கருநாடக அரசு

கணிதப் பிரகாசம்

ஏழாம் வகுப்புப் பாடநூல்

தமிழ் வழி

பாகம் 2

7

NOT TO BE REPUBLISHED @KTBS

राष्ट्रीय शैक्षिक अनुसंधान और प्रशिक्षण परिषद्
NATIONAL COUNCIL OF EDUCATIONAL RESEARCH AND TRAINING

Karnataka Textbook Society (R.)
6th Cross, Malleshwaram,
Bengaluru - 560 003.

பொருளடக்கம்

பாகம் - 2

Q4SZQ9

அலகு	தலைப்புகள்	ப. எண்
1.	வடிவியல் இரட்டையர்கள் **Geometric Twins**	1 - 30
2.	முழுக்களோடு செயல்பாடுகள் **Operations with Integers**	31 - 63
3.	பொதுவான நிலையைக் கண்டறிதல் **Finding Common Ground**	64 - 91
4.	புள்ளிக்கு அப்பால் ஒரு பார்வை **Another Peek Beyond the Point**	92 - 131
5.	புள்ளிகளை இணைத்தல் **Connecting the Dots**	132 - 185
6.	கட்டுமானங்கள் மற்றும் ஓடுகள் பதித்தல் **Constructions and Tilings**	186 - 222
7.	தெரியாதவற்றைக் கண்டறிதல் **Finding the Unknown**	223 - 259
	கற்றல் பொருட்களின் தாள்கள் **Learning Material Sheets**	260

NOT TO BE REPUBLISHED @KTBS

1

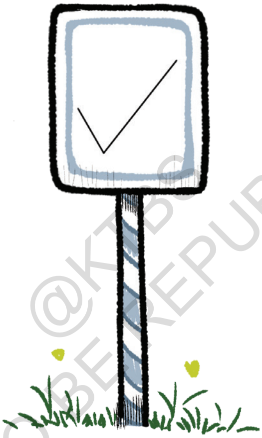
வடிவியல் இரட்டையர்கள்

Geometric Twins

T3X9W8

1.1 வடிவியல் இரட்டையர்கள்

இந்தப் பலகையில் உள்ள சின்னத்தை வேறொரு பலகையில் மீண்டும் உருவாக்க வேண்டும்.



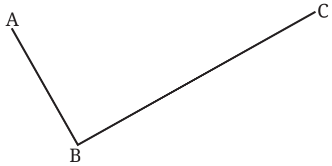
@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

? நாம் அதை எப்படி செய்வது?

ஒரு வழி, இந்த சின்னத்தின் வெளிப்புறத்தை டிரேசிங் பேப்பரில் வரைந்து உருவத்தை மீண்டும் உருவாக்குவது ஆகும். ஆனால் பெரிய சின்னங்களுக்கு இது கடினம். வேறு என்ன செய்ய முடியும்?

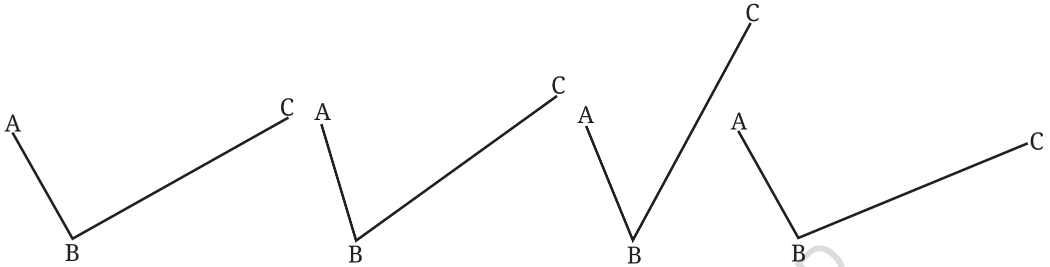
? இந்த உருவத்தை சரியாக மீண்டும் உருவாக்க உதவும் சில அளவீடுகளை நாம் எடுக்க முடியுமா? ஆம் எனில், என்ன அளவீடுகளை நாம் எடுக்க வேண்டும்?

இந்த சின்னத்தின் மூலைப் புள்ளிகளுக்கு காட்டப்பட்டுள்ளபடி பெயரிடுவோம்.



? இந்த உருவத்தை சரியாக மீண்டும் உருவாக்க AB மற்றும் BC கை நீளம் போதுமானதா?

இந்த நீளங்கள் AB=4 செ.மீ, BC=8 செ.மீ என்று வைத்துக் கொள்வோம். இது போன்ற பல சின்னங்களை ஒரே நீளங்களுடன் உருவாக்கலாம்.



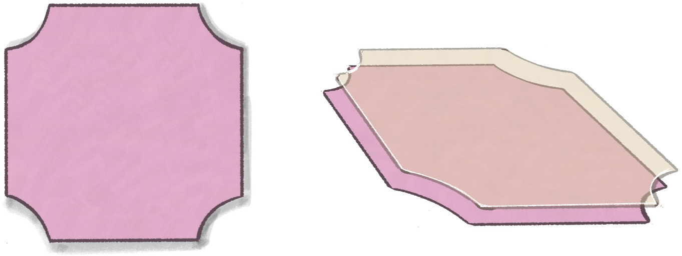
? சரியான பிரதியைப் பெற, வேறு ஏதேனும் அளவீடுகளை எடுப்பது உதவுமா?

∠ABC இன் அளவீடு, AB மற்றும் BC ஆகிய இரண்டு கை நீளங்கள் சேர்ந்து, இந்த உருவத்தின் வடிவம் மற்றும் அளவுடன் பொருந்தும்.

? AB = 4 செ.மீ, BC = 8 செ.மீ, மற்றும் ∠ABC $=80^0$ என்று தெரிந்தால், அந்தக் குறியீட்டை வரைய முடியுமா?

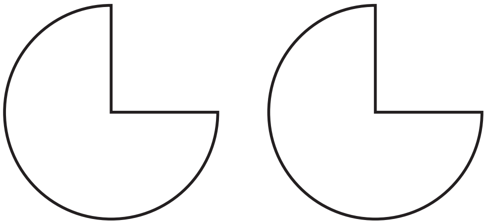
இந்த மூன்று அளவீடுகளும், அடையாளப் பலகையில் உள்ள சின்னத்தின் சரியான பிரதியை உருவாக்க நமக்கு உதவும். வடிவங்கள் ஒன்றுக்கொன்று சரியான நகல்களாக இருக்கும் அல்லது ஒரே வடிவம் மற்றும் அளவைக் கொண்ட வடிவங்கள் சர்வசமமானவை என்று கூறப்படுகிறது. சர்வசமான வடிவங்களை ஒன்றின் மேல் ஒன்றாக சரியாகப் பொருத்தலாம்.

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

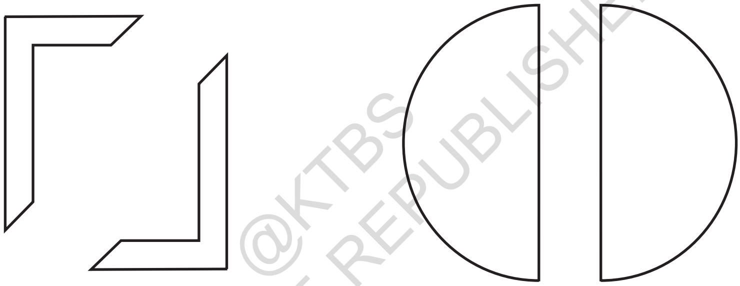


இரண்டு ஒத்த வடிவங்கள் கீழே காட்டப்பட்டுள்ளன. முதல் படத்தைக் கண்டுபிடித்து இரண்டாவது படத்தில் வைக்க ஒரே டிரேசிங்

பேப்பரைக் பயன்படுத்தலாம். அவை ஒன்றின் மேல் ஒன்றாக சரியாகப் பொருந்துவதை நீங்கள் காண்பீர்கள்.



ஒற்றுமையைச் சரிபார்க்கும் போது, ஒரு உருவத்தை மற்றொன்று உருவத்தின் மீது வைப்பதற்கு முன் சுழற்றலாம் அல்லது புரட்டலாம் என்பதை நினைவில் கொள்ளவும். எனவே, பின்வரும் ஜோடி உருவங்களும் ஒன்றுக்கொன்று ஒத்திருக்கும்.



@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

நாம் அடையாளப் பலகையில் பார்த்த சின்னத்திற்குத் திரும்புவோம். ஒரே மாதிரியாகத் தோன்றும் இரண்டு சின்னங்கள் இருப்பதாக வைத்துக் கொள்வோம். அவை உண்மையில் ஒத்தவை என்பதை நாம் உறுதிப்படுத்த வேண்டும். இதைச் சரிபார்க்க அவற்றின் அளவீடுகளைப் பயன்படுத்த முடியுமா?.

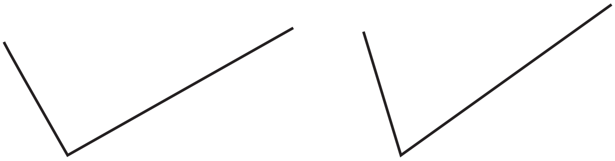
? இரண்டு சின்னங்களும் ஒரே கை நீளத்தைக் கொண்டிருப்பது தெரிந்தால், இரண்டு சின்னங்களும் ஒத்தவை என்று முடிவு செய்ய முடியுமா?

கொடுக்கப்பட்ட கை நீளங்களுக்கு இடையில் வெவ்வேறு கோணங்களைக் கொண்ட இது போன்ற பல ஒவ்வாத உருவங்கள் இருக்கலாம் என்பதைக் கண்டோம். கோணத்தை சரிசெய்வது உருவத்தின் வடிவத்தையும் அளவையும் தீர்மானிக்கிறது.

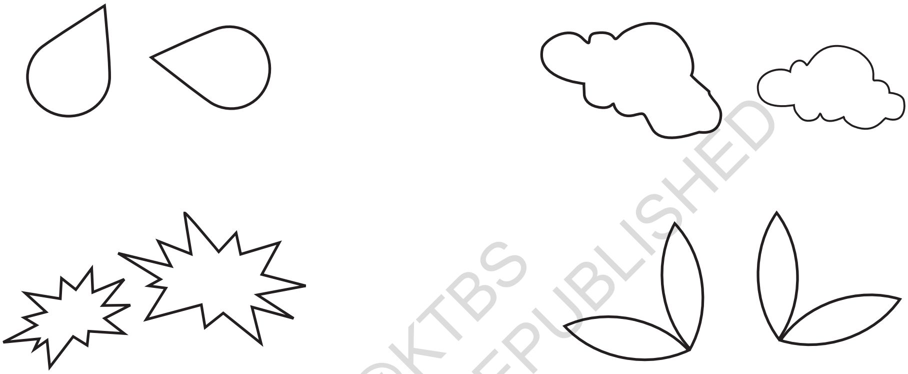
எனவே, இரண்டு குறியீடுகளும் ஒரே கை நீளத்தையும் கோணத்தையும் கொண்டிருந்தால், வடிவங்கள் ஒத்திருப்பதை நாம் உறுதியாக நம்பலாம்.

? இதனைக் கண்டறிக.

1. இரண்டு வடிவங்களும் ஒத்திருக்கின்றனவா என்று சரிபார்க்கவும்.



2. ஒத்ததாகக் தோன்றும் ஜோடிகளை வட்டமிடவும்.

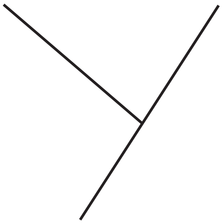


3. கீழ்கண்ட வடிவத்திற்கு ஒத்த வடிவத்தை உருவாக்க நீங்கள் என்ன அளவீடுகளை எடுப்பீர்கள்?

a. வட்டம் b. செவ்வகம்

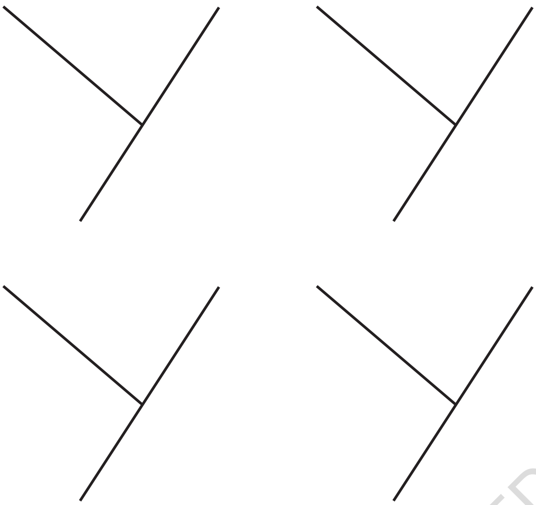
இதைப் பயன்படுத்தி, இரண்டு - (அ) வட்டங்கள் ஒத்தவையா? (ஆ) செவ்வகங்கள் ஒத்தவையா?என்பதை எவ்வாறு சரிபார்ப்பீர்கள் என்று கூறுங்கள்.

4. கீழே உள்ளதைப் போன்ற இரண்டு வடிவங்கள் ஒத்தவையா என்பதை எவ்வாறு சரிபார்க்கலாம்?



பின்வரும் ஜோடிகள் ஒவ்வொன்றும் சர்வசமமாக உள்ளனவா என்பதைக் கண்டறிய இதைப் பயன்படுத்தவும்.

NOT TO BE REPUBLISHED @KTBS



1.2 முக்கோணங்களின் ஒற்றுமை

மீராவும் ராபியாவும் பள்ளியில் இருந்த முக்கோண சட்டகத்தைப் போன்ற ஒரு அட்டை கட்அவுட்டைச் செய்யும்படி கேட்கப்பட்டுள்ளனர். அந்த சட்டகம் காகிதத்தில் வரைந்து நகலெடுக்க முடியாத அளவுக்குப் பெரிதாக இருப்பதை அவர்கள் காண்கிறார்கள்.

© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

? அவர்களால் என்ன செய்யமுடியும் என்று நினைக்கிறீர்கள்?

பக்க நீளங்களை அளவிடுதல்

இதற்கு முக்கோணத்தின் சில அளவீடுகளைப் பயன்படுத்த முடியுமா? அளவிடும் நாடாவைப் பயன்படுத்தி சிறுமிகள் முக்கோணத்தின் பக்கங்களை 40 செ.மீ, 60 செ.மீ மற்றும் 80 செ.மீ என அளவிடுகிறார்கள்.

பின்னர், ராபியா கோணங்களை அளவிட தனது பாகைமானியை எடுக்கிறாள். மீரா அவளைத் தடுக்கிறாள்.

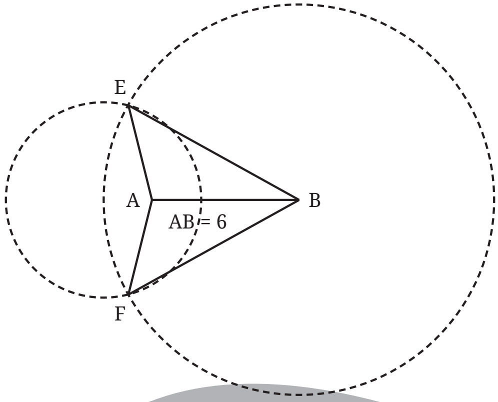
மீரா : முக்கோணத்தின் கோணங்கள் நமக்குத் தேவையில்லை! நாம் அளந்த பக்க நீளங்களைக் கொண்டு, இதற்குச் சமமான ஒரு முக்கோணத்தை நாம் உருவாக்கலாம்.

? மீரா கூறுவுதற்கு நீங்கள் உடன்படுகிறீர்களா?

? 40 செ.மீ, 60 செ.மீ மற்றும் 80 செ.மீ நீளங்களுக்குப் பதிலாக, பக்க நீளங்கள் 4 செ.மீ, 6செ.மீ, 8செ.மீ ஆக இருந்திருக்கலாம் (இந்த முக்கோணம் நமது நோட்டுப் புத்தகத்தாளில் பொருந்தும்)

? இந்த தகவல் அதே அளவு மற்றும் வடிவம் கொண்ட முக்கோணத்தை நகலெடுக்க போதுமானதா? ஆம் எனில், உங்களால் அவ்வாறு செய்ய முடியுமா?

ராபியா : இந்த முக்கோணத்தை நான் கட்டமைத்தால், முதலில் கொடுக்கப்பட்ட நீளங்களில் ஒன்றைக் கொண்ட ஒரு கோட்டுத்துண்டை வரைவேன், எடுத்துக்காட்டாக 6செ.மீ, பின்னர் அதன் ஒவ்வொரு முனையிலிருந்தும் 4செ.மீ மற்றும் 8செ.மீ ஆரங்களைக் கொண்ட வட்டங்களை வரைவேன். ஆனால் வட்டங்கள் இரண்டு புள்ளிகளில் வெட்டிக் கொண்டு இரண்டு முக்கோணங்களை உருவாக்குகின்றன. ΔABE மற்றும் ΔABF



@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

ராபியா : இந்த இரண்டு முக்கோணங்களும் ஒரே வடிவத்திலும் அளவிலும் உள்ளனவா?

இல்லையென்றால், இவற்றில் எது நாம் நகலடுக்க முயற்சிக்கும் அசல் முக்கோணத்துடன் உண்மையில் ஒத்துப் போகிறது என்பது நமக்கு உறுதியாகத் தெரியாது.

? ΔABE மற்றும் ΔABF ஆகியவை ஒத்தவையா என்பதை ஆராயுங்கள்.

இதற்கு, நீங்கள் பின்வரும் முறைகளில் ஒன்று அல்லது அதற்கும் மேற்பட்டவற்றைப் பயன்படுத்தலாம். அதாவது தடமறிதல் மற்றும் ஒப்பிட்டுப் பார்த்தல், ஒரு கட்அவுட்டை எடுத்து மேலெழுதுதல் அல்லது இந்தக் கோட்டிற்கு மேலேயும் கீழேயும் உள்ள கட்டுமானச் செயல்பாட்டின் 'ஒற்றுமை' இன் காரணமாக AB ஒரு சமச்சீர்கோடாக செயல்படுகிறது என்பதைக் கவனித்தல்.

ΔABE மற்றும் ΔABF ஆகியவை சர்வசமமாக இருப்பதைக் காண்கிறோம். இந்தப் பொதுவானக் கட்டுமானத்தில், ஒரே பக்க நீளங்களைக் கொண்ட அனைத்து முக்கோணங்களும் சர்வசமமாக இருப்பதைக் காணலாம். எனவே, ஒரு சர்வசம முக்கோணத்தை உருவாக்க பக்க நீளங்கள் போதுமானவை என்று மீரா சொன்னது சரிதான்.

©KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

இவ்வாறு நமக்கு பின்வரும் முடிவு கிடைக்கிறது:

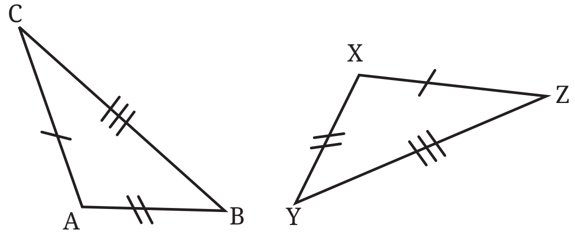
இரண்டு முக்கோணங்கள் ஒரே பக்க நீளங்களைக் கொண்டிருந்தால், அவை சர்வசமமாகும்.

இதை ஒற்றுமைக்கான SSS (பக்க பக்க பக்கம்) நிபந்தனை என்று அழைக்கிறோம்.

ஒற்றுமையை வெளிப்படுத்தும் மரபுகள்

கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள இரண்டு முக்கோணங்களும் ஒத்தவை. இந்த இரண்டு முக்கோணங்களையும் எவ்வாறு மேலெழுதலாம்? ΔXYZ மற்றும் ΔABC இன் எந்த முனைகளை நாம் ஒன்றுடன் ஒன்று இணைக்க வேண்டும்?

? சமபக்கங்கள் ஒன்றுடன் ஒன்று சேரும் வகையில் இதைச் செய்ய வேண்டும். எப்படி என்பதைக் கண்டுபிடிக்கவும்.



உச்சி A, உச்சி X மீதும், உச்சி B, உச்சி Y மீதும் மற்றும் உச்சி C, Z மீதும் ஒன்றுடன் ஒன்று பொருந்துவது, சமபக்கங்கள் ஒன்றுடன் ஒன்று பொருந்துவதை உறுதி செய்கிறது. இது முக்கோணங்களை ஒன்றன் மீது ஒன்று சரியாகப் பொருந்தச் செய்கிறது.

? முக்கோணங்கள் ஒன்றன் மீது ஒன்று சரியாகப் பொருந்தும்படி உச்சி களை மேற்பொருந்தும் படி செய்ய வேறுவழிகள் உள்ளனவா?

இந்த முக்கோணங்கள் சர்வசமமாக இருப்பது அவற்றின் கோணங்கள் சமம் என்பதை காட்டுகிறது.

$\angle A = \angle X$, $\angle B = \angle Y$ மற்றும் $\angle C = \angle Z$

இவ்வாறு, இரண்டு முக்கோணங்கள் சர்வசமமாக இருக்கும் போதும், முக்கோணங்கள் ஒன்றுடன் ஒன்று இணைக்கப்படும் போதும் தொடர்புடைய உச்சிகள், பக்கங்கள் மற்றும் கோணங்கள் ஒன்றுக்கொன்று சரியாகப் பொருந்துகின்றன. இங்கு அவை

(அ) ஒத்த உச்சிகள் முனைகள் : A மற்றும் X,

B மற்றும் Y, C மற்றும் Z

(ஆ) ஒத்த பக்கங்கள் : AB மற்றும் XY,

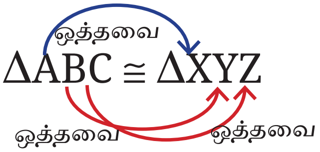
BC மற்றும் YZ, AC மற்றும் XZ

(இ) ஒத்த கோணங்கள் : $\angle A$ மற்றும் $\angle X$, $\angle B$ மற்றும் $\angle Y$, $\angle C$ மற்றும் $\angle Z$

இரண்டு முக்கோணங்கள் சர்வசமமாக இருக்கும் இத்தொடர்பினைக் கையாள, அவற்றின் சர்வசமத்தை பின்வருமாறு எழுதலாம்.

$$\Delta ABC \cong \Delta XYZ$$

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED



இதை எழுதுவதன் மூலம் நாங்கள் கூறுவது என்னவென்றால்:

- ΔABC என்ற பெயரில் உள்ள முதல் உச்சி, ΔXYZன் முதல் உச்சிக்கு ஒத்திருக்கிறது.
- ΔABC என்ற பெயரில் உள்ள இரண்டாவது உச்சி ΔXYZ இன் இரண்டாவது உச்சிக்கு ஒத்திருக்கிறது மற்றும்
- இதே போல் ΔABC மற்றும் ΔXYZ பெயர்களில் உள்ள மூன்றாவது உச்சிகளுடனும் ஒத்திருக்கிறது.

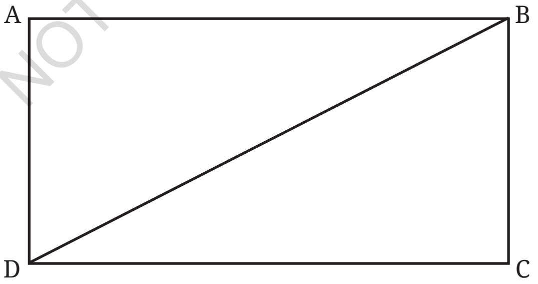
இந்த மரபின் படி, இந்த இரண்டு முக்கோணங்களுக்கும் அதாவது ΔACB ≅ ΔXYZ என எழுதுவது தவறாகும்.

இருப்பினும், அதைச் சொல்வதற்கான மற்றொரு சரியான வழி

$$\Delta ACB \cong \Delta XYZ$$

? கீழே உள்ள ஒரு ஜோடி சர்வசம முக்கோணங்களை உங்களால் அடையாளம் காண முடியுமா? அவை ஏன் சர்வசமமாக உள்ளன?

ΔABD மற்றும் ΔCDB ஐக் கவனியுங்கள்.



படம் 1.1

ABCD ஒரு செவ்வகம் என்பதால், நமக்கு கிடைப்பதும்,

$$AB = CD$$

$$AD = CB$$

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

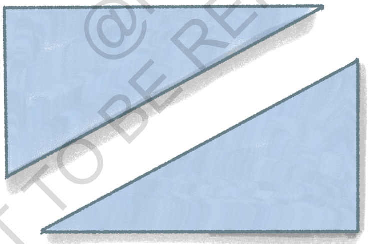
ΔABD மற்றும் ΔCDB இன் மீதமுள்ள பக்கங்கள் ஒரே நீளத்தைக் கொண்டிருந்தால் SSS நிபந்தனை பூர்த்தி செய்யப்பட்டு, இரண்டு முக்கோணங்களின் ஒற்றுமையை உறுதிப்படுத்துகிறது. இது அப்படியா?

மீதமுள்ள பக்கம் ஒரு பொதுவான பக்க BD ஆகும், ஆகவே SSS நிபந்தனை பொருந்தும். எனவே, முக்கோணங்கள் சர்வசமமானவை.

இவ்விரண்டு முக்கோணங்களின் ஒத்தப் பக்கங்களை நாம் அறிவோம். நாம் ஒத்த உச்சிகளை அடையாளம் காண வேண்டும். அவை பின்வருமாறு இருக்க முடியுமா?

ΔABD	ΔCDB
A	C
B	B
D	D

? ABCD செவ்வகத்திலிருந்து பெறப்பட்ட முக்கோணங்களின் காகித வெட்டுக்களை மேலெழுதுவதன் மூலம் இதைச் சரிபார்க்கவும் (படம் 1.1)



@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

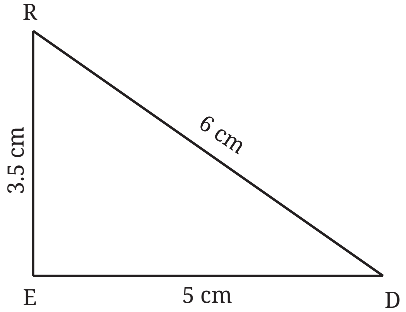
இந்த தொடர்பு ΔABD இன் பக்கம் AB ஐ ΔCDB இன் பக்கம் CB இன் மேலமைவதைக் காண்கிறோம். ஆனால் இந்த பக்கங்கள் சமமாக இருக்க வேண்டிய அவசியமில்லை. எனவே, இது மேலோட்டமானது, மற்றும் ஒற்றுமையை நிலைநாட்டாது.

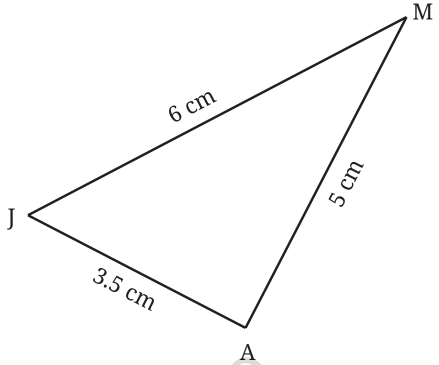
? இரண்டு முக்கோணங்களின் உச்சிகளின் சரியான பொருத்தத்தைக் கண்டறிந்து அவற்றுக்கு இடையே உள்ள ஒற்றுமையைக் கூறுங்கள்.

? இதனைக் கண்டறியவும்.

1. ΔHEN என்பது ΔBIG உடன் சர்வசமமாக உள்ளது என்று வைத்துக் கொள்வோம். இந்த ஒற்றுமையை வெளிப்படுத்த மற்ற அனைத்து சரியான வழிகளையும் பட்டியலிடவும்.

2. முக்கோணங்கள் சர்வசமமாக உள்ளனவா என்பதைத் தீர்மனனிக்கவும். ஆம் எனில், ஒற்றுமையைக் குறிப்பிடவும்.



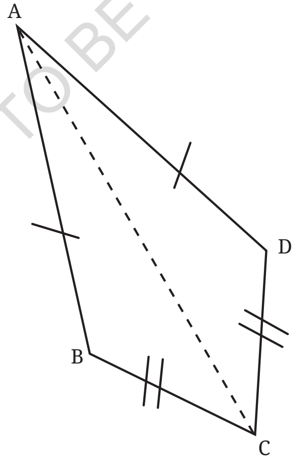


3. கீழே உள்ள படத்தில், AB =AD, CB=CD.

ஏதேனும் ஒரு ஜோடி சர்வசம முக்கோணங்களை உங்களால் அடையாளம் காண முடியுமா? ஆம் எனில், அவை ஏன் சர்வசமமாக உள்ளன என்பதை விளக்குங்கள்.

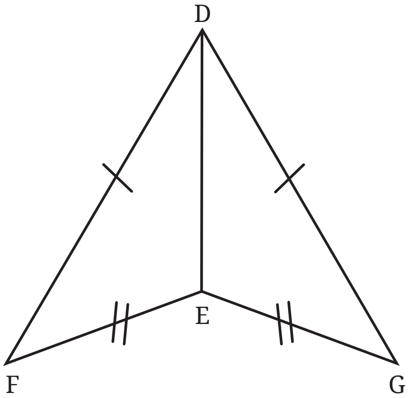
AC ∠ BAD மற்றும் ∠BCD ஐ இரண்டு சம பாகங்களாகப் பிரிக்கிறதா? காரணங்களைக் கூறுங்கள்.

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED



4. கீழே உள்ள படத்தில், ΔDFE மற்றும் ΔGED ஆகியவை ஒன்றோடு ஒன்று ஒத்திருக்கின்றனவா?

DF = DG என்றும் FE = GE என்று கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.

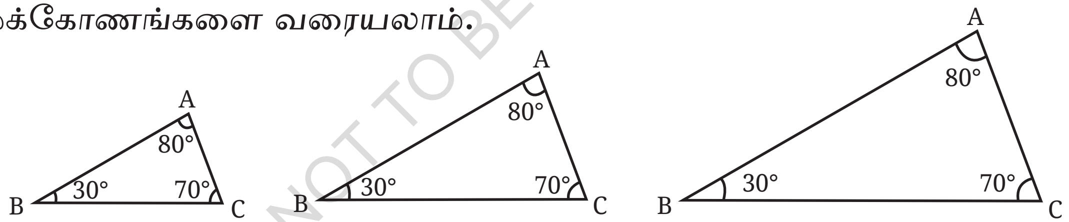


கோணங்களை அளவிடுதல்

மீராவும் ராபியாவும் முக்கோணச் சட்டத்தின் மூன்று பக்க நீளங்களை அளவிடுவதற்குப் பதிலாக மூன்று கோணங்களை அளந்தால்,அவர்களால் முக்கோணத்தை சரியாக மீண்டும் உருவாக்க முடியுமா?

? கோணங்கள் 30°, 70° மற்றும் 80° என்று வைத்துக் கொள்வோம். இதைக் கொண்டு சட்டத்தின் சரியான நகலை உருவாக்க முடியுமா?

நாம் பார்ப்பது போல், இந்த அளவீடுகளைக் கொண்டு ஒவ்வாத பல முக்கோணங்களை வரையலாம்.



இந்த முக்கோணங்கள் ஒரே வடிவத்தைக் கொண்டிருப்பதாகக் காணப்படுகின்றன, ஆனால் ஒரே அளவைக் கொண்டிருக்கவில்லை. எனவே, ஒரே கோணங்களின் தொகுப்பைக் கொண்ட இரண்டு முக்கோணங்கள் சர்வசமமாக இருக்க வேண்டிய அவசியமில்லை.

இரண்டு பக்கங்களையும் உள்ளடக்கிய கோணத்தையும் அளவிடுதல்

? ΔABC மற்றும் ΔXYZ இரண்டு முக்கோணங்கள் ஆகும். இங்கு AB=XY=6cm, AC =XZ=5cm, மற்றும் $\angle A = \angle X = 30^0$ இவை சர்வசமமாக உள்ளனவா?

NOT TO BE REPUBLISHED @KTBS

இதை சரிபார்க்க, நாம் கொடுக்கப்பட்டுள்ள அளவுகளுக்கு சர்வசமமற்ற முக்கோணங்கள் இருக்க முடியுமா என்று நாம் பார்க்க வேண்டும்.

இவ்வளவீடுகள் இரண்டு பக்கங்களின் வடிவத்தையும் உள்ளடக்கிய கோணத்தையும் ஒத்திருக்கும். இந்த அளவீடுகளைக் கொண்டு ஒரு முக்கோணத்தை எவ்வாறு உருவாக்குவது என்பதைப் பார்த்தோம்,

? மேலே உள்ள அளவீடுகளைக் கொண்ட ஒரு முக்கோணத்தை உருவாக்குங்கள்.

உங்கள் வகுப்பு தோழர்கள் உருவாக்கிய முக்கோணங்களுடன் இதை ஒப்பிட்டுப் பாருங்கள். இந்த முக்கோணங்கள் அனைத்தும் சர்வசமமாக உள்ளனவா? இந்த அளவீடுகளாலான இத்தகைய கோணங்கள் சர்வசமமாக உள்ளன என்பதை விளக்கவும்.

ஆகவே, இரண்டு பக்கங்களும் உள்ளடக்கிய கோணமும் சமமாக இருக்கும் போது, இரண்டு முக்கோணங்களும் சர்வசமமாக இருக்கும்.

இது சர்வசமத்திற்க்கான SAS (பக்க கோணப் பக்கம்) நிபந்தனை என்று குறிப்பிடப்படுகிறது.

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

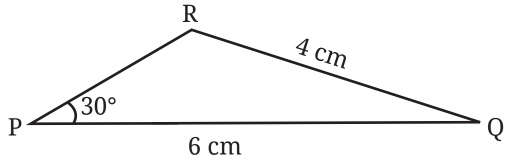
இரண்டு பக்கங்களையும் உள்ளடங்காத கோணத்தையும் அளவிடுதல்.

இரண்டு பக்கங்களும் உள்ளடங்காத கோணமும் சமமாக இருந்தால் என்ன செய்வது?

? ΔABC மற்றும் ΔXYZ இரண்டு முக்கோணங்கள் ஆகும். இவற்றில் AB = XY 6செ.மீ, AC = XZ = 4 செ.மீ., மற்றும் $\angle B=\angle Y=30^0$. இவை சர்வசம முக்கோணங்களாகுமா?

? இந்த அளவீடுகளைக் கொண்ட சர்வசமமற்ற முக்கோணங்கள் இருக்க முடியுமா? உருவாக்கிக் கண்டுபிடியுங்கள்.

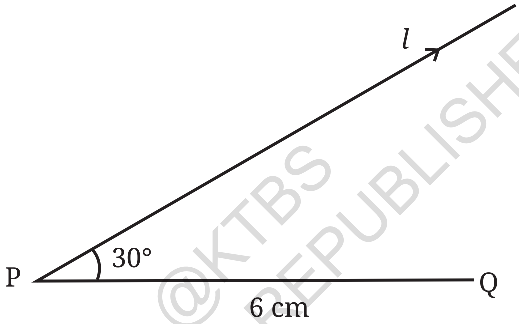
உருவாக்கத்தைத் திட்டமிடுவதற்கு தோராயமான வரைபடத்தைப் பார்ப்பது உதவும்.



