த்தியான தீர்வை வழங்குகிறது!

இருப்பினும், மெசபடோமியன் முறை ஒரு முழுமையாக வளர்ந்த இட மதிப்பு முறை என்று கருத முடியாது, ஒரு எண்ணைப் படிக்கும்போது குழப்பத்திற்கு வழிவகுக்கும் சில குறைபாடுகள் இதில் உள்ளன.

? *60-ஐ குறிப்பிடுவதைப் பாருங்கள். 3,600-இன் குறியீடு என்னவாக இருக்கும்?*

எண்ணுருவை எழுதும்போது, நாம் இங்கே கொடுப்பது போல குறியீடுகளுக்கு இடையிலான இடைவெளி கொடுக்கப்படவில்லை. வெவ்வேறு நபர்களால் எழுதப்பட்ட வெவ்வேறு கையெழுத்துப் பிரதிகளில் காலியிடங்களுக்கான நிலையான இடைவெளியைப் பராமரிப்பது கடினம். இவை தெளிவின்மைகளை உருவாக்கின. உதாரணமாக, பின்வரும் எண்களின் குறியீடுகளை கவனியுங்கள்

எண்கள்	1	60	3600	12	602	36002
நமது குறியீடுகள்						
மெசபடோமியன் குறியீடுகள்						

? *60 இன் எந்த அடுக்குகளுடன் எந்த குறியீடுகள் ஒத்துப்போகின்றன என்பதைக் கண்டுபிடிப்பதில் உள்ள தெளிவின்மை காரணமாக, அதே எண்ணுருவை வெவ்வேறு வழிகளில் படிக்க முடியும். 60 இன் வெவ்வேறு அடுக்குகளுக்கான குறியீடுகளுக்கு இடையில் சீரான*

NOT TO BE REPUBLISHED ©KTBS

இடைவெளியைப் பயன்படுத்தும் நமது குறியீடில் கூட, 36002 இன் குறியீடு இருப்பது போலவே, இரண்டு குறியீடுகளின் தொகுப்புகளுக்கு இடையில் உள்ள காலியிடங்களின் எண்ணிக்கையை அறிந்து கொள்வது கடினம்.

காலியிடங்களால் எழும் சிக்கலைத் தீர்க்க, பிந்தைய மெசபடோமியர்கள் இடத்தை நிரப்பும் குறியீட்டை' (𒑊) ஒதுக்கும் ஒரு புத்திசாலித்தனமான யோசனையைப் பயன்படுத்தினர். இது நமது அமைப்பில் நாம் பயன்படுத்தும் 0 (பூஜ்யம்) போன்றது. இவ்வாறு, எண்கள் தெளிவற்ற முறையில் எழுதப்படும் ஒரு இட மதிப்பு முறையில் பூஜ்யம் எதுவுமில்லை என்பதைக் காட்டும் குறியீடு - ஒரு இடத்தை நிரப்பும் என்பது இன்றியமையாதது.

காலியிடங்களால் எழும் சிக்கல் தீர்க்கப்பட்ட போதிலும், மற்ற தெளிவின்மைகள் இன்னும் அமைப்பில் இருந்தன. உதாரணமாக, இடத்தை நிரப்பும் குறியீடு முதன்மையாக எண்களின் நடுவில் பயன்படுத்தப்பட்டது, முடிவில் அல்ல; எனவே 3600 போன்ற ஒரு எண்ணைக் குறிக்க நாம் எழுதுவதைப் போல அவர்கள் அதைப் பயன்படுத்த மாட்டார்கள்.

II. மாயன் எண் முறை

மத்திய அமெரிக்காவில், மாயன் நாகரிகம் என்று அழைக்கப்படும் ஒரு நாகரிகம் செழித்தது, இது 3வது மற்றும் 10 வது நூற்றாண்டுகளுக்கு இடையில் சிறந்த அறிவுசார் மற்றும் கலாச்சார முன்னேற்றத்தை அடைந்தது. அவர்களின் அறிவுசார் சாதனைகளில், ஆசியாவில் உள்ளவற்றிற்கு இணையாக, சுதந்திரமாக வடிவமைக்கப்பட்ட அவர்களின் இடமதிப்பு முறை குறியீட்டு தனித்து நிற்கிறது. அவர்கள் நவீன கால '0' க்கு ஒரு இட மதிப்பையும் பயன்படுத்தினர், அது ஒரு கடல் சிப்பியைப் போல இருந்தது.

©KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

இங்கே ஒரு புதிரான நிகழ்வைக் காண்கிறோம். அவர்களின் மூன்றாவது மைல் கல் எண் 400 ஆக இல்லாமல் ஏன் 360 ஆக இருந்தது? இது அவர்களின் காலண்டர்களுடன் (calendars) ஏதோ சம்பந்தம் கொண்டிருக்கலாம் என்று சில அறிஞர்கள் கருதுகின்றனர்.

அவர்கள் 1-க்கு ஒரு புள்ளியையும் , 5-க்கு ஒரு கோட்டையும் (bar-) பயன்படுத்தினர். இவை 1 முதல் 19 வரையிலான எண்களைக் குறிக்கப் பயன்படுத்தப்பட்டன.

பல்வேறு மைல் கல் எண்களுடன் தொடர்புடைய சின்னங்கள் (symbols) ஒன்றுக்குக் கீழ் ஒன்றாக எழுதப்பட்டன. இதில், மிகக் கீழேயுள்ள சின்னங்களின் தொகுப்பு 1-ன் எண்ணிக்கையையும், அதற்கு மேலே உள்ள தொகுப்பு 20-ன் எண்ணிக்கையையும், அதற்கு மேலே உள்ள தொகுப்பு 360-ன் எண்ணிக்கையையும் குறிக்கிறது.

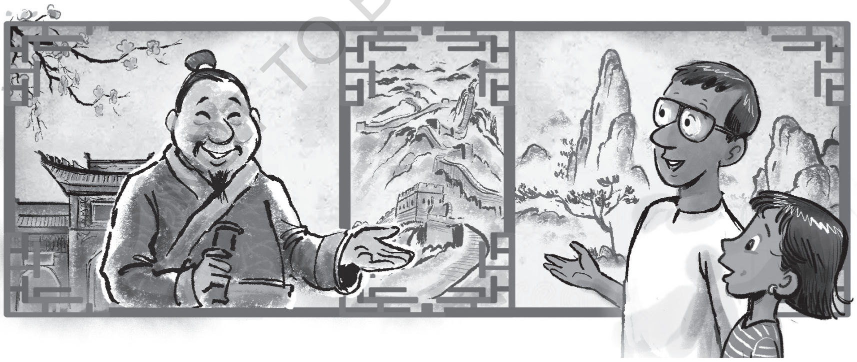
? மாயன் முறையைப் பயன்படுத்தி பின்வரும் எண்களைக் குறிக்கவும்.

(i) 77 (ii) 100 (iii) 361 (iv) 721

மாயன் முறை ஒரு உண்மையான அடிமானம்-20 முறை இல்லாததால், ஒரே அடிமானம் கொண்ட முறைக்குரிய கணக்கீட்டு நன்மைகள் இதில் இல்லை. இருந்தபோதிலும், அவர்களின் இடமதிப்பு குறியீடு மற்றும் பூச்சியத்திற்கு ஒரு குறியீட்டு அடையாளத்தைப் பயன்படுத்தியது, எண் முறைகளின் வரலாற்றில் ஒரு முக்கியமான முன்னேற்றமாகக் கருதப்படுகிறது. சில ஐரோப்பிய மொழிகளின் எண் பெயர்களில் இன்றும் அடிமானம்-20 பயன்பாட்டைக் காண முடியும் என்பது ஒரு சுவாரஸ்யமான உண்மை.

@KTBS TO BE REPUBLISHED

III. சீன எண் அமைப்பு



சீனர்கள் எண் அளவுகளைப் பதிவு செய்வதற்கான ஒரு எழுதப்பட்ட முறையும், கணக்கீடுகளைச் செய்வதற்கான கம்பிகளைப் பயன்படுத்தும் ஒரு முறையும். கம்பிகளை அடிப்படையாகக் கொண்ட எண் முறையையும் இரண்டு எண் முறைகளைப் பயன்படுத்தினர். இங்கு நாம் கம்பி

எண்ணுருக்கள் பற்றி விவாதிக்கிறோம், ஏனெனில் இவை சீனர்களின் எழுதப்பட்ட முறையை விட எண்களை எழுதுவதிலும் கணக்கிடுவதிலும் மிகவும் திறமையானவை.

இந்த கம்பி எண்ணுருக்கள் சீனாவில் கி.பி. 3 ஆம் நூற்றாண்டில் உருவாக்கப்பட்டு, 17 ஆம் நூற்றாண்டு வரை பயன்படுத்தப்பட்டன. இது ஒரு தசம எண் முறை (அடிமானம்-10) ஆகும். 1 முதல் 9 வரையிலான குறியீடுகள் பின்வருமாறு:

சீன எண் முறை

அடிப்படை எண் 10 அல்லது தசம எண்

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
	𝍠	𝍡	𝍢	𝍣	𝍤	𝍥	𝍦	𝍧	𝍨
	𝍩	𝍪	𝍫	𝍬	𝍭	𝍮	𝍯	𝍰	𝍱

குறிப்பு : என்பது ஒண்று நூறுகள் பத்தாயிரம் போண்றவற்றையும், பத்துகள், ஆயிரங்கள், நூறாயிரங்கள் போன்றவற்றையும் குறிக்கிறது.

𝍪 𝍥 𝍫 𝍣

இதை எப்படிப் வாசிப்பது?	2 (Heng) 𝍪	6 (Zong) 𝍥	3 (Heng) 𝍫	4 (Zong) 𝍣
மைல்கல் எண் மதிப்பு	10^3	10^2	10	1

$= (2) \times 10^3 + (6) \times 10^2 + (3) \times 10 + (4) \times 1$

$= 2634$

©KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

மெசபடோமியர்களைப் போலவே கம்பி குறியீடுகள் ஒரு எண்ணுகு இல்லாத இடமதிப்பைக் குறிக்க ஒரு வெற்று இடத்தைப் பயண்படுத்தின. இருப்பினும் ஒன்று முதல் ஒன்பது வரையில் சீரான கம்பி குறியீடுகள் இருப்பதால் வெற்றிடம் கண்டறிவது எளிதாக இருந்தது.

கம்பி குறியீடுகள் எப்படி இந்து முறைக்கு ஒத்திருக்கிறது என்பதைக் கவனியுங்கள். பூச்சியத்துக்கு ஒரு குறியீட்டைக் கொண்டிருந்தால், சீன முறை ஒரு முழுமையாக வளர்ந்த இட மதிப்பு முறை ஆக இருந்திருக்கும்.

IV. இந்து எண் முறை

? எண் குறியீட்டின் கருத்துக்களின் பரிணாம வளர்ச்சியில் இந்து/இந்திய எண் முறை எங்கே இடம் பெறுகிறது? அதன் மைல் கல் எண்கள் எவை? இது மதிப்பு முறையைப் பயனபடுத்துகிறதா?

இந்து எண் முறை

அடிப்படை எண்-10 அல்லது தசமங்கள்

பத்து சின்னங்கள் 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9

ஒரு எண் 375

இதை எவ்வாறு வாசிப்பது?	3	7	5
மைல் கல் எண் மதிப்பு	10^2	10	1

$= (3) \times 10^2 + (7) \times 10 + (5) \times 1$

$= 375$

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

படத்தில் காணப்படுவது போல, இந்து எண் அமைப்பு ஒரு இட மதிப்பு அமைப்பு ஆகும். இந்து எண் முறை ஒரு இடமதிப்பு முறை ஆகும். இந்து எண் முறை கி.மு. 200ல் 0-வுக்கு ஒரு குறியீட்டைக் கொண்டிருந்தது. ஒவ்வொரு நிலையிலும் 0-ஐயும் ஒரு இலக்கமாகவும், ஒரு எண்ணுருவாகவும். பயன்படுத்துவதால், இந்த முறையில் எண்களை படிக்கும்போதோ அல்லது எழுதும்போதோ எந்தவிதமான குழப்பத்திற்கும் வழிவகுக்காது.

இந்தக் காரணத்தினால்தான் இந்து எண் முறை இப்போது உலகம் முழுவதும் பயன்படுத்தப்படுகிறது.

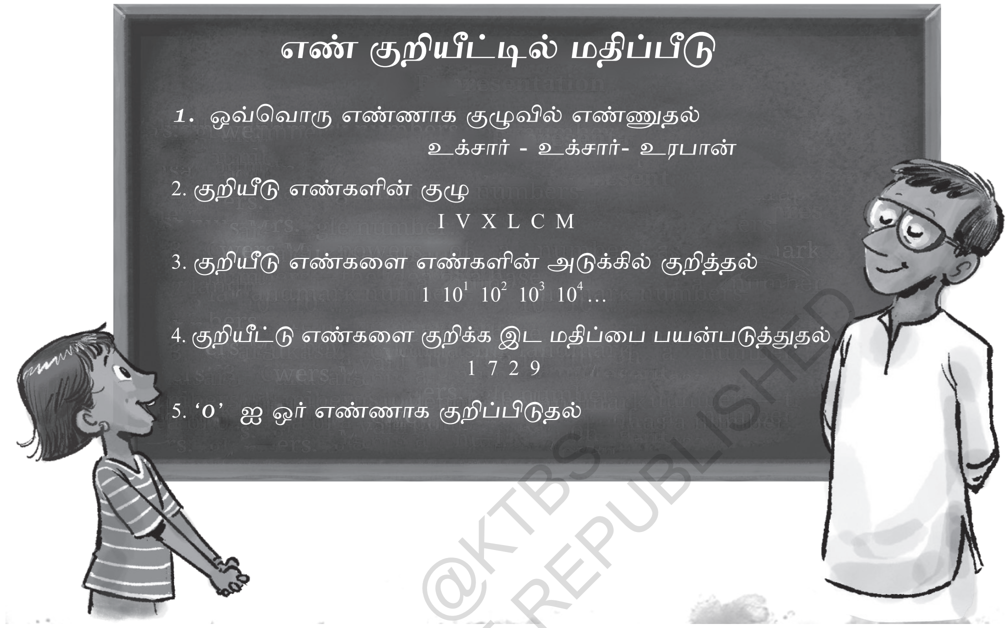
0-ஐ ஒரு இலக்கமாகவும், எண்ணாகவும் பயன்படுத்தியது, கணிதம் மற்றும் அறிவியலின் ஒரு திருப்புமுனையாகும். இந்தியக் கணிதத்தில், **பூச்சியம்** என்பது இட மதிப்பு முறையில் இல் ஒரு இடநிரப்பியாக மட்டுமல்லாமல், கி.பி. 628 இல் பிரம்மகுப்தாவால் அவரது பிரம்மஸ்பூதசித்தாந்தா என்ற படைப்பில் ஒரு எண்ணாகவும் அறிமுகப்படுத்தப்பட்டது. இதை நாம் ஒரு முந்தைய வகுப்பில் கற்றுக் கொண்டோம்.

0ன் இயற்பண்புகளை (0 வுடன் எந்த எண்ணைக் கூட்டினால் அதே எண் கிடைக்கும் மற்றும் 0 வுடன் எந்த எண்ணைப் பெருக்கினாலும் 0 கிடைக்கும்) 499CEல் ஆசியபட்டியாவில் ஆரியபட்டா உபயோகப்படுத்தி அறிவியல் கணக்குகளை விரிவாக செய்ய இந்து எண்களைப் பயன்படுத்தினார். 0-ஐ ஒரு எண்ணாக, அறிமுகப்படுத்தியதன் மூலம், பிரம்மகுப்தா நவீன காலங்களில் ஒரு வளையம் என்று அழைக்கப்படுவதை உருவாக்கினார். அதாவது, கூட்டல், கழித்தல் மற்றும் பெருக்கலின் கீழ் அடைபுப் பண்பை கொண்டிருக்கும் ஒரு எண்களின் தொகுப்பு (அதாவது, அந்தத் தொகுப்பில் உள்ள எந்த இரண்டு எண்களையும் கூட்டவோ, கழிக்கவோ, பெருக்கவோ செய்தால் அதே தொகுப்பில் உள்ள மற்றொரு எண் கிடைக்கும்). இந்தக் கருத்துக்கள் நவீன கணிதத்திற்கும், குறிப்பாக இயற்கணிதம் மற்றும் பகுப்பாய்வு பகுதிகளுக்கும் அடித்தளத்தை அமைத்தன.

இன்று நாம் எண்களை எழுதும் மற்றும் கணக்கிடும் விதத்தில் உள்ள அனைத்துக் கருத்துக்களையும் இது உங்களுக்கு உணர்த்தும் என்று நம்புகிறோம். 0-வின் கண்டுபிடிப்பும், அதன் விளைவாக உருவான இந்திய எண் முறையும், எல்லா காலத்திலும் மிகச் சிறந்த, மிகவும் ஆக்கபூர்வமான மற்றும் மிகவும் செல்வாக்கு மிக்க கண்டுபிடிப்புகளில் ஒன்றாகும். இது நம் அன்றாட வாழ்க்கையில் தொடர்ந்து தோன்றி, நவீன

©KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

அறிவியல், தொழில்நுட்பம், கணினி, கணக்கியல், நில அளவை மற்றும் பலவற்றின் அடிப்படையை உருவாக்குகிறது. அடுத்த முறை நீங்கள் எண்களை எழுதும்போது, அவற்றிற்குப் பின்னால் உள்ள நம்பமுடியாத வரலாற்றைப் பற்றியும், அவற்றின் கண்டுபிடிப்பில் இருந்த ஆழமான யோசனைகளைப் பற்றியும் சிந்தியுங்கள்!



இதைக் கண்டுபிடி

கணித பேச்சு

1. சீனர்கள் ஏன் சோங் மற்றும் ஹெங் சின்னங்களுக்கு இடையில் மாறி மாறிப் பயன்படுத்தினார்கள் என்று நினைக்கிறீர்கள்? சோங் சின்னங்களை மட்டும் பயன்படுத்தினால், 41 எவ்வாறு குறிப்பிடப்படும்? அடுத்தடுத்த இரண்டு நிலைகளுக்கு இடையில் குறிப்பிடத்தக்க இடைவெளி இல்லாவிட்டால், இந்த எண்ணுரு வேறு எந்த வகையிலாவது படிக்க முடியுமா?

2. ‘உகாசர்’ மற்றும் ‘உராபோன்’ ஆகியவற்றை இலக்கங்களாகப் பயன்படுத்தி ஒரே அடிப்படை-2 எண் இட மதிப்பு எண்முறையை உருவாக்குங்கள். இந்தக் கணக்கு முறையை குழுலுகல் கணக்கு முறையுடன் ஒப்பிடுக.

3. உங்கள் அன்றாட வாழ்க்கையிலும், எந்தெந்த தொழில்களிலும் இந்து எண்களும் 0-வும் ஒரு முக்கியமான பங்கை வகிக்கின்றன?

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

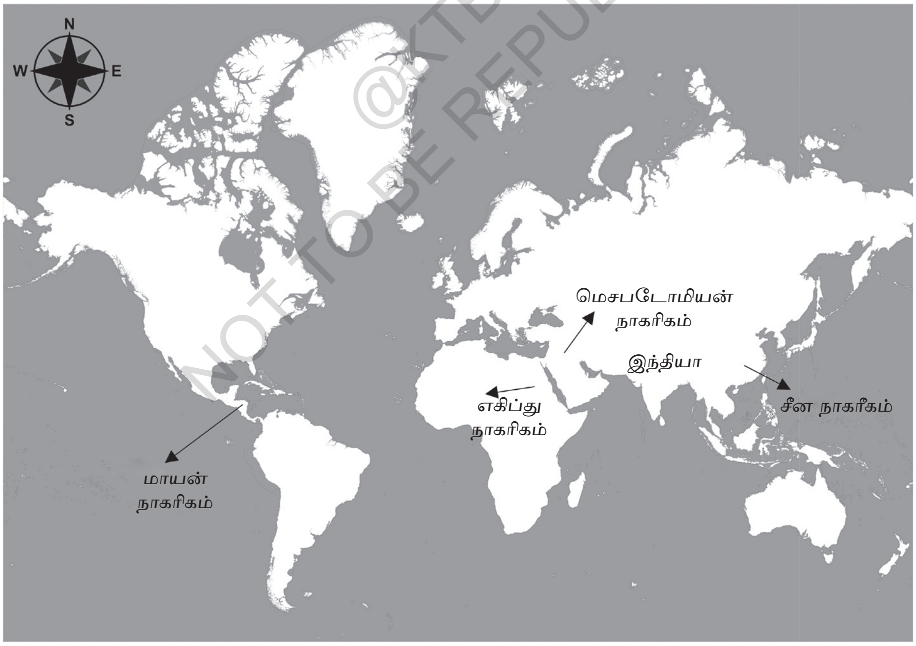
நம்முடைய எண் முறையும் 0-ம் கண்டுபிடிக்கப்படாமல் அல்லது கருத்தாக உருவாக்கப்படாமல் இருந்திருந்தால் நம்முடைய வாழ்க்கை எப்படி மாறியிருக்கும்?

4. பண்டைய இந்தியர்கள் அடிமானம் 10ஐ இந்து முறைக்காகப் பயன்படுத்தியதற்கு, மனிதர்களுக்கு 10 விரல்கள் இருப்பதால், நாம் நமது விரல்களை எண்ணுவதற்குப் பயன்படுத்தலாம் என்பதே காரணமாக இருந்திருக்கலாம். ஆனால் நமக்கு 8 விரல்கள் மட்டுமே இருந்தால் என்ன ஆகும்? அப்போது நாம் எண்களை எப்படி எழுதுவோம்? நாம் அடிமானம் 8 அல்லது அடிமானம் 5 ஐப் பயன்படுத்தியிருந்தால் இந்து எண்கள் எப்படி இருந்திருக்கும்? அடிமானம் 10ல் இந்து எண்ணுரு 25ஐ முறையே அடிமானம் 8 மற்றும் அடிமானம் 5 எண்ணுருவாக எழுதிப் பார்க்கவும். அதை அடிமானம் 2 ல் எழுத முடியுமா?

கணித பேச்சு

வரைபடம் வெவ்வேறு நாகரிகங்களின் இருப்பிடங்களைக் காட்டுகிறது. அவை வெவ்வேறு காலப்பகுதிகளில் இருந்தன.

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED



இந்த வரைபடம் வெவ்வேறு நாகரிகங்களின் இருப்பிடங்களைக் காட்டுகிறது. அவை வெவ்வேறு காலகட்டங்களில் இருந்தன.

தொகுப்பு

- எண்களைக் குறிக்க, நமக்கு நிலையான வரிசை தேவை. இந்த நிலையான வரிசை உள்ள பொருட்கள் பெயர்கள் சின்னங்கள் போன்றவை **எண்ணுருக்கள்** என்று அழைக்கப்படுகிறது.
- ஒரு எண் முறையில், மைல்கல் எண்கள் என்பவை எளிதில் அடையாளம் காணக்கூடிய மற்றும் பிற எண்களைப் புரிந்து கொள்வதற்கும், அதனுடன் வேலை செய்வதற்கும் ஒரு குறிப்புப் புள்ளியாகப் பயன்படுத்தப்படும் **எண்கள்** ஆகும். அவை எண் முறைக்குள் ஒரு 'நங்கூரம்' (anchor) போலச் செயல்பட்டு, மக்கள் தங்களைச் சரியாக நிலைநிறுத்திக் கொள்ளவும், அளவுகளைப் (quantities) புரிந்து கொள்ளவும், குறிப்பாகப் பெரிய அளவுகளைப் புரிந்து கொள்ளவும் உதவுகின்றன.
- ஒரு எண் முறையின் **மைல்கள் எண்கள்** ஒரு எண் n-ன் அடுக்குகள் (powers) ஆக இருந்தால், அது ஒரே **அடிமானம் n எண்முறை** எனக் குறிப்பிடப்படுகிறது.
- ஒரு சின்னத்தின் நிலை (position) அது தொடர்புடைய மைல்கள் எண்களைத் தீர்மானிக்கப் பயன்படும் அடிப்படை கொண்ட எண் முறைகள் **இடமதிப்பு எண் முறை (place value systems)** என்று அழைக்கப்படுகின்றன.
- இடமதிப்பு குறிப்பீடு மெசபடோமியன், பாபிலோனியன், மாயன் (Mayan), சீன மற்றும் இந்திய நாகரிகங்களில் பயன்படுத்தப்பட்டன.
- இன்று உலகம் முழுவதும் நாம் பயன்படுத்தும் எண் முறை **இந்து எண் முறை** (Hindu number system) ஆகும். (இது சில நேரங்களில் **இந்திய எண் முறை** அல்லது **இந்து-அரபு எண் முறை** என்றும் அழைக்கப்படுகிறது. இது (பொதுவாக) 10 இலக்கங்கள் கொண்ட ஒரு இடமதிப்பு முறை ஆகும். இதில் 0 என்ற இலக்கம் மற்ற இலக்கங்களுக்கு இணையானதாகக் கருதப்படுகிறது. 0-ஐ ஒரு எண்ணாகப் பயன்படுத்துவதால், இந்த முறை எல்லாவற்றையும் ஒரு குறிப்பிட்ட அளவுள்ள சின்னங்களைப் பயன்படுத்தி குழப்பமின்றி எழுதவும், திறமையாகக் கணக்கீடு செய்யவும் உதவுகிறது. இந்த முறை சுமார் 2000. ஆண்டுகளுக்கு முன்பு இந்தியாவில் தோன்றியது, பின்னர் உலகம் முழுவதும் பரவியது. இது மனித வரலாற்றின் மிகச் சிறந்த கண்டுபிடிப்புகளில் ஒன்றாகக் கருதப்படுகிறது.

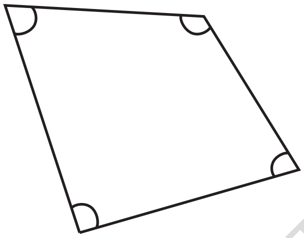
©KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

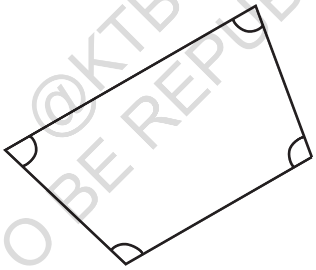
4 நாற்கரங்கள்
QUADRILATERALS

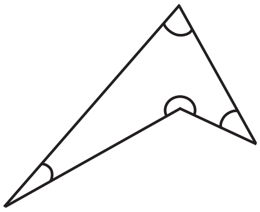
Q2T2A9

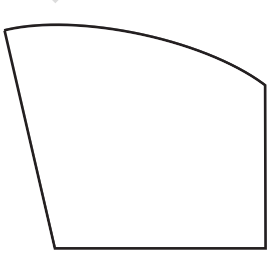
இவ்வுலகில் நாம் சில சுவாரஸ்யமான நான்கு-பக்க வடிவங்களைப் பற்றிக் கற்போம் மற்றும் அவற்றிற்குத் தொடர்புள்ள சிக்கல்களைத் தீர்ப்போம். இத்தகைய வடிவங்கள் பொதுவாக 'நாற்கரங்கள் (Quadrilaterals)' என்று அழைக்கப்படுகின்றன. **'நாற்கரம்'** என்ற சொல் **'குவாட்ரி'** (Quadrilaterals) அதாவது **'நான்கு'** மற்றும் **'லாடஸ்'** அதாவது பக்கங்கள் எனப் பொருள்படும் இலத்தீன் சொற்களிலிருந்து எடுக்கப்பட்டது.

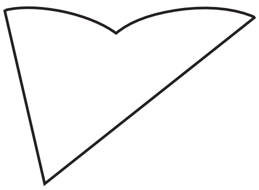
❓ கீழ்காணும் வடிவங்களை கவனிக்கவும்.


(i)


(ii)


(iii)


(iv)


(v)

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

படங்கள் (i) (ii) (iii) நாற்கரங்கள் ஆகும். மற்றவை நாற்கரங்கள் அல்ல. ஏன்?

படங்கள் (i) (ii) (iii) இல் குறிப்பிடப்பட்டுள்ளது போல பக்கங்களுக்கு இடையே உள்ள கோணங்கள் நாற்கரத்தின் **கோணங்கள்** ஆகும்.

இப்பொழுது நாம் நமக்கு மிகவும் பழக்கமான நாற்கரங்களிலிருந்து துவங்குவோம்.

4.1 செவ்வகங்களும் சதுரங்களும்

செவ்வகங்கள் : செவ்வகங்கள் என்றால் என்ன என்று உங்களுக்குத் தெரியும். இப்பொழுது நாம் அதனை வரையறுப்போம்.

ஒரு செவ்வகம் ஒரு நாற்கரம் ஆகும். இதில்

(i) அனைத்து கோணங்களும் செங்கோணங்கள் (90°) ஆகும்.

(ii) எதிர் பக்கங்கள் சம அளவில் உள்ளன.

ஒரு நாற்கரம் செவ்வகம் என்று அழைக்கப்பட அது நிறைவு செய்யத்தக்க நிபந்தனைகளை இவ்வரையறையானது சரியாகக் குறிப்பிடுகிறது.

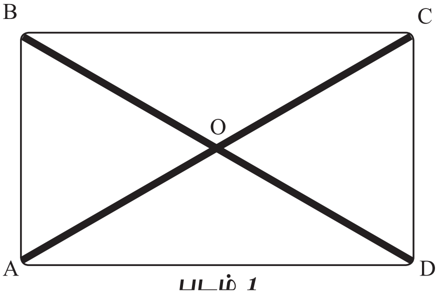
? ஒரு செவ்வகத்தை வரையறுப்பதற்கு வேறு வழிகள் உள்ளனவா?

இப்பொழுது நாம் ஒரு செவ்வகத்தை வரைவதற்குத் தொடர்பான சிக்கல்களைக் கருதுவோம்.

©KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

ஒரு தச்சரின் சிக்கல்

? படம்1 இல் கொடுத்துள்ளது போல ஒரு தச்சர் இரண்டு மெல்லிய மரத் துண்டுகளை ஒன்றாக இணைக்க வேண்டும். அவ்வாறு இணைக்கையில் அவற்றின் முடிவுப் புள்ளிகளுக்கு இடையே ஒரு நூல் நுழைக்கப்படும் போது அது ஒரு செவ்வகமாக உருவாகும். அவரிடம் 8cm நீளமுள்ள ஒரு துண்டு உண்டு. இன்னொரு துண்டின் நீளம் என்னவாக இருக்க வேண்டும்? அவை எங்கு இணைக்கப்பட வேண்டும்?



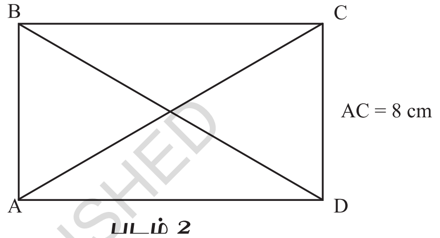
படம் 1

இப்பொழுது நாம் முதலில் தச்சர் அமைக்க வேண்டிய வடிவத்தின் மாதிரியை வரைவோம். மரத்துண்டுகளைக் கோட்டுத் துண்டுகளாக அமைப்போம். அவை முடிவுப்புள்ளிகளால் உருவான நாற்கரத்தின் மூலைவிட்டங்கள் ஆகும். அந்நாற்கரம் செவ்வகமாக அமைய நாம்

கீழ்கண்ட வினாக்களுக்கு விடையளிக்க வேண்டும்.

- ? இன்னொரு மூலைவிட்டத்தின் நீளம் என்ன?
- ? இரண்டு மூலைவிட்டங்களின் இடை வெட்டுப் புள்ளி யாது?
- ? மூலைவிட்டங்களுக்கு இடையே இருக்கும் கோணம் யாது?
- ? இவ்வினாக்களுக்கு நாம் வடிவியல் பகுத்தறிதலின் (உய்த்துணர்வு முறை) மூலம் விடையளிப்போம். இது சிரமமாக இருந்தால் சில செவ்வகங்களை உருவாக்க/அளவிட முயற்சி செய்யவும்.

இவ்வினாக்களுக்கு விடையளிக்கவும், நாம் செவ்வகத்தின் மூலை விட்டங்களை அவற்றின் முடிவுப் புள்ளிகள் செவ்வகத்தின் உச்சிகளாக அமையும் வகையில் வைத்துள்ளோம் என்று எடுத்துக்கொள்வோம் (படம் 2 இல் காண்பிக்கப்பட்டுள்ளபடி)



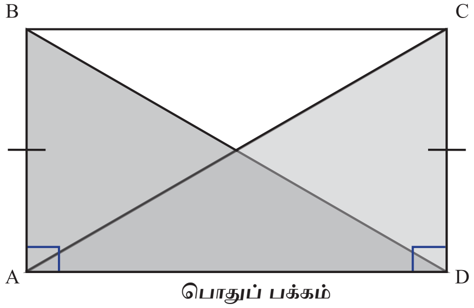
படம் 2

©KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

அனுமானம் 1 : இன்னொரு மூலைவிட்டத்தின் நீளம் என்ன?

சர்வசமத்தைப் பயன்படுத்தி இதனைக் கீழ்காணும் வகையில் வருவிக்கலாம்.
ABCD ஒரு செவ்வகம் எனில், AB=CD
$\angle BAD = \angle CDA = 90°$
இரண்டு முக்கோணங்களுக்கும் AD பொதுவானது.

எனவே $\Delta ADC \cong \Delta DAB$ (SAS சர்வ சம நிபந்தனையின்படி)

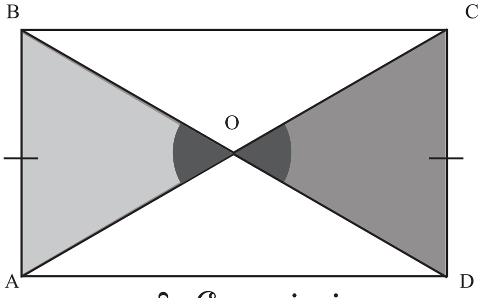


ஆகவே AC = BD, ஏனெனில் அவை சர்வ சம முக்கோணங்களின் ஒத்திசைவுப் பகுதிகளாகும். செவ்வகத்தின் மூலைவிட்டங்கள் எப்பொழுதும் சம அளவில் இருப்பதை இது காட்டுகிறது.

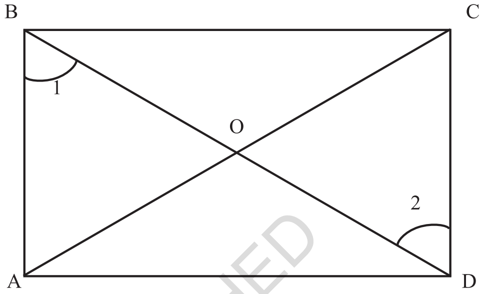
இன்னொரு மூலைவிட்டத்தின் நீளமும் 8cm ஆக இருக்க வேண்டும். இப்பண்பை சில முக்கோணங்களை அமைத்து/அளந்து சரிபார்க்கலாம்.

அனுமானம் 2 : இரண்டு மூலை விட்டங்களின் இடை வெட்டுப் புள்ளி யாது?

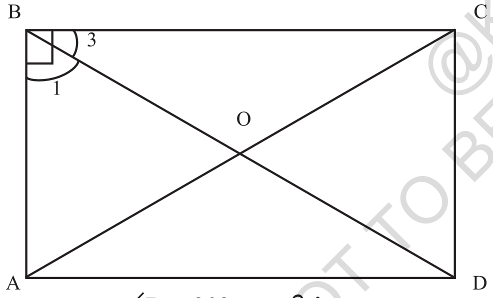
இது சர்வ சமத்தினைப் பயன்படுத்தியும் கண்டுபிடிக்கப்படலாம். OA மற்றும் OC மற்றும் OB மற்றும் OD க்கு இடையே உள்ள தொடர்பினைப் பற்றி அறிந்துக்கொள்ள வேண்டுமெனில், ABCD என்ற செவ்வகத்தின் எந்த இரு முக்கோணங்களை நாம் கருதவேண்டும்.



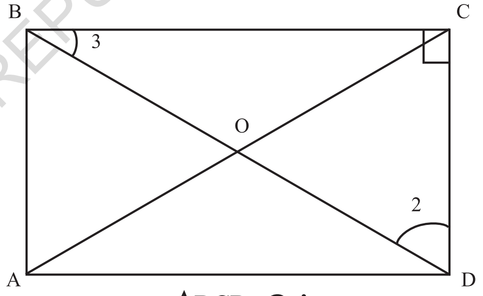
கருமை நிற கோணங்கள் சமமாக உள்ளன, ஏனெனில் அவை குத்தெதிர் கோணங்கள் ஆகும்.



சர்வ சமத்தினைக் காட்டுவதற்கு $\angle 1$ மற்றும் $\angle 2$ ஐ எடுத்துக்கொள்ளவும் அவை சமமாக உள்ளனவா?



$\angle B = 90°$, எனில்
$\angle 3 + \angle 1 = 90°$.



ΔBCD, இல்
$\angle 3 + \angle 2 + 90 = 180$,
எனவே $\angle 3 + \angle 2 = 90°$.

ஆகவே $\angle 1 = \angle 2$ $(= 90° - \angle 3)$.

சர்வ சமத்கின் AAS நிபந்தனையின்படி, $\angle AOB \cong \angle COD$.

எனவே $OA = OC$ மற்றும் $OB = OD$ ஏனெனில் அவை சர்வ சம முக்கோணங்களின் ஒத்திசைவுப் பகுதிகளாகும். ஆகவே O, AC மற்றும் BD இன் மையப்புள்ளி ஆகும்.

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

ஒரு செவ்வகத்தின் மூலைவிட்டங்கள் எப்பொழுதும் அவற்றின் மையப்புள்ளிகளில் இடைவெட்டிக்கொள்கின்றன என்பதை இது காட்டுகிறது.

ஆகவே ஒரு செவ்வகத்தைப் பெறுவதற்கு மூலைவிட்டங்கள் சம அளவில் இருக்கும் வண்ணமும் மையப்புள்ளிகளில் அவை இடை வெட்டிக்கொள்ளும் வண்ணமும் வரையப்பட வேண்டும்.

மூலைவிட்டங்கள் அவற்றின் மையப்புள்ளிகளில் கடந்து சென்றால், மூலைவிட்டங்கள். ஒன்றை ஒன்று இருசமக்கூறிடுகின்றன என்று கூறுகிறோம். ஒரு அளவினை இரு **சமக்கூறிடுகிறோம்** என்றால் அதனை **இரண்டு சம பாகங்களாக்குகிறோம்** என்று பொருள்படும்.

சில செவ்வகங்களை வரைந்து அவற்றின் மூலைவிட்டங்களையும் இடைவெட்டுப் புள்ளிகளையும் அளப்பதன் மூலம் இப்பண்பினை சரிபார்க்கலாம்.

முயற்சி செய்க

? $\Delta AOD \cong \Delta COB$ ஐ உறுதிசெய்ய கீழ்காணும் சமன்பாடுகளைப் பயன்படுத்த முடியுமா?

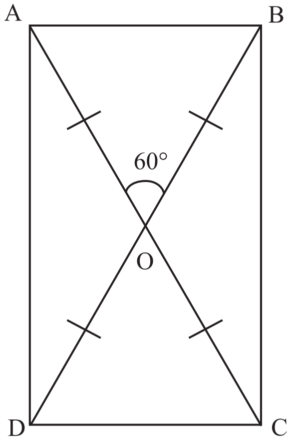
$AO = CO$ (மேலே நிரூபிக்கப்பட்டுள்ளது)

$\angle AOB = \angle COD$ (குத்தெதிர் கோணங்கள்)

$AD = CB$

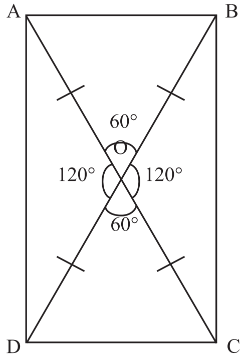
அனுமானம்-3 : மூலைவிட்டங்களுக்கு

? இடையே உள்ள கோணங்கள் யாவை?



வலப்பக்கத்தில் உள்ள படத்தில் கொடுத்துள்ளது போல, இரண்டு மூலை விட்டங்களும் சம நீளங்களில் இருக்கும் வகையில், ஒன்றை ஒன்று இருசமக்கூறிடும் வகையில் மற்றும் அவற்றிற்கிடையே ஏதேனும் ஒரு கோண அளவு 60° இருக்கும் வகையில் வரைந்தால் எத்தகைய நாற்கரத்தைப் பெறுகிறோம் என சோதித்துப் பார்ப்போம்.

NOT TO BE REPUBLISHED
@KTBS

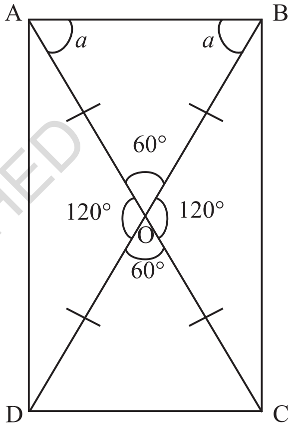


? மீதமுள்ள அனைத்து கோணங்களையும் உங்களால் கண்டுபிடிக்க முடியுமா?

குத்தெதிர் கோணங்கள் மற்றும் நேரியல் இணைகளின் புரிதலைப் பயன்படுத்தி நாம் மூலைவிட்டங்களுக்கு இடையே உள்ள மற்ற கோணங்களைக் கண்டுபிடிக்க முடியும்.

ΔAOB இல் AO = OB, எனவே அவற்றிற்கு எதிரே உள்ள கோணங்கள் சமமாக உள்ளன, அதாவது ‘a’.

? a இன் மதிப்பை நீங்கள் கண்டுபிடிக்க முடியுமா?
ΔAOB இல், நம்மிடம் இருப்பது

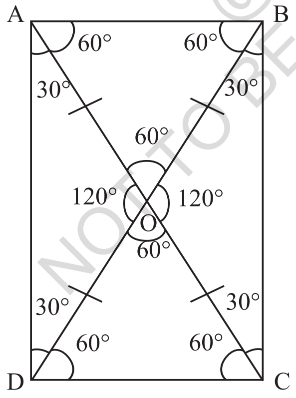


$a+a+60=180$ (முக்கோணத்தின் உள் கோணங்கள்)

ஆகவே $2a = 120$

$\therefore$ a = 60 ஆகும்.

இதே போல மற்ற கோணங்களின் மதிப்புகளையும் நம்மால் கண்டுபிடிக்க முடியும்.

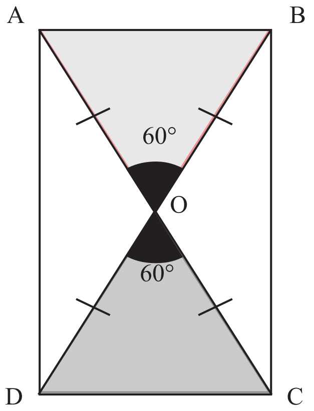


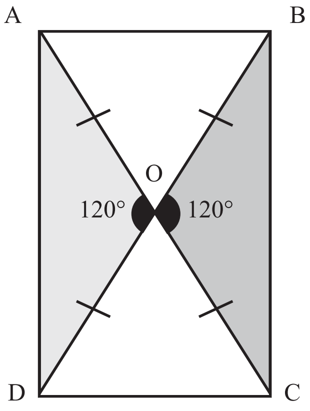
? இப்பொழுது நாம் ABCD எவ்வகை நாற்கரம் என அடையாளம் காண முடியுமா ?

கோணங்களின் மொத்தம் 90° (30°+60°) என்பதை கவனிக்கவும்.

? அதன் பக்கங்களைப் பற்றி நாம் என்ன கூறலாம்?

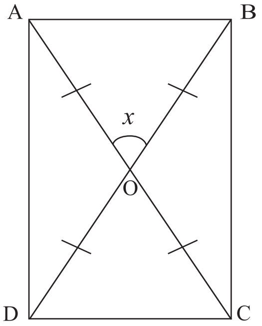
NOT TO BE REPUBLISHED @KTBS





$\Delta AOB \cong \Delta COD$ மற்றும் $\Delta AOD \cong \Delta COB$. என்பதை நம்மால் காண முடிகிறது. இவை சர்வசம முக்கோணங்களின் ஒத்திசைவுப் பாகங்களாக இருப்பதால் AB = CD மற்றும் AD = CB.

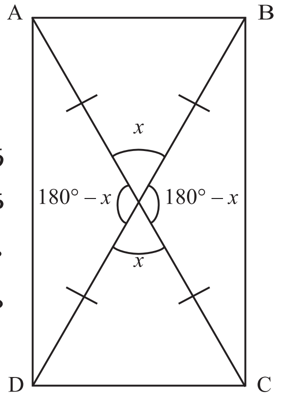
ஆகவே ABCD ஒரு செவ்வகத்தின் வரையறையை நிறைவு செய்வதால் அது ஒரு செவ்வகம் ஆகும்.



? ABCD இன் மூலைவிட்டங்களுக்கு இடையே உள்ள கோணங்கள் மாற்றப்பட்டாலும் அது செவ்வகமாகவே இருக்குமா?

மூலைவிட்டங்களுக்கு இடையே உள்ள ஏதேனும் ஒரு கோணத்தை x என எடுத்துக்கொள்ளவும்.

இரண்டு மூலைவிட்டங்களுக்கு இடையே உள்ள நான்கு கோணங்களையும் நாம் x, x, $180 - x$, மற்றும் $180 - x$ ஆக கணக்கிடலாம்.

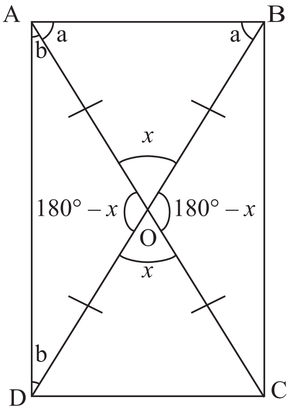


? மற்ற கோணங்களை உம்மால் கண்டுபிடிக்க முடியுமா?

ΔAOB ஒரு இருசமபக்க முக்கோணம் என்பதை நாம் அறிந்ததால், அதன் இரு அடிப்பக்க கோணங்களையும் 'a' ஐக் கொண்டு குறிப்பிடலாம்.

? a இன் மதிப்பு (டிகிரிகளில்) x களில் என்னவாகும்? நம்மிடம் இருப்பது,

NOT TO BE REPUBLISHED
@KTBS



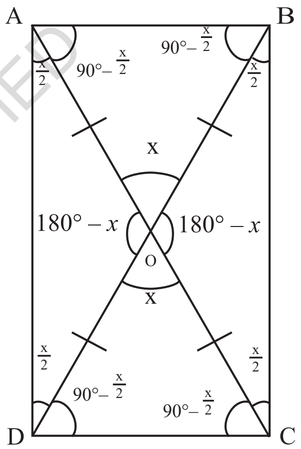
$$a + a + x = 180$$

(ஒரு முக்கோணத்தின் உட்கோணங்களின் மொத்தம்)

$$2a = 180 - x$$

$$a = \frac{(180 - x)}{2} = 90 - \frac{x}{2}.$$

அதே போல ΔAOD என்ற இருசமபக்க முக்கோணத்தில் அடிப்பக்க கோணங்கள் b ஆக இருக்கட்டும்.



$$b + b + 180 - x = 180$$

$$2b = 180 - (180 - x)$$

$$2b = 180 - 180 + x$$

$$2b = x$$

$$b = \frac{x}{2}.$$

நாற்கரத்தின் அனைத்து கோணங்களும் a + b ஆகும்.

அதாவது, $90 - \frac{x}{2} + \frac{x}{2} = 90.$

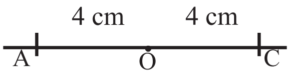
ஆகவே நாற்கரம் ABCD இன், நான்கு கோணங்களும் 90^0 ஆகும்.