இந்த அளவீடுகளைக் கொண்ட ஒரு முக்கோணத்தை எவ்வாறு உருவாக்குவது ?

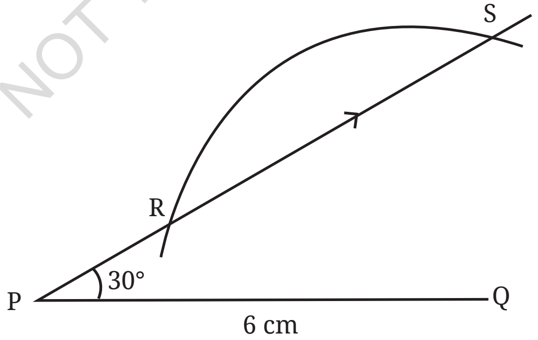
படிநிலை 1: 6 செ.மீ நீளமுள்ள அடிப்பக்கம் PQ ஐ வரையவும்.

படிநிலை 2 : P இலிருந்து PQ உடன் 30^0 கோணத்தை உருவாக்கும் l - என்ற கோட்டை வரையவும்.



@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

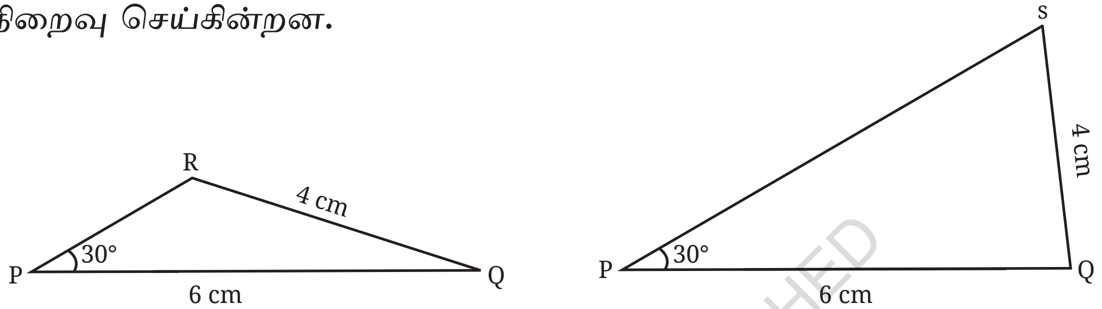
படிநிலை 3 : Qயிலிருந்து 4 செ.மீ ஆரம் கொண்ட போதுமான நீளத்தில் l –என்ற கோட்டை ஒரு வில்லை வரைந்து வெட்டவும்.



இந்த உருவத்திலிருந்து தேவையான முக்கோணத்தை எவ்வாறு கண்டுபிடிப்பது ?

ஒரு வில் மற்றும் கோடு *l* வெட்டும் புள்ளி தேவையான முக்கோணத்தின் மூன்றாவது புள்ளியைக் கொடுக்கிறது. ஆனால் அந்த வில் கோடு *l* ஐ இரண்டு வெவ்வேறு புள்ளிகளில் R மற்றும் S இல் வெட்டுவதைக் காண்கிறோம்.

ΔPQR மற்றும் Δ PRS இரண்டும் கொடுக்கப்பட்ட அளவீடுகளை நிறைவு செய்கின்றன.



எனவே, கொடுக்கப்பட்ட அளவீடுகளைக் கொண்டு இரண்டு சர்வசமமற்ற முக்கோணங்களை வரையலாம்.

இது **SSA (பக்க பக்க கோணம்)** நிபந்தனை என்று அழைக்கப்படுகிறது. SSA நிபந்தனை ஒற்றுமைக்கு உத்தரவாதம் அளிக்காது என்பதைக் கண்டோம்.

சர்வசமத்தன்மையைத் தீர்மானிக்க நாம் இரண்டு பக்கங்களையும் ஒரு கோணத்தையும் சோதித்துப் பார்த்தோம். இரண்டு கோணங்களையும் ஒரு பக்கத்தையும் பயன்படுத்துவோமா?

முதலில் இரண்டு கோணங்கள் மற்றும் உள்ளடக்கிய பக்கம் உள்ள நிலையை எடுத்துக் கொள்வோம்.

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

இரண்டு கோணங்களும் உள்ளடக்கிய பக்கமும்

? ΔABC மற்றும் ΔXYZ இரண்டு முக்கோணங்கள், BC = YZ = 5செ.மீ. $\angle B = \angle Y = 50^0$ மற்றும் $\angle C = \angle Z = 30^0$, இவை சர்வசமமானவையா?

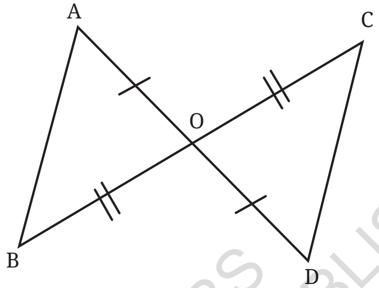
? இந்த அளவீடுகளைக் கொண்ட சர்வசமமற்ற முக்கோணங்கள் இருக்க முடியுமா ? உருவாக்கி கண்டுபிடியுங்கள்.

இரண்டு கோணங்களும் உள்ளடக்கிய பக்கமும் கொடுத்தபோது ஒரு முக்கோணத்தை எவ்வாறு உருவாக்குவது என்பதைப் பார்த்தோம்.

இந்த அளவீடுகளைக் கொண்ட அனைத்து முக்கோணங்களும் ஒன்றுக்கொன்று சர்வசமத்தில் இருக்க வேண்டும் என்பதை இந்த வரைதல் தெளிவுபடுத்த வேண்டும். ஆகவே $\Delta ABC \cong \Delta XYZ$.

இந்த நிலை சர்வசமத்திற்கான ASA **(கோணம் பக்கம் கோணம்)** நிபந்தனை என்று குறிப்பிடப்படுகிறது.

? படத்தில் O என்பது AD மற்றும் BC இன் மையப்புள்ளியாகும். AB மற்றும் CD இன் நீளங்களைப் பற்றி ஒருவர் என்ன சொல்ல முடியும்?



நம்மிடத்தில்,

AO =OD (O என்பது AD இன் மையப் புள்ளி என்பதால்)

BO=OC (O என்பது BC இன் மையப்புள்ளி என்பதால்).

? வேறு ஏதேனும் சமப் பக்கங்கள் அல்லது கோணங்கள் உள்ளனவா?

நம்மடத்தில் இருப்பது,

$\angle AOB = \angle DOC$, ஏனெனில் அவை செங்குத்தெதிர் கோணங்கள் ஆகும். இங்கு SAS நிபந்தனை (இரண்டு பக்கங்களும், உள்ளடக்கிய கோணமும்) நிறைவு செய்யப்படுவதை நாம் காண்கிறோம். எனவே, முக்கோணங்கள் சர்வசமமானவை என்று நாம் முடிவு செய்யலாம்.

ஒத்த உச்சிகள் யாவை?

முக்கோணங்கள் ஒன்றுக்கொன்று சரியாகப் பொருத்ததுவதற்கு AO மற்றும் OD ஆகியவை ஒன்றன் மீது ஒன்று பொருந்த வேண்டும். BO மற்றும் CO ஆகியவை ஒன்றன் மீது ஒன்று பொருந்த வேண்டும் என்றால், ΔAOB மற்றும் ΔDOCஇல் உள்ள ஒத்த உச்சிகள் A மற்றும் D,O மற்றும் O (இரண்டு முக்கோணங்களுக்கும் பொதுவான உச்சி) மற்றும் B மற்றும் C ஆக இருக்க வேண்டும்.

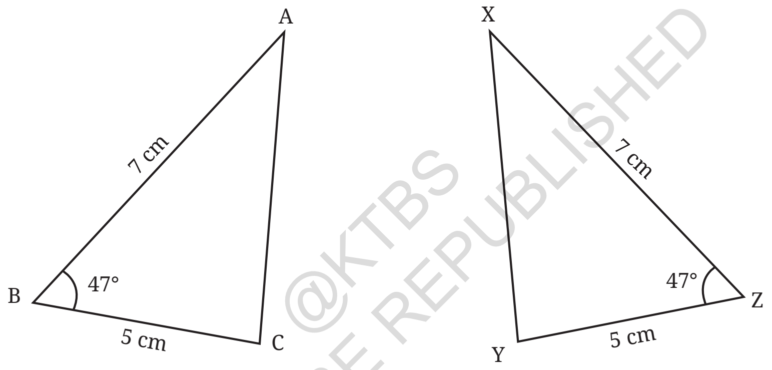
@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

$$\Delta AOB \cong \Delta DOC.$$

முக்கோணங்கள் ஒன்றுடன் ஒன்று இணைக்கப்படும் போது AB மற்றும் DC ஆகியவை ஒன்றுக்கொன்று ஒத்த பக்கங்களாகும். எனவே அவற்றின் நீளம் சமமாக இருக்கும்.

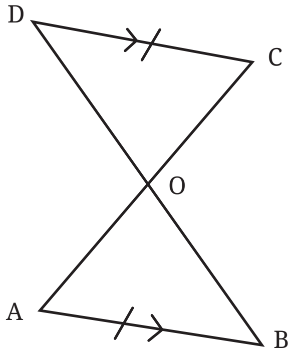
இதனைக் கண்டறிக.

1. கீழுள்ள முக்கோணங்கள் ஒத்தவையா என்பதைக் கண்டறியவும். அவற்றின் ஒற்றுமையை உறுதி செய்ய நீங்கள் என்ன நிபந்தனைகளைப் பயன்படுத்தினீர்கள்? சர்வசமத்தன்மையை வெளிப்படுத்தவும்.

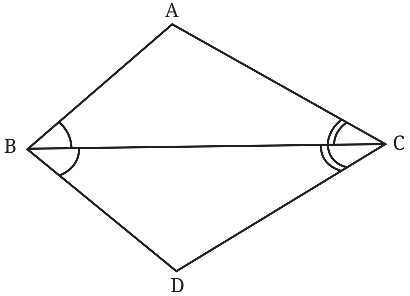


@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

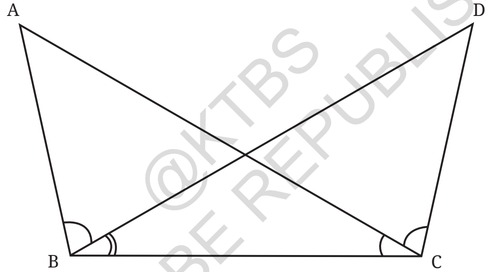
2 CD மற்றும் AB இணையானவை, AB=CD என்று கொடுத்தபோது இந்தப் படத்தில் உள்ள மற்ற சம பாகங்கள் யாவை? (குறிப்பு : கோடுகள் இணையாக இருக்கும்போது, ஒன்று விட்ட கோணங்கள் சமமாக இருக்கும். இதன் விளைவாக வரும் இரண்டு முக்கோணங்களும் ஒத்தவையா? அப்படியானால் சர்வசமத்தன்மையைக் குறிப்பிடவும்.)



3. $\angle ABC = \angle DBC$ மற்றும் $\angle ACB = \angle DCB$ எனக் கொடுக்கப்பட்டால், $\angle BAC = \angle BDC$, என நிரூபிக்கவும். இரண்டு முக்கோணங்களும் சர்வசமமாக உள்ளனவா?



4. $\angle ABD = \angle DCA$ மற்றும் $\angle ACB = \angle DBC$. எனில் பின்வரும் படத்தில் உள்ள சம பாகங்களை அடையாளம் காணவும்,

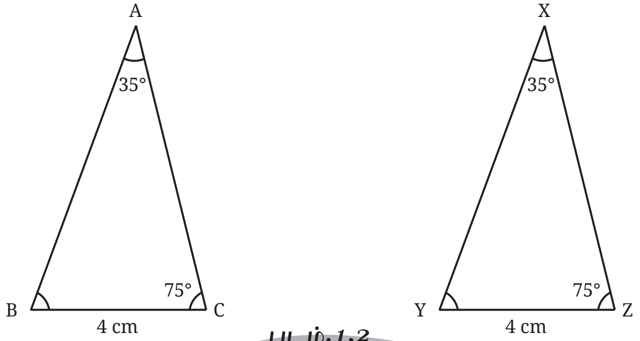


@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

இரண்டு கோணங்களையும், உள்ளடங்காத ஒரு பக்கத்தையும் அளவிடுதல்

? பின்வரும் முக்கோணங்கள் ΔABC மற்றும் ΔXYZ இல் $\angle A = \angle X = 35^0$ $\angle C = \angle Z = 75^0$, 10mm BC=YZ=4 செ.மீ ஆகும். முக்கோணங்கள் ஒத்தவையா?

ஒரு காரணத்தை கொடுங்கள்.



படம்.1.2

இந்தப் பிரச்சனையை எப்படிச் சரிசெய்வது ?

இங்கு ஒரு வழிமுறை உள்ளது.

? ∠B மற்றும் ∠Yன் அளவுகள் என்ன ?

ஒரு முக்கோணத்தின் கோணங்களின் கூட்டுத்தொகை 180^0 என்பது நமக்குத் தெரியும்.

எனவே $\angle B+35^0+75^0= 180^0$

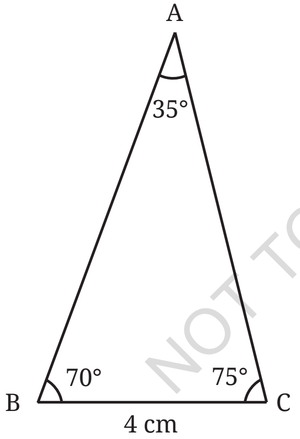
அல்லது $\angle B +110^0 =180^0$

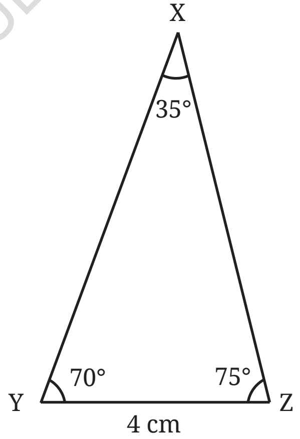
எனவே, $\angle B=70^0$

இதே போல், ∠Y என்பதும் 70^0 ஆகும்.

எனவே, நமக்கு ∠B =∠Y கிடைக்கிறது.

? இது Δ ABC மற்றும் ΔXYZ சர்வசமமா என்பதைக் காட்ட உதவுமா?





@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

இந்த இரண்டு முக்கோணங்களும் இப்போது ASA நிபந்தனையை நிறைவு செய்கின்றன, அதாவது

$$\angle B = \angle Y$$

$$BC = YZ$$

$$\angle C = \angle Z$$

எனவே, $\Delta ABC \cong \Delta XYZ$

படம் 1.2 இல், இரண்டு கோணங்களுக்கும் இரண்டு முக்கோணங்களின் உள்ளடக்கிய பக்கத்திற்கும் இடையே சமத்துவங்கள் உள்ளன. இந்த நிலை AAS (கோணம் கோணம் பக்கம்) நிபந்தனை என்று குறிப்பிடப்படுகிறது.

நாம் பார்ததுபோல, AAS நிபந்தனை சர்வசமத்தன்மையை உறுதி செய்கிறது.

SSA நிபந்தனை எப்போதும் சர்வசமத்தன்மையை உறுதி செய்யாது என்பதை நாம் கண்டோம். ஆயினும், SSA சர்வசமத்தன்மையை உறுதி செய்யும் சில சிறப்பு சூழல்களும் உண்டு. இத்தகைய ஒரு முக்கியமான சூழல் இங்குள்ளது.

ஒரு செங்கோண முக்கோணத்தில் இரண்டு பக்கங்களை அளவிடுதல்.

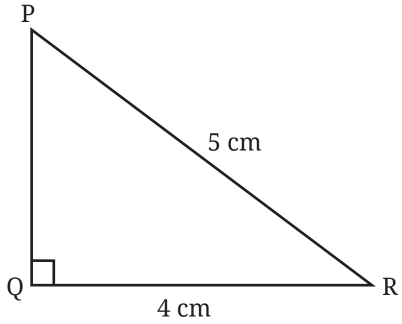
? ΔABC மற்றும் ΔXYZ ஆகியவை செங்கோண முக்கோணங்கள் ஆகும். இங்கு BC = YZ = 4செ.மீ., $\angle B = \angle Y = 90^0$ AC = XZ = 5 செ.மீ., ஒத்தவையா?

? இந்த அளவீடுகளைக் கொண்ட சர்வசமமற்ற முக்கோணங்கள் இருக்க முடியுமா?

உருவாக்கி கண்டுபிடியுங்கள்.

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

தோராயமான வரைபடத்தைப் பார்ப்பது வரைதலைத் திட்டமிட உதவுகிறது.

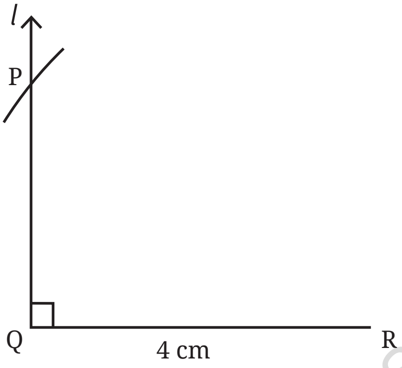


படிநிலை 1 : 4 செமீ நீளமுள்ள அடிப்பக்கம் QR ஐ வரையவும்.

படிநிலை 2 : Q இலிருந்து QRக்கு செங்குத்தாக 'l' என்ற கோட்டை வரையவும்.

படிநிலை 3 : l கோட்டின் மீது, 5 செ.மீ ஆரம் கொண்ட ஒரு வளைவை வெட்டவும்.

படிநிலை 4 : 'l' என்ற கோட்டை வில்லானது வெட்டும் புள்ளி 'P' ஆகட்டும். PRஐ இணைக்கவும்.



ΔPQR என்பது தேவையான முக்கோணம் ஆகும்.

? QRக்குக் கீழே உள்ள l கோட்டின் கீழ்நோக்கிய நீட்டிப்பைக் கருதவும். R இலிருந்து வரும் வில் இந்தக் கோட்டைக் கீழ்நோக்கிச் சந்திக்குமா? (பக்க நீளங்கள் கொடுக்கப்பட்ட போது முக்கோணத்தை வரைந்தது போல) அப்படியானால், கொடுத்துள்ள அளவுகளையே பெற்றிருந்தும், இது ΔPQR இலிருந்து அளவு மற்றும் வடிவம் வேறுபட்ட ஒரு முக்கோணத்திற்கு வழிவகுக்குமா?

நாம் கீழே பெறும் இன்னொரு முக்கோணமும் ΔPQR க்கு சர்சமமாக இருப்பதைக் காணலாம். ஏன்? எனவே, இந்த அளவீடுகளைக் கொண்ட அனைத்து முக்கோணங்களும் ஒன்றுக்கொன்று சர்வ சமத்தில் இருக்கும்.

எனவே, ΔABC = ΔXYZ என்று முடிவு செய்கிறோம்.

நாம் கருதிய இந்நிலையில், மற்றொரு முக்கோணத்தின் ஒத்திசைவு பாகங்களுக்கு சமமான பாகங்களாவன

(a) செங்கோணம்

(b) மற்ற இரண்டு பக்கங்கள், அவற்றில் ஒன்று செங்கோணத்திற்கு எதிரானது. இது கர்ண பக்கம் (hypotenuse) என்று அழைக்கப்படுகிறது.

© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

இது RHS (வலது கர்ண பக்கம்) Right Hypotenuse side நிபந்தனை என்று அழைக்கப்படுகிறது. மேலும் இது சர்வசமத்திற்கான இன்னொரு நிபந்தனை ஆகும்.

சர்வ சமத்தை உறுதி செய்ய போதுமான நிபந்தனைகள்.

இதுவரை நடந்த விவாதங்களிலிருந்து, பின்வரும் நிபந்தனைகளில் ஏதேனும் ஒன்றைப் பூர்த்தி செய்தால், இரண்டு முக்கோணங்கள் சர்வசமம் என்பதைக் காணலாம்.

(அ) SSS நிபந்தனை

(ஆ) SAS நிபந்தனை

(இ) ASA நிபந்தனை

(ஈ) AAS நிபந்தனை

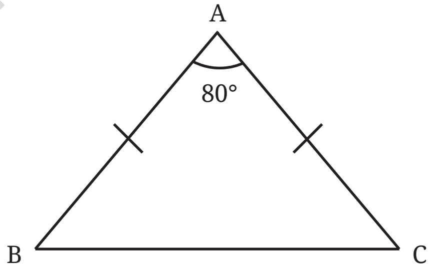
(உ) RHS நிபந்தனை

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

1.3 இருசமபக்க மற்றும் சமபக்க முக்கோணங்களின் கோணங்கள்.

வடிவியல் உருவங்களின் பண்புகளைப் படிப்பதற்கு ஒற்றுமை என்பது மிகவும் சக்திவாய்ந்த கருவியாகும். இருசமபக்க முக்கோணத்தின் ஒரு முக்கியமான பண்பைக் கண்டறிய இதைப் பயன்படுத்துவோம்.

? ΔABC என்பது $AB = AC$, மற்றும் $\angle A = 80$ உடன் இருசமபக்க முக்கோணம் ஆகும். $\angle B$ மற்றும் $\angle C$ பற்றி நாம் என்ன சொல்ல முடியும்?



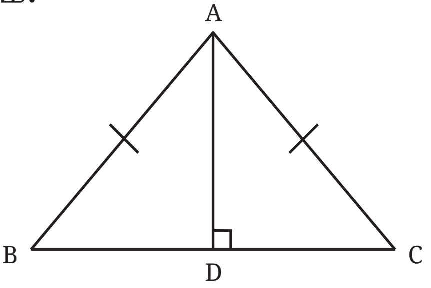
A இலிருந்து BC வரையிலான உயரத்தை வரையவும்.

நம்மிடம் இருப்பன,

AB=AC (கொடுக்கப்பட்டுள்ளது)

$\angle ADB = \angle ADC = 90^0$ (வரைந்ததிலிருந்து)

AD என்பது ΔADB மற்றும் ΔADC ஆகிய இரண்டு முக்கோணங்களின் பொதுவான பக்கமாகும்.



எனவே, முக்கோணங்கள் RHS நிபந்தனையை பூர்த்தி செய்கின்றன. எனவே, ΔADB = ΔADC.

இது ∠B = ∠C என்பதைக் காட்டுகிறது. ஏனெனில் அவை சர்வசம முக்கோணங்களின் ஒத்திசைவு பாகங்கள் ஆகும்.

எனவே, சமபக்கங்களுக்கு எதிர் கோணங்கள் சமமாகும்.

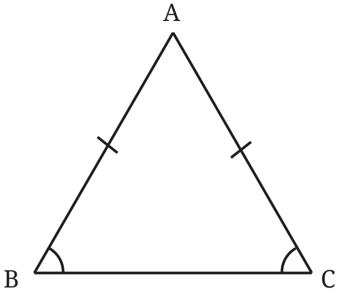
? இந்த உண்மையைப் பயன்படுத்தி ∠B மற்றும் ∠C ஐக் கண்டுபிடிக்க முடியுமா?

ஒரு சமபக்க முக்கோணத்தில் உள்ள கோணங்கள்

சமபக்க முக்கோணங்கள் என்பவை அனைத்து பக்கங்களும் சம நீளங்களைக் கொண்டவை.

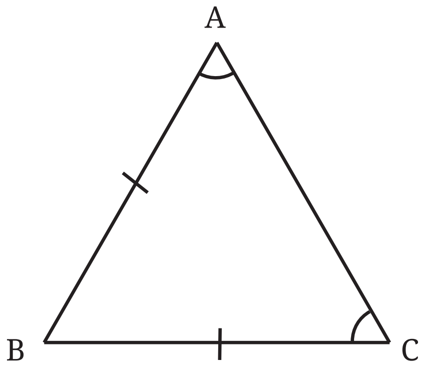
? அவற்றின் கோணங்களைப் பற்றி நாம் என்ன சொல்ல முடியும்?

சமபக்கங்களுக்கு எதிர் கோணங்கள் சமம் என்ற சமீபத்தில் கண்டுபிடிக்கப்பட்ட உண்மையை நாம் பயன்படுத்தலாம்.



©KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

AB மற்றும் AC பக்கங்கள் சமம். எனவே, ∠B = ∠C.



இதே போல், AB மற்றும் BC பக்கங்களும் சமம் எனவே ∠A = ∠C.

எனவே, ஒரு சமபக்க முக்கோணத்தின் மூன்று கோணங்களும் அவற்றின் பக்கங்களைப் போலவே சமமாக உள்ளன.

? அவைகளின் அளவுகள் என்னவாக இருக்கும்?

மூன்று கோணங்களின் கூட்டுத்தொகை 180^0 ஆக இருக்க வேண்டும் என்பதால், ஒரு சமபக்க முக்கோணத்தில் $3 \times$ கோணம் $= 180^0$ ஆகும்.

எனவே ஒவ்வொரு கோணமும் 60^0 ஆகும்.

? வரைதல் மூலம் இதைச் சரியார்க்கவும்.

எனவே, சர்வசமக் கருத்தைப் பயன்படுத்தி, நாம் ஒரு சமபக்க முக்கோணத்தின் அனைத்து கோணங்களும் 60^0 க்கு சமமாகும் என்பதை அறிந்துக் கொண்டோம்.

நிஜ வாழ்க்கையில் சர்வசம முக்கோணங்கள் : பழங்காலம் முதல் நவீன காலம் வரை பல்வேறு கட்டுமானங்கள் மற்றும் வடிவமைப்புகளில் ஒத்த முக்கோணங்களைக் காணலாம்.

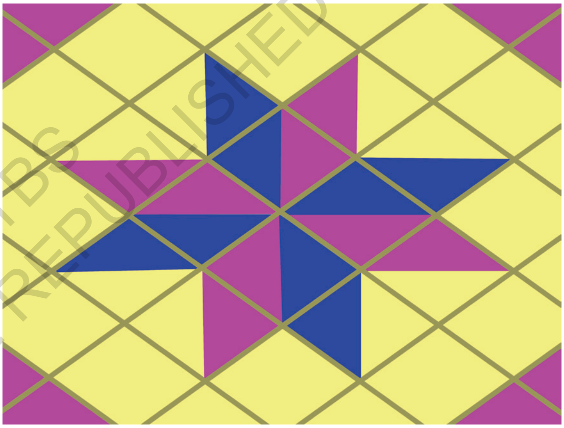
இங்கே ஒரு சில உதாரணங்கள் உள்ளன.

© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

பாரிஸ்ஸில் உள்ள புகழ்பெற்ற லோவ்ரே அருங்காட்சியகம்

கீஸா விலுள்ள உலகப்புகழ்பெற்ற எகிப்திய பிரமிட்

கோபுர வடிவமைப்பு



கோல வடிவமைப்பு

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

இரபீந்திர பாலம் அல்லது ஹௌரா பிரிட்ஜ்

ஒவ்வொரு படத்திலும் நீங்கள் காணும் சர்வ சம முக்கோணங்களைக் குறித்து விளக்கவும்.

இதனைக் கண்டறிக.

1. $\Delta AIR \cong \Delta FLY$. ஒத்திசைவு உச்சிகள், பக்கங்கள் மற்றும் கோணங்களை அடையாளம் காணவும்.

2. பின்வரும் ஒவ்வொரு நிகழ்வும் இரண்டு முக்கோணங்களிலிருந்து எடுக்கப்பட்ட சில அளவீடுகளைக் கொண்டுள்ளது. இரண்டு முக்கோணங்களிலிருந்து எந்த ஜோடிகளில் முக்கோணங்கள் ஒன்றுக்கொன்று ஒத்திருக்கின்றன என்பதை காரணத்துடன் அடையாளம் காணவும். அவை சர்வசமமாக இருந்தால் சர்வசமத்தன்மையைக் ஒற்றுமையை வெளிப்படுத்தவும் குறிப்பிடவும்.

(அ) AB = DE
BC = EF
CA = DF

(ஆ) AB = EF
$\angle A = \angle E$
AC = ED

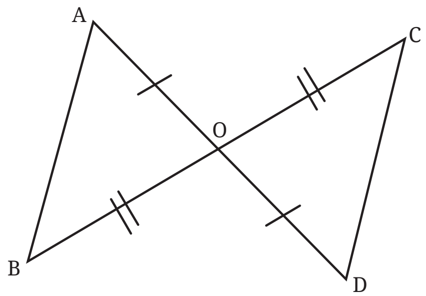
(இ) AB = DF
$\angle B = \angle D = 90^0$
AC = FE

(ஈ) $\angle A = \angle D$
$\angle A = \angle E$
AC = DF

(உ) AB = DF
$\angle B = \angle F$
AC = DE

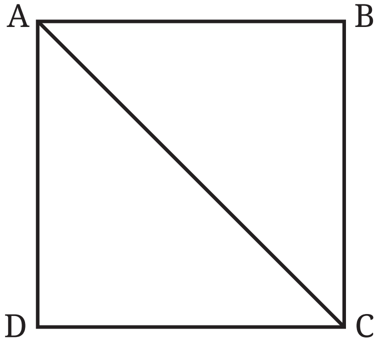
3. OB = OC மற்றும், OA =OD என்றும் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.

AB, CD க்கு இணையாக இருப்பதைக் காட்டுக. (குறிப்பு : இந்த இரண்டு கோடுகளுக்கும் AD என்பது ஒரு குறுக்குவெட்டுக் கோடாகும். ஏதேனும் சமமான ஒன்று விட்ட கோணங்கள் இங்கு உள்ளனவா?)



@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

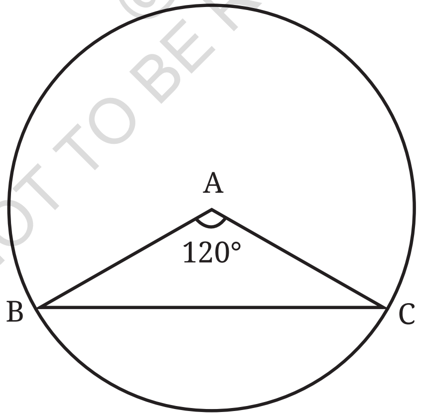
4. ABCD என்பது ஒரு சதுரம் ஆகும். $\Delta ABC \cong \Delta ADC$ என்பதைக் நிரூபிக்கவும், ΔCDA-ம் சர்வசமமாக உள்ளனவா?



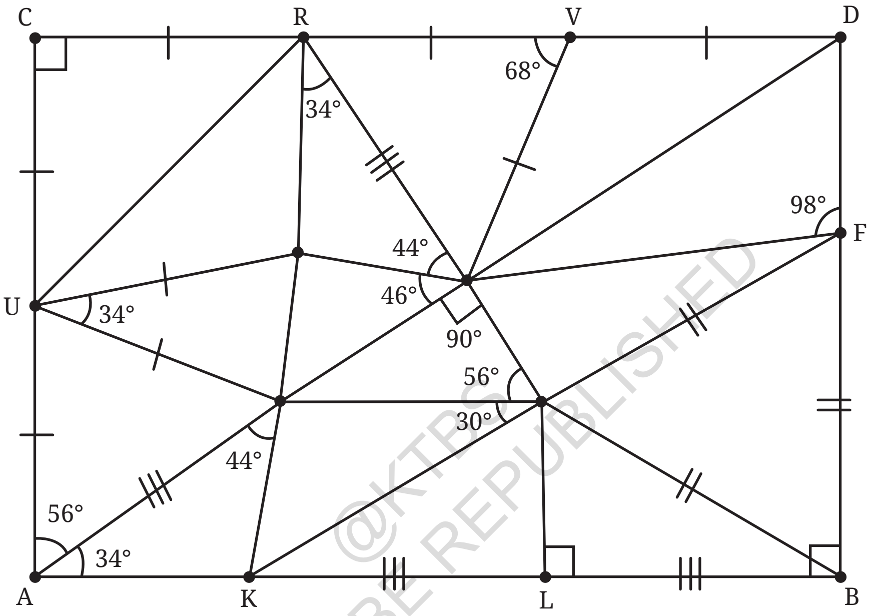
மேலே பார்த்த நிகழ்வைப் போல, முக்கோணம் மற்றொரு ஒரு முக்கோணத்துடன் இரண்டு வெவ்வேறு வகையில் ஒத்தாக இருக்கக்கூடிய மேலும் சில உதாரணங்களை கொடுக்கவும். ஒன்று மற்றொன்றுக்கு ஆறு வெவ்வேறு வழிகளில் ஒத்திருக்கும் இரண்டு முக்கோணங்களுக்கு ஒரு உதாரணம் தர முடியுமா?

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

5. வட்டத்தின் மையம் A எனில், $\angle B$ மற்றும் $\angle C$ஐக் கண்டறியவும்.



6. விடுபட்ட கோணங்களைக் கண்டறியவும். நாம் பின்பற்றி வரும் மரபின் படி, ஒற்றை 'l' எனக் குறிக்கப்பட்ட அனைத்து, கோட்டுப் பிரிவுகளும் ஒன்றுக்கொன்று சமமாகவும், இரட்டை 'l' எனக் குறிக்கப்பட்டவை ஒன்றுக்கொன்று சமமாகவும் இருக்கும்.



@KTBS
NOT TO BE REPUBLISHED

பாடச் சுருக்கம்

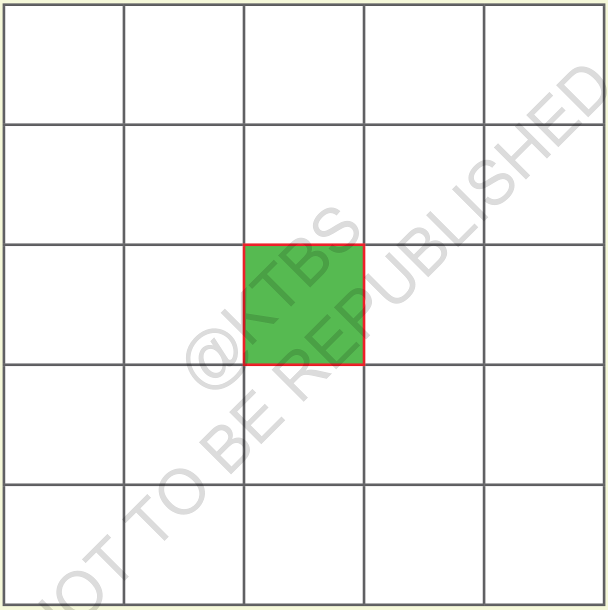
- ஒரே வடிவம் மற்றும் அளவைக் கொண்ட உருவங்கள் **சர்வசமமானவை** என்று கூறப்படுகின்றன.
- இந்த வடிவங்களை ஒன்று மற்றொன்றின் மேல் சரியாகப் பொருந்தும் வகையில் ஒன்றின் மேல் ஒன்றாகப் பொருத்தலாம்.
- ஒற்றுமையை சரிபார்க்கும் போது, ஒரு உருவத்தை மற்றொரு மேல்பதிவு மூலம் உருவத்தின் மீது சரியாகப் பொருந்தும்படி சுழற்றலாம் அல்லது புரட்டலாம்.
- இரண்டு முக்கோணங்கள் ஒரே பக்க நீளங்களைக் கொண்டிருக்கும் போது. SSS (பக்க பக்க பக்கம்) நிபந்தனை பூர்த்தி செய்யப்பட்டுள்ளது என்று கூறுகிறோம். SSS நிபந்தனை ஒற்றுமையை உறுதி செய்கிறது.
- ஒரு முக்கோணத்தின் இரண்டு பக்கங்களும் அதன் உள்ளடக்கக் கோணமுபம் மற்றொரு முக்கோணத்தின் இரண்டு பக்கங்களுக்கும், உள்ளடக்கக் கோணத்திற்கு சமமாக இருக்கும் போது, SAS (பக்கம் கோணப் பக்கம்) நிபந்தனை பூர்த்தி செய்யப்பட்டுள்ளது என்று கூறுகிறோம். SAS நிபந்தனையும் ஒற்றுமையை உறுதி செய்கிறது.
- ஒரு முக்கோணத்தின் இரண்டு கோணங்களும், ஒரு முக்கோணத்தின் உள்ளடக்கப்பட்ட பக்கமும், மற்றொரு முக்கோணத்தின் இரண்டு கோணங்களுக்கும் உள்ளடக்கப்பட்ட கோணத்திற்கும் சமமாக இருக்கும் போது ASA நிபந்தனை ஒற்றுமைக்கு உத்தரவாதம் அளிக்கிறது. கோணங்கள் AAS (கோண கோணப் பக்கம்) நிபந்தனைக்கு இடையில் பக்கம் சேர்க்கப்படாவிட்டாலும் ஒற்றுமை நீடிக்கும்.
- ஒரு செங்கோண முக்கோணத்தில், செங்கோணத்திற்கு எதிரே உள்ள பக்கம் கர்ண பக்கம் எனப்படும்.
- ஒரு செங்கோண முக்கோணத்தின் ஒரு பக்கமும் அதன் கர்ணமும் மற்றொரு செங்கோண முக்கோணத்தின் ஒரு பக்கத்திற்கும் கர்ணத்திற்கும் சமமாக இருக்கும் போது நாம் கூறுவது RHS (வலது கர்ண பக்கம்) நிபந்தனை பூர்த்தி செய்யப்பட்டுள்ளது. RHS நிபந்தனையும் ஒற்றுமையை உறுதி செய்கிறது.
- இரண்டு முக்கோணங்களில் பக்கங்களும் உள்ளடக்கப்படாத கோணமும் சமமாக இருந்தால் இரண்டு முக்கோணங்கள் சர்வசலமாக இருக்க வேண்டிய அவசியமில்லை.
- ஒரு முக்கோணத்தில், சமமான பக்கங்களுக்கு ஏதிரில் உள்ள கோணங்கள் சமமாக இருக்கும்.
- ஒரு சமபக்க முக்கோணத்தில் உள்ள கோணங்கள் அனைத்தும் 60^0 ஆகும்.

© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

புதிர் நேரம்

வெளிப்பாடு பொறியாளர்!

கோடுகள் வரைந்து, வெள்ளை சதுரங்களைக் கொண்ட பகுதியை 6 சிறிய சர்வசம பகுதிகளாகப் பிரிக்கவும்.



@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

2

முழுக்களோடு செயல்பாடுகள்
Operations with Integers

B3A2S4

2.1 முழு எண்களைப் பற்றிய ஒரு விரைவான மீள்பார்வை

ராகேஷின் புதிர்: ஒரு எண் விளையாட்டு

? ராகேஷ் ஒரு சவாலை முன்வைக்கிறான்.

''நான் இரண்டு எண்களை நினைத்திருக்கிறேன்'' என்று அவன் கூறுகிறான்.

''அவற்றின் கூட்டுத்தொகை 25, மற்றும் அவற்றின் வித்தியாசம் 11.''

? அவ்விரண்டு எண்களையும் உங்களால் கூறு முடியுமா?

நீங்கள் எந்த சூத்திரங்களையும் பயன்படுத்தக் தேவையில்லை. வெவ்வேறு எண் ஜோடிகளை முயற்சி செய்து சோதிக்கவும்.

1. அவ்விரண்டு எண்களும் 25-க்குக் கூட்டப்படுகிறதா?

2. அவற்றின் வித்தியாசம் 11-ஆக இருக்கிறதா?

(வித்தியாசம் என்பது முதல் எண்- இரண்டாம் எண் என்பதைக் குறிக்கிறது என்பதை நினைவில் கொள்க.)

உங்களின் யூகங்களை இதில் எழுதுங்கள்:

முதல் எண்	இரண்டாம் எண்	கூட்டுத்தொகை	வித்தியாசம்
10	15	25	–5
20	5	25	15
19	6	25	13
18	7	**25**	**11**

©KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

? நீங்கள் சரியான ஜோடியைக் கண்டுபிடித்தீர்களா?

? இப்போது நீங்கள் சரியான ஜோடியைக் கண்டுபிடித்ததால், ராகேஷ் உங்களுக்கு இரண்டாவது சவாலைக் கொடுக்கிறார்.

"கூடுதல் 25 ஆகவும் ஆனால் அவற்றின் வேறுபாடு -11 ஆகவும் இருக்கும் இரண்டு எண்களை பற்றி யோசித்து பாருங்கள்".

அதே முறையைப் பயன்படுத்தவும். வெவ்வேறு ஜோடி எண்களை முயற்சி செய்து மீண்டும் அட்டவணையை நிரப்பவும்.

முதல் புதிரில் இருந்து எண்களை மாற்றிப் பார்த்தால், ராகேஷின் இரண்டாவது புதிருக்கு விடை கிடைக்கும் என்பதை நீங்கள் கவனிப்பீர்கள். அதாவது, முதல் எண் 7 மற்றும் இரண்டாவது எண் 181.

? **இதனைக் கண்டறிக.**

அவற்றின் கூட்டுத்தொகை மற்றும் வேறுபாடுகளிலிருந்து இன்னும் சில ஜோடி எண்களைக் கண்டு பிடிக்க முயற்சிப்போம்.

அ) கூட்டுத்தொகை = 27, வேறுபாடு = 9

(ஆ) கூட்டுத்தொகை = 4, வேறுபாடு = 12

(இ) கூட்டுத் தொகை = 0, வேறு பாடு = 10

(ஈ) கூட்டுக் தொகை = 0, வேறுபாடு =-10

(உ) கூட்டுத் தொகை = -7, வேறுபாடு = -1

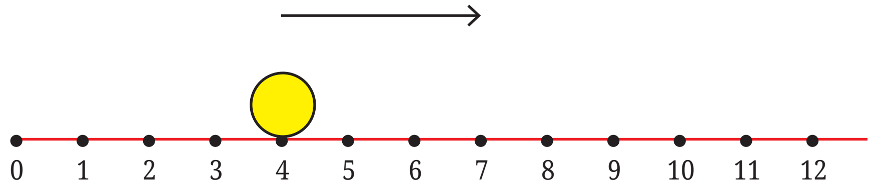
(ஊ) கூட்டுத் தொகை=-7, வேறுபாடு=-13

ஒரு துணையைத் தேர்ந்தெடுத்து இந்த விளையாட்டை விளையாடுங்கள் ஒவ்வொரு திருப்பத்திலும் உங்களில் ஒருவர், இரண்டு முழு எண்களைப் பற்றி யோசித்து. அவற்றின் கூட்டுத்தொகை மற்றும் வேறுபாட்டைக் கொடுக்கலாம்; பின்னர் மற்றவர் முழு எண்களைக் கண்டுபிடிக்க வேண்டும் சிறிது பயிற்சியின் பிறகு உங்கள் குடும்ப உறுப்பினர்களுக்காக இந்த மந்திர தந்திரத்தை நீங்கள் செய்து அவர்களை ஆச்சரியப்படுத்தலாம்!

NOT TO BE REPUBLISHED @KTBS

கேரம் நாணய முழு எண்கள்.

ஒரு கேரம் நாணயத்தை வலப்புறமாக நகர செய்ய அதை அடிக்கப்படுகிறது. ஒவ்வொரு அடியும் நாணயத்தை வலப் புறமாக ஒரு குறிப்பிட்ட எண்ணிக்கையிலான அலகுகள் தூரத்திற்கு நகர்த்துகிறது.

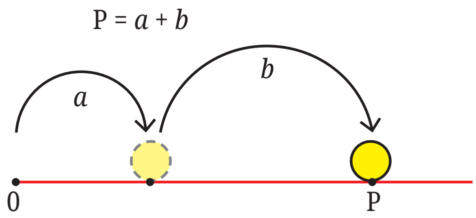


❓ முதலில், நாணயம் 0 புள்ளியில் உள்ளது. நாணயத்தை இரண்டு முறை அடித்தால் முதல் அடியில் 4 அலகுகளும், இரண்டாவது அடியில் 3 அலகுகளும் நகர்த்தப்பட்டால், நாணயத்தின் இறுதி நிலை என்னவாக இருக்கும்?

நாணயம் 0 இலிருந்து $4 + 3 = 7$ அலகுகளாக இருக்கும் என்பது தெளிவாகிறது.

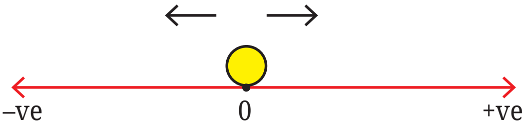
❓ நாணயம் இரண்டு முறை அடிக்கப்பட்டால், இரண்டு அசைவுகளும் தெரிந்திருந்தால், நாணயத்தின் இறுதி நிலைக்கு ஒரு சூத்திரத்தைக் கொடுக்க முடியுமா?

முதல் அடி 'a' நாணயத்தை வலப்புறமாகவும், இரண்டாவது அடி 'b' நாணயத்தை வலப் புறமாகவும் நகர்த்தினால், இறுதி நிலை $p = a + b$ ஆகும் இங்கு P என்பது தொடக்கப் புள்ளி 0 இலிருந்து நாணயத்தின் தூரம் ஆகும்.



இப்போது நாணயத்தை இடது அல்லது வலது பக்கம் நகர்த்துவதற்கு அடிக்க முடியும் என்று வைத்துக் கொள்வோம்.

NOT TO BE REPUBLISHED ©KTBS

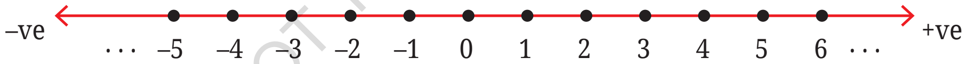


? நாணயம் 0 இல் உள்ளது. அது இரண்டு முறை தாக்கப்பட்டால் (இரண்டு தாக்கங்களின் திசையும் ஒரே மாதிரியாகவோ அல்லது வேறுபட்டதாகவோ இருக்கலாம்) நாணயத்தின் இறுதி நிலைக்கு ஒரு சூத்திரத்தை வழங்க முடியுமா?

இதைச் செய்வற்கான ஒரு வழி, தாக்கங்களின் திசைகளின் வெவ்வேறு நிகழ்வுகளைக் கருத்தில் கொள்வது.

- இரண்டும் வலது பக்கம்,
- இரண்டும் இடதுபுறம்,
- முதலாவது வலது புறமாகவும், இரண்டாவது இடது புறமாகவும் உள்ளது, மேலும்
- முதலாவது இடதுபுறமாகவும், இரண்டாவது வலது புறமாகவும் உள்ளது.

இந்த சூழ்நிலையை மாதிரியாக்க ஒரு திறமையான வழி, நேர்மறை மற்றும் எதிர்மறை முழு எண்களைப் பயன்படுத்துவதாகும். முதலில், நாணயம் நகரும் கோட்டை எண் கோடாக மாதிரியாக்கு வோம்.



வலதுபுறம் நோக்கிய இயக்கத்தை நேர்மறையாகவும், இடதுபுறம் நோக்கிய இயக்கத்தை எதிர் மறையாகவும் கருதுவோம்.

முதல் அடி நாணயத்தை 0 இலிருந்து 5 அலகுகள் வலது புறமாக நகர்த்துகிறது என்று வைத்துக் கொள்வோம். இரண்டாவது அடியை இடது புறமாக 7 அலகுகள் அடித்தால், முதல் இயக்கம் = 5 அலகுகள்.

இரண்டாம் இயக்கம் = -7 அலகுகள் என்று எடுத்துக் கொள்வோம்.

? நாணயத்தின் இறுதி நிலை என்ன?

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

5+ (-7)= -2 என்ற இரண்டு இயக்கங்களைச் சேர்ப்பதன் மூலம் இதைக் கண்டறியலாம்.

எனவே நாணயம் -2 இல் உள்ளது அல்லது அது 0க்கு இடதுபுறத்தில் 2 அலகுகள் தூரத்தில் உள்ளது.

பொதுவாக, முதல் அடி நாணயத்தின் 'a' அலகுகளை நகர்த்தினால் (வலதுபுறம் தாக்கினால் நேர்மறையாகவும், இடதுபுறம் தாக்கினால் எதிர்மறையாகவும் இருக்கும்) இரண்டாவது அடி 'b' அலகுகளை நகர்த்தினால் (வலதுபுறம் தாக்கினால் நேர்மறையாகவும், இடதுபுறம் தாக்கினால் எதிர்மறையாகவும் இருக்கும்)

அப்போது இரண்டு முறை அடித்தப் பிறகு கிடைக்கும் இறுதி நிலை 'P' மீண்டும் P = a + b

? இந்தப் புதிய மாதிரியின் அடிப்படையில், பின்வரும் கேள்விகளுக்கு பதிலளிக்கவும்.

1. முதல் இயக்கம்-4 ஆகவும், இறுதி நிலை 5 ஆகவும் இருந்தால், இரண்டாவது இயக்கம் என்ன?

2. 1, -2, 3, -4,...... -10 வரிசையில் அசைவுகளை ஏற்படுத்தும் பல அடிகள் இருந்தால் நாணயத்தின் இறுதி நிலை என்ன?

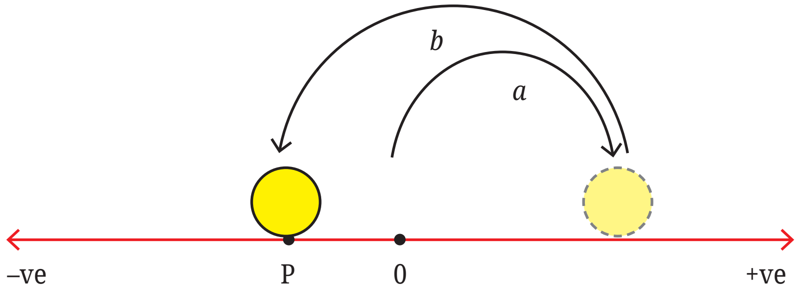
NOT TO BE REPUBLISHED @KTBS

இயக்கங்களை நேர்மறை மற்றும் எதிர்மறை என எண்களாக மாதிரியாக்குவதன் மூலம், தூரம் (அளவு) மற்றும் திசை (வலது அல்லது இடது நோக்கி) ஆகிய இரண்டு தகவல்களை நாம் அறிய முடிகிறது. உதாரணமாக, இயக்கம்-4 என்று நாம் கூறும்போது, அளவு 4 ஆகவும், திசை இடது நோக்கியும் இருக்கும்.

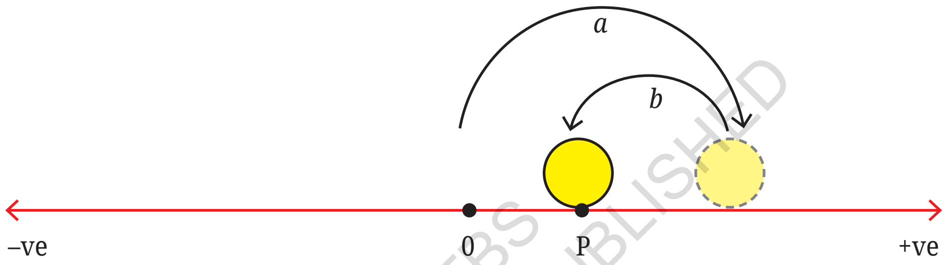
? கீழே உள்ள படங்களிலிருந்து, a மற்றும் b ஆகியவற்றின் அளவுகள் ஒன்றையொன்று ஒப்பிடும் போது நீங்கள் என்ன முடிவுக்கு வர முடியும்? மேலும் அவற்றின் திசைகள் என்ன? 0 இலிருந்து தொடங்க நினைவில் கொள்ளுங்கள்.

முயற்சி செய்க

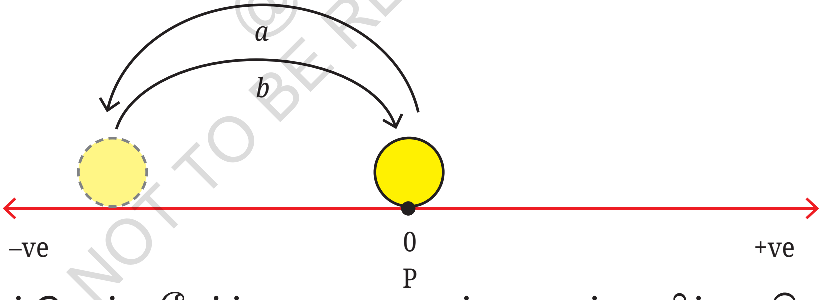
1.



2.



3.



@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

எண் கோட்டுடன் சேர்த்து முழு எண்களைப் புரிந்து கொள்ள டோக்கன் மாதிரியைப் பயன்படுத்தினோம். இந்த மாதிரியைப் பயன்படுத்தி, 6ஆம் வகுப்பில் கூட்டலும் கழித்தலும் செய்தோம். இப்போது அதை சுருக்கமாக நினைவு கூறுவோம். நேர்மறை 1ஐக் குறிக்க பச்சை (+) டோக்கனையும் எதிர் மறை 1ஐக் குறிக்க சிவப்பு (–) டோக்கனையும் பயன்படுத்தினோம், அதாவது -1. அவை ஒன்றாக பூஜ்ஜியத்தை உருவாக்குகின்றன ஏனெனில் அவை ஒன்றையொன்று ரத்து (cancel) செய்கின்றன.

? (+7) - (+18) ஐக் கண்டறியவும்.

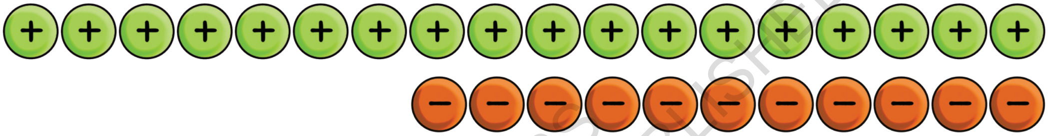
அதாவது (+7) - (+18) இலிருந்து 18 ஐக் கழிக்க, 7 நேர்மறைகளிலிருந்து 18 நேர்மறைகளை நீக்க வேண்டும்.

ஆனால் 18 நேர்மறைகளை நீக்க போதுமான டோக்கன்கள் இல்லை!

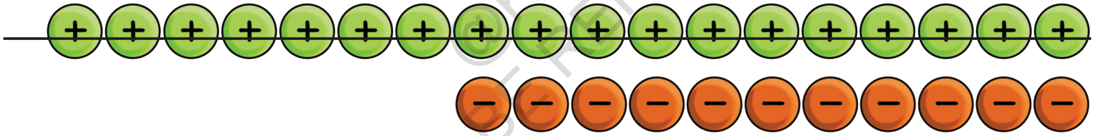
18 நேர்மறைகளை நீக்க போதுமான பூஜ்ஜிய ஜோடிகளை வைக்கிறோம்.

எத்தனை ?

நமக்கு *7* நேர்மறைகள் உள்ளன, மேலும் *11* தேவை எனவே நாம் *11* பூஜ்ஜிய ஜோடிகளை வைக்க வேண்டும்.



இப்போது நாம் 18 நேர்மறைகளை அகற்றலாம்



மீதம் என்ன? 11 எதிர்மறைகள் இருக்கும், அதாவது *-11*.

எனவே, 7 - 18 = -11.

ஒரு எண்ணைக் கழிப்பது அதன் கூட்டுத்தொகை தலைகீழாகக் கூட்டுவதற்குச் சமம் என்பதையும் நாம் பார்த்தோம்.

டோக்கன்களைப் பயன்படுத்தி, பின் வரும் கூற்றுகளை விவாதிப்போம்.

(a) 7-18=7+(-18) (18 இன் கூட்டுத் தொகை தலைகீழ் -18)

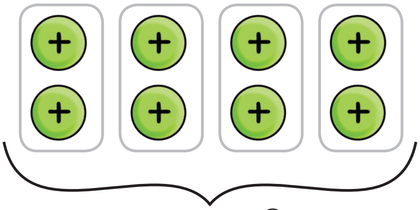
(b) 4- (-12)=4+12 (-12 இன் கூட்டுத்தொகை தலைகீழ் 12 ஆகும்)

ஆசிரியருக்கான குறிப்பு: பார்வை குறைபாடு உள்ள மாணவர்களுக்கு நேர்மறை மற்றும் எதிர் மறை எண்களுக்கு வெவ்வேறு வடிவங்களின் டோக்கன்களைப் பயன்படுத்தலாம்.

© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

ஒரு முழு எண் a இன் கூட்டு தலைகீழ் -a ஆகக் குறிப்பிடப்படுகிறது. எனவே 18 இன் கூட்டு தலைகீழ் -(18) = -18 ஆகவும், -18 இன் கூட்டு தலைகீழ் -(-18) =18 ஆகவும் குறிப்பிடப்படுகிறது.

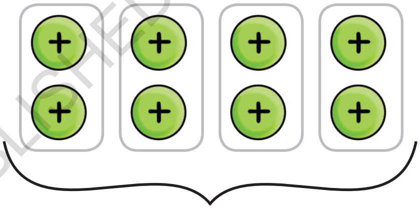
2.2. முழு எண்களின் பெருக்கல்



இரண்டு பச்சை டோக்கன்
நான்கு முறை = 8
$4 \times 2 = 8$

முழு எண்களின் கூட்டல் மற்றும் கழித்தலைக் குறிக்க டோக்கன் மாதிரியைப் பயன்படுத்தினோம். டோக்கன்களைப் பயன்படுத்தி முழு எண்களின் பெருக்கலை எவ்வாறு மாதிரியாக்குவது என்பதை இப்போது ஆராய்வோம்.

படத்தில் காட்டப்பட்டுள்ளபடி சில நேர்மறை டோக்கன்களை ஒரு வெற்றுப் பையில் வைப்பதாக வைத்துக் கொள்வோம்.



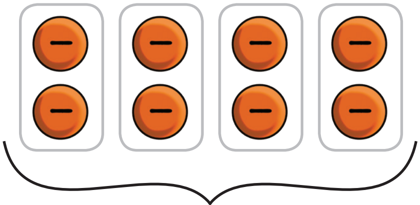
இரண்டு பச்சை டோக்கன்
நான்கு முறை = 8
$4 \times 2 = 8$

? இப்போது பையில் எத்தனை நேர்மறைகள் உள்ளன?

பையில் 8 நேர்மறைகள் உள்ளன.

பையில் 2 நேர்மறைகளை 4 முறை கூட்டுவதாக நாம் காணலாம். எனவே செயல்பாடு, 4 x 2 = 8.

நேர்மறை முழு எண்களின் இந்த வகையான பெருக்கலை நாம் முன்பு பார்த்திருக்கிறோம். 4 x (-2) போன்ற பெருக்கலுக்கு அர்த்தம் கொடுக்க டோக்கன்களைப் பயன் படுத்தலாமா?



இரண்டு சிவப்பு டோக்கன் 4
முறை = –8
$4 \times (-2) = -8$

பெருக்கும் எண்
பெருக்கப்படும் எண்
பெருக்குத் தொகை

எப்படி என்று பார்ப்போம்.

ஒவ்வொரு புதிய செயல்பாட்டிற்கும், நாம் ஒரு வெற்றுப்பையுடன் தொடங்குவோம்.

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

4 x (-2) என்பது ஒரு வெற்றுப் பையில் 2 எதிர்மறைகளை 4 முறை வைப்பதாகக் கருதலாம். எதிர்மறைகளுக்கு நாம் சிவப்பு டோக்கன்களைப் பயன்படுத்துகிறோம். எனவே ஒரு வெற்றுப் பையில் 2 எதிர்மறைகளை 4 முறை வைப்போம்.

இப்போது பையில் 8 சிவப்பு டோக்கன்கள் அல்லது 8 எதிர்மறைகள் உள்ளன, அதாவது -8. 4x (-2) = (-8)

? இதே போல் 4 x (-6) மற்றும் 9 x (-7) ஆகியவற்றின் மதிப்புகளைக் கண்டறியவும்?

(-4) x (2) ஐ எவ்வாறு விளக்குவது?

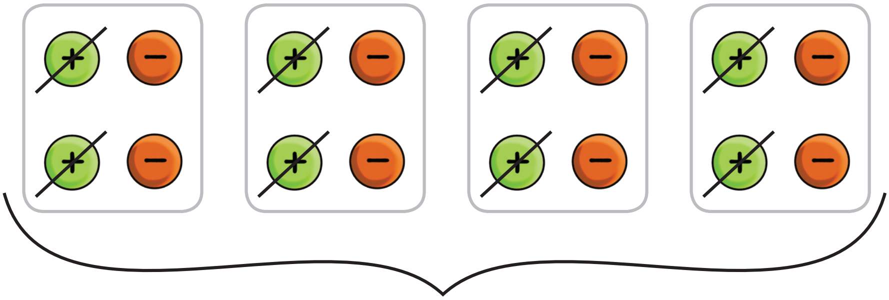
பெருக்கும் எண் நேர்மறையாக இருக்கும் போது, பையில் டோக்கன்களை வைக்கிறோம். பெருக்கும் எண் எதிர்மறையாக இருக்கும் போது, பையில் இருந்து டோக்கன்களை அகற்றுகிறோம்.

எனவே (-4) x (2)க்கு, பையில் இருந்து இரண்டு நேர்மறைகள் அல்லது இரண்டு பச்சை டோக்கன்களை 4 முறை அகற்ற வேண்டும்.

? நாம் ஏன் சிவப்பு டோக்கன்களை நீக்காமல் பச்சை டோக்கன்களை நீக்க முயற்சிக்கிறோம்?

ஆனால் பையில் டோக்கன்கள் எதுவும் இல்லை, ஏனென்றால் நாம் ஒரு வெற்றுப் பையுடன் தொடங்குகிறோம். கழித்தலைப் போலவே, ஒரு வெற்றுப் பையிலிருந்து 2 நேர்மறைகளை அகற்றுவதற்கு, முதலில் அந்தப் பையில் 2 பூஜ்ய ஜோடிகளை வைக்க வேண்டும். அதன் பிறகு அந்த இரண்டு நேர்மறைகளை அகற்றலாம், இதை நாம் 4 முறை செய்ய வேண்டும்.

கணித பேச்சு



4 முறை பூஜ்ஜிய ஜோடிகளிலிருந்து 2 பச்சை டோக்கன்களை நீக்கவும்,

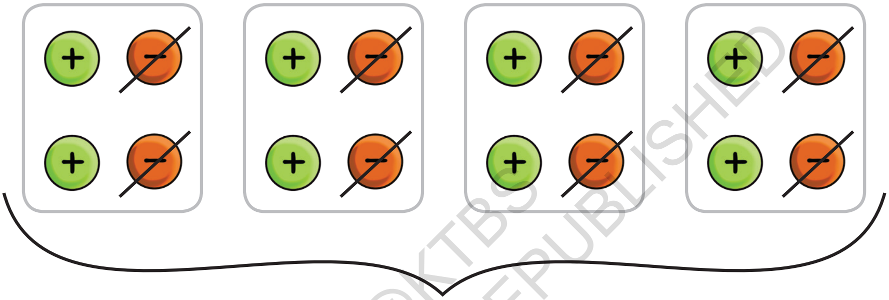
$(-4) \times 2 = -8$

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

நேர்மறைகளை நீக்கிய பிறகு, 8 எதிர்மறைகள் பையில் மீதியுள்ளன. இது -8. இது (-4) x 2 = -8 என்பதைக் காட்டுகிறது.

? பெருக்கலில் இரண்டு முழு எண்களும் எதிர் மறையாக இருக்கும் போது என்ன நடக்கும்? டோக்கன்களைப் பயன்படுத்தி (-4) x (-2) ஐ எவ்வாறு மாதிரியாக்குவது?

(-4) x (-2) க்கு பையில் இருந்து 2 எதிர்மறைகளை 4 முறை அகற்ற வேண்டும். பையில் சிவப்பு டோக்கன்கள் இல்லாததால் 2 பூஜ்ஜிய ஜோடி களை வைத்து 2 எதிர் மறைகளை அகற்ற வேண்டும், இதை 4 முறை செய்ய வேண்டும்.



4 முறை பூஜ்ஜிய ஜோடிகளிலிருந்து 2 சிவப்பு டோக்கன்களை நீக்கவும்,
$(-4) \times (-2) = 8$

பையில் 8 நேர்மறைகள் மீதமுள்ளன. இது+ 8 எனவே -4 x -2 = +8

இதுவரை, டோக்கன்களைப் பயன்படுத்தி பின்வரும் முடிவுகளை நாம் நிறுவியுள்ளோம்.

$$4 \times 2 = 8,$$
$$4 \times (-2) = -8,$$
$$(-4) \times 2 = -8,$$
$$(-4) \times (-2) = 8.$$

? **இதனைக் கண்டறிக.**

1. டோக்கன் விளக்கத்தைப் பயன்படுத்தி மதிப்புகளைக் கண்டறியவும்.

(a) $3 \times (-2)$　　(b) $(-5) \times (-2)$

(c) $(-4) \times (-1)$　　(d) $(-7) \times 3$

©KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

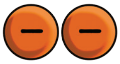
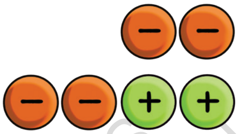
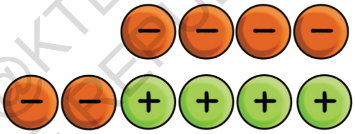
2. 123 × 456 = 56088 எனில், மதிப்பை கணக்கிடாமல் விடையை கண்டறியவும்.

(a) (–123) × 456 (b) (–123) × (–456) (c) (123) × (–456)

3. இரண்டு முழு எண்களைப் பெருக்க ஒரு எளிய விதியை உருவாக்க முயற்சிக்கவும்.

கணித பேச்சு

பின்வரும் டோக்கன்கள் குறிக்கும் எண்களை கவனியுங்கள்.

(a)	
(b)	
(c)	

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

இவை அனைத்தும் (-2) என்ற எண்ணைக் குறிப்பதை நாம் காணலாம் இப்போது. இந்த டோக்கன் தொகுப்புகள் ஒவ்வொன்றையும் 4 முறை எடுத்துக் கொள்ளுங்கள். அதாவது, ஒவ்வொரு தொகுப்பையும் காலியான பையில் 4 முறை வைக்கவும்.

? ஒவ்வொரு நிகழ்விலும் இறுதி விடையாக நமக்கு என்ன முழு எண் கிடைக்கிறது? தொகுப்புகள் வித்தியாசமாக இருப்பதால் நமக்கு வெவ்வேறு பதில்கள் கிடைக்குமா? அல்லது அவை அனைத்தும் -2 ஐக் குறிப்பதால் ஒரே பதில் கிடைக்குமா?

கணித பேச்சு

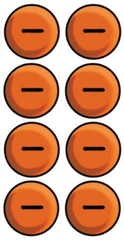
? 4 உடன் தொடர்புடைய வெவ்வேறு டோக்கன் தொகுப்புகளை எடுத்து, 5 × 4 க்கு இதைச் சரிபார்க்கவும். -4 × 2 என்பது காலியான பையில் இருந்து 4 முறை நேர்மறை டோக்கன்களை நீக்குவதன் மூலம் கிடைக்கும் எண் என்பதை கண்டோம்.

ஒரு எண்ணை நீக்குவது அல்லது கழிப்பது அதன் தலைகீழ் எண்ணை கூட்டுவதற்குச் சமம் என்பதை நாம் அறிவோம்.

கணித பேச்சு

இதை பயன்படுத்தி, டோக்கன்களை அகற்றுவதற்குப் பதிலாக டோக்கன்களை சேர்க்கும் செயல்முறை மூலம் -4 × 2 ஐ வரையறுக்க முடியுமா?

2 நேர்மறை டோக்கன்களை நீக்குவது 2 எதிர்மறை டோக்கன்களைச் சேர்ப்பதற்குச் சமம் என்பதால், காலியான பையில் 2 எதிர்மறை டோக்கன்களை 4 முறை சேர்ப்பதன் மூலமும் -4 x 2 ஐ பெறலாம்.



$(-4) \times 2$

முழு எண் பெருக்கலில் உள்ள அமைப்புகள்

பெருக்கும் எண் நேர்மறையாக இருக்கும்போதும் அது எதிர்மறையாக இருக்கும் போதும் பெருக்கப்படும் எண், நேர்மறையாக இருக்கும் போதும் மற்றும் அது எதிர்மறையாக இருக்கும்போது முழு எண்களின் பெருக்கலை ஆராய்ந்தோம். இந்த புரிதலைப் பயன்படுத்தி, பெருக்கல்களின் வரிசையை உருவாக்கி, அமைப்புகளை கவனிப்போம்.

? இந்த அமைப்பில் நீங்கள் என்ன கவனித்தீர்கள்? அதை விவரிக்க முடியுமா?

பெருக்கப்படும் எண் நேர்மறையாக இருக்கும் போது. பெருக்கும் எண் ஒவ்வொரு அலகு குறையும் போதும் பெருக்கப்படும் எண்ணால் பெருக்குத்தொகை குறைவதை நாம் காணலாம்.

$4 \times 3 = 12$

–3

$3 \times 3 = 9$

–3

$2 \times 3 = 6$

–3

$1 \times 3 = 3$

–3

$0 \times 3 = 0$

NOT TO BE REPUBLISHED ©KTBS

? பெருக்கும் எண் பூஜ்ஜியத்திற்கு கீழே சென்று எதிர்மறை எண்ணாக மாறும் போதும் இந்த அமைப்பு தொடருமா?

$4 \times 3 = 12$	
	-3
$3 \times 3 = 9$	
	-3
$2 \times 3 = 6$	
	-3
$1 \times 3 = 3$	
	-3
$0 \times 3 = 0$	
	-3
$-1 \times 3 = -3$	
	-3
$-2 \times 3 = -6$	
	-3
$-3 \times 3 = -9$	

ஆம் உண்மை தான் ! பெருக்கும் எண் எதிர்மறை எண்ணாக மாறும் போதும் இந்த அமைப்பு தொடரும்.

? பெருக்கப்படும் எண் எதிர்மறை முழு எண்ணாக இருக்கும் போது என்ன அமைப்பு இருக்கும்?