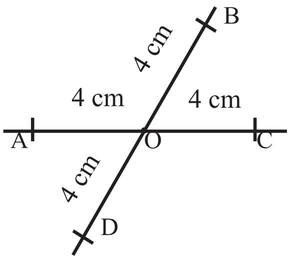
@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

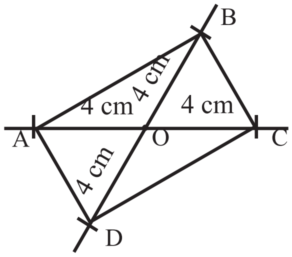
? AB மற்றும் CD, AD மற்றும் BC ஐப் பற்றி நாம் என்ன கூறலாம்?
நம்மிடம் இருப்பது $\Delta AOB \cong \Delta COD$ மற்றும் $\Delta AOD \cong \Delta COB$. ஆகவே AB = CD மற்றும் AD = CB, ஏனெனில் அவை சர்வசம முக்கோணங்களின் ஒத்திசைவு பாகங்கள் ஆகும்.

மூலைவிட்டங்களுக்கு இடையே உள்ள கோணங்கள் என்னவாக இருந்தாலும், மூலைவிட்டங்கள் சமமாக இருந்தாலும் அவை ஒன்றை ஒன்று இருசமக்கூறிட்டாலும், உருவாக்கப்பட்ட நாற்கரத்தின் கோணங்கள் ஒவ்வொன்றும் 90^0 ஆகும் மற்றும் எதிர் பக்கங்கள் சமமாக இருக்கும். ஆகவே நாற்கரம் செவ்வகமாகும்.

இப்பொழுது மரத்துண்டுகள் எவ்வாறு இணைக்கப்பட்டால் ஒரு செவ்வகம் உருவாகிறது என்பதை நாம் அறிந்தோம். அவை சமமாக இருக்க வேண்டும் மற்றும் மையப்புள்ளிகளில் இணைக்கப்பட வேண்டும்.







இந்த வழிமுறை உண்மையாகவே செவ்வகங்களை உருவாக்கப் பயன்படுத்தப்படுகின்றது. ஐரோப்பாவின் தச்சர்கள் செவ்வக சட்டத்தை அமைக்க இம்முறையைப் பயன்படுத்தினர். ஆப்பிரிக்காவில் உள்ள ஒரு நாடான மொசாம்பிக்கில் விவசாயிகள், வீடுகளை வீட்டின் அடிப்பகுதியை செவ்வக வடிவத்தில் பெற இம்முறையைப் பயன்படுத்துகிறார்கள் என்பது அறியப்படுகிறது.

©KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

பண்புகளைக் கண்டறியும் செயல்முறை

கீழ் வகுப்புகளிலிருந்து நாம் இணைக் கோடுகள், கோணங்கள் மற்றும் முக்கோணங்கள் போன்ற வடிவியல் பொருட்களின் பண்புகள் வடிவியல் உய்த்துணர்தல் முறையில் வருவிக்கப்படலாம் என்பதைப் பார்த்துள்ளோம். இவ்வுலகில் நாம் சிறப்பு வகை நாற்கரங்களின் பண்புகளை வருவிக்கும் செயல்பாட்டினைத் தொடரலாம்.

நாற்கரத்தின் ஒரு பண்பினை வருவித்த உடன், காகிதத்தின் மீது வரையப்பட்ட ஒரு நாற்கரம் அல்லது ஒரு நாற்கரத்தின் வடிவைப் பெற்றுள்ள ஒரு மேற்பரப்பை உண்மையான நாற்கரத்துடன் சரிபார்ப்பது நல்லது.

வருவித்தல் மூலம் இப்பண்பினை உம்மால் கண்டறிய முடியவில்லை என்றால், நீங்கள் உலகத்தில் காணும் உண்மையான நாற்கரங்களை

எடுத்து அளவிடுவதன் மூலம் இப்பண்பினை கவனிக்கலாம். இந்நோக்கீடுகள், பண்புகளைப் பற்றிய பயனுள்ள அறிவாற்றலைத் தருகின்றன. ஆனால் அவற்றைக் கொண்டு நாம் ஒரு ஊகத்தை மட்டுமே உருவாக்க முடியும், அதாவது ''நாம் மிகவும் உறுதியாகக் கருதக்கூடிய ஓர் அறிக்கை ஆனால் அது எப்பொழுதும் சரியாக இருக்கும் என்பதை உறுதியாகக் கூற முடியாது.'' எடுத்துக்காட்டாக சில செவ்வகங்களை வரைந்து அவற்றின் மூலைவிட்டங்கள் ஒன்றை ஒன்று சமக்கூறிடுகின்றன என்பதை அளவிடுவதன் மூலம் கவனிப்பது எல்லா நிலைகளிலும் இது நடைபெறும் என்று உறுதியாகக் கூற முடியும். நாம் அமைக்கும் 1000 வது செவ்வகம் இப்பண்பினைப் பெற்றிருக்கும் என்பதை நாம் உறுதியாகக் கூறமுடியுமா. இப்பண்பினை நாம் உறுதியாக அறியக்கூடிய ஒரே வழி அக்கூற்றை நியாயப்படுத்துவது அல்லது நிரூபிப்பது மட்டுமே ஆகும்.

ஆசிரியருக்கான ஒரு குறிப்பு: பண்புகளை வருவிக்க அல்லது நியாயப்படுத்த மாணவர்களை மெதுவாக ஊக்குவிக்கவும். இதைச் செய்யும்போது எப்பொழுதெல்லாம் மாணவர்கள் சவால்களை எதிர்கொள்கின்றனரோ அப்பொழுது எல்லாம் பரிசோதனை செய்யவும், கவனிக்கவும் அவர்களை ஊக்குவிக்கவும், மற்றும் பண்புகளை அறிந்து கொள்ள அவர்களுடைய உள்ளுணர்வினைப் பயன்படுத்திக் கொள்ளவும்.

©KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

தச்சரின் சிக்கல் செவ்வகங்களைப் பின்வருமாறும் வரையறுக்கலாம் என்பதைக் காட்டுகிறது.

செவ்வகம் : ஒரு செவ்வகம் என்பது மூலைவிட்டங்கள் சமமாகவும் ஒன்றை ஒன்று இருசமக்கூறிடும் வகையில் பெற்றிருக்கும் நாற்கரம் ஆகும்.

இவ்வரையறை, முந்தைய வரையறையிலிருந்து எவ்வளவு வேறுபட்டது என்பதை கவனிக்கவும். இருப்பினும் இரண்டும் ஒரே வகை நாற்கரங்களை சாரும். மேலும், முதல் வரையறை எளிமைப்படுத்தப்படலாம் என்பதும் தெரிகிறது.

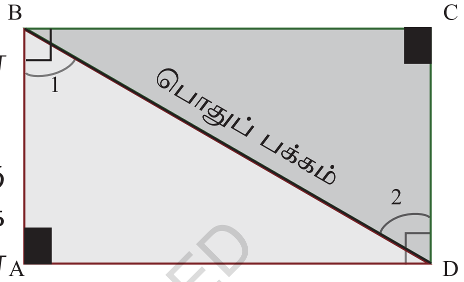
? முதல் வரையறையில், ஒரு செவ்வகத்தில் (a) சம நீளங்களாலான எதிர் பக்கங்கள் உள்ளன (b) எல்லா கோணங்களும் 90°க்கு சமமாக உள்ளன. எல்லாக் கோணங்களும் 90°க்கு சமமாக இருக்ககூடிய ஒரு நாற்கரமாக மட்டுமே அதனை வரையறுத்தால் அது தவறாகுமா?

இவ்வரையறை முழுமையற்றது என்று நாம் எண்ணினால், எல்லாக் கோணங்களும் 90^oக்கு சமமாக இருக்கக்கூடிய ஆனால் எதிர் பக்கங்கள் சமமற்று இருக்கக்கூடிய நாற்கரம் ஒன்றினை வரைய முயற்சிசெய்து பார்ப்போம்.

இத்தகைய நாற்கரத்தை உம்மால் வரைய முடியுமா ?

இது ஏன் அசாத்தியம் என நிரூபிப்போம்

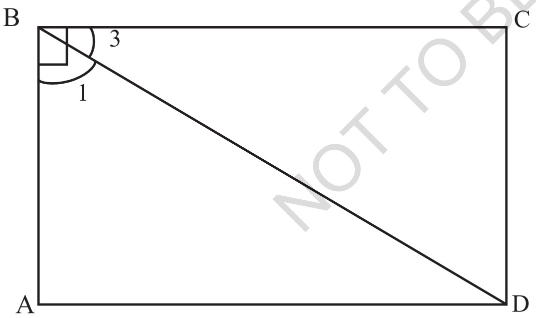
அனுமானம் 4 : எல்லா கோணங்களும் 90^oக்கு சமமாக இருக்கும் நாற்கரத்தின் வடிவம் என்ன ?



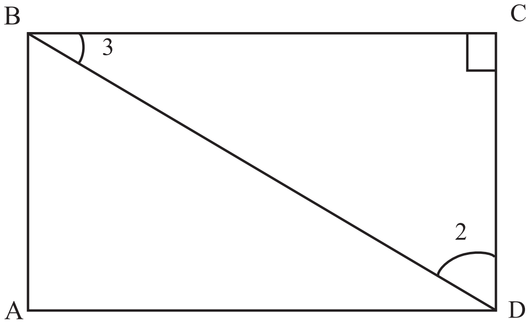
எல்லாக் கோணங்களும் 90° க்கு சமமாக இருக்கும் நாற்கரம் ABCD ஐக் கருதவும். இத்தகைய நாற்கரத்தின் எதிர் பக்கங்களைக் குறித்து நாம் என்ன கூறலாம்?

BD ஐ இணைக்க, ΔBAD மற்றும் ΔDCB சர்வசமமாக உள்ளன. இந்த அறிக்கையை நம்மால் நியாயப்படுத்த முடியுமா?

முக்கோணங்களில் இரண்டு சமத்துவங்கள் நேரடியாகக் காணப்படுகின்றன. $\angle 1$ மற்றும் $\angle 2$ ஐப் பற்றி நாம் என்ன கூறலாம்?



$\angle B = 90°$, ஆகவே
$\angle 3 + \angle 1 = 90°$.



ΔBCD, இல்
$\angle 3 + \angle 2 + 90° = 180°$, ஆகவே
$\angle 3 + \angle 2 = 90°$.

ஆகவே $\angle 1 = \angle 2$

ஆகையால், AAS சர்வசம நிலைமையினால் $\Delta BAD \cong \Delta DCB$.

எனவே AD = CB மற்றும் DC = BA, ஏனெனில் இவை சர்வசம முக்கோணங்களின் ஒத்திசைவுப் பக்கங்கள் ஆகும்.

©KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

? $\Delta BAD \cong \Delta CDB$ என எழுதுவது தவறாகுமா? ஏன்?

ஒரு நாற்கரத்தின் அனைத்து கோணங்களும் செங்கோணங்கள் என்பதை நாம் உறுதியாக அறிந்துக் கொண்டுள்ளோம் எனில், எதிர் பக்கங்கள் சம அளவில் உள்ளன. ஆகவே ஒரு செங்கோணம் கீழ்காணுமாறு வரையறுக்கப்படலாம்.

செவ்வகம் : எல்லாக் கோணங்களும் 90^oக்கு சமமாக இருக்கும் ஒரு நாற்கரம், செங்கோணம் ஆகும். ஒரு செவ்வகத்தின் எல்லா பண்புகளையும் நாம் பட்டியலிடுவோம்.

பண்பு 1 : ஒரு செவ்வகத்தின் அனைத்துக் கோணங்களும் 90^oக்கு சமமாகும்.

பண்பு 2: ஒரு செவ்வகத்தின் எதிர் பக்கங்கள் சமமாக உள்ளன.

? ஒரு செவ்வகத்தின் எதிர் பக்கங்கள் இணையாக உள்ளனவா?

உண்மையாகவே அவை அவ்வாறாகவே காணப்படுகின்றன. இவ்வுண்மையை மூலைவிட்டத்தின் பண்புகளில் ஒன்றினைப் பயன்படுத்தி நியாயப்படுத்தலாம்.

NOT TO BE REPUBLISHED @KTBS

AD மற்றும் BC க்கு AC மூலைவிட்டமாகத் திகழ்கிறது என்பதை கவனிக்க மற்றும் $\angle A + \angle B = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$,

மூலைவிட்டத்தின் ஒரே பக்கத்தின் மீதுள்ள உள்கோணங்களின் மொத்தம் 180^oக்கு சமமாக இருக்கும் எனில் கோடுகள் இணையாக உள்ளன. இவ்வுண்மையை நாம், AD மற்றும் BC என்ற கோடுகள் இணையாக உள்ளன என முடிவு செய்யப் பயன்படுத்திக் கொள்வோம். அதனை நாம் $AD \parallel BC$ எனக் குறிப்பிடுவோம்.

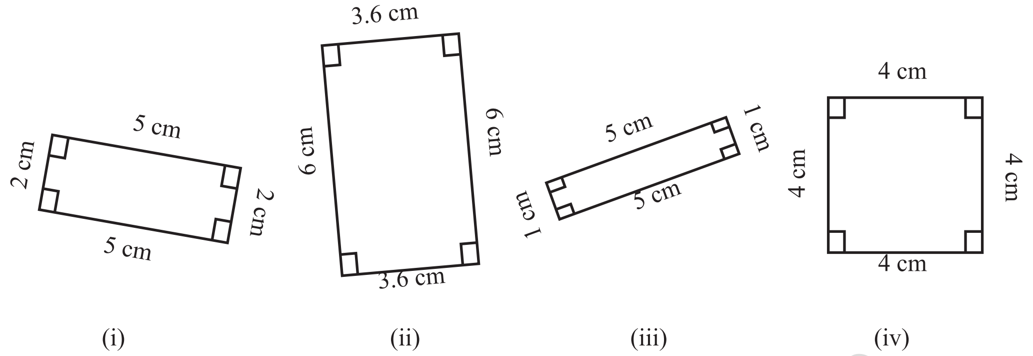
இதேபோல AB, DC ம் இணையாக உள்ளன என்பதைக் காட்டுக $(AB \parallel DC)$?

பண்பு 3: ஒரு செவ்வகத்தின் எதிர் பக்கங்கள். ஒன்றோடு ஒன்று இணையாக உள்ளன.

பண்பு 4: ஒரு செவ்வகத்தின் மூலைவிட்டங்கள் சம நீளங்களில் உள்ளன மற்றும் ஒன்றை ஒன்று இருசமக்கூறிடுகின்றன.

ஒரு சிறப்பு வகை செவ்வகம்

கீழுள்ள நாற்கரங்களில், செவ்வகங்கள் அல்லாத வடிவங்கள் எவையேனும் உள்ளனவா?

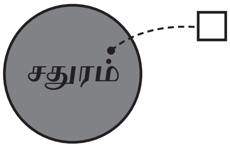


இவை அனைத்தும் நாற்கரங்களாகும். எல்லா செங்கோணங்களும் 90^oக்கு சமமாக இருப்பதால் நாற்கரம் (iv) ஒரு செவ்வகமாகும். ஆயினும் இது எல்லாப் பக்கங்களும் சமமாக இருக்கக்கூடிய ஒரு சிறப்பு வகை செவ்வகம் ஆகும். இந்நாற்கரம் ஒரு சதுரம் எனவும் அழைக்கப்படுகிறது என்பது நமக்குத் தெரியும்.

சதுரம்: எல்லா கோணங்களும் 90° க்கு சமமாக இருக்கும் மற்றும் எல்லாப் பக்கங்களும் சம நீளங்களில் இருக்கும் ஒரு நாற்கரம் சதுரம் ஆகும். ஆகவே எல்லா சதுரங்களும் செங்கோணங்கள் ஆகும், ஆனால் எல்லா செங்கோணங்களும் சதுரங்கள் அல்ல.

©KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

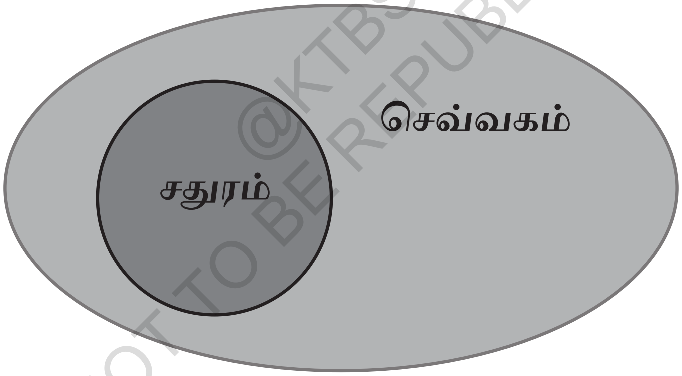
இத்தொடர்பினை நாம் ஒரு வென் படத்தைப் பயன்படுத்தி படமாகக் குறிப்பிடலாம். இப்படங்களை நாம் முன்பே கண்டுள்ளோம். ஒரு வென் படத்தில், பொருட்களின் ஒரு கணம் ஒரு மூடுண்ட வளைவிற்குள் புள்ளிகளாகக் குறிப்பிடப்படுகின்றன. பொதுவாக இந்த மூடுண்ட வளைவுகள் நீள்வட்டங்கள் அல்லது வட்டங்கள் ஆகும்.



எடுத்துக்காட்டு : எல்லா சதுரங்களின் கணம் இவ்வாறு குறிப்பிடப்படுகிறது.

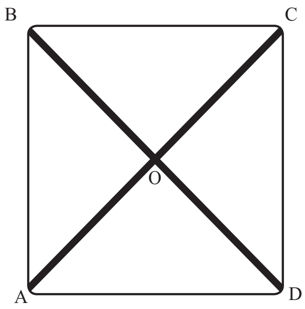
ஒரு புள்ளி இப்பகுதியில் உள்ள ஒவ்வொரு சதுரத்தையும் குறிப்பிடுகிறது, அவ்வழியே சாத்தியமான அனைத்து சதுரங்களையும் உள்ளடக்குகிறது.

ஒவ்வொரு சதுரமும் ஒரு செவ்வகமாக இருப்பதால், இவ்விரு கணங்களின் வென்பட உருவமைப்பு இவ்வாறாக இருக்கலாம்.



@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

? நாம் மீண்டும் தச்சனுடைய சிக்கலைக் கருதுவோம். அவற்றின் முனைப்புள்ளிகளினூடே நூல் செல்லும் போது ஒரு சதுரம் உண்டாகும் வகையில் மரக்கீற்றுகள் வைப்பட வேண்டுமெனில் நாம் என்ன செய்ய வேண்டும்?



முன்பு செய்தது போல, ஒரு மூலைவிட்டத்தின் நீளம் 8cm இருக்கும் வகையில் ஒரு சதுரத்தை வரைய முயற்சிப்போம்.

ஒரு செவ்வகத்திற்குத் தொடர்பான தச்சரின் சிக்கலைத் தீர்க்கும் பொழுது, எல்லாக் கோணங்களும் 90° க்கு சமமாக (எதிர் பக்கங்கள் நீளங்களாக) இருக்கும் ஒரு நாற்கரத்தைப் பெற மூலைவிட்டங்கள் இவ்வாறு வரையப்பட வேண்டும்.

i) அவை சம நீளங்களில் இருக்க வேண்டும்.

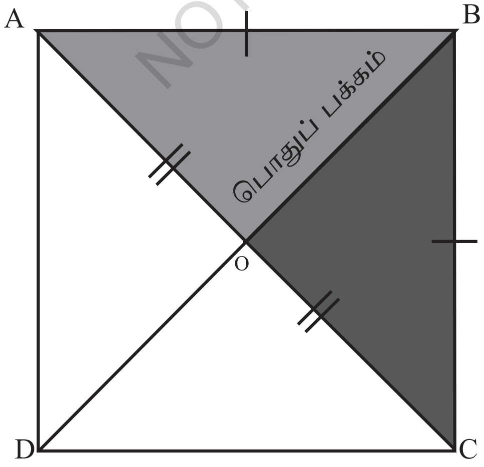
ii) அவை ஒன்றை ஒன்று இருசமக்கூறிட வேண்டும்.

? சமபக்க நீளங்களைப் பெறுவதற்கு நாம் வேறு என்ன செய்ய வேண்டும்? மூலைவிட்டங்களுக்கு இடையே கோணங்களை சரியாகத் தேர்ந்தெடுப்பதன் மூலம் இதனை செய்ய முடியும். இதைக் கண்டுபிடிக்க நீங்கள் பகுப்பாய்வு மற்றும்/அல்லது பரிசோதனை செய்து கண்டு பிடிக்க முடியுமா எனப் பார்க்க !

அனுமானம் 5 : மூலைவிட்டங்களால் அமையப்பெற்ற கோணம் என்னவாக இருக்க வேண்டும்?

மூலைவிட்டங்களுக்கு இடையிலான கோணம் சர்வசமப் பண்பைப் பயன்படுத்தி கண்டுபிடிக்கப்படலாம்! ஒன்றை ஒன்று இருசமக்கூறிடும் வகையில் சம மூலைவிட்டங்களை இணைத்து ஒரு சதுரத்தைப் பெறுகிறோம் என்று வைத்துக் கொள்வோம். அச்சதுரத்தை ABCD எனப் பெயரிடுவோம்.

மூலைவிட்டங்களால் அமையப்பெற்ற கோணத்தைக் கண்டுபிடிக்க நாம் சர்வசமமாக எந்த இரண்டு முக்கோணங்களைக் கருத வேண்டும்?



சர்வசமத்திற்கான SSS பண்பின் படி

$\Delta BOA \cong \Delta BOC$

NOT TO BE REPUBLISHED ©KTBS

? மூலைவிட்டங்களாலான ∠BOA மற்றும் ∠BOC என்ற கோணங்களைக் கண்டுபிடிக்க இது பயன்படுத்தப்பட முடியுமா? இக்கோணங்கள் சர்வ சம முக்கோணங்களின் ஒத்திசைவுப் பக்கங்களாக இருப்பதால் அவை சமமாக உள்ளன. மேலும் இக்கோணங்கள் ஒருங்கே ஒரு நேர்க்கோணமாக அமைகின்றன. ஆகவே **∠BOA + ∠BOC = 180°.** ஆகவே இக்கோணங்கள் ஒவ்வொன்றும் 90° ஆக இருக்க வேண்டும்.

ஒரு சதுரத்தின் மூலைவிட்டங்கள் ஒன்றை ஒன்று செங்கோணத்தில் இரு சமக்கூறிடுகின்றன என்பதை இது காட்டுகிறது- அதாவது மூலைவிட்டங்கள் சம நீளங்களாகவும் ஒன்றை ஒன்று செங்கோணத்தில் சமக்கூறிடும் வகையிலும் வரையப்பட வேண்டும் என்பதும் இதன் பொருளாகும். மூலைவிட்டங்களின் முடிவுப் புள்ளிகளை பிரத்தியேகமாக ஒரு நாற்கரத்தின் உச்சிகளாகக் கருதுகிறோம். இவ்வாறு மூலைவிட்டங்கள் இணைக்கப்படுகையில் நாம் ஒரு சதுரத்தைப் பெறுகிறோம்.

? இந்த உண்மையைப் பயன்படுத்தி மூலைவிட்டம் 6cm நீளத்தில் ஒரு சதுரத்தை வரையவும்.

ஒரு சதுரத்தின் பண்புகள்

சதுரம் ஒரு சிறப்பு வகை செவ்வகம், ஆகும். ஆதலால் ஒரு செவ்வகத்தின் அனைத்துப் பண்புகளும் சதுரத்திற்குப் பொருந்தும்.

©KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

? அனுமானம் 1 மற்றும் அனுமானம் 2 இன் வடிவியல் ஆய்வின் வழியாக இது உண்மையா என சரிபார்க்கவும்.

பண்பு 1 : ஒரு சதுரத்தின் அனைத்துப் பக்கங்களும் ஒன்றோடு ஒன்று சமமாக உள்ளன.

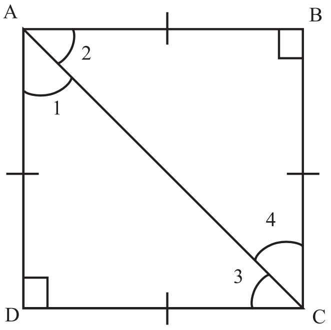
பணபு 2 : ஒரு சதுரத்தின் எதிர் பக்கங்கள் ஒன்றோடு ஒன்று இணையாக உள்ளன

பண்பு 3: ஒரு சதுரத்தின் கோணங்கள் அனைத்தும் 90° சமமாக உள்ளன.

பண்பு 4: ஒரு சதுரத்தின் மூலைவிட்டங்கள் சம நீளத்தில் உள்ளன மற்றும் அவை ஒன்றை ஒன்று இருமசக்கூறிடுகின்றன.

ஒரு சதுரத்திற்கு இன்னொரு சிறப்புப் பண்பும் உண்டு.

? ∠1, ∠2, ∠3 மற்றும் ∠4 இன் அளவுகள் என்ன? இதை ஆய்வு செய்து மற்றும்/அல்லது பரிசோதித்து கண்டறியவும்.



ΔADC இன்,

$\angle 1 + \angle 3 + 90 = 180$

AD = DC, ஆகவே நம்மிடம் இருப்பது $\angle 1 = \angle 3$

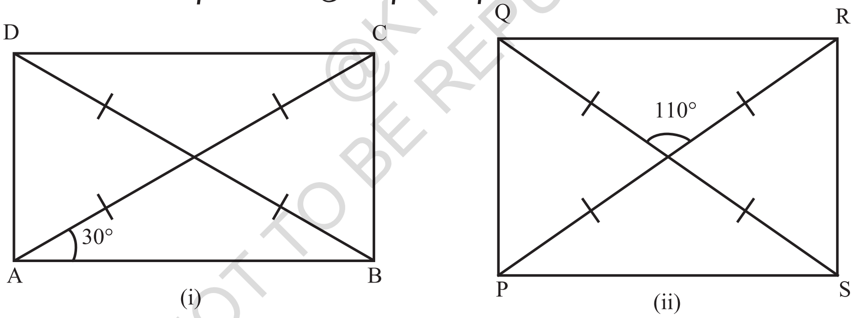
ஆகவே $\angle 1 = \angle 3 = 45°$

அதேபோல் $\angle 2$ மற்றும் $\angle 4$ ஐக் கண்டு பிடிக்க. இப்பொழுது நம்மிடம் சதுரத்தின் இன்னொரு பண்பு உண்டு.

பண்பு 5: ஒரு சதுரத்தின் மூலைவிட்டங்கள், சதுரத்தின் கோணங்களை இரண்டு சமங்களாகப் பிரிக்கின்றன. இது இவ்வாறு குறிப்பிடப்படலாம். ''ஒரு சதுரத்தின் மூலைவிட்டங்கள் அச்சதுரத்தின் கோணங்களை இருசமக்கூறிடுகின்றன.'' என்பதாகும்.

1. கீழ்காணும் செவ்வகங்களுக்குள் இருக்கும் மற்ற எல்லாக் கோணங்களையும் கண்டுபிடிக்கவும்.

©KTBS NOT TO BE REPUBLISHED



2. 8cm சம நீளங்களாலான மற்றும் ஒன்றை ஒன்று சமக்கூறிடும் மூலைவிட்டங்களாலான ஒரு நாற்கரத்தை வரைக. மேலும் கீழ்காணும் கோணம் அமையப் பெறும் வகையிலும் இவற்றை வரையவும்.

   (i) 30° (ii) 40° (iii) 90° (iv) 140°

3. மையம் Oஐப் பெற்றுள்ள ஒரு வட்டத்தை எடுத்துக் கொள்ளவும் கோட்டுத்துண்டுகள் PL மற்றும் AM, வட்டத்தின் இரண்டு செங்குத்து விட்டங்களாகும் APML வடிவம் என்னவாகும்? ஆய்வு செய்து மற்றும் /அல்லது பரிசோதனை செய்து இதனைக் கண்டறியவும்.

கணித பேச்சு

4. காகிதத்தை மடித்து எப்படி 90° ஐப் பெற முடியும் என்பதைக் கண்டோம். இப்பொழுது நம்மிடம் சம நீளங்களுள்ள இரண்டு குச்சிகள் மற்றும் ஒரு நூலைத் தவிர எந்த காகிதமும் இல்லை எனில் இவற்றைப் பயன்படுத்தி நாம் சரியாக 90^oஐ எவ்வாறு அமைக்க முடியும்?

முயற்சி செய்க

5. எதிர் பக்கங்கள் இணையாக இருப்பது செவ்வகத்தின் பண்புகளில் ஒன்று என்பதை நாம் பார்த்துள்ளோம். இதை ஒரு செவ்வகத்தின் வரையறையாகத் தெரிவு செய்யலாமா? வேறு வகையில் கூற வேண்டுமென்றால் எதிர் பக்கங்களை இணையானதாகவும் சமமாகவும் பெற்றுள்ள ஒவ்வொரு நாற்கரமும் செவ்வகமாகுமா?

4.2: ஒரு நாற்கரத்தின் கோணங்கள்

? மூன்று கோணங்கள் 90° க்கு சமமாகவும் நான்காவது கோணம் 90° க்கு சமமில்லாமலும் இருக்கும் ஒரு நாற்கரத்தை அமைக்க முடியுமா?

வரைதல்களின் மூலம் இது அசாத்தியம் என்பதை நீங்கள் கண்டிருக்கலாம்.

? ஏன் அசாத்தியம்?

கோணங்களுக்குத் தொடர்பான நாற்கரங்களின் பொதுப் பண்பின் காரணமாக இது அசாத்தியம் ஆகும்.

ஒரு முக்கோணத்தின் கோணங்களின் மொத்தம் 180° என்பதைப் பார்த்தோம். நாற்கரத்தின் கோணங்களின் கூட்டுத்தொகையிலும் இதேபோன்ற ஒழுங்குமுறை உள்ளது.

நாற்கரம் SOME ஐ எடுத்துக்கொள்ளவும். மூலைவிட்டம் SM ஐ வரையவும் நாம் ΔSEM மற்றும் ΔSOM என்ற இரண்டு முக்கோணங்களைப் பெறுகிறோம்.

NOT TO BE REPUBLISHED @KTBS

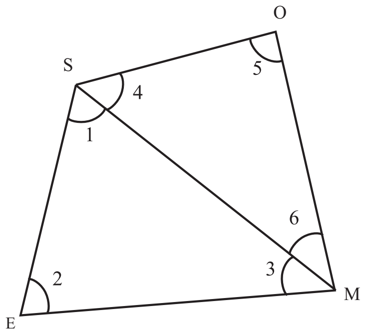
ΔSEM இல் நம்மிடம் இருப்பது

$\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = 180°$.

மற்றும் Δ SOM இல், $\angle 4 + \angle 5 + \angle 6 = 180°$ ஆகும்.

இந்த ஆறு கோணங்களைக் கூட்டினால் நாம் என்ன பெறுகிறோம்?

நாம் பெறுவது



$\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 + \angle 4 + \angle 5 + \angle 6 = 180^\circ + 180^\circ = 360^\circ$

அல்லது, $(\angle 1 + \angle 4) + (\angle 3 + \angle 6) + \angle 2 + \angle 5 = 360^\circ$

$(\angle 1 + \angle 4)$, $(\angle 3 + \angle 6)$ $(\angle 3 + \angle 6)$, $\angle 2$ மற்றும் $\angle 5$ இந்நாற்கரத்தின் கோணங்கள் ஆகும். ஆகையால், நாம் கீழ்காணும் முடிவினைப் பெறுகிறோம்.

ஒரு நாற்கரத்தின் அனைத்து கோணங்களின் கூட்டுத்தொகை 360^0 ஆகும். மூன்று செங்கோணங்களும் நான்காவது கோணம் ஒரு செங்கோணமல்லாத ஒரு நாற்கரத்தைப் பெறுவது ஏன் அசாத்தியம் என விளக்கவும்.

4.3 இணை எதிர் பக்கங்களுள்ள இன்ன பிற நாற்கரங்கள்

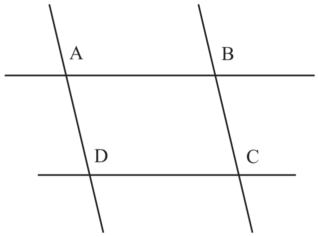
செவ்வகங்கள் (சதுரங்களும் ஆகும்) இணை எதிர் பக்கங்களைப் பெற்றுள்ளன.

? செவ்வகங்கள் அல்லாத இணை எதிர் பக்கங்களைப் பெற்றுள்ள நாற்கரங்கள் உள்ளனவா ?

இத்தகைய ஒன்றினை வரைய முயற்சிப்போம்.

இரண்டு சோடி இணைக் கோடுகளை வரைவதன் மூலம் இதனை எளிதாகச் செய்யலாம். செங்கோணங்களில் அவை இணையாமல் இருப்பதை உறுதிப்படுத்திக் கொள்ளவும்.

? ஒரு அளவுகோல் மற்றும் மூலைமட்டங்கள் அல்லது கவராயம் மற்றும் அளவுகோல் இவற்றினைப் பயன்படுத்தி இணைக் கோடுகள் வரையப்பட்டதை நினைவுகூர்ந்து இத்தகைய ஒரு வடிவத்தை வரையவும்.



நாற்கரம் ABCDஐ கவனிக்கவும். இது இணையான எதிர் பக்கங்களைப் பெற்றுள்ளன ஆனால் இது ஒரு செவ்வகம் அல்ல.

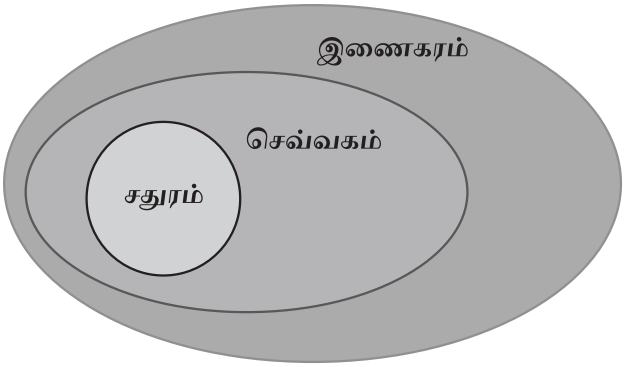
ஆகவே எதிர் பக்கங்கள் இணையாக உள்ள நாற்கரங்களின் பெரிய தொகுப்பு உள்ளது. அத்தகைய நாற்கரங்கள் **இணைகரங்கள்** என்று அழைக்கப்படுகின்றன.

? ஒரு செவ்வகம் இணைகரமா?

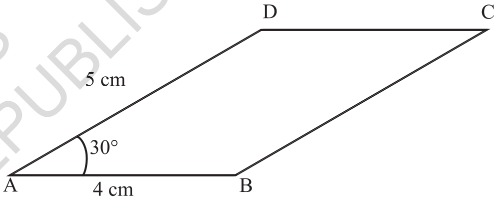
ஒரு செவ்வகம் இணையான எதிர் பக்கங்களைப் பெற்றுள்ளது. ஆகவே, இது இணைகரத்தின் வரையறையை நிறைவு செய்கிறது. ஆகவே இது நிச்சயமாகவே ஒரு இணைகரமாகும், குறிப்பாக ஒரு செவ்வகமானது அதன் எல்லா கோணங்களும் 90^oக்கு சமமாகப் பெற்றுள்ள ஒரு சிறப்பு வகை இணைகரமாகும்.

NOT TO BE REPUBLISHED ©KTBS

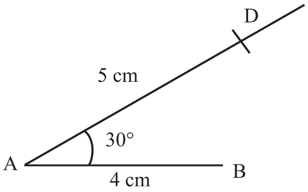
இத்தொடர்பை நாம் ஒரு வென் படத்தைப் பயன்படுத்தி வெளிப்படுத்தலாம்.



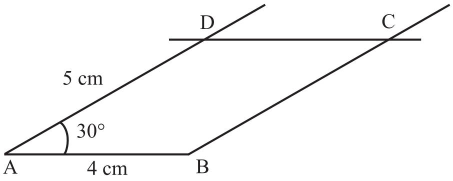
ஒரு இணைகரத்தின் பக்கங்கள் மற்றும் கோணங்களுக்கு இடையே உள்ள தொடர்பினைப் புரிந்துக்கொள்ள நாம் கீழ்கண்ட படத்தை வரைவோம்.



அடுத்துள்ள பக்கங்களின் நீளம் 4 cm மன்றும் 5 cm மற்றும் அவற்றிற்கிடையே 30° கோணம் அமையும் வகையில் ஒரு இணைகரத்தை வரையவும்.



படிநிலை 1: AB=4cm மற்றும் AD=5cm கோட்டுத்துண்டுகளை அவற்றிற்கிடையே 30° கோணம் அமையுமாறு வரையவும்.



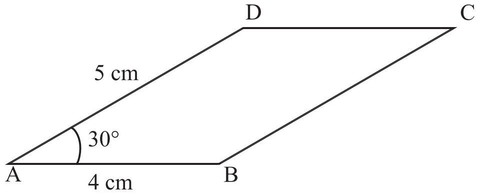
படிநிலை 2: D வழியாக AB க்கு இணையாக கோடு ஒன்றினை வரைக. B வழியாக ADக்கு இணையாக ஒரு கோடு வரையவும். இக்கோடுகள் இணையும் புள்ளியை C எனக் குறிப்பிடவும்.

ABCD நமக்குத் தேவையான இணைகரமாகும்.

இணைகரத்தின் மற்ற கோணங்கள் யாவை? மீதமுள்ள பக்கங்களின் நீளங்கள் என்ன? இதைக் கண்டறிய ஆய்வு மற்றும் /அல்லது பரிசோதனை செய்ய முடியுமா எனப் பார்க்கவும்.

NOT TO BE REPUBLISHED @KTBS

அனுமானம் 6 : ஒரு இணைகரத்தின் கோணங்களைப் பற்றி நாம் என்ன கூறலாம்?



இணைகரம் ABCD இல் AB|| CD மற்றும் ADஅவற்றின் குறுக்கு வெட்டி ஆகும்.

$\angle A + \angle D = 180°$ (ஒரு குறுக்கு வெட்டியின் ஒரே பக்கத்தின் மீது அமைந்துள்ள உள் கோணங்களின் கூட்டுத் தொகை)

ஆகவே

$\angle D = 180 - \angle A = 180 - 30 = 150°$

அதேபோல, AD II B C மற்றும் AB மற்றும் CD அவற்றிற்கு

வரையப்பட்ட குறுக்கு வெட்டிகள் ஆகும்!

$\angle A + \angle B = 180°$

$\angle C + \angle D = 180°$

இச்சமன்பாடுகளைப் பயன்படுத்துவதால் நாம் பெறுவது $\angle B = 150°$ மற்றம் $\angle C = 30°$

இந்த இணைகரத்தில் அடுத்தடுத்துள்ள கோணங்களின் இணைகளின் கூட்டுத்தொகை 180°ஆகும் மற்றும் எதிர் கோணங்களின் இணைகள் சமமாக உள்ளன.

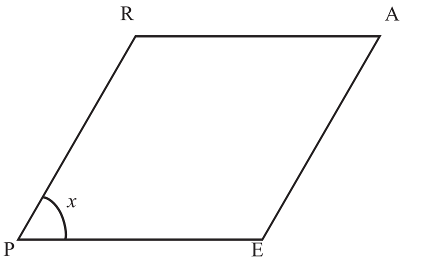
ஆகவே

$\angle A + \angle B = 180°, \angle A + \angle D = 180°, \angle C + \angle D = 180°$ மற்றும்

$\angle B + \angle C = 180°$ மற்றும் $\angle A = \angle C$ மற்றும் $\angle B = \angle D$

அடுத்துள்ள கோணங்கள், ஒரு சோடி இணைக் கோடுகளின் குறுக்கு வெட்டியின் ஒரே பக்கத்தின் மீது அமைந்துள்ள உள் கோணங்களாக இருப்பதால், அவைகளின் மொத்தம் 180° ஆகும்.

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED



? எதிர் கோணங்கள், என்னவாகும்? அனைத்து இணைகரங்களிலும் அவை சமமாக இருக்குமா? ஆம் என்றால் நீங்கள் எப்படி உறுதியாகக் கூற முடியும்?

ஒரு கோணத்தை ‘x’ என்று எடுத்துக்கொள்வோம்.

மற்ற கோணங்கள் என்னவாகும்?

$\angle P + \angle R = 180°$ எனவே

$\angle R = 180 - \angle P = 180 - x.$

அதேபோல, $\angle A + \angle R = 180°$ ஆகவே

$\angle A = 180 - \angle R = 180 - (180 - x) = 180 - 180 + x = x.$

எனவே $\angle P = \angle A = x.$

அதேபோல, $\angle R = \angle E = 180 - x$ என நாம் உய்த்தறியலாம்.

ஆகையால், ஒரு இணைகரத்தின் எதிர் கோணங்கள் எப்பொழுதும் சமம் என இது காட்டுகிறது.

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

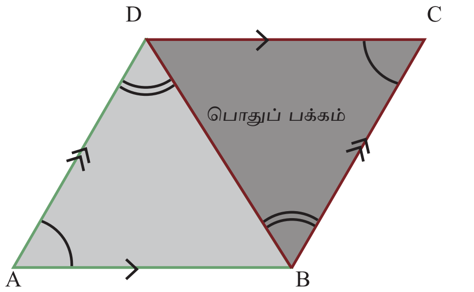
? **அனுமானம் 7 : ஒரு இணைகரத்தின் பக்கங்களைப் பற்றி நாம் என்ன கூறலாம்?**

ஒரு இணைகரத்தைப் பார்க்கும் பொழுது அதன் எதிர் பக்கங்கள் சமமாகத் தெரிகின்றன.

இதைக் காட்ட நாம் மீண்டும் சர்வசமத் தன்மையைப் பயன்படுத்து வோமா? இதற்காக நாம் எவ்விரண்டு முக்கோணங்களைக் கருத வேண்டும்?

ΔABD மற்றும் ΔCPB இல், ஒற்றை வில்லால் குறிக்கப்பட்ட கோணங்கள் இணைகரத்தின் எதிர் கோணங்கள் என்பதால் அவை சமமாக உள்ளன.

AD||BC மற்றும் BDஅதன் குறுக்கு வெட்டி ஆகும். இரண்டு வில்லுகளால் குறிக்கப்பட்ட கோணங்கள் ஒன்றுவிட்ட கோணங்கள் என்பதால் அவை சமமாக உள்ளன.

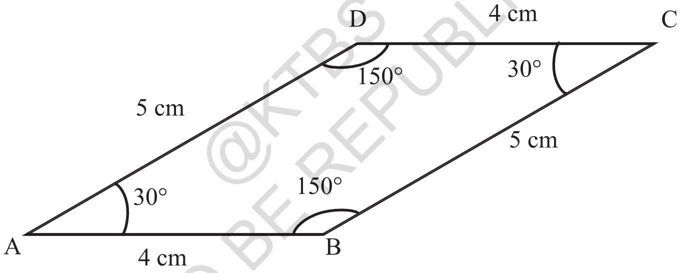


ஆகவே, AAS நிபந்தனையின் படி, முக்கோணங்கள் சர்வசம முக்கோணங்கள் ஆகும், அதாவது $\Delta ABD \cong \Delta CDB$.

ஆகவே AD = CB மற்றும் AB = CD

எனவே இணைகரத்தின எதிர் பக்கங்கள் சமமாகும்.

? $\Delta ABD \cong \Delta CBD$ என எழுதுவது தவறாகுமா? ஏன்? இவ்வனுமானங்களிலிருந்து இணைகரத்தின் மீதமுள்ள பக்கங்கள் மற்றும் கோணங்களைக் கண்டுபிடிக்கலாம்.



ஒரு இணைகரத்தின் பண்புகளைப் பட்டியலிடுவோம்.

பண்பு 1 : இணைகரத்தின் எதிர் பக்கங்கள் சமமாகும்.

பண்பு 2 : இணைகரத்தின் எதிர் பக்கங்கள் இணையானவை.

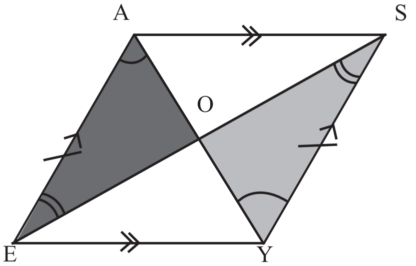
பண்பு 3 : ஒரு இணைகரத்தில், அடுத்துள்ள கோணங்களின் கூட்டுத்தொகை 180° மற்றும் எதிர் கோணங்கள் சமமாக உள்ளன.

? ஒரு இணைகரத்தின் மூலைவிட்டங்கள் எப்பொழுதும் சமமாக இருக்கின்றனவா? நீங்கள் வரைந்த இணைகரத்தைக் கொண்டு இதை சரிபார்க்கவும். ஒரு இணைகரத்தின் மூலைவிட்டங்கள் சமமாக இருக்க வேண்டியதில்லை.

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

❓ அவை ஒன்றை ஒன்று இருசமக்கூறிடுகின்றனவா (அவற்றின் மையப்புள்ளிகளில் இடைவெட்டிக் கொள்கின்றனவா?) என்பதை ஆய்ந்தறிந்து மற்றும்/அல்லது பரிசோதித்துக் கண்டறியவும்.

அனுமானம் 8 : ஒரு இணைகரத்தின் இரண்டு மூலைவிட்டங்களின் இடைவெட்டுப் புள்ளி யாது?



ஒரு செவ்வகத்தில், செய்தது போல, இணைகரம் EASY இல் ΔAOE மற்றும் ΔYOS இன் சர்வ சமத் தன்மையை பரிசோதிப்பதால் மூலைவிட்டங்கள் ஒன்றை ஒன்று சமக்கூறிடுகின்றனவா என்பதைக் கண்டறியலாம்.

AE = YS (ஏனெனில் அவை ஒரு இணைகரத்தின் எதிர் பக்கங்கள் ஆகும்)

ஒற்றை வில்லைக் கொண்டு குறிக்கப்பட்ட கோணங்கள் சமமாகும், அதே போல இரட்டை வில்லுகளால் குறிக்கப்பட்ட கோணங்களும் சமம் ஏனெனில் அவை இணைக்கோடுகளின் ஒன்றுவிட்ட கோணங்கள் ஆகும்.

ஆகவே ASA நிபந்தனையின் படி முக்கோணங்கள் சர்வ சமமாக உள்ளன, அதாவது.

$\Delta AOE \cong \Delta YOS$

ஆகவே OA = OY மற்றும் OE = OS. ஏனெனில் அவை சர்வசம முக்கோணங்களின் ஒத்திசைவுப் பகுதிகளாகும்.

ஆகவே O , இரண்டு மூலைவிட்டங்களின் மையப்புள்ளி ஆகும்.

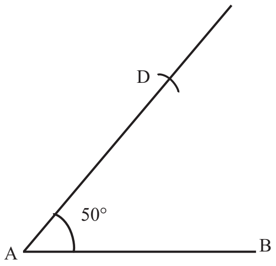
❓ $\Delta AOE \cong \Delta SOY$ என எழுதினால் அது தவறாகுமா? ஏன்?

பண்பு 4: ஒரு இணைகரத்தின் மூலைவிட்டங்கள் ஒன்றை ஒன்று இருசமக்கூறிடுகின்றன.

❓ ஒரு நாற்கரத்தின் மூலைவிட்டங்கள் ஒன்றை ஒன்று ஒரு குறிப்பிட்ட கோணத்தில் இருசமக்கூறிடுகின்றனவா ?

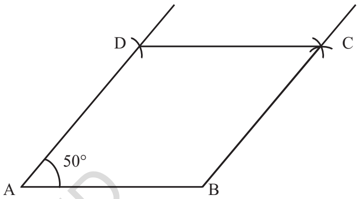
@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

4.4. சமபக்க நீளங்களைப் பெற்றுள்ள நாற்கரங்கள்



? சதுரங்கள் மட்டுமே சமபக்க நீளங்களைப் பெற்றுள்ள நாற்கரங்கள் ஆகுமா? வரைவதன் மூலம் இவ்வினாவை ஆராய்வோம்?