$4 \times (-3) = -12$	
	$+3$
$3 \times (-3) = -9$	
	$+3$
$2 \times (-3) = -6$	
	$+3$
$1 \times (-3) = -3$	
	$+3$
$0 \times (-3) = 0$	

இது முந்தைய அமைப்பின் தலைகீழ் ஆகும், பெருக்கப்படும் எண் எதிர்மறையாக இருக்கும் போது, பெருக்கும் எண் ஒவ்வொரு அலகு **குறையும்** போதும், பெருக்கப்படும் எண்ணால் பெருக்குத்தொகை **அதிகரிக்கிறது.**

? பெருக்கும் எண் பூஜ்ஜியத்திற்கு கீழே சென்று எதிர்மறை முழு எண்ணாக மாறும் போது இந்த அமைப்பு தொடருமா?

ஆம்!

பெருக்கும் எண் எதிர்மறையாக இருந்தாலும் கூட, அதே அமைப்பு காணப்படுகிறது. பெருக்கப்படும் எண் எதிர்மறையாக இருக்கும் போது, பெருக்கும் எண் ஒவ்வொரு அலகு **குறையும்** போதும் பெருக்கு தொகை பெருக்கப்படும் எண்ணால் **அதிகரிக்கிறது.**

$4 \times (-3) = -12$	
	$+3$
$3 \times (-3) = -9$	
	$+3$
$2 \times (-3) = -6$	
	$+3$
$1 \times (-3) = -3$	
	$+3$
$0 \times (-3) = 0$	
	$+3$
$(-1) \times (-3) = 3$	
	$+3$
$(-2) \times (-3) = 6$	
	$+3$
$(-3) \times (-3) = 9$	

முழு எண்கள் நேர்மறையாக இருக்கும் போதும், எதிர்மறையாக இருக்கும் போதும் பெருக்கல் செயல்முறை சரியாக இருப்பதை இந்த அமைப்பிலிருந்து காணலாம்.

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

முழு எண்களின் பெருக்கல் பற்றிய இந்தப் புரிதலுடன், 3 ஆம் வாய்ப்பாட்டை பெருக்கும் எண் மற்றும் பெருக்கப்படும் எண்கள் நேர்மறையாகவும்,எதிர்மறையாகவும் இருப்பதை வைத்து பார்ப்போம்.

1 × 3 = 3	–1 × 3 = –3	1 × –3 = –3	–1 × –3 = 3
2 × 3 = 6	– 2 × 3 = –6	2 × –3 = –6	–2 × –3 = 6
3 × 3 = 9	–3 × 3 = –9	3 × –3 = –9	–3 × –3 = 9
4 × 3 = 12	–4 × 3 = –12	4 × –3 = –12	–4 × –3 = 12
5 × 3 = 15	–5 × 3 = –15	5 × –3 = –15	–5 × –3 = 15
6 × 3 = 18	–6 × 3 = –18	6 × –3 = –18	–6 × –3 = 18
7 × 3 = 21	–7 × 3 = –21	7 × –3 = –21	–7 × –3 = 21
8 × 3 = 24	–8 × 3 = –24	8 × –3 = –24	–8 × –3 = 24
9 × 3 = 27	–9 × 3 = –27	9 × –3 = –27	–9 × –3 = 27
10 × 3 = 30	–10 × 3 = –30	10 × –3 = –30	–10 × –3 = 30

நாம் பின்வருவனவற்றைக் கவனிப்போம்:

- பெருக்கும் எண் மற்றும் பெருக்கப்படும் எண்ணின் குறிகளில் ஏற்படும் மாற்றத்தால் பெருக்குத் தொகையின் அளவு மாறாது.
- பெருக்கும் எண் மற்றும் பெருக்கப்படும் எண் இரண்டும் **நேர்மறையாக** இருக்கும் போது, பெருக்குத் தொகை **நேர்மறையாக** இருக்கும்.
- பெருக்கும் எண் மற்றும் பெருக்கப்படும் எண் இரண்டும் **எதிர்மறையாக** இருக்கும்போது, பெருக்குத்தொகை **நேர்மறையாக** இருக்கும்.
- பெருக்கும் எண் மற்றும் பெருக்கப்படும் எண் ஒன்று **நேர்மறையாகவும்** மற்றொன்று எதிர்மறையாகவும் இருக்கும் போது, அவற்றின் பெருக்குத் தொகை **எதிர்மறையாக** இருக்கும்.

? இதனைக் கண்டறிக.

பின்வருவனவற்றின் பெருக்குத்தொகையை கண்டறியவும்.

(a) 4 × (– 3)   (b) (– 6) × (– 3)

(c) (– 5) × (– 1)   (d) (– 8) × 4

(e) (–9) × 10   (f) 10 × (–17)

© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

1 × *a*. என்ற கோவையை கவனியுங்கள். இந்த கோவையின் மதிப்பு அனைத்து நேர்மறை முழு எண்களுக்கும் "a" என்பதை நாம் அறிவோம்.

? எல்லா எதிர்மறை முழு எண்களுக்கும் இது சரியா?

டோக்கன் மாதிரியைப் பயன்படுத்தி, 'a' எதிர் மறைகளை பையில் ஒரு முறை மட்டுமே வைக்கிறோம். இதற்குப் பிறகு. பையில் 'a' எதிர்மறைகள் உள்ளன. எடுத்துக்காட்டாக, 'a', -5 (5 எதிர்மறைகள்) என்றால், பின்னர் பையில் 5 எதிர்மறைகள் உள்ளன. அதாவது -5எனவே,

1 x a = a (மதிப்பு a நேர்மறை மற்றும் எதிர்மறை என அனைத்து முழு எண்களுக்கும்)

-1 x a என்ற கோவையின் மதிப்பு என்ன?

a என்பது நேர்மறையாக இருக்கும்போது, முழு எண் பெருக்கல் குறித்த நமது கணிப்புகளின் படி, பெருக்கலின் அளவு 'a' ஐ போலவே இருக்கும் ஆனால் அது எதிர்மறைமாக இருக்கும்.

'a' எதிர்மறையாக இருக்கும் போது, அதன் பெருக்கற்பலன் 'a' வின் அதே அளவைக் கொண்டிருக்கும். ஆனால் அது நேர்மறையாக இருக்கும்.

ஒவ்வொரு சூழலிலும், பெருக்கற்பலன் என்பது பெருக்கும் எண் a இன் கூட்டல் நேர்மாறாக இருப்பதை நாம் கவனிக்கிறோம். எனவே, -1 x a = a(அனைத்து முழு எண்களுக்கும் a).

? முழு எண்களை பொறுத்தவரை, பெருக்கும் எண் மற்றும் பெருக்கப்படும் எண்ணை, மாற்றும் போது பெருக்குத்தொகை ஒன்றாக இருக்குமா? சில எண்களுக்கு இதை முயற்சிக்கவும்.

பின்வரும் பெருக்கல் ஜோடிகளைக் கவனியுங்கள் (விடப்பட்டுள்ள இடங்களை நிரப்புக.)

3 × – 4 = –12	– 4 × 3 = –12
– 30 × 12 = ______	12 × – 30 = ______
–15 × – 8 = 120	– 8 × –15 = 120
14 × – 5 = –70	– 5 × _____ = – 70

© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

? இந்த ஜோடி பெருக்கல் கூற்றுகளில் நீங்கள் என்ன கவனித்தீர்கள்?

நாம் பெருக்கும் எண் மற்றும் பெருக்கப்படும் எண்ணை மாற்றும் போது பெருக்குத் தொகை ஒரே மாதிரியாக இருக்கும். முன்பு, கூட்டலுடன் இதே போன்ற ஒரு பண்பைக் கண்டோம்.

? இது எப்போதும் நடக்குமா?

பெருக்கும் எண் மற்றும் பெருக்கப்படும் எண் மாற்றப்படும்போது பெருக்குத்தொகையின் அளவு மாறாது. ஏனெனில் பெருக்குத் தொகையின் அளவு பெருக்கும் எண் மற்றும் பெருக்கப்படும் எண்ணின் அளவுகளை மட்டுமே சார்ந்துள்ளது. மேலும் பெருக்கப்படும் எண்கள் மாற்றப்படும் போது இரண்டு நேர்மறை முழு எண்களின் பெருக்குத்தொகை மாறாது என்பதை நாம் அறிவோம்.

? பெருக்கும் எண்ணையும் பெருக்கப்படும் எண்ணையும் மாற்றினால் பெருக்குத்தொகையின் குறியீடு மாறுமா?

இரண்டும் நேர்மறையாகவோ அல்லது இரண்டும் எதிர்மறையாகவோ இருந்தால், பெருக்குத் தொகை எண்களை மாற்றுவதற்கு முன்பு மற்றும் பின்பும் நேர்மறையாக இருக்கும். எனவே இந்த விஷயத்தில் குறி மாறாது.

ஒன்று நேர்மறையாகவும் மற்றொன்று எதிர்மறையாகவும் இருந்தால் பெருக்குத்தொகை எண்களை மாற்றுவதற்கு முன்பு மற்றும் பின்பும் பெருக்கல் எதிர்மறையாக இருக்கும். எனவேழ, இந்த விஷயத்திலும் குறி மாறாது.

அதாவது, பெருக்கும் எண் மற்றும் பெருக்கப்படும் எண்ணின் குறியீடுகள் எதுவாக இருந்தாலும், அவற்றை மாற்றும் போது பெருக்குத்தொகை மாறாது.

எனவே பெருக்கல் என்பது முழு எண்களுக்கு பரிமாற்றுக் காரணியாகும்.

பொதுவாக, a மற்றும் b ஆகிய இரண்டு முழு எண்களுக்கு, $a \times b = b \times a$. என்று கூறலாம்.

©KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

பிரம்மகுப்தரின் நேர்மறை மற்றும் எதிர்மறை எண்களைப் பெருக்கி வகுப்பதற்கான விதிகள்

முழு எண்களின் கூட்டல் மற்றும் கழித்தலைப் போலவே, பிரம்மகுப்தர் தனது பிரம்மஸ்புதசித்தாந்தத்தில் (பொ.ச. 622) முழு எண் பெருக்கல் மற்றும் வகுத்தலுக்கான வெளிப்படையான விதிகளையும் வகுத்தார். அவர் நேர்மறை மதிப்புகளுக்கு செல்வம்(தனம்) மற்றும் எதிர்மறை மதிப்புகளுக்கு கடன் (ருணம்) என்ற கருத்துக்களை பயன்படுத்தினார். அவரது பிரம்மஸ்புத சித்தாந்தத்தில் (18.30-32), பிரம்மகுப்தர் எழுதினார்.

“இரண்டு நேர்ம எண்களின் பெருக்குத்தொகை அல்லது ஈவு ஒரு நேர்மறை எண்ணாகும்.

இரண்டு எதிர்ம எண்களின் பெருக்குத்தொகை அல்லது ஈவு ஒரு நேர்ம எண்ணாகும்.

ஒரு எதிர்ம எண் மற்றும் ஒரு நேர்ம எண் ஆகியவற்றின் பெருக்குத் தொகை அல்லது ஈவு ஒரு எதிர்ம எண்ணாகும்.

ஒரு நேர்ம எண் மற்றும் ஒரு எதிர்ம எண் ஆகியவற்றின் பெருக்குத் தொகை அல்லது ஈவு ஒரு எதிர்ம எண்ணாகும்.

இது முதல் முறையாக நேர்மறை மற்றும் எதிர்மறை எண்களின் பெருக்கல் மற்றும் வகுத்தல் விதிகளை தெளிவாகக் கூறப்பட்டதைக் குறிக்கிறது. மேலும் இது எண்கணிதம் மற்றும் இயற்கணிதத்தின் வளர்ச்சியில் ஒரு முக்கியமான படியாகும்!

© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

? **எடுத்துக்காட்டு 1:** ஒரு தேர்வில் 50 பன்முக தேர்வு வினாக்கள் உள்ளன. ஒவ்வொரு சரியான பதிலுக்கும் 5 மதிபெண்களும், ஒவ்வொரு தவறான பதிலுக்கும் 2 எதிர்மறை மதிப்புகளும் வழங்கப்படும். மாலா 30 சரியான பதில்களையும் 20 தவறான பதில்களையும் அளித்திருந்தால், அவளுடைய மொத்த மதிப்பெண்கள் என்ன?

தீர்வு: நாம் நேர்மறை மற்றும் எதிர்மறை முழுஎண்களைப் பயன்படுத்துகிறோம். ஒவ்வொரு சரியான பதிலுக்கும் மதிப்பெண் நேர்மறை முழு எண் 5 மற்றும் ஒவ்வொரு தவறான பதிலுக்கும் ஒரு எதிர்மறை முழு எண் - 2 ஆகும்.

30 சரியான பதில்களுக்கான மதிப்பெண்கள் = 30 x 5

30 தவறான பதில்களுக்கான மதிப்பெண்கள் = 20 x (-2)

எனவே, 30 சரியான பதில்களுக்கும் 20 தவறான பதில்களுக்கும் எண்கணித வெளிப்பாடு

$$30 \times 5 + 20 \times (-2)$$

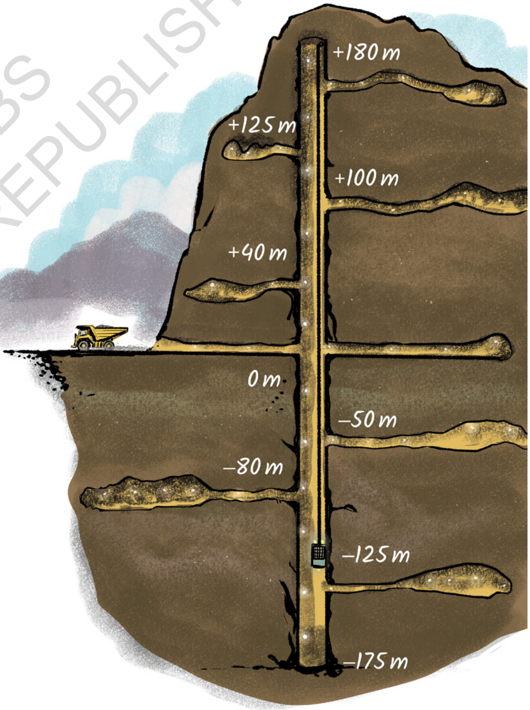
$$= 150 + (-40)$$

$$= 110$$

மாலா தேர்வில் 110 மதிப்பெண்கள் பெற்றாள்.

? தேர்வில் அதிகபட்ச மதிப்பெண்கள் என்ன? குறைந்தபட்ச மதிப்பெண்கள் என்ன?

? எடுத்துக்காட்டு 2: ஒரு சுரங்கப் பாதையில் தரைக்கு மேலேயும் கீழேயும் நகரும் ஒரு லிஃப்ட் உள்ளது. தரைக்கு மேலே உள்ள லிஃப்ட்டின் நிலைகள் நேர்மறை முழு எண்களாகவும், தரைக்கு கீழே உள்ள நிலைகள் எதிர்மறை முழு எண்களாகவும் குறிப்பிடப்படுகிறது.



(அ) லிஃப்ட் நிமிடத்திற்கு 3 மீட்டர் வேகத்தில் நகர்கிறது. அது தரை மட்டத்திலிருந்து (0) சுரங்கத்தில் இறங்கினால், ஒரு மணி நேரத்திற்குப் பிறகு அதன் நிலை என்னவாக இருக்கும்?

(ஆ) அது தரையிலிருந்து 15 மீ உயரத்தில் இருந்து கீழே இறங்கத் தொடங்கினால், 45 நிமிடங்களுக்குப் பிறகு அதன் நிலை என்னவாக இருக்கும்?

தீர்வு : கேள்வி பகுதி (அ) க்கான தீர்வு:

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

முறை-1:

கழித்தலைப் பயன்படுத்தி இதை நாம் மாதிரியாக்கலாம்.

லிஃப்ட் நிமிடத்திற்கு 3 மீட்டர் வேகத்தில் நகரும். எனவே ஒரு மணி நேரத்தில் அது 180 மீட்டர் (60x3) நகரும். அது தரை மட்டத்தில் (0 மீட்டர்) தொடங்கி கீழே இறங்கினால், நாம் 0 இலிருந்து 180 ஐக் கழிக்க வேண்டும்.

$$0 - 180 = (-180).$$

எனவே, அது, தரையிலிருந்து 180 மீட்டர் கீழே உள்ள (-180) மீட்டர் நிலையை அடையும்.

முறை-2:

லிஃப்டின் வேகமும் திசையும் ஒரு முழு எண்ணால் (நிமிடத்திற்கு மீட்டர்கள்) குறிக்கப்படுகின்றன என்று வைத்துக்கொள்வோம். அது மேலே நகரும்போது +3 ஆகவும். கீழே நகரும் போது (-3) ஆகவும் இருக்கும்.

லிஃப்ட் கீழே நகர்வதால், வேகம் நிமிடத்திற்கு (-3) மீட்டர் ஆகும்.

அது 60 நிமிடங்கள் நகரும். எனவே அது $60 \times (-3) = (-80)$ மீட்டர் நகர்கிறது.

60 நிமிடங்களுக்குப் பிறகு லிஃப்டின் நிலை தரை மட்டத்திலிருந்து 180 மீட்டர் கீழே உள்ளது.

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

? மேலே விவரிக்கப்பட்ட முறை 1 ஐப் பயன்படுத்தி பகுதி-ஆ -க்கு தீர்வைக் கண்டறியவும்.

முறை 2 ஐப் பயன்படுத்தி பகுதி (ஆ) க்கான தீர்வு :

தொடக்கநிலை =15.

பயண தூரம் = லிஃப்ட் நிமிடத்திற்கு 3 மீட்டர் வேகத்தில் 45 நிமிடங்கள் கீழே நகரும், அதாவது $(45 \times (-3))$. எனவே

முடிவு நிலை $= 15 + (45 \times (-3))$

$= 15 + (-(45 \times 3))$

$= 15 + (-135)$

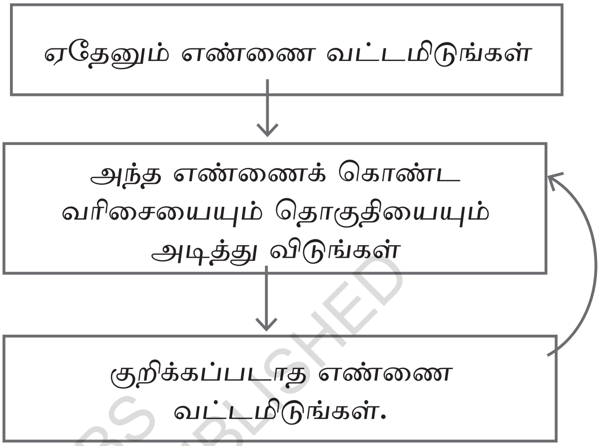
$= (-120).$

இந்த லிஃபீட் தரையிலிருந்து 120 மீட்டர் கீழே இருக்கும்.

முழு எண்களின் மாயக் கட்டம்

சில எண்களைக் கொண்ட ஒரு கட்டம் கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. எந்த எண்ணும் மீதமிருக்காத வரை காட்டப்பட்டுள்ள படிநிலைகளைப் பின்பற்றவும்.

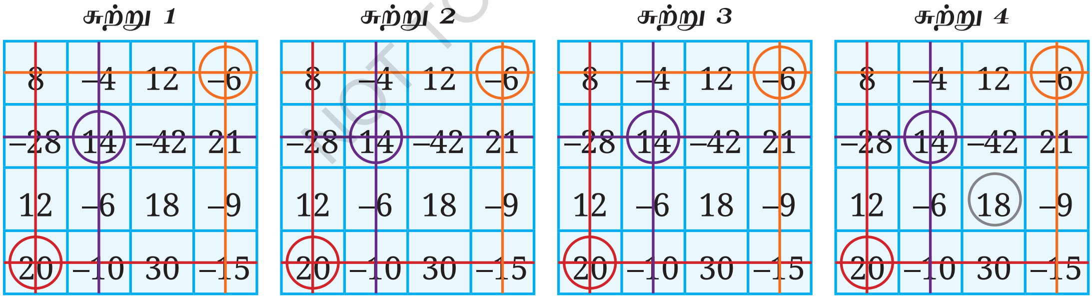
8	–4	12	–6
–28	14	–42	21
12	–6	18	–9
20	–10	30	–15



குறிக்கப்படாத எண்கள் இல்லாதபோது, நிருத்துங்கள் வட்டமிடப்பட்ட எண்களைப் பெருக்கவும்.

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

ஒரு உதாரணம் கீழே காட்டப்பட்டுள்ளது.



மீண்டும் முயற்சி செய்து, இந்த முறை வேறு எண்களைத் தேர்வுசெய்யவும். உங்களுக்கு என்ன பெருக்குத்தொகை கிடைத்தது? முதல் முறையிலிருந்து இது வித்தியாசமாக இருந்ததா? வேறு எண்களுடன் இன்னும் சில முறை முயற்சிக்கவும்!

கீழே உள்ள கட்டத்தை வைத்து அதே விளையாட்டை விளையாடுங்கள். உங்களுக்கு என்ன பதில் கிடைக்கும்?

8	–4	12	–6
–28	14	–42	21
12	–6	18	–9
20	–10	30	–15

முயற்சி செய்க

இந்த கட்டங்களில் என்ன சிறப்பு இருக்கிறது? எண்களில் மந்திரமா அல்லது அவை அமைக்கப்பட்ட விதத்திலா அல்லது இரண்டிலுமா? இதுபோன்ற இன்னும் பல கட்டங்களை உருவாக்க முடியுமா?

முழு எண்களின் வகுத்தல்

வகுத்தலை எவ்வாறு பெருக்கலாக மாற்றலாம் என்பதை நாம் முன்னர் பார்த்தோம் உதாரணமாக, $(-100) \div 25$ ஐ மறுவடிவமைப்பு செய்ய, எதை 25 ஆல் பெருக்கினால் (-100) கிடைக்கும்? அதாவது.

$$25 \times ? = (-100).$$

நமக்குத் தெரியும்

$$25 \times (-4) = (-100).$$

எனவே, $(-100) \div 25 = (-4).$

இதேபோல், $(-100) \div (-4)$ எனில் (-100) பெற எதை (-4) ஆல் பெருக்க வேண்டும்?

$$(-4) \times ? = (-100).$$

நமக்குத் தெரியும்

$$(-4) \times 25 = (-100).$$

எனவே, $(-100) \div (-4) = 25.$

இதேபோல், நமக்குத் தெரியும் $(-25) \times (-2) = 50.$

எனவே, நமக்குத் தெரியும் $50 \div (-25) = (-2).$

NOT TO BE REPUBLISHED @KTBS

? மேலே உள்ள அமைப்புகளைப் பார்த்து முழு எண் வகுத்தல் விதிகளைச் சுருக்கமாகக் கூற முடியுமா?

பொதுவாக $b \neq 0$ ஆக இருக்கும் எந்த இரண்டு நேர்மறை முழு எண்களான a மற்றும் b க்கும், நாம் அதைச் சொல்லலாம்

$$a \div -b = -(a \div b),$$

$$-a \div b = -(a \div b), \text{ மற்றும்}$$

$$-a \div -b = a \div b.$$

? **இதனைக் கண்டறிக.**

1. இவற்றின் மதிப்புகளைக் கண்டறியவும்:

(a) $14 \times (-15)$ (b) $-16 \times (-5)$

(c) $36 \div (-18)$ (d) $(-46) \div (-23)$

2. உறைபனி செயல்முறைக்கு, அறை வெப்பநிலையை ஒவ்வொரு மணி நேரத்திற்கும் 5°C என்ற விகிதத்தில் 32°C இலிருந்து குறைக்க வேண்டும். செயல்முறை தொடங்கிய 10 மணி நேரத்திற்குப் பிறகு அறை வெப்பநிலை என்னவாக இருக்கும்?

3. ஒரு சிமெண்ட் நிறுவனம் விற்கப்படும் வெள்ளை சிமெண்ட் மூட்டைக்கு ₹8 இலாபமும், விற்கப்படும் சாம்பல் சிமெண்ட் மூட்டைக்கு ₹5 நஷ்டமும் ஈட்டுகிறது. (இலாபம்/நஷ்டத்தை முழு எண்களாக குறிக்கவும்).

(அ) அந்த நிறுவனம் ஒரு மாதத்திற்கு 3000 மூட்டைகள் வெள்ளை சிமெண்டையும் 5000 மூட்டை சாம்பல் சிமெண்டையும் விற்பனை செய்கிறது. அதன் இலாபம் அல்லது நஷ்டம் என்ன?

(ஆ) விற்கப்படும் சாம்பல் சிமெண்ட் மூட்டைகளின் எண்ணிக்கை 6400 மூட்டை எனில், இலாபமோ நஷ்டமோ இல்லாமல் இருக்க நிறுவனம் எத்தனை வெள்ளை சிமெண்ட் மூட்டைகளை விற்க வேண்டும்?

4. உண்மையான கூற்றை உருவாக்க, காலியான இடத்தை ஒரு முழு எண்ணால் நிரப்பவும்.

© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

(a) $(-3) \times$ _____ $= 27$

(b) $5 \times$ _____ $= (-35)$

(c) _____ $\times (-8) = (-56)$

(d) _____ $\times (-12) = 132$

(e) _____ $\div (-8) = 7$

(f) _____ $\div 12 = -11$

முழு எண்களை பயன்படுத்தும் கோவைகள்

? $5 \times -3 \times 4$ என்ற கோவையின் மதிப்பு என்ன? 5×-3 ஐப் பெருக்கி. பின்னர் பெருக்கற்ப் பலனை 4 ஆல் பெருக்கலாமா, அல்லது முதலில் -3×4 ஐப் பெருக்கி, பின்னர் பெருக்கற்ப்பலனை 5ஆல் பெருக்கலாமா? ஏதாவது மாற்றம் உள்ளதா?

$(5 \times -3) \times 4$	$5 \times (-3 \times 4)$
$= -15 \times 4$	$= 5 \times -12$
$= -60.$	$= -60.$

? 3 முழு எண்களின் பெருக்கலுக்கு இன்னும் சில எடுத்துக்காட்டுகளுடன் இந்தப் பண்பைச் சரிபார்க்கவும். நீங்கள் என்ன கவனித்தீர்கள்.

இந்த இரண்டு வழிகளிலும் பெருக்கலை தொகுக்கும்போது பெருக்கல் பலன் ஒன்றுதான் என்பதை நாம் காணலாம். எனவே, முழு எண் பெருக்கல் என்பது முழு எண் கூட்டலைப் போலவே, தொடர்புடையது.

பொதுவாக, a, b மற்றும் c ஆகிய மூன்று முழு எண்களுக்கு

$$a \times (b \times c) = (a \times b) \times c.$$

$5 \times -3 \times 4$, என்ற கோவையில் முதலில் 5 மற்றும் 4 ஐப் பெருக்க முயற்சிக்கவும், பின்னர் பெருக்குத்தொகையை -3 ஆல் பெருக்கவும் :

$$(5 \times 4) \times -3.$$

$$5 \times 4 = 20, \text{ மற்றும் } 20 \times -3 = -60.$$

இதுவும் அதே பெருக்குத் தொகையை அளிக்கிறது.

? $5 \times -3 \times 4$ ஐ மதிப்பிட ஏதேனும் வரிசை முறைகள் உள்ளனவா? இந்த எல்லா நிகழ்வுகளிலும் பெருக்குத்தொகை ஒரே மாதிரியாக இருக்குமா?

© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

? அனைத்து வெவ்வேறு வரிசைமுறைகளிலும் $25 \times -6 \times 12$ என்ற கோவையைப் பெருக்கி, பெருக்குத் தொகை எல்லா சூழ்நிலைகளிலும் ஒரே மாதிரியாக இருக்கிறதா என்பதை சரிபார்க்கவும்.

3 அல்லது அதற்கு மேற்பட்ட எண்களை எந்த வரிசையில் பெருக்கும் போதும் பெருக்குத் தொகை அப்படியே இருக்கும்.

பின்வரும் பெருக்கல் தொடரைப் பாருங்கள் :

$$-1 \times -1 = 1$$
$$-1 \times -1 \times -1 = -1$$
$$-1 \times -1 \times -1 \times -1 = 1$$
$$-1 \times -1 \times -1 \times -1 \times -1 = 1$$

-1 ஐ 2 அல்லது 4 முறை பெருக்கும் போது பெருக்கல் பலன் நேர்மறையாக இருக்கும். அதை *3* அல்லது *5* மடங்கு பெருக்கும் போது பெருக்கல் பலன் எதிர்மறையாக இருக்கும். இந்த கூற்றுகளை மேலும் பொதுமைப்படுத்த முடியுமா?

? பல முழு எண்களின் பெருக்கல் பற்றிய இந்தப் புரிதலைப் பயன்படுத்தி, பல முழு எண்களின் பெருக்கலின் குறியைக் கண்டுபிடிக்க ஒரு எளிய விதியைக் கொடுக்க முடியுமா?

கணித பேச்சு

? இப்போது, $5 \times (4 + (-2))$ என்ற கோவையைக் கவனியுங்கள், நேர்மறை முழு எண்கள் என்றால், இந்தக் கோவை $5 \times 4 + 5 \times (-2)$ க்கு சமமா?

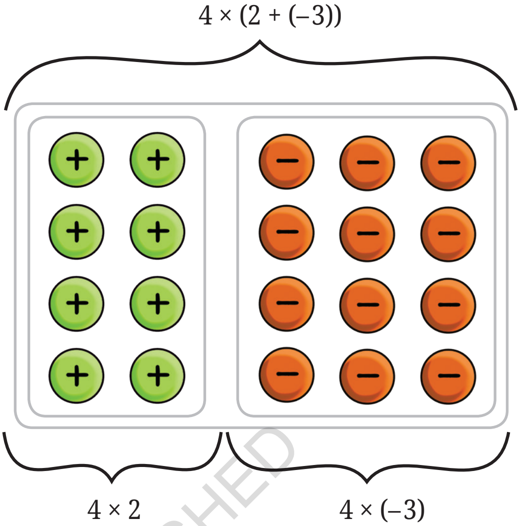
அது சமமாக இருப்பதை நாம் காண்கிறோம். இந்த பண்பை பங்கீட்டு பண்பு என்று அழைப்பதை நினைவில் கொள்க.

? $(-2) \times (4 + (-3))$ க்கு பங்கீட்டு பண்பு பொருந்துமா என்று சரிபார்க்கவும். (அதாவது இந்த கோவை $(-2) \times 4 + (-2) \times (-3))$ க்கு சமம்) மேலும் இது போன்ற வேறு சிலகோவைகளுக்கு பொருந்துமா?

நீங்கள் என்ன கவனித்தீர்கள்? முழு எண்களுக்கும் பங்கீட்டு பண்பு பொருந்துவதாக தெரிகிறது. இது எப்போதும் நடக்குமா?

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

நேர்மறை முழு எண்களை பொருத்தவரை, பங்கீட்டு பண்பு ஏன் பொருந்துகிறது என்பதை புரிந்து கொள்ள, பொருளின் செவ்வக அமைப்பைப் பயன்படுத்தினோம். நேர்மறை எண்களுக்கு பச்சை டோக்கன்களையும் எதிர்மறை எண்களுக்கு சிவப்பு டோக்கன்களையும் பயன்படுத்துவதன் மூலம் முழு எண்களின் விஷயத்தில் கூட அதே அமைப்பைப் பயன்படுத்தலாம். எடுத்துக் காட்டாக, டோக்கன்களின் பின்வரும் செவ்வக அமைப்பைக் கவனியுங்கள்.



ஒட்டுமொத்த அமைப்பு 4 × (2 + (–3)) என்பதைக் குறிக்கிறது என்பதைக் காண்கிறோம். மேலும், இது 4 × 2 மற்றும் 4 × (–3) ஆகியவற்றின் கூட்டுத் தொகைக்கு சமம், என்பது தெளிவாகிறது.

? –4 × (2 + (–3) என்ற ஒரு கோவைக்கான பங்கீட்டு பண்பை காட்சிபடுத்த முடியுமா? (**குறிப்பு:** ஒரு எண்ணை -4 ஆல் பெருக்குவது அந்த எண்ணின் தலைகீழ் எண்ணை 4 முறை கூட்டுவதாகும் என்ற உண்மையைப் பயன்படுத்தவும். முயற்சி செய்க

எனவே, a, b மற்றும் c ஆகிய முழு எண்களுக்கு, நமக்கு கிடைப்பது

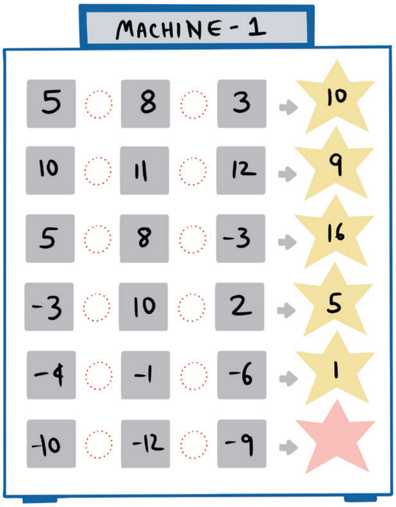
$$a \times (b + c) = (a \times b) + (a \times c).$$

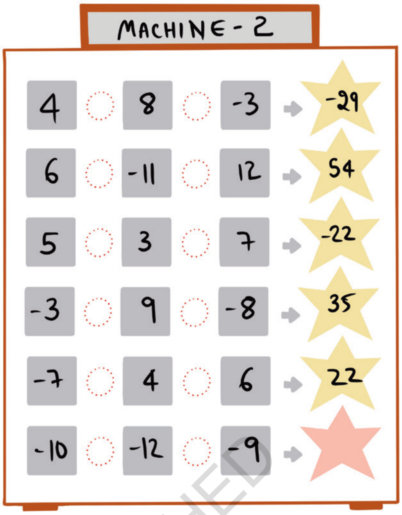
அமைப்பை தேர்ந்தெடுக்கவும்

இரண்டு இயந்திர அமைப்புகள் கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளன. ஒவ்வொரு இயந்திரமும் 3 எண்களை எடுத்து, சில செயல்பாடுகளைச் செய்து முடிவைக் கொடுக்கிறது.

? இயந்திரம் 1 ஆல் செய்யப்படும் செயல்பாடுகளைக் கண்டறியவும்.

NOT TO BE REPUBLISHED ©KTBS





இயந்திரம் 1 ஆல் செய்யப்படும் செயல்பாடு

(முதல் எண்) + (இரண்டாவது எண்) - (மூன்றாவது எண்).

இதை ஒரு கோவையாக எழுதினால், இது $a + b - c$ ஆக இருக்கும், இங்கு a என்பது முதல் எண், b என்பது இரண்டாவது எண் மற்றும் C என்பது மூன்றாவது எண். உதாரணமாக, $5 + 8 - 3 = 10$, மற்றும் $(-4) + (-1) - (-6) = 1$

எனவே, கடைசி குழுவின் முடிவு, $(-10) + (-12) - (-9) =$ ______ ஆக இருக்கும்.