ஒன்றுக்கு ஒன்று செங்குத்தாக அமையப்பெறாத இரண்டு சமப் பக்கங்களாலான AD மற்றும் A B ஐ வரையவும்.



? எல்லாப் பக்கங்களும் சம நீளத்தில் இருக்கும் வகையில் இந்த நாற்கரத்தை முழுமைப்படுத்துவோமா?

B மற்றும் D இலிருந்து AB தொலைவுக்கு சமமாக (அல்லது AD க்கு)இருக்கும் வகையில் புள்ளி Cஐக் குறிப்பிடவும். இதை செய்ய ஒரு கவராயத்தைக் கொண்டு ABஐ அளவிடவும். இந்த நீளத்தை ஆரமாகக் கொண்டு B மற்றும் D இலிருந்து ஆரங்களை வெட்டவும்.

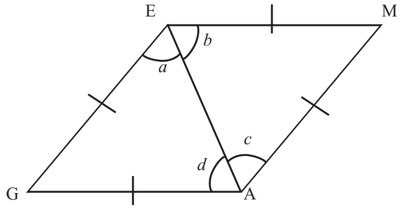
இப்பொழுது நம்மிடம் சமபக்க நீளங்களைப் பெற்றுள்ள நாற்கரம் உள்ளது மற்றும் அதன் கோணங்களில் ஒன்று 50^0 ஆகும். 180^0 ஐ விடக் குறைவாக (50^0க்கு பதிலாக) ஏதேனும் ஒரு கோணத்தை எடுத்து இத்தகைய நாற்கரத்தை நாம் வரைந்திருக்கலாம் என்பதைக் குறிப்பிட்டுக் கொள்ளவும்.

NOT TO BE REPUBLISHED ©KTBS

சம பக்க நீளங்களைப் பெற்றுள்ள ஒரு நாற்கரம் சாய்சதுரம் ஆகும்

நாம் வரைந்த ABCD சாய்சதுரத்தின் மற்ற கோணங்கள் யாவை? ஆய்வு மற்றும்/அல்லது பரிசோதனை மூலம் இதைக் கண்டறியவும்.

அனுமானம் 9 : ஒரு சாய்சதுரத்தின் கோணங்களைப் பற்றி நாம் என்ன கூறலாம்?



GAME என்ற சாய்சதுரத்தை எடுத்துக்கொள்ளவும்,

ΔGAE இல், GE = GA, எனவே a = d

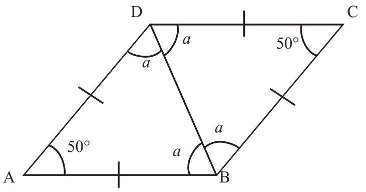
அதேபோல, ΔMAE இல், ME = MA, எனவே b = c

? $\Delta GAE \cong \Delta MAE$ என்பதை நாம் காண முடிகிறது. (எப்படி ?)

ஆகவே a = b, c = d மற்றும் $\angle G = \angle M$ (ஏனெனில் அவை சர்வசம முக்கோணங்களின் ஒத்திசைவுப் பக்கங்கள் ஆகும்.)

எனவே நம்மிடம் இருப்பது a = b = c = d.

இவ்வுண்மைகள் எல்லா சாய்சதுரங்களுக்கும் பொருந்தும். நாம் முன்பு வரைந்த சாய்சதுரமான ABCD க்கும் இதைப் பயன்படுத்துவோம்.



ΔADB இல்

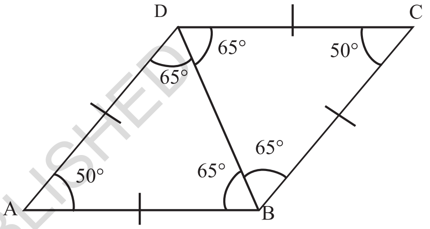
$a + a + 50 = 180°$.

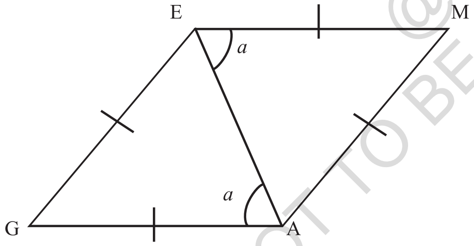
ஆகவே $a = 65°$

எனவே சாய்சதுரம் ABCD இன் கோணங்கள் 50°, 130°, 50° , 130° ஆகும்.

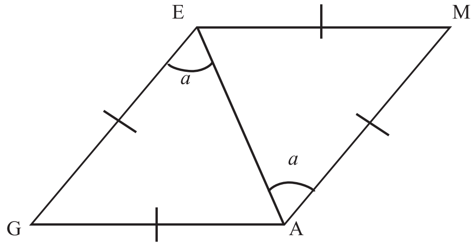
ஒரு சாய்சதுரத்தின் எதிர் கோணங்கள் ஒன்றுக்கு ஒன்று சமமாகும்.

சாய்சதுரம் ABCD இன் மற்ற கோணங்களைக் கண்டறிவதற்கு நமக்கு இன்னொரு வழியும் உண்டு. ஒரு பொதுவான சாய்சதுரம் GAME இல், ஒரு முலைவிட்டத்தால் உருவான நான்கு கோணங்களும் ஒன்றுடன் ஒன்று சமமாக உள்ளன எனக் காட்டியுள்ளோம்.



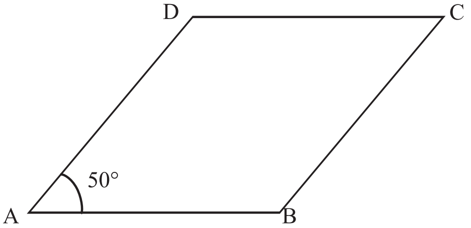


கோடுகள் EM மற்றும் GA மற்றும் அதன் குறுக்குவெட்டி AEஐ எடுத்துக்கொள்ளவும். ஒன்றுவிட்ட கோணங்கள் சமம் என்பதால் EM || GA.



அதேபோல கோடுகள் GE மற்றும் AM மற்றும் அதன் குறுக்குவெட்டி AEஐ எடுத்துக்கொள்ளவும். ஒன்று விட்ட கோணங்கள் சமம் என்பதால், GE||AM.

எதிர் பக்கங்கள் இணையானவை என்பதால் GAMEம் ஒரு இணைகரம் ஆகும். ஆகவே ஒவ்வொரு சாய்சதுரமும் இணைகரம் ஆகும் மற்றும் இணைகரத்தின் பண்புகள் சாய்சதுரத்திற்கும் பொருந்தும்.



@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

ஆகவே ஒரு சாய்சதுரத்தின் அடுத்துள்ள கோணங்களின் மொத்தம் 180° மற்றும் அதன் எதிர் கோணங்கள் சமமாக உள்ளன (அனுமானம் 6இல் உள்ள விவாதங்கள் ஒரு சாய்சதுரத்திற்கும் பயன்படுத்தப் படலாம் என சரிபார்க்க)

ஆகவே சாய்சதுரம் ABCD இல்

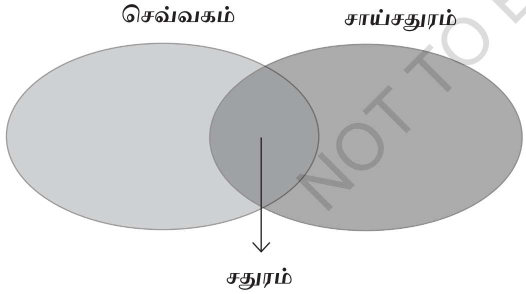
$$\angle A = \angle C = 50° \text{ மற்றும்}$$

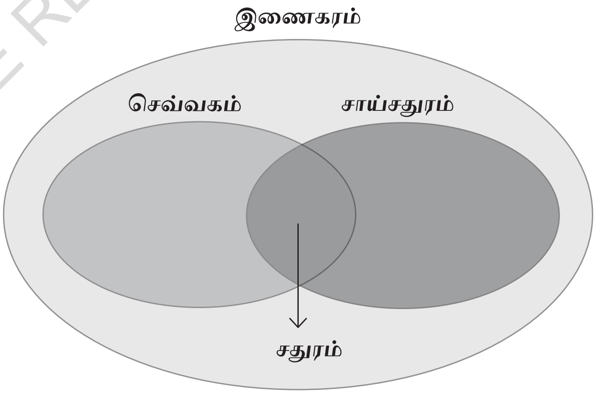
$$\angle D = \angle B = 180 - 50 = 130°.$$

? ஆகவே சாய்சதுரம் ஒரு இணைகரமாகும் மற்றும் செவ்வகமும் ஒரு இணைகரம் ஆகும். வென் படத்தைப் பயன்படுத்தி இதனை எவ்வாறு குறிப்பிடலாம்?

? இப்படத்தில் மூலை விட்டங்கள் எங்கு இடம்பெறுகின்றன?

சதுரம் ஒரு செவ்வகம் என்பது நமக்குத் தெரியும். ஒரு சதுரத்தின் எதிர் பக்கங்கள் இணையாக இருப்பதால் சதுரமும் ஒரு இணைகரமே ஆகும். மேலும், ஒரு சதுரத்தின் எல்லாப் பக்கங்களும் சம நீளத்தில் இருப்பதால் சதுரமும் சாய்சதுரமே ஆகும். ஆகவே வென் படம் இவ்வாறாக இருக்கும்.





ஒரு சாய்சதுரத்தின் பண்புகளைப் பட்டியலிடுக.

பண்பு 1 : ஒரு சாய்சதுரத்தின் அனைத்து பக்கங்களும் ஒன்றுக்கு ஒன்று சமமானவை.

பண்பு 2 : ஒரு சாய்சதுரத்தின் எதிர் பக்கங்கள் ஒன்றோடு ஒன்று இணையாக உள்ளன.

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

பண்பு 3: ஒரு சாய் சதுரத்தில், அடுத்துள்ள கோணங்களின் கூட்டுத்தொகை 180° ஆகும் மற்றும் எதிர் கோணங்கள் சமமாக உள்ளன.

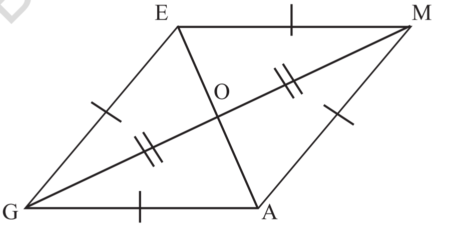
? ஒரு சாய்சதுரத்தின் மூலைவிட்டங்கள் சமமாக உள்ளனவா?

பண்பு 4: ஒரு சாய்சதுரத்தின் மூலைவிட்டங்கள் ஒன்றை ஒன்று இருசமக்கூறிடுகின்றன.

பண்பு 5: ஒரு சாய்சதுரத்தின் மூலைவிட்டங்கள் அதன் கோணங்களை இரு சமக்கூறிடுகின்றன.

? ஒரு சாய்சதுரத்தின் மூலைவிட்டங்கள் ஏதேனும் ஒரு குறிப்பிட்ட புள்ளியில் இடைவெட்டிக்கொள்கின்றனவா? பகுத்தாய்ந்து மற்றும்/ அல்லது சோதித்து இதனைக் கண்டறியவும்.

அனுமானம் 10 : ஒரு சாய்சதுரத்தின் மூலைவிட்டங்களாலும் அவற்றின் இடைவெட்டுப் புள்ளியாலும் அமையப் பெற்ற கோணங்களைப் பற்றி என்ன கூறலாம்?

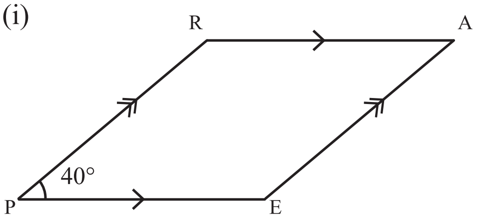


? GAME சாய்சதுரத்தில், நம்மிடம் இருப்பது $\Delta GEO \cong \Delta MEO$ (ஏன் ?)

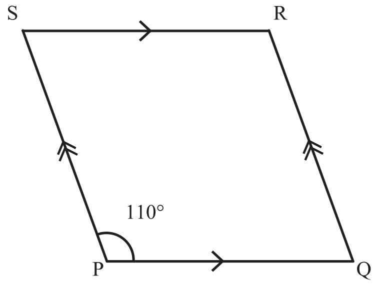
ஆகவே $\therefore \angle GOE = \angle MOE$, ஏனெனில் அவை சர்வசம முக்கோணங்களின் ஒத்திசைவு பாகங்கள் ஆகும். அவற்றின் கூட்டுத்தொகை 180° என்பதால் அவை ஒவ்வொன்றும் 90° ஆகும்.

பண்பு 6: ஒரு சாய்சதுரத்தின் மூலைவிட்டங்கள் 90° கோணத்தில் ஒன்றை ஒன்று இடைவெட்டிக் கொள்கின்றன.

(i)

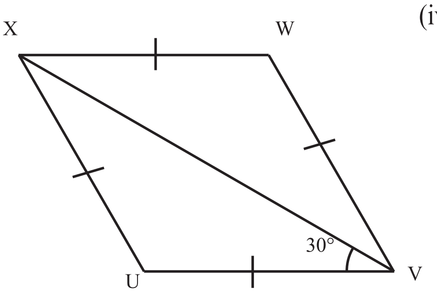


(ii)

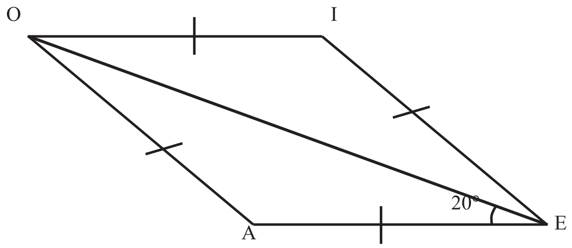


@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

(iii)



(iv)



இதனைக் கண்டறிக.

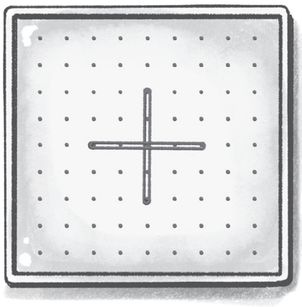
1. கீழ்கண்ட நாற்கரங்களில் மீதமுள்ள கோணங்களை கண்டுபிடிக்கவும்.
2. மூலைவிட்டங்களின் பண்புகளைப் பயன்படுத்தி, நீளம் 7cm மற்றும் 5cm மற்றும் 140° கோணத்தில் இடைவெட்டிக் கொள்ளும் வகையில் ஒரு இணைகரத்தை வரையவும்.
3. மூலைவிட்டங்களின் பண்புகளைப் பயன்படுத்தி, மூலைவிட்டங்களின் நீளங்கள் 4cm மற்றும் 5cm இருக்கும் வகையில் ஒரு சாய்சதுரத்தை வரையவும்.

4.5 நாற்கரங்களோடு விளையாடுதல்

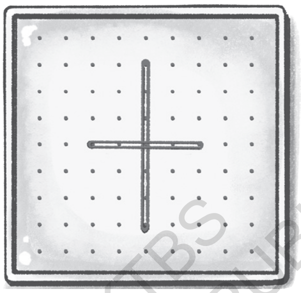
ஜியோபலகை செயல்பாடு : ஒரு ஜியோபலகையையும் சில இரப்பர் வளையங்களையும் எடுத்துக் கொள்ளவும். உங்களிடம் இவை இல்லையெனில் இந்நூலில் இறுதியில் கொடுத்துள்ள புள்ளி கட்டத் தாள்களை இச்செயல்பாட்டிற்குப் பயன்படுத்திக்கொள்ளலாம்.

ஒன்றோடு ஒன்று செங்குத்தாக இருக்கும் வகையில் சமநீள மூலைவிட்டங்கள் அமையப்பெற இரப்பர் பேன்ட்களை வைக்கவும். மூலைகளை இணைக்கவும்.

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED



? நீங்கள் பெற்ற நாற்கரம் என்ன? உங்கள் விடையை நியாயப்படுத்தவும். ஒரு மூலைவிட்டத்தை இரு பக்கங்களிலும் 2cm வரை நீட்டிக்கவும்.

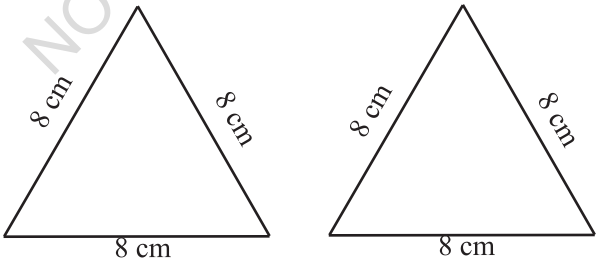


? நீங்கள் இப்பொழுது என்ன நாற்கரத்தைப் பெறுகிறீர்கள்? உங்கள் விடையை நியாயப்படுத்தவும்.

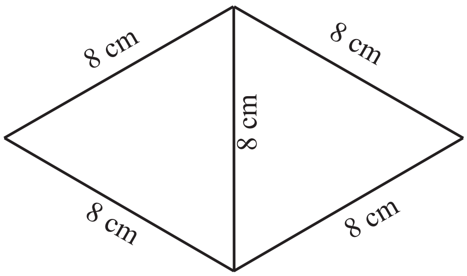
© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

முக்கோணங்களை இணைத்தல்

1. 8 cm பக்க நீளமுள்ள ஒரு சமபக்க முக்கோணத்தின் இரண்டு அட்டை தொடரறுகருவிகளை (cutouts) எடுத்துக்கொள்க.

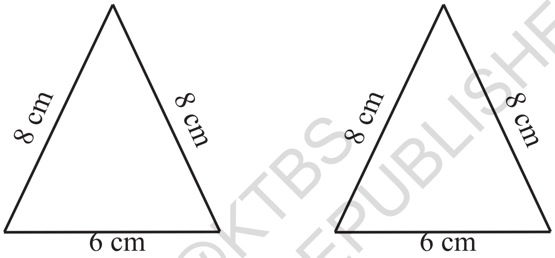


❓ ஒரு நாற்கரத்தைப் பெற இதனை இணைக்க முடியுமா?



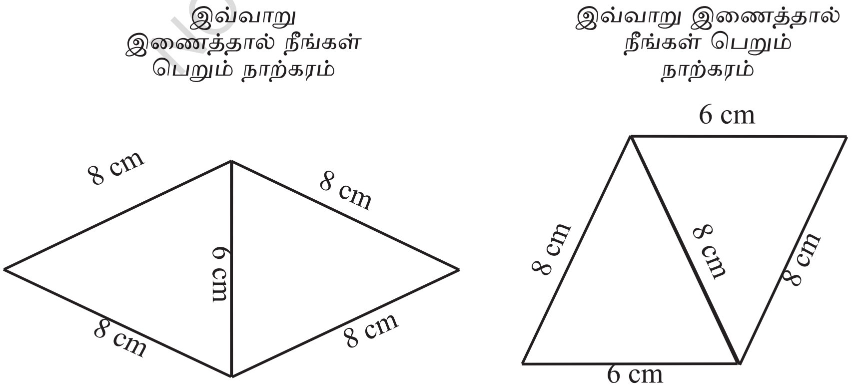
❓ இது எத்தகைய நாற்கரமாகும்? உங்கள் விடையை நியாயப்படுத்தவும்.

2. பக்க நீளங்கள் 8cm, 8cm, 6cm ஐப் பெற்றுள்ள இரண்டு இருசமபக்க முக்கோணங்களின் கட் அவுட்களை எடுத்துக்கொள்ளவும்.



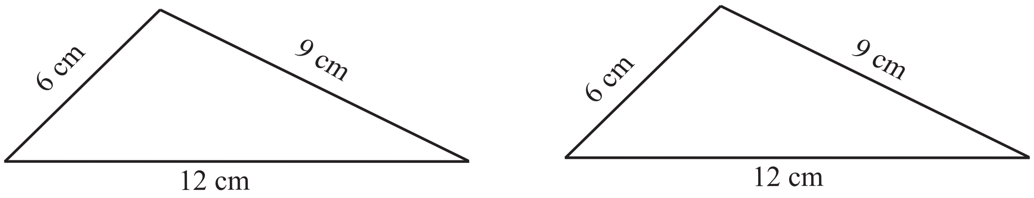
@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

❓ ஒரு நாற்கரம் கிடைக்கப்பெற அவை இணைக்கப்பட வேண்டிய வெவ்வேறு வழிமுறைகள் யாவை?



❓ இவை எத்தகைய நாற்கரங்கள் ஆகும்? உங்கள் விடைகளை நியாயப்படுத்தவும்.

3. 6cm, 9cm, 12cm பக்க நீளங்களாலான ஒரு அசமபக்க முக்கோணத்தை எடுத்துக்கொள்ளவும்.



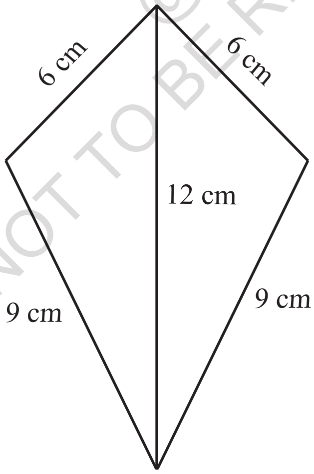
❓ ஒரு நாற்கரத்தைப் பெற அவை இணைக்கபடவேண்டிய வழிமுறைகள் யாவை?

❓ முக்கோணங்களை இணைப்பதால் கிடைக்கப்பெறும் வெவ்வேறு நாற்கரங்களை உங்களால் அடையாளங்காண முடியுமா? நீங்கள் ஒவ்வொரு நாற்கரத்தை அடையாளம் காணும் பொழுது உங்கள் விடையை நியாயப்படுத்தவும்.

4.6 காற்றாடியும் சரிவகமும்

காற்றாடி

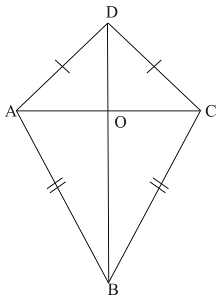
6cm, 9cm, 12cm அளவுள்ள இரண்டு முக்கோணங்கள் இணைக்கப்பட வேண்டிய வழிமுறைகளில் ஒன்றாவது



இந்த நாற்கரம் ஒரு பட்டத்தைப் போலத் தோன்றுகிறது. அடுத்துள்ள பக்கங்கள் அதே நீளங்களாலானது என்பதை கவனிக்கவும்.

காற்றாடி : AB=BC மற்றும் CD=DA அமையும் வகையில் ABCD எனப் பெயரிடக்கூடிய ஒரு நாற்கரம் காற்றாடி ஆகும்.

NOT TO BE REPUBLISHED @KTBS



பண்பு 1 : இப்படத்தில், மூலைவிட்டம் BD ஆனது

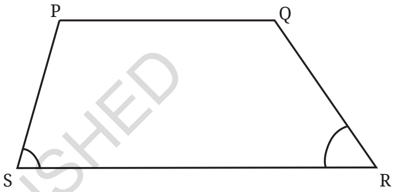
i) $\angle$ABC மற்றும் $\angle$ADC ஐ இருசமக்கூறிடுகிறது.

ii) AO = OC இருக்கும் வகையில் மூலைவிட்டம் ACஐ இரு சமக்கூறிடுகிறது. மேலும் அது செங்குத்தாகவும் இருக்க வேண்டும்.

குறிப்பு : $\Delta AOB \cong \Delta COB$ ஆகுமா?

சரிவகம் :

இணையான எதிர் பக்கங்களைப் பெற்றுள்ள நாற்கரங்கள் இணைகரங்கள் ஆகும். இந்த நிபந்தனையை விட்டு சற்று விலகினால் நாம் ஒரு புதிய வகை நாற்கரத்தைப் பெறுகிறோம்.



சரிவகம் : ஒரு சோடி இணையான பக்கங்களையாவது பெற்றுள்ள ஒரு நாற்கரம் சரிவகம் ஆகும்.

©KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

❓ ஒரு சரிவகத்தை வரைக. அடிப்பக்க கோணங்களை அளவிடுக. (படத்தில் குறிப்பிடப்பட்டுள்ளவை)

❓ அவற்றை அளவிடாமல் மீதமுள்ள கோணங்களைக் கண்டுபிடிக்க முடியுமா?

PQ || SR எனவே நாம் பெற்றிருப்பது

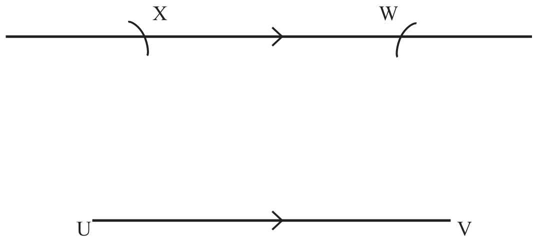
பண்பு 1 : $\angle S + \angle P = \mathbf{180°}$ மற்றும் $\angle R + \angle Q = \mathbf{180°}$

இவ்வுண்மைகளைப் பயன்படுத்தி, மற்ற கோணங்களை எளிதாகக் கண்டுபிடிக்கலாம். அவற்றைக் கண்டுபிடித்த பிறகு உங்கள் விடையை சரிபார்க்கவும்.

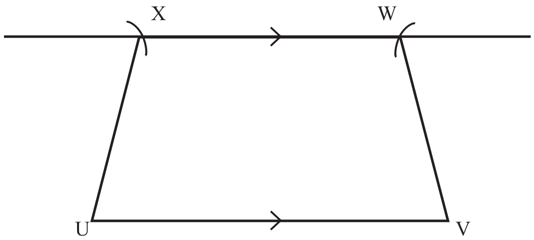
சரிவகத்தின் இணையற்ற பக்கங்கள் சம நீளங்களைப் பெற்றிருந்தால் இச்சரிவகம் **இருசமபக்க சரிவகம்** என்று அழைக்கப்படுகிறது.

❓ ஒரு இருசமபக்க சரிவகத்தை எவ்வாறு வரையலாம்?

❓ UVWZ என்னும் இருசமபக்க சரிவகத்தை UV || XW இருக்குமாறு வரைக. $\angle$U ஐ அளவிடவும்.

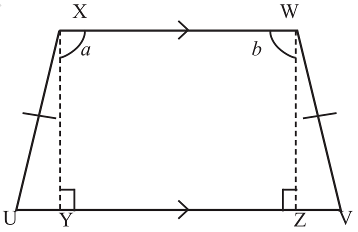


UX = VW இருக்கும்
வகையில் X மற்றும் Wஐக்
குறிப்பிடவும்.



அளவிடாமல் மற்ற கோணங்களை உம்மால் கண்டுபிடிக்க முடியுமா?

∠U மற்றும் ∠V சமபக்கங்களுக்கு எதிரே உள்ள கோணங்கள் சமமாகத் தோன்றுகின்றனவா? இங்கு நாம் சர்வ சம முக்கோணங்களைக் கண்டுபிடிக்க முடியுமா? UVக்கு செங்குத்தாக உள்ள கோட்டுத்துண்டுகளான XY மற்றும் WZ ஐ எடுத்துக் கொள்ளவும்.



? XWZY எத்தகைய நாற்கரம் ஆகும்?

XW || UV எனவே

$a = 180° - \angle XYZ = 90^0$ மற்றும்

$b = 180° - \angle WZY = 90^0$ (ஏனெனில் குறுக்குவெட்டியின் ஒரே பக்கத்தின் மீதுள்ள உள்கோணங்களின் கூட்டுத்தொகை 180° ஆகும்.)

ஆகவே XWZY ஒரு செவ்வகம் ஆகும்.

? இப்பொழுது $\Delta UXY \cong \Delta VWZ$ என்பது காட்டப்படலாம். எப்படி ?

ஆகவே $\angle U = \angle V$ என்ற இவ்வுண்மையைப் பயன்படுத்தி, இருசமபக்க சரிவகத்தின் மீதமுள்ள கோணங்கள் கண்டறியப்படலாம். அளவிடுவதன் மூலம் கோணங்களை சரிபார்க்கவும்.

பண்பு 2: ஒரு இருசமபக்க சரிவகத்தில், சமபக்கங்களுக்கு எதிரே உள்ள கோணங்கள் சமமாக உள்ளன.

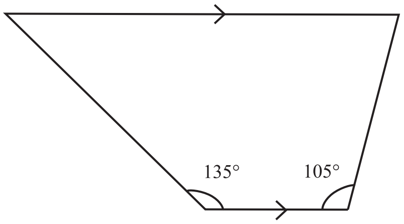
? இதனைக் கண்டறிக.

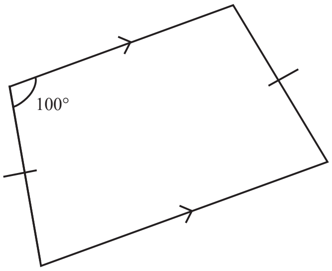
1. 4cm பக்கங்களாலான இரண்டு சமபக்க முக்கோணங்களை இணைப்பதால் கிடைக்கப்பெறும் நாற்கரத்தின் எல்லா பக்கங்களையும் கோணங்களையும் கண்டுபிடிக்கவும்.

NOT TO BE REPUBLISHED @KTBS

2. மூலைவிட்டங்களின் நீளங்கள் 6 cm மற்றும் 8 cm அமையப்பெற்ற ஒரு காற்றாடியை வரையவும்.

3. கீழ்காணும் சரிவகத்தில் மற்ற கோணங்களைக் கண்டுபிடிக்கவும்.





4. இணைகரங்கள், பட்டங்கள், சாய்சதுரங்கள், செவ்வகங்கள் மற்றும் சதுரங்களின் கணங்களைக் காட்சிப்படுத்தும் ஒரு வென் படத்தை வரையவும். பிறகு கீழ்கண்ட வினாக்களுக்கு விடையளிக்கவும்.

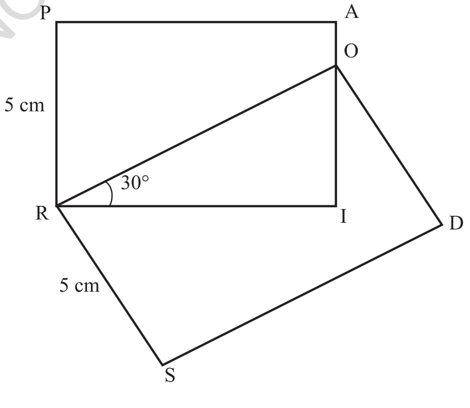
   i) ஒரு பட்டம் மற்றும் ஒரு இணைகரம் - இரண்டுமாக இருக்கும் நாற்கரம் யாது?

   ii) ஒரு காற்றாடியாகவும் ஒரு இணைகரமாகவும் அமையப்பெறும். ஒரு நாற்கரம் உண்டா?

   iii) ஒவ்வொரு பட்டமும் சாய்சதுரமாகுமா? இல்லையெனில் இவ்விரு வகை நாற்கரங்களுக்கிடையே உள்ள சரியான தொடர்பு என்ன?

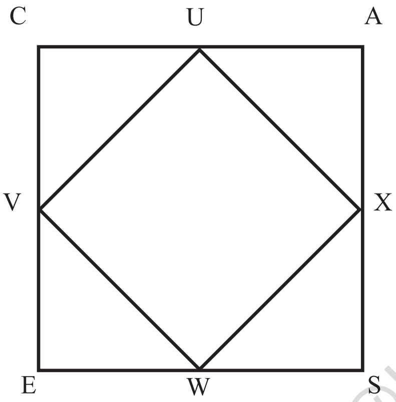
NOT TO BE REPUBLISHED @KTBS

5. PAIR மற்றும் RODS இரண்டு செவ்வகங்கள் எனில் ∠IOD ஐக் கண்டுபிடிக்கவும்.

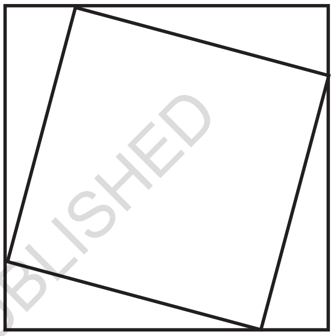


6. கோணமானியைப் பயன்படுத்தாமல் 6cm நீளமுள்ள மூலை விட்டங்கள் உள்ள சதுரத்தை வரையவும்.

7. CASE ஒரு சதுரமாகும். U, V, W, X அச்சதுரத்தின் பக்கங்களின் மையப் புள்ளிகளாகும். UVWX எவ்வகை நாற்கரம் ஆகும்? இதனை வடிவியல் பகுப்பாய்வு, வரைதல் மற்றும் அளவிடுதலைப் பயன்படுத்திக் கண்டுபிடிக்கவும். உள் சதுரத்தின் உச்சிகள் வெளி சதுரத்தின் பக்கங்களின் மீது அமையப்பெறும் வகையில் ஒரு சதுரத்திற்குள் இன்னொரு சதுரத்தை வரையக்கூடிய மற்ற வழிமுறைகளைக் கண்டு பிடிக்கவும் (படம் (b) இல் காட்டியுள்ளபடி)



(a)


(b)

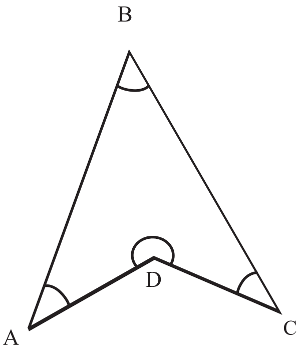
@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

8. நான்கு சமப்பக்கங்களையும் ஒரு கோணம் 90^0ஐயும் ஒரு நாற்கரம் பெற்றிருந்தால், அது சதுரமாகுமா? வடிவியல் பகுப்பாய்வு, வரைதல் மற்றும் அளவிடுதலைப் பயன்படுத்தி இதற்கான விடையைக் கண்டுபிடிக்கவும்.

9. எதிர் பக்கங்கள் சமமாக உள்ள ஒரு நாற்கரம் எவ்வகையைச் சாரும்? உங்கள் விடையை நியாயப்படுத்தவும்.

குறிப்பு : ஒரு மூலைவிட்டத்தை வரைந்து சர்வ சம முக்கோணங்களைக் கண்டறியவும்.

10. கீழே கொடுத்துள்ளது போன்றதான ஒரு நாற்கரத்தின் கோணங்களின் மொத்தம் 180^0க்கு சமம் ஆகுமா? வடிவியல் பகுப்பாய்வு, இவ்வடிவத்தை வரைதல் மற்றும் அளவிடுதலின் மூலம் விடையைக் கண்டுபிடிக்கவும்.



11. கீழ்கண்ட அறிக்கைகள் சரியா அல்லது தவறா? உங்கள் விடையை நியாயப்படுத்தவும்.

(i) இரு மூலைவிட்டங்கள் சமமாகவும் ஒன்றை ஒன்று இரு சமக்கூறிடும் வகையிலும் அமையப்பெறுகின்ற நாற்கரம் சதுரமாகும்.

(ii) மூன்று செங்கோணங்களைப் பெற்றுள்ள நாற்கரம் செவ்வகம் ஆகும் .

(iii) மூலைவிட்டங்கள் ஒன்றை ஒன்று சமக்கூறிடும் ஒரு நாற்கரம் இணைகரம் ஆகும்.

(iv) மூலைவிட்டங்கள் செங்குத்தாக அமையப்பெறுகின்ற நாற்கரம் சாய் சதுரமாகும்.

(v) எதிர் கோணங்கள் சமமாக உள்ள ஒரு நாற்கரம் இணைகரமாகும்.

(vi) அனைத்துக் கோணங்களும் சமமாக அமையப்பெற்ற நாற்கரம் ஒரு செவ்வகம் ஆகும்.

(vii) இருசமபக்க சரிவகங்கள் இணைகரங்களாகும்.

© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

பாடச்சுருக்கம்

- அனைத்துக் கோணங்களும் 90^0 க்கு சமமாக அமையப்பெற்றுள்ள ஒரு நாற்கரம் செவ்வகம் ஆகும்.

ஒரு செவ்வகத்தின் பண்புகள்

- செவ்வகத்தின் எதிர் பக்கங்கள் சமமாக உள்ளன.
- செவ்வகத்தின் எதிர் பக்கங்கள் ஒன்றோடு ஒன்று இனணயாக உள்ளன.
- ஒரு செவ்வகத்தின் மூலைவிட்டங்கள் சம நீளங்களாலானவை மற்றும் அவை ஒன்றை ஒன்று இருசமக்கூறிடுபவை.

- அனைத்து கோணங்களும் 90^0க்கு சமமாகவும் அனைத்து பக்கங்களும் சமமாகவும் உள்ள ஒரு நாற்கரம் **சதுரம்** ஆகும்.

ஒரு சதுரத்தின் தன்மைகள்-

- ஒரு சதுரத்தின் எதிர் பக்கங்கள் ஒன்றோடு ஒன்று இணையாக உள்ளன.
- ஒரு சதுரத்தின் மூலைவிட்டங்கள் சம நீளங்களாலானவை மற்றும் அவை ஒன்றை ஒன்று 90^0 யில் இருசமக்கூறிடுகின்றன.
- ஒரு சதுரத்தின் மூலைவிட்டங்கள் அதன் கோணங்களை இரு சமக்கூறிடுகின்றன.
- எதிர் பக்கங்கள் இணையாக அமைத்துள்ள ஒரு நாற்கரம் **இணைகரம்** ஆகும்.

இணைகரத்தின் பண்புகள்

- ஒரு இணைகரத்தின் எதிர் பக்கங்கள் சமமாக உள்ளன.
- ஒரு இணைகரத்தின் அடுத்துள்ள கோணங்களின் கூட்டுத்தொகை 180^0 ஆகும் மற்றும் எதிர் கோணங்கள் சமமாகவும் உள்ளன.
- ஒரு இணைகரத்தின் மூலைவிட்டங்கள் ஒன்றை ஒன்று இருசமக்கூறிடுகின்றன.

- அனைத்துப் பக்கங்களும் சம நீளங்களாக இருக்கும் ஒரு நாற்கரம் சாய்சதுரம் ஆகும்.

©KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

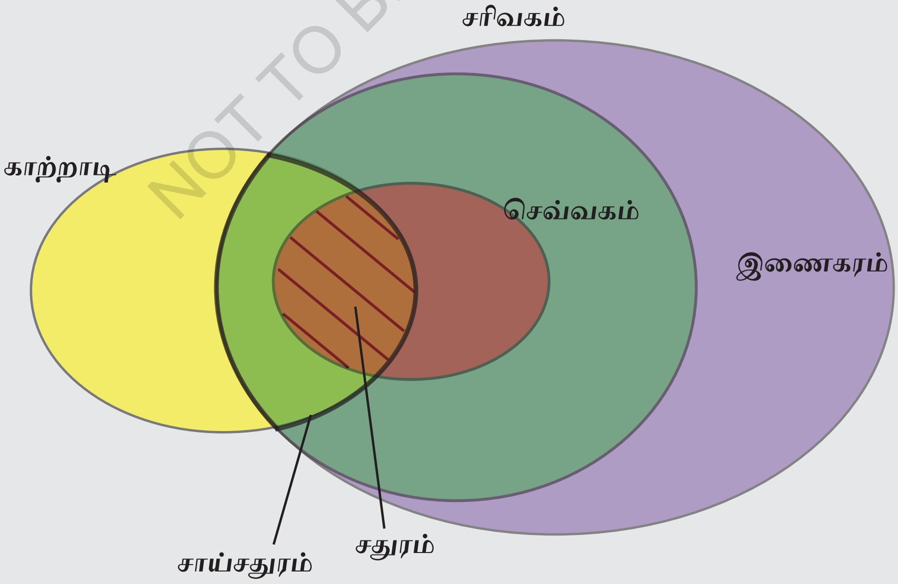
சாய்சதுரத்தின் பண்புகள்

- ஒரு சாய் சதுரதத்தின் எதிர் பக்கங்கள் ஒன்றோடு ஒன்று இணையாக உள்ளன.
- ஒரு சாய்சதுரத்தில் அடுத்துள்ள பக்கங்களின் கூட்டுத்தொகை 180^0 ஆகும் மற்றும் அதன் எதிர் பக்கங்கள் சமமாகும்.
- ஒரு சாய்சதுரத்தின் மூலைவிட்டங்கள் ஒன்றை ஒன்று செங்கோணங்களில் இருசமக்கூறிடுகின்றன.
- ஒரு சாய்சதுரத்தின் மூலைவிட்டங்கள் அதன் கோணங்களை இருசமக்கூறிடுகின்றன.

■ அடுத்தடுத்து சம நீளங்களாலான மேல் கவிழா (non-overlapping) சோடிப் பக்கங்களைப் பெற்றுள்ள ஒரு நாற்கரம் காற்றாடி ஆகும்.

■ ஒரு சோடி இணை எதிர் பக்கங்களைப் பெற்றுள்ள நாற்கரம் சரிவகம் ஆகும்.

■ ஒரு நாற்கரத்தின் கோண அளவுகளின் கூட்டுத்தொகை 360^0 ஆகும்.



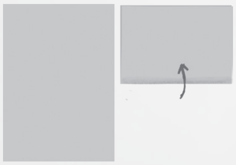
©KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

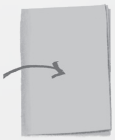
இது புதிர் நேரம்!

எந்த நாற்கரம்?

விளையாடும் முறை :

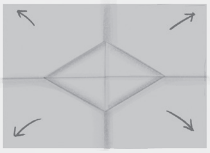
1. ஒரு தாளைப் பாதியாக மடிக்கவும்





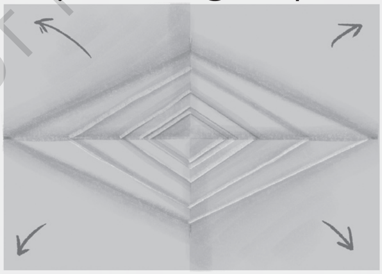
2. இப்பொழுது மீண்டும் அதனை ஒரு சதுரமாக மடிக்கவும்.

3. காகிதத்திற்கு நடுவில் அதன் ஒரு ஓரத்தில் ஒரு முக்கோண மடிப்பை செய்யவும்.



4. காகிதத்தின் மடிப்பைத் திறக்கவும் மடிப்புகளால் உருவான வடிவம் என்ன?

5. இக்கால் பகுதிக் காகிதத்தை, கீழ்கண்ட படத்தில் கொடுத்துள்ள மடிப்புகளைப் பெற எவ்வாறு மடிப்பீர்கள்?



6. ஒரு சதுரத்தைப் பெறுவதற்கு இக்கால் பகுதிக் காகிதத்தை எவ்வாறு மடிப்பீர்கள்?

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

5 எண் விளையாட்டு

NUMBER PLAY

T1Y9G8

5.1. இது இதனின் மடங்காகுமா?

தொடர் எண்களின் மொத்தம் :

அன்ஷூ தொடர் எண்களின் மொத்தங்களை ஆய்வு செய்துக் கொண்டிருக்கிறார். கீழ்கண்டவற்றை எழுதியிருக்கிறார்.

$7 = 3 + 4$

$10 = 1 + 2 + 3 + 4$

$12 = 3 + 4 + 5$

$15 = 7 + 8$

$= 4 + 5 + 6$

$= 1 + 2 + 3 + 4 + 5$

©KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

இப்பொழுது அவர் இவ்வாறாக எண்ணிப் பார்க்கிறார்.

- ஒவ்வொரு இயல் எண்ணையும் தொடர் எண்களின் கூட்டுத்தொகையாக என்னால் எழுத முடியுமா?
- ஒன்றுக்கும் அதிகமான முறைகளில் எந்த எண்களை என்னால் தொடர் எண்களின் கூட்டுத்தொகையாக எழுத முடியும்?
- ''ஓ! அனைத்து ஒற்றை எண்களையும் இரண்டு தொடர் எண்களின் கூட்டுத்தொகையாக எழுத முடியும் என்பதை நான் அறிவேன். அனைத்து இரட்டை எண்களையும் தொடர் எண்களின் கூட்டுத்தொகையாக நம்மால் எழுத முடியுமா?
- '0'வை தொடர் எண்களின் கூட்டுத்தொகையாக என்னால் எழுத முடியுமா? குறை எண்களை நான் பயன்படுத்தியிருக்கலாமோ?

❓ இவ்வினாக்களையும் உங்களுக்குள் எழும்பும் மற்ற வினாக்களையும் குறித்து ஆய்வு செய்யவும். உங்கள் வகுப்பினரோடு இது குறித்து கலந்துரையாடவும்.

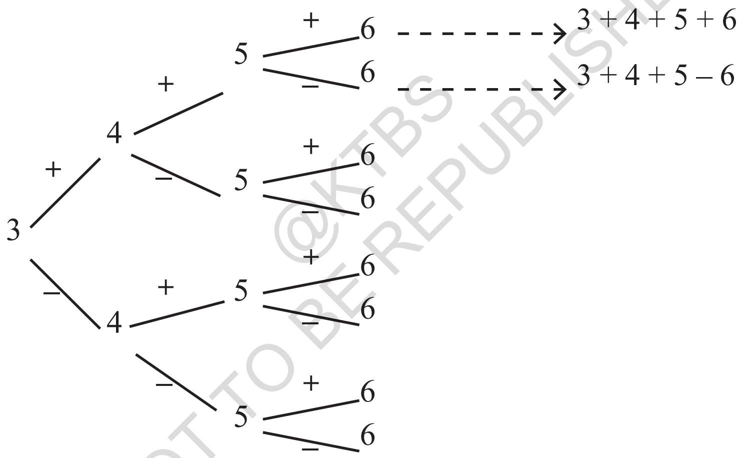
கணித பேச்சு

❓ ஏதேனும் 4 தொடர் எண்களை எடுத்துக்கொள்க. எடுத்துக்காட்டு: **3,4,5,6.** எண்களுக்கு இடையே '+' மற்றும் '-' குறிகளை இடுக. எத்தனை விதமான சாத்தியக் கூறுகள் அமையும்? அவ்வனைத்தையும் எழுதுக.

$3 + 4 - 5 + 6$

$3 - 4 - 5 - 6$

இத்தகைய எட்டு கோவைகள் அமையப்பெறலாம். கீழே கொடுத்துள்ள வரைப்படத்தைப் பயன்படுத்தி அனைத்து சாத்தியக்கூறுகளையும் நாம் முறையாகப் பட்டியலிடுவோம்.



@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

❓ ஒவ்வொரு கோவையையும் மதிப்பிட்டு அதன் பக்கத்தில் விளைவை எழுதுக. நீங்கள் ஏதேனும் ஒரு சுவாரஸ்யமான விடயத்தைக் கவனித்தீர்களா?

❓ இப்பொழுது நான்கு தொடர் எண்களை எடுத்துக் கொள்க. முன்பு செய்தது போலவே '+' மற்றும் '-' குறிகளை இடுக. ஒவ்வொரு கோவையின் விளைவையும் கண்டறிக. நீங்கள் கவனிப்பது என்ன?

❓ இதனையே மேலும் இன்னொரு 4 தொடர் எண்களின் கணத்துடன் செய்க. உங்கள் கண்டுபிடிப்புகளைப் பகிர்ந்துகொள்க.

கணித பேச்சு

$3 + 4 - 5 + 6 = 8$	$5 + 6 - 7 + 8 = 12$	__ + __ – __ + __ = __
$3 - 4 - 5 - 6 = -12$	$5 - 6 - 7 - 8 = -16$	__ – __ – __ – __ = __
.	.	.
.	.	.
.	.	.

தேர்ந்தெடுத்த 4 தொடர் எண்கள் எதுவாக இருந்தாலும் சில கணக்குகள் எப்பொழுதும் அவ்வாறே அமையப்பெறுகின்றன.

இது சுவாரஸ்யமான ஒன்று அல்லவா?

? தேர்தெடுத்த 4 தொடர் எண்கள் எதுவாக இருந்தாலும் இவ்வடிவமைப்பு முறை அமையப்பெறுகிறதா? பகுத்தறிதலின் மூலம் இதைக் கண்டுபிடிப்பதற்கு ஏதாவது வழி உண்டா?