? இயந்திரம் 2 ஆல் செய்யப்படும் செயல்பாடுகளைக் கண்டறிந்து, காலியிடத்தை நிரப்பவும்.

கணித பேச்சு

உங்கள் சொந்த இயந்திரத்தை உருவாக்கி, அதன் செயல்பாடுகளை கண்டுபிடிப்பதில் உங்கள் தோழர்களுக்கு சவால் விடுங்கள்.

? இதனைக் கண்டறிக.

1. பின்வரும் கோவைகளின் மதிப்புகளைக் கண்டறியவும்:

(a) $(-5) \times (18 + (-3))$ (b) $(-7) \times 4 \times (-1)$

(c) $(-2) \times (-1) \times (-5) \times (-3)$

©KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

2. பின்வரும் கோவைகளின் மதிப்புகளை கண்டறியவும்:

   (a) (–27) ÷ 9 (b) 84 ÷ (–4)

   (c) (–56) ÷ (–2)

3. (–1) உடன் பெருக்கப்படும் முழு எண்ணைக் கண்டறியவும்.

   (a) 27 (b) –31 (c) –1

   (d) 1 (e) 0

4. 47 – 56 + 14 – 8 + 2 – 8 + 5 = –4, எனில், –47 + 56 – 14 + 8 – 2 + 8 – 5 இன் மதிப்பை காண்க. முழு சமன்பாட்டைக் கணக்கிடாமல் மதிப்பை காண்க.

5. கடந்த வருட த்தின் கோலாட்ஜ் யூகம் உங்களுக்கு நினைவிருக்கிறதா? முழு எண்களுடன் மாற்றியமைக்கப்பட்ட பதிப்பை முயற்சிக்கவும். விதி என்னவென்றால் - எந்த எண்ணிலும் தொடங்குங்கள் எண் இரட்டை எண்ணாக இருந்தால், அதில் பாதியை எடுத்து கொள்ளுங்கள்; ஒற்றைப்படை எண்ணாக இருந்தால், அதை-3 ஆல் பெருக்கி 1 ஐக் கூட்டவும்; மீண்டும் செய்யவும். ஒரு எடுத்துக்காட்டு வரிசை கீழே காட்டப்பட்டுள்ளது.

–7 → 22 → 11 → 32 → –16 → –8 → –4 → –2 → –1 → 4 → 2 → 1

இதை வெவ்வேறு தொடக்க எண்களுடன் முயற்சிக்கவும்: (-21), (-6), மற்றும் பல

நீங்கள் கவனிக்கும் அமைப்புகளை விவரிக்கவும்.

6. ஒரு தேர்வில், ஒவ்வொரு சரியான பதிலுக்கும் (+4) மதிப்பெண்கள் வழங்கப்படும், மேலும் ஒவ்வொரு தவறான பதிலுக்கும் (-2) மதிப்பெண்கள் வழங்கப்படும்.

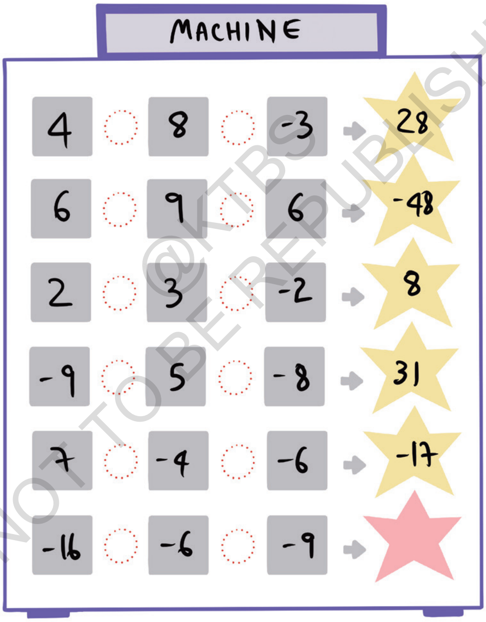
கணித பேச்சு

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

(a) அனிதா தேர்வில் அனைத்து கேள்விகளுக்கும் பதிலளித்தார். அவளுடைய 15 பதில்கள் சரியாக இருந்த போதிலும் 40 மதிப்பெண்களை பெற்றாள். அவளுடைய எத்தனை பதில்கள் தவறானவை? தேர்வில் எத்தனை கேள்விகள் இருந்தன?

(b) அனில் 5 சரியான பதில்களை சொன்னாலும் (-10) மதிப்பெண்களைப் பெற்றார். அவருடைய எத்தனை பதில்கள் தவறாக இருந்தன? அவர் ஏதாவது பதில் தெரியாத கேள்விகளை விட்டு சென்றாரா?

7. அமைப்பை தேர்ந்தெடுக்கவும் கீழே காட்டப்பட்டுள்ள இயந்திரத்தால் செய்யப்படும் செயல்பாடுகளைக் கண்டறியவும்.



NOT TO BE REPUBLISHED @KTBS

8. நீங்கள் ஒவ்வொரு மணி நேரத்திற்கும் வெப்பநிலை 5°C குறையும் இடத்தில் இருப்பதாக கற்பனை செய்து பாருங்கள். வெப்பநிலை தற்போது 8°C இல் இருந்தால், 4 மணி நேரத்திற்கு பிறகு வெப்பநிலையைக் குறிக்கும் ஒரு கோவையை எழுதவும்.

9. (அ) -6 (ஆ) 120 ஆகியவற்றின் பெருக்குத் தொகையால் 3 தொடர்ச்சியான எண்களை கண்டறியவும்.

10. ஒரு அந்நிய சமூகம் 'பிப்ஸ்' என்று அழைக்கப்படும் ஒரு விசித்திரமான நாணயத்தைப் பயன்படுத்துகிறது. அதில் இரண்டு மதிப்புள்ள நாணயங்கள் மட்டுமே உள்ளன. a+13 பிப்ஸ் நாணயம் மற்றும் a –9 பிப்ஸ் நாணயம். உங்களிடம் இந்த நாணயங்களில் பல உள்ளன. +85 பிப்ஸ் விலையுள்ள ஒரு பொருளை வாங்க முடியுமா?

ஆம், நாம் *+13* பிப்ஸ்கள் கொண்ட *10* நாணயங்களையும், *-9* பிப்ஸ்கள் கொண்ட *5* நாணயங்களையும் பயன்படுத்தி மொத்தம் *+ 85* ஐ பெறலாம். இரண்டு பிரிவுகளையும் பயன்படுத்தி, பின்வரும் மொத்தத்தை பெற முயற்சிக்கவும் :

(a) $+20$ (b) $+40$

(c) -50 (d) $+8$

(e) $+10$ (f) -2

(g) $+1$

(குறிப்பு: *13* மற்றும் *9* இன் சில மடங்குகளை எழுதுவது உதவியாக இருக்கும்.)

(h) 1568 பிப்ஸ் விலையுள்ள ஒரு பொருளை வாங்க முடியுமா?

11. இவற்றின் மதிப்புகளை கண்டறியவும்.

முயற்சி செய்க

(a) $(32 \times (-18)) \div ((-36))$

(b) $(32) \div ((-36) \times (-18))$

(c) $(25 \times (-12)) \div ((45) \times (-27))$

(d) $(280 \times (-7)) \div ((-8) \times (-35))$

12. கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள கோவைகளை ஏறு வரிசையில் ஒழுங்கு படுத்துங்கள்.

(a) $(-348) + (-1064)$ (b) $(-348) - (-1064)$

(c) $348 - (-1064)$ (d) $(-348) \times (-1064)$

(e) $348 \times (-1064)$ (f) 348×964

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

13. $(-548) \times 972 = -532656$, எனில், இதன் மதிப்புகளை எழுதவும்:

(a) $(-547) \times 972$ (b) $(-548) \times 971$

(c) $(-547) \times 971$

14. $207 \times (-33 + 7) = -5382$ எனக் கொடுக்கப்பட்டால், $-207 \times (33 - 7)$ = ________ இன் மதிப்பை எழுதவும்.

15. 3, –2, 5, –6 ஆகிய எண்கள் ஒவ்வொன்றையும் ஒரு முறை மட்டுமே பயன்படுத்தி மேலும் '+', '-' மற்றும் 'x'ஐ சரியாக ஒரு முறை பயன்படுத்தி, தேவையான இடங்களில் அடைப்புக் குறிகளை பயன்படுத்தி ஒரு கோவையை எழுதுங்கள். அதாவது கிடைக்கும் விடை-

(அ) அதிகபட்ச சாத்திய மதிப்பு

(ஆ) குறைந்த பட்ச சாத்திய மதிப்பு ஆக இருக்கட்டும்.

16. முழு எண்களைக் கொண்டு குறைந்தது 5 வெவ்வேறு வழிகளில் வெற்றிடங்களை நிரப்பவும்:

(a) $\square + \square \times \square = -36$ (b) $(\square - \square) \times \square = 12$

(c) $(\square - (\square - \square)) = -1$

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

பாடச் சுருக்கம்

- இரண்டு எண்களைப் பெருக்கும் போது, பெருக்கும் எண் மற்றும் பெருக்கப்படும் எண் இரண்டும் நேர்மறை அல்லது இரண்டும் எதிர்மறையாக இருக்கும்போது பெருக்குத் தொகை நேர்மறையாக இருக்கும். அவற்றில் ஒன்று நேர்மறையாகவும் மற்றொன்று எதிர்மறையாகவும் இருந்தால் பெருக்குத் தொகை எதிர் மறையாகும்.

–9	–6	–3	3	3	6	9
–6	–4	–2	2	2	4	6
–3	–2	–1	1	1	2	3
–3	–2	–1	×	1	2	3
3	2	1	1	–1	–2	–3
6	4	2	2	–2	–4	–6
9	6	3	3	–3	–6	–9

- இரண்டு முழு எண்கள் வகுக்கப் படும்போது வகுப்படும் எண் மற்றும் வகுக்கும் எண் இரண்டும் நேர்மறையாக இருக்கும்போது அல்லது இரண்டும் எதிர்மறையாக இருக்கும் போது ஈவு நேர்மறையாக இருக்கும். அவற்றில் ஒன்று நேர்மறையாகவும் மற்றொன்று எதிர்மறையாகவும் இருக்கும்போது ஈவு எதிர்மறையாக இருக்கும்.
- முழு எண் பெருக்கல் என்பது பரிமாற்று எண் ஆகும். அதாவது a மற்றும் b ஆகிய இரண்டு முழு எண்களுக்கு, $a \times b = b \times a$.
- முழு எண் பெருக்கல் என்பது தொடர்புடையது. அதாவது ஏதேனும் மூன்று முழு எண்களுக்கு a,b மற்றும் c

$$a \times (b \times c) = (a \times b) \times c$$

- முழு எண் பெருக்கல் என்பது கூட்டலின் மீது பங்கிடபடுவதாகும். அதாவது (a, b மற்றும் C ஆகிய மூன்று முழு எண்களுக்கு

$$a \times (b+c) = (a \times b) + (a \times c).$$

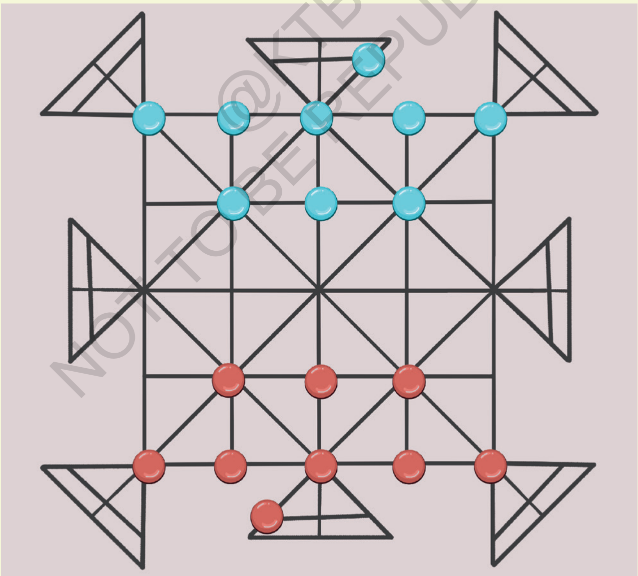
@SCERT NOT TO BE REPUBLISHED

புதிர் நேரம்

டெர்ஹீச்சு

டெர்ஹீச்சு என்பது அசாம் மற்றும் நாகாலாந்தில் விளையாடப்படும் ஒரு விளையாட்டு, இந்த பலகையில் 16 சதுரங்கள் உள்ளன, மேலும் பின்வரும் படத்தில் காட்டப்பட்டுள்ளபடி மூலை விட்டங்கள் குறிக்கப்பட்டுள்ளன.

இது வழக்கமாக ஒரு பெரிய கல் துண்டில் தோராயமாக கீறப்படும் அல்லது மண்ணில் வரையப்படும். 2 வீரர்கள் உள்ளனர், ஒவ்வொரு வீரருக்கும் காட்டப்பட்டுள்ள படி 9 நாணயங்கள் கொண்ட தொகுப்பு வைக்கப்பட்டுள்ளது. ஒரு தொகுப்பில் உள்ள நாணயங்கள் மற்றொரு தொகுப்பில் உள்ள நாணயங்களிலிருந்து வித்தியாசமாகத் தெரிகின்றன.



@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

குறிக்கோள்

எதிராளியின் அனைத்து நாணயங்களையும் கைப்பற்றுவதே குறிக்கோள். முதலில் இதைச் செய்பவர் வெற்றியாளர். எதிராளியின் எந்தவொரு விதிகுட்பட்ட நகர்வையும் தடுப்பதன் மூலமும் ஒரு வீரர் வெற்றி பெறலாம். சமநிலை தவிர்க்க முடியாததாகத் தோன்றினால், அதிக நாணயங்கள் கொண்ட வீரர் வெற்றி பெறுவார்.

விளையாட்டு

- விளையாட்டின் தொடக்க நிலை மேலே காட்டப்பட்டுள்ளது.
- வீரர்கள் மாறி மாறி விளையாடுவார்கள். ஒவ்வொரு திருப்பத்திலும், அவர்கள் ஒரு நாணயத்தை ஒரு கோட்டின் வழியாக, எந்த திசையிலும், அருகிலுள்ள காலியான சந்திப்பிற்கு நகர்த்தலாம். அல்லது, எதிராளியின் நாணயம் அருகிலுள்ள சந்திப்பில் இருந்தால், அதற்கு அப்பால் ஒரு காலியான சந்திப்பு இருந்தால், அவர்கள் எதிராளியின் நாணயத்தைத் தாண்டிச் சென்று காலியான சந்திப்பில் இறங்கலாம்.
- ஒரு வீரர் எதிராளியின் நாணயத்தின் மீது குதித்தால், அது கைப்பற்றப்பட்டதாக கருதப்பட்டு பலகையிலிருந்து அகற்றப்படும். ஒரே நகர்வில் பல பிடிப்புகளுக்கு அனுமதி உண்டு. மேலும் ஒவ்வாரு தாவலுக்கும் பிறகு திசை மாறலாம்.
- பிரதான சதுக்கத்திற்கு வெளியே உள்ள முக்கோண மூலைகளுக்குள், ஒரு நாணயம் ஒரு சந்திப்பைத் தவிர்த்து. நேராக அடுத்த சந்திப்பிற்கு நகரக்கூடும். அதாவது, அது ஒரு காலியான சந்திப்பைத் தாண்டி அதற்கு அப்பால் உள்ள இடத்திற்குச் செல்லக் கூடும்.

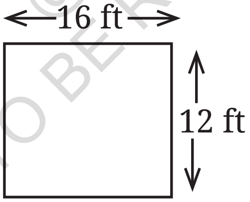
NOT TO BE REPUBLISHED @KTBS

3 பொதுவான நிலையைக் கண்டறிதல்
Finding Common Ground

E2F9Y3

3.1. சமீக்ஷா ஒரு புதிய வீட்டைக் கட்டுகிறார். வீட்டின் முக்கிய அறை 12 × 16 அடி அளவில் உள்ளது. அந்த அறையின் தரையை ஒரே அளவிலான சதுர டைல்களால் மூடினால் அழகாக இருக்கும் என்று அவர் நினைக்கிறார். மேலும் தேவையான எண்ணிகையில் மட்டுமே டைல்கள் பயன்படுத்த வேண்டும் என்றும், ஒவ்வொரு டைலின் பக்க அளவும் முழு அடியில் (whole number) இருக்க வேண்டும் என்றும் விரும்புகிறார். அவர் எந்த அளவிலான டைல்களை வாங்க வேண்டும்?

அதற்குப் பயன்படுத்தக்கூடிய மிகப்பெரிய சதுர டைலின் அளவை எவ்வாறு கண்டுபிடிப்பது என்பதைப் பார்ப்போம். அறையின் அகலம் 12 அடி நீளம் மற்றும் நீளம் 16 அடிகள் ஆகும்.



NOT TO BE REPUBLISHED @KTBS

அறையின் அகலத்திற்கு டைல்கள் சரியாகப் பொருந்த, டைலின் பக்க அளவு 12 இன் காரணியாக இருக்க வேண்டும். அது போலவே, டைல்கள் அறையின் நீளத்திற்கு சரியாகப் பொருந்த டைலின் பக்க அளவு 16 இன் காரணியாக இருக்க வேண்டும். ஆகவே டைலின் பக்க அளவு 12 மற்றும் 16இன் பொதுவான காரணியாக இருக்க வேண்டும்.

12 இன் காரணிகள் 1,2,3,4,6,12. ஆகும். 16 இன் காரணிகள் 1,2,4,8,16 ஆகும். பொதுக் காரணிகள் 1,2 மற்றும் 4 ஆகும்.

ஆகவே சதுர டைல்கள் 1அடி, 2அடி மற்றும் 4அடி அளவுள்ள டைல்களாக இருக்கலாம்.

இவற்றில், அவர் மிகப் பெரிய அளவு டைல்கள் பயன்படுத்த வேண்டும். ஏன் என்று உங்களால் விளக்க முடியுமா?

ஆகவே அவருக்கு *4* அடி அளவிலான டைல்கள் தேவை.

இந்த அளவிலான எத்தனை டைல்களை அவர் வாங்க வேண்டும்?

முயற்சி செய்க

டைலின் பக்க அளவு முழு எண்ணாக அடிகளில் இருக்க வேண்டும் என்று சமீக்ஷா வலியுறுத்தவில்லை என்றால் என்ன ஆகும் மற்றும் நீளம் அடிகளில் ஒரு பின்ன எண்ணாக இருந்திருந்தால் என்ன ஆகும்? விடை மாறுமா?

இரண்டு அல்லது அதற்கும் மேற்பட்ட எண்களின் உத்தமப் பொதுக் காரணி (HCF) என்பது அவற்றின் பொதுக் காரணிகளில் மிகப் பெரியதாகும். அதை மிகப் பெரிய பொதுக் காரணி என்றும் அழைப்பர்.

முந்தைய கணக்கில் *12* மற்றும் *16* இன் உ.பொ.கா *4* ஆகும்.

கொடுத்துள்ள நிலைமையை கற்பனை செய்து புரிந்துக் கொள்ள, முந்தைய பக்கத்தில் கொடுத்துள்ளதைப் போன்ற கரடு படத்தை வரையலாம்.

? லேகனா இரண்டு விவசாயப் பண்ணைகளில் இருந்து அரிசி வாங்கி சந்தையில் விற்பனை செய்கிறார். ஒரு பண்ணையில் இருந்து 84 கிலோவும் இன்னொரு பண்ணையில் இருந்து 108 கிலோவும் வாங்கினார். அவர் அரிசியை மூட்டைகளில் அடுக்க விரும்புகிறார், ஒவ்வொரு மூட்டையும் ஒரே பண்ணையின் அரிசியை மட்டுமே பெற்றிருக்க வேண்டும், மேலும் அனைத்து மூட்டைகளின் எடையும் சமமாக அதாவது ஒரு முழு எண்ணாக இருக்க வேண்டும் என்றும் விரும்புகிறார். அவள் மிகக் குறைந்த எண்ணிக்கையிலான பைகளையே பயன்படுத்த விரும்பினால், ஒவ்வொரு பையின் எடையும் என்னவாக இருக்க வேண்டும்?

சம அளவு பைகளில் 84கி.கி. அரிசி பகிரப்பட நமக்கு 84 இன் காரணிகள் தேவை. அதேபோல, 108க்கும் நமக்குக் காரணிகள் தேவை.

84 இன் காரணிகளா வன - 1,2,3,4,6,7,12,14,21, 28,42 மற்றும் 84.

©KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

108 இன் காரணிகளாவன - 1,2,3,4,6,9,12,18,27,36,54 மற்றும் 108.

இரண்டு பண்ணைகளுக்கும் லேகனா சம அளவு பைகளைப் பயன்படுத்த விரும்புகிறாள். மேலும், பையின் எடை ஒரு பொதுக்காரணியாக இருக்க வேண்டும். 84 மற்றும் 108 இன் பொதுக் காரணிகள்.

1, 2, 3, 4, 6 மற்றும் 12 ஆகும்.

இவ்வெடைகளில் ஏதேனும் ஒன்றினை பையின் எடையாகப் பயன்படுத்தினால் இரு பண்ணைகளிலிருந்தும் அரிசியை சம எடையுள்ள பைகளில் அடுக்கலாம்.

ஆனால் அவர் மூட்டையின் எண்ணிக்கையைக் குறைக்க விரும்புகிறார். பைகளின் எண்ணிக்கையைக் குறைக்க அவர் எந்த எடையைத் தேர்ந்தெடுக்க வேண்டும்.

? ஆறாம் வகுப்பின் 'ஜம்ப் ஜாக்பாட்' விளையாட்டு உங்களுக்கு நினைவுண்டா? ('பகா எண் நேரம்' என்ற அத்தியாயத்தைப் பார்க்க)? கிரம்பி ஓர் எண்ணின் மீது புதையலை வைக்கிறார் ஒரு ஜம்பி ஒரு அளவைத் தேர்ந்தெடுத்து புதையலைப் பெற முயல்கிறார். கீழுள்ள ஒவ்வொரு நிலையிலும், புதையல் வைக்கப்பட்ட இரண்டு எண்களும் கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளன. புதையலைப் பெற்றுள்ள இரு எண்களின் மீதும் ஜம்பி குதிக்கக்கூடிய மிக நீளமான ஜம்ப் அளவைக் கண்டுபிடிக்க.

(a) 14 மற்றும் 30 (b) 7 மற்றும் 11

(C) 30 மற்றும் 50 (d) 28 மற்றும் 42.

? எண்களுக்கான மிக நீளமான ஜம்ப் அளவும் உ. பொ.காவும் சமமாக இருக்கின்றனவா? இது ஏன் என்று விளக்குக.

இதுவரை உ.பொ.கா வைக் கண்டுபிடிக்க நாம் காரணிகளைப் பட்டியலிட்டுக் கொண்டிருந்தோம். 30 மற்றும் 50 மற்றும் 28 மற்றும் 42 என்ற எண்களில் கண்டது போல பல காரணிகள் உள்ள எண்களுக்கு இது சிரமமாகும்.

சில நேரங்களில் நாம் சில காரணிகளை விட்டுவிடக்கூடும். அது பிழைகள் ஏற்பட வழிவகுக்கும்.

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

? இச்செயல்முறையை எளிமைபடுத்த முடியுமா? இதனை மேலும் நம்பகரமானதாக மாற்றப்பட முடியுமா?

பகாக் காரணிகளின் பகாக் காரணியாக்கத்தைப் பயன்படுத்துவது இச்செயல்முறையை எளிமையாக்க முடியும் பகா எண்களும் பகாக் காரணியாக்கமும் என்பதனை மீண்டும் நினைவுகூர்ந்து துவங்குவோம்.

பகா எண்கள்

1 ஐ விடப் பெரிய எண்ணும், தன்னையும் 1ஐயும் தவிர வேறு எந்த காரணிகளும் அதற்கு இல்லாவிடில் அவ்வெண் பகா எண் என்று அழைக்கப்படும். கடந்த ஆண்டு 1-100 வரையுள்ள பகா எண்களுக்கிடையே வடிவமைப்புகளைக் கண்டுபிடிக்க நாம் முயற்சி செய்தோம். அனைத்து பகா எண்களைப் பட்டியலிடும் முறையான இரஸ்டாஸ்தனிஸின் வடிவமைப்பைப் பற்றி கண்டோம்.

©TTBS NOT TO BE REPUBLISHED

பகாக் காரணியாக்கம்.

எந்த எண்ணும் பகா எண்களின் பெருக்கலாக எழுதப்படலாம் - அதாவது பகா எண்கள் மட்டுமே எஞ்சியிருக்கும் வரை எழுதி கொண்டே இருக்கவும்.

இதை நாம் ஒரு கொடுத்துள்ள எண்ணின் பகாக் காரணியாக்கம் என அழைக்கிறோம் என்பதை நினைவு கூறுக.

எடுத்துக்காட்டாக,

90 இன் பகாக் காரணியாக்கத்தை நாம் கீழ்வருமாறு கண்டுபிடிக்கலாம்.

$90 = 3 \times 3 \times 2 \times 5$

எண் 90, 3×30 அல்லது 2×45 அல்லது மற்ற சில வெவ்வேறு வகைகளில் காரணிப்படுத்தப்படலாம். இவை அனைத்தும் அதே பகாக் காரணிகள் அண்டை நம்மை இட்டுச் செல்லுமா? கிடைக்கப்பெறும் பகா காரணிகளின் வரிசையில் மட்டுமே மாற்றம் இருக்கக்கூடும், ஆனால் அவை எப்பொழுதும் ஒரே மாதிரியாக இருக்கும்.

எ.கா: 3×30 இன் காரணியாக்கத்தைக் கருதினால் நமக்குக் கிடைக்கப்பெறுவது

$90 = 3 \times 30 = 3 \times 2 \times 4 \times 15 = 3 \times 2 \times 3 \times 5$ ஆகும்.

மேலும் வேறு வரிசையில் அதே பகாக் காரணிகளிடம் நாம் வந்தடைந்துள்ளோம்.

ஒரு பகா எண்ணின் பகாக்காரணியாக்கம் அப்பகா எண்ணே ஆகும். என்பதைக் குறித்துக்கொள்க.

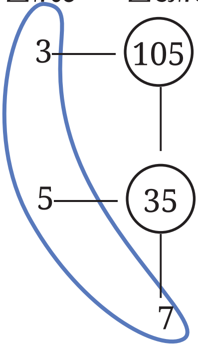
பகாக் காரணியாக்கத்திற்கான வழிமுறை

கீழே என்ன நடக்கிறது என்பதை உம்மால் காண முடிகிறதா?

ஒவ்வொரு வட்டமிடப்பட்ட எண்ணும் அதன் இடப்பக்கத்திலும் கீழும் இருக்கும் எண்களின் பெருக்குத் தொகை ஆகும். எ.கா $30 = 2 \times 15$, $15 = 3 \times 5$. ஒவ்வொரு முறையும் ஒரு பகாக் காரணி கிடைக்கப்பெறும் வகையில் ஒரு கூட்டு எண் காரணியாக்கப்படுகிறது. ஒரு பகா எண்ணை அடைந்தவுடன் நாம் நிறுத்துகிறோம்.

கீழ்காணும் இவ்விரண்டு வடிவங்களையும் பயன்படுத்தி உங்களால் 105 மற்றும் 30 இன் பகாக் காரணியாக்கத்தை எழுத முடியுமா?

இடது பக்கமாகவும் கீழுள்ளவற்றிலும் நாம் பகாக் காரணிகளைச் சேகரிக்கிறோம். பிறகு படத்தில் காட்டியுள்ளது போல பகாக் காரணியத்தை நாம் வரைகிறோம்.



$105 = 3 \times 5 \times 7$

பகாக் காரணியாக்கத்தை செய்யும் போது, வழக்கமாக வட்டங்கள் விடப்படுகின்றன, மேலும் கீழ்காணும் வடிவமைப்பில் படிநிலைகள் மேற்கொள்ளப்படுகின்றன.

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

இச்செயல்முறையை நாம் வகுத்தல் முறை என்று அழைக்கிறோம்.

மேற்காணும் செயல்முறையைப் பயன்படுத்தி 1200இன் பகாக்காரணிப்படுத்துதலைக் கண்டுபிடிக்க. நாம் முன்புள்ள செயல்முறையை நாம் பயன்படுத்தியிருந்தால் நம்முடைய கணக்கீடு இவ்வாறாக இருந்திருகக் கூடும்.

1200 = 40 x 30 = 5 x 8 x 5 x 6 = ...

எந்த கணக்கீடு செய்வதற்கு எளிதாக இருக்கும்?

பகாக் காரணிப்படுத்துதலைப் பயன்படுத்தி ஓர் எண்ணின் காரணிகள்.

ஓர் எண்ணின் பகாக் காரணிப்படுத்துதலிலிருந்து அதன் அனைத்துக் காரணிகளையும் நாம் அமைக்க முடியும். இரண்டு எண்களின் உ.பொ.கா வைக் கண்டு பிடிக்கும் செயல்முறையை எளிமைப்படுத்த இது பயன்படுத்தப்பட முடியும்.

எண் 840 ஐயும் அதன் காரணிப்படுத்துதலையும் $2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 5 \times 7$ ஐக் கருதுக.

? $2 \times 2 \times 7 = 28$ என்பது 840 இன் காரணியாகும்?

? ஆம் எனில், 840 ஐப் பெற அது எதனால் பெருக்கப்பட வேண்டும்?

இவ்வினாக்களுக்கு விடையளிக்க, நாம் கீழ்வரும் வகையில் பகாக் காரணிகளை இவ்வகையில் மறு வரிசைப்படுத்தலாம் (காரணிகளின் மறுவரிசைப்படுத்துதல் பெருக்குத் தொகையில் எந்த மாற்றத்தையும் ஏற்படுத்தாது.)

ஆகவே $840 = (2 \times 2 \times 7) \times (2 \times 3 \times 5)$.

$840 = 28 \times 30$.

ஆகவே $(2\times2\times7) = 28$ என்பது 840 இன் காரணி ஆகும் மற்றும் அது 30 $(2\times3\times5)$ ஆல் பெருக்கப்பட வேண்டும்.

அதேபோல, $2\times7 = 14$ என்பது 840 இன் காரணியாகுமா? ஏன் ? அல்லது ஏன் இல்லை?

$2\times2\times2$ என்பது 840 இன் காரணியாகுமா? ஏன் ? அல்லது ஏன் இல்லை?

$3\times3\times3$ என்பது 840 இன் காரணியாகுமா? ஏன் என்று கூறுக?

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

அதன் பகாக் காரணிகளை மட்டுமே பயன்படுத்தி ஒரு எண்ணின் சாத்தியமான அனைத்துக் காரணிகளையும் பட்டியலிட இக்கருத்து பயன் படுமா?

? பகாக் காரணிப்படுத்துதலைப் பயன்படுத்தி 225 இன் காரணிகளைக் கண்டுபிடிக்க.

5	225
5	45
3	9
3	3
	1

225 ஐ அதன் பகா எண்களாக காரணிப்படுத்துவதால் நமக்குக் கிடைப்பது.

$$225 = 5 \times 5 \times 3 \times 3.$$

இக்காரணிப்படுத்துதலின் எவ்வொரு ‘துணைப் பகுதியும்’ நமக்கு ஒரு காரணியைக் கொடுக்கிறது. இத்துணைப் பகுதிகளையும் நாம் முறையாக உருவாக்குவோம்.

பகாக் காரணிகள் 3, 5.

இரு பகாக் காரணிகளின் இணைப்பு = $3 \times 3 = 9$, $5 \times 5 = 25$, $3 \times 5 = 15$.

மூன்று பகாக் காரணிகளின் இணைப்பு = $3 \times 3 \times 5 = 45$, $3 \times 5 \times 5 = 75$.

நான்கு பகாக் கராணிகளின் இணைப்பு = $3 \times 3 \times 5 \times 5 = 225$

225 இன் காரணிகளின் இப்பட்டியலுக்கு நாம் 1ஐச் சேர்த்தால் காரணிகளாவன: 1, 3, 5, 9, 15, 25, 45, 75, 225

? இப்பட்டியலில் 225 இன் அனைத்து காரணிகளும் இருக்கின்றனவா என சோதித்து பார்க்க.

? இதனைக் கண்டறிக.

கீழ்காணும் எண்களின் அனைத்து காரணிகளையும் பட்டியலிடுக.

(a) 90 (b) 105 (c) 132

(d) 360 (இந்த எண் 24 காரணிகளைப் பெற்றுள்ளது)

(e) 840(இந்த எண் 32 காரணிகளைப் பெற்றுள்ளது)

சில பகாக் காரணியாக்கங்களைக் கவனித்த பிறகு அனுஷா, ‘‘ஒரு எண் எவ்வளவு பெரியதாக உள்ளதோ அவ்வளவு நீளமாக அதன் காரணிப்படுத்துதலும் இருக்கும்,’’ என்று கூறுகிறார். அனுஷா கூறியதைக் குறித்து நீங்கள் நினைப்பது என்ன?

©KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

இது தவறு என்று நாம் காணலாம். எ.கா : 96 மற்றும் 121 இன் பகாக் காரணியாக்கத்தைக் காண்க.

$96 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3.$

$121 = 11 \times 11$

கணிதத்தில் நிரூபணம் அல்லது சரிபார்ப்பு இல்லாமல் செய்யப்படும் அறிக்கைள் 'அனுமானங்கள்' (conjectures) என்று அழைக்கப்படுகின்றன அனுஷா கூறியது அனுமானமாகும். இதற்கு எதிரான ஒரு எடுத்துக்காட்டினைக் கண்டுபிடித்து நாம் இதனைத் தவறு என்று நிரூபித்தோம் அதாவது தவறாக இருக்கக்கூடிய அனுமானத்திற்கான எடுத்துக்காட்டு.

பகாக் காரணிப்படுத்துதலைப் பயன்படுத்தி எண்களின் HCFஐக் கண்டுபிடித்தல்.

பொதுக் காரணிகள் மற்றும் உத்தமப் பொதுக் காரணிகளைக் கண்டுபிடிக்க நாம் இதுவரை செய்த நோக்கீடுகளை எவ்வாறு பயன்படுத்தலாம் என்பதை இப்பொழுது காண்போம்.

? எடுத்துக்காட்டு *1 : 45* மற்றும் *75* இன் பொதுக் காரணிகளையும் *2* பொ.கா வையும் கண்டுபிடிக்க.

இரண்டு எண்களுக்கும் பகாக் காரணிப்படுத்துதலைக் கணக்கிடுக.

$45 = 3 \times 3 \times 5$

$75 = 3 \times 5 \times 5$

நாம் கண்டது :

45 இன் காரணிகள் $3 \times 3 \times 5$ இல் இடம்பெறும் காரணிகளின் துணைப்பகுதிகளாக உள்ளன மற்றும் *75* கின் காரணிகள் $3 \times 3 \times 5$ இல் இடம்பெறும் காரணிகளின் துணைப் பகுதிகளாக உள்ளன.

ஆகவே பொதுக் காரணிகள் இரண்டு காரணிப்படுத்துதல்களின் துணை பகுதிகளாக இருக்க வேண்டும். இதனை உங்களால் எழுத முடியுமா?