குறிப்பு : இயற்கணிதத்தைப் பயன்படுத்தி இவ்வெட்டுக் கோவைகளையும் பொதுவடிவில் எழுதி விளக்குக.

இவ்வனைத்துக் கோவைகளின் விளைவுகள் இரட்டை எண்களாக இருப்பதைக் கண்டிருப்பீர்கள். இரட்டை எண்கள் 2ஐக் காரணியாகப் பெற்றுள்ளன. 2ஐக் காரணியாகப் பெற்றுள்ள குறை எண்களும் இரட்டை எண்களே ஆகும். எ.கா : -2, -4, -6, உங்கள் வகுப்பில் உள்ளவர்களில் யாருக்கேனும் ஒற்றை எண் கிடைத்ததா?

4 தொடர் எண்கள் தேர்ந்தெடுக்கப்பட்டு, அவற்றிற்கிடையே '+' மற்றும் '-' குறிகள் எவ்வகையில் இடம்பெற்றாலும், கிடைக்கப்பெறும் கோவைகள் எப்பொழுதும் இரட்டைப்படையாகவே உள்ளன.

இப்பொழுது ஏதேனும் 4 எண்களை எடுத்துக்கொண்டு '+' மற்றும் '-' குறிகளை எட்டு வெவ்வேறு வகைகளில் பொருத்தி கிடைக்கப்பெறும் கோவைகளை மதிப்பிடுக. இச்சமநிலைகளில் நீங்கள் என்ன காண்கிறீர்கள்?

? இது ஏன் நடக்கிறது என்பதைக் குறித்து விளக்க ஏதேனும் ஒரு வழியுண்டா?

குறிப்பு : இரண்டு எண்களின் மொத்தம் அல்லது வித்தியாசத்திற்கான சமநிலை விதிகளை நினைவு கூறுக.

கணித பேச்சு

NOT TO BE REPUBLISHED @KTBS

விளக்கம்1: a, b, c, d என்ற நான்கு எண்களால் ஆன ஏதேனும் 8 கோவைகளைக் எடுத்துக்கொள்ளலாம். அவற்றில் ஒரு குறியை மாற்றினால் அதன் மதிப்பு ஒரு இரட்டை எண்ணாக அதிகரிக்கிறது அல்லது குறைகிறது ! ஏன் என்று பார்ப்போம்.

ஒரு கோவையை எடுத்துக்கொள்வோம்!

a + b - c - d

'+ b' க்கு பதிலாக '- b' ஐ ஈடுசெய்வதால் நாம் பெறுவது

(a - b - c - d).

இந்த எண் எவ்வளவாக மாறியுள்ளது?

இது = (a + b - c - d) - (a - b - c - d) ஆக மாறியுள்ளது.

= a + b - c - d - a + b + c + d (இரண்டாம் அடைப்புக்களின் கணத்தை திறக்கும் போது குறிகள் எவ்வாறு மாறின என்பதைக் காண்க)

= 2b (இது ஒரு இரட்டை எண் ஆகும்.)

இரண்டு எண்களுக்கிடையே உள்ள வித்தியாசம் இரட்டை எனில் அவை வெவ்வேறு சமநிலைகளைப் பெற்றிருக்கக்கூடுமா? இல்லை! எனவே இரண்டும் இரட்டை அல்லது இரண்டும் ஒற்றையாகவே இருக்கும்.

இப்பொழுது குறை குறியீட்டுக்கு பதிலாக மிகை குறியீட்டினை ஈடுசெய்து என்ன நடக்கிறது எனப் பார்ப்போம்.

(?) a+b-c-d என்ற கோவையில் உள்ள ஏதேனும் ஒரு மிகை குறியீட்டினை குறை குறியீட்டுக்கு பதிலாக ஈடு செய்து இவ்விரு எண்களுக்கிடையே உள்ள வித்தியாசத்தைக் கண்டுபிடிக்க.

(?) இந்நோக்கீட்டிலிருந்து நீங்கள் முடிவு செய்வது என்ன?

எக்கோவையிலிருந்து துவங்கினாலும் ஒன்று அல்லது அதிக '+'மற்றும் '-' குறிகளை மாற்றும் போது நம்மால் 7 கோவைகளைப் பெறமுடியும். ஆகவே, அனைத்து கோவைகளும் ஒரே வகையான சமநிலையைப் பெற்றுள்ளன!

விளக்கம் 2 : இது யாருக்குத் தெரியும்?

ஒற்றை ± ஒற்றை = இரட்டை

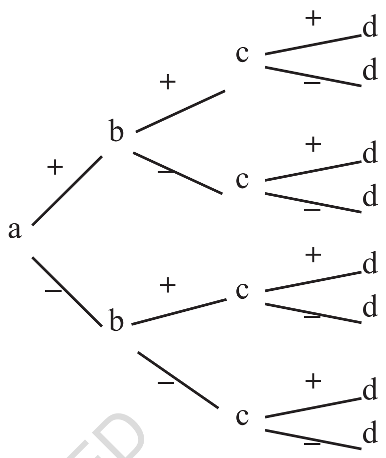
இரட்டை ± இரட்டை = இரட்டை

ஒற்றை ± இரட்டை = ஒற்றை

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

a மற்றும் b இன் சமநிலைகள் எவ்வாறாக இருப்பினும் a ± b மற்றும் a - b இன் சமநிலைகள் ஒத்தவைகளாகவே உள்ளன.

சுருக்கமாகக் கூறினால் a ± b ஒரே சமநிலையைப் பெற்றுள்ளன. இவ்விவாதத்தினால் a ± b + c மற்றும் a ± b - c இரண்டும் ஒரே சமநிலைகளைப் பெற்றுள்ளன. இதனை மேலும் விவரிக்க, a ± b ± c ± d என்ற அனைத்து கோவைகளும் ஒரே சமநிலைகளைப் பெற்றுள்ளன எனக் கூறலாம்.



விளக்கம் 3 : 'முழுக்கள்' பாடத்தில் நீங்கள் கற்ற மிகை மற்றும் குறை Token மாதிரியைப் பயன்படுத்தியும் இது விளக்கப்படலாம். எப்படி என்று நினைவுகூர்க.

a, b, c, d என 4 எண்களைத் தேர்ந்துதெடுத்து அவற்றை '+' மற்றும் '-' குறிகளைக் கொண்டு இணைப்பதற்கு முடிவுறா வழிமுறைகள் உள்ளன. ஒவ்வொன்றையும் சரிபார்க்காமல், அனைத்து இணைப்புகளும் அதாவது a ± b ± c ± d என்பன எப்பொழுதும் ஒரு சமநிலையில் உள்ளன என்பதை ஒவ்வொன்றாக எடுத்து கவனிக்காமலேயே நிரூபிக்க கணிதப் பகுப்பாய்வு நமக்கு வழிவகுக்கிறது.

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

கணிதத்தில் பல சிக்கல்களைப் பற்றி வெவ்வேறு வழிகளில் சிந்திக்கலாம், அவற்றிற்குத் தீர்வும் காணலாம். நீங்கள் பின்பற்றிய ஒரு வழிமுறை உங்களுக்குப் பிரியமானதாக இருக்கலாம். அது குறித்து மற்றவர்கள் என்ன நினைத்தார்கள் என்றறிவது வேடிக்கையாகவும் இருக்கும், செறிவூட்டுவதாகவும் இருக்கும். இரண்டு சிறு துணுக்குகள் : 'பகிர்க', 'கேட்க'.

? அனைத்துக் கோவைகளும் ஒரே சமநிலையைப் பெற்றுள்ளன என்ற இந்த நிகழ்வானது நான்கு எண்களை எடுத்துக் கொள்வதற்கு மட்டுமே வரையறுக்கப்பட்டதா?

'அப்படியானால்...?' 'எப்பொழுதும் இது நடக்குமா?'... கணக்குகளுக்குத் தீர்வு காண்பது போலவே வினா எழுப்புவதும், ஊகங்களை உருவாக்குவதும், சிந்திப்பதும் கணிதத்தின் ஓர் அங்கமே ஆகும்.

இரட்டையாகப் பிரித்தல்

இரட்டை எண்களை எப்படி இனங்காண்பது என்பதை அறிந்திருக்கிறோம். கணக்கிடாமல், கீழ்காணும் எக்கணிதக் கோவைகள் இரட்டைப்படை எனக் கண்டுபிடிக்க.

43 + 37	672 – 348	4 × 347 × 3	708 – 477
809 + 214	119 × 303	543 – 479	513^3

❓ வெவ்வேறு செயல்பாடுகளின் கீழ் சமநிலைப் பண்பு எவ்வாறு செயல்படுகிறது என்பது குறித்த நமது புரிதலைப் பயன்படுத்தி, கீழ்காணும் எவ்வியற்கணிதக் கோவைகள் எழுத்து எண்களுக்கு, ஏதேனும் ஒரு முழுவிற்கு இரட்டைப்படை எண்ணைத் தருகின்றன எனக் கண்டுபிடிக்க.

2a + 2b	3g + 5h	4m + 2n	2u – 4v	
13k – 5k	6m – 3n	$x^2 + 2$	$b^2 + 1$	4k × 3j

4m + 2q என்ற கோவையானது, m மற்றும் q க்கான எந்த ஒரு முழு மதிப்பிற்கும் ஒரு இரட்டைப்படை எண்ணையே தரும். இதை இரண்டு வெவ்வேறு வழிகளில் மெய்ப்பிக்கலாம்.

- m மற்றும் qக்கான எந்த ஒரு முழுவின் மதிப்பிற்கும் 4m மற்றும் 2q இரண்டுமே இரட்டைப்படை ஆகும் என்பது நமக்குத் தெரியும். ஆகவே அவற்றின் கூட்டுத்தொகையும் இரட்டைப்படையாகவே இருக்கும்.
- 4m + 2q என்ற கோவை 2 (2m + q) என்ற கோவைக்கு சமம். இங்கு 2(2m + q) என்ற கோவையின் பொருள் (2m + q) இன் 2 மடங்கு என்பதாகும். வேறொரு வகையில் கூற வேண்டுமெனில் 2

©KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

இக்கோவையின் காரணி என்பதும் ஆகும். ஆகவே m மற்றும் qக்கான முழுவிற்கும் இக்கோவை எப்பொழுதும் ஒரு இரட்டைப்படை எண்ணையே தரும்.

எ.கா : m = 4 மற்றும் q = - 9 எனில் 4m + 2q என்ற கோவை அது $4 \times 4 + 2 \times (-9) = -2$ ஆகும், இங்கு **-2**ம் ஒரு இரட்டைப்படை எண்ணாகும்.

$x^2 + 2$ என்ற கோவையில், x இரட்டைப்படையாக இருந்கால் x^2ம் இரட்டைப்படையே ஆகும். x ஒற்றைப்படையாக இருந்தால் x^2 ம் ஒற்றைப் படையே ஆகும்.

ஆகவே $x^2 + 2$ என்ற கோவை எப்பொழுதும் ஒரு இரட்டைப்படை எண்ணைத்தராது. ஒரு கோவை எப்பொழுது ஒரு இரட்டைப் படை எண்ணைத் தரும் மற்றும் தராது என்பதற்கான எடுத்துக்காட்டுகள் பின்வருமாறு.

(i) $x = 6$ எனில், $x^2 + 2 = 38$ ஆகும்.

(ii) $x = 3$ எனில், $x^2 + 2 = 11$ ஆகும்.

? அதேபோல, வேறு எந்தக் கோவைகளும் எப்பொழுதும் ஒரு இரட்டைப்படை எண்ணைத் தரும் என்பதை உறுதி செய்து விளக்குக. ஒவ்வொரு கோவைக்கும் பொருத்தமான சில எடுத்துக்காட்டுகளையும் எடுத்துக்காட்டாக அல்லாதவற்றையும் எழுதுக.

? எப்பொழுதும் ஒரு இரட்டைப்படை எண்ணையே தரும் சில இயற்கணிதக் கோவைகளை எழுதுக.

நான்குகளாக செய்ய இணைகள்

? ஒரு சோடி இரட்டைப்படை எண்களை எடுத்துக் கொள்க. அவற்றைக் கூட்டுக. இக் கூட்டுத் தொகை 4 ஆல் வகுபடுமா?

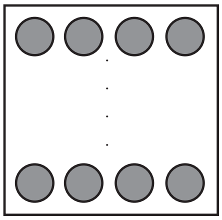
வெவ்வேறு சோடி இரட்டைப்படை எண்களோடு இதை முயற்சிக்க.

கூட்டுத்தொகை எப்பொழுது 4 இன் மடங்காகும், எப்பொழுது மடங்காகாது?

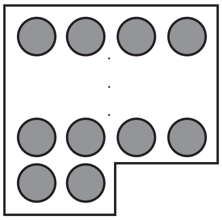
ஒரு பொது விதி அல்லது வடிவமைப்பு உள்ளதா?

4 ஆல் வகுக்கும் போது கிடைக்கப்பெறும் மீதங்களின் அடிப்படையில் இரட்டைப்படை எண்கள் இருவகைப்படும்.

©KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

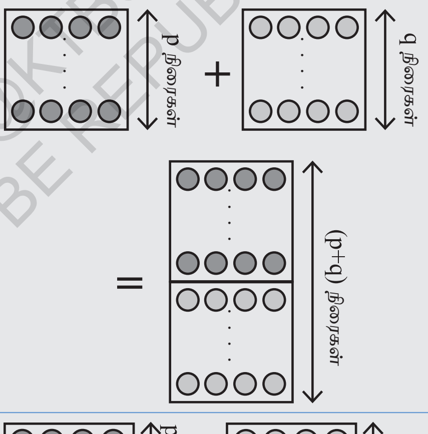
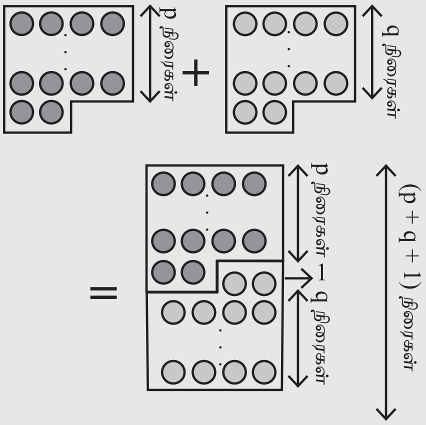


4 இன் மடங்குகளாக இருக்கும் இரட்டைப்படை எண்கள், 4 ஆல் வகுபடும் போது மீதம் 0 வைத் தருகின்றன.



4 இன் மடங்குகள் அல்லாத இரட்டைப்படை எண்கள், 4ஆல் வகுபடும் போது மீதம் 2ஐத் தருகின்றன.

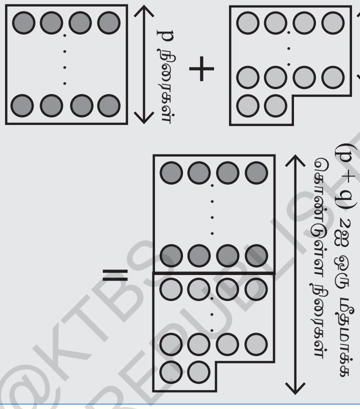
? இரண்டு இரட்டைப்படை எண்களின் கூட்டுத் தொகை எப்பொழுது 4 இன் மடங்காகும்? இரண்டு எண்களைக் கூட்டும் பொழுது, முடிவு இரட்டைப்படை எண்ணாகவே இருக்கும் என்பதை அடையாளங்காணும் வினாவைப் போன்றதாக இச்சிக்கல் அமைகிறது. இதனை உங்களால் காண முடிகிறதா?
பரிசோதிக்க இங்கு மூன்று நிலைகள் உள்ளன.

இயற்கணிதம் மற்றும் காட்சிப்படுத்துதலுடன் விளக்கம்			எடுத்துக்காட்டுகள்
4 இன் மடங்குகளாக இருக்கும் இரண்டு (இரட்டைப்படை) எண்களைக் கூட்டினால் விளைவு எப்பொழுதும் நான்கின் மடங்காகவே இருக்கும்	4P மற்றும் 4q $4p + 4q = 4\ (p+q)$		4, 12, 16, 24, 36. $12 + 16$ $= 4\ (3 + 4)$ $= 28.$ $16 + 28$ $= 4\ (4 + 7)$ $= 44.$
4 இன் மடங்கல்லாத இரண்டு இரட்டைப் படை எண்களைக் கூட்டினால் அது 4 இன் மடங்கையே எப்பொழுதும் தரும், ஏனெனில் அவற்றின் மீதங்களான 2, 4 ஆகக் கூட்டப்படுகின்றன.	(4p+2) மற்றும் (4q+2) $(4p + 2) + (4q + 2)$ $= 4p + 4q + 4$ $= 4\ (p + q + 1).$		2, 6, 10, 18, 22, 42. $2 + 6 = 8.$ $6 + 10 = 16.$ $22 + 6 = 28.$

©KBP NOT TO BE REPUBLISHED

4 இன் மடங்காக இருக்கும் ஒரு எண்ணை 4 இன் மடங்கு அல்லாத ஒரு இரட்டைப்படை எண்ணுடன் கூட்டினால் என்ன நிகழும்? இது ஒரு இரட்டைப்படை மற்றும் ஒற்றைப்படை எண்களின் கூட்டுத்தொகையின் சமநிலைக்கு ஒத்ததாகுமா?

? கீழ்காணும் கோவைகளையும் அவற்றின் காட்சிப்படுத்துதல்களையும் கவனிக்க அவற்றிற்கு ஏற்ற விளக்கங்களையும் எடுத்துக்காட்டுகளையும் எழுதுக.

இயற்கணிதம் மற்றும் காட்சிப்படுத்துதலுடன் விளக்கம்			எடுத்துக்காட்டுகள்
	4p மற்றும் (4q + 2) $= 4p + (4q + 2)$ $= 4p + 4q + 2$ $= 4(p + q) + 2.$		

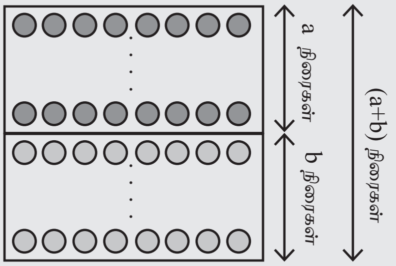
இயற்கணிதத்தையும் காட்சிப்படுத்துதலையும் பயன்படுத்தி எண்கணிதப் பண்புகளைப் பொதுமைப்படுத்துக மற்றும் மெய்ப்பிக்க.

எப்பொழுதும், சில நேரங்களில், ஒருபோதும் இல்லை

? காரணிகள் மற்றும் மடங்குகள் குறித்த வெவ்வேறு அறிக்கைகளை ஆய்வு செய்து, அவ்வறிக்கை எப்பொழுதும் சரியா? சில நேரங்களில் சரியா? அல்லது ஒருபோதும் சரியில்லையா? என உறுதி செய்கிறோம்.

ஏதேனும் இரண்டு 2 இன் மடங்குகளின் கூட்டல், 2 இன் மடங்காகவே உள்ளது.

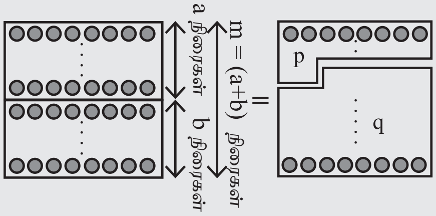
? *1. 8*, இரண்டு எண்களை சரியாக (மீதமில்லாமல்) தனித்தனியே வகுக்குமெனில், அவற்றின் கூட்டுத்தொகையையும் அது சரியாக வகுக்கவேண்டும்.

இயற்கணிதம் மற்றும் காட்சிப்படுத்துதலுடன் விளக்கம்			எடுத்துக்காட்டுகள்
இரண்டு எண்களுக்கும் 8 காரணியாகும், வேறு வகையில் கூற வேண்டுமென்றால் இரண்டு எண்களும் 8 இன் மடங்குகளாகும்.	8a மற்றும் 8b.		8 மற்றும் 16. 16 மற்றும் 56. 80 மற்றும் 120.
8ஐ மீண்டும் மீண்டும் கூட்டுவதால் 8 இன் மடங்குகள் கிடைக்கப்பெறுகின்றன. எனவே 8 இன் இரண்டு மடங்குகளின் கூட்டுத்தொகையும் 8 இன் மடங்காகவே இருக்கும்.	8a + 8b = 8 (a + b).	 	8 + 16 = 8(1 + 2) = 24. 16 + 56 = 72. 80 + 120 = 200.

எப்பொழுதும் சரி என்ற அறிக்கை ! கழித்தலுடன் சரியா என்பதை உறுதிசெய்க.

பொதுவாக, **a, Mஐ வகுக்கிறது மற்றும் a, Nஐ வகுக்கிறது எனில் a, M+N மற்றும் M-Nஐயும் வகுக்கிறது. வேறு வகையில் கூறவேண்டுமென்றால், M மற்றும் N, a இன் மடங்குகள் எனில் M+N மற்றும் M-N இவையும் a இன் மடங்குகளாகவே உள்ளன.**

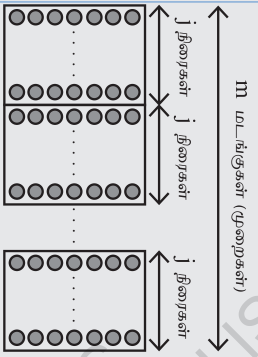
?2. ஒரு எண் 8ஆல் வகுபடுமெனில், அந்த எண்ணைக் கூட்டுத் தொகையாக தரக்கூடிய எவையேனும் இரண்டு எண்களையும் 8 (தனித்தனியே) வகுக்கிறது.

இயற்கணிதம் மற்றும் காட்சிப் படுதுதலுடன் விளக்கம்			எடுத்துக்காட்டுகள்
8 ஆல் வகுபடும் ஒரு எண் 8 இன் மடங்காகும்.	8m		8, 16, 56, 72.
8 ஆல் வகுபடும் ஒரு எண், 8 இன் மடங்குகளின் கூட்டுத் தொகையாக வெளிப்படுத்தப்படலாம். அல்லது 8 இன் மடங்குகள் அல்லாத இரண்டு எண்களின் கூட்டுத் தொகையாகவும் வெளிப்படுத்தப்படலாம்.	8m = 8a + 8b 8m = p + q (p, q – 8 இன் மடங்குகள் அல்ல.)	 	72 = 48 + 24 (8×9 = 8×6 + 8×3). 72 = 50 + 22

NOT TO BE REPUBLISHED @KTBS

ஆகவே அறிக்கை 2 சில நேரங்களில் சரி.

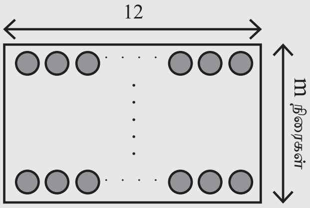
?3. ஒரு எண் 7 ஆல் வகுபடுமெனில், அவ்வெண்ணின் அனைத்து எண்களும் 7 ஆல் வகுபடும்.

இயற்கணிதம் மற்றும் காட்சிப் படுத்துதலுடன் விளக்கம்			எடுத்துக்காட்டுகள்
7 ஆல் வகுபடும் எண்கள் 7 ஐக் காரணியாகப் பெற்றுள்ளன.	7j		14 = 7 × 2 (j = 2). 42 = 7 × 6 (j = 6). 98 = 7 × 14 (j = 14).
இது மொத்தம் (7 × j × m) நிரைகளைப் பெற்றுள்ளது. ஆகவே இதுவும் 7 இன் மடங்காகும்.	(7j) × m		**14 இன் சில மடங்குகள்** 28 = (7 × 2) × 2. 70 = (7 × 2) × 5. 154 = (7 × 2) × 11

7jm அல்லது (7 × j × m), என்ற எண் 7ஐக் காரணியாகப் பெற்றுள்ளது. அறிக்கை 3 எப்பொழுதும் சரி என்பதைக் காண முடியும்.

பொதுவாக, A, k இனால் வகுபடும் எனில் A இன் அனைத்து மடங்குகளும் k இனால் வகுபடும்.

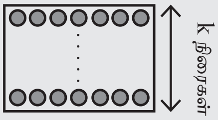
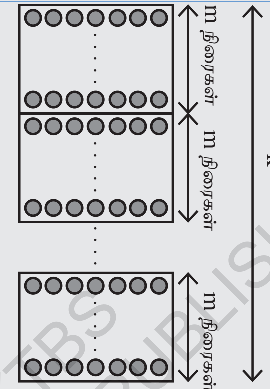
?4. ஒரு எண் 12 இனால் வகுபடும் எனில், அந்த எண் 12 இன் அனைத்து காரணிகளினாலும் வகுபடும்.

இயற்கணிதம் மற்றும் காட்சிப் படுத்துதலுடன் விளக்கம்			எடுத்துக்காட்டுகள்
12 ஆல் வகுபடும் எண்கள் 12 இன் மடங்குகளாகும்.	12m		12, 24, 36, 48, 108, 132.
12 இன் மடங்குகளின் காரணிகளில், 12 இன் காரணிகளும் உள்ளடங்கும்.	12m = 2 × 6 × m = 3 × 4 × m	 12 இன் ஒரு காரணி ஒரு நிரையை முழுமையாக மூடுகிறது. ஆகவே, 12 இன் அனைத்து மடங்குகளையும் இது மூடுகிறது.	**24 இன் காரணிகள்** 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24.

NOT TO BE REPUBLISHED @KTBS

பொதுவாக, **A, k** ஆல் வகுபடும் எனில் **A, k** அனைத்துக் காரணிகளாலும் வகுபடும். ஆகவே, அறிக்கை 4 எப்பொழுதும் சரி.

? 5. ஒரு எண் 7 ஆல் வகுபடும் எனில், அது 7 இன் எந்த ஒரு மடங்காலும் வகுபடும்.

இயற்கணிதம் மற்றும் காட்சிப் படுத்துதலுடன் விளக்கம்			எடுத்துக்காட்டுகள்
7 ஆல் வகுபடும் எண்கள் 7 இன் மடங்குகள் ஆகும்.	7k		
7 இன் மடங்குகள் m, k இன் காரணியாக இருந்தால் மட்டுமே 7k, 7m ஆல் வகுபடும்	7m If k = ym then $7k \div 7m = 7ym \div 7m = y$		42 (7×6), 7 ஆல் வகுபடுகிறது ஆனால் 28 (7×4) ஆல் வகுபடாது. 42 (7×6), 7 ஆல் வகுபடுகிறது மற்றும் 14 (7×2)ஆல் வகுபடுகிறது.

இந்த அறிக்கை சில நேரங்களில் மட்டுமே சரி என்பதைக் காணலாம்.

? கீழ்காணும் ஒவ்வொரு அறிக்கையையும் ஆய்வு செய்து அவை 'எப்பொழுதும் சரி', 'சில நேரங்களில் சரி', ஒரு போதும் சரியல்ல' என உறுதி செய்க.

கணித பேச்சு

? 6. ஒரு எண் 9 மற்றும் 4 இவ்விரு எண்களாலும் வகுபடுமெனில் அது 36 ஆலும் வகுபட வேண்டும்.

? 7. ஒரு எண் 6 மற்றும் 4 இவ்விரு எண்களாலும் வகுபடுமெனில், அது 24 ஆலும் வகுபட வேண்டும். பொதுவாக **A, K** ஆல் வகுபடும் மற்றும் **A, m** ஆலும் வகுபடுமெனில், **A, K** மற்றும் **M** இன் அ.பொ.ம ஆலும் வகுபடும். ஏனெனில் A, k இன் பகா மடங்குமாகும் m இன் மடங்குமாகும், எனவே 'A' இன் பகாக் காரணியாக்கம், (km) அ.பொ.ம வின் பகாக் காரணியாக்கத்தையும் உள்ளடக்க வேண்டும்.

? 8. ஒரு ஒற்றைப்படை எண்ணை ஒரு இரட்டைப்படை எண்ணுடன் கூட்டினால் நாம் 6 இன் மடங்கைப் பெறுகிறோம்.

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

6 இன் மடங்குகள் அனைத்தும் இரட்டைப் படை எண்கள் என்பதை நாம் அறிவோம். ஒரு ஒற்றைப்படை எண் மற்றும் ஒரு இரட்டைப்படை எண் இவற்றின் கூட்டுத்தொகை ஒற்றைப்படை எண்ணாகவே இருக்கும். ஆகவே இவ்வறிக்கை ஒருபோதும் சரியல்ல. இதை நாம் இயற்கணித ரீதியில் விளக்கலாம். ஒரு வேளை

$$(2n) + (2m+1) = 6j,$$

இங்கு 2n ஒரு இரட்டைப்படை எண், 2m+1 ஒரு ஒற்றைப்படை எண் மற்றும் 6j, 6 இன் மடங்காகும். அவ்வாறெனில்

$$2n + 2m = 6j - 1$$
$$2(n + m) = 6j - 1$$

என்றால் இரட்டைப்படை எண்ணான 2(n+m), ஒற்றைப்படை எண்ணான 6j - 1 க்கு சமமாக இருக்க வேண்டும். இது ஒருபோதும் சரியல்ல.

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

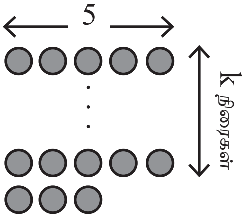
என்ன மீதியாகிறது?

❓ 5 ஆல் வகுபடும் போது 3 ஐ மீதியாகப் பெறக்கூடிய ஒரு எண்ணைக் கண்டுபிடிக்கவும். இத்தகைய மேலும் சில எண்களைக் குறிப்பிடுக.

❓ எவ்வியற்கணிதக் கோவைகள் இத்தகைய அனைத்து எண்களையும் கைப்பற்றும்.

(i) $3k + 5$ (ii) $3k - 5$ (iii) $\frac{3k}{5}$ (iv) $5k + 3$ (v) $5k - 2$ (vi) $5k - 3$

5 ஆல் வகுக்கும் போது, ‘0’ வை மீதியாகத் தரும் எண்கள், 5 இன் மடங்குகள் ஆகும். ஆனால், நமக்கு 5 ஆல் வகுக்கும் போது 3 ஐ மீதியாகத் தரும் எண்கள் வேண்டும். இவ்வெண்கள் 5இன் மடங்குகளை விட 3 அதிகமாகும் . 5 இன் மடங்குகள் 5k என்ற வடிவில் உள்ளன. ஆகவே 5 ஆல் வகுக்கும் போது 3ஐ மீதியாகத் தரும் எண்கள் 5k+3 என்ற வடிவில் உள்ளன.



k =	0	1	2	3	4
5k + 3 =	3	8	13	18	23

? 5k - 2 என்ற இன்னொரு கோவையை எடுத்துக்கொள்வோம். k இன் வெவ்வேறு மதிப்புகளுக்கு இது என்ன மதிப்புகளை எடுத்துக்கொள்கிறது எனப் பார்ப்போம். 5 ஆல் வகுக்கும் போது 3ஐ மீதமாகத் தரும் எண்கள், 5 இன் மடங்குகளைவிட 2 குறைவாக உள்ளது. 5k - 2 இங்கு $k \geq 1$

k =	1	2	3	4	5
5k – 2 =	3	8	13	18	23

? 5 இன் மடங்கைவிட 3 அதிகமாக அமையப்பெறும் மற்ற கோவைகள் உள்ளனவா?

? இதனைக் கண்டறிக:

1. நான்கு தொடர் எண்களின் கூட்டுத்தொகை 34 ஆகும். இவ்வெண்கள் யாவை?

2. ஐந்து தொடர் எண்களில் மிகப்பெரிய எண் p எனில் மற்ற நான்கு எண்களையும் p இன் அடிப்படையில் எழுதுக.

3. கீழ்கண்ட ஒவ்வொரு அறிக்கைக்கும் இது எப்பொழுதும் சரி, சில நேரங்களில் சரி அல்லது ஒருபோதும் சரியல்ல என்பதைக் குறிப்பிடுக. உங்கள் விடையை விளக்குக. எடுத்துக்காட்டுகளையும் எடுத்துக்காட்டுகள் அல்லாதவற்றையும் சரியெனக் குறிப்பிடுக. இயற்கணிதத்தைப் பயன்படுத்தி உங்கள் அறிக்கையை மெய்ப்பிக்க.

   (i) இரண்டு இரட்டைப்படை எண்களின் கூட்டுத்தொகை 3 இன் மடங்காகும்.

   (ii) ஒரு எண் 18 ஆல் வகுபடாது எனில், 9 ஆலும் வகுபடாது.

   (iii) இரண்டு எண்கள் 6 ஆல் வகுபடாது எனில், அவற்றின் கூட்டுத்தொகையும் 6 ஆல் வகுபடாது.

   (iv) 6 இன் மடங்கு மற்றும் 9 இன் மடங்கின் கூட்டுத்தொகை 3 இன் மடங்காகும்.

©KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

(v) 6 இன் மடங்கு மற்றும் 3 இன் மடங்கின் கூட்டுத்தொகை 9 இன் மடங்கு ஆகும்.

4. 3 ஆல் வகுக்கும் போது 2ஐ மீதியாகவும் 4 ஆல் வகுக்கும் போது 2ஐ மீதியாகவும் தரும் சில எண்களைக் கண்டுபிடிக்கவும். இத்தகைய அனைத்து எண்களையும் கண்டுபிடிக்க ஒரு இயற்கணிதக் கோவையை எழுதுக.

5. ''சில கூழாங்கற்களைக் கையில் பிடித்துள்ளேன், அதிகமாக அல்ல, 3 க்களாகப் பிரிக்கும்போது என்னிடம் ஒன்று மீதியாகிறது, அவற்றை சோடிகளாகப் பிரித்தால் அதை செய்ய முடியவில்லை. என் கண்ணோட்டத்தில், ஒரு ஒற்றைப்படை கூழாங்கல் நிலையாக உள்ளது. 5 களாகப் பிரித்தாலும் அங்கு ஒன்று இருக்கிறது. ஏழுகளாகப் பிரிக்கும் போது, அங்கு முழுமை காணப்படுகிறது நூறுக்கும் அதிகம் என்று கூறுவது மிகவும் துணிச்சலான ஒன்றாகும். நான் பிடித்திருக்கும் கூழாங்கற்களின் எண்ணிக்கை என்ன ? என்று கூறுக.

6. ததகத், 6 ஆல் வகுக்கும் போது 2ஐ மீதியாகப் பெறக்கூடிய பல எண்களை எழுதிக்கொண்டுள்ளார். ''அத்தகைய ஏதேனும் மூன்று எண்களைக் கூட்டினால் கூட்டுத்தொகையும் 6 இன் மடங்காகவே இருக்கும்'' என்பது ததகத்தின் கூற்று ஆகும். ததகத்தின் கூற்று சரியா?

7. 7 ஆல் வகுபடும் பொழுது, எண் 661, 3 ஐ மீதியாகத் தருகிறது மற்றும் எண் 4779, 5 ஐ மீதியாகத் தருகிறது. கணக்கிடாமல் 7 ஆல் வகுபடும் போது கீழ்காணும் கோவைகள் என்ன மீதியைத் தரும். இயற்கணித ரீதியாகவும் காட்சி ரீதியாகவும் தீர்வைக் காட்டுக.

(i) $4779 + 661$ (ii) $4779 - 661$

8. 3 ஆல் வகுபடும் போது 2ஐ மீதியாக, 4 ஆல் வகுபடும் போது 3ஐ மீதியாக, 5 ஆல் வகுபடும் போது 4 ஐ மீதியாகவும் தரும் ஒரு எண்ணைக் கண்டுபிடிக்க. அத்தகைய மிகச்சிறிய எண் யாது? அது ஏன் மிகச்சிறியது என்பதற்கான ஒரு எளிய விளக்கத்தை உங்களால் கொடுக்க முடியுமா?

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

5.2 : வகுபடுத்தன்மையை விரைவாக சோதித்தல்.

முன்பு, இந்திய எண்மான முறையில் எழுதப்பட்ட ஓர் எண் 2,4,5,8 மற்றும் 10 ஆல் வகுபடுமா என்று சோதித்தறியும் எளிய முறைகளை நீங்கள் கற்றுள்ளீர்கள்.

10, 5, 2 இவைகளால் வகுபடுதல் : ஒரு எண்ணின் ஒன்றாம் இலக்கத்தில் இருக்கும் எண் '0' எனில், அவ்வெண் 10 ஆல் வகுபடும். இயற்கணிதத்தின் மூலம் இது எவ்வாறு ஆகும் எனப் புரிந்துக் கொள்வோம்.

எழுத்து எண்களின் கணத்தைப் பயன்படுத்தி இந்திய எண்மான முறையில் ஒரு எண்ணின் பொது வடிவத்தை எழுதலாம். எ.கா: ஒரு 5. இலக்க எண் e, d, c, b, a என எழுதப்படலாம் மற்றும் இது $e \times 10000 + d \times 1000 + c \times 100 + b \times 10 + a \times 1$ ஐக் குறிப்பிடுகிறது. e, d, c, b, a - இவ்வெழுத்து எண்கள் 5-இலக்க எண்ணின் ஒவ்வொரு இலக்கத்தையும் குறிப்பிடுகிறது.

பொதுவாக எந்த எண்ணையும்-dcba என்று எழுதலாம். இங்கு எழுத்து எண்கள் dcba a,b,c,d என்பன முறையே ஒன்றுகள், பத்துகள், நூறுகள் மற்றும் ஆயிரங்கள் என்ற இலக்கங்களைக் குறிப்பிடுகின்றன. இடமதிப்புகளின் கூட்டுத்தொகை எனில் இவ்வெண் .... $+1000d + 100c + 10b + a$ ஆகும்.

(எ.கா: 4075 என்ற எண்ணில் d=4, c=0, b=7 மற்றும் a=5)

ஒன்றாம் இடத்தைத் தவிர ஒவ்வொரு இடமதிப்பும் 10 இன் மடங்கு ஆகும். எனவே, 10b, 100c,----- அனைத்தும் 10 இன் மடங்குகளாகும். ஆகவே ஒன்றாம் ஸ்தான இலக்கமான a,'0' ஆக மட்டுமே இருந்தாகிலாழிய அவ்வெண் 10 ஆல் வகுபடும்.

? அதேபோல, இயற்கணிதத்தைப் பயன்படுத்தி 5,2,4,8ன் வகுபடுதலுக்கான குறுக்கு வழி ஏன் செயல்படுகிறது என விளக்குக.

மற்ற எண்களினால் வகுபடுதலை சோதிப்பதற்கான குறுக்குவழிகளை இப்பொழுது நாம் ஆராய்வோம்.

9 இனால் வகுத்தலுக்கான ஒரு குறுக்குவழி

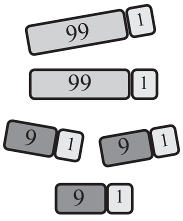
? கணக்கிடாமலேயே, கீழ்காணும் எவ்வெண்கள் 9, இனால் வகுபடும் எனக்கூற முடியுமா? 999,909,900, 90,990 இவ்வனைத்து எண்களும் வகுபடும்.

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

❓ ஏதேனும் ஒரு வரிசை முறையில் 0 மற்றும் 9 என்ற இலக்கங்களால் மட்டுமே உருவான ஏதேனும் ஒரு எண் எப்பொழுதும் 9ஆல் வகுபடும் என நாம் கூறலாமா?

ஆமாம், ஒவ்வொரு இலக்கமும் 0 அல்லது 9 எனில், ஒவ்வொரு உறுப்பின் விரிவான வடிவம் $9 \times \square$ அல்லது $0 \times \square$ ஆகும் ($\square$ இடமதிப்பைக் குறிப்பிடுகிறது) எடுத்துக்காட்டு ஒவ்வொரு உறுப்பும் 9 இன் மடங்காக இருக்கும் என்பது இதன் பொருள்.

$$99009 = 9 \times 10000 + 9 \times 1000 + 0 \times 100 + 0 \times 10 + 9 \times 1.$$



ஆனால் இந்த குறுக்குவழி மட்டுமே 9 இன் அனைத்து மடங்குகளையும் அடையாளப்படுத்தாது. எண்கள் 2, 5, 10ஐப் போல அல்லாமல், ஒன்றாம் ஸ்தான இலக்கத்தை மட்டுமே பார்த்து ஒரு எண் 9 ஆல் வகுபடும் எனக் கண்டுபிடிக்க முடியாது. 99 மற்றும் 109, 9ஐ ஒன்றாம் ஸ்தானத்தில் பெற்றுள்ள இரண்டு எண்களாகும், 99, 9 ஆல் வகுபடும் ஆனால் 109 வகுபடாது.

❓ 10, 9 ஆல் வகுபடுமா? இல்லையெனில் மீதி என்ன?

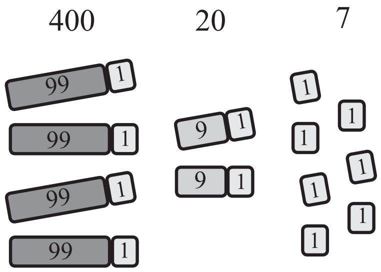
10 இன் மற்ற மடங்குகள்(10, 20, 30, ...) 9 ஆல் வகுபடுமா எனப் பரிசோதிக்க.

10 இன் ஏதேனும் ஒரு மடங்கிற்கு, 10 இன் எண்ணிக்கைக்கு சமமான மீதம் கிடைக்கப்பெறுவதை நீங்கள் காண்பீர்கள்.

❓ அதேபோல 100 இன் மடங்குகள் (100, 200, 300....) 9 ஆல் வகுபடும் போது கிடைக்கப்பெறும் மீதத்தை கவனிக்க. நீங்கள் என்ன காண்கிறீர்கள்?

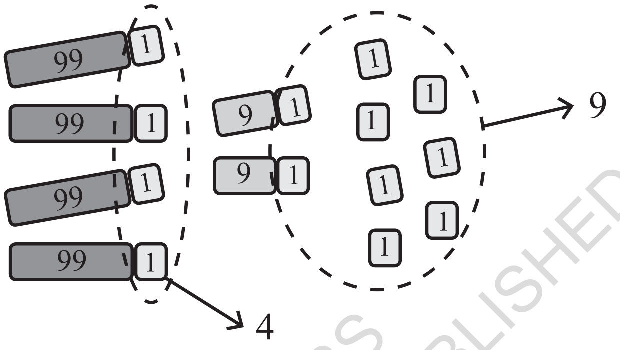
100இன் ஏதேனும் ஒரு மடங்கிற்கு மீதம் நூறுகளின் எண்ணிக்கைக்கு சமமாக இருக்கும்.

❓ 9 ஆல் 427 வகுபடும் போது கிடைக்கப்பெறும் மீதியை இந்நோக்கீடுகளைப் பயன்படுத்திக் கண்டுபிடிக்க.



©KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

427, 4 நூறுகளைப் பெற்றுள்ளது, ஆகவே அதன் ஒத்திசைவு மீதி (*9* ஆல் வகுக்கும் போது) *4* ஆக இருக்கலாம், *427, 2* பத்துகளைப் பெற்றுள்ளது மற்றும் அதன் ஒத்திசைவு மீதி 2ஆக இருக்கலாம். நம்மிடம் *7* ஒன்றுகளும் மீதியுள்ளன. அனைத்து மீதியாக்க கூட்டினால் நமக்கு *4+2+7=13* கிடைக்கிறது. *13* உள்ளடங்கிய *9* இன் இன்னொரு குழுவை அமைக்கலாம், இங்கு *4* மீதியாகிறது. ஆகவே, *427+9*, *4*ஐ மீதியாகத் தருகிறது.



மீதம்

@KTBS
NOT TO BE REPUBLISHED

? பெரிய எண்களுடனும் இது நடக்குமா? எல்லா இடமதிப்புகளுக்கும் இது சரி என்பதை நீங்கள் கவனிக்கலாம்.

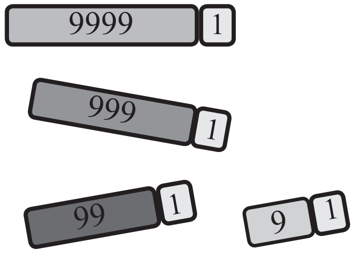
1 = 0 + 1

10 = 9 + 1

100 = 99 + 1

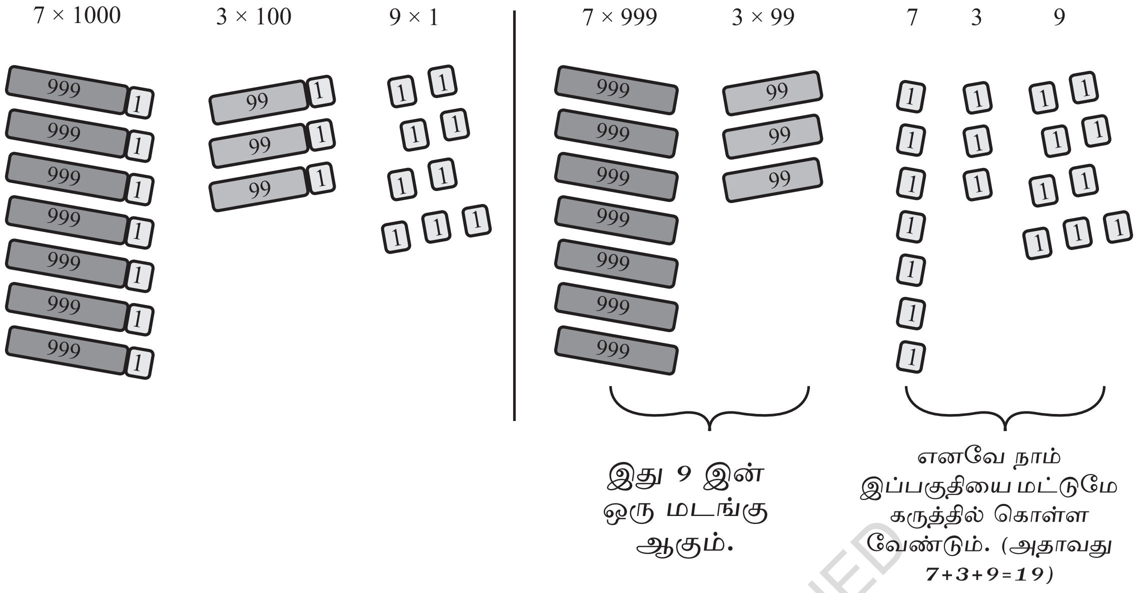
1000 = 999 + 1

10000 = 9999 + 1,



ஒத்திசைவு இடமதிப்பு *9* ஆல் வகுபடும் போது ஒவ்வொரு இலக்கமும் மீதியைக் குறிப்பிடுகிறது.

எ.கா : *9* ஆல் வகுபடும்போது *7309* இன் மீதியைக் கண்டுபிடிக்க, நாம் அனைத்து இலக்கங்களையும் கூட்டுவோம், *7+3+0+9-19* ஐப் பெறுகிறோம். இதைக் கீழ்வருமாறு காணலாம்.



$7 \times 1000 + 3 \times 100 + 0 \times 10 + 9 \times 1$

$= 7 \times (999 + 1) + 3 \times (99 + 1) + 0 \times (9 + 1) + 9 \times (0+1)$

$= (7 \times 999 + 3 \times 99 + 0 \times 9 + 9 \times 0) + (7 \times 1 + 3 \times 1 + 0 \times 1 + 9 \times 1)$

$= (\underline{7 \times 999 + 3 \times 99 + 0 \times 9 + 9 \times 0}) + (\underline{7 + 3 + 0 + 9}).$

இது 9 இன் மடங்கு

எனவே நாம் இப்பகுதியை மட்டுமே கருத்தில் கொள்ள வேண்டும்.

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

இதன் பொருளாவது - எண் 7309 என்பது, 9 இன் ஏதோ ஒரு மடங்கை விட 19 அதிகமாகும். 1 மற்றும் 9 என்ற இலக்கங்கள் 1+9=10 ஐப் பெற மேலும் கூட்டப்படலாம். இப்பொழுது நாம் எண் 7309ஐ, 9இன் மடங்கை விட 10 அதிகம் ஆகும் எனக் கூறலாம். மேலும் இப்படிநிலையை எண் 10க்கு மீண்டும் செய்யும் போது கிடைக்கப்பெறும் மீதி 1+0=1 ஆகும், அதாவது 7309, 9 இன் மடங்கை விட 1 அதிகமாகும். ஆகவே 7309÷9 மீதி 1ஐத் தருகிறது.

❓ கீழ்கண்ட ஒவ்வாரு அறிக்கையையும் கவனிக்க, எது சரியாக உள்ளது மற்றும் ஏன்?

i) ஒரு எண் 9 ஆல் வகுபடும் எனில் அதன் கூட்டுத்தொகையும் 9 ஆல் வகுபடும்.

ii) ஒரு எண்ணின் இலக்கங்களின் மொத்தம் 9 ஆல் வகுபடும் எனில், அவ்வெண் 9 ஆல் வகுபடுகிறது.

iii) ஒரு எண் 9 ஆல் வகுபடாது எனில், அதன் இலக்கங்களின் மொத்தமும் 9ஆல் வகுபடாது.

iv) ஒரு எண்ணின் இலக்கங்களின் மொத்தம் 9 ஆல் வகுபடாது எனில், அவ்வெண் 9ஆல் வகுபடாது.

கணிதத்தைக் கற்பது என்பது சில குறுக்கு வழிகளை மட்டுமே அறிந்துக்கொள்வது மற்றும் சில வழிமுறைகளைப் பின்பற்றுவது அல்ல, அது ஏன் நடக்கிறது என்பதைப் புரிந்துக் கொள்வதுமாகும்.

? இதனைக் கண்டறிக

1. வகுக்காமல், கீழ்காணும் எண்கள் 9 ஆல் வகுபடுமா எனக் கண்டுபிடிக்க.

   (i) 123 (ii) 405 (iii) 8888 (iv) 93547 (v) 358095

2. ஒற்றை இலக்கங்களைப் பெற்றிராத 9 இன் மிகச்சிறிய மடங்கினைக் கண்டுபிடிக்க.
3. எண் 6000க்கு மிக அருகிலுள்ள 9 இன் மடங்கினைக் கண்டுபிடிக்க.
4. எண்கள் 4300 மற்றும் 4400 க்கு இடையே எத்தனை 9 இன் மடங்குகள் உள்ளன?

3 இன் வகுபடுத்தன்மைக்கான ஒரு குறுக்குவழி

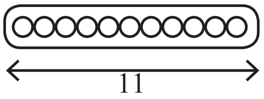
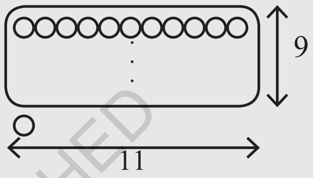
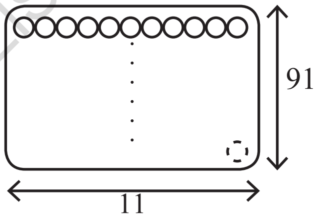
9 இன் அனைத்து மடங்குகளும் 3 இன் மடங்குகள் ஆகும். அதாவது ஒரு எண் 9 ஆல் வகுபடுமெனில் அது 3 ஆலும் வகுபடும். ஆயினும், 9 இன் மடங்குகள் அல்லாத 3 இன் மற்ற மடங்குகளும் உள்ளன. எ.கா- 15, 33 மற்றும் 87.

? 3 இன் வகுபடுத்தன்மையைக் கண்டுபிடிப்பதற்கான குறுக்குவழி 9க்கான வழிமுறைக்கு ஒத்தது. ஒரு எண்ணின் இலக்கங்களின் கூட்டுத் தொகை 3 ஆல் வகுபடுமெனில், அவ்வெண் 3 ஆல் வகுபடும். 10 இன் அடுக்குகள் 3 ஆல் வகுபடும்போது அதன் மீதங்களை ஆராய்க. இவ்வழிமுறை ஏன் பொருந்துகிறது என விளக்குக.

NOT TO BE REPUBLISHED @KTBS

11 இன் வகுபடுத்தன்மைக்கான குறுக்குவழி :

*11*க்கான குறுக்குவழி, இடமதிப்புடன் மீதியை சோதிப்பதன் அடிப்படையிலானது.

ஒன்றாம் ஸ்தானம் (1)	11 × 0 = 0 1 = 11 × 0 + **1**	*1, 11* இன் ஒரு மடங்கைவிட ஒன்று அதிகமாகும்	
பத்தாம் ஸ்தானம் *(10)*	11 × 1 = 11 10 = 11×1 **– 1**	*10, 11* இன் ஒரு மடங்கைவிட ஒன்று குறைவாகும்	
நூறாம் ஸ்தானம் *(100)*	11 × 9 = 99 100 = 11×9 + **1**	*100, 11* இன் ஒரு மடங்கைவிட ஒன்று அதிகமாகும்	
ஆயிரம் ஸ்தானம் *(1000)*	11 × 91 = 1001 1000 = 11×91 **– 1**	*1000, 11* இன் ஒரு மடங்கைவிட ஒன்று குறைவாகும்	
⋮	⋮	⋮	⋮

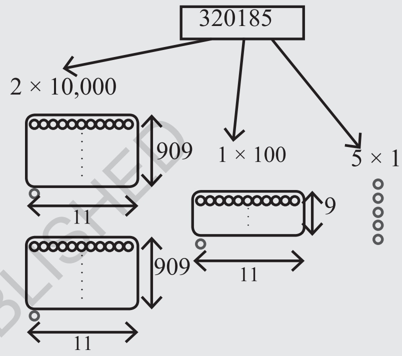
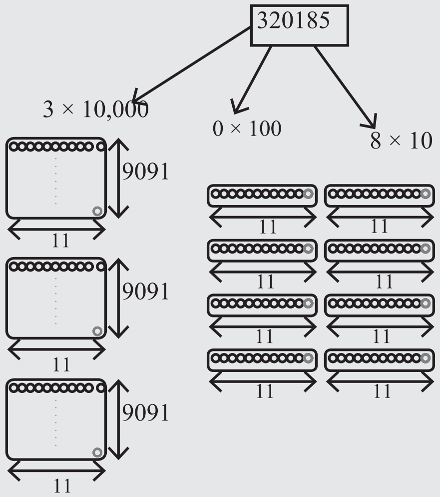
இந்த ஒன்றாடல் அமைப்பு முறையானது அதாவது *11*ஐ விட ஒன்று அதிகம், *11*ஐ விட ஒன்று குறைவு என்பது அதிக இடமதிப்புகளுக்கும் தொடர்கிறது.

400, 4 நூறுகளைப் பெற்றிருப்பதால் *400, 11 (396+4)* இன் மடங்கைவிட *4* அதிகம் ஆகும். *60, 6* பத்துகளைப் பெற்றிருப்பதால் *60, 11*இன் மடங்கைவிட *6* குறைவாக உள்ளது. *2, 2* ஒன்றுகளைப் பெற்றிருப்பதால், *2, 11* இன் மடங்கைவிட *2* அதிகமாகும், அதாவது *2=(0+2)* உம்மால் கூற முடியுமா? இந்நோக்கீடுகளைப் பயன்படுத்தி, எண் *462, 11* ஆல் வகுபடும் என உம்மால் கூறமுடியுமா?

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

❓ **11** இன் வகுபடுத்தன்மையை சோதிக்கப் பொதுவான வழிமுறை அல்லது குறுக்குவழி என்னவாக இருக்கலாம்? *(கணித பேச்சு)*

❓ இடமதிப்புகள், **11** இன் மடங்கை விட **1** அதிகம் அல்லது **1** குறைவு என மாறுவதை நாம் கண்டோம். *(கணித பேச்சு)*

படிநிலைகள்	நோக்கம்	320185 எண்ணிற்கு எ.கா.
1.11 இன் மடங்கைவிட **1** அதிகமாக உள்ள இடமதிப்புகளின் இலக்கங்களைக் கூட்டுக, அதாவது **1,100,1000** போன்றவற்றிற்குத் தொடர்புடைய இடமதிப்புகள்.	இவ்விடமதிப்புகளுக்கு **11** இன் ஒரு மடங்கைப் பொருத்து நாம் எவ்வளவு அதிகமாக உள்ளோம் என்றறிந்துக் கொள்ள.	 மொத்த மிகுதி 2 + 1 + 5 = 8.
2.11 இன் மடங்கைவிட குறைவாக உள்ள இடமதிப்புகளின் இலக்கங்களைக் கூட்டுக, அதாவது **10,1000,10000** க்குத் தொடர்புடைய இடமதிப்புகள்.	இவ்விடமதிப்புகளுக்கு **11** இன் ஒரு மடங்கினைப் பொருத்து நாம் எவ்வளவு குறைவாக உள்ளோம் என்பதை அறிந்துக்கொள்ள.	 மொத்தக் குறைவு 3 + 0 + 8 = 11.

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

3. இவ்விரண்டு கணக்குகளுக்கிடையே உள்ள வித்தியாசத்தைக் கணக்கிடுக.	**11** ஆல் வகுபடும் போது கிடைக்கப் பெறும் மீதத்தை அறிந்துக்கொள்ள	○○○○○○○○ ○○○○○○○○○○○ 8 – 11 = – 3. **11** இன் மடங்கை விட **3** குறைவு.

இவ்விரண்டு கணக்குகளுக்கு இடையே உள்ள வித்தியாசம் *8-11=-3*, என்பது *3,28,105*, *11* இன் மடங்கைவிட *3* குறைவு அல்லது *8* அதிகம் எனக் குறிப்பிடுகிறது.

? குறுக்குவழியைப் பயன்படுத்தி, கீழ்காணும் எண்கள் *11* ஆல் வகுபடுகிறதா எனக் கண்டுபிடிக்க. மேலும், அவ்வெண் *11* ஆல் வகுபடவில்லை எனில் மீதியைக் கண்டுபிடிக்க.

(i) 158 (ii) 841 (iii) 481 (iv) 5529 (v) 90904 (vi) 857076

கீழ்காணும் செயல்முறையைப் பார்க்க

பின்பற்ற வேண்டிய படிநிலைகள்	எண் *328105* க்கான எடுத்துக்காட்டு
1. ஒன்றாம் இலக்கத்திலிருந்து தொடங்கி ஒவ்வொரு இலக்கத்திற்கும் முன்பு '+' மற்றும் '-' குறியீடுகளை மாற்றி மாற்றி எழுதுக.	–3 + 2 – 8 + 1 – 0 + 5
2. இக்கோவையை மதிப்பிடுக	–3 + 2 – 8 + 1 – 0 + 5 = – 3
3. *11* ஆல் வகுபடும் போது கிடைக்கப்பெறும் மீதியை இவ்விளைவு குறிப்பிடுகிறது.	328105 , 11இன் மடங்கை விட *3* குறைவு அல்லது *8* அதிகம்.

©KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

? சற்று முன்பு நாம் கண்ட செயல்முறைக்கு இம்முறை ஒத்ததா அல்லது மாறுபட்டதா?

? கீழ்காணும் அட்டவணையை முழுமைப்படுத்துக. இதை செய்வதற்கான ஒரு விரைவான வழியைக் கண்டுபிடிக்க. முயற்சி செய்க

எண்	இதனால் வகுபடுதல்								
	2	3	4	5	6	8	9	10	11
128	ஆம்	இல்லை	ஆம்	இல்லை	இல்லை	இல்லை	இல்லை	இல்லை	இல்லை
990									
1586									
275									
6686									
639210									
429714									
2856									
3060									
406839									

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

வகுபடும் தன்மையைக் குறித்த அதிகப்படியான விவரம் மற்ற எண்களுக்கான வகுபடுதல் குறுக்குவழிகள்.

❓ ஒரு எண் 6 ஆல் வகுபடுமா என்க கண்டுபிடிப்பது எப்படி?

❓ அதனுடைய காரணிகளான 2 மற்றும் 3 இன் வகுபடுத்தன்மையை சோதிப்பது சரியாகுமா?

2 மற்றும் 3க்கான இவ்வெண்களின் குறுக்குவழி முறைகளைப் பயன்படுத்தி சரிபார்க்க. ஒவ்வொரு எண்ணையும் 6ஆல் வகுக்க - 38,225,186,64

❓ 24 இன் வகுபடுத்தன்மையை சோதிப்போமா? அதன் காரணிகளள 4 மற்றும் 6 ஆல் வகுபடுத்தன்மையை சோதிப்பது சரியாகுமா? சரியாகாதா? ஏன்?

❓ 4 மற்றும் 6இன் வகுபடுத்தன்மையை சோதிப்பதன் மூலம் 24 இன் வகுபடுத்தன்மையை கண்டுபிடிப்பது சரியாகாது. எ.கா. எண் 12, 4 மற்றும் 6-இவ்விரண்டு எண்களாலும் வகுபடும், ஆனால் 24 ஆல் வகுபடாது.

அதற்கு பதிலாக 24 இன் வகுபடுத்தன்மையை சோதிக்க, நாம் 3 மற்றும் 8 இன் வகுபடுத்தன்மையை சோதிக்கலாம்.

பகாக் காரணியாக்கம் மூலம் 3 மற்றும் 8 இனால் வகுபடுத்தன்மையை சோதிப்பது ஏன் சரியாகும், ஆனால் 4 மற்றும் 6 இனால் வகுபடுத்தன்மையை சோதிப்பது ஏன் சரியாகாது என்பதை விளக்குக.

100 வரை, ஒவ்வொரு எண்ணாலும் வகுபடுத்தன்மையை சோதிப்பதற்கு இத்தகைய குறுக்கு வழிகள் உள்ளன, சில எண்களுக்கு 100க்கு அப்பாலும் உள்ளன. இது எவ்வாறு செயல்புரிகிறது என்பதை உயர் வகுப்புகளில் கருத்துருக்களைக் கற்கும்போது நீங்கள் முயற்சிக்கலாம்.

இலக்கமுறை மூலங்கள்

ஒரு எண்ணை எடுத்துக்கொள்க. ஓரிலக்க எண் கிடைக்கும் வரையிலும் அதன் இலக்கங்களைத் தொடர்ந்து கூட்டுக. இந்த ஓரிலக்க எண்ணே அவ்வெண்ணின் இலக்க முறை (digital root) மூலம் என அழைக்கப்படுகிறது.

எ.கா. எண் 489710 இன் இலக்க முறை மூலம்.

2 (4 + 8 + 9 + 7 + 1 + 0 = 29, 2 + 9 = 11, 1 + 1 = 2) ஆகும்.

? இந்த இலக்க முறை மூலம் எத்தகைய பண்பைப் பெற்றிருக்கும்? 9க்கான வகுபடுதல் குறுக்குவழியைக் கண்டுபிடிக்கும் போது நாம் இதைச் செய்ததை நினைவு கூறுக.

? 600 மற்றும் 700 என்ற எண்களுக்கிடையே எவ்வெண்கள் இவ்விலக்க முறை மூலங்களைப் பெற்றுள்ளன? (i) 5 (ii) 7 (iii) 3

? ஏதேனும் 12 தொடர் எண்களின் இலக்கமுறை மூலங்களை எழுதுக. நீங்கள் கவனிப்பது என்ன?

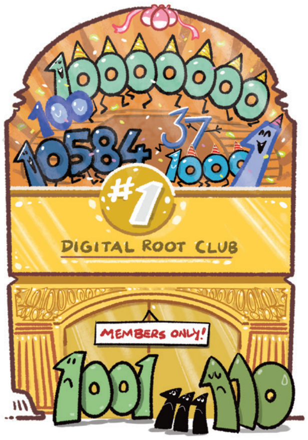
கணித பேச்சு

9 இன் மடங்குகளின் இலக்கமுறை மூலம் எப்பொழுதும் 9 என்பதை நாம் பார்த்தோம்.

? இப்பொழுது, (i) 3 (ii) 4 (iii) 6 இவ்வெண்களின் சில தொடர் மடங்குகளின் இலக்கமுறை மூலங்களைக் கண்டுபிடிக்க.

? 6 இன் மடங்கைவிட 1 அதிகமாக இருக்கும் எண்களின் இலக்கமுறை மூலங்கள் யாவை? கவனித்த வடிவமைப்புகளைப் பற்றி விளக்க முயற்சிக்க.

NOT TO BE REPUBLISHED © KTBS



? நான் இலக்கங்களால் உருவானேன், ஒவ்வொன்றும் மிகச் சிறியது மற்றும் ஒற்றைப்படை ஆகும். 1 உடன் எந்த பங்கீடும் இல்லை அவ்வளவு ஒற்றைப்படையாகும். என்னுடைய இலக்கங்கள் எண்ணப்படலாம், அவற்றின் கூட்டுத்தொகை, எனது மூலம் ஆகும். அனைத்தும் ஒரு எண்ணைக் கண்டுபிடிப்பதற்கான முயற்சி ஆகும். மிகப்பெரிய ஒற்றைப்படை இலக்கம் என நான் பெருமைக் கொண்டேன்.

என் எண் என்ன? என் பெயர் என்ன?

ஆர்யபட்டா II (950 பொ.ச) அவர்களுடைய பணியான மகாசிந்தாந்தா, ஓரிலக்க எண் பெறும்வரை இலக்கங்களைத் தொடர்ந்து கூட்டுவதால் இலக்கமுறை மூலத்தைக் கணக்கிடும் முறையைக் குறிப்பிடுகிறது. எண்கணித செயல்பாடுகளின் கணக்கீடுகளை சோதிக்க இந்த செயல்முறை பயன்படுத்தப்படுகிறது.

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

? இதைக் கண்டுபிடி

1. ஓர் எட்டிலக்க எண்ணின் இலக்கமுறை மூலம் 5 ஆகும். அந்த எண்ணை விட 10 அதிகமாக உள்ள எண்ணின் இலக்கமுறை மூலம் என்னவாகும்?
2. ஏதேனும் ஒரு எண்ணை எழுதுக. 11ஐத் திரும்பத் திரும்பக் கூட்டி ஒரு எண் தொடர் வரிசையை உருவாக்குக. இத் தொடர் வரிசை எண்களின் இலக்கமுறை மூலங்கள் என்னவாக இருக்கும்? உங்கள் நோக்கீடுகளைப் பகிர்ந்துக் கொள்க.
3. $9a + 36b + 13$ என்ற எண்ணின் இலக்கமுறை மூலம் என்ன?
4. கீழ்காண்பவைகளுக்கு இடையே ஏதேனும் வடிவமைப்புகள் அல்லது தொடர்புகள் உள்ளனவா என்பதை ஆராய்ந்து ஊகங்களை எழுதுக.

கணித பேச்சு

   i) ஓர் எண்ணின் சமநிலை மற்றும் அதன் இலக்கமுறை மூலம்.

   ii) ஓர் எண் 3 மற்றும் 9 ஆல் வகுபடும் போது கிடைக்கப்பெறும் இலக்க முறை மூலம் மற்றும் மீதி.

மாறுவேடத்தில் இலக்கங்கள்

கடந்த ஆண்டு நாம் மறை குறியீட்டெண்கள் (crypt arithms) அதாவது ஓர் எழுத்து ஓர் இலக்கத்தைக் குறிக்கும் புதிர், குறித்துப் பார்த்தோம் இதில் ஒவ்வொரு இலக்கமும் குறைந்தது ஓர் எழுத்தால் குறிப்பிடப்படுகிறது, மேலும் எண்ணின் முதல் இலக்கம் ஒருபோதும் 0 அல்ல.

? கீழே கொடுத்துள்ள மறை குறியீட்டெண்களைத் தீர்க்க.

(i) $\begin{array}{r} A1 \\ +\,1B \\ \hline B0 \end{array}$ (ii) $\begin{array}{r} AB \\ +\,37 \\ \hline 6A \end{array}$ (iii) $\begin{array}{r} ON \\ ON \\ +\,ON \\ \hline PO \end{array}$ (iv) $\begin{array}{r} QR \\ QR \\ +\,QR \\ \hline PRR \end{array}$

இப்பொழுது நாம் பெருக்கல் உள்ளிட்ட சில மறை குறியீட்டெண்களைத் தீர்க்க இப்பொழுது முயற்சிப்போம்.

? (v) PQ × 8 = RS

''ஓ! இதன் பொருள் என்னவென்றால் ஒரு 2 இலக்க எண் 8 ஆல் பெருக்கப்படும் போது இன்னொரு 2 இலக்க எண்ணைத் தருகிறது. 10 × 8= 80 என்பது எனக்குத் தெரியும். ஆனால் 10 மற்றும் 80 இன் ஒன்றாம் இடம் இலக்கங்கள் ஒத்தவை, இது நமக்கு வேண்டாம். இக்காரணத்தினால் PQ, 11 ஆக இருக்க முடியாது ஏனெனில் P மற்றும் Q வெவ்வேறு இலக்கங்களுக்குத் தொடர்புடையவை, 12 × 8 = 96 அனைத்து நிபந்தனைகளுக்கும் பொருந்தும்,'' என்று குணா கூறுகிறார். PQ, 13 ஆக இருக்க முடியுமா? சிந்திக்க.

இது சாத்தியம் அல்ல, ஏனெனில் 13 × 8 = 104.

12 க்கும் அதிகமான அனைத்து 2-இலக்க எண்களுக்கும், 8 உடனான அவற்றின் பெருக்குத்தொகை ஒரு 3-இலக்க எண்ணாகவே உள்ளது.

? (vi) இப்பொழுது இதனைச் செய்ய முயற்சிக்க. GH × H = 9K அதாவது ஓர் 2- இலக்க எண் ஓர் 1-இலக்க எண்ணுடன் பெருக்கப்படும் போது 90 களில் ஓர் 2-இலக்க எண்ணைத் தருகிறது. இம்மறை குறியீட்டெண்களில் ஒன்றாம் இடத்திற்குப் பொருந்தும் எழுத்துகளை

NOT TO BE REPUBLISHED ©KTBS

கவனிக்க. இவ்வினாவிற்கான தீர்வைக் கீழே கொடுத்துள்ள தெரிவுகளிலிருந்து தேர்ந்தெடுக்க.

11 × 9 = 99, 12 × 8 = 96, 46 × 2 = 92, 24 × 4 = 96, 47 × 2 = 94, 31 × 3 = 93, 16 × 6 = 96.

? (vii) இங்கு இன்னொன்று உள்ளது BYE × 6 = RAY பெருக்குத் தொகை ஒரு 3-இலக்க எண்ணாக இருப்பதால், B, 2 அல்லது அதற்கும் அதிகமாகவோ இருக்க முடியாது. B=2 எனில், அதாவது 2 நூறுகள் எனில், பெருக்குத்தொகை 1200 க்கும் அதிகமாக இருக்கும். ஆகவே B=1,'' என்று அன்ஷூ கூறுகிறார்.

? 'Y' ஐப் பற்றி நீங்கள் என்ன கூற முடியும்? எவ்விலக்கங்கள் சாத்தியம் / எவை சாத்தியமல்ல?

'Y' , 7ஆக அல்லது 7ஐவிட அதிகமாக இருக்க முடியாது ஏனெனில், Y=7 எனில் 170 × 6 = 1020 ஆகும்; ஆனால், நமக்கு வேண்டியது ஒரு 3 இலக்க எண்ணின் பெருக்குத்தொகை மட்டுமே. மேலும் 'Y' இரட்டைப்படையாக இருக்கும்,'' என்று அன்ஷூ விளக்குகிறார்.

எண்கள் மற்றும் செயல்பாடுகளுக்குத் தொடர்புள்ள வடிவமைப்புகள், பண்புகள் மற்றும் பகுத்தறிதல்களைப் பயன்படுத்தி இம்மறை குறியீட்டெண்களைத் தீர்க்கலாம்.

? கீழ்கண்டவற்றைத் தீர்க்க.

(i) UT × 3 = PUT (ii) AB × 5 = BC (iii) L2N × 2 = 2NP

(iv) XY × 4 = ZX (v) PP × QQ = PRP (vi) JK × 6 = KKK

©KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

? இதனைக் கண்டறிக

1. 31z5, 9 இன் மடங்கு ஆகும். இங்கு z ஆனது ஓர் இலக்கம் எனில் z இன் மதிப்பு என்ன? இச்சிக்கலுக்கு ஏன் இரண்டு விடைகள் உள்ளன என்று விளக்குக.

2. 12 ஆல் வகுபடும் போது 8ஐ மீதமாகத் தரும் ஒரு எண்ணை எடுத்துக்கொள்கிறேன். 12 இன் மடங்கை விட 4 குறைவாக உள்ள இன்னொரு எண்ணை எடுத்துக்கொள்கிறேன். அவற்றின் கூட்டுத் தொகை எப்பொழுதும் 8 இன் மடங்காகும் என்று சினேஹல்

கூறுகிறார். அவருடைய கூற்றை ஆராய்ந்து முடிவை எண்பிக்க (Justify).

3. 3 இன் இரண்டு மடங்குகளின் கூட்டுத்தொகை எப்பொழுது 8இன் மடங்காகும், எப்பொழுது மடங்காகாது ? சாத்தியமாகும் வெவ்வேறு நிலைகளை விளக்குக மற்றும் வடிவமைப்பைப் பொதுமைப்படுத்துக.

4. ''என்னிடம் 9 ஆல் வகுபடும் ஓர் எண் உள்ளது. அதனுடைய இலக்கங்களைத் திருப்பிப்போட்டால், அப்பொழுதும் அது 9 ஆல் வகுபடும்'', என்று ஶ்ரீலதா கூறுகிறார்.

(i) 9 இன் ஏதேனும் ஒரு மடங்கிற்கு இவருடைய கணிப்பு சரியா என ஆராய்க.

(ii) உருவாகிய எண் அப்பொழுதும் 9இன் மடங்காக இருப்பதற்கு வேறு இலக்க மாற்றங்கள் சாத்தியமா?

5. 48a23b, 18 இன் மடங்கெனில், a மற்றும் bக்கு சாத்தியமாகும் அனைத்து மதிப்புகளின் சோடிகளைப் பட்டியலிடுக.

6. 3p7q8, 44 ஆல் வகுபடும் எனில் p மற்றும் qக்கு சாத்தியமாகும் அனைத்து மதிப்புகளின் சோடிகளைப் பட்டியலிடுக.

7. முதல் எண் 2 இன் மடங்கு, இரண்டாம் எண் 3 இன் மடங்கு மற்றும் மூன்றாம் எண் 4 இன் மடங்காக இருக்கும் மூன்று தொடர் எண்களைக் கண்டுபிடிக்க? இத்தகைய எண்கள் இன்னும் பல உள்ளனவா? இவை அடிக்கடி எத்தனை முறை கிடைக்கப்பெறுகின்றன?

முயற்சி செய்க

8. 45000 மற்றும் 47000க்கு இடையே, 36 இன் மடங்குகள் ஐந்தினை எழுதுக. உங்கள் அணுகுமுறையை உங்கள் வகுப்பினருடன் பகிர்க.

கணித பேச்சு

9. 5 இரட்டைப் படைத் தொடர் எண்களின் வரிசைமுறையில் மைய எண் 5p ஆகும். வரிசை முறையில் உள்ள மற்ற நான்கு எண்களை 'p' உறுப்புகளாகக் குறிப்பிடுக.

10. 15 ஆல் வகுபடக்கூடிய 6 இலக்க எண்ணைப் பின்னோக்கி எழுதினால் அது 6ஆல் வகுபடுகிறது. அவ்வாறெனில் அந்த எண்ணை எழுதுக.

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

11. "இருமடங்காக்கிய போதும் 11 இன் மடங்காகவே இருக்கும் சில மடங்குகள் உள்ளன. ஆனால் இரு மடங்காக்கிய போது 11 இன் மடங்குகளாக இல்லாத மற்ற மடங்குகளும் உள்ளன'', என்று தீபக் கூறுகிறார். இக்கணிப்பு சரியா என மதிப்பிடுக, உங்கள் முடிவை விளக்குக.

12. கீழ்கண்ட அறிக்கைகள் 'எப்பொழுதும் சரி', 'சில நேரங்களில் சரி' அல்லது 'ஒருபோதும் சரியல்ல' எனக் குறிப்பிடுக. உங்கள் பகுத்தறிதலை விளக்குக.

(i) 6 இன் மடங்கு மற்றும் 3 இன் மடங்கின் பெருக்குத் தொகை 9இன் மடங்கும் ஆகும்.

(ii) மூன்று தொடர் இரட்டைப்படை எண்களின் கூட்டுத்தொகை 6 ஆல் வகுபடும்.

(iii) abcdef, 6 இன் மடங்கு எனில், badcef ம் 6 இன் மடங்காகும்.

(iv) 8 (7b - 3) - 4 (116 + 1), 12 இன் மடங்காகும்.

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

13. ஏதேனும் 3 எண்களைத் தேர்ந்தெடுக்க. அவற்றின் கூட்டுத்தொகை எப்பொழுது 3 ஆல் வகுபடும்? சாத்தியமாகும் அனைத்து நிலைகளைக் கண்டறித்து பொதுப்படுத்துக.

14. இரண்டு தொடர் முழுக்களின் பெருக்குத்தொகை எப்பொழுதும் 2இன் மடங்காகுமா? ஏன்? இத்தொடர் முழுக்களின் பெருக்குக்தொகையைப் பற்றி என்ன கூறுகிறீர்கள்? அது எப்பொழுதும் 6இன் மடங்காக இருக்குமா? இருக்காதா? காரணம் கூறுக. 4 தொடர் முழுக்களின் பெருக்குத்தொகையைப் பற்றி என்ன கூறுவீர்கள்? ஐந்து தொடர் முழுக்களைப் பற்றி என்ன கூறுவீர்கள்?

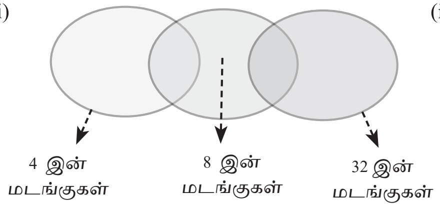
15. மறைகுறியீட்டெண்களைத் தீர்க்க

(i) EF × E = GGG

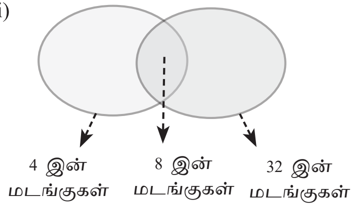
(ii) WOW × 5 = MEOW

16. கீழ்கண்ட வென் (Venn) படங்கள் 4, 8, 32 இவற்றின் மடங்குகளிடையே இருக்கும் தொடர்பை சித்தரிக்கிறது?

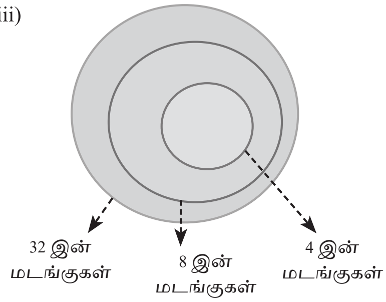
(i)



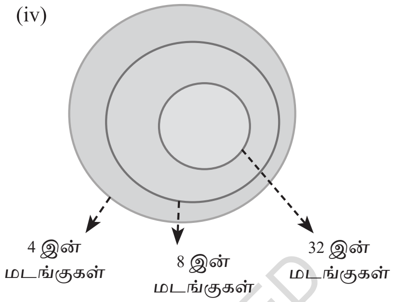
(ii)



(iii)



(iv)



பாடச் சுருக்கம்

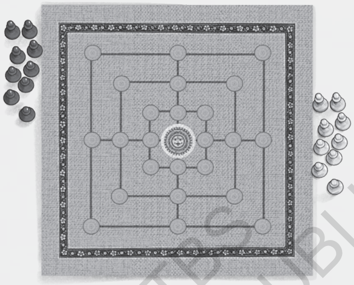
- வகுபடுதலின் வெவ்வேறு பண்புகளைப் பற்றி நாம் ஆய்வு செய்தோம் மற்றும் கற்றோம்
    - a, b ஆல் வகுபடும் எனில், a இன் அனைத்து மடங்குகளும் b ஆல் வகுபடும்.
    - a, b ஆல் வகுபடும் எனில், b இன் அனைத்துக் காரணிகளாலும் a வகுபடும்.
    - a, m ஐ வகுக்கிறது மற்றும் a, n ஐ வகுக்கிறது எனில், a, m+n மற்றும் m-n ஐயும் வகுக்கிறது.
    - a, b ஆலும் c ஆலும் வகுபடுகிறது எனில், a, என்பது b மற்றும் c இன் அ.பொ.ம வால் வகுபடும்.
    - 3, 9, 11 இன் வகுபடுத்தன்னமையை சோதிக்க குறுக்குவழிகளைக் கற்றோம் மற்றும் அவை ஏன் செயல்படுகின்றன என்பதையும் கற்றோம்.
- இயற்கணிதம், காட்சிப்படுத்துதல், எடுத்துக்காட்டுகள் மற்றும் எதிர் எடுத்துக்காட்டுகள் - இவற்றினைப் பயன்படுத்திக் கணிதச் சிந்தனையின் ஆற்றல் மற்றும் பகுத்தறிதலுக்கு நாம் அறிமுகப்படுத்தப்பட்டோம்.

NOT TO BE REPUBLISHED @TBS

இது புதிர் நேரம்

நவகங்காரி

நவகங்காரி- சாலுமனெ ஆட்டா, சார் பார் அல்லது நவகங்காரி என்று அழைக்கப்படும் இது ஒரு பாரம்பரிய இந்தியப் பலகை விளையாட்டு மற்றும் 'நைன் மென்ஸ் மோரிஸ்' அல்லது 'மில்ஸ் இன் த வெஸ்ட்' விளையாட்டுகளுக்கு ஒத்தது. இது இரண்டு ஆட்டக்காரர்களுக்கான திறமை வாய்ந்த ஆட்டம் ஆகும். எதிர் ஆட்டக்காரரின் மூன்று காய்களை நீக்க அல்லது இயக்கத்தைத் தடுக்க மூன்று காய்களைப் பயன்படுத்திக் கோடுகளை அமைப்பதே இங்குள்ள உத்தியாகும்.



@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

விளையாட்டுத் திட்டம்

1. ஒவ்வொரு ஆட்டக்காரரும் 9 பகடைக்காய்களுடன் தொடங்குகிறார். குறிக்கப்பட்ட இடைவெட்டுகளின் மீது ஆட்டக்காரர்கள் தம்முறை வரும்போது பகடைக்காய்களை வைப்பார். ஒரு இடைவெட்டு ஒரு பகடைக்காயை மட்டுமே கொள்ளும்.
2. எல்லாப் பகடைக் காய்களும் வைக்கப்பட்ட பிறகு ஆட்டக்காரர்கள் சுற்றுகளில் தமது பகடைக்காய்களை அருகிலுள்ள காலியான இடைவெட்டுகளுக்கு மூன்று கோடுகள் உருவாக நகர்த்துவர். கோடு கிடையாகவும் இருக்கலாம் செங்குத்தாகவும் இருக்கலாம்.
3. மூன்று பகடைக்காய்களைக் கொண்டு ஒரு ஆட்டக்காரர் ஒரு கோட்டை அமைத்த உடன், அவர் எதிர் ஆட்டக்காரரின் ஒரு பகடைக்காயை அகற்றலாம். ஆனால் அப்பகடைக்காய் அவர்களின் ஏதேனும் ஒரு கோட்டின் பகுதியாக இருக்கக்கூடாது. எதிர் ஆட்டக்காரர் 3 பகடைக்காய்களை விடக் குறைவாகப் பெற்றிருந்தாலோ அல்லது நகர்த்த முடியாமல் இருந்தாலோ ஆட்டக்காரர் வெற்றி பெறுவார்.

6 நாம் வகுக்கின்றோம் ஆனாலும் அவை பெருக்கப்படுகின்றன

WE DISTRIBUTE YET THINKS MULTIPLY

W1W4S5

வடிவங்கள் மற்றும் தொடர்புகள் பற்றிய பொதுவான அறிக்கைகளை சுருக்கமாக எழுத இயற்கணிதம் எவ்வாறு எழுத்து சின்னங்களைப் பயன்படுத்துகிறது என்பதைப் பார்த்தோம். முந்தைய அத்தியாயத்தில் நீங்கள் பார்த்த பல பண்புகளைப் போல, கூற்றுகள் மற்றும் அனுமானங்களை நியாயப்படுத்தவும் அல்லது நிரூபிக்கவும், பல்வேறு வகையான சிக்கல்களைத் தீர்க்கவும் இயற்கணிதம் பயன்படுத்தப்படலாம்.

பங்கீட்டுப்பண்பு என்பது பெருக்கல் மற்றும் கூட்டல் தொடர்பான ஒரு பண்பாகும். இது இயற்கணிதத்தைப் பயன்படுத்தி சுருக்கமாக கைப்பற்றப்படுகிறது. இந்த அத்தியாயத்தில், பல்வேறு வகையான பெருக்கல் முறைகளை ஆராய்ந்து, பங்கீட்டுப்பண்பினைப் பயன்படுத்தி இயற்கணித மொழியில் அவற்றை எவ்வாறு விவரிக்கலாம் என்பதைக் காட்டுகிறோம்.

©KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

6.1 பெருக்கலின் சில பண்புகள்

பெருக்கல் பலனில் அதிகரிப்புகள்

இரண்டு எண்களின் பெருக்கலைக் கவனியுங்கள், 23×27 என்று வைத்துக் கொள்வோம்.

? முதல் எண்ணை (23) 1 ஆல் அதிகரித்தால் பெருக்கற்பலன் எவ்வளவு அதிகரிக்கும்?

? இரண்டாவது எண்ணை (27) 1 ஆல் அதிகரித்தால் என்ன செய்வது?

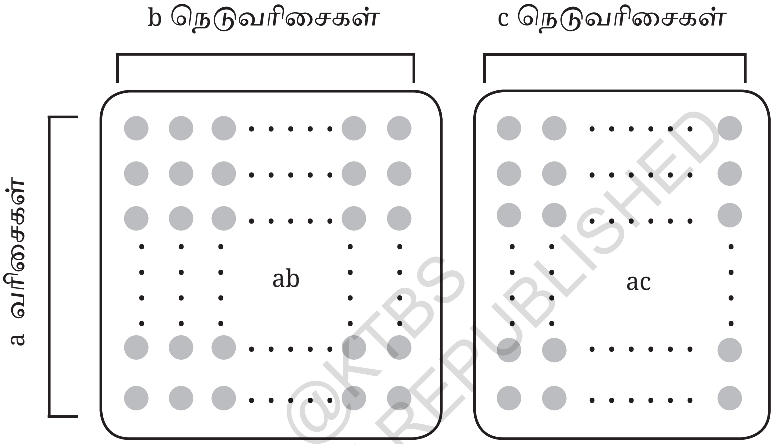
? இரண்டு எண்களுக்கும் 1 ஐக் கூட்டினால் எப்படி இருக்கும்?

? நமது முடிவுகளை ஏதேனும் இரண்டு எண்களின் பெருக்கலுக்குப் பொதுமைப்படுத்த உதவும் ஒரு வடிவத்தை நீங்கள் காண்கிறீர்களா?

முதலில் ஒரு எளிய கணக்கினை கருத்தில் கொள்வோம் 27 ஐ 1 ஆல் அதிகரிக்கும்போது பெருக்கலில் ஏற்படும் அதிகரிப்பைக் கண்டறியவும் பெருக்கலின் வரையறையிலிருந்து மற்றும் மாற்றுப் பண்பு, பெருக்கலின் பங்கீட்டுப் பண்புகளிலிருந்தும் இதைக் காணலாம். a, b மற்றும் c மூன்று எண்களாக இருந்தால்.

$$a\,(b + c) = ab + ac$$

இந்த பண்பை ஒரு வரைபடத்தைப் பயன்படுத்தி அழகாகக் காட்சிப்படுத்தலாம்.



a (b + c)

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

இது கூட்டல் மீது பெருக்கலின் **பங்கீட்டுப்பண்பு** என்று அழைக்கப்படுகிறது. a = 23, b=27, மற்றும் c = 1 என பிரதியிட்டால் a (b + c) = ab + ac என்ற முற்றொருமையைப் பயன்படுத்தி, நாம் பெறுவது.

$$23\,(27 + 1) = 23 \times 27 + \boxed{23}$$

அதிகரிப்பு

இங்கே a (b + c) மற்றும் 23 × (27 + 1) ஆகியவை முறையே a × (b + c), மற்றும் 23 (27+1) என்பதைக் குறிக்கின்றன என்பதை நினைவில் கொள்ளுங்கள். 5a, xy போன்ற கோவைகளைப் போலவே, அடைப்புக்குறிகளுக்கு முன் அல்லது பின் '×' குறியீட்டை எழுதுவதைத் தவிர்க்கிறோம்.

பங்கீட்டுப்பண்பைப் பயன்படுத்தி இதேபோல் (a + b) c ஐ பின்வருமாறு விரிவாக்கலாம்.

$(a + b)\,c = c\,(a+b)$ (பெருக்கலின் மாற்றுப்பண்பு)

$= ca + cb$ (பங்கீட்டுப்பண்பு)

$= ac + bc$ (பெருக்கலின் மாற்றுப்பண்பு)

பொதுவாக, பெருக்கற்பலனில் உள்ள ஒன்று அல்லது இரண்டு எண்களையும் 1 ஆல் அதிகரித்தால், பெருக்கல் பலன் எவ்வளவு அதிகரிக்கிறது என்பதைக் கண்டறிய, பங்கீட்டுப்பண்பைப் பயன்படுத்தலாம். முதல் இரண்டு எண்கள் a மற்றும் b என்று வைத்துக்கொள்வோம். எண்களில் ஒன்று, b ஐ 1 ஆல் அதிகரித்தால், நாம் பெறுவது-

$$a\,(b + 1) = ab + \boxed{a}$$

அதிகரிப்பு

ஒரு பெருக்கற்பலனில் உள்ள இரண்டு எண்களையும் 1 ஆல் அதிகரித்தால் என்ன நடக்கும் என்று பார்ப்போம். ab பெருக்கற்பலனில் a மற்றும் b இரண்டும் 1 ஆல் அதிகரித்தால், நமக்கு $(a + 1)\,(b + 1)$ கிடைக்கிறது.

? இதை எப்படி விரிவுபடுத்துவது?

$(a + 1)$ ஐ ஒரு உறுப்பாகக் கருதுவோம். பின்னர், பங்கீட்டுப்பண்பு மூலம் நாம் பெறுவது.

$(a + 1)\,(b + 1) = (a + 1)\,b + (a + 1)\,1$

மீண்டும் பங்கீட்டுப்பண்புப் பயன்படுத்துவதன் மூலம், நாம் பெறுகிறோம்.

$$(a + 1)\,(b + 1) = (a + 1)\,b + (a + 1)\,1$$
$$= ab + \boxed{(b + a + 1)}$$

அதிகரிப்பு

a = 23, மற்றும் b = 27 எனில் நாம் பெறுவது.

$$(23 + 1)\,(27 + 1) = (23 + 1)\,27 + (23 + 1)\,1$$
$$= 23 \times 27 + \boxed{(27 + 23 + 1)}$$

அதிகரிப்பு

எனவே, a மற்றும் b ஒவ்வொன்றும் 1 ஆல் அதிகரிக்கும் போது பெருக்கல் ab ஆனது a + b+ 1 ஆக அதிகரிக்கிறது.

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

? முதலில் (b+1)ஐ ஒரே உறுப்பாக எடுத்துக்கொண்டு (a+1) (b+1) ஐ விரிவாக்கினால் நமக்கு என்ன கிடைக்கும்? முயற்சி செய்து பாருங்கள்?

? ஒரு பெருக்கல் பலனில் உள்ள எண்களில் ஒன்றை 1 ஆல் அதிகரித்து, மற்றொன்றை 1 ஆல் குறைத்தால் என்ன நடக்கும்? பெருக்கல் பலனில் ஏதேனும் மாற்றம் ஏற்படுமா?

மீண்டும் a மற்றும் b என்ற இரண்டு எண்களின் பெருக்கற்பலனை ab-ஆக எடுத்துக் கொள்வோம் a-ஐ 1 ஆல் அதிகரித்து மற்றும் b-ஐ 1 ஆல் குறைத்தால், அவற்றின் பெருக்கற்பலனாக (a + 1) (b - 1) ஆக இருக்கும். இதை விரிவுபடுத்தினால், நாம் பெறுவது.

$$(a + 1)(b - 1) = (a + 1)b - (a + 1)1$$
$$= ab + b - (a + 1)$$
$$= ab + \underbrace{\boxed{b - a - 1}}_{\text{அதிகரிப்பு}}$$

a = 23, மற்றும் b = 27 எனில், நாம் பெறுவது.

$$(23 + 1)(27 - 1) = (23 + 1)27 - (23 + 1)1$$
$$= 23 \times 27 + 27 - (23 + 1)$$
$$= 23 \times 27 + \underbrace{\boxed{27 - 23 - 1}}_{\text{அதிகரிப்பு}}$$

? பெருக்கல்பலன் எப்போதும் அதிகரிக்குமா? பெருக்கல்பலன் குறையும் 3 உதாரணங்களைக் கண்டறியவும்.

? a மற்றும் b ஆகியவை எதிர்மறை முழுக்களாக இருக்கும்போது என்ன நடக்கும்?

மேலே உள்ள ஒவ்வொரு நிகழ்விலும் a மற்றும் b க்கு வெவ்வேறு மதிப்புகளை பிரதியிட்டு சரிபார்க்கவும். எடுத்துக்காட்டாக, a = -5, b = 8; a = -4, b = -5. போன்றவை.

முழுக்கள் பங்கீட்டுப் பண்பையும் பூர்த்தி செய்கின்றன என்பதைக் கண்டோம், அதாவது x, y மற்றும் z ஆகியவை ஏதேனும் மூன்று முழுக்களாக இருந்தால், x (y+z) = xy + xz.

எனவே, எழுத்து எண்கள், எதிர்மறை முழுக்களின் மதிப்புகளைக் கொண்டிருக்கும்போது, பெருக்கல்களின் அதிகரிப்புக்கான கோவைகள் நிலைத்திருக்கும்.

இரண்டு இயற்கணித கோவைகள் அவற்றின் எழுத்து எண்களை எண்களால் மாற்றும்போது, ஒரே மதிப்புகளைப் பெற்றால் அவை சமம் என்பதை நினைவில் கொள்க. இந்த எண்கள் எந்த முழு எண்ணாகவும்

©KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

இருக்கலாம். இரண்டு சமமான இயற்கணித கோவைகளை வெளிப்படுத்தும் கணித கூற்றுகள், எடுத்துக்காட்டாக.

$$a(b + 8) = ab + 8a,$$

$$(a + 1)(b - 1) = ab + b - a - 1,$$ முதலியன,

முற்றொருமைகள் என்று அழைக்கப்படுகின்றன.

? இரண்டு எண்களில் ஒன்றை m ஆல் கூட்டினால், மற்றொன்றை n ஆல் கூட்டினால், அவற்றின் பெருக்கல் பலன் எவ்வளவு மாறும் ?

a மற்றும் b ஆகியவை பெருக்கப்படும் எண்களாக இருந்தால், அவை a + m மற்றும் b + n

$$(a + m)(b + n) = (a + m)\,b + (a + m)\,n$$

$$= ab + mb + an + mn$$

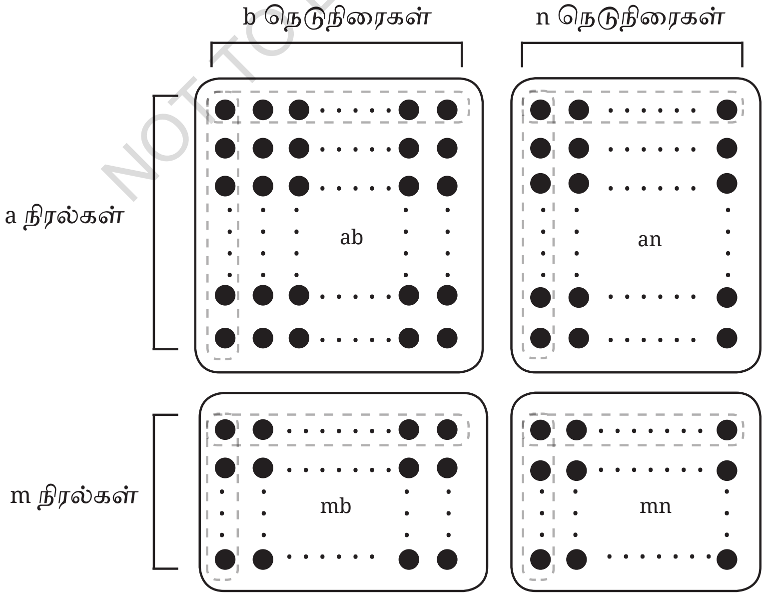
an + bm + mn அதிகரிப்பு ஆகியுள்ளது.