சிக்கல்களை கண்டறியும் போது அல்லது தீர்க்கும் போது உங்களுக்கு சில அனுமானங்கள் கிடைக்கும். இதற்கான காரணம் கண்டுபிடித்து மற்றும் சரிபார்ப்பினை செய்து வகுப்பில் பகிர்ந்து கொள்ளலாம்.

©KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

(3) × 3 × 5 (3) × 5 × 5	3
3 × 3 × (5) 3 × 5 × (5)	5
3 × (3) × (5) (3) × (5) × 5	3 × 5

3, 5, 3 x 5 = 15 இவை இரண்டிற்கான துணைப்பகுதிகள் ஆகும், ஆகவே அவை ஒன்றுடன் சேர்ந்து பொதுக் காரணிகள் ஆகும். இவற்றில் உயர்ந்தது 15 ஆகவே அவற்றின் உ.பொ.கா=15.

? **எடுத்துக்காட்டு 2 :** 112 மற்றும் 84 இன் பொதுக் காரணிகளையும் உத்தமப் பொதுக் காரணிகளையும் கண்டுபிடிக்க. பகாக் காரணிப் படுத்துதலைக் கணக்கிடும் போது நாம் பெறுவது

112 = 2 × 2 × 2 × 2 × 2 × 7 மற்றும்

84 = 2 × 2 × 3 × 7.

பொதுவான துணைப் பகுதிகளைக் காண்டு பிடிக்கையில் நாம் பெறுவது.

(2) × 2 × 2 × 2 × 7 (2) × 2 × 3 × 7	2
2 × 2 × 2 × 2 × (7) 2 × 2 × 3 × (7)	7
2 × (2) × (2) × 2 × 7 (2) × (2) × 3 × 7	2 × 2
(2) × 2 × 2 × 2 × (7) 2 × (2) × 3 × (7)	2 × 7
(2) × (2) × 2 × 2 × (7) (2) × (2) × 3 × (7)	2 × 2 × 7

பொதுக் காரணிகளில் உயர்ந்தது, உ.பொ.கா 2×2×7=28 ஆகும்.

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

எடுத்துக்காட்டு 3 : 96 மற்றும் 275 இன் பொதுக் காரணிகளையும் உ.பொ.கா வையும் கண்டுபிடிக்க.

$96 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3$

$275 = 5 \times 5 \times 11$

இவ்விரு காரணியாக்கங்களில் பொதுவானது எதுவும் இல்லை. ஆகவே பொதுக்காரணி 1 மட்டுமே ஆகும். இது அவற்றின் உபெ.கா வும் ஆகும்.

இதனைக் கண்டறிக.

கீழ்காணும் எண்களின் பொதுக் காரணிகளையும் உ.பொ.கா வையும் கண்டுபிடிக்க.

(a) 50, 60 (b) 140, 275

(c) 77, 725 (d) 370, 592

(e) 81, 243

பட்டியலிடாமலேயே நாம் உ.பொ.கா. வை எப்படி நேரடியாகக் கண்டுபிடிக்கலாம்?

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

எடுத்துக்காட்டு 4 : 30 மற்றும் 72 இன் உ.பொ.கா வைக் கண்டுபிடிக்க.

$$30 = 2 \times 2 \times 5$$

$$72 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3.$$

உ.பொ.கா வைக் கண்டுபிடிக்க நமக்கு மிகப்பெரிய பொதுவான துணைப் பகுதி தேவை இரு காரணியாக்கங்களிலும் இடம்பெறும் அக்காரணிகளை மட்டுமே அவை பெற்றிருக்கும் என்பது தெளிவாகிறது. இந்நிலையில் அது 2, 3 ஆகும்.

இதில் எத்தனை 2கள் உள்ளன?

30 இன் காரணியாக்கம் ஒரு 2ஐ மட்டுமே பெற்றுள்ளது. ஆகவே மிகப்பெரிய பொது துணைப்பகுதி ஓர் 2ஐ மட்டுமே பெற்றிருக்க வேண்டும். எத்தனை 3 களை அது பெற்றிருக்கும்?

30 இன் பகாக் காரணியாக்கம் ஒரு 3ஐ மட்டுமே பெற்றிருக்கும். ஆகவே, மிகப் பெரிய பொது துணைப் பகுதி ஒரு 3ஐ மட்டுமே பெற்றிருக்க வேண்டும்.

கீழே இது செய்து காட்டப்பட்டுள்ளது.

$$30 = 2 \times 3 \times 5$$
$$72 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3$$
$$\text{HCF} = 2 \times 3 = 6$$

எனவே, கொடுக்கப்பட்ட எண்களின் உ.பொ.கா. வை கண்டுப்பிடிக்க, அதில் பொதுவாக வரும் பகா எண்களை கண்டறிந்து, அவை ஒவ்வொன்றும் குறைந்த எண்ணிக்கையில் எத்தனை முறை வந்துள்ளன என்பதை எடுத்துக்கொள்ள வேண்டும்.

எடுத்துக்காட்டு 5 : 225 மற்றும் 750 இன் உ.பொ.கா வைக் கண்டுப்பிடிக்க.

$$225 = 3 \times 3 \times 5 \times 5$$
$$750 = 2 \times 3 \times 5 \times 5 \times 5$$

பொது பகா எண்கள் : 3 மற்றும் 5.

NOT TO BE REPUBLISHED @KTBS

இப்போது மிகப்பெரிய பொதுவான துணைப்பகுதியை கண்டுப்பிடிப்போம். அதில் 3 எத்தனை முறை இடம் பெற்றிருக்கும்?

750 இல் ஒரே ஒரு 3 மட்டுமே உள்ளது. இது இரண்டு எண்களிலும் உள்ள குறைந்தபட்ச எண்ணிக்கையான 3 ஆகும். எனவே மிகப்பெரிய பொதுவான துணைப் பகுதியில் ஒரு 3 மட்டுமே இருக்க வேண்டும்.

அது எத்தனை 5களைக் கொண்டிருக்கும்?

225இல் இரண்டு முறை வரும் குறைந்தபட்ச 5கள் உள்ளன. எனவே, மிகப்பெரிய பொதுவான துணைப் பகுதியில் இரண்டு 5கள் இருக்க வேண்டும்.

$$225 = 3 \times 3 \times 5 \times 5$$
$$750 = 2 \times 3 \times 5 \times 5 \times 5$$
$$\text{HCF} = 3 \times 5 \times 5 = 75$$

அதாவது, 5×5.

இரண்டிற்கும் அதிகமான எண்களின் உ.பொ.கா வைக் கண்டு பிடிக்க பொதுப் பகா எண்களின் மிகப்பெரிய பொது துணைப்பகுதியைக் கண்டுபிடிக்கும் அதே வழிமுறையையும் நாம் பின்பற்றலாம்.

இதனைக் கண்டறிக.

1. கீழ்காணும் எண்களின் உ.பொ.கா வைக் கண்டுபிடிக்க.

(a) 24, 180 (b) 42, 75, 24
(c) 240, 378 (d) 400, 2500
(e) 300, 800

2. 72 மற்றும் 141 என்ற எண்களை எடுத்துக்கொள்க கூட்டு எண்களாக அவை காரணியாக்கப்படும் போது $72 = 6 \times 12$ மற்றும் $144 = 8 \times 18$ பெறுகிறோம். இதைப் பார்க்கும் போது 1ஐத் தவிர இவ்விரு எண்களும் எந்தப் பொதுக் காரணிகளையும் பெறவில்லை ஏன்?

3.2 மிகச்சிறியது, ஆனால் கடைசியல்ல!

அன்ஷூவும் குணாவும் துணிப்பட்டிகளைப் பயன்படுத்தித் தோரணங்களைக் தயாரிக்கின்றனர். தோரணம் தயாரிக்க பல பட்டிகள் ஒன்றின் பக்கத்தில் ஒன்றாக வைக்கப்படுகின்றன. அன்ஷூ 6cm நீளமுள்ள பட்டிகளையும், குணா 8cm நீளமுள்ள பட்டிகளையும் பயன்படுத்துகின்றனர். ஒரே நீளமுள்ள தோரணங்களை இருவரும் தயாரிக்கின்றனர் எனில் தோரணத்தைத் தயாரிக்கக்கூடிய மிகச்சிறிய நீளம் என்ன?

அவர்கள் இருவரும் தயாரிக்கக்கூடிய மிகச்சிறிய தோரணத்தின் நீளம் என்ன?

அன்ஷூ 6cm நீளமுள்ள துணிப்பட்டிகளைப் பயன்படுத்துகிறார். அவர் தயாரிக்கும் ஒவ்வொரு தோரணமும் 6 இன் மடங்குகளாக இருக்கும்.

ஆகவே தோரணத்தின் நீளம் 6, 12, 18, 24, 30, 36, 42, 48, 54 cm இவ்வாறாக இருக்கக்கூடும். அதேபோல குணா தயாரிக்கும் ஒவ்வொரு தோரணமும் 8 இன் மடங்குகளாக இருக்கக்கூடும். ஆகவே அவர் தயாரிக்கும் தோரணம் 8, 16, 24, 32, 40, 48, 56, 64, 72cm இவ்வாறாக இருக்கக்கூடும்.

©KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

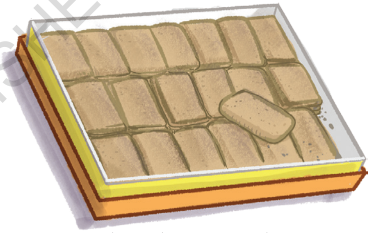
இருவரும் ஒரே நீளமுள்ள தோரணங்களைத் தயாரிக்க வேண்டுமெனில் நீளம் 6 மற்றும் 8 இன் பொது மடங்காக இருக்க வேண்டும் என்பதை இதிலிருந்து நாம் காண்கிறோம்.

பட்டியலில் 24 மற்றும் 48 என்பன 6 மற்றும் 8 இன் மடங்குகளின் பொது மடங்குகள் ஆகும். ஆகவே அன்ஷூவும் குணாவும் தயாரிக்க வேண்டிய தோரணங்களின் நீளம் 24cm மற்றும் 48cm ஆகும்.

இவற்றில் மிகச்சிறியது 24 ஆகும். ஆகவே இருவரும் தைக்க வேண்டிய மிகச்சிறிய தோரணத்தின் நீளம் 24cm ஆகும். 6 மற்றும் 8 இன் அனைத்து பொது மடங்குகளில் மிகச்சிறியது 24 ஆகும்.

மிகப்பெரிய பொது மடங்கு பற்றி நீங்கள் என்ன நினைக்கிறீர்கள்? அத்தகைய எண் உள்ளதா?

? திங்கட்கிழமைகளில் ஒரு இனிப்பு விற்பனையாளர் பள்ளி மாணவர்களுக்கு இலவசமாக கஜக்கைக் கொடுக்கிறார். இன்று திங்கட்கிழமை, கபாமயி கஜக்கை உண்டு மகிழ்ந்தார், ஆனால் அவர் பத்து நாட்களுக்கு ஒரு முறை இனிப்பு அங்காடியை சென்று பார்க்கிறார், இனிப்பு அங்காடியிலிருந்து இலவச கஜக்கைப் பெறக்கூடிய அடுத்த முறை யாது? (நாட்களின் எண்ணிக்கையாக இருக்கட்டும்)



கஜக் என்பது. எள்ளு, வெல்லம் மற்றும் நெய்யால் தயாரிக்கப்படும் ஒரு இனிப்பு வகை ஆகும்.

முன்பு கண்டதுபோல இந்நிகழ்வைக் கற்பனை செய்வதாலும் காட்சிப்படுத்துவதாலும் பட்டிகளின் நீளத்தின் மடங்குகளைப் பயன்படுத்தி அதற்க்குத் தீர்வு காண நமக்கு உதவுகிறது.

ஒவ்வொரு திங்கட்கிழமையும் கடை இலவசமாக இனிப்புகளை வழங்குவதால் இனிமேலும் அது இலவசமாக இனிப்புகளை வழங்கும்.

7,14,21, 28, 35, 42, 49, 56, 63, 70, 77 - நாட்கள்.

இவை 7 இன் மடங்குகள் ஆகும்.

கபாமயி இனிமேலும் இனிப்புக் கடையை சென்று காண்பது.

10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, ... நாட்கள்

இவை 10 இன் மடங்குகள் ஆகும்.

©KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

கபாமயி மீண்டும் இலவச இனிப்பை எப்பொழுது உண்பார்? மேலுள்ள மடங்குகளின் வரிசைகளில் பொதுவாக இருக்கும் நாட்களில் இது நடைபெறும். 70 நாட்களுக்குப் பிறகு இது முதலில் நடக்கிறது என்பது காணப்படுகிறது. இங்கும், 7 மற்றும் 10 இன் அனைத்து பொது மடங்குகளிலும் மிகச்சிறியது 70 ஆகும். என்பதை கவனிக்க.

இவ்விரண்டு சிக்கல்களுக்கும் தீர்வு மிகச்சிறிய பொது மடங்கு ஆகும். இரண்டு அல்லது அதற்கும் அதிகமான எண்களின் '**அதமப் பொது மடங்கு**' (அ.பொ.ம LCM) என்பது அவற்றின் மிகச்சிறிய பொது மடங்குகள் ஆகும்.

? 6ஆம் வகுப்பிலிருந்த 'இட்லி-வடை' விளையாட்டு உங்களுக்கு நினைவுண்டா (பகா எண் நேரம் அத்தியாத்தைப் பார்க்க) இரண்டு எண்கள் தேர்ந்தெடுக்கப்பட்டன மற்றும் எப்பொழுதெல்லாம் ஆட்டக்காரர்கள் அவற்றின் மடங்குகளின் அண்டை வரும்போது அது எந்த எண்ணின் மடங்கு என்பதன் அடிப்படையில் 'இட்லி' அல்லது 'வடை' கூறப்பட வேண்டும். எண் ஒரு பொது மடங்காக இருக்குமேயாயின் இட்லி- வடை' என்று கூற வேண்டும். கீழுள்ள அனைத்து சிக்கலிலும், 'இட்லி' மற்றும் 'வடைக்கு' ஒத்திசைவாக உள்ள இரண்டு எண்கள் கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளன. 'இட்லி - வடை' அழைக்கப்படும் முதல் எண்ணைக் கண்டுபிடிக்க.

(a) 4 மற்றும் 6 (b) 7 மற்றும் 11

(c) 14 மற்றும் 30 (d) 15 மற்றும் 55.

இவ்விடை எப்பொழுதும் இரண்டு எண் அ.பொ.ம ஆகுமா? விளக்குக.

மேலுள்ள (c) மற்றும் (d) வினாக்களில் கண்டது போல உ.பொ.கா வில், மடங்குகளைப் பட்டியலிடுவதன் மூலம் LCM ஐக் கண்டு பிடிக்கும் வழிமுறை பெரிய எண்களுக்கு சிரமமாகக் கூடும்.

அ.பொ.ம வைக் கண்டுபிடிக்கும் செயல் முறை பகாக் காரணியாக்கத்தை எளிமையாக்கும்.

? பகாக் காரணிகளைப் பயன்படுத்தி இரண்டு எண்களின் அ.பொ.ம வை எப்படி கண்டுபிடிக்கலாம்?

©KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

பகாக் காரணிப்படுத்துதல் மூலம் அபொ.ம வைக் கண்டுபிடித்தல்.

ஒரு எண்ணின் ஒவ்வொரு காரணியும் அதன் பகாக் காரணியாக்கத்தின் ஒரு துணைப்பாகத்தை எடுப்பதால் உருவாக்கப்படுகிறது என்பதைப் பார்த்தோம். இந்த உண்மையை இரண்டு எண்களின் உ.பொ.கா வைக் கண்டுபிடிக்க நாம் இச்செயல் முறையைப் பயன்படுத்தினோம். அதே போல, அ.பொ.ம வைக் கண்டுபிடிக்கவும் நாம் ஒரு செயல்முறையை உருவாக்குவோம்.

ஒரு எண்ணின் பகாக் காரணியாக்கம் மற்றும் அவ்வெண்ணின் மடங்கையும் ஒப்பிட்டு நாம் இதைத் தொடங்குவோம். எடுத்துக்காட்டாக, 36 மற்றும் அதன் மடங்கு 648 $(= 36 \times 18)$ ஐ எடுத்துக்கொள்வோம்.

நமக்குக் கிடைப்பது

$$36 = 2 \times 2 \times 3 \times 3$$

$$648 = 36 \text{ x } 18 = (2 \times 2 \times 3 \times 3)\,(2 \times 3 \times 3)$$

நீங்கள் கவனிப்பது என்ன? மடங்கின் பகாக் காரணிகள் அவ்வெண்ணின் பகாக் காரணிகளையும் பெற்றுள்ளது.

இது ஒவ்வொரு மடங்கிற்கும் நிகழுமா? அபொ.ம வைக் கண்டுபிடிக்க இது பயன்படுமா?

? எடுத்துக்காட்டு **6 : 14** மற்றும் **35** இன் அ.பொ.ம வைக் கண்டுபிடிக்க.

நாம் பெறுவது

$$14 = 2 \times 7$$

$$35 = 5 \times 7$$

பொது மடங்குகள் ஒவ்வொரு பகாக் காரணியை துணைப் பகுதியாகப் பெற்றிருக்க வேண்டும்.

2×7 ஐத் துணைப் பகுதியாகவும் 5×7 ஐத் துணைப்பகுதியாகவும் பெற்றிருக்க வேண்டும்.

எடுத்துக்காட்டாக,

$2 \times 7 \times 5 \times 7 \times 3$, 14 மற்றும் 35 இன் ஒரு பொது மடங்காகும்.

$2 \times 2 \times 5 \times 7 \times 7 \times 11$ இன்னொரு பொது மடங்காகும்.

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

? $2 \times 3 \times 5 \times 7$ - இதுவும் பொது மடங்காகுமா?

? 14 மற்றும் 35 இன் அத்தனை பொது மடங்குகளிலும் மிகச்சிறியது யாது?

அது $2 \times 5 \times 7 = 70$ ஆகும் ஏனெனில் $2 \times 5 \times 7$ என்பது $14 = 2\times7$ மற்றும் $35 = 5 \times 7$ ஐப் பெற்றுள்ளது. மேலும் $2 \times 5 \times 7$ இலிருந்து எவ்வொரு எண்ணை நீக்கினாலும் அது ஒரு எண்ணைக் கொடுக்கும் 14 மற்றும் 35 இன் பொது மடங்காக அமையாது.

? *எடுத்துக்காட்டு 7:* 96 மற்றும் 36 இன் அ.பொ.ம வைக் கண்டுபிடிக்க.

நம்மிடம் இருப்பது

$$96 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3$$

$$360 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5$$

©KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

96 மற்றும் 360 இவ்விரு எண்களின் பகாக் காரணிகளையும் ஒவ்வொரு பொது மடங்கும் பெற்றிருக்க வேண்டும். அ.பொ.ம விற்கு இத்தகைய எண்ணின் மிகச் சிறியது நமக்குத் தேவை. ஒவ்வொரு பகா எண்ணையும் பார்த்து நாம் LCM ஐ உருவாக்குவோம்.

இரண்டு எண்களில் தோன்றும் பகாக் காரணிகள் 2, 3 மற்றும் 5 ஆகும்.

ஒவ்வொரு பகாக் காரணிக்கும் எத்தனை நிகழ்வுகள் உள்ளன என்பதை இப்பொழுது கண்டுபிடிப்போம்.

? அ.பொ.ம எத்தனை *2* களைப் பெற்றிருக்க வேண்டும்.

96 இன் காரணியாக்கம் $2\times2\times2\times2\times2$ (*2*களின் ஐந்து நிகழ்வுகள்) ஐப் பெற்றுள்ளது மற்றும் 360 இன் காரணியாக்கம் $2\times2\times2$ (*2*களின் மூன்று நிகழ்வுகள்) பெற்றுள்ளது.

LCM இன் ஒரு பகுதியாக *2*களின் ஐந்து நிகழ்வுகளைத் தேர்ந்தெடுப்பது இவ்விரண்டு துணைப்பகுதிகளையும் பெற்றிருக்கும்.

ஐந்திற்கும் அதிகமான *2*களின் நிகழ்வுகளைத் தேர்ந்தெடுப்பது ஒரு பொது மடங்கைத் தரும் ஆயினும் அது மிகச்சிறியதாக இருக்காது. உங்களால் பார்க்க முடிகிறதா?

? LCM எத்தனை 3 களைப் பெற்றிருக்க வேண்டும் ?

96 இன் காரணியாக்கம் 3 ஐப் பெற்றுள்ளது (3 இன் ஒரு நிகழ்வு) மற்றும் 360 இன் காரணியாக்கம் 3×3 (3இன் இரண்டு நிகழ்வுகள்) ஐப் பெற்றுள்ளது. அ.பொ.ம இன் ஒரு பகுதியாக 3 இன் 2 நிகழ்வுகளைத் தேர்ந்தெடுப்பது இவ்விரண்டு துணைப்பகுதிகளைப் பெற்றிருக்கும்.

? LCM எத்தனை 5 களைப் பெற்றிருக்க வேண்டும் ?

96 இன் காரணியாக்கம் 5களைப் பெற்றிருக்காது மற்றும் 360 இன் காரணியாக்கம் ஒரு 5 இன் ஒரு நிகழ்வினைப் பெற்றிருக்கும் ஆகவே அபொம வின் பகுதியாக நாம் ஒரு நிகழ்வைத் தேர்ந்தெடுக்கிறோம்.

எனவே 96 மற்றும் 360 இன் அ.பொ.ம $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5 = 1440$ ஆகும்.

இரண்டு எண்களின் அ.பொ.ம வை உருவாக்க நாம் அனைத்து பகாக் காரணிகளையும் குறிப்பறிந்து, ஏதாவது ஒரு காரணியாக்கத்தில் அவை ஒவ்வொன்றும் எத்தனை முறை நிகழும் என்ற அதிகபட்ச எண்ணைக் கண்டுபிடிப்போம். இரண்டு அல்லது அதற்கும் அதிகமான எண்களின் அ.பொ.ம வைக் கண்டுபிடிக்க இச் செயல்முறையை நீட்டிக்கலாம்.

© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

? **இதனைக் கண்டறிக.**

கீழ்காணும் எண்களின் அ.பொ.ம வைக் கண்டு பிடிக்க.

3.3 வடிவமைப்புகள் பண்புகள் மற்றும் ஒரு அழகான செயல்முறை.

6 மற்றும் 18 இன் உ.பொ.கா 6 ஆகும்.

இது கொடுக்கப்பட்டுள்ள எண்களில் ஒன்றாகும்.

? கொடுத்துள்ள எண்களில் ஒன்று உ.பொ.கா வாக அமையப் பெறும். மேலும் சில இணை (சோடி) எண்களைக் கண்டுபிடிக்க இத்தகைய எண் இணைகளை நாம் எவ்வாறு விவரிக்கலாம் ?

ஓர் எண் இன்னொன்றின் காரணியாக இருக்கும் போது இது நடக்கிறது என்பதை நாம் காணலாம். இரண்டாம் எண்ணானது முதல் எண்ணின் மடங்காகவும் அமையும்! என்பது இது பொருள்படும்! சாத்தியமான அனைத்து நிலைகளுக்கும் ஒரு வடிவமைப்பு அல்லது பண்பினை விளக்கும் அறிக்கை **பொது அறிக்கை** என்று அழைக்கப்படுகிறது.

இயற்கணிதத்தைப் பயன்படுத்தி இப்பொதுமையாக்கத்தை விளக்கலாம் எப்படி என்று காண்போம்.

'n' ஒரு எண் எனில், n இன் ஒவ்வொரு மடங்கும் 'n' உடன் பெருக்கப்படும் ஒரு மிகை முழு எண்ணாக எழுதப்படலாம். எடுத்துக்காட்டாக, n மற்றும் 5n ஐ ($5 \times n$ இன் சுருக்கம்) எடுத்துக்கொண்டால் 5n, n இன் மடங்கு ஆகும் மற்றும் n, 5n இன் காரணி ஆகும்.

n மற்றும் 5n இன் உ.பொ.கா. = n

? இப்பண்பினைத் திருப்தி செய்யும் எண் இணைகளுக்கு (அதாவது: எண்களின் ஏதேனும் ஒரு எண் HCF ஆகும்)

a) m ஒரு எண் எனில், இன்னொரு எண் என்னவாக இருக்கும்?

b) 7k ஒரு எண் எனில், இன்னொரு எண் என்னவாக இருக்கும்?

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

? இதனைக் கண்டறிக.

1. கீழ்காணும் எண் இணைகளுக்கான உ.பொ.கா வைப் பற்றிய ஒரு பொதுவான அறிக்கையை உருவாக்குக. இப்பொது அறிக்கைகளைக் கூறுவதற்கு முன்பு எடுத்துக்காட்டுகளைக் கருதலாம்.

   இவை ஏன் நிலைப்பெற்றுள்ளன என்பதை விளக்கும். சாத்தியமான விளக்கங்களைத் தேடுக.

   கணித பேச்சு

   (a) இரண்டு தொடர் இரட்டைப்படை எண்கள்

   (b) இரண்டு தொடர் ஒற்றைப்படை எண்கள்

   (c) இரண்டு சம எண்கள்.

   (d) இரண்டு தொடர் எண்கள்.

   (e) இரண்டு இணை-பகா எண்கள்.

உங்கள் வகுப்பினரோடு நோக்கீடுகளைப் பகிர்ந்து கொள்க.

2. 3 மற்றும் 24 இன் அ.பொ.ம 3 (இது கொடுத்துள்ள இரண்டு எண்களில் ஒன்று)

(a) கொடுத்துள்ள இரண்டு எண்களில் ஒரு எண் அ.பொ.ம ஆக விளங்கும் மேலும் சில இணைகளைக் கண்டுபிடிக்க.

(b) இத்தகைய எண்களைப் பற்றிய ஒரு பொதுவான அறிக்கையை அமைக்க இயற்கணிதத்தைப் பயன்படுத்தி இத்தகைய எண் இணைகளை விவரிக்க.

3. கீழ்காணும் எண் இணைகளின் அ.பொ.ம வைக் குறித்து ஒரு பொதுவான அறிக்கையை அமைக்க. அப்பொது அறிக்கைகளைக் குறிப்பிடுவதற்கு முன் எடுத்துக்காட்டுகளை கவனிக்க. இவை ஏன் நிலைப்பெற்றுள்ளன என்பதை விளக்கும் சாத்தியமான விளக்கங்களைத் தேடுக.

(a) 3 இன் இரண்டு மடங்குகள்.

(b) இரண்டு தொடர் இரட்டைப்படை எண்கள்

(c) இரண்டு தொடர் எண்கள்

(d) இரண்டு சார்-பகா எண்கள்

? இரண்டு எண்களையும் இருமடங்காக்கினால் அவற்றின் உ.பொ.கா என்னவாகும்? சில எண் இணைகளை எடுத்து கண்டறிக. உ.பொ. கா வும் ஏன் இருமடங்காகின்றது என்பதை உங்களால் காண முடிகிறதா?

இரண்டு எண்களும் இருமடங்காக்கப்பட்டால் இரு எண்களும் அவற்றின் பகாக் காரணிகளில் 2ஐக் கூடுதல் காரணியாகப் பெறுகின்றன. இந்த 2, மிகப்பெரிய பொதுக் துணை பாகத்தில் காரணியாக இடம்பெறும் ஆகவே உ.பொகா வும் இருமடங்காகும். எடுத்துக்காட்டாக 270 மற்றும் 50 என்ற எண்களை எடுத்துக்கொள்க.

$$270 = 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 5$$
$$50 = 2 \times 5 \times 5$$

உ.பொ.கா = $2 \times 5 = 10$

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

540 மற்றும் **100** ஐப் பெற இவ்வெண்களை இருமடங்காக்குவோம்.

$$540 = \boxed{2} \times \boxed{2} \times 3 \times 3 \times 3 \times \boxed{5}$$
$$100 = \boxed{2} \times \boxed{2} \times 5 \times \boxed{5}$$

உ.பொ.கா = 2 × 2 × 5 =20.

? 14 -14 × 6, 14 × 19 இன் இரண்டு மடங்குகளை எடுத்துக்கொள்க. அவற்றின் உ.பொ.கா யாது?

14 பொதுக் காரணி ஆகும் என்பது தெளிவாகிறது. இதுவும் உத்தமப் பொது காரணி ஆகுமா? இதனைக்காண நாம் பகாக் காரணியாக்கதைக் கணக்கிடுவோம்.

$$14 \times 6 = \underbrace{2 \times 7}_{14} \times 2 \times \boxed{3}$$
$$14 \times 9 = \underbrace{2 \times 7}_{14} \times 3 \times \boxed{3}$$

உ.பொ.கா = 14 × 3 = 42.

? இங்கு இன்னும் சில எண்கள் உள்ளன. இவை இரண்டும் ஒரே எண்ணின் மடங்குகள் ஆகும். அவற்றின் உ.பொ.கா வைக் கண்டுபிடிக்க.

(a) 18×10, 18×15

(b) 10×38,10×21

(c) 5×13, 5×20

(d) 12×16, 12×20.

? இவற்றில் எந்நிலைகளில் (b) கணக்கில் உ.பொ.க **10** ஆக இருப்பது போல பொதுவான பெருக்கும் எண்ணிற்கு ஒத்த HCF ஐப் பெற்றுள்ளன?

இது எப்போது நிகழ்கிறது என்பதைப் புரிந்துக் கொள்ள இந்த வகையின் இன்னும் சில எடுத்துக்காட்டுகளை ஆராய்வோம்.

©KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

உ.பொ.கா மற்றும் அ.பொ.ம திறமையான வழிமுறைகள்.

வலதில் இருக்கும் செயல்முறைகளைக் கவனிக்க. இதை எப்படி செயல்படுத்தலாம்?

2	84, 180
2	42, 90
3	21, 45
	7, 15

பகாக் காரணியாக்கத்திற்கான வழிமுறைகளுக்கு இது ஒத்தது. ஒவ்வொரு படிநிலையிலும், இரண்டு எண்களும் ஒரு பொது பகாக் காரணியால் வகுக்கப்படுகின்றன மற்றும் இரண்டு ஈவுகளும் அடுத்த நிறையில் எழுதப்படுகின்றன. பொது பகாக் காரணிகளைப் பெறாத எண்கள் கிடைக்கப் பெறும் வரையில் இது தொடரும்.

? *84* மற்றும் *180* இன் உ.பொ.கா வைக் கண்டு பிடிக்க இதை நாம் எப்படி பயன்படுத்தலாம் கண்டறிக.

(குறிப்பு : $84 = 2\times2\times3\times7$ மற்றும் $180 = 2\times2\times3\times5$ இவையும் பகாக் காரணிப்படுத்துதலுக்கு ஒத்தது என்பதை கவனிக்க)

? கீழ்காணும் நிலைகளில் உ.பொ.கா வைக் கண்டு பிடிக்க.

2	300, 150
5	150, 75
5	30, 15
3	6, 3
	2, 1

உ.பொ.கா = $2 \times 5 \times 5 \times 3$

2	630, 770
5	315, 385
7	63, 77
	9, 11

உ.பொ.கா = $2 \times 5 \times 7$

2	300, 150
5	150, 75
5	30, 15
3	6, 3
	2, 1

அ.பொ.கா = $2 \times 5 \times 5 \times 3 \times 2 \times 1$

2	630, 770
5	315, 385
7	63, 77
3	9, 11
	3, 11

அ.பொ.கா = $2 \times 5 \times 7 \times 3 \times 3 \times 11$

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

இவை ஏன் அ.பொ.ம களாகின்றன?

(குறிப்பு : 300 மற்றும் 150 இன் அ.பொ.ம.க்களுக்கு குறிக்கப்பட்ட காரணிகளின் பெருக்குத் தொகை, 300 மற்றும் 150 இவ்விரண்டின் பகாக் காரணியாக்கங்களைப் பெற்றுள்ளனவா? இது இத்தகைய மிகச்சிறிய எண்ணாகுமா?)

குணா, ‘‘உ.பொ.கா / அ.பொ.ம வைக் கண்டுபிடிக்க காரணிப்படுத்துவதற்கு ஒரு சிறந்த வழிமுறையைக் கண்டேன் வகுப்பில் நான் கற்றதை விட வேகமானது ‘‘300 மற்றும் 150 என்ற இரண்டு எண்களையும் நான் நேரடியாக 50ஆல் வகுப்பேன் எனக் கூறினார்.

50×3 உ.பொ.கா ஆகும்.

அ.பொ.ம $50 \times 3 \times 2 \times 1$ ஆகும்.

அன்ஷூ பெரிய பொதுக் காரணிகளை அகற்றவும் முயன்றார்.

‘‘630 மற்றும் 770 - நான் முதலில் இரு எண்களையும் **10** ஆல் வகுப்பேன்.

இப்பொழுது என்னால் அவற்றை **7**ஆல் வகுக்க முடியும்.

10 | 630, 770
7 | 63, 77
9, 11

உ.பொ.கா. $10 \times 7 = 70$ ஆகும்.’’

அ.பொ. $10 \times 7 \times 9 \times 11 = 6930$ ஆகும்.

இது எப்படி செயல்படுகிறது என்பதை உணருகிறீர்களா?

முயற்சி செய்க

(a) 90 மற்றும் 150

(b) 84 மற்றும் 132

உ.பொ. கா மற்றும் அ.பொ.ம இவ்விரண்டையும் உள்ளடக்கும் பண்பு.

எது பெரியது இரண்டு எண்களின் அ.பொ.ம அல்லது அவற்றின் பெருக்குத் தொகையா?

எடுத்துக்காட்டுகளைப் பயன்படுத்தி மேற்காணும் அறிக்கைகளை நீங்கள் ஆராயலாம். அ.பொ.ம எண்களின் பெருக்குத் தொகையை விட எப்பொழுதும் அதிகமாக இருக்காது.

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

(**குறிப்பு:** பெருக்குத் தொகையும் இரண்டு எண்களின் பொது மடங்கு ஆகும்.)

இரு எண்களின் பெருக்குத் தொகை மற்றும் அவற்றின் உ.பொ.க மற்றும் அ.பொ.ம விற்கிடையே ஒரு சுவாரஸ்யமான தொடர்பு உண்டு.

எண்கள் 105 மற்றும் 95ஐ எடுத்துக்கொள்க, அ.பொ.ம வைக் கண்டுபிடிக்க

அவற்றை பகா எண்களாகக் காரணிப்படுத்தும் பொழுது கிடைப்பது

$105 = 3\times5\times7$

$95 = 5\times19$

அ,பொ.ம = $3\times5\times7=19$

காரணியாக்க வடிவில் பெருக்குத்தொகையைக் கருதுக.

$$105 \times 95 = 3 \times 5 \times 5 \times 7 \times 19$$

அ.பொ.ம பெருக்குத் தொகையின் காரணியா? ஆம், எனில், அ.பொ.ம பெருக்குத் தொகையை பெற அது எதனால் பெருக்கப்பட வேண்டும்.

$105 \times 95 =$ அ.பொ.ம $\times 5$ என்பது காணப்படுகிறது.

? கீழ்காணும் நிலைகளில் அ.பொ.ம. பெருக்குத் தொகையின் காரணியாகுமா என ஆராய்க. ஆம் எனில், பெருக்குத் தொகையைப் பெற அ.பொ.ம பெருக்கப்பட வேண்டிய எண்ணை அடையாளம் காண்க. ஏதாவது ஒரு வடிவமைப்பை நீங்கள் காண்கிறீர்களா? இவ்வெண்களைப் பயன்படுத்துக.

(a) 45, 105 (b) 275, 352 (c) 222, 370

ஒவ்வொரு நிலையிலும் பெருக்குத் தொகையைப் பெற அ.பொ.ம வைப் பெருக்கும் எண் உண்மையில் உ.பொ.கா ஆகும். என்பதைக் காண்கிறீர்களா?

ஆகவே நமது நோக்கீடுகள் கீழ்காண்பதைப் பரிந்துரைப்பது போலத் தோன்றுகிறது.

உ.பொ.க அ.பொ.ம = இரண்டு எண்களின் பெருக்குத் தொகை.

? இது ஏன் நடக்கிறது? உங்களால் ஒரு விளக்கத்தையோ அல்லது நீரூபணத்தையோ கொடுக்க முடியுமா?

முயற்சி செய்க

NOT TO BE REPUBLISHED @KTBS

(குறிப்பு: கொடுக்கப்பட்ட எண்களின் பகாக் காரணியாக்கத்தைக் கருதுக. அவற்றின் பகாக் காரணிகளில், இரு காரணியாக்கங்களுக்கும் அவற்றில் ஏதாவது ஒன்றில் மட்டுமே இடம்பெறும் உ.பொ.கா மற்றும் அ.பொ.ம வினிடையே பொதுவான மற்றும் பொது அல்லாத பகாக் காரணிகள் எவ்வாறு பகிரப்படுகின்றன என்பதைக் கண்டறிக. இப்பெருக்குத் தொகையில் இவ்விரு வகை. பகாக் காரணிகள் எவ்வாறு இடம் பெறுகின்றன. ஒப்பிட்டுப் பார்க்க.)

? மூன்று எண்கள் கருதப்படுகையில் இப்பண்பு நிலை பொருந்துமா என ஆய்ந்தறிக.

முயற்சி செய்க

? **இதனைக் கண்டறிக.**

1. கீழே கொடுத்துள்ள இரு நிறைகளில் காண்பிக்கப்பட்டுள்ள வகையில் அவை மீண்டும் வருகின்றன. நான்காம் நட்சத்திரம் மீண்டும் எப்பொழுது சந்திக்கும்.

2. (a) 5×7×11×11 என்பது 5×7×7×11×2 இன் ஒரு மடங்காகுமா?

   (b) 5×7×11×11 என்பது 5×7×7×11×2 இன் ஒரு காரணியாகுமா?

3. கீழ்காண்பனவற்றின் உ.பொ.கா மற்றும் அ.பொ.ம வைக் கண்டு பிடிக்க (உங்கள் விடையை பகாக் காரணிப்படுத்துதல் வடிவில் குறிப்பிடுக.)

   (a) 3×3×5×7×7 மற்றும் 12×7×11

   (b) 45 மற்றும் 36

4. உ.பொ.கா 1 மற்றும் அ.பொ.ம 66 ஐப் பெற்றுள்ள இரண்டு எண்களை எழுதுக.

5. ஓர் இடையர் தம் மாடுகள் அனைத்தையும் வயல்களில் மேய்ச்சலுக்கு அழைத்துச் சென்றார். அவை 3 கேட்கள் கொண்ட ஒரு குறுக்கு பாதைக்கு வந்தன. ஒவ்வொரு கேட்டின் வழியாக சம எண்ணிக்கை

NOT TO BE REPUBLISHED @KTBS

மாடுகள் கடந்தன. பிறகு 5 கேட்கள் உள்ள இன்னொரு குறுக்கு பாதையின் அண்டை வந்தன மற்றும் அங்கும் சம எண்ணிக்கை மாடுகள் ஒவ்வொரு கேட்டின் வழியாகச் சென்றன. 7 கேட்கள் உள்ள குறுக்கு வழியிலும் இது நடந்தது. இடையரிடம் 200 மாடுகளுக்கும் குறைவாக இருந்திருந்தால் அவரிடம் எத்தனை மாடுகள் இருந்திருக்கக் கூடும்? (கருநாடகத்தின் நாட்டுப்புறக் கணிதத்தின் அடிப்படையிலானது.)

6. ஒரு பெட்டியின் நீளம், அகலம் மற்றும் உயரம் முறையே 12cm, 18cm மற்றும் 36cm ஆகும். கீழ்காணும் எந்த அளவு கனச்சதுரங்கள் பெட்டியில் இடைவெளி இல்லாமல் வைக்கப்பட முடியும்?

(a) 9 cm (b) 6cm (c) 4cm

(d) 3cm (e) 2cm.

7. கீழுள்ள எண்களில், 306 மற்றும் 36 இவ்விரு எண்களை சரியாக வகுக்கும் மிகப் பெரிய எண் யாது?

(a) 36 (b) 612 (c) 18

(d) 3 (e) 2 (f) 360

8. 3, 4, 5 மற்றும் 7 ஆல் வகுபடும் மிகச்சிறிய எண், ஆனால் 11 ஆல் வகுபடும் போது 10 ஐ மீதமாகக் கொடுக்கக்கூடிய மிகச்சிறிய எண்ணைக் கண்டுபிடிக்க.

முயற்சி செய்க

9. குழந்தைகள் ‘மலையில் தீ’ என்ற விளையாட்டை விளையாடுகின்றனர். 6 என்ற எண் அழைக்கப்படும் போது யாரும் வெளியேறவில்லை. 9 என்ற எண் அழைக்கப்படும் போது, யாரும் வெளியேறவில்லை ஆனால் 10 என்ற எண் அழைக்கப்படும் போது சில பேர் வெளியேறினர், தொடக்கத்தில் எத்தனை பேர் விளையாடி இருக்கக்கூடும்?

(a) 72 (b) 90 (c) 45 (d) 3

(e) 36 (f) இவற்றில் ஏதும் இல்லை.

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

10. சரியான அறிக்கை (களை) '✓' செய்க. (m, n) என்ற இரண்டு வெவ்வேறு பகா எண்களின் அ.பொ.ம வாக இருக்கக்கூடியதாவது.

(a) இரண்டு எண்களையும் விட சிறியது.

(b) இரண்டு எண்களுக்கு இடையில் உள்ளது.

(c) இரண்டு எண்களையும் விட அதிகமானது.

(d) $m \times n$ ஐ விடக் குறை வானது

(e) $m \times n$ ஐ விட அதிகமானது.

11. 150 அடி தூரம் முன்னால் ஓடிய ஒரு முயலை ஒரு நாய் துரத்துகிறது. ஒவ்வொரு முறையும் முயல் 7 அடி குதித்தால் நாய் 9 அடி குதிக்கிறது. எத்தனைத் தாவல்களில் நாயால் முயலைப் பிடிக்க முடியும்?

முயற்சி செய்க

12. 1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9, 10 இவ்வெண்களின் மிகச் சிறிய மடங்கு யாது? 6ஆம் வகுப்பின் 5 வது அத்தியாயத்திலிருக்கும் விடை உங்களுக்கு நினைவுள்ளதா?

13. பண்டைய இந்திய கணிதவியலாளர் மத்வாச்சாரியார் (850 பொ.ச) எழுப்பிய ஒரு சிக்கல் இங்கு உள்ளது? $\frac{8}{15}, \frac{1}{20}, \frac{7}{36}, \frac{11}{63}$ மற்றும் $\frac{1}{21}$. இவற்றைக் கூட்டுக. உங்களுக்குக் கிடைப்பது என்ன? இவற்றின் கூட்டுத்தொகையை எவ்வகையில் திறம்படக் கண்டுபிடிக்க முடியும்?

முயற்சி செய்க

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

பாடச் சுருக்கம்

- கடந்த ஆண்டு நாம் பொது மடங்குகள், பொதுக் காரணிகள் மற்றும் பகா எண்களின் வியத்தகு உலகத்திற்கு நாம் அறிமுகப்பட்டோம்!
- இவ்வுலகில், நாம் ஓர் எண்ணின் காரணிப்படுத்துதலைக் கண்டுபிடிக்கும் முறையைக் கற்றுக் கொண்டோம்.
- ஓர் எண்ணின் பகாக் காரணியாக்கத்திலிருந்து அதன் அனைத்துக் காரணிகளையும் கண்டுபிடிப்பது சுலபம் ஆனால் மிகவும் அரிதான ஒன்றாகும்- சாத்தியமான ஒவ்வொரு துணைப்பகுதியையும் நாம் பட்டியலிட வேண்டும்!!
- ஒரு எண் தொகுப்பின் அனைத்துப் பொதுக் காரணிகளிலிருக்கும் மிகப்பெரிய எண் உத்தமப் பொதுக் காரணி (உ.பொ.கா) ஆகும்.
- ஓர் எண்ணின் பகாக் காரணியாக்கத்தில் ஒவ்வொரு பொதுக் காரணியும் உள்ளடங்கும்.
- உ.பொ.கா வைக் கண்டுபிடிக்க, அனைத்து எண்களின் பகாக் காரணிப்படுத்தலில் உள்ள ஒவ்வொரு பகா எண்ணிக்கையை நாம் உள்ளடக்குகிறோம்.
- ஓர் எண் தொகுப்பின் அனைத்துப் பொது மடங்குகளில் மிகச்சிறியது அதமப் பொது மடங்கு (LCM) ஆகும்.
- ஒவ்வொரு பொது மடங்கும் எண்களின் பகாக் காரணிப்படுத்தலை உள்ளடக்குகிறது.
- அ.பொ.ம வைக் கண்டுபிடிக்க அனைத்து எண்களின் பகாக் காரணிப்படுத்தலில் உள்ள ஒவ்வொரு பகா எண்ணின் அதிகபட்ச நிகழ்வுகளின் எண்ணிக்கையை நாம் உள்ளடக்குகிறோம்.
- உ.பொ கா மற்றும் அ.பொ.ம வைப் பற்றி நாம் கண்டறிந்தோம், எண்கள் தொடர் எண்கள் இரட்டைப்படை எண்கள், சார்பகா எண்கள் போன்றவையாக இருக்கும் போது அதற்குத் தொடர்புடைய பண்புகள் மற்றும் வடிவமைப்புகளையும் நாம் கண்டறிந்தோம்.
- ஒரே நேரத்தில் உ.பொ.கா மற்றும் அ.பா.ம இரண்டையும் பெறுவதற்கான செயல்முறையைப் பற்றி அறிந்தோம். இதை எப்படி இன்னும் விரைவாகச் செய்வது என்பதையும் பார்த்தோம்.
- கணிதத்தைப் பற்றி கலந்துரையாடும் போது 'அனுமானம்' மற்றும் 'பொதுமைப்படுத்துதல்' போன்ற சில சொற்களைப் பற்றி நாம் கற்றோம்.

NOT TO BE REPUBLISHED @KTBS

இதுவரை கண்டுபிடிக்கப்பட்ட மிகப்பெரிய பகா எண் 4, 10, 24, 320 இலக்கங்களைப் பெற்றுள்ளது! இது அக்டோபர் 12, 2024 அன்று கண்டுபிடிக்கப்பட்டது.

இரகசிய நிறங்கள்!

ஒவ்வொரு பக்கத்திலும் இருக்கும் பக்க எண்ணைச் சுற்றியுள்ள வெவ்வேறு வட்ட வடிவமைப்புகளைக் கண்டிருப்பீர்கள் மற்றும் வியந்திருப்பீர்கள் !
கீழ்காணும் படம், 1 இலிருந்து 100 வரையுள்ள எண்களின் அனைத்து வடிவமைப்புகளையும் காட்டுகிறது.

ஒவ்வொரு எண்ணிற்கான நிறத் திட்டத்தை குறிவிலக்க முயற்சிக்க.
இங்கு பல சுவாரஸ்யமான வடிவமைப்புகள் உள்ளன.
உங்கள் நோக்கீடுகளை உங்கள் வகுப்பினரோடு பகிர்ந்துக் கொள்க.
இத்திட்டத்தை நீட்டித்து 101-110 வரையிலான பக்க எண்களை நிறமிடுக.

© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

4

புள்ளிக்கு அப்பால் ஒரு பார்வை

Another Peek Beyond the Point

4.1 தசம எண்களின் விரைவான மீள்பார்வை.

தசமங்கள் இந்திய எண்மான முறையில் தசமப் பின்னங்களை ($\frac{1}{10}, \frac{1}{100}, \frac{1}{1000}$ முதலியன) மற்றும் அவற்றின் மொத்தங்களை குறிப்பிடுவதற்கான பொது நீட்சி ஆகும் என்பதை நினைவு கூறுக.

எடுத்துக்காட்டாக, **27.53** கீழ்காண்பவைகளைப் பெற்றுள்ள ஒரு அளவு ஆகும்.

- 2 பத்துகள்
- 7 ஒன்றுகள்
- பத்துகளில் 5
- நூறுகளில் 3

பின்னங்களை நாம் எப்படி பெருக்குவது மற்றும் வகுப்பது என்பதைக் குறித்து நாம் முன்பு கற்றுள்ளோம். இவ்வத்தியாயத்தில் தசமங்களுடன் இச்செயல்பாடுகளை எவ்வாறு செய்வதென்பதைக் குறித்து கற்றோம். தசமங்களைப் பெருக்குவதற்கான மற்றும் வகுப்பதற்கான செயல்முறைகளின் நீட்சி ஆகும் என்பதைக் காண்பீர்கள்.

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

? ஜொனாலியும் பல்லபியும் ஒரு விளையாட்டு விளையாடுகின்றனர். ஜொனாலி ஒரு பின்னத்தைக் கூற பல்லபி அதற்கு சமமான தசமத்தை கூறுகின்றார். விடுப்பட்ட இடங்களில் பல்லபியின் விடையை எழுதுக.

பின்னங்கள்	தசமங்கள்
$\frac{3}{10}$	0.3
$\frac{4}{100}$	....
$\frac{67}{1000}$	....
$\frac{457}{100}$	....
$\frac{71}{100}$	....
$\frac{43}{100}$	....
$\frac{9}{100}$	....

ஜொனாலி மசாலாப் பொருட்களை வாங்க சந்தைக்குச் செல்கிறார். அவர் 50gm இலவங்க பட்டை 100 gm சீரகம் 25 gm ஏலக்காய் மற்றும் 250gm மிளகு வாங்கினார்.

இவ்வொவ்வொரு அளவினையும் கிலோகிராம் எழுதி பிறகு அவற்றை பின்ன வடிவிலும் தசம வடிவிலும் எழுதுக.
ஜொனாலி பல்லபிக்குக் கொடுத்த பின்னங்கள் 10, 100, 1000 போன்ற பகுதிகளைப் பெற்றுள்ளன.
கீழ்காணும் பின்னங்களை, பின்னங்களின் கூட்டுத் தொகையாகவும் தசமங்களாகவும் எழுதுக.

பின்னம்	தொகுதிகளை விரிவாக்குகள்	பத்தில் ஒன்று நூறில் ஒன்று மற்றும் ஆயிரத்தின் ஒன்றுகளின் மொத்தம்	தசமங்கள்
$\frac{254}{1000}$	$\frac{200}{1000}+\frac{50}{1000}+\frac{4}{1000}$ $=\frac{2}{10}+\frac{5}{100}+\frac{4}{1000}$	0.2 + 0.05 + 0.004	0.254
$\frac{847}{10000}$			
$\frac{173}{100}$			
$\frac{23}{1000}$			

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

? ஏதேனும் ஒரு எண்ணை, 1ஐ த் தொடர்ந்து பூஜ்ஜியங்கள் வடிவிலான எண்ணை வகுப்பதற்கான ஒரு எளிய விதியை உம்மால் குறிப்பிட முடியுமா - *10, 100, 1000* முதலியன?

எடுத்துக்காட்டு, , $\frac{123}{10}$, $\frac{24}{100}$ அல்லது $\frac{678}{1000}$?

கடந்த சிக்கல்களில் ஒரு வடிவமைப்பை தேடுக.

இங்கொரு விதி உள்ளது. 123 ÷ 10 - இந்த எடுத்தக்காட்டைக் கருதுக.

படிநிலை *1* : வகுபடும் எண்ணை அப்படியே எழுதி முடிவில் ஒரு புள்ளியை இடுக.

123.

பழநிலை *2* : வகுக்கும் எண்ணில் உள்ள பூஜ்ஜியங்களை எண்ணுக.

10 ⟶ *1* பூஜ்ஜியம்

படிநிலை *3*: படி *1* இலிருந்து தசம புள்ளியை படி *2* இன் எண்ணிக்கையைப் போலவே இடதுபுறமாக நகர்த்துக தேவைப்பட்டால் எண்ணிற்கு முன்னால் இடுக.

12.3

எடுத்துக்காட்டு :

24 ÷ 100 = 0.24	678 ÷ 1000 = 0.678
12÷1000 = 0.012	12345÷1000 = 12.345

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

4.2 தசமத்தின் பெருக்கல்

? எடுத்துக்காட்டு *1:* அர்ஷத் எழுது பொருள் அங்காடிக் சென்று *5* பேனாக்களை வாங்கினார். ஒரு பேனாவின் விலை ₹9.5 எனில் (9 ரூபாய் 50 பைசா) அவர் கடைக்காரருக்கு எவ்வளவு பணம் கொடுக்க வேண்டும்.

? இங்கு நாம் எத்தகைய செயல்பாட்டினைப் பயன்படுத்த வேண்டும் ?

9.5 ஐ 5 ஆல் வகுக்க வேண்டும். இது 9.5 ஐ 5 முறை கூட்டுவதைப் போன்றதாகும் அதாவது 9.5 x 5 = 9.5 + 9.5 + 9.5 + 9.5 + 9.5 =47.5

எண்களை அவற்றின் பின்ன எண்களாக மாற்றுவதன் மூலம் நாம் எண்களை நேரடியாகப் பெருக்கலாம்.

பின்னத்தில் 9.5 என்பது $\frac{95}{10}$ ஆகும் மற்றும் $\frac{5}{1}$ என்பது 5 ஆகும்.

5 பேனாக்களின் மதிப்பு = $\frac{5}{1} \times \frac{95}{10}$.

இரண்டு பின்னங்களின் பெருக்குத் தொகையைக் கண்டுபிடிக்க, நாம் தொகுதிகளைப் பெருக்குகிறோம் மற்றும் பகுதிகளைப் பெருக்குகிறோம்.

$$\frac{5}{1} \times \frac{95}{10} = \frac{5 \times 95}{1 \times 10}$$

$$= \frac{475}{10}$$

$$= 47.5.$$

5 பேனாக்களின் விலை ₹47.5 ஆகும்.

NOT TO BE REPUBLISHED @KTBS

? **எடுத்துக்காட்டு 2:** கார் ஒன்று ஒரு லிட்டர் பெட்ரோல் 12.5 km செல்கிறது. 7.5 லிட்டர் பெட்ரோலில் அது எவ்வளவு தூரம் செல்லும்?

12.5 ஐ 7.5 ஆல் பெருக்க வேண்டும்.

கடந்த தூரம் = 12.5 × 7.5

$$= \frac{125}{10} \times \frac{75}{10} = \frac{125 \times 75}{10 \times 10} = \frac{9375}{100} = 93.75$$

கடந்த தூரம் 93.75km. ஆகும்.

கணித பேச்சு

? இரண்டு தசமங்களின் பெருக்குத்தொகை ஒரு இயல் எண் ஆகுமா?

? ஒரு தசம எண் மற்றும் இயல் எண்ணின் பெருக்குத் தொகை ஒரு இயல் எண் ஆகுமா?

எடுத்துக்காட்டு 3: அஜயின் பள்ளி மற்றும் அவருடைய வீட்டிற்கு இடையே உள்ள தூரம் 827 m ஆகும். ஒரு வாரத்தில் 6 நாட்கள் அவர்

பள்ளிக்கு நடந்து செல்கிறார் பிறகு வீட்டிற்கும் திரும்ப நடக்கிறார், ஒரு வாரத்தில் அவர் எவ்வளவு நடக்கிறார்? கிலோமீட்டர்களில் விடையளிக்க.

பள்ளி மற்றும் வீட்டிற்கு இடையே ஒவ்வொரு வழியும் அஜய் 827 மீட்டர்கள் நடக்கிறார் அதாவது 0.827km.

ஆகவே ஒரு நாளில் அவர்

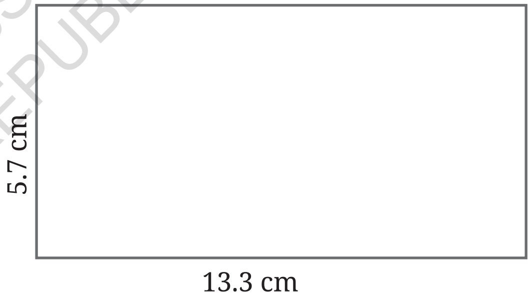
$$0.827 \times 2 = \frac{827}{1000} \times 2 = \frac{827 \times 2}{1000} = \frac{1654}{1000} = 1.654$$

அவர் வாரத்தில் 6 நாட்கள் பள்ளிக்குச் செல்கிறார். எனவே ஒரு வாரத்தில் அவர் நடக்கும் தூரம் ஆவது

$$1.654 \times 6 = \frac{1654}{1000} \times 6 = \frac{1654 \times 6}{1000} = \frac{9924}{1000} = 9.924$$

அஜய் ஒரு வாரத்தில் 9.924km நடக்கிறார்.

எடுத்துக்காட்டு 4: கொடுத்துள்ள செவ்வகத்தின் பரப்பளவைக் கண்டுபிடிக்க.



செவ்வதத்தின் பாப்பனவு =

$$5.7 \times 13.3 = \frac{57}{10} \times \frac{133}{10} = \frac{7581}{100} = 75.81$$

பரப்பளவு 75.81 ச.செ.மீ ஆகும்.

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

? பெருக்கம்படும் எண், பெருக்கும் எண் மற்றும் பெருக்குத் தொகையில் தசம புள்ளிக்குப் பிறகு இருக்கும் இலக்கங்களின் எண்ணிக்கையை கவனிக்க மேலும் பகுதியில் உள்ள பூஜ்ஜியங்களின் எண்ணிக்கையையும் குறிப்பிட்டுக் கொள்க.

எடுத்துக்காட்டுகள்	தசம புள்ளிக்குப் பிறகு இருக்கும் இலக்கங்களின் எண்ணிக்கை		
	பெருக்கப்படும் எண்	பெருக்கும் எண்	பெருக்குத் தொகை
9.5×5 $= \frac{95 \times 5}{10} = \frac{475}{10} = 47.5$	1	0	1
12.5×7.5 $= \frac{125}{10} \times \frac{75}{10} = \frac{9375}{100} =$ 93.75	1	1	2
1.64×6 $= \frac{164}{100} \times 6 = \frac{984}{100} =$ 9.84	2	0	2
5.7×13.35 $= \frac{57}{10} \times \frac{1335}{100}$ $= \frac{57 \times 1335}{10 \times 100} = \frac{76095}{1000}$ $= 76.095$	1	2	3

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

? $596 \times 248 = 147808$ என்பது நமக்குத் தெரியும் என்று எடுத்துக்கொள்வோம், உம்மால் உடனே 5.96×24.8 இன் பெருக்குத் தொகையை எழுத முடியுமா?

கணித பேச்சு

? மேற்காணும் எடுத்துக்காட்டுகளைப் பார்ப்பதால் இரண்டு தசம எண்களைப் பெருக்குவதற்கு ஒரு விதியை உங்களால் அமைக்க முடியுமா?

தசமங்களின் பெருக்கல் அவற்றிக்கு ஒத்த பின்னங்களின் பெருக்கலுக்கு ஒத்ததாகும். பின்னங்களைப் பெருக்கும் போது நாம் முறையே தொகுதிகளையும் பகுதிகளையும் பெருக்குகிறோம்.

தொகுதிகளின் பெருக்கல் தசம புள்ளிகள் அகற்றப்பட்ட எண்களின் பெருக்குத் தொகை ஆகும். இரண்டு பகுதிகளும் 1, 10, 100, 1000......

என்ற வடிவில் உள்ளன, எனவே பகுதிகளின் பெருக்குத் தொகையும் 1ஐத் தொடர்ந்து பூஜ்ஜியங்களின் வடிவில் இருக்கும்.

பெருக்குத் தொகையில், உள்ள பூஜ்ஜியங்களின் எண்ணிக்கையானது ஒவ்வொரு பகுதியிலும் உள்ள பூஜ்ஜியங்களின் எண்ணிக்கையின் மொத்தமாகும்.

பெருக்குத் தொகையில், பகுதியில் உள்ள பூஜ்ஜியங்களின் மொத்த எண்ணிக்கையின் அடிப்படையில் தசம புள்ளி இடப்படுகிறது.

ஆகவே இரண்டு தசமங்களைப் பெருக்க நாம் தசம புள்ளி அகற்றப்பட்டதால் கிடைக்கப்பெற்ற இரண்டு எண்களைப் பெருக்கி கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளது போல் தசம புள்ளியை சரியாக இடுக.

©KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

5.96 × 24.8: ஐ மதிப்பிட

596 × 248 = 147808

5.96 × 24.8 = 147.808

2 தசம இடங்கள் | 1 தசம இடம் | 3 தசம இடங்கள்

2 + 1 = 3 தசம இடங்கள்

எடுத்துக்காட்டு : 5 மேற்கண்ட விதியைப் பயன்படுத்தி நாம் 5.8 மற்றும் 1.24 இன் பெருக்குத் தொகையைக் கண்டுபிடிக்க.

நாம் முதலில் 58 மற்றும் 124 ஐப் பெருக்குவோம்.

தசம புள்ளிக்குப் பிறகு 1 இலக்கம் | தசம புள்ளிக்குப் பிறகு 2 இலக்கம்

5.8 × 1.24

பெருக்குத் தொகை 7.192 ஆகும்.

பெருக்கப்படும் எண் மற்றும் பெருக்கும் எண்ணில் இருக்கும் தசம புள்ளிக்குப் பிறகுள்ள இலக்கங்களின் எண்ணிக்கையின் மொத்தம் 3 ஆகும், எனவே பெருக்குத் தொகை 7.192 ஆகும்.

பெருக்கப்படும் எண் மற்றும் பெருக்கும் எண்ணைப் பின்னங்களாக மாற்றி இதை சரிபார்க்கலாம்.

பெருக்கப்படும் எண்களை விட பெருக்குத் தொகை எப்பொழுதும் அதிகமாக உள்ளதா?

இரண்டு பின்னங்களின் பெருக்கலை நினைவுகூறுக. எண்ணும் எண்களைப் போலன்றி, இரண்டு பின்னங்கள் பெருக்கப்படும் போது பெருக்குத் தொகை எப்பொழுதும் இரண்டு எண்களுக்கு சமமாகவோ அல்லது அதிகமாகவோ இருக்காது.

இரண்டு தசமங்களின் பெருக்குத்தொகையைக் கொண்டு இதனை மதிப்பிடுவோம்.

$2.25 \times 8 = 18$.

மேற்காணும் பெருக்கலில், பெருக்குத் தொகை (18) 2.25 மற்றும் 8 விட அதிகமாக உள்ளது. ஆனால் $0.25 \times 8 = 2$ இல், பெருக்குத் தொகை 0.25 ஐ விட அதிகமாக உள்ளது. ஆனால் 8 ஐ விட குறைவாக உள்ளது.

இந்நிலையில் $0.25 \times 0.8 = 0.2$, (0.2) என்ற பெருக்குத்தொகை 0.25 மற்றும் 0.8 ஐ விடக் குறைவாக உள்ளது.

? இரண்டு எண்களை விட இரண்டு தசமங்களின் பெருக்குத்தொகை அதிகமாக இருக்கும். அது எப்பொழுது இரண்டு எண்களை விடக் குறைவாக இருக்கும்.

தசமங்கள், பின்னங்களின் குறிப்பீடுகளாக மட்டுமே இருப்பதால், பெருக்கப்படும் எண்கள் மற்றும் பெருக்குத் தொகை பின்னங்களுக்கு ஒத்தாகவே இருக்கும்.

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

சூழ்நிலை	பெருக்கல்	தொடர்பு
சூழ்நிலை 1	இரண்டு எண்களும் 1ஐ விட அதிகமாக உள்ளன (எ.கா 3.4 × 6.5)	பெருக்குத் தொகை (22.1) இரண்டு எண்களை விட அதிகமாக உள்ளது.
சூழ்நிலை 2	0 மற்றும் 1, க்கு இடையே இரு எண்களும் உள்ளன. (எ.கா, 0.75 × 0.4)	இரண்டு எண்களை விட பெருக்கும் தொகை (0.3) குறைவாக உள்ளது.
சூழ்திலை 3	ஓர் எண் 0 மற்றும் 5க்கு இடையே- (எ.கா, 0.75 × 5)	(3.75) என்ற பெருக்குத் தொகை 1ஐ விட அதிகமான எண்ணை விடக் குறைவாக உள்ளது மற்றும் 0 மற்றும் 1க்கு இடையே உள்ள எண்ணை விட அதிகமாக உள்ளது.

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

இதனைக் கண்டறிக.

1. பத்தில் ஒன்று 0.1 நூறில் ஒன்று 0.01...... என்பதை நினைவுகூறுக. கீழ்காணும் பெருக்குத் தொகைகளை பத்துகளில் ஒன்று, நூறுகளில் ஒன்று--- எனக் கண்டுபிடிக்க.

   (a) 6 × 4 பத்துகளில் ஒன்று = 24 பத்துகளில் ஒன்று
   (b) 7 × 0.3
   (c) 9 × 5 நூறுகளில் ஒன்று

2. பெருக்குத் தொகைகளை கண்டுபிடிக்க.
   (a) 27.34 × 6
   (b) 4.23 × 3.7
   (c) 0.432 × 0.23

3. தேஜஸ்ஸுக்கு ஒரு சட்டைத் தைக்க 1.65 m துணி தேவைப்படுகிறது. 3 சட்டைகளைத் தைக்க அவருக்கு எத்தனை மீட்டர் துணி தேவைப்படும்?

4. மீனா 4 நோட்டுப்புத்தங்களையும் 3 அழிப்பான்களை வாங்கினார். ஒவ்வொரு புத்தகத்தின் விலை ₹15.50 மற்றும் ஒவ்வொரு அழிப்பானின் விலை ₹2.75 எனில் அவர் செலவு செய்த மொத்தப் பணம் எவ்வளவு?

5. ஒரு ரூபாய் நாணயத்தின் தடிமன் 1.45mm ஆகும். 36 ஒரு ரூபாய் நாணயங்களை ஒன்றின் மீது ஒன்றை அடுக்குவதால் உருவாகும் உருளையின் (சிலின்டர்) உயரம் என்ன ஆகும்? விடையை செ ன்டிமீட்டர்களில் எழுதுக.

6. ஒரு kg ஆரஞ்சுகளின் விலை ₹.56.50, 2.250 kg ஆரஞ்சுகளின் வலை என்ன? 56.50 ஐ 56.5 என்றும் 2.250 ஐ 2.25 ஆக எழுதி பெருக்குக. நமக்கு அதே பெருக்குக் தொகை கிடைக்குமா? ஏன்?

7. துவாரகநாத் மொத்த விலையில் ஒரு நோட்டுப் புத்தகத்தை ₹23.6க்கு வாங்கி ஒரு நோட்டுப்புத்தகத்தை ₹30 என விற்றார். ஒரு வாரத்தில் 50 நோட்டுப்புத்தகங்களை விற்றால் அவருக்கு கிடைக்கும் இலாபம் என்ன?

8. $18 \times 12 = 216$, கொடுத்தபோது அவற்றின் பெருக்குத் தொகைகளைக் கண்டுபிடிக்க.

(a) 18×1.2 (b) 18×0.12
(c) 1.8×1.2 (d) 0.18×0.12
(e) 0.018×0.012 (f) 1.8×12

மேற்காணும் எந்நிலைகளில் பெருக்குத் தொகை 1ஐ விடக் குறைவாக இருக்கும்.

9. கீழ்காணும் எப்பெருக்கல்களில் பெருக்குத் தொகை 1ஐ விடக் குறைவாக உள்ளது. உண்மையாக பெருக்காமலேயே உங்களால் விடையைக் கண்டுபிடிக்க முடியுமா?

(a) 7×0.6 (b) 0.7×0.6
(c) 0.7×6 (d) 0.07×0.06

©KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

10. கீழ்காணும் எண்களை 10, 100, 1000 ஆல் பெருக்கி இவ்வட்டவணையை முழுமைப்படுத்துக.

	× 10	× 100	× 1000
5.7			
23.02			
0.92			
0.306			
24.67			

NOT TO BE REPUBLISHED @KTBS

4.3 தசம வகுத்தல்

எடுத்துக்காட்டு 6 : அனுஜா 3.9m நீளமுள்ள ரிப்பனைப் பெற்றுள்ளார். மேலும் அவர் அதனைப் 10 சமத் துண்டுகளாக வெட்ட விழைகிறார். ஒவ்வொரு துண்டின் நீளத்தை தசமத்தில் எழுதுக.

10 துண்டுகள் இருப்பதால், ஒவ்வொரு துண்டின் நீளத்தை அதாவது 3.9 ஐப் 10 ஆல் வகுத்து கண்டுபிடிக்கலாம்.

ஆகவே 3.9 ÷ 10 என்னவாகும்?

3.9 ஐ ஒரு பின்னமாக மாற்றுவோம் $= \frac{39}{10}$.

ஆகவே 3.9 ÷ 10 என்பது $\frac{39}{10}$.ஐ 10 ஆல் வகுப்பதற்கு சமமாகும்.

ஒரு பின்னத்தை வகுக்கும் எண்ணைக் கொண்டு வகுப்பது எண்ணின் தலை கீழியுடன் பின்னத்தைப் பெருக்குவதற்கு ஒத்தது. 10 இன் தலைகீழி $\frac{1}{10}$ ஆகும்.

ஆகவே, $\frac{39}{10} \div 10 = \frac{39}{10} \times \frac{1}{10} = \frac{39}{100} = 0.39$.

ஒவ்வொரு ரிப்பன் துண்டின் நீளம் 0.39m ஆகும்.

? 100 சமத் துண்டுகளாக ரிப்பன் வெட்டப்பட்டால் ஒவ்வொரு துண்டின் நீளம் என்னவாகும்?

$3.9 \div 100 = \frac{39}{10} \times \frac{1}{100} = \frac{39}{1000} = 0.039$.

100 சமத்துண்டுகளாக ரிப்பன் வெட்டப்பட்டால், ஒவ்வொரு துண்டின் நீளம் 0.039m ஆகும்.

? 0.039m - சென்டிமீட்டர்களிலும் மில்லிமீட்டர்களிலும் என்னவாகும்?