(a + m)ன் ஒவ்வொரு உறுப்பும் (b + n) உடன் ஒவ்வொரு உறுப்பின் பெருக்கலின் கூட்டுத்தொகையே பெருக்கல் என்பதை கவனியுங்கள்.

முற்றொருமை $(a + m)(b + n) = ab + mb + an + mn$

@KTBS
NOT TO BE REPUBLISHED

இந்த முற்றொருமையை பின்வருமாறு காட்சிப்படுத்தலாம்-



(a + m) (b + n)

? பெருக்கப்படும் பொழுது பெருக்கல் பலன் எவ்வாறு அதிகரிக்கிறது அல்லது குறைகிறது என்பதை இந்த முற்றொருமையைக் கொண்டு அறியலாம். பெருக்கப்படும் எண்களில் முதல் அல்லது இரண்டாவது எண் குறைக்கப்படும்போது இந்த முற்றொருமை எவ்வாறு பயன்படுத்தப்படுகிறது என்பதை அறிய முடியுமா?

உதாரணமாக, ஒரு எண்ணை 1 ஆல் அதிகரித்து மற்றொன்றை 1 ஆல் குறைக்கும்போது, நிகழ்வை மறுபரிசீலனை செய்வோம் பெருக்கற்பலனை (a + 1) (b-1) ஐ (a + 1) (b+(-1) என்று எழுதுவோம். முற்றொருமை 1 இல் m = 1 மற்றும் n = -1 என எடுத்துக் கொண்டால், நமக்கு ab + (1) × b + a × (-1) +(1) × (-1) = ab + b - a - 1 கிடைக்கிறது.

இது நாம் முன்பு பெற்ற அதே கோவை ஆகும்.

? (i) ஒரு எண்ணை 2 ஆல் குறைத்து, மற்றொன்றை 3 ஆல் அதிகரிக்கும்போது பெருக்கல் எவ்வாறு மாறுகிறது என்பதைக் கண்டறிய முற்றொருமை 1 ஐப் பயன்படுத்தவும்:

(ii) இரண்டு எண்களும் 3 ஆல் குறைக்கப்பட்டுள்ளன மற்றும் 4 ஆல் குறைக்கப்பட்டுள்ளன. இதன் பெருக்கல் பலனை முற்றொருமை 1ஐப் பயன்படுத்தி காணவும்.

? கழித்தல்களை கூட்டல்களாக மாற்றாமல் பெருக்கல்களைக் கண்டுபிடித்து விடையைச் சரிபார்க்கவும்.

இதைப் பொதுமைப்படுத்தினால், (a+u)(b-v) என்ற பெருக்கற்பலனை பின்வருமாறு காணலாம்.

$$(a + u) (b - v) = (a + u) b - (a + u) v$$
$$= ab + ub - (av + uv)$$
$$= ab+ub - av - uv.$$

இது முற்றொருமை 1 இல் m = u மற்றும் n = -v ஐ எடுத்துக் கொள்வதற்குச் சமமா என்பதைச் சரிபார்க்கவும்.

முற்றொருமை 1 இல் உள்ளதைப் போல, (a + u) (b - v)ன் பெருக்கல் பலன் என்பது a + u ன் ஒவ்வொரு உறுப்பையும் (a மற்றும் u) b - v ன் ஒவ்வொரு உறுப்புடன் (a மற்றும் -v) ன் பெருக்கி கூட்டுவதற்கு சமம் ஆகும். பெருக்கல்களில் உள்ள உறுப்புகளின் குறிகளை முழு எண்

பெருக்கல் விதிகளைப் பயன்படுத்தி தீர்மானிக்க முடியும் என்பதைக் கவனியுங்கள்.

முழு எண் பெருக்கல் விதிகள் ஒரே முற்றொருமையை பயன்படுத்தி பல நிகழ்வுகளைக் கையாள எவ்வாறு அனுமதிக்கின்றன என்பதைப் பாருங்கள்!

? (i) (a – u) (b + v), (ii) (a – u) (b – v) ஆகியவற்றை விரிவாக்குக.

நாம் பெறுவது,

$$(a - u)(b + v) = ab - ub + av - uv, \text{ மற்றும்}$$

$$(a - u)(b - v) = ab - ub - av + uv.$$

பங்கீட்டுப் பண்பு ஒரு அடைப்புக் குறிக்குள் இரண்டு உறுப்புகளுக்கு மட்டும் பயன்படுத்தப்படவில்லை.

? எடுத்துக்காட்டு *1* : விரிவாக்கு $\frac{3a}{2}(a - b + \frac{1}{5})$.

$$\frac{3a}{2}(a - b + \frac{1}{5}) = (\frac{3a}{2} \times a) - (\frac{3a}{2} \times b) + (\frac{3a}{2} \times \frac{1}{5}).$$

உறுப்புகளைப் பின்வருமாறு எளிமைப்படுத்தலாம்-

$$\frac{3a}{2} \times a = \frac{3}{2} \times (a \times a).$$

அடுக்கு குறியீட்டைப் பயன்படுத்தி, பின் வருமாறு நாம் எழுதலாம்.

$$\frac{3}{2} \times (a \times a) = \frac{3}{2} a^2.$$

$$\frac{3a}{2} \times b = \frac{3}{2} \times (a \times b) = \frac{3}{2} ab.$$

$$\frac{3a}{2} \times \frac{1}{5} = (\frac{3}{2} \times \frac{1}{5}) a = \frac{3}{10} a$$

அப்படியானால் நாம் பெறுவது. $\frac{3a}{2}(a - b + \frac{1}{5}) = \frac{3}{2}a^2 - \frac{3}{2} ab + \frac{3}{10} a.$

? ஏதேனும் இரண்டு உறுப்புகளைக் கூட்டி ஒரே உறுப்பைப் பெற முடியுமா?

உதாரணமாக $\frac{3}{2} a^2$ மற்றும் $\frac{3}{10}$ a உறுப்புகளை கூட்டினால் ஒரே உறுப்பை பெற முடியுமா?

© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

எந்த இரண்டு உறுப்புகளும் ஒரே மாதிரியான எழுத்து எண்களைக் கொண்டிருந்தால் அவற்றை ஒரே உறுப்பாக எளிமைப்படுத்த அனுமதித்திருக்கும் என்பதை அறியலாம். எனவே, முடிவை மேலும் எளிமைப்படுத்துவது சாத்தியமில்லை.

ஒரே எழுத்து எண்களைக் கொண்ட உறுப்புகளை நாம் **ஒத்த எண்கள்** என்று அழைக்கிறோம் என்பதை நினைவு கூர்க.

எடுத்துக்காட்டு 2: (a + b) (a + b). ஐ விரிவாக்குக.

நமக்கு $(a + b)(a + b) = (a+b)a + (a + b)b = a \times a + b \times a + ab + b \times b$ உள்ளது.

$$= a^2 + ba + ab + b^2$$

ba = ab, என்பதால் ab என்ற ஒரே எழுத்து எண்களைக் (ஒத்த உறுப்புகளை) கொண்ட இரண்டு உறுப்புகள் நமக்குக் கிடைக்கின்றன. மற்றும் அவைகளை கூட்டினால்?

$$ba + ab = ab + ab = 2ab$$

எனவே நாம் பெறுவது $(a + b)(a + b) = a^2 + 2ab + b^2$.

எடுத்துக்காட்டு 3 : விரிவாக்குக $(a + b)(a^2 + 2ab + b^2)$.

$$(a + b)(a^2 + 2ab + b^2) = (a + b)a^2 + (a + b) \times 2ab + (a + b)b^2$$
$$= (a \times a^2) + ba^2 + (a \times 2ab) + (b \times 2ab) + ab^2 + (b \times b^2)$$

இந்த உறுப்புகளைப் பின்வருமாறு எளிமைப்படுத்தலாம்.

$$a \times a^2 = a^3 \text{ (ஏன்?)}$$

$$ba^2 = a^2b$$

$$a \times 2ab = 2 \times a \times a \times b = 2a^2b$$

$$b \times 2ab = 2 \times a \times b \times b = 2ab^2$$

$$b \times b^2 = b^3$$

எனவே, $(a + b)(a^2 + 2ab + b^2) = a^3 + a^2b + 2a^2b + 2ab^2 + ab^2 + b^3$.

NOT TO BE REPUBLISHED @KTBS

a^2b மற்றும் $2a^2b$ ஆகியவை அதே எழுத்து எண்களைக் (ஒத்த உறுப்புகளை) கொண்டிருப்பதைக் காண்கிறோம். ஆகவே அவற்றை கூட்டலாம்.

$$a^2b + 2a^2b = (1 + 2)\, a^2 b = 3a^2 b.$$

இதேபோல், ab^2 மற்றும் $2ab^2$ ஆகியவை ஒத்த உறுப்புகள், எனவே அவற்றைக் கூட்டலாம்.

$$ab^2 + 2ab^2 = (1 + 2)ab^2 = 3ab^2.$$

ஆகவே நாம் பெறுவது

$$(a + b) \times (a^2 + 2ab + b^2) = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3.$$

வரலாற்றின் ஒரு துளி.

கூட்டல் மீது பெருக்கலின் பங்கீட்டுப் பண்பு, பல பண்டைய நாகரிகங்களில், குறிப்பாக பண்டைய எகிப்து, மெசபடோமியா, கிரீஸ், சீனா மற்றும் இந்தியாவில் கணிதவியலாளர்களின் கணக்கீடுகளில் மறைமுகமாக இருந்தது. எடுத்துக்காட்டாக, கணிதவியலாளர்கள் யூக்லிட் (வடிவியல் வடிவத்தில்) மற்றும் ஆர்யபட்டர் (இயற்கணித வடிவத்தில்) ஆகியோர் தங்கள் கணித மற்றும் அறிவியல் படைப்புகளில் பங்கீட்டுப்பண்பினை மறைமுகமாகப் பயன்படுத்தினர். பங்கீட்டுப் பண்பு பற்றிய முதல் வெளிப்படையான அறிக்கை பிரம்மகுப்தரால் அவரது படைப்பான பிரம்மஸ்புதசித்தாந்தத்தில் (வசனம் 12.55) வழங்கப்பட்டது, அவர் பெருக்கலுக்கான பண்பைக் கந்த-குணனம் (பகுதிகளால் பெருக்கல்) என்று குறிப்பிட்டார். அவரது வசனம் கூறுவதாவது, ‘‘பெருக்கும் எண் இரண்டு அல்லது அதற்கும் மேற்பட்ட பகுதிகளாக பிரிக்கப்பட்டு பெருக்கப்படும் எண்ணால் பெருக்கினால் பகுதிகளாகப் பிரிக்கப்பட்ட எண்கள் ஒவ்வொன்றோடும் பெருக்கினால் பெருக்கப்படும் எண்ணால் பெருக்கி கிடைக்கும் விடையின் கூடுதலுக்கு சமமாகும்’’. அதாவது, இரண்டு பகுதிகள் இருந்தால், எழுத்து சின்னங்களைப் பயன்படுத்தி இது $(a + b)c = ac + bc$. என்ற முற்றொருமைக்கு ஒத்திருக்கும். அடுத்த செய்யுளில் (பாடல் 12.56), பிரம்மகுப்தர் இந்தப் பங்கீட்டுப் பண்பைப் பயன்படுத்தி வேகமாகப் பெருக்குவதற்கான ஒரு முறையை மேலும் விவரிக்கிறார், அதை அடுத்த பகுதியில் மேலும் ஆராய்வோம்.

©KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

கண்டுபிடியுங்கள்

1. கீழே உள்ள பெருக்கல் கட்டத்தைக் கவனியுங்கள். கட்டத்திற்குள் உள்ள ஒவ்வொரு எண்ணும் இரண்டு எண்களைப் பெருக்குவதன் மூலம் உருவாகிறது. படத்தில் காட்டப் பட்டுள்ளபடி, 3×3 சட்டத்தின் நடு எண் pq, வெளிப்பாட்டால் வழங்கப்பட்டால், கட்டத்தில் உள்ள மற்ற எண்களுக்கான கோவைகளை எழுதுங்கள்.

x	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
3	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
4	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40
5	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
6	6	12	18	24	30	36	42	48	54	60
7	7	14	21	28	35	42	49	56	63	70
8	8	16	24	32	40	48	56	64	72	80
9	9	18	27	36	45	54	63	72	81	90
10	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100

3×5	3×6	3×7
4×5	4×6	4×7
5×5	5×6	5×7

	pq	

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

2. பின்வரும் பெருக்கல் பலனை விரிவாக்குங்கள்.

(i) $(3 + u)(v - 3)$ (ii) $\frac{2}{3}(15 + 6a)$

(iii) $(10a + b)(10c + d)$ (iv) $(3 - x)(x - 6)$

(v) $(-5a + b)(c + d)$ (vi) $(5 + z)(y + 9)$

3. இரண்டு எண்களில் ஒன்றை 2 ஆல் அதிகரித்து மற்றொன்றை 4 ஆல் குறைக்கும்போது அவற்றின் பெருக்கல் மாறாமல் இருக்கும் 3 எடுத்துக்காட்டுகளைக் கண்டறியவும்.

கணித பேச்சு

4. (i) $(a + ab - 3b^2)(4 + b)$, மற்றும் (ii) $(4y + 7)(y + 11z - 3)$. ஆகியவற்றை விரிவாக்குக.

5. (i) $(a - b)(a + b)$, (ii) $(a - b)(a^2 + ab + b^2)$ மற்றும் (iii) $(a - b)(a^3 + a^2b + ab^2 + b^3)$ ஆகியவற்றை விரிவாக்குங்கள், உங்களுக்கு ஒரு வடிவம் தெரிகிறதா? நீங்கள் பார்க்கும் வடிவத்தில் அடுத்த முற்றொருமை என்னவாக இருக்கும்? அதை விரிவாக்குவதன் மூலம் சரிபார்க்க முடியுமா?

பங்கீட்டுப் பண்பைப் பயன்படுத்தி விரைவான பெருக்கல்

குறிப்பிட்ட வகை எண்களைப் பெருக்கும்போது, விரைவான பெருக்கல் முறைகளைக் கொண்டு வர, பங்கீட்டுப் பண்பைப் பயன்படுத்தலாம்.

எண்களில் ஒன்று 11, 101, 1001, ... ஆக இருக்கும்போது,

? *11* உடன் ஓர் எண்ணை ஒரே படியில் பெருக்க பங்கீட்டுப் பண்பை காணுதல்.

(a) 3874 × 11 (b) 5678 × 11

முதல் பெருக்கலை எடுத்துக் கொள்வோம்.

$$3874 \times 11 = 3874\,(10 + 1) = 38740 + 3874$$

$$\begin{array}{r} 38740 \\ +\ \ 3874 \\ \hline \\ \hline \end{array}$$

இலக்கங்கள் எவ்வாறு சேர்க்கப்படுகின்றன என்பதைக் கவனியுங்கள்.

dcba, என்ற 4-இலக்க எண்ணை எடுத்துக் கொள்வோம், அதாவது, ஆயிரங்களின் இடத்தில் d நூறு இடத்தில் c, பத்துகளின் இடத்தில் b மற்றும் அலகுகள் இடத்தில் a ஆகியவற்றைக் கொண்ட எண்.

dcba × (10 + 1) = dcba × 10 + dcba.

இது உண்டாகிறது.

$$\begin{array}{cccccc} & d & c & b & a & o \\ + & & d & c & b & a \\ \hline & d & (c+d) & (b+c) & (a+b) & a \end{array}$$

இதைப் பயன்படுத்தி ஒரே வரியில் பெருக்கல் பலனைப் பெறலாம்.

படி - 1

$$\begin{array}{r} 387④ \times 11 \\ \hline 4 \end{array}$$

படி - 2

$$\begin{array}{r} ① \\ 3874 \times 11 \\ \hline 14 \end{array}$$

படி - 3

$$\begin{array}{r} ①① \\ 3874 \times 11 \\ \hline 614 \end{array}$$

படி - 4

$$\begin{array}{r} ①①① \\ 3874 \times 11 \\ \hline 2614 \end{array}$$

படி - 5

$$\begin{array}{r} ①①① \\ ③874 \times 11 \\ \hline 42614 \end{array}$$

NOT TO BE REPUBLISHED
©KTBS

? ஒரு எண்ணை (எத்தனை இலக்கங்களின் இருப்பினும்) 11 ஆல் பெருக்கி பெருக்கற்பலனை ஒரே வரியில் எழுதுவதற்கான பொது விதியை விவரிக்கவும்.

(i) 94 × 11, (ii) 495 × 11, (iii) 3279 × 11, (iv) 4791256 × 11.

? ஒரு எண்ணை 101 ஆல் பெருக்குவதற்கு இதே போன்ற ஒரு விதியை நாம் கொண்டு வர முடியுமா?

கணித பேச்சு

? 3874 ஐ 101 ஆல் பெருக்கவும்.

ஒரு 4- இலக்க எண்ணான dcba வை எடுத்துக் கொள்வோம்.

$$dcba \times 101 = dcba \times (100 + 1) = dcba \times 100 + dcba.$$

என ஆகிறது

	d	c	b	a	0	0
+			d	c	b	a
	d	c	(b + d)	(a + c)	b	a

? இதைப் பயன்படுத்தி 3874 × 101 ஐ ஒரு வரியில் பெருக்கவும்.

? ஒரு எண்ணை 101 ஆல் பெருக்கி, பெருக்கல் பலனை ஒரே வரியில் எழுதுவதற்கான பொதுவான விதி என்னவாக இருக்க முடியும்? 1001, 10001, ... ஆல் பெருக்க இந்த விதியை நீட்டிக்கவும்.

? இதைப் பயன்படுத்தி (i) 89 × 101, (ii) 949 × 101, (iii) 265831 × 1001, (iv) 1111 × 1001, (v) 9734 × 99 மற்றும் (vi) 23478 × 999. ஆகியவற்றைக் கண்டறியவும்.

கணித பேச்சு

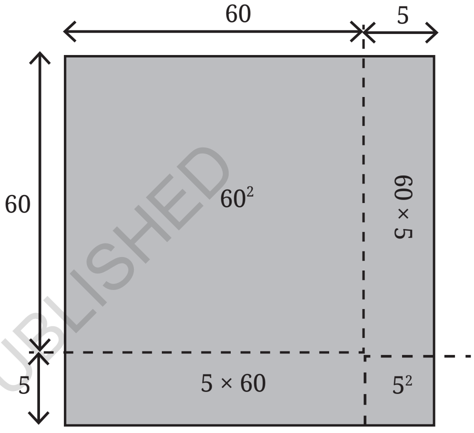
இரண்டு எண்களை எளிதில் பெருக்குவதற்குப் பங்கீட்டுப் பண்பைப் பயன்படுத்தும் இத்தகைய முறைகள் பிரம்மகுப்தர் (கி.பி 628), ஸ்ரீதராச்சாரியார் (கி.பி 750) மற்றும் பாஸ்கராச்சாரியார், லீலாவதி, (கி.பி 1150) ஆகியோரின் பண்டைய கணிதப் படைப்புகளில் விரிவாக விவாதிக்கப்பட்டன. பிரம்மஸ்புதசித்தாந்தம் (வசனம் 12.56) என்ற தனது படைப்பில், பிரம்மகுப்தர் இஷ்ட-குணனா எனப்படும் பங்கீட்டுப் பண்பைப் பயன்படுத்தி வேகமாகப் பெருக்குவதற்கான இத்தகைய முறைகளைக் குறிப்பிடுகிறார்.

©KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

6.2 பங்கீட்டு பண்பின் சிறப்பு அம்சங்கள்

இரண்டு எண்களின் கூட்டுத்தொகை/வேறுபாட்டின் வர்க்கம் (இருபடி)

? 60 அலகுகள் பக்கவாட்டு நீளம் கொண்ட ஒரு சதுரத்தின் பரப்பளவு 3600 சதுர அலகுகள் (60^2) மற்றும் 5 அலகுகள் பக்கவாட்டு நீளம் கொண்ட ஒரு சதுரத்தின் பரப்பளவு 25 சதுர அலகுகள் (5^2) ஆகும். இதைப் பயன்படுத்தி 65 அலகுகள் பக்கவாட்டு நீளம் கொண்ட ஒரு சதுரத்தின் பரப்பளவைக் கண்டுபிடிக்க முடியுமா?



படத்தில் காட்டப்பட்டுள்ளபடி, பக்க நீளம் 65 கொண்ட ஒரு சதுரத்தை 4 பகுதிகளாகப் பிரிக்கலாம் - பக்க நீளம் 60 கொண்ட ஒரு சதுரம், பக்க நீளம் 5 கொண்ட ஒரு சதுரம், மற்றும் பக்க நீளம் 60 மற்றும் 5 கொண்ட இரண்டு செவ்வகங்கள். பக்க நீளம் 65 கொண்ட ஒரு சதுரத்தின் பரப்பளவு அதன் அனைத்து கூறுகளின் பரப்பளவுகளின் கூட்டுத் தொகையாகும். மேலே உள்ள படத்தில் உள்ள நான்கு பகுதிகளின் பரப்பளவுகளைக் கண்டுபிடிக்க முடியுமா?

கணித பேச்சு

நாம் பெறுவது

$65^2 = (60 + 5)^2 = 60^2 + 5^2 + 2 \times (60 \times 5).$

$= 3600 + 25 + 600 = 4225$ சதுர அலகுகள்.

பங்கீட்டுப் பண்பு $(60 + 5) \times (60 + 5)$ ஐப் பயன்படுத்திப் பெருக்கலாம்.

$$(60 + 5) \times (60 + 5) = 60 \times 60 + 5 \times 60 + 60 \times 5 + 5 \times 5$$

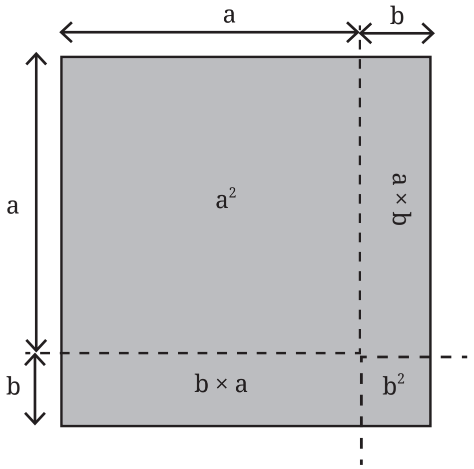
$$= 60^2 + 2 \times (60 \times 5) + 5^2.$$

? 65^2 ஐ ($(30 + 35)^2$ அல்லது $(52 + 13)^2$ என எழுதினால் என்ன செய்வது?

படங்களை வரைந்து, உங்களுக்குக் கிடைக்கும் பரப்பளவினைச் சரிபார்க்கவும்.

இரண்டு எண்களின் கூட்டுத்தொகையின் வர்க்கத்திற்கான பொதுவான கோவையைப் பார்ப்போம், $(a + b)^2$.

NOT TO BE REPUBLISHED @KTBS



பங்கீட்டுப் பண்பைப் பயன்படுத்தி, $(a+b)^2$ ஐ விரிவாக்கலாம்.

$$(a+b) \times (a+b) = a\times a + a\times b + b\times a + b\times b$$

$$= a^2 + 2ab + b^2,$$

என்பதை நாம் ஏற்கனவே எடுத்துக்காட்டு 2 இல் பார்த்தோம்.

முற்றொருமை 1A $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

? a மற்றும் b ஏதேனும் இரண்டு முழுக்களாக இருந்தால் $(a + b)^2$ எப்போதும் $a^2 + b^2$ விட அதிகமாக ஆகுமா? இல்லையென்றால் அது எப்போது அதிகமாக இருக்கும்?

? 104^2, 37^2, இன் மதிப்புகளைக் கண்டறிய முற்றொருமை 1A ஐப் பயன்படுத்தவும் (**குறிப்பு:** 104 மற்றும் 37 என்ற எண்களை இரண்டு எண்களின் கூட்டுத் தொகைகளாகவோ அல்லது வேறுபாடுகளாகவோ அதன் வர்க்கங்கள் கணக்கிட எளிதாக இருக்கும் வகையில் பிரிக்கவும்.)

? பின்வருவனவற்றிற்கான கோவைகளை எழுத முற்றொருமை 1A ஐப் பயன்படுத்தவும்.

(ii) $(m + 3)^2$ (ii) $(6 + p)^2$

? $(6x + 5)^2$. ஐ விரிவாக்கவும்.

பங்கீட்டு பண்பைப் பயன்படுத்துதல்	முற்றொருமையைப் பயன்படுத்துதல்
$(6x + 5)^2 = (6x + 5)(6x + 5)$ $= (6x \times 6x) + (5 \times 6x) + (6x \times 5) + 5 \times 5$ $= (6x)^2 + 2(6x \times 5) + 5^2$ $= 36x^2 + 60x + 25.$	$(6x + 5)^2 = (6x)^2 + 5^2 + 2 \times (6x \times 5)$ $= 36x^2 + 25 + 60x.$

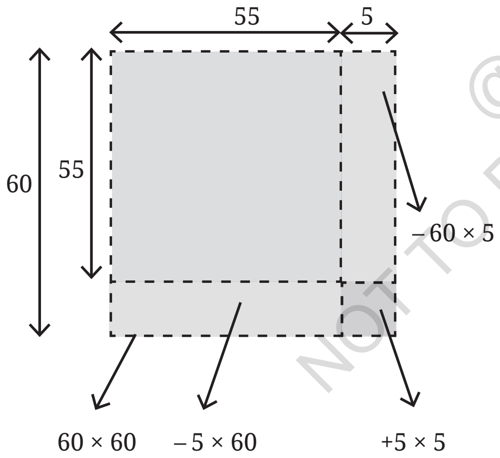
@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

பொது விதியை நினைவில் கொள்வதிலோ அல்லது பயன்படுத்துதிலோ உங்களுக்கு சிரமம் இருந்தால், நீங்கள் பெருக்கி விரும்பிய முடிவைப் பெற பங்கீட்டுப் பண்பைப் பயன்படுத்தலாம்.

❓ முற்றொருமை இரண்டையும் பயன்படுத்தியும், பங்கீட்டுப் பண்பைப் பயன்படுத்துவதன் மூலமும் விரிவாக்கு $(3j + 2k)^2$

❓ $(60 - 5)^2$ அல்லது 55^2 இன் மதிப்பைக் கண்டுபிடிக்க 60^2 (=3600) மற்றும் 5^2 (=25) ஐப் பயன்படுத்த முடியுமா? பக்க நீளம் 60 கொண்ட ஒரு சதுரத்திற்குள் அமர்ந்து பக்க நீளம் 55 கொண்ட ஒரு சதுரத்தை வரைவதன் மூலம் இதை அணுகுவோம்.

பக்க நீளம் 55 கொண்ட ஒரு சதுரத்தின் பரப்பளவு $(60 - 5)^2 = 55^2$.



பக்க நீளம் 55 கொண்ட சதுரத்தின் பரப்பளவை எடுத்து, 60 மற்றும் 5 கொண்ட இரண்டு செவ்வகங்களின் பரப்பளவை நீக்குவதன் மூலம், அதாவது $60^2 - (60 \times 5) - (5 \times 60)$. பக்க நீளம் 55 கொண்ட சதுரத்தின் பரப்பளவைப் பெறலாம்.

இதைச் செய்வதன் மூலம், பக்க நீளம் 5 கொண்ட சிறிய சதுரத்தின் பரப்பளவை இரண்டு முறை நீக்குகிறோம். உண்மையான பரப்பளவைப் பெற இந்த முடிவைக் கொண்டு நாம் என்ன செய்ய முடியும்?

இந்த முடிவுடன் பக்க நீளம் 5 உடைய சதுரத்தின் பரப்பளவை நாம் மீண்டும் கூட்டலாம். அந்த வகையில், நாம் இந்தப் பகுதியை ஒரு முறை மட்டுமே கழிக்கிறோம்.

$$(60 - 5)^2 = 60^2 - (60 \times 5) - (5 \times 60) + 5^2$$
$$= 3600 - 300 - 300 + 25$$
$$= 3025.$$

பக்க நீளம் 55 கொண்ட சதுரத்தின் பரப்பளவு 3025 சதுர அலகுகள்.

@IFBS NOT TO BE REPUBLISHED

$(a+b)^2$ விரிவடையும் போது என்ன கிடைக்கும் என்பதைப் பார்த்தோம். $(a-b)^2$ இன் விரிவாக்கம் என்ன? பங்கீட்டு பண்பைப் பயன்படுத்தி,

$$\begin{aligned}(a-b)^2 &= (a-b)\times(a-b)\\ &= (a)^2 - ba - ab + (b)^2\\ &= a^2 - 2ab + b^2.\end{aligned}$$

? $(a+b)^2$ இன் விரிவாக்கத்தையும் பயன்படுத்தி. $(a-b)^2$ விரிவாக்கத்தைக் காணலாம். எப்படி என்று சிந்தித்து பாருங்கள்.

குறிப்பு : $(a-b)^2 = (a+(-b))^2$.

இப்போது நாம் $(a+b)^2$ இன் விரிவாக்கத்தை நேரடியாகப் பயன்படுத்தலாம்.

$$(a+(-b)^2 = (a)^2 + (-b)^2 + 2\times(a)\times(-b)$$

முற்றொருமை 1B $(a-b)^2 = a^2 + b^2 - 2ab$

? 55^2க்கு நாம் செய்தது போல் வடிவியலைப் பயன்படுத்தி $(a-b)^2$ பொதுவான விரிவாக்கத்தைக் கண்டறியவும்.

? $(a-b)^2$ என்ற முற்றொருமையைப் பயன்படுத்தி (a) 99^2 மற்றும் (b) 58^2 இன் மதிப்புகளைக் கண்டறியவும்.

? முற்றொருமை 1B மற்றும் பங்கீட்டுப் பண்பு இரண்டையும் பயன்படுத்தி பின்வருவனவற்றை விரிவாக்குங்கள்.

(i) $(b-6)^2$ (ii) $(-2a+3)^2$ (iii) $(7y-\frac{3}{4z})^2$

வடிவமைப்புகளை ஆய்வு செய்தல்.

முறை 1

பின்வரும் வடிவமைப்பைப் பாருங்கள்.

$$2(2^2+1^2) = 3^2+1^2$$

$$2(3^2+1^2) = 4^2+2^2$$

$$2(6^2+5^2) = 11^2+1^2$$

$$2(5^2+3^2) = 8^2+2^2.$$

©KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

? ஒரு ஜோடி இயல் எண்களை எடுத்து, அவற்றின் வர்க்கங்களின் கூட்டுத்தொகையைக் கணக்கிடுங்கள். இந்தத் தொகையின் இரண்டு மடங்கை இரண்டு வர்கங்களின் கூட்டுத் தொகையாக எழுத முடியுமா?

இதை மற்ற ஜோடி எண்களிலும் முயற்சிக்கவும். நீங்கள் ஒரு வடிவமைப்பைக் கண்டுபிடித்தீர்களா?

$2\,(5^2 + 6^2) = (6 + 5)^2 + (6 - 5)^2$. என்பதைக் கவனியுங்கள்.

? கீழே உள்ள முற்றொருமைகள் மேலே கூறப்பட்ட வடிவமைப்பை விளக்க உதவுகின்றனவா?

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(a + b)^2 + (a - b)^2 = (a^2 + 2ab + b^2) + (a^2 - 2ab + b^2)$$

ஒத்த உறுப்புகளை கூட்டினால் $a^2 + a^2 = 2a^2$, $b^2 + b^2 = 2b^2$ மற்றும் $2ab - 2ab = 0$,

நமக்கு கிடைப்பது $2\,(a^2 + b^2) = (a + b)^2 + (a - b)^2$.

@KTBS
NOT TO BE REPUBLISHED

முறை 2

? இங்கே ஒரு தொடர்புடைய வடிவமைப்பு உள்ளது. அந்த வடிவமைப்பு எப்போதும் பொருந்துமா என்பதைத் தீர்மானிக்க இயற்கணிதத்தைப் பயன்படுத்தி வடிவமைப்பை விவரிக்க முயற்சிக்கவும்.

$$9 \times 9 - 1 \times 1 = 10 \times 8$$

$$8 \times 8 - 6 \times 6 = 14 \times 2$$

$$7 \times 7 - 2 \times 2 = 9 \times 5$$

$$10 \times 10 - 4 \times 4 = 14 \times 6$$

இங்கே வடிவமைப்பு $a^2 - b^2 = (a + b) \times (a - b)$ ஆகத் தோன்றுகிறது.

இது ஒரு முற்றொருமையா? பங்கீட்டுப் பண்பைப் பயன்படுத்தினால் நமக்கு கிடைப்பது.

$$(a + b) \times (a - b) = a^2 - ab + ba - a^2.$$

ஒத்த உறுப்புகளைச் கூட்டினால் $ab + (-ab) = 0$,

முற்றொருமை 1C $(a + b) \times (a - b) = a^2 - b^2$.

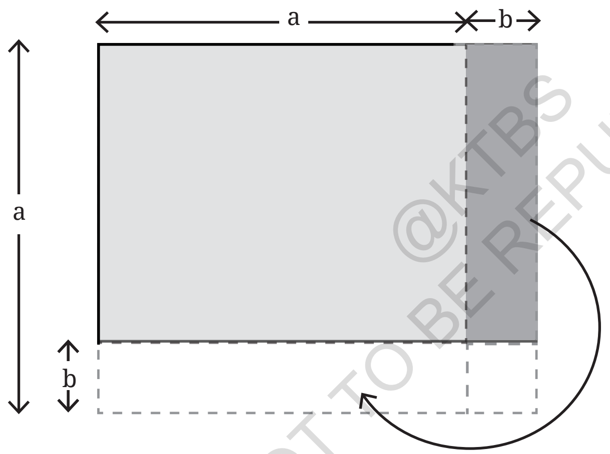
இந்த முற்றொருமையை நீங்கள் முன்பு 5 (i) இல் பார்த்திருந்தீர்கள்.

? முற்றொருமையை 1C ஐப் பயன்படுத்தி 98×102 மற்றும் 45×55 ஐக் கணக்கிடவும்.

? $(a + b) \times (a - b) = a^2 - b^2$ என்பதை வடிவியல் ரீதியாகக் காட்டுக.

முயற்சி செய்க

குறிப்பு:



@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

ஸ்ரீதராச்சாரியார் (கி.பி. 750) முற்றொருமை 1C ஐப் பயன்படுத்தி எண்களின் வர்க்கங்களை கணக்கிடுவதற்கான ஒரு சுவாரஸ்யமான முறையைக் கொடுத்தார்! இந்த அடையாளத்தின் பின்வரும் மாற்றியமைக்கப் பட்ட வடிவமைப்பைக் கவனியுங்கள்.

$$a^2 = (a + b)(a - b) + b^2$$

? இந்த முற்றொருமை ஏன் உண்மை?

இப்போது, எடுத்துக்காட்டாக, a = 31 மற்றும் b = 1 எனக் கொண்டால்,

$$31^2 = (31 + 1)(31 - 1) + 1^2$$
$$= 32 \times 30 + 1$$
$$= 961.$$

197^2 ஐ a = 197, மற்றும் b = 3 என எடுத்துக்கொள்வதன் மூலம் காணலாம்.

$$197^2 = (197 + 3)(197 - 3) + 3^2$$
$$= 200 \times 194 + 9$$
$$= 38809.$$

இதைக் கண்டுபிடியுங்கள்.

1. எது பெரியது $(a - b)^2$ அல்லது $(b - a)^2$? உங்கள் பதிலை நியாயப்படுத்துங்கள்.
2. இரண்டு வர்கங்களின் வித்தியாசமாக 100ஐ குறிப்பிடவும்.
3. 406^2, 72^2, 145^2, 1097^2 மற்றும் 124^2 நீங்கள் இதுவரை கற்ற முற்றொருமைகளைப் பயன்படுத்தி பின்வருவனவற்றின் மதிப்புகளைக் கண்டறியவும்.
4. வடிவமைப்புகள் 1 மற்றும் 2 எண்களை எண்ணுவதற்கு மட்டுமே பயன்படுமா? அவை எதிர்மறை முழுக்களுக்கும் பொருந்துமா? பின்னங்களைக் குறித்து உங்கள் கருத்து என்ன? உங்கள் பதிலை நியாயப்படுத்துங்கள்.

கணித பேச்சு

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

6.3 தவறை மனதில் கொள்ளுங்கள், தவறைச் சரிசெய்யவும்.

கீழே உள்ள சில இயற்கணித கோவைகளை அவற்றின் எளிய வடிவங்களுக்கு விரிவுபடுத்தி எளிமைப்படுத்தியுள்ளோம்.

(i) எளிய கோவைகள் ஒவ்வொன்றையும் சரிபார்த்து, ஏதேனும் தவறு இருக்கிறதா என்று பாருங்கள்.

(ii) ஏதேனும் தவறு இருந்தால், என்ன தவறு நடந்திருக்கும் என்பதை விளக்க முயற்சிக்கவும்.

(iii) பின்னர் சரியான கோவையை எழுதுங்கள்.

1.
$$-3p(-5p + 2q) = -3p + 5p - 2q = p - 2q$$

2.
$$2(x - 1) + 3(x + 4) = 2x - 1 + 3x + 4 = 5x + 3$$

3.
$$y + 2(y + 2) = (y + 2)^2 = y^2 + 4y + 4$$

4.
$$(5m + 6n)^2 = 25m^2 + 36n^2$$

5.
$$(-q + 2)^2 = q^2 - 4q + 4$$

6.
$$3a(2b \times 3c) = 6ab \times 9ac = 54a2bc$$

7.
$$\frac{1}{2}(10s - 6) + 3 = 5s - 3 + 3 = 5s$$

8.
$$5w^2 + 6w = 11w^2$$

9.
$$2a^3 + 3a^3 + 6a^2b + 6ab^2 = 5a^3 + 12a^2b^2$$

10.
$$(x + 2)(x + 5) = (x + 2)x + (x + 2)5 = x^2 + 2x + 5x + 10 = x^2 + 7x + 10$$

11.
$$(a + 2)(b + 4) = ab + 8$$

12.
$$ab^2 + a^2b + a^2b^2 = ab(a + b + ab)$$

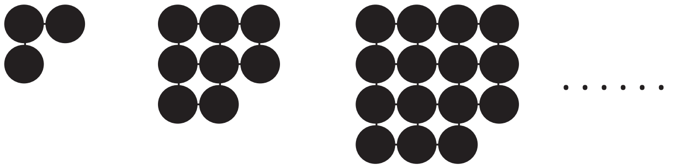
@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

6.4 இந்த வழி அல்லது அந்த வழி, எல்லா வழிகளும் விரிகுடாவிற்கு இட்டுச் செல்கின்றன.

கணித பேச்சு

கீழே உள்ள படத்தில் உள்ள வடிவமைப்பைக் கவனியுங்கள். வரிசையில் அடுத்த படத்தை வரையவும். அதில் எத்தனை வட்டங்கள் உள்ளன? படி 10 இல் மொத்தம் எத்தனை வட்டங்கள் இருக்கும்? படி'k' இல் உள்ள வட்டங்களின் எண்ணிக்கைக்கு ஒரு கோவையை எழுதுங்கள்.

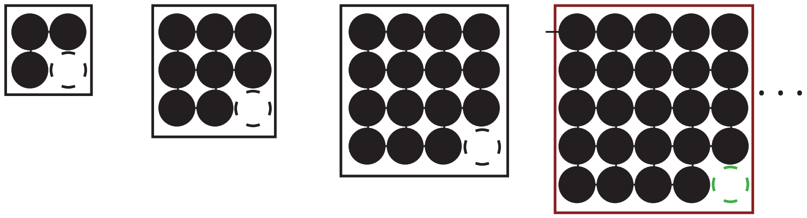
1 2 3



இந்த முறையைப் புரிந்துகொள்ள பல வழிகள் உள்ளன. சில சாத்தியக்கூறுகள் இங்கே:

முறை 1

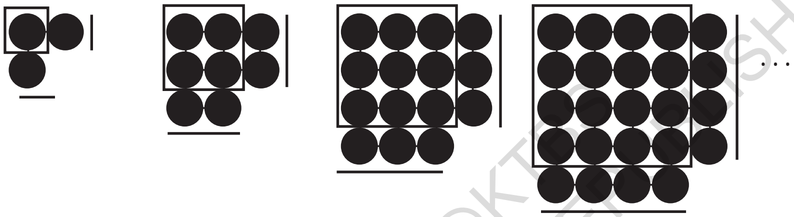
படி 1   படி 2   படி 3   படி 4   ...   படி k



$2^2 - 1$	$3^2 - 1$	$4^2 - 1$	$5^2 - 1$	
$= (\mathbf{1} + 1)^2 - 1$	$= (\mathbf{2} + 1)^2 - 1$	$= (\mathbf{3} + 1)^2 - 1$	$= (\mathbf{4} + 1)^2 - 1$	... $(k + 1)^2 - 1$

முறை 2

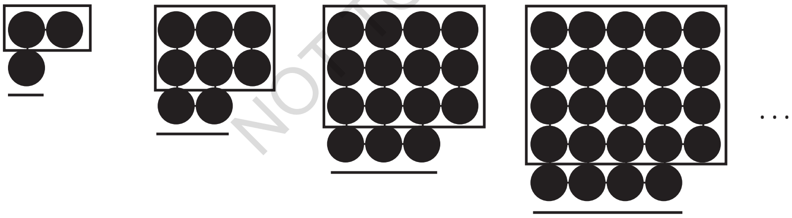
படி 1   படி 2   படி 3   படி 4   ...   படி k



$1 + 2 \times 1$	$2^2 + 2 \times 2$	$3^2 + 2 \times 3$	$4^2 + 2 \times 4$	
$= \mathbf{1}^2 + 2 \times \mathbf{1}$	$= \mathbf{2}^2 + 2 \times \mathbf{2}$	$= \mathbf{3}^2 + 2 \times \mathbf{3}$	$= \mathbf{4}^2 + 2 \times \mathbf{4}$	... $k^2 + 2 \times k$

முறை 3

படி 1   படி 2   படி 3   படி 4   ...   படி k

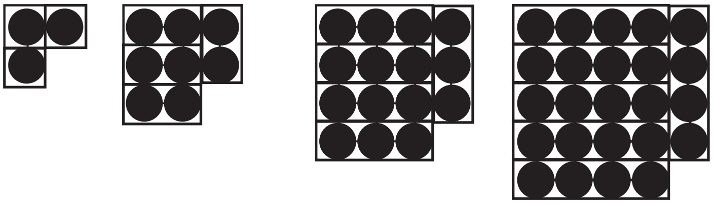


$1 \times 2 + 1$	$2 \times 3 + 2$	$3 \times 4 + 3$	$4 \times 5 + 4$	... $k \times (k + 1) + k$
$= \mathbf{1} \times (\mathbf{1} + 1) + \mathbf{1}$	$= \mathbf{2} \times (\mathbf{2} + 1) + \mathbf{2}$	$= \mathbf{3} \times (\mathbf{3} + 1) + \mathbf{3}$	$= \mathbf{4} \times (\mathbf{4} + 1) + \mathbf{4}$	

NOT TO BE REPUBLISHED @KTBS

முறை 4

படி 1   படி 2   படி 3   படி 4   . . .   படி k



படி 1	படி 2	படி 3	படி 4		படி k
1×3 $= \mathbf{1} \times (\mathbf{1} + 2)$	2×4 $= \mathbf{2} \times (\mathbf{2} + 2)$	3×5 $= \mathbf{3} \times (\mathbf{3} + 2)$	4×6 $= \mathbf{4} \times (\mathbf{4} + 2)$	. . .	$k \times (k+2)$

உங்கள் முறை இவற்றில் ஏதேனும் ஒன்றோடு பொருந்துகிறதா, அல்லது வேறுபட்டதா? நாம் அடையாளம் கண்டுள்ள ஒவ்வொரு முடிவிலும் வித்தியாசமாகத் தோன்றினாலும், அவை உண்மையில் வேறுபட்டவையா? அவை ஒரே வடிவமைப்பை விவரிப்பதால், அவை அனைத்தும் ஒரே மாதிரியாக இருக்க வேண்டும். ஒவ்வொரு முடிவையும் எளிமைப்படுத்தி கண்டுபிடிப்போம்.

$(k + 1)^2 - 1$ $= k^2 + 1 + 2k - 1$ $= k^2 + 2k$	$k^2 + 2 \times k$ $= k^2 + 2k$	$k \times (k + 1) + k$ $= k^2 + k + k$ $= k^2 + 2k$	$k \times (k + 2)$ $= k^2 + 2k$

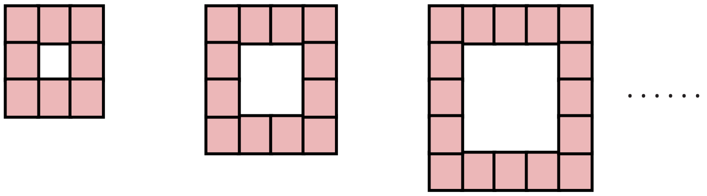
சரியாகச் செயல்படுத்தப்படும்போது, அனைத்து முறைகளும் ஒரே முடிவிற்கு வழிவகுக்கும்: $k^2 + 2k$, $k^2 + 2k$. என்ற முடிவு இந்த வடிவமைப்பின் படி k இல் உள்ள வட்டங்களின் எண்ணிக்கையைக் கொடுக்கிறது.

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

கணிதத்தில் ஒரு வடிவமைப்பைப் பார்ப்பதற்குப் பல வழிகள் உள்ளன. அதே போல ஒரே சிக்கலை அணுகித் தீர்ப்பதற்கும் வெவ்வேறு வழிகள் உள்ளன. அத்தகைய வழிகளைக் கண்டுபிடிப்பதற்கு பெரும்பாலும் அதிக படைப்பாற்றல் மற்றும் கற்பனைத் திறன், தேவைப்படுகிறது! ஒன்று அல்லது இரண்டு வழிகள் உங்களுக்குப் பிடித்தமானதாக இருக்கலாம், ஆனால் மற்ற வழிகளையும் ஆராய்வது வேடிக்கையாகவும் வளமாகவும் இருக்கும்.

❓ படி 15 இல் வட்டங்களின் எண்ணிக்கையைக் கண்டுபிடிக்க இந்த சூத்திரத்தைப் பயன்படுத்தவும்.

❓ கீழே உள்ள படத்தில் சதுர ஓடுகளால் செய்யப்பட்ட வடிவத்தைக் கவனியுங்கள்.

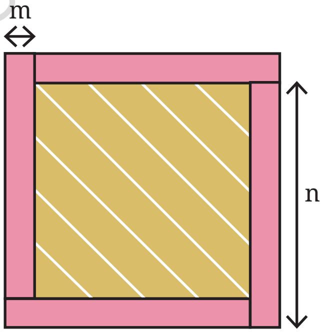


கணித பேச்சு

❓ ஒவ்வொரு உருவத்திலும் எத்தனை சதுர ஓடுகள் உள்ளன?

❓ படி 4ல் எத்தனை வரிசைகள் உள்ளன? படி 10ல் எத்தனை வரிசைகள் உள்ளன.

❓ படி n இல் உள்ள ஓடுகளின் எண்ணிக்கைக்கு ஒரு இயற்கணிதக் கோவையை எழுதுங்கள். உங்கள் முறைகளை வகுப்பில் பகிர்ந்து கொள்ளுங்கள். பதிலைக் கண்டுபிடிக்க ஒன்றுக்கு மேற்பட்ட முறைகளைக் கண்டுபிடிக்க முடியுமா?



❓ கீழே உள்ள படத்தில் (உள்) நிழலாடிய பகுதியின் பரப்பளவைக் கண்டறியவும். நான்கு செவ்வகங்களும் ஒரே பரிமாணங்களைக் கொண்டுள்ளன.

NOT TO BE REPUBLISHED @KTBS

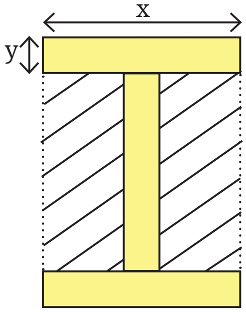
தடாங்கின் முறை:

படத்தில் $(m + n)$ பக்க அளவு உள்ள சதுரத்தின் பரப்பளவு $(m + n)^2$ ஆகும்.

நான்கு செவ்வகங்களின் பரப்பளவை மொத்த பரப்பளவில் இருந்து கழித்தால் உட்புற நிழலாடிய பகுதியின் பரப்பைக் கொடுக்கும். அதாவது, $(m + n)^2 - 4mn$.

யூசுப்பின் முறை:

நிழலாடிய பகுதியின் பக்கவாட்டு நீளம் (n – m) கொண்ட ஒரு சதுரம். எனவே, அதன் பரப்பளவு $(n-m)^2$.

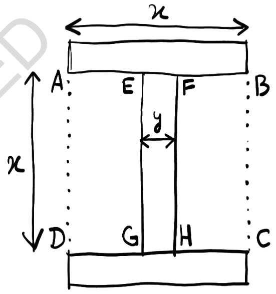


படம் 1

? இரண்டு கோவைகளையும் விரிவுபடுத்துவதன் மூலம் $(m + n)^2 - 4mn = (n - m)^2$ என்பதைச் சரிபார்க்கவும்.

? படத்தில் சாய்வான கோடுகள் உள்ள பகுதியின் பரப்பாளவைக்கண்டறியவும். மூன்று செவ்வகங்களும் ஒரே பரிமாணங்களைக் கொண்டுள்ளன. (படம் 1).

அனுஷாவின் முறை:



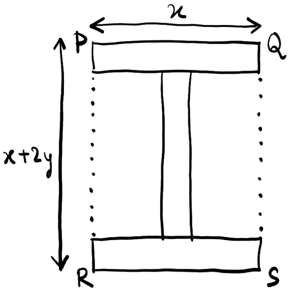
தேவையான பரப்பளவு = பரப்பளவு(ABCD) - பரப்பளவு (EFGH)

ABCDயின் பரப்பளவு = x^2.

EFGH இன் பரப்பளவு = xy.

தேவையான பரப்பளவு = $x^2 - xy$.

வைஷ்ணவியின் முறை :



$$QS = y + x + y$$
$$= x + 2y.$$

PQSR இன் பரப்பளவு = x (x + 2y)

தேவையான பரப்பளவு = PQSR இன் பரப்பளவு - (மூன்று செவ்வகங்களின் பரப்பளவு) = x (x + 2y) – 3xy.

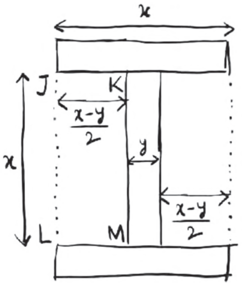
ஆதித்யாவின் முறை:

தேவையான பரப்பளவு JKLM இன் பரப்பளவை விட 2 மடங்கு அதிகம்.

$$JK = \frac{x-y}{2},\ KM = x$$

NOT TO BE REPUBLISHED @KTBS

பரப்பளவு (JKML) = $x\left(\frac{x-y}{2}\right)$



தேவையான பரப்பளவு = 2 × JKML இன் பரப்பளவு

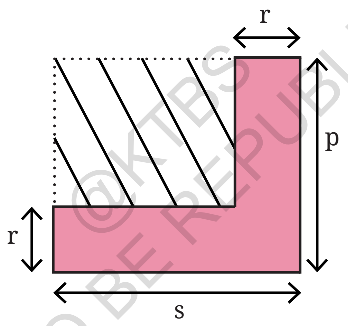
$= 2x\left(\frac{x-y}{2}\right)$

$= x\,(x-y).$

கோவைகளை விரிவாக்குவதன் மூலம், மூன்று கோவைகளும் சமமானவை என்பதைச் சரிபார்க்கவும். x = 8 மற்றும் y = 3 எனில், நிழலாடிய பகுதியின் பரப்பளவைக் கண்டறியவும்.

கீழே உள்ள படத்தில் கோடிட்ட பகுதியின் பரப்பளவிற்கு ஒரு முடிவை எழுதுங்கள். முடிவைப் பெற ஒன்றுக்கும் மேற்பட்ட முறைகளைப் பயன்படுத்தவும். p = 6, *r* = 3.5 மற்றும் *s* = 9,

கணித பேச்சு



ஆகியவற்றை மாற்றவும், பரப்பளவைக் கணக்கிடவும்:

கண்டுபிடி

1. பரிந்துரைக்கப்பட்ட முற்றொருமைகளைப் பயன்படுத்தி பெருக்கல் பலனைக் கணக்கிடுங்கள்.

(i) 46^2 முற்றொருமைக்கு 1A ஐப் பயன்படுத்தி $(a+b)^2$

(ii) 397 × 403ஐ முற்றொருமை 1C $(a+b)(a-b)$ ஐப் பயன்படுத்தி

(iii) 91^2 ஐ முற்றொருமை 1B $(a-b)^2$ ஐப் பயன்படுத்தி

(iv) 43 × 45 ஐ முற்றொருமை 1C $(a+b)(a-b)$ ஐப் பயன்படுத்தி

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

2. பின்வருவனவற்றின் பெருக்கல் பலனை தகுந்த முற்றொருமைகளை அல்லது பங்கீட்டுப் பண்பைப் பயன்படுத்தி காண்க.

(i) $(p - 1)(p + 11)$

(ii) $(3a - 9b)(3a + 9b)$

(iii) $-(2y + 5)(3y + 4)$

(iv) $(6x + 5y)^2$

(v) $(2x - \frac{1}{2})^2$

(vi) $(7p) \times (3r) \times (p + 2)$

3. ஒவ்வொரு கூற்றுக்கும் பொருத்தமான இயற்கணிதக் கோவை(களை) அடையாளம் காணவும்.

(i) ஒரு வர்க்க எண்ணை விட இரண்டு அதிகம்

$2 + s$ $(s + 2)^2$ $s^2 + 2$ $s^2 + 4$ $2s^2$ 2^2s

(ii) இரண்டு தொடர்ச்சியான எண்களின் வர்க்கங்களின் கூட்டுத்தொகை

$m^2 + n^2$ $(m + n)^2$ $m^2 + 1$ $m^2 + (m + 1)^2$

$m^2 + (m - 1)^2$ $(m + (m + 1))^2$ $(2m)^2 + (2m + 1)^2$

NOT TO BE REPUBLISHED @KTBS

4. ஒரு நாட்காட்டியில் உள்ள ஏதேனும் 2×2 என்ற வர்க்க எண்களைக் கருத்தில் கொள்ளுங்கள், கீழே காட்டப்பட்டுள்ளபடி எண்ணிக்கை.

பிப்ரவரி

Su	M	Tu	W	Th	F	Sa
						1
2	3	4	5	6	7	8
9	10	11	12	13	14	15
16	17	18	19	20	21	22
23	24	25	26	27	28	

ஒவ்வொரு மூலைவிட்டத்திலும் உள்ள எண்களின் பெருக்கல்பலன்களைக் கண்டறியவும் —$4 \times 12 = 48$, $5 \times 11 = 55$. மற்ற 2×2 சதுரங்களுக்கும் இதைச் செய்யுங்கள். மூலைவிட்ட

கணித பேச்சு

எண்களின் பெருக்கல்பலன்களைப் பற்றி நீங்கள் கணித ரீதியாக என்ன கவனிக்கிறீர்கள்? இது ஏன் நடக்கிறது என்பதை விளக்குங்கள்.

குறிப்பு: ஒவ்வொரு 2 × 2 சதுரத்திலும் உள்ள எண்களை இவ்வாறு குறிப்பிடுங்கள்.

a	(a + 1)
a + 7	(a + 8)

5. பின்வரும் கூற்றுகளில் எது உண்மை என்பதைச் சரிபார்க்கவும்.

   (i) (k + 1) (k + 2) – (k + 3) எப்போதும் 2 ஆகும்.

   (ii) (2q + 1) (2q – 3) என்பது 4 இன் மடங்கு ஆகும்.

   (iii) இரட்டை எண்களின் வர்க்கங்கள் 4 இன் மடங்கு ஆகும், மேலும் ஒற்றைப்படை எண்களின் வர்க்கங்கள் 8 இன் மடங்குகளை விட 1 அதிகம்.

   (iv) $(6n + 2)^2 – (4n + 3)^2$ என்பது ஒரு வர்க்க எண்ணை விட 5 குறைவாகும்.

6. ஒரு எண்ணை 7 ஆல் வகுத்தால் 3 மீதியும், மற்றொரு எண்ணை 7 ஆல் வகுத்தால் 5 மீதியும் இருக்கும். அவற்றின் கூட்டுத்தொகை, வேறுபாடு மற்றும் பெருக்கல் பலனை 7 ஆல் வகுத்தால் மீதி என்ன?

7. மூன்று தொடர்ச்சியான எண்களைத் தேர்ந்தெடுத்து, நடுவில் உள்ள எண்ணின் வர்க்கத்தில், மற்ற இரண்டின் பெருக்கல்பலனைக் கழிக்கவும். மற்றவற்றுடன் இதையே செய்யவும்.

   எண்களின் தொகுப்புகளில் நீங்கள் என்ன வடிவமைப்பை கவனிக்கிறீர்கள்? இதை ஒரு இயற்கணித சமன்பாடாக எவ்வாறு எழுதுவது? சமன்பாட்டின் இரு பக்கங்களையும் விரிவுபடுத்தி. அது ஒரு முற்றொருமையா என்பதைச் சரிபார்க்கவும்.

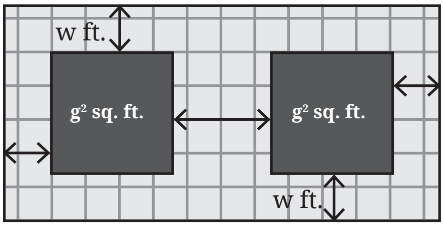
8. பின்வரும் படிகளை விவரிக்கும் இயற்கணித வெளிப்பாடு என்ன? ஏதேனும் இரண்டு எண்களைக் கூட்டவும். இதை இரண்டு எண்களின் கூட்டுத்தொகையின் பாதியால் பெருக்குக? இந்த முடிவு இரண்டு எண்களின் கூட்டுத்தொகையின் பாதி வர்க்கமாக இருக்கும் என்பதை நிரூபிக்கவும்.

©KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

9. எது பெரியது? பெருக்கற்பலனை முழுமையாகக் கணக்கிடாமல் கண்டுபிடிக்கவும்.

(ii) 14×26 or 16×24

(iii) 25×75 or 26×74



10. தெளலியில் ஒரு சிறிய பூங்கா வரப்போகிறது.

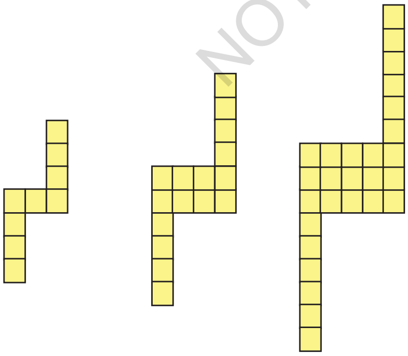
இந்தத் திட்டம் படத்தில் காட்டப்பட்டுள்ளது. இரண்டு சதுர மனைகள், ஒவ்வொன்றும் g^2 சதுர அடி பரப்பளவில், கருமை நிற போர்வையைக் கொண்டிருக்கும். மீதமுள்ள பகுதி w ft அகலம் கொண்ட ஓடுகள் பதிக்க வேண்டிய நடைபாதையாக இருக்கும். ஓடுகள் பதிக்க வேண்டிய பகுதிக்கு ஒரு இயற்கணிதக் கோவையை எழுதுங்கள்.

11. கீழே காட்டப்பட்டுள்ள ஒவ்வொரு வடிவமைப்பிற்கும்,

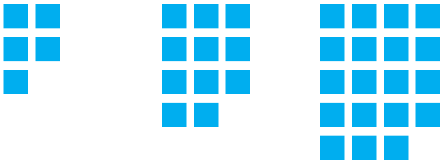
(i) அடுத்த வடிவமைப்பை வரையவும்,

(ii) படி 10 இல் எத்தனை அடிப்படை அலகுகள் உள்ளன?

(iii) அடிப்படை அலகுகளின் எண்ணிக்கையை விவரிக்க படி y க்கு ஒரு இயற்கணித கோவையை எழுதுங்கள்.



படி 1 படி 2 படி 3



படி 1 படி 2 படி 3

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

சுருக்கம்

- இரண்டு உறுப்புகளைக் கொண்ட இரண்டு கோவைகளின் பெருக்கற்பலனைக் கண்டறிய, பங்கீட்டுப் பண்பை விரிவுபடுத்தினோம்.
 அதன் பொதுவான $(a + b) \times (c+d) = ac + ad + bc + bd$.
- இந்த முற்றொருமைகளுக்கு சில சிறப்பு நிகழ்வுகளை நாம் பார்த்தோம்.
  - $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
  - $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
  - $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$.
- நாங்கள் வெவ்வேறு வடிவமைப்புகளைக் கருத்தில் கொண்டோம். மேலும் இயற்கணிதத்தைப் பயன்படுத்தி அவற்றை எவ்வாறு புரிந்துகொள்வது என்பதை ஆராய்ந்தோம். பெரும்பாலும், ஒரு சிக்கலைத் தீர்க்கவும் அதே சரியான பதிலைப் பெறவும் பல வழிகள் இருப்பதைக் கண்டோம். ஒரே சிக்கலை அணுகவும் தீர்க்கவும் வெவ்வேறு முறைகளைக் கண்டுபிடிப்பது ஒரு படைப்புச் செயல்முறையாகும்.

NOT TO BE REPUBLISHED @KTBS

இது புதிர் நேரம்

நாணய இணைப்பு

கீழே இடது புறத்தில் உள்ள படத்தில் காட்டப்பட்டுள்ளபடி 10 நாணயங்களை ஒரு முக்கோணத்தில் வரிசைப்படுத்துங்கள்.ஒரு நாணயத்தை ஒரு நேரத்தில் நகர்த்துவதன் மூலம் முக்கோணத்தை தலைகீழாக மாற்றுவதே பணி. எத்தனை நகர்வுகள் தேவை? குறைந்தபட்ச நகர்வுகளின் எண்ணிக்கை என்ன?

3 நாணயங்களைக் கொண்ட ஒரு முக்கோணத்தை ஒரே நகர்வில் தலைகீழாக மாற்றலாம், 6 நாணயங்களைக் கொண்ட ஒரு முக்கோணத்தை 2 நாணயங்களை நகர்த்துவதன் மூலம் தலைகீழாக மாற்றலாம்.

10 நாணய முக்கோணத்தை வெறும் *3* நகர்வுகளிலேயே புரட்ட முடியும்; எப்படி என்று கண்டுபிடித்தீர்களா? *15* நாணயங்களைக் கொண்ட அடுத்த பெரிய முக்கோணத்தை புரட்ட தேவையான குறைந்தபட்ச நகர்வுகளைக் கண்டறியவும். பெரிய முக்கோண எண்களுக்கும் இதையே முயற்சிக்கவும்.

நாணய நகர்வுகளின் குறைந்தபட்ச எண்ணிக்கையைக் கணக்கிட ஒரு எளிய வழி இருக்கிறதா? அத்தகைய முக்கோண ஏற்பாட்டிற்கு என்ன தேவை?

NOT TO BE REPUBLISHED ©KTBS

7 விகிதசம பகுப்பாய்வு-1

PROPORTIONAL REASONING-1

S7Y3K6

7.1 மாற்றத்தில் ஒற்றுமையைக் கவனித்தல்

நாம் அனைவரும் டிஜிட்டல் பிம்பங்களைப் பற்றி நன்கு அறிந்திருக்கிறோம். நமது தேவைகளுக்கு ஏற்ப இந்தப் பிம்பங்களின் அளவையும் நோக்குநிலையையும் அடிக்கடி மாற்றுகிறோம். கீழே உள்ள பிம்பங்களின் தொகுப்பைக் கவனியுங்கள்.

பிம்பம் A

பிம்பம் B

பிம்பம் C

பிம்பம் D

பிம்பம் E

எல்லா பிம்பங்களும் வெவ்வேறு அளவுகளில் இருப்பதை நாம் காணலாம்.

❓ எந்தப்பிம்பங்கள் ஒரே மாதிரியாகவும் எந்த பிம்பங்கள் வித்தியாசமாகவும் தெரிகின்றன?

பிம்பங்கள் (A, C மற்றும் D) வெவ்வேறு அளவுகளைக் கொண்டிருந்தாலும், அவை ஒரே மாதிரியாகத் தெரிகின்றன.

❓ பிம்பங்கள் B மற்றும் E மற்ற மூன்று பிம்பங்களைப் போல இருக்கிறதா?

இல்லை, அவை சற்று சிதைந்துள்ளன. புலி B இல் நீளமாகத் தெரிகிறது, மேலும் E இல் சுருக்கப்பட்டு பருமனாக இருக்கின்றது.

❓ ஏன்?

கணிதப் பேச்சு

A. C. மற்றும் D பிம்பங்கள் செவ்வக வடிவில் இருக்கின்றன. எது சதுரமாக உள்ளது என்பதை நீங்கள் கவனித்திருக்கலாம். அதனால்தான் E வித்தியாசமாகத் தெரிகிறது. ஆனால் B என்பதும் ஒரு செவ்வகம்தான் மற்ற செவ்வகப் பிம்பங்களிலிருந்து இது ஏன் வித்தியாசமாகத் தெரிகிறது?

இந்தக் கேள்விக்கு பதிலளிக்க ஏதாவது வடிவத்தை நாம் கவனிக்க முடியுமா? ஒருவேளை செவ்வகங்களை அளவிடுவதன் மூலம் கவனிக்க முடியுமா?

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

பிம்பம்	அகலம்(மி.மீ)	உயரம் (மி.மீ)
பிம்பம் A	60	40
பிம்பம் B	40	20
பிம்பம் C	30	20
பிம்பம் D	90	60
பிம்பம் E	60	60

❓ A, C மற்றும் D பிம்பங்கள் ஒரே மாதிரியாகவும், மற்றும் B, E பிம்பங்கள் வித்தியாசமாகவும் தோன்றுவதற்குக் காரணம் என்ன?

நாம் பிம்பம் A ஐ C உடன் ஒப்பிடும்போது C இன் அகலம் A இன் அகலத்தில் பாதியாக இருப்பதைக் காண்கிறோம். உயரமும் A இல் பாதியாகும். அகலம் மற்றும் உயரம் இரண்டும் ஒரே எண்ணால் பெருக்கப்பட்டிருப்பதைக் காணலாம். ஆனால், எது சதுரமாக உள்ளது

என்பதை நீங்கள் கவனித்திருக்கலாம். அகலம் மற்றும் உயரம் $\frac{1}{2}$ என்ற காரணியால் பெருக்கப்பட்டிருப்பதால் பிம்பங்கள் ஒரே மாதிரியாகத் தெரிகின்றன.

நாம் பிம்பம் A-ஐ பிம்பம் B-யுடன் ஒப்பிடும் போது, B-யின் அகலம் A-யின் அகலத்தை விட 20 மில்லிமீட்டர் (மி.மீ) குறைவாக இருப்பதைக் காண்கிறோம். உயரமும் A யின் உயரத்தை விட 20 மி.மீ குறைவாக உள்ளது. வித்தியாசம் (கழித்தல் மூலம்) ஒரே மாதிரியாக இருந்தாலும், பிம்பங்கள் வித்தியாசமாகத் தெரிகின்றன. அகலமும் உயரமும் ஒரே காரணியால் மாறி உள்ளனவா? B யின் உயரம் A யின் உயரத்தில் பாதி. ஆனால் B-யின் அகலம் A-யின் அகலத்தில் பாதி இல்லை. அகலம் மற்றும் உயரம் ஒரே காரணியால் மாறாத காரணத்தால் பிம்பங்கள் வித்தியாசமாகத் தெரிகின்றன.

? பிம்பம் A உடன் ஒப்பிடும்போது பிம்பம் D இன் அகலமும் உயரமும் எந்த காரணிகளால் மாறுகின்றன என்பதை உங்களால் சரிபார்க்க முடியுமா? காரணிகள் சமமாக உள்ளனவா?

பிம்பங்கள் A, C மற்றும் D ஆகியவை ஒரே மாதிரியாகத் தெரிகின்றன. ஏனெனில் அவற்றின் அகலம் மற்றும் உயரங்களும் ஒரே காரணியால் மாறிவிட்டன. அவற்றின் அகலம் மற்றும் உயரங்களில் ஏற்படும் மாற்றங்கள் விகிதா சமமானது என்று நாம் கூறலாம்.

விகிதங்கள் : கணிதத்தில் இத்தகைய விகிதசம உறவுகளைக் குறிக்க விகிதத்தின் கருத்தைப் பயன்படுத்துகிறோம்.

பிம்பம் A இன் அகலத்திற்கும் உயரத்திற்கும் உள்ள விகிதம் 60 : 40 என்று நாம் கூறலாம்.

60 மற்றும் 40 ஆகிய எண்கள் விகிதத்தின் உறுப்புகள் என்று அழைக்கப்படுகின்றன.

பிம்பத்தின் அகலம் மற்றும் உயரத்தின் விகிதம் 30:20 மற்றும் D பிம்பத்தின் அகலம் மற்றும் உயரங்களின் விகிதம் 90:60 ஆகவும் உள்ளது.

a:b என்ற விகிதத்தில் முதல் அளவின் ஒவ்வொரு a அலகுக்கும், இரண்டாவது அளவின் b அலகுகள் உள்ளன என்று நாம் கூறலாம்.

எனவே, பிம்பம் A இல், ஒவ்வொரு 60 மி.மீ அகலத்திற்கும், 40 மி.மீ உயரம் இருப்பதாக நாம் கூறலாம்.

NOT TO BE REPUBLISHED @KTBS

A. C. மற்றும் D பிம்பங்களின் அகலம் மற்றும் உயரத்தின் விகிதங்கள் விகிதசமமாக உள்ளன என்று நாம் கூறலாம். ஏனெனில் இந்த விகிதங்களின் உறுப்புகள் ஒரே காரணியால் மாறுகின்றன. எப்படி என்று பார்ப்போம்.

பிம்பம் A — 60 : 40

இரண்டு உறுப்புகளையும் $\frac{1}{2}$ யினால், பெருக்குவதால் நாம் பெறுவது

$$60 \times \frac{1}{2} : 40 \times \frac{1}{2}$$

இது 30:20, பிம்பம் C இன் அகலம் மற்றும் உயரத்தின் விகிதம் ஆகும்.

? 90:60 (பிம்பம் D) பெற 60 : 40 பிம்பம் A விகிதத்தை எந்த காரணியால் பெருக்க வேண்டும்?

விகிதங்கள் விகிதசமமா என்பதை ஒப்பிடுவதற்கான ஒரு வழி அவற்றை அவற்றின் எளிமையான வடிவமாகக் குறைத்து இந்த எளியான வடிவங்கள் சமமா என்பதைப் ஒப்பிடுவதாகும்.

7.3 விகிதங்கள் எளிய வடிவத்தில்

உறுப்புகளை அவற்றின் (HCF) உ.பொ.கா. யால் வகுப்பதன் மூலம் விகிதங்களை அவற்றின் எளிமையான வடிவத்திற்குக் குறைக்கலாம்.

பிம்பம் A இல், உறுப்புகள் 60 மற்றும் 40 ஆகும். 60 மற்றும் 40 இன் (HCF) உ.பொ.கா. என்ன? இந்த உறுப்புகளை 20 ஆல் வகுத்தால், பிம்பம் A இன் விகிதம் அதன் எளிய வடிவத்தில் 3: 2 ஆகக் கிடைக்கும்.

பிம்பம் D இன் விகிதம் 90 : 60 ஆகும். இரண்டு உறுப்புகளையும் 30 ஆல் வகுத்தால் (90 மற்றும் 60 இன் (HCF) உ.பொ.கா. எளிமையான வடிவம் 3:2 ஆகும். எனவே பிம்பம் A மற்றும் D இன் விகிதங்களும் விகித சமம் ஆகும்.

பிம்பங்கள் B மற்றும் E இன் விகிதங்களின் எளிமையான வடிவம் என்ன?

பிம்பம் B இன் விகிதம் 40:20; அதன் எளிமையான வடிவம், 2 : 1 ஆகின்றது.

பிம்பம் E இன் விகிதம் 60:60, அதன் எளிமையான வடிவம், 1 : 1 ஆகின்றது.

இந்த விகிதங்கள் 3:2 ஐப் போன்றது அல்ல எனவே, B மற்றும் E பிம்பங்களின் அகலம் மற்றும் உயரத்தின் விகிதங்கள் A, C மற்றும் D பிம்பங்களின் விகிதங்களுக்கு விகிதசமத்தில் இல்லை என்று நாம் கூறலாம்.

©KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

> இரண்டு விகிதங்கள் அவற்றின் எளிமையான வடிவங்களில் ஒரே மாதிரியாக இருந்தால், விகிதங்கள் விகிதசமத்தில் உள்ளன என்று கூறுகிறோம். அவை விகிதசமத்தில் இருப்பதைக் குறிக்க '::' என்ற குறியீட்டைப் பயன்படுத்துகிறோம்.
>
> எனவே a: b :: c : d என்பது a : b மற்றும் c : d விகிதங்கள் விகிதசமத்தில் உள்ளன என்பதைக் குறிக்கிறது.

இதனால்,

60:40 :: 30:20 மற்றும் 60:40 :: 90:60.

7.4 விகிதசம பகுப்பாய்வுடன் சிக்கல் தீர்க்கும் முறை

? **எடுத்துக்காட்டு 1:** விகிதங்கள் 3 : 4 மற்றும் 72 : 96 விகிதசமத்தில் உள்ளனவா?

3 : 4 ஏற்கனவே அதன் எளிமையான வடிவத்தில் உள்ளது.

72 : 96 இன் எளிமையான வடிவத்தைக் கண்டுபிடிக்க, இரண்டு உறுப்புகளையும் (HCF) உ.பொ.கா. ஆல் வகுக்க வேண்டும்.

? 72 மற்றும் 96 இன் (HCF) உ.பொ.கா. என்ன?

72 மற்றும் 96 இன் HCF 24 ஆகும். இரண்டு உறுப்புகளையும் 24 ஆல் வகுத்தால், நமக்கு 3:4 கிடைக்கும். இரண்டு விகிதங்களும் அவற்றின் எளிமையான வடிவத்தில் ஒரே மாதிரியாக இருப்பதால், அவை விகிதசமத்தில் உள்ளன.

? **உதாரணம் 2:** ஒரு கொண்டாட்டத்திற்காக கேசாங் எலுமிச்சைப் பழ பானம் தயாரிக்க விரும்பினாள். அவள் ஒரு பாத்திரத்தில் 6 கிளாஸ் எலுமிச்சைப் பழபானத்தை தயாரித்து, அதில் 10 ஸ்பூன் சர்க்கரையைச் சேர்த்தாள். அவளுடைய தந்தை கொண்டாட்டத்தில் அதிகமான மக்கள் சேருவார்கள் என்று எதிர்பார்த்தார். எனவே, அவர் அவளிடம் மேலும் 18 கிளாஸ் எலுமிச்சைப் பழபானம் தயாரிக்கச் சொன்னார்.

? அதே இனிப்புடன் எலுமிச்சைப் பழபானத்தை தயாரிக்க அவள் எத்தனை ஸ்பூன் சர்க்கரை சேர்க்க வேண்டும்?

அதே இனிப்பைப் பராமரிக்க, எலுமிச்சைப் பழபானத்தின் கிளாஸ்களின் எண்ணிக்கைக்கும் சர்க்கரை ஸ்பூன்களின் எண்ணிக்கைக்கும் இடையிலான விகிதம் விகிதசமத்தில் இருக்க வேண்டும். 6 கிளாஸ் எலுமிச்சைப் பழ பானத்திற்கு அவள் 10 ஸ்பூன் சர்க்கரையைச் சேர்த்தாள்.

© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

ஆறு கிளாஸ் எலுமிச்சைப் பழபானத்திற்கும் சர்க்கரைக்கும் உள்ள விகிதம் 6 : 10, அவள் இன்னும் 18 கிளாஸ் எலுமிச்சைப் பழ பானத்தை தயாரிக்க வேண்டும் என்றால், அவள் எத்தனை ஸ்பூன் சர்க்கரையைப் பயன்படுத்த வேண்டும் ? இந்த சிக்கலை நாம் மாதிரியாகக் கொள்ளலாம்.

$$6 : 10 :: 18 : ?$$

விகிதங்கள் விகிதசமத்தில் இருக்க, விகிதத்தில் உள்ள ஒவ்வொரு உறுப்பும் ஒரே காரணியால் மாற வேண்டும் என்பதை நாம் அறிவோம்.

❓ விகிதத்தில் ஏற்படும் மாற்றத்தின் காரணியை எவ்வாறு கண்டுபிடிப்பது ?

முதல் உறுப்பு 6 இலிருந்து 18 ஆக அதிகரித்துள்ளது. மாற்றத்தின் காரணியைக் கண்டுபிடிக்க,18ஐ 6 ஆல் வகுத்தால் 3 கிடைக்கும்.

இரண்டாவது உறுப்பும் அதே காரணியால் மாற வேண்டும். 10 ஆக இருக்கும்போது 3 மடங்கு அதிகரித்தால், அது 30 ஆகிறது. இதனால்,

$$6 : 10 : 18 : 30$$

எனவே, அவள் முன்பு இருந்த அதே இனிப்புடன் 30 ஸ்பூன் சர்க்கரையைப் பயன்படுத்தி 18 கிளாஸ் எலுமிச்சைப் பழபானம் தயாரிக்க வேண்டும்.

© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

❓ **உதாரணம் 3:** நிதினும் ஹரியும் தங்கள் வீட்டைச் சுற்றி ஒரு சுற்றுச்சுவரைக் கட்டிக்கொண்டிருந்தனர். நிதின் 60 அடி நீளமுள்ள நீளமான பக்கத்தையும், ஹரி 40 அடி நீளமுள்ள குறுகிய பக்கத்தையும் கட்டிக்கொண்டிருந்தார். நிதின் 3 பைகள் சிமெண்டைப் பயன்படுத்தினார். ஆனால் ஹரி 2 பைகள் சிமெண்டை மட்டுமே பயன்படுத்தினார். ஹரி தன்னைவிட குறைவாக சிமெண்டைப் பயன்படுத்தியதால் அவர் கட்டிய சுவர் தான் கட்டிய சுவரைப் போல வலுவாக இருக்காது என்று நிதின் கவலைப்பட்டார்.

❓ நிதின் நினைப்பது சரியா ?

நிதின் மற்றும் ஹரியின் விஷயத்தில், சுவரின் நீளத்திற்கும் அவர்கள் ஒவ்வொருவரும் பயன்படுத்தும் சிமெண்ட் பைகளுக்கும் உள்ள விகிதத்தை ஒப்பிட்டு, அவை விகிதசமத்தில் உள்ளனவா என்பதைப் பார்க்க வேண்டும்.

நிதினின் விஷயத்தில் விகிதம் 60 : 3, அதாவது 20 : 1 (அதன் எளிய வடிவத்தில்).

ஹரியின் விஷயத்தில் விகிதம் 40 : 2 அதாவது 20 : 1 (அதன் எளிய வடிவத்தில்).

இரண்டு விகிதங்களும் விகிதசமத்தில் இருப்பதால், சுவர்கள் சமமாக வலுவாக உள்ளன. நிதின் கவலைப்பட வேண்டாம்!

? **எடுத்துக்காட்டு 4:** எனது பள்ளியில், 5 ஆசிரியர்களும் 170 மாணவர்களும் உள்ளனர். எனது பள்ளியில் ஆசிரியர்களுக்கும் மாணவர்களுக்கும் இடையிலான விகிதம் 5 : 170. உங்கள் பள்ளியில் உள்ள ஆசிரியர்கள் மற்றும் மாணவர்களின் எண்ணிக்கையை குறிப்பிடவும். உங்கள் பள்ளியில் ஆசிரியர்களுக்கும் மாணவர்களுக்கும் இடையிலான விகிதம் என்ன? அதை கீழே எழுதுங்கள்.

______ : ______

? உங்கள் பள்ளியில் ஆசிரியர்-மாணவர் விகிதம், என் பள்ளியில் உள்ளபடி விகிதசமத்தில் உள்ளதா?

? **எடுத்துக்காட்டு 5:** உங்கள் வகுப்பறையில் உள்ள கரும்பலகையின் (Black Board) அகலம் மற்றும் உயரத்தை (அருகிலுள்ள செ.மீ. வரை) அளவிடவும். கரும்பலகையின் அகலத்திற்கும் உயரத்திற்கும் உள்ள விகிதம் என்ன?

______ : ______

? உங்கள் குறிப்பேட்டில் அகலமும் உயரமும் கரும்பலகையில் உள்ள விகிதத்திற்கு விகிதசமத்தில் இருக்கும் ஒரு செவ்வகத்தை வரைய முடியுமா?

? நீங்கள் வரைந்த செவ்வகத்தையும் உங்கள் வகுப்பு தோழர்கள் வரைந்த செவ்வகத்தையும் ஒப்பிட்டுப் பாருங்கள். அவை அனைத்தும் ஒரே மாதிரியாக இருக்கின்றனவா?

கணிதப் பேச்சு

ஆசிரியருக்கான குறிப்பு: மாணவர்கள் தொடர்புபடுத்தக்கூடிய இதுபோன்ற கூடுதல் உதாரணங்களைக் கொடுத்து அவர்கள் ஏன் சரியானவைகள் என்று நினைக்கிறார்கள் என்பதற்கான காரணங்களைக் கூறச் சொல்லுங்கள். இந்தப் பிரச்சினைகளில் ஈடுபடுவதும் விகிதசம பகுப்பாய்வு செயல்முறை மூலம் தீர்வுகளைக் கண்டறிவதும் கற்றல் நடைமுறைகள் மற்றும் சிக்கல்களைத் தீர்ப்பதற்கான முறைகளுடன் இணைந்து செல்ல வேண்டும்.

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

எடுத்துக்காட்டு 6 : நீலிமாவுக்கு 3 வயது இருக்கும்போது அவளுடைய தாயின் வயது அவளுடைய வயதைப் போல 10 மடங்கு. நீலிமாவின் வயதுக்கும் அவளுடைய தாயின் வயதுக்கும் உள்ள விகிதம் என்ன? நீலிமாவுக்கு 12 வயது இருக்கும்போது அவர்களின் வயதின் விகிதம் என்னவாக இருக்கும்? அது அப்படியே இருக்குமா?

நீலிமாவுக்கு 3 வயதாக இருக்கும்போது நீலிமாவின் வயதுக்கும் அவளுடைய தாயின் வயதுக்கும் உள்ள விகிதம் 3:30 (அவளுடைய தாயின் வயது நீலிமாவின் வயதைப் போல 10 மடங்கு) எளிமையான வடிவத்தில் இது 1:10 ஆகும்.

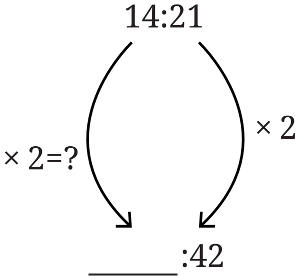
நீலிமாவுக்கு 12 வயது ஆகும்போது (அதாவது 9 ஆண்டுகளுக்குப் பிறகு). அவர்களின் வயது விகிதம் 12:39 ஆக இருக்கும் (9 ஆண்டுகளுக்குப் பிறகு, அவளுடைய தாய்க்கு 39 வயது இருக்கும்) எளிமையான வடிவத்தில், இது 4:13 ஆகும்.

நாம் ஒரு விகிதத்தின் உறுப்புகளிலிருந்து அதே எண்ணைக் கூட்டும்போது (அல்லது கழிக்கும்போது), விகிதம் மாறுகிறது மற்றும் அசல் விகிதத்திற்கு விகிதசமமாக இருக்க வேண்டிய அவசியமில்லை.

எடுத்துக்காட்டு 7: 14 : 21க்கு விகிதசமமாக இருக்கும் பின்வரும் விகிதங்களில் விடுபட்ட எண்களை நிரப்பவும்.

______ : 42 6 : ______ 2 : ______

முதல் விகிதத்தில், முதல் உறுப்பு நமக்குத் தெரியாது. ஆனால் இரண்டாவது உறுப்பு 42. இது 14:21 என்ற விகிதத்தின் இரண்டாவது உறுப்பின் 2 மடங்கு ஆகும். எனவே, முதல் உறுப்பின் 2 மடங்கு 14 ஆகவும் இருக்க வேண்டும். எனவே விகிதசமமாக இருக்கும் விகிதம் 28: 42 ஆகும். இரண்டாவது விகிதத்திற்கு, முதல் உறுப்பு 6 ஆகும்.



6ஐப் பெற 14ஐ எந்த காரணியால் பெருக்க வேண்டும்? அது ஒரு முழு எண்ணாக இருக்க முடியுமா? அல்லது அது ஒரு பின்னமாக இருக்க வேண்டுமா?

© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

இதை நாம் 14y = 6 என மாதிரியாக்கலாம். எனவே, $y = \frac{6}{14} = \frac{3}{7}$.

எனவே, நாம் 21 ஐ (14 : 21 இன் இரண்டாவது உறுப்பு) அதே காரணி $\frac{3}{7}$ ஆல் பெருக்க வேண்டும்.

$21 \times \frac{3}{7}$ இன் மதிப்பு 9. அதனால் விகிதம் 6 : 9 ஆகும்.

மூன்றாவது விகிதத்தில், முதல் உறுப்பு 2 ஆகும்.

நாம் 14 ஐ (14 : 21 இன் முதல் உறுப்பு) 7 ஆல் (14 மற்றும் 21 இன் HCF) வகுத்தால் 2 கிடைக்கும் என்பதைக் காணலாம்.

நாம் 21 ஐ 7 ஆல் வகுத்தால், நமக்கு 3 கிடைக்கும். எனவே, விகிதம் 2 : 3 ஆகும்.

ஃபில்டர் காபி!

ஃபில்டர் காபி என்பது பாலுடன் காபி டிகாஷனைக் கலந்து தயாரிக்கப்படும் ஒரு பானமாகும். மஞ்சுநாத் வழக்கமாக தனது காபி கடையில் ஒரு கப் ஃபில்டர் காபி தயாரிக்க 15 மில்லி காபி டிகாஷனை 35 மில்லி பாலுடன் கலந்து பயன்படுத்துவார்.

இந்த விஷயத்தில், காபி டிகாஷனுக்கும் பாலுக்கும் உள்ள விகிதம் 15:35 என்று நாம் கூறலாம்.

© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

வாடிக்கையாளர்கள் திடமான ஃபில்டர் காபியை விரும்பினால், மஞ்சுநாத் 20 மில்லி டிகாக்ஷனை 30 மில்லி பாலுடன் கலக்கிறார். இங்கே விகிதம் 20: 30 ஆகும்.

? இந்த காபி ஏன் திடமானது?

மேலும் அவர்களுக்கு திடம் குறைந்த வடிகட்டி காபி வேண்டுமென்றால், அவர் 10 மில்லி டிகாஷனும் 40 மில்லி பாலையும் கலந்து, 10:40 என்ற விகிதத்தை உருவாக்குகிறார்.

கணிதப் பேச்சு

? இந்த காபி ஏன் திடம் குறைவாக இருக்கிறது?

கணிதப் பேச்சு

மஞ்சுநாத் காபி டிகாஷனை பாலுடன் கலக்கும் வெவ்வேறு விகிதங்களை பின்வரும் அட்டவணை காட்டுகிறது. காபி வழக்கமான காபியை விட திடமானதா அல்லது திடம் குறைவானதா என்பதை கடைசி பத்தியில் எழுதுங்கள்.

காபி டிகாஷன் (மி.லி இல்)	பால் (மி.லி இல்)	வழக்கமான/வலுவான/ திடம் குறைந்த
300	600	
150	500	
200	400	
24	56	
100	300	

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

? கண்டுபிடியுங்கள்.

1. பின்வரும் விகிதசமக் கூற்றுகளில் எது சரியானது என்பதை வட்டமிடுங்கள்.

(i) 4 : 7 :: 12 : 21 (ii) 8 : 3 :: 24 : 6

(iii) 7 : 12 :: 12 : 7 (iv) 21 : 6 :: 35 : 10

(v) 12 : 18 :: 28 : 12 (vi) 24 : 8 :: 9 : 3

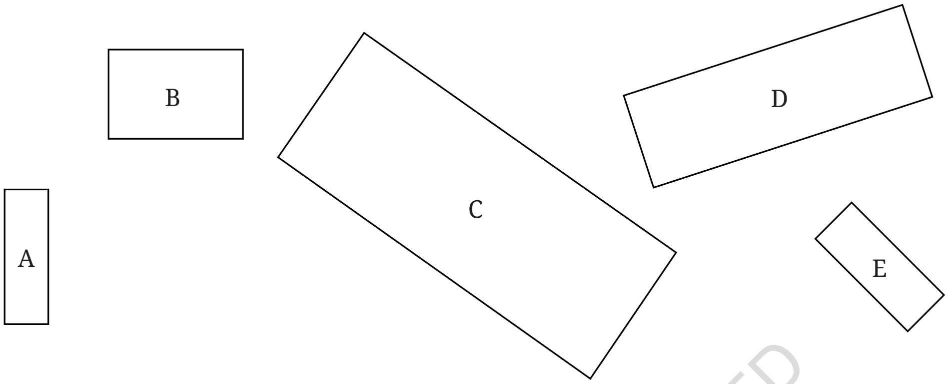
2. 4 : 9 என்ற விகிதசமத்தில் உள்ள 3 விகிதங்களை எழுதுங்கள்.

______ : ______ ______ : ______ ______ : ______

3. 18 : 24 க்கு விகிதசமமாக இருக்கும்படி இவ்விகிதங்களில் விடுப்பட்ட எண்களை நிரப்பவும்.

3 : ______ 12 : ______ 20 : ______ 27 : ______

4. பின்வரும் செவ்வகங்களைப் பாருங்கள். எந்த செவ்வகங்கள் ஒன்றுக்கொன்று ஒத்திருக்கின்றன? ஒரு அளவுகோலைப் பயன்படுத்தி அகலத்தையும் உயரத்தையும் அளந்து அவற்றின் விகிதங்களை ஒப்பிட்டுப் பார்ப்பதன் மூலம் இதைச் சரிபார்க்கலாம்.

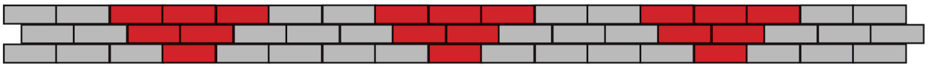


5. பின்வரும் செவ்வகத்தைப் பாருங்கள். உங்கள் குறிப்பேடுகளில் ஒரே அகலம் மற்றும் உயர விகிதத்தில் ஒரு சிறிய செவ்வகத்தையும் ஒரு பெரிய செவ்வகத்தையும் வரைய முடியுமா? உங்கள் செவ்வகங்களை உங்கள் வகுப்பு தோழர்களின் வரைபடங்களுடன் ஒப்பிடுக.

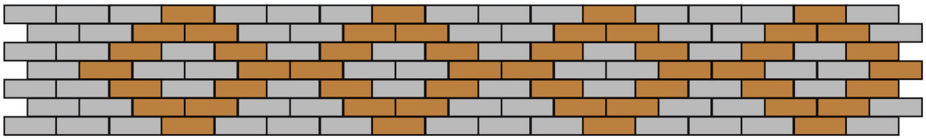
அனைத்தும் ஒரே மாதிரியானவையா? அவை உங்களுடையதிலிருந்து வேறுபட்டால் ஏன் என்று உங்களால் யோசிக்க முடியுமா? அவை தவறா?

கணிதப் பேச்சு

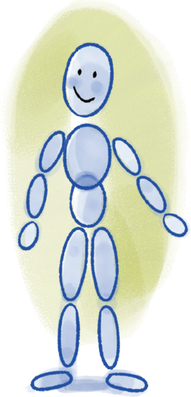
6. பின்வரும் படம் வண்ண செங்கற்களைப் பயன்படுத்தி கீழ்கண்ட வடிவத்துடன் கட்டப்பட்ட நீண்ட செங்கல் சுவரின் ஒரு சிறிய பகுதியைக் காட்டுகிறது. ஒவ்வொரு சுவரும் சுவர் முழுதும் இந்த வடிவம் தொடர்கிறது. சாம்பல் செங்கற்களுக்கும் வண்ண செங்கற்களுக்கும் உள்ள விகிதம் என்ன? விகிதங்களை அவற்றின் எளிமையான வடிவத்தில் கொடுக்க முயற்சிக்கவும்.

(a) 

NOT TO BE REPUBLISHED @KTBS

(b) 

7. சில மனித உருவங்களை வரைவோம். உங்கள் நண்பரின் உடலை அளவிடவும் அவர்களின் தலை, உடல், கைகள் மற்றும் கால்களின் நீளம். கீழே குறிப்பிடப்பட்டுள்ள விகிதங்களை எழுதுங்கள்



a) தலை : தலை நீங்கிய பாகம்

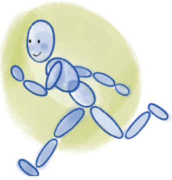
b) ______ : ______

c) தலை நீங்கிய பாகம் : கைகள்

d) ______ : ______

e) தலை நீங்கிய பாகம் : கால்கள்

f) ______ : ______



©KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

இப்போது, மேலே குறிப்பிட்டபடி தலை, தலை நீங்கிய பாகம், கைகள் மற்றும் கால்கள் சம விகிதத்தில் இருக்குமாறு உருவத்தை வரையவும்.

? விகிதங்கள் விகிதசமத்தில் இருந்தால் வரைந்த பிம்பம் மிகவும் யதார்த்தமாகத் தெரிகிறதா? ஏன்? ஏன் கூடாது?

கணித பேச்சு

ஆசிரியருக்கான குறிப்பு: இந்த அனைத்து நடவடிக்கைகளிலும் மாணவர்கள் தங்கள் படங்கள் விகிதசமத்தில் இருப்பதற்கான காரணத்தை நியாயப்படுத்த ஊக்குவிக்கவும்.

மூன்று உறுப்புகள் (Trai Rasika)- மூன்றின் விதி

? **எடுத்துக்காட்டு 8:** 120 மாணவர்கள் உள்ள ஒரு பள்ளியில் மதிய உணவிற்கு, சமையல்காரர் வழக்கமாக 15 கிலோ அரிசியிலான உணவை தயாரிப்பார். மழை நாளில், 80 மாணவர்கள் மட்டுமே பள்ளிக்கு வருவார்கள். உணவு வீணாகாமல் இருக்க சமையல்காரர் எத்தனை கிலோ அரிசியிலான உணவை தயாரிக்க வேண்டும்?

மாணவர்களின் எண்ணிக்கைக்கும் அரிசியின் அளவிற்கும் உள்ள விகிதம் விகிதசமத்தில் இருக்க வேண்டும்.

எனவே, $120 : 15 :: 80 : ?$

? முதல் உறுப்பில் உண்டான மாற்றத்திற்கான காரணி என்ன?

உறுப்புகளை வகுப்பதன் மூலம் நாம் அதைக் காணலாம்.

$$\frac{80}{120} = \frac{2}{3}.$$

மாணவர்களின் எண்ணிக்கை, $\frac{2}{3}$ என்ற காரணியால் குறைக்கப் பட்டுள்ளது.

அரிசியின் எடையை அதே காரணியால் பெருக்கும்போது, நமக்குக் கிடைப்பது.

$$15 \times \frac{2}{3} = 10.$$

எனவே, சமையல்காரர் அன்று 10 கிலோ அரிசி உணவை தயாரிக்க வேண்டும்.

மேலே உள்ள சூழ்நிலையில் விகிதசம பகுப்பாய்வைப் பயன்படுத்த சிக்கலுக்கு தீர்வைக் காண வேண்டிய அவசியத்திற்கான ஒரு பொதுவான எடுத்துக்காட்டு ஆகும். நான்கு அளவுகள் விகிதசமத்தில் இணைக்கப்பட்டுள்ளது. அவற்றில் மூன்று அறியப்பட்டவை, மேலும் நான்காவது அறியப்படாத, அளவை நாம் கண்டுபிடிக்க வேண்டும்.

இதுபோன்ற சிக்கல்களைத் தீர்க்க, இயற்கணிதக் குறியீட்டைப் பயன்படுத்தி நாம் இரண்டு விகிதசம விகிதங்களை மாதிரியாக்கலாம்.

இயற்கணிதக் குறியீடு - $a : b :: c : d.$

இந்த இரண்டு விகிதங்களும் விகிதசமமாக இருக்க c என்ற உறுப்பு f என்ற காரணியைக் கொண்ட a என்ற உறுப்பின் பெருக்கலாக இருக்க வேண்டும். மேலும் d என்ற உறுப்பு f என்ற காரணியைக் கொண்ட b என்ற உறுப்பின் பெருக்கலாக இருக்க வேண்டும். என்பதை நாம் அறிவோம். எனவே,

$$c = fa \quad ...(1)$$

$$d = fb \quad ...(2)$$

©KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

(1) மற்றும் (2) இலிருந்து, நாம் இதைக் கூறலாம்.

$$f = \frac{c}{a} \text{ மற்றும் } f = \frac{d}{b}.$$

$$\text{ஆகையால், } \frac{c}{a} = \frac{d}{b}.$$

இரு பக்கங்களையும் ab ஆல் பெருக்கினால் நமக்குக் கிடைப்பது.

$$ab \times \frac{c}{a} = ab \times \frac{d}{b}$$

$$\cancel{a}b \times \frac{c}{\cancel{a}} = a\cancel{b} \times \frac{d}{\cancel{b}}$$

$$bc = ad \text{ அல்லது } ad = bc$$

எனவே, a : b :: c : d எனும்போது, ad=bc. இது உறுப்புகளின் குறுக்கு பெருக்கல் என்று அழைக்கப்படுகிறது.

ad = bc என்பதால், நாம் அதைக் காட்டலாம்.

$$d = \frac{bc}{a}.$$

> இரண்டு விகிதங்களின் உறுப்புகள் குறுக்கு பெருக்கலின் போது சமமாக இருந்தால் அவை விகிதசமமாகும். நான்காவது அறியப்படாத அளவை அத்தகைய குறுக்கு பெருக்கல் மூலம் காணலாம்.

©KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

பண்டைய இந்தியாவில் ஆர்யபட்டர் (பொ.ச 499) or (499CE) மற்றும் பிறர் இத்தகைய விகிதசம சிக்கல்களை மூன்று சிக்கல்களின் விதி என்று அழைத்தனர். பிரமாணம் (இங்கு அளவு-'a'), ஃபலா (இங்கு விளைவு-'b'), மற்றும் இச்சா (இங்கு கோரிக்கை-'c') இச்சாஃபாலா (எங்கள் விஷயத்தில் 3-பிரச்னைகள் கொடுக்கப்பட்டன. விளைச்சல்-'d'ஐக் கண்டுபிடிக்க, ஆர்யபட்டர் கூறுகிறார்.

''ஃபாலாவை இச்சாவால் பெருக்கி, அதன் விளைவாக வரும் பலனை பிரமாணத்தால் வகுக்கவும்.''

வேறு வார்த்தைகளில் கூறுவதானால், ஆர்யபட்டர் கூறுகிறார்.

''பிரமாண : ஃபாலா : : இச்சா : இச்சாஃபாலா,'' எனவே,

பிரமாண × இச்சாஃபாலா = ஃபாலா × இச்சா

இதனால்,

$$\text{இச்சாஃபாலா} = \frac{\text{ஃபலா} \times \text{இச்சா}}{\text{பிரமாணம்}}.$$

பண்டைய ஆர்யபட்டரால் முன்மொழியப்பட்ட குறுக்கு பெருக்கல் முறையைப் பயன்படுத்தி இந்தியர்கள் விகிதாசாரத்தை உள்ளடக்கிய சிக்கலான பிரச்சினைகளை தீர்த்தனர்.

? ***எடுத்துக்காட்டு 9 :*** ஒரு கார் *150* நிமிடங்களில் *90* கி.மீ. பயணிக்கிறது. அதே வேகத்தில் தொடர்ந்தால், அது *4* மணி நேரத்தில் எவ்வளவு தூரத்தைக் கடக்கும்?

அது அதே வேகத்தில் தொடர்ந்தால், எடுக்கப்பட்ட நேரத்தின் விகிதம் கடக்கும் தூரத்தின் விகிதத்திற்கு விகிதசமத்தில் இருக்க வேண்டும்.

150 : 90 : : 4 : ?

? கேள்வியை உருவாக்க இது சரியான முறையா?

இல்லை ஏனென்றால் 150 நிமிடங்களில் குறிக்கப்பட்டுள்ளது ஆனால் 4 மணிநேரங்களில் உள்ளது. இரண்டாவது விகிதத்தில் நேரத்தைக் குறிக்க முதல் விகிதத்தைப் போலவே அதே அலகுகளைப் பயன்படுத்த வேண்டும். 4 மணிநேரம் என்பது 240 நிமிடங்கள் என்பதால், சரியான வடிவம்.

150 : 90 : : 240 : ?

? 240 நிமிடங்களில் கடக்கும் தூரத்தை எப்படிக் கண்டுபிடிப்பது?

உங்கள் வகுப்பு தோழர்களுடன் கலந்துரையாடி, பல்வேறு உத்திகளைப் பயன்படுத்தி பதிலைக் கண்டறியவும்.

> **ஆசிரியருக்கு குறிப்பு:** தூரத்தின் சிக்கலைத் தீர்க்க ஒரு 'முறையை' வழங்குவதற்குப் பதிலாக வெவ்வேறு உத்திகள் மூலம் பதிலைப் பகுத்தறிய மாணவர்களை ஊக்குவிக்கவும்.
> சமமான பின்னங்கள் மற்றும் சமமான விகிதங்களைப் பற்றிய புரிதலைப் பயன்படுத்தி அவர்கள் பதிலைக் கண்டுபிடிக்கலாம்.

இந்த விகிதத்தை நாம் மாதிரியாகக் கொள்ளலாம்.

150 : 90 :: 240 : x.

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

குறுக்கு பெருக்கல் மூலம், நாம் பெறுவது

$$150 \times x = 240 \times 90$$

எனவே, $x = \frac{240 \times 90}{150}$.

$$= \frac{\overset{48}{\cancel{240}} \times \overset{3}{\cancel{90}}}{\underset{1}{\cancel{\underset{5}{\cancel{150}}}}} = 144.$$

கார் 4 மணி நேரத்தில் கடக்கும் தூரம் 144 கி.மீ.

எடுத்துக்காட்டு *10* : இமாச்சலப் பிரதேசத்தில் ஒரு சிறு விவசாயி 200 கிராம் தேயிலை பாக்கெட்டை ₹200க்கு விற்கிறார். மேகாலயாவில் உள்ள ஒரு பெரிய எஸ்டேட் ஒவ்வொரு 1 கிலோ தேயிலை பாக்கெட்டை ₹800க்கு விற்கிறது. இரண்டு இடங்களிலும் எடை-விலை விகிதங்கள் விகிதசமத்தில் உள்ளதா? எந்த தேநீர் விலை அதிகம்?

இமாச்சல தேயிலையின் எடைக்கும் விலைக்கும் உள்ள விகிதம் 200 : 200 ஆகும்.

மேகாலயா தேயிலையின் எடை விலை விகிதம் என்ன? அது 1 : 800 ஆக உள்ளதா?

இது பொருத்தமானதாக இருக்காது, ஏனென்றால் நாம் இமாச்சலப் பிரதேசத்தில் எடையை கிராமில் கருதினோம். எனவே, மேகாலயாவில் எடையை கிராமாக மாற்றிய பிறகு எடைக்கும் விலைக்கும் விகிதம் 1000 : 800 ஆகும்.

விகிதங்கள் விகிதசமமா என்பதைச் சரிபார்க்க, இரண்டு விகிதங்களும் அவற்றின் எளிமையான வடிவங்களில் ஒரே மாதிரியாக இருக்கிறதா என்று பார்க்க வேண்டும்.

இமாச்சல தேயிலை விகிதம் அதன் எளிமையான வடிவத்தில் 1 : 1 ஆகும்.

மேகாலய தேயிலை விகிதம் அதன் எளிமையான வடிவத்தில் 5 : 4 ஆகும்.

எனவே, விகிதங்கள் விகிதசமத்தில் இல்லை.

©KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

❓ எந்த தேயிலை விலை அதிகம்? ஏன்?

ஆசிரியருக்கு குறிப்பு: அதிக விலை கொண்ட தேயிலை, எது என அவர்கள் எப்படி தங்கள் முடிவுகளுக்கு வந்தார்கள் மற்றும் அந்த தேயிலை அதிக விலை கொண்டதாக இருப்பதற்கான காரணங்கள் என்ன என்பது பற்றிய விவாதத்தை ஊக்குவிக்கவும்.

எந்த தேயிலை விலை அதிகம் என்ற கேள்விக்கு பதிலளிக்க, நாம் இரண்டு இடங்களிலும் ஒரே எடைக்கு தேயிலையின் விலையை ஒப்பிட வேண்டும். மேகாலயாவில் 1கிலோ தேயிலையின் விலை என்ன? அது ₹800.

இமாச்சலப் பிரதேசத்தில், 200 கிராம் தேயிலையின் விலை 200 ரூபாய் என்றால், 1 கிலோ தேயிலையின் விலை என்ன?

1 கிலோ தேயிலையின் விலை 'x' ரூபாய் என்று வைத்துக்கொள்வோம்.

200 கிராம் = 1 கிலோ வின் $\frac{1}{5}$ எனவே, $\frac{1}{5} \times x = 200$.

இரு பக்கங்களையும் 5ஆல் பெருக்கினால், நமக்குக் கிடைப்பது.

$$\frac{1}{5} \times x \times 5 = 200 \times 5$$

$$\frac{1}{\cancel{5}} \times x \times \cancel{5} = 1000$$

$$x = 1000.$$

எனவே, 1 கிலோ தேயிலையின் விலை மேகாலயாவில் ₹800 ஆகவும், இமாச்சலப் பிரதேசத்தில் ₹1,000 ஆகவும் உள்ளது.

எனவே, இமாச்சலப் பிரதேசத்திலிருந்து வரும் தேயிலை விலை அதிகம்.

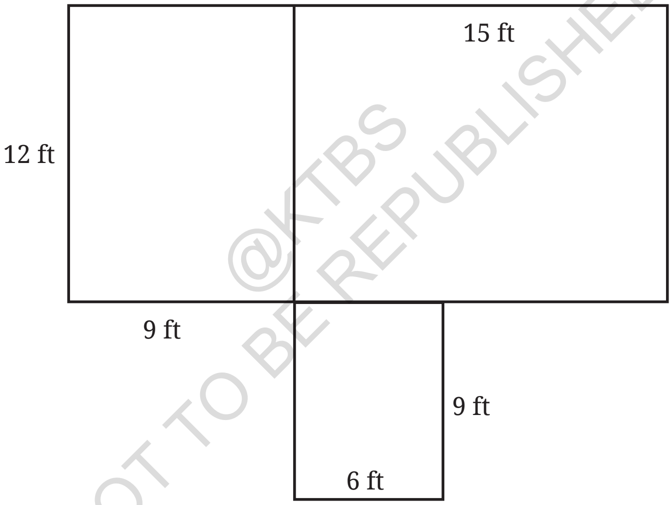
செயல்பாடு 1 : உங்களுக்குப் பிடித்த உணவை எடுத்துக் கொள்ளுங்கள். உங்கள் குடும்பத்திற்குத் தேவையான அனைத்துப் பொருட்களையும் அவற்றின் அளவுகளையும் கண்டறியவும். நீங்கள் ஒரு பண்டிகையைக் கொண்டாடுகிறீர்கள் என்றும், அதற்கு 15 விருந்தினர்களை அழைக்க விரும்புகிறீர்கள் என்றும் வைத்துக்கொள்வோம். அவர்களுக்கு ஒரே உணவை சமைக்க தேவையான பொருட்களின் அளவைக் கண்டறியவும்.

NOT TO BE REPUBLISHED @KTBS

கண்டுபிடிக்கவும்.

1. பூமி ஒரு வருடத்தில் சூரியனைச் சுற்றி சுமார் 940 மில்லியன் கிலோமீட்டர் பயணம் செய்கிறது. ஒரு வாரத்தில் பூமி எத்தனை கிலோமீட்டர் பயணம் செய்யும்?

2. ஒரு கொத்தனார் வரைபடத்தில் காட்டப்பட்டுள்ள வடிவத்தில் ஒரு வீட்டைக் கட்டுகிறார். அவர் வெளிப்புறச் சுவர்கள் மற்றும் உள் சுவர் இரண்டையும் கட்ட வேண்டும், அது இரண்டு அறைகளைப் பிரிக்கிறது. 10 அடி சுவரைக் கட்ட அவருக்கு தோராயமாக 1450 செங்கற்கள் தேவை. வீட்டைக் கட்ட அவருக்கு எத்தனை செங்கற்கள் தேவைப்படும்? எல்லாச் சுவர்களும் ஒரே உயரத்திலும் கனஅளவிலும் இருப்பதாக வைத்துக்கொள்வோம்.



@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

கணிதப் பேச்சு

புனிதின் தந்தை லக்னோவிலிருந்து கான்பூருக்கு 50கிமீ/மணி வேகத்தில் தனது மோட்டார் சைக்கிளை ஓட்டி 2 மணி நேரத்தில் சென்றார். அவர் மணிக்கு 75 கிமீ/மணி வேகத்தில் ஓட்டினால், கான்பூரை அடைய எவ்வளவு நேரம் ஆகும்? இந்தப் பிரச்சனையை ஒரு விகிதசமமாக நாம் உருவாக்க முடியுமா?

50 : 2 :: 75 : __

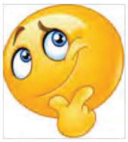
புனிதின் தந்தை கான்பூரை அடைய அதிக நேரம் ஆகுமா அல்லது குறைந்த நேரம் ஆகுமா? யோசித்துப் பாருங்கள்.

இந்தப் பிரச்சனை முந்தையதைப் போலவே இருந்தாலும் பிரச்சனைகளுக்கு, மூன்றின் விதியைப் பயன்படுத்தி அதைத் தீர்க்க முடியாது!

கணிதப் பேச்சு

வேகம் அதிகரிக்கும் போது பயண நேரம் உண்மையில் குறையும் எனவே, இந்த சிக்கலை 50 : 2 : : 75 : ____ மாதிரி போல் உருவாக்க இயலாது.

செயல்பாடு 2 : சந்தைக்குச் சென்று ஒரே ஷாம்பூவின் வெவ்வேறு அளவிலான ஷாம்பு கொள்கலன்களின் விலைகளைச் சேகரித்து, கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளதைப் போன்ற ஒரு அட்டவணையை உருவாக்கவும், ஷாம்பூவின் அளவு, விலைக்கு விகிதசமத்தில் உள்ளதா என்று பார்க்கவும்.



கொள்கலன்	கன அளவு	விலை
சிறுபை (Sachet)	6 மிலி	₹ 2
சிறிய பாட்டில்	180 மிலி	₹ 154
நடுத்தர பாட்டில்	340 மிலி	₹ 276
பெரிய பாட்டில்	1000 மிலி	₹ 540

©KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

மேலே உள்ள மாதிரி அட்டவணைக்கான விகிதங்களை ஒப்பிடுவோம்.

ஒரு சிறிய பாட்டிலுக்கு ஒரு சாஷேயின் அளவின் விகிதம் 6:180. அவற்றின் விலைகளின் விகிதம் 2:154 இந்த விகிதங்கள் விகிதசமமா?

? விலைகளின் விகிதம் கன அளவுகளின் விகிதத்திற்கு விகித சமத்தில் இல்லை என்று நீங்கள் ஏன் நினைக்கிறீர்கள்?

வெவ்வேறு அளவு பாட்டில்களினால் நிறுவனத்திற்கும் வாடிக்கையாளர்களுக்கும் உண்டாகும் நன்மை தீமைகளைப் பற்றி விவாதிக்கவும். சுற்றுச்சூழல் மாசுபாட்டைக் குறைக்க நிறுவனத்திற்கும் வாடிக்கையாளருக்கும் நீங்கள் என்ன பரிந்துரைப்பீர்கள்?

கணிதப் பேச்சு

மற்ற தயாரிப்புகளுக்கும் இதே நிலை ஏற்படுமா? சந்தையில் உள்ள பிற தயாரிப்புகளுக்கும் இதே போன்ற அட்டவணைகளை உருவாக்குங்கள். ஒரே தயாரிப்பின் வெவ்வேறு அளவீடுகளுக்கு வெவ்வேறு விலைகளைப் பதிவு செய்யுங்கள். எ.கா. அரிசி அல்லது கோதுமை மாவு வெவ்வேறு அளவீடுகளுக்கு விலைகள் விகிதசமத்தில் உள்ள தயாரிப்புகளைக் கவனியுங்கள்.

ஒரே பொருளின் விலைகளுக்கும் அளவீடுகளுக்கும் உள்ள விகிதசமத்தை வகுப்பில் விவாதிக்கவும்.

ஆசிரியருக்கு குறிப்பு: மாணவர்களுக்கு ஒரு திட்டத்தை வழங்குங்கள், வகுப்பை குழுக்களாகப் பிரிப்பதன் மூலம் தொடங்கவும். ஒவ்வொரு குழுவும் ஒரு கடைக்குச் சென்று ஒரே பொருளின் வெவ்வேறு அளவீடுகளுக்கான விலைகளைச் சேகரிக்க வேண்டும். உதாரணமாக, அவர்கள் 500 கிராம் அரிசி, 1கிலோ அரிசி மற்றும் 10 கிலோ அரிசியின் விலைகளை குறித்துக் கொள்ள வேண்டும். அவர்கள் அளவீடுகள் மற்றும் விலைகளுடன் கூடிய அட்டவணைகளை உருவாக்கி, அவற்றை வகுப்பின் மற்ற உறுப்பினர்களுக்கு வழங்க வேண்டும். விலைகள் விகிதசமத்தில் உள்ளதா இல்லையா, ஏன்? என்பதை அவர்கள் விவாதிக்க வேண்டும்.

7.5 பகிர்தல், ஆனால் சமமாக இல்லை!

செயல்பாடு 3: ஒரு ஜோடியை உருவாக்குங்கள். 12 எண்ணிக்கையுள்ள பொருள்கள் அல்லது கவுண்ட்டர்களை சேகரிக்கவும் (அவை நாணயங்கள், விதைகள் அல்லது கூழாங்கற்களாக இருக்கலாம்). இப்போது அவற்றை நீங்கள் இருவருக்கும் வெவ்வேறு வழிகளில் பகிர்ந்து கொள்ளுங்கள்.

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

நீங்கள் அவற்றைச் சமமாகப் பிரித்தால் உங்கள் ஒவ்வொருவரிடமும் உள்ள கவுண்ட்டர்களின் எண்ணிக்கையின் விகிதம் என்ன?

உங்கள் ஒவ்வொருவருக்கும் 6 கவுண்ட்டர்கள் கிடைக்கும். எனவே, விகிதம் 6 : 6. அல்லது அதன் எளிய வடிவம் 1 : 1 ஆகும்.

இப்போது நாம் சமமாகப் பகிர்ந்து கொள்ள வேண்டாம்.

உங்கள் கூட்டாளிக்கு 5 கவுண்ட்டர்கள் கிடைத்தால் உங்களுக்கு எத்தனை பொருட்கள் கிடைக்கும்? கவுண்ட்டர்களின் விகிதம் என்ன?

உங்கள் கூட்டாளியின் கவுண்ட்டர்களுக்கும் உங்கள் கவுண்ட்டர்களுக்கும் உள்ள விகிதம் 5 : 7 ஆகும்.

❓ இப்போது, உங்கள் இருவருக்கும் இடையே 3 : 1 என்ற விகிதத்தில் கவுண்ட்டர்களைப் பகிர்ந்து கொள்ள விரும்பினால், உங்கள் ஒவ்வொருவருக்கும் எத்தனை கவுண்ட்டர்கள் கிடைக்கும்?

கவுண்டர்களை வெவ்வேறு வழிகளில் பகிர்ந்து, எந்த சேர்க்கை 3 : 1 விகிதத்தில் உள்ளது என்பதைப் பாருங்கள்.

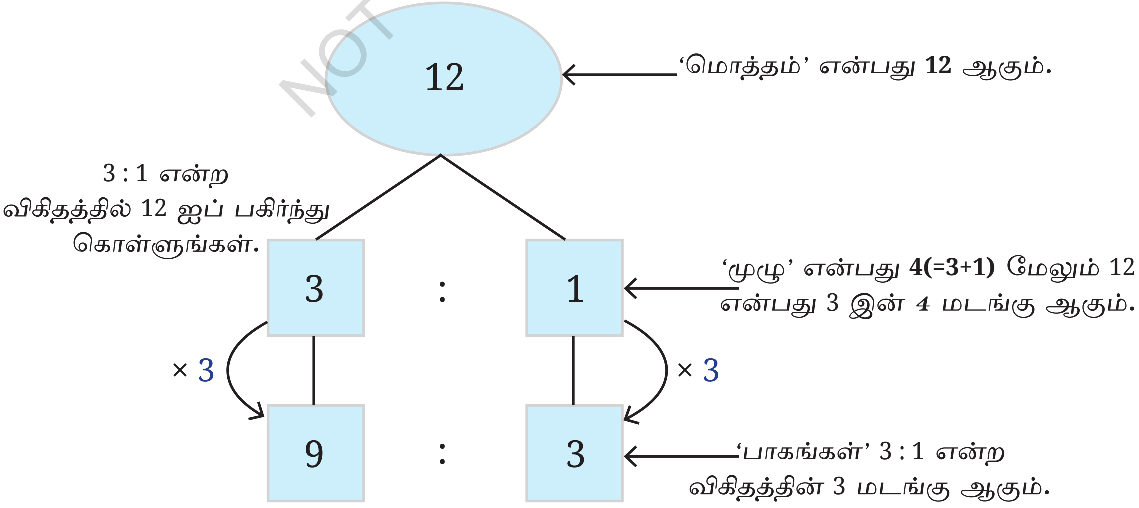
3 : 1 என்ற விகிதத்தில் கவுண்ட்டர்களைப் பகிர்ந்து கொள்வதற்கான ஒரு வழி பின்வருமாறு -

1. உங்கள் கூட்டாளி 3 கவுண்ட்டர்களை எடுக்கிறார், நீங்கள் 1 கவுண்டரை எடுக்கிறீர்கள். இப்போது 8 கவுண்ட்டர்கள் மீதமுள்ளன.
2. உங்கள் கூட்டாளி மேலும் 3 கவுண்ட்டர்களை எடுக்கிறார். நீங்கள் மேலும் 1 கவுண்ட்டரை எடுக்கிறீர்கள். இப்போது 4 கவுண்டர்கள் மீதமுள்ளன.
3. உங்கள் கூட்டாளி மேலும் 3 கவுண்ட்டர்களை எடுக்கிறார். நீங்கள் மேலும் *1* கவுண்ட்டரை எடுக்கிறீர்கள். இனி கவுண்ட்டர்கள் எதுவும் இல்லை.

எனவே, உங்கள் கூட்டாளிக்கு மொத்தம் *9* கவுண்ட்டர்கள் கிடைக்கும், உங்களுக்கு *3* கவுண்ட்டர்கள் கிடைக்கும்.

நாம் 12 கவுண்ட்டர்களை 3 : 1 என்ற விகிதத்தில் இரண்டு நபர்களிடையே வகுத்தால் ஒருவருக்கு 9 கவுண்ட்டர்களும், மற்றொருவருக்கு 3 கவுண்ட்டர்களும் கிடைக்கும்.

©KTBS NOT TO BE REPUBLISHED



❓ இப்போது உங்கள் இருவருக்கும் இடையே 42 கவுண்ட்டர்களை 4 : 3 என்ற விகிதத்தில் பகிர்ந்து கொள்ள விரும்பினால், அதை எப்படி செய்வீர்கள்?

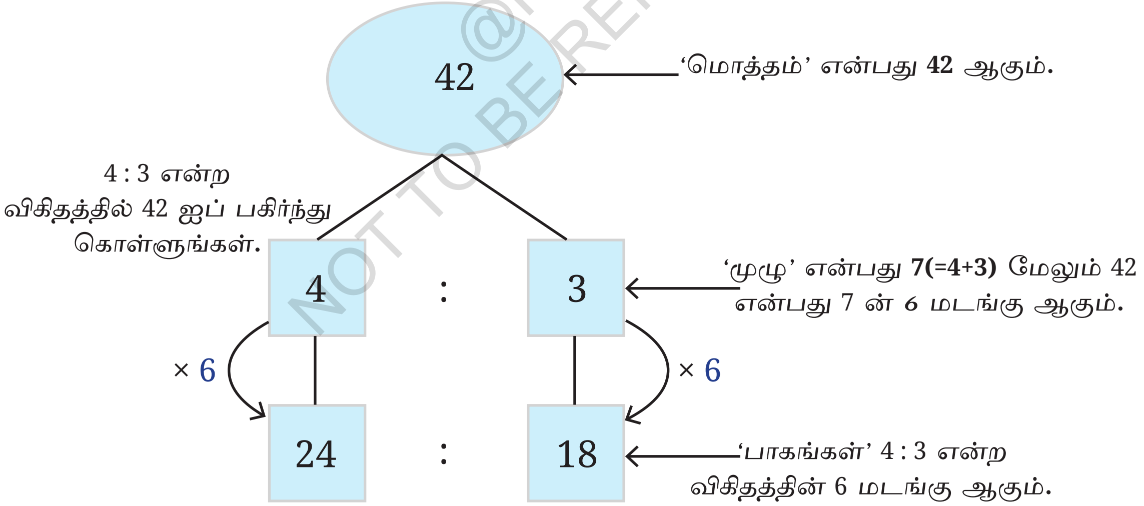
அதே நடைமுறையைப் பயன்படுத்துவது நீண்ட நேரம் எடுக்கும்! குறிப்பிட்ட விகிதத்தில் முழுவதையும் பகுதிகளுடன் பகிர்ந்து கொள்ள ஒரு எளிய வழி உள்ளது.

நீங்கள் 42-ஐ குழுக்களாகப் பிரிக்க வேண்டும் இதனால் உங்கள் கூட்டாளிக்கு 4 குழுக்கள் கிடைக்கும். உங்களுக்கு 3 குழுக்கள் கிடைக்கும்.

❓ ஒவ்வொரு குழுவின் அளவு என்ன?

உங்கள் கூட்டாளிக்கு 4 குழுக்கள் கிடைத்தால், உங்களுக்கு 3 குழுக்கள் கிடைத்தால், மொத்த குழுக்களின் எண்ணிக்கை 7 எனவே, ஒவ்வொரு குழுவின் அளவும் 42 ÷ 7 = 6.

ஒவ்வொரு குழுவின் அளவாலும் குழுக்களின் எண்ணிக்கையைப் பெருக்கினால், உங்கள் கூட்டாளிக்கு 24 கவுண்ட்டர்கள் கிடைக்கும். நீங்கள் 4 : 3 என்ற விகிதத்தில் 42 கவுண்ட்டர்களைப் பகிர்ந்து கொள்ளும்போது உங்களுக்கு 18 கவுண்டர்கள் கிடைக்கும்.



@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

பொதுவாக, x என்ற ஒரு அளவை m : n என்ற விகிதத்தில் வகுக்க விரும்பும்போது நாம் பின்வருவனவற்றைச் செய்கிறோம்:

1. x -ஐ இரண்டு பகுதிகளாகப் பிரிக்கும் வகையில் நாம் குழுக்களாகப் பிரிக்க வேண்டும் முதல் பகுதியில் m குழுக்களும், இரண்டாவது பகுதியில் n குழுக்களும் உள்ளன.

2. ஆனால் ஒவ்வொரு குழுவின் அளவு என்ன? இதை x-ஐ குழுக்களின் எண்ணிக்கையால் வகுப்பதன் மூலம் கண்டுபிடிக்கலாம் குழுக்களின் எண்ணிக்கை m+n ஆகும். எனவே, ஒவ்வொரு குழுவின் அளவு $\frac{x}{m+n}$ ஆகின்றது.

3. எனவே, முதல் பகுதியில் $m \times \frac{x}{m+n}$ பொருள்கள் மற்றும் இரண்டாவது பகுதியில் $n \times \frac{x}{m+n}$ பொருட்கள் உள்ளன.

எனவே, நாம் ஒரு அளவு x-ஐ $m: n$, என்ற விகிதத்தில் வகுக்க விரும்பினால், பின்னர் அந்த பாகங்கள் $m \times \frac{x}{m+n}$ மற்றும் $n \times \frac{x}{m+n}$ நாம் பார்ப்பது $m \times \frac{x}{m+n} : n \times \frac{x}{m+n} :: m : n$.

எடுத்துக்காட்டு 11 : பிரசாந்தியும் புவனும் தங்கள் பள்ளிக்கு அருகில் உணவு வண்டி வியாபாரத்தை ஆரம்பித்தனர். பிரசாந்தி ₹75,000 மற்றும் புவன் ₹25,000 முதலீடு செய்தனர்.

முதல் மாத இறுதியில், அவர்களுக்கு ₹4,000, லாபம் கிடைத்தது. அவர்கள் தங்கள் முதலீட்டின் அதே விகிதத்தில் லாபத்தைப் பகிர்ந்து கொள்ள முடிவு செய்தனர். லாபத்தில் ஒவ்வொருவருக்கும் எவ்வளவு பங்குகிடைக்கும்?

அவர்களின் முதலீட்டின் விகிதம் 75,000 : 25,000 ஆகும்.

இந்த விகிதத்தை அதன் எளிய வடிவமாகக் குறைத்தால், நமக்கு 3 : 1 கிடைக்கிறது.

3 + 1 என்பது 4 ஆகும். லாபம் ₹4000 ஐ 4 ஆல் வகுத்தால் நமக்கு 1000 கிடைக்கிறது.

ஆக, பிரசாந்தியின் பங்கு 3×1000 மற்றும் புவனின் பங்கு 1×1000 ஆகும்.

எனவே, பிரசாந்திக்கு ₹3,000 மற்றும் புவனுக்கு ₹1,000 லாபம் கிடைக்கும்.

எடுத்துக்காட்டு 12 : 40 கிலோ கலவையில் மணல் மற்றும் சிமெண்ட் 3 : 1 என்ற விகிதத்தில் உள்ளன. மணல் மற்றும் சிமெண்ட் விகிதத்தை 5 : 2 ஆக மாற்ற கலவையில் எவ்வளவு சிமெண்ட் சேர்க்க வேண்டும்?

அசல் கலவையில் மணல் மற்றும் சிமெண்டின் அளவைக் கண்டுபிடிப்போம்.
விகிதம் 3 : 1 மற்றும் மொத்த எடை 40 கிலோ ஆகும்.
எனவே, மணலின் எடை $\frac{3}{(3+1)} \times 40 = 30$ கிலோ.

சிமெண்டின் எடை $\frac{1}{(3+1)} \times 40 = 10$ கிலோ.

புதிய கலவையில் மணலின் எடை அப்படியே உள்ளது. அது 30 கிலோவாகவே உள்ளது. ஆனால் மணல் மற்றும் சிமெண்டின் புதிய விகிதம் 5 : 2 ஆகும். எனவே, கேள்வி என்னவென்றால்.

$$5 : 2 : : 30 : ?$$

விகிதம் 5 : 2 எனில், இரண்டாவது உறுப்பு $\frac{2}{5}$ பங்கு. முதல் உறுப்பின் பெருக்கல் புதிய விகிதம் 5 : 2க்கு சமமாக இருப்பதால், புதிய விகிதத்தில் இரண்டாவது உறுப்பும் *30* இல் $\frac{2}{5}$ பங்கு இருக்க வேண்டும்.

$$\frac{2}{5} \times 30 = 12.$$

மணல் மற்றும் சிமெண்டின் விகிதம் 5 : 2 ஆக இருக்க வேண்டும் என்றால், புதிய கலவையில் 12 கிலோ சிமெண்ட் இருக்க வேண்டும்.

ஏற்கனவே 10 கிலோ சிமெண்ட் உள்ளது. எனவே. அசல் கலவையுடன் 2 கிலோ சிமெண்ட் சேர்க்க வேண்டும்.

NOT TO BE REPUBLISHED ©KTBS

❓ இதைக் கண்டுபிடியுங்கள்

1. ₹4,500,-ஐ 2 : 3 என்ற விகிதத்தில் இரண்டு பகுதிகளாகப் பிரிக்கவும்.

2. ஒரு அறிவியல் ஆய்வகத்தில், அமிலமும் தண்ணீரும் 1 : 5 என்ற விகிதத்தில் கலந்து ஒரு கரைசல் உருவாக்கப்படுகிறது. 240 மில்லி லிட்டர் கரைசல் கொண்ட ஒரு பாட்டிலில், கரைசலில் எவ்வளவு விகிதத்தில் அமிலமும் தண்ணீரும் உள்ளன?

3. நீலம் மற்றும் மஞ்சள் வண்ணப்பூச்சுகள் 3 : 5 என்ற விகிதத்தில் கலக்கப்பட்டு பச்சை வண்ணப்பூச்சு தயாரிக்கப்படுகிறது. 40 மிலி பச்சை வண்ணப்பூச்சு தயாரிக்க, இந்த இரண்டு வண்ணங்களில் எவ்வளவு தேவை? வண்ணப்பூச்சு வெளிர் பச்சை நிறமாக மாற, கலவையில் 20 மிலி மஞ்சள் சேர்த்தேன். வண்ணப்பூச்சில் நீலம் மற்றும் மஞ்சள் நிறத்தின் புதிய விகிதம் என்ன?

4. மிருதுவான இட்லி தயாரிக்க, அரிசி மற்றும் உளுத்தம்பருப்பை 2 : 1 என்ற விகிதத்தில் கலக்க வேண்டும். நாளை காலை இட்லி செய்ய இந்தக் கலவையில் 6 கப் தேவைப்பட்டால் எத்தனை கப் அரிசி மற்றும் உளுத்தம்பருப்பு தேவைப்படும்?
5. சிவப்பு மற்றும் மஞ்சள் வண்ணப்பூச்சுகளை 3 : 5 என்ற விகிதத்தில் கலந்து நான் தயாரித்த ஒரு வாளி ஆரஞ்சு வண்ணப்பூச்சு என்னிடம் உள்ளது. இந்தக் கலவையுடன் மற்றொரு வாளி மஞ்சள் வண்ணப்பூச்சைச் சேர்த்தேன். புதிய கலவையில் சிவப்பு வண்ணப்பூச்சுக்கும் மஞ்சள் வண்ணப்பூச்சுக்கும் உள்ள விகிதம் என்ன?

7.6 அலகு மாற்றங்கள்

விகிதசமத்துடன் சிக்கல்களைத் தீர்ப்பதற்கு பெரும்பாலும் ஒரு முறையிலிருந்து மற்றொரு முறைக்கு அலகுகளை மாற்ற வேண்டியிருக்கும் என்பதை நாம் முன்பே கவனித்தோம். இங்கே உங்கள் குறிப்புக்காக சில முக்கியமான அலகு மாற்றங்கள்.

நீளம்

1 மீட்டர் = 3.281 அடி

பரப்பளவு

1 சதுர மீட்டர் = 10.764 சதுர அடிகள்
1 ஏக்கர் = 43,560 சதுர அடிகள்
1 ஹெக்டேர் = 10,000 சதுர மீட்டர்
1 ஹெக்டேர் = 2.471 ஏக்கர்

கனஅளவு

1 மில்லிலிட்டர் (ml) = 1 கன சென்டிமீட்டர் (CC)
1 லிட்டர் = 1,000 மிலி அல்லது 1,000 சிசி

வெப்பநிலை

ஃபாரன்ஹீட் மற்றும் செல்சியஸ் இடையேயான வெப்பநிலை மாற்றம் சற்று சிக்கலானது $0^\circ C = 32\,^\circ F$, மற்றும்

$$\text{ஃபாரன்ஹீட்} = \frac{9}{5} \times \text{செல்சியஸ்} + 32$$

மற்றும்

$$\text{செல்சியஸ்} = \frac{5}{9} \times (\text{ஃபாரன்ஹீட்} - 32)$$

உதாரணமாக, $25^\circ C$ என்பது $77\,^\circ F$.

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

இதைக் கண்டுபிடியுங்கள்

1. அனாக் 600 மிலி ஆரஞ்சு சாற்றை 900 மிலி ஆப்பிள் சாறுடன் கலந்து ஒரு பழ பானம் தயாரிக்கிறார். ஆரஞ்சு சாறுக்கும் ஆப்பிள் சாறுக்கும் உள்ள விகிதத்தை அதன் எளிய வடிவத்தில் எழுதுங்கள்.

2. கடந்த வருடம் பள்ளிப் பயணத்திற்காக நாங்கள் 3 பேருந்துகளை வாடகைக்கு எடுத்தோம். எங்களின் அந்தப் பயணத்தில் 162 மாணவர்கள் மற்றும் ஆசிரியர்கள் சென்றனர். அனைத்து பேருந்துகளும் நிரம்பியிருந்தன. இந்த வருடம் எங்களிடம் 204 மாணவர்கள் உள்ளனர். எங்களுக்கு எத்தனை பேருந்துகள் தேவைப்படும்? அனைத்து பேருந்துகளும் நிரம்பி இருக்குமா?

3. டெல்லியின் பரப்பளவு 1,484 சதுர கி.மீ. மும்பையின் பரப்பளவு 550 சதுர கி.மீ.. டெல்லியின் மக்கள் தொகை தோராயமாக 30 மில்லியன் மற்றும் மும்பையின் மக்கள் தொகை 20 மில்லியன் எந்த நகரம் அதிக மக்கள் தொகைக் கொண்டது. ஏன் அவ்வாறு கூறுகின்றீர்கள்?

4. 155 செ.மீ உயரமுள்ள ஒரு கொக்கு அதன் கழுத்தையும் அதன் உடலின் மற்ற பகுதிகளையும் 4:6 என்ற விகிதத்தில் கொண்டுள்ளது. உங்கள் உயரத்திற்கு, உங்கள் கழுத்துக்கும் உடலின் மற்ற பகுதிகளுக்கும் இந்த விகிதம் இருந்தால், உங்கள் கழுத்து எவ்வளவு உயரமாக இருக்கும்?

5. லீலாவதியின் ஒரு பழங்காலக் கணக்கை முயற்சிப்போம். அந்தக் காலத்தில் எடைகள் பலாஸ் என்ற அலகில் அளவிடப்பட்டன.

மேலும் நிஸ்காஸ் என்பது பணத்தின் ஒரு என்றால், அலகாகும்.'' $2\frac{1}{2}$ பங்கு ஃபலாஸ் குங்குமப்பூ விலை $\frac{3}{7}$ நிஸ்காஸ். ஓ திறமையான வியாபாரியே 9 நிஸ்காக்களுக்கு எவ்வளவு குங்குமப்பூ வாங்க முடியும்?

NOT TO BE REPUBLISHED ©KTBS

6. ஹர்மைன் ஒரு வயது பெண் குழந்தை. அவளுடைய மூத்த சகோதரனுக்கு 5 வயது. ஹர்மைனின் வயதுக்கும் அவளுடைய சகோதரனின் வயதுக்கும் உள்ள விகிதம் 1:2 ஆக இருக்கும்போது அவளுடைய வயது என்னவாக இருக்கும்?

7. சம அளவுள்ள தங்கம் மற்றும் நீரின் நிறை 37: 2 என்ற விகிதத்தில் உள்ளது. 1 லிட்டர் தண்ணீர் 1 கிலோ நிறை என்றால், 1 லிட்டர் தங்கத்தின் நிறை என்ன?

8. 1 ஏக்கர் நிலத்திற்கு 10 டன் மாட்டு எருவைப் பயன்படுத்துவது நல்ல விவசாய நடைமுறையாகும். ஒரு விவசாயி 200 அடிக்கு 500 அடி அளவுள்ள நிலத்தில் தக்காளியை வளர்க்கத் திட்டமிட்டுள்ளார். அவர் எவ்வளவு எடையுள்ள (அளவிலான) எருவை வாங்க வேண்டும்? (இந்த அத்தியாயத்தில் முன்னர் உள்ள அலகு மாற்றங்கள் என்ற பகுதியைப் பார்க்கவும்).

9. ஒரு குவளை தண்ணீரை நிரப்ப ஒரு குழாய் 15 வினாடிகள் ஆகும். குவளையின் அளவு 500 மிலி. ஆகும். 10 லிட்டர் கொள்ளளவு கொண்ட வாளியாக (பக்கெட்) இருந்தால், அதே குழாய் ஒரு வாளி தண்ணீரை நிரப்ப எவ்வளவு நேரம் எடுக்கும்?

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

10. ஒரு ஏக்கர் நிலத்தின் விலை ₹15,00,000, அதே நிலத்தின் 2,400 சதுர மீட்டரின் விலை என்ன?

11. ஒரு டிராக்டர் ஒரு வயலின் அதே பகுதியை ஒரு ஜோடி எருதுகளை விட 4 மடங்கு வேகமாக உழ முடியும். ஒரு விவசாயி தனது 20 ஏக்கர் வயலை உழ விரும்புகிறார். ஒரு ஜோடி எருதுகள் ஒரு ஏக்கர் நிலத்தை உழ 6 மணி நேரம் ஆகும். விவசாயி ஒரு ஜோடி எருதுகளைப் பயன்படுத்தி வயலை உழுவதற்கு எவ்வளவு நேரம் ஆகும்? அதற்கு பதிலாக ஒரு டிராக்டரைப் பயன்படுத்த முடிவு செய்தால் அவருக்கு எவ்வளவு நேரம் ஆகும்?

12. ₹10 நாணயம் என்பது 'குப்ரோ-நிக்கல்' எனப்படும் செம்பு மற்றும் நிக்கலின் கலவையாகும். இந்த உலோகக் கலவை பெற தாமிரம் மற்றும் நிக்கல் 3:1 விகிதத்தில் கலக்கப்படுகின்றன. நாணயத்தின் நிறை 7.74 கிராம். தாமிரத்தின் விலை ஒரு கிலோவுக்கு ₹906 ஆகவும், நிக்கலின் விலை ஒரு கிலோவுக்கு ₹1,341 ஆகவும் இருந்தால், ₹10 நாணயத்தில் இந்த உலோகங்களின் விலை என்ன?

முயற்சி செய்க

சுருக்கம்

- $a : b$ வடிவத்தில் உள்ள விகிதங்கள். முதல் அளவின் ஒவ்வொரு 'a' அலகிற்கும், இரண்டாவது அளவின் 'b' அலகுகள் இருப்பதைக் குறிக்கின்றன. 'a' மற்றும் 'b' ஆகியவை விகிதத்தில் உள்ள உறுப்புகள்.

- இரண்டு விகிதங்கள் - $a : b$ மற்றும் $c : d$ - என்ற விகிதசமத்தில் உள்ளன. ($a : b : : c : d$ என எழுதப்பட்டுள்ளது) அவற்றின் உறுப்புகள் ஒரே காரணியால் மாறினால், அதாவது, $ad = bc$ ஆகும்,

- எனில், x-ஐ m : n என்ற விகிதத்தில் இரண்டு பகுதிகளாகப் பிரித்தால் முதல் பகுதியின் அளவு $m \times \frac{x}{m+n}$ மற்றும் இரண்டாம் பகுதியின் அளவு $n \times \frac{x}{m+n}$ ஆகும்.

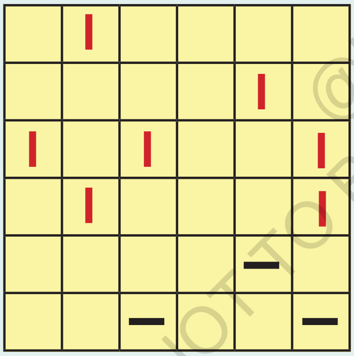
@TBS NOT TO BE REPUBLISHED

இது புதிர் நேரம்

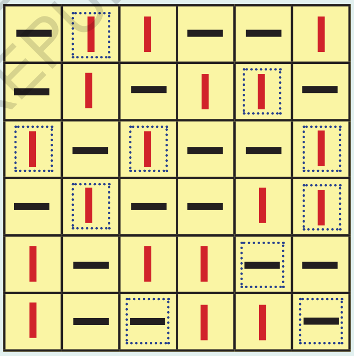
பினைரோ (Binairo)

டகுசு என்றும் அழைக்கப்படும் பினைரோ (Binairo), எளிய விதிகளைக் கொண்ட ஒரு தர்க்க புதிர் பினைரோ பொதுவாக குறிப்பிட்ட அளவு இல்லாத சதுர கட்டத்தில் விளையாடப்படுகிறது. சில செல்கள் இரண்டு சின்னங்களுடன் நிரப்பப்படுகின்றன. இங்கே கிடைமட்ட மற்றும் செங்குத்து கோடுகள். மீதமுள்ள செல்கள் காலியாக உள்ளன. செல்களை நிரப்புவதே பணியாகும், அந்த வகையில் :

1. ஒவ்வொரு வரிசையும் ஒவ்வொரு நெடுவரிசையும் சம எண்ணிக்கையிலான கிடைமட்ட மற்றும் செங்குத்து கோடுகளைக் கொண்டிருக்க வேண்டும்.
2. இரண்டுக்கும் மேற்பட்ட கிடைமட்ட அல்லது செங்குத்து கோடுகள் அருகில் இருக்கக்கூடாது.
3. ஒவ்வொரு வரிசையும் தனித்துவமானது ஒவ்வொரு நெடுவரிசையும் தனித்துவமானது.

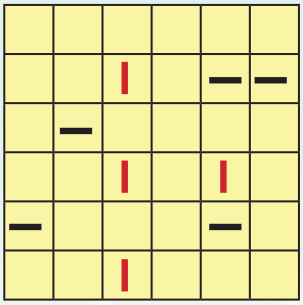


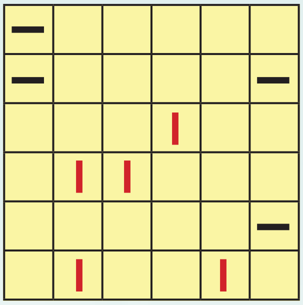
புதிர்

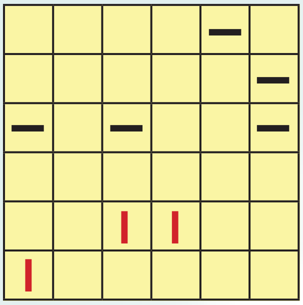


தீர்வு

பின்வரும் பினாய்ரோ (Binairo) புதிர்களைத் தீர்க்கவும்:







NOT TO BE REPUBLISHED @KTBS

புள்ளி கட்டம்

@KTBS
NOT TO BE REPUBLISHED