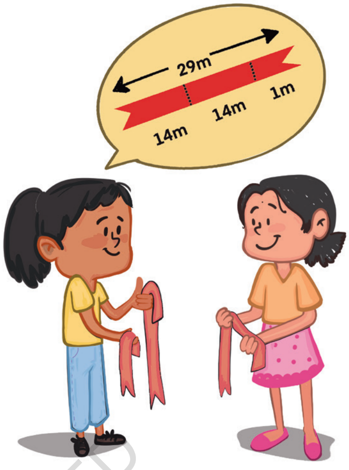
இவ்வகுத்தல்களை கவனிக்கும் பொழுது, 1, 10, 100, 1000 முதலியவற்றுடன் வகுப்பதற்கு நாம் ஓர் எளிய விதியை உருவாக்க வேண்டும்.

1, 10, 100, 1000 முதலிய எண்களோடு ஒரு தசம எண்ணை வகுக்கும் பொழுது, வகுக்கும் எண்ணில் இருக்கும் பூஜ்ஜியங்களுக்கு ஏற்ப நாம் இடம் நோக்கி தசம புள்ளியை அத்தனை ஸ்தானங்கள் நகர்த்த வேண்டும்.

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

தசமம்	÷ 10	÷ 100	÷ 1000	÷ 10000
18.7	1.87	0.187	0.0187	0.00187
21.1				
0.13				
		2.146		
				0.0058

எழுத்துக்காட்டு 7: நீனுவிடம் 29m சிவப்பு ரிப்பன் இருந்தது மற்றும் அதனை அனுவுடன் சமமாகப் பகிர்ந்துக் கொள்ள விழைகிறார். ஒவ்வொருவரும் பெறக் கூடிய ரிப்பனின் நீளம் என்னவாகும்?



ரிப்பன் இரண்டு பேருக்கு இடையே சமமாக பகரப்படுவதால் ஒவ்வொரு சிறுமிக்கும் கிடைக்கும். துண்டு 29÷2m ஆகும்.

ஒவ்வொருவரும் 14m பெற்றால் 1m மீதமாகிறது. 1m இருவரிடையே பகிர்ந்தால் ஒவ்வொருவரும் இன்னொரு $\frac{1}{2}$ m பெறுவர்.

$\frac{1}{2}$ ஐ நாம் ஒரு தசமமாக மாற்றுவது? எப்படி?

பகுதி 1, 10, 100, 1000 முதலியனவாக இருந்தால் பின்னத்தை ஒரு தசமமாகக் குறிப்பிடுவது எளிதாகும். அத்தகைய பகுதியுடன் ஆகவே நாம் $\frac{1}{2}$ க்கு சமமான பின்னதகைக் கண்டுபிடிக்கலாமா?

$\frac{1}{2} = \frac{1 \times 5}{2 \times 5} = \frac{5}{10}$ (5 ஆல் தொகுதியையும் பகுதியையும் பெருக்குதல்)

பின்னம் $\frac{5}{10}$, 0.5 என்ற தசமமாகக் குறிப்பிடப்பட முடியும் என்பதை நாம் அறிவோம்.

ஆகவே ஒவ்வொரு சிறுமியும் 14m மேலும் 0.5m ரிப்பனும் பெறுவர்.

ஆகவே, ஒவ்வொருவரும் பெறும் ரிப்பனின் நீளம் 14 + 0.5 = 14.5 m ஆகும்.

இப்பொழுது ரிப்பனை 2 பேருக்கு பதிலாக 4 பேருக்கு பகிரப்பட்டால் என்னவாகும்?

ஒவ்வொருவரும் 29 ÷ 4 m, அதாவது $\frac{29}{4}$ m ரிப்பனைப் பெறுவர்.

@TBS NOT TO BE REPUBLISHED

இப்பொழுது பின்னத்தின் பகுதி 4 ஆகும். ஒரு பின்னத்தை ஒரு தசமமாக மாற்ற பகுதியானது 1, 10, 100, 1000 முதலிய எண்களின் வடிவில் இருந்தால் பயனுள்ளதாக அமையும். இத்தகைய பகுதியுடன் $\frac{29}{4}$ க்கு சமமான பின்னத்தை உம்மால் கண்டுபிடிக்க முடியுமா?

4 என்பது 10 இன் காரணியாகுமா? இல்லை. அது 100 இன் காரணியாகுமா? ஆம் 4 × 25 = 100. ஆகவே பின்னத்தின் தொகுதி மற்றும் பகுதிகளை 25 ஆல் வகுக்கும் போது நமக்கு க்கு சமமான பின்னம் கிடைக்க பெறும்.

$$\frac{29 \times 25}{4 \times 25} = \frac{725}{100} = 7.25$$

4 நண்பர்களில் ஒவ்வொருவரும் 7.25 m ரிப்பனைப் பெறுவர்.

© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

இட மதிப்பைப் பயன்படுத்தி வகுத்தல்.

ஒரு தசம ஈவினைப் பெற இரண்டு எண்ணும் எண்களை நாம் எவ்வாறு வகுக்க வேண்டும் எனப் பார்த்தோம். பின்னத்தை நாம் முதலில் பின்னமாகக் குறிப்பிட்டோம். பிறகு நாம் அதற்கு ஒரு சமமான பின்னத்தை, 1, 10, 100, 1000 முதலிய பகுதிகளைப் பெற்றுள்ள பின்னத்தைக் கண்டறிந்தோம். அப்பொழுது இச்சமபின்னத்தை தசமமாகப் பிரதிநிதிப்பது எளிதானது.

இப்பொழுது நாம் தசம ஈவினைக் கணக்கிட இட மதிப்பு செயல்முறையைப் பயன்படுத்தி வகுப்பதைக் காண்போம்.

? ஈவு $\frac{10}{3}$ ஐ தசமமாக எழுத வேண்டும் என எடுத்துக் கொள்வோம். 1, 10, 100, 1000 முதலிய பகுதிகளைக் கொண்ட சமப் பின்னங்களாக இந்த பின்னத்தை நாம் மாற்ற முடியுமா?

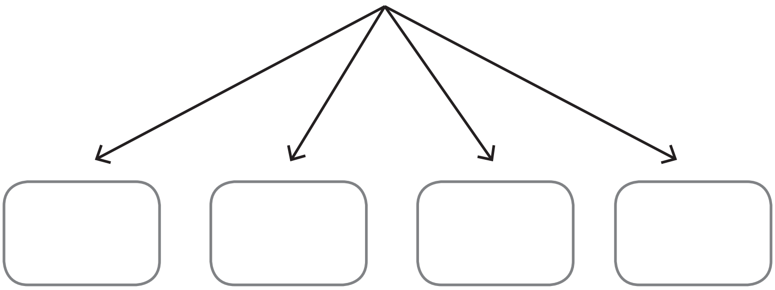
இது சாத்தியமல்ல? ஆகவே ஏதேனும் இரண்டு எண்ணும் எண்களை வகுக்க நமக்கு மேலும் ஒரு பொது செயல்முறை தேவை. இதற்கு இட மதிப்பைப் பயன்படுத்திய வகுத்தலை எவ்வாறு பயன்படுத்த முடியும் என்பதை இப்பொழுது காண்போம்.

இட மதிப்பைப் பயன்படுத்தி வகுப்புதற்கான ஒரு விரைவான மீள்பார்வையுடன் இதனைத் துவங்குவோம்.

எடுத்துக்காட்டு *8:* 1324 ÷ 4 இன் மதிப்பைக் கண்டுபிடிக்க.

1324 ÷ 4 ⟶ 1324 ஐ 4 சம பாகங்களாகப் பிரிக்க.

1 ஆயிரம் + 3 நூறுகள்+ 2பத்துகள்+4 ஒன்றுகள்



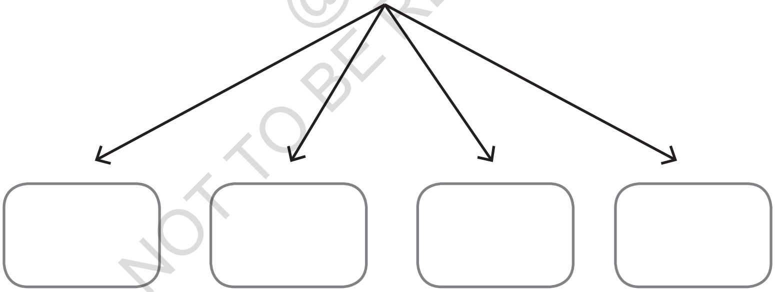
1 ஆயிரம் ÷ 4 ⟶ மறு குழுவாக்காமல் இது சாத்தியமல்ல.

1 ஆயிரத்தை 10 நூறுகளாக மறு குழுவாக்குக.

10 நூறுகள் + 3 நூறுகள் = 13 நூறுகள்

13 நூறுகள் + 2 பத்துகள் + 4 ஒன்றுகள்

13 நூறுகள் + 2 பத்துகள் + 4 ஒன்றுகள்



13 நூறுகள் ÷ 4 ⟶ ஒவ்வொரு பகுதியும் 3 நூறுகளைப் பெறுகிறது மற்றும் *1*நூறு மீதமாகிறது.

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

13 நூறுகள் + 2 பத்துகள் + 4 ஒன்றுகள்

3 நூறுகள்	*3* நூறுகள்	*3* நூறுகள்	*3* நூறுகள்	*1* நூறுகள்

ஆ நூ ப ஒ

4) 1324 (0 + 3 + ___ + ___

−12

1

ஒரு நூறை 10 பத்துகளாக குழுவாக்குதல்.

10 பத்துகள் + 2 பத்துகள் = 12 பத்துகள்

12 பத்துகள் ÷ 4 ⟶ ஒவ்வொரு பகுதியும் *3* பத்துகளைப் பெறுகின்றன.

12 பத்துகள் + 4 ஒன்னுகள்

3 நூறுகள் *3* பத்துகள்	*3* நூறுகள் *3* பத்துகள்	*3* நூறுகள் *3* பத்துகள்	*3* நூறுகள் *3* பத்துகள்

ஆ நூ ப ஒ

4) 1324 (0 + 3 + 3 + ___

−12

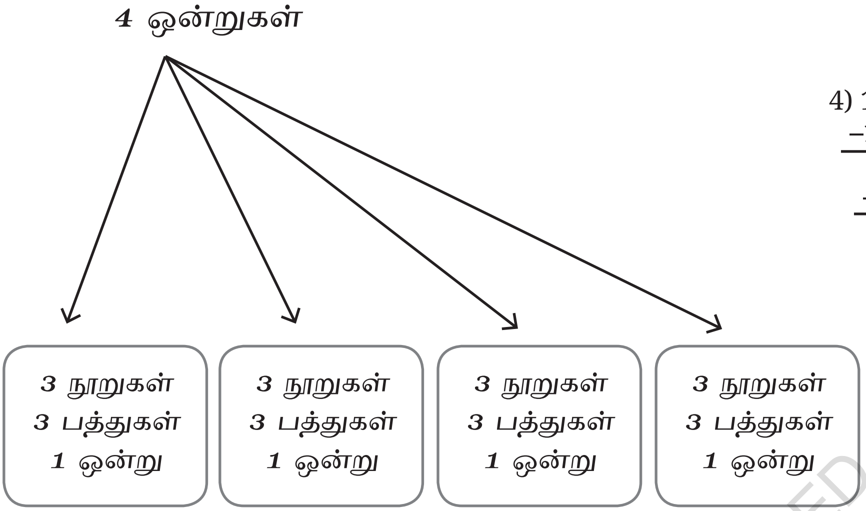
12

−12

0

4 ஒன்றகள்÷4 ⟶ ஒவ்வொரு பகுதியும் 1 ஒன்றினைப் பெறுகிறது.

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED



ஆ நூ ப ஒ
4) 1324 (0 + 3 + 3 + 1
–12
12
–12
04
– 4
0

ஆகவே 1324 ÷ 4 = 0 ஆயிரங்கள் +3 நூறுகள் +3 பத்துகள் +1 ஒன்று = 331.

இட மதிப்பைப் பயன்படுத்தி வகுக்கும் இதனை 'நீள் வகுத்தல் முறை' என்றும் அழைக்கப்படுகிறது.

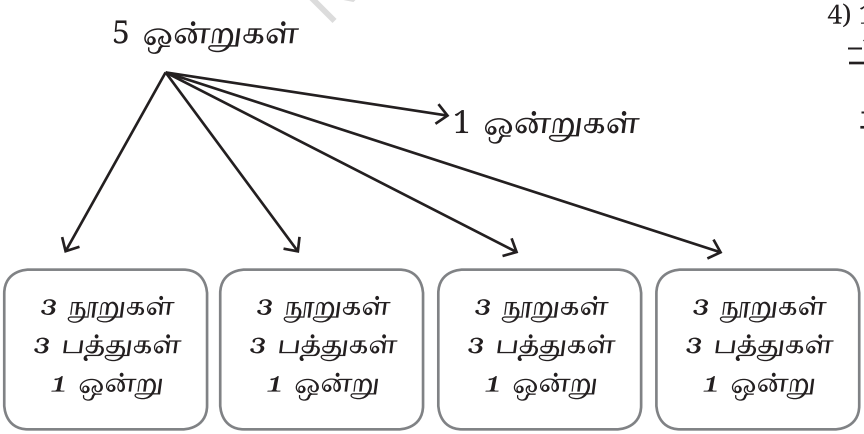
NOT TO BE REPUBLISHED @KTBS

தசம ஈவைக் கொண்டு வகுத்தல்

1325 ÷ 4 இன் மதிப்பைக் கண்டுபிடிக்க நாம் நீள் வகுத்தலின் புரிதலைப் பயன்படுத்துவோம்.

1325 ÷ 4 ⟶ 1325 ஐ 4 சமப் பகுதிகளாக வகுப்போம்.
கடந்த சிக்கலின் அதே படிநிலைகளை நாம் பின்பற்றுவோம்.

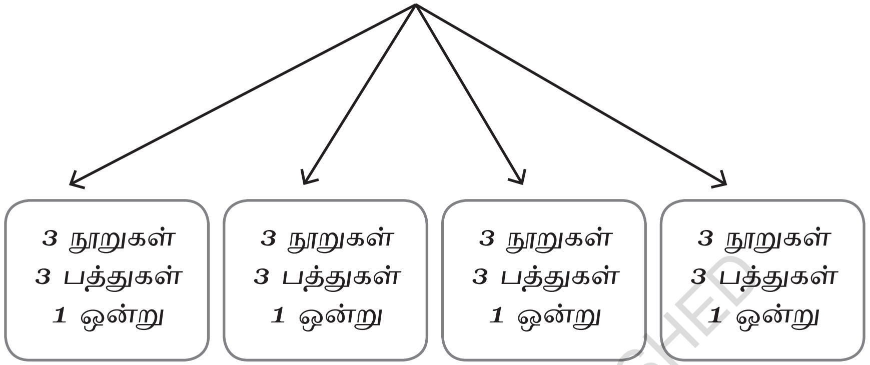
ஆ நூ ப ஒ
4) 1325 (0 + 3 + 3 + 1
–12
12
–12
05
– 4
1



நம்மிடம் 1 ஒன்றுகள் மட்டுமே உள்ளது.

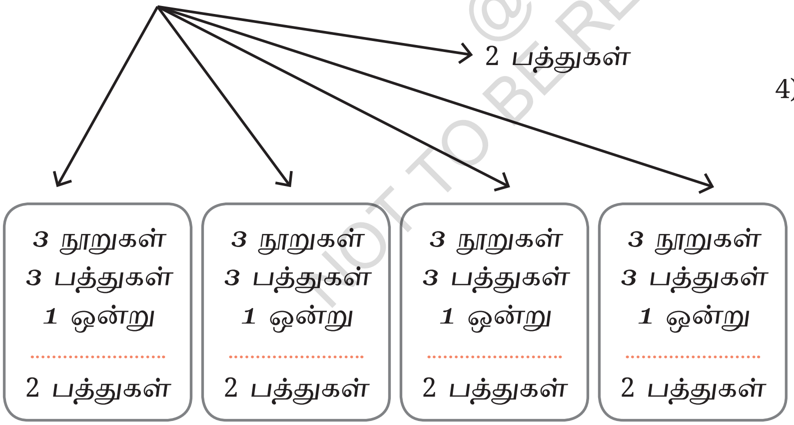
1 ஒன்றுகளை 4 சம பாகங்களாக எப்படி வகுப்பது என்பது தெரியவில்லை. ஆனால் அதனை நாம் 10 இல் ஒன்றுகளாக மறுகுழுவாக்கலாம்.

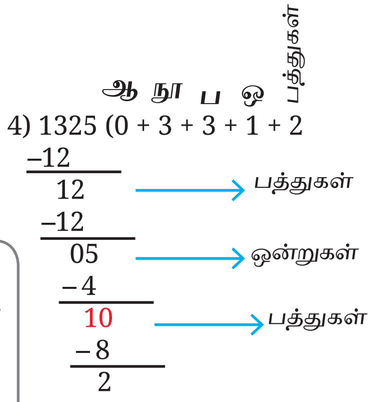
10 பத்துகளில் ஒன்று



10 பத்துகளில் ஒன்று ÷ 4 ⟶ ஒவ்வொரு பகுதிக்கும் கிடைப்பது 2 பத்துகளில் மற்றும் 2 பத்துகளில் மீதமாகிறது.

10 பத்துகளில் ஒன்று





ஆகவே 1325 ÷ 4 = 0 ஆயிரங்கள் + 3 நூறுகள் + 3 பத்துகள் + 1 ஒன்றுகள் + 2 பத்துகளில் 1 + 5 நூறுகளில் ஒன்று. இது 331.25 என்பது நமக்குத் தெரியும். ஆகவே 1325 ÷ 4 = 331.25.

$\frac{1325}{4}$ க்கான சமான பின்னத்தைக் கண்டுபிடிப்பதன் மூலம் நாம் இதை சரிபார்க்க முடியுமா?

NOT TO BE REPUBLISHED @KTBS

பகுதி 1, 10, 100, 1000 முதலியனவாக இருக்கக் கூடிய ஒரு சமான பின்னத்தைப் பெற, நாம் தொகுதியையும் பகுதியையும் 25 ஆல் பெருக்க முடியும்.

$$\frac{1325 \times 25}{4 \times 25} = \frac{33125}{100} = 331.25.$$

ஆகவே தசம மதிப்புகளுடன் ஈவுகளைக் கண்டறிய இடமதிப்பு முறையைப் பயன்படுத்தி வகுத்தல் செயல் முறையை நீட்டிக்கலாம். ஒன்றுகளைப் பத்தில் ஒரு பங்காகவும், பத்தில் ஒரு பங்கை நூறில் ஒரு பங்காகவும் மறு குழுவாக்கலாம்.

எடுத்துக்காட்டு 9 : 237 ÷ 8 இன் மதிப்பைக் கண்டுபிடிக்க.

237 ÷ 8 ⟶ 2 நூறுகள் + 3 பத்துகள் + 7 ஒன்றுகளை 8 சம பாகங்களாக வகுக்க.

2 நூறுகளை 8 சம பாகங்களாக வகுக்க 20 பத்துகளாக அவை மறு குழுவாக்கப்பட வேண்டும்.

20 பத்துகள் + 3 பத்துகள் = 23 பத்துகள். 23 பத்துகள் ÷ 8 ⟶ 2 பத்துகள் மற்றும் 7 பத்துகள் மீதமாகின்றன.	நூ ப ஒ 8) 237 (0 2 –16 ⟶ பத்துகள் 7
7 பத்துகள் 70 ஒன்றுகளாக மறு குழுவாக்கலாம். 70 ஒன்றுகள் + 7 ஒன்றுகள் = 77 ஒன்றுகள் 77 ஒன்றுகள் ÷ 8 ⟶ 9 ஒன்றுகள் மற்றும் 5 ஒன்றுகள் மீதமாகும்	நூ ப ஒ 8) 237 (0 2 9 –16 ⟶ பத்துகள் 77 –72 5 ⟶ ஒன்றுகள்

5 ஒன்றுகளை 8 சமபாகங்களாக வகுக்க அவற்றை 50பத்துகளில் ஒன்றாக மறுகுழுவாக்கலாம்.

ஒன்றுகளை பத்தில் ஒரு பங்காக மறுகுழுவாக்கும் பொழுது நாம் ஈவில் ஒரு தசம புள்ளியை இடுகிறோம்.

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

50 பத்துகளில் ஒன்று 68 ⟶ 6 பத்துகளில் ஒன்று மற்றும் 2 பத்துகளில் ஒன்று மீதமாகிறது.

```
                நூ ப ஒ பத்துகள்
8) 237 (0  2  9 . 6
    16            ⟶ Tens
    ---
     77
     72           ⟶ Ones
     ---
      50          ⟶ Tenths
      48
      ---
       2
```

ஒன்றுகளைப் பத்தில் ஒரு பங்காக மறுகுழுவாக்கும் பொழுது நாம் ஈவில் தசம புள்ளியை இடவேண்டும் என்பதை நினைவு கூறுக.

2 பத்துகளில் ஒன்று, 8 சம பாகங்களாக மறுகுழுவாக்கப்படலாம் ஆகவே நாம் அவற்றை 20 நூறுகளில் ஒன்றாக மறுகுழுவாக்கலாம்.

20 நூறுகளில் ஒன்று ÷ 8 ⟶ 2 நூறுகளில் ஒன்று மற்றும் 4 நூறுகளில் ஒன்று மீதமாகிறது.

```
                நூ ப ஒ பத்துகள் நூறுகள்
8) 237 (0  2  9 . 6  2
    16            ⟶ பத்துகள்
    ---
     77
     72           ⟶ ஒன்றுகள்
     ---
      50          ⟶ பத்துகள்
      48
      ---
       20         ⟶ நூறுகள்
       16
       ---
        4
```

4 நூறுகளில் ஒரு பங்கை 8 சம பாகங்களாக வகுக்க நாம் அதை 40 ஆயிரங்களில் ஒன்றாக மறுகுழுவாக்கலாம்.
40 ஆயிரங்களில் ஒன்று ÷ 8
⟶ 5ஆயிரங்களில் ஒன்று

ஆகவே 237 ÷ 8 = 29.625

```
                நூ ப ஒ பத்தில் ஒன்று நூறில் ஒன்று ஆயிரத்தில் ஒன்று
8) 237 (0  2  9 . 6  2  5
    16            ⟶ பத்துகள்
    ---
     77
     72           ⟶ ஒன்றுகள்
     ---
      50          ⟶ பத்துகள்
      48
      ---
       20         ⟶ நூறுகளில் ஒன்று
       16
       ---
        40        ⟶ ஆயிரங்களில் ஒன்று
        40
        ---
         0
```

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

தசம வகுபடும் எண்ணோடு வகுத்தல்

எடுத்துக்காட்டு 10 : ஒரு வியாபாரியிடம் 9.5kg சர்க்கரை உள்ளது மற்றும் அதை 4 பைகளில் சமமாக நிரப்ப விரும்புகிறார். ஒவ்வொரு சர்க்கரைப் பையின் எடை என்ன?

ஒவ்வொரு பையின் எடையைக் கண்டுபிடிக்க நாம் 9.5 ஐ 4 ஆல் வகுக்க வேண்டும்.

```
            ஒ  பத்தில் ஒன்று  நூறில் ஒன்று  ஆயிரத்தில் ஒன்று
4) 9.5 (2  .  3   7   5
   8              ⟶ ஒன்றுகள்
   ---
   15
   12             ⟶ பத்துகள்
   ---
    30
    28            ⟶ நூறுகளில் ஒன்று
    ---
     20
     20           ⟶ ஆயிரங்களில் ஒன்று
     ---
      0
```

பத்தில் ஒரு பங்கை நாம் வகுப்பதற்கு முன்பு நாம் ஈவில் தசம புள்ளியை இட வேண்டும் ஒவ்வொரு சர்க்கரைப் பையின் எடை 2.375 kg. ஆகும்.

எடுத்துக்காட்டு 11 : 0.06 ÷ 5 இன் மதிப்பு என்ன?

0.06 ⟶ 0 ஒன்றுகள் + 0 பத்துகளில் ஒன்று + 6 நூறுகளில் ஒன்று.

0 ஒன்றுகள் ÷ 5 ⟶ 0 ஒன்றுகள்

ஒன்றுகளிலிருந்து பத்துகளில் ஒன்றினை நோக்கி நகரும் பொழுது ஈவில் நாம் தசம புள்ளியை இட வேண்டும்.

0 பத்துகளில் ஒன்று ÷ 5 ⟶ 0 பத்துகளில் ஒன்று.

```
             ஒ  பத்தில் ஒன்று  நூறில் ஒன்று  ஆயிரத்தில் ஒன்று
5) 0.06 (0  .  0   1   2
   0               ⟶ ஒன்றுகள்
   ---
   00              ⟶ பத்துகள்
   00
   ---
    06             ⟶ நூறுகளில் ஒன்று
     5
    ---
     10            ⟶ ஆயிரங்களில் ஒன்று
     10
    ---
      0
```

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

6 நூறுகளில் ஒன்று ÷ 5 ⟶ 1 நூறுகளில் ஒன்று மற்றும் 1 நூறில் ஒன்று மீதமாகிறது. 1

நூறில் ஒன்றை 10 ஆயிரங்களில் ஒன்றாக நாம் மறுகுழுவாக்கலாம்.

10 ஆயிரங்களில் ஒன்றை ÷ 5 ⟶ 2 ஆயிரங்களில் ஒன்று ஆகவே ஈவு 0.012 ஆகும்.

? இதனைக் கண்டறிக.

1. பகுதியை 1, 10,100 அல்லது 1000 ஆக மாற்றுவதன் மூலம் ஈவைக் கண்டுபிடிக்க மற்றும் தீர்வை நீள் வகுத்தல் முறையினால் சரிபார்க்க. (இட மதிப்பைக் கொண்டு வகுத்தல்)

(a) $\frac{18}{5}$ (b) $\frac{415}{4}$

(c) $\frac{1217}{2}$ (d) $\frac{4827}{8}$

2. சரியான விடையைத் தேர்ந்தெடுக்க.

(a) $\frac{1526}{4}$ =

(i) 38.15 (ii) 380.15

(iii) 381.5 (iv) 381.05

(a) $\frac{3567}{8}$ =

(i) 4458.75 (ii) 44.5875

(iii) 445.875 (iv) 4458.75

3. ஈவு என்ன?

(a) 132 ÷ 4 = (b) 13.2 ÷ 4 =

(c) 1.32 ÷ 4 = (d) 0.132 ÷ 4 =

4. ஈவு என்ன?

(a) 126 ÷ 8 = (b) 12.6 ÷ 8 =

(c) 1.26 ÷ 8 = (d) 0.126 ÷ 8 = 8

(e) 0.0126 ÷ 8 =

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

தசம வகுக்கும் எண்ணோடு வகுத்தல்

? ***எடுத்துக்காட்டு 12:*** ரவி ஸ்கூட்டரில் 2.5 மணி நேரத்தில் பூணேவிலிருந்து மத்தேரனுக்கு சென்றார். தொலைவு 126 km ஆகும். அதன் சராசரி வேகம் என்ன?

தூரத்கை, எடுத்துக் கொண்ட நேரத்துடன் வகுப்பதன் மூலம் நமக்கு சராசரி வேகம் கிடைக்கப் பெறும்.

$$126 \div \frac{25}{10} = 126 \times \frac{10}{25} = \frac{1260}{25}$$

நீள் வகுத்தல் முறையில் நாம் ஈவு 50.4 ஐ க் கண்டுபிடிக்கிறோம்.
ஆகவே ரவி பயணித்த சராசரி வேகம் 50.4km/மணி நேரம் ஆகும்.

? ***எடுத்துக்காட்டு 13:*** 4.68 ÷ 1.3 ஐக் கண்டுபிடிக்க மீண்டும் வகுக்கும் எண்ணை ஒரு பின்னமாக மாற்றும் பொழுது நமக்குக் கடைப்பது.

$$4.68 \div \frac{13}{10} = 4.68 \times \frac{10}{13} = \frac{46.8}{13}.$$

4.68 ÷ 0.13 ஐப் பற்றி என்ன கூறுகிறீர்கள்?

$$4.68 \div 0.13 = 4.68 \div \frac{13}{100} = 4.68 \times \frac{100}{13} = \frac{468}{13}.$$

? இந்நிலைகளில் நீங்கள் காண்பது என்ன? வகுக்கும் எண் ஒரு சமமாக இருந்தால் அதை நாம் 10, 100, 1000 முதலிய எண்களால் இதனை சரியாகப் பெருக்குவதன் மூலம் நாம் எண்ணும் எண்ணாக இதை மாற்றலாம் வகுபடும் எண்ணையும் அதே எண்ணால் பெருக்க வேண்டும். ஆகவே

$$\frac{4.68}{0.13} = \frac{4.68 \times 100}{0.13 \times 100} = \frac{468}{13}.$$

வகுக்கும் எண்ணை ஒரு எண்ணும் எண்ணாக மாற்றியதும் நாம் ஈவைக் கண்டுபிடிக்க இட மதிப்பு செயல்முறையைப் பயன்படுத்தி வகுப்பதைப் பின்பற்றலாம்.

NOT TO BE REPUBLISHED @KTBS

இது எப்பொழுதாவது முடிவடையுமா?

? 10 ÷ 3ஐ உம்மால் கணக்கிட முடியும்? நீள் வகுத்தலைப் பயன்படுத்தி வகுக்க முயற்சிக்க 10 ⟶ 1 பத்துகள் + 0 ஒன்றுகள்

படிநிலை-1: 1 பத்துகளைப் 10 ஒன்றுகளாக மறுகுழுவாக்குக. பத்து ஒன்றுகள் ÷ 3 ⟶, *3* ஒன்றுகள் மற்றும் *1* ஒன்றுகள் மீதமாகின்றன.

படிநிலை-2: 1 ஒன்றைப் 10 பத்துகளில் ஒன்றாக மறுகுழுவாக்குக. 10 பத்துகளில் ஒன்று ÷ 3 ⟶ 3 பத்துகளில் ஒன்று மற்றும் *1* பத்துகளில் ஒன்று மீதமாகிறது.

படிநிலை-3: 1 பத்துகளில் ஒன்றைப் 10 நூறுகளில் ஒன்றாக மறுகுழுவாக்கலாம். 10 நூறுகளில் ஒன்று ÷ 3 ⟶ 3 நூறுகளில் ஒன்று மற்றும் 1 நூறுகளில் ஒன்று மீதமாகிறது.

படிநிலை-4: 1 நூறுகளில் ஒன்றை 10 ஆயிரங்களில் ஒன்றாக மறு குழுவாக்கலாம். 10 நூறுகளில் ஆயிரங்களில் ஒன்று ÷ 3 ⟶ 3 ஆயிரங்களில் ஒன்று மற்றும் 1 ஆயிரங்களில் ஒன்று மீதமாகிறது.

```
3) 10 ( 3.333 ...
    9
   ----
   10
    9
   ----
    10
     9
    ----
     10
      9
     ----
      ...
```

இதற்கு ஒரு முடிவு இல்லாதது போலத் தோன்றுகிறது! ஒவ்வொரு முறையும் நாம் *3* ஆல் வகுக்கும் போது, *1* மீதமாகிறது.

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

இச்செயல்முறைக்கு ஒரு முடிவுண்டா?

நீள் வகுத்தல் முறையில், ஒவ்வொரு படிநிலையிலும் நமக்கு *1* மீதமாகக் கிடைந்திறது என்பதைப் பார்க்கிறோம். ஆகவே செயல்முறைக்கு ஒரு முடிவு இல்லை!

ஆகவே 10 ÷ 3 ஐ தசம வடிவ முடிவுறு எண்ணைப் பயன்படுத்தி குறிப்பிட முடியாது.

$$10 \div 3 = 3.333\ldots$$

ஈவுக்கு முடிவே இல்லாது தசம வகுத்தல்கள் இவையாகும் அடுத்து வரும் வகுப்புகளில் இத்தகைய எண்களை நாம் மேலும் விளக்கமாகக் காண்டறிவோம்.

? 10 ÷ 9, மற்றும் 100 ÷ 11 இன் ஈவுகளை உம்மால் கண்டுபிடிக்க முடியுமா?

இப்பொழுது 1 ஐ 7 ஆல் வகுக்க (1 ÷ 7) இதற்கு முடிவு உண்டா ?

நமக்குக் கிடைக்கப்பெறும் அனைத்து மீதங்களையும் குறிப்பிட்டுக் கொள்க. இது முதலில் 1 உடன் துவங்குகிறது. பிறகு 3, பிறகு 2, பிறகு 6 இன்னும் பல. இதனை ஒரு சங்கிலியாகக் குறிப்பிடுவோமா?

7) 1 (0.142857142857...
0
10
7
30
28
20
14
60
56
40
35
50
49
10
7
30
28
20
14
60
56
40
35
50
49
1

1 → 3 → 2 → 6 → 4 → 5
↓
5 ← 4 ← 6 ← 2 ← 3 ← 1
↓
1 → 3 ...

இங்கு நாம் காண்பது என்ன? இவ்வகுத்தலுக்கு ஏன் முடிவு இல்லை என்பதை உம்மால் விளக்க முடியுமா? மீதங்கள் மட்டுமே ஒரு சுழலாக மீண்டும் மீண்டும் அமையாது, ஈவின் இலக்கங்களும் மீண்டும் மீண்டும் ஒரு சுழல் போல அமைகின்றன!
0.142857 142857 14...

ஒரு மாய எண் : 142857.

1 ஐ 7 ஆல் வருக்கும் போது கிடைக்கபெற்ற எண்ணை 142857ஐக் கருதுவோம். 1 இலிருந்து 6 வரையிலான எண்களைக் கொண்டு பெருக்குக.

பெருக்குத் தொகைகள் யாவை? நீங்கள் காண்பது என்ன?

நீங்கள் திரும்ப அதே எண்ணைப் பெறுகிறீர்கள். ஆனால் அவ்வெண்ணின் இலக்கங்கள் சுழல் போல மீண்டும் மீண்டும் வரும் 142857 ஐ 7 ஆல் பெருக்குக, நீங்கள் என்ன கவனிக்கிறீர்கள்.

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

இத்தகைய மற்ற எண்கள் உள்ளனவா? ஆம்!

இத்தகைய ஒரு எண்ணைக் கண்டுபிடிக்க நீங்கள் 1 ÷ 17 ஐ தசமத்தில் கண்டுபிடிக்கலாம் மற்றும் மீண்டும் மீண்டும் வரும் இலக்கங்களைப் பயன்படுத்தலாம்.
அதாவது மேலும் பல சுழற்சி எண்களை நாம் கண்டுபிடித்துக் கொண்டே இருக்கலாமா அல்லது அவை இறுதியில் வராமல் போகின்றனவா? 1927 இல் ஆஸ்ட்ரியன் கணிதவியலாளரான எமில் ஆர்டின் அவர்கள் இன்னும் இத்தகைய பல முடிவுறா எண்கள் இருக்கின்றன என உயத்தறிந்தார். ஆயினும் இன்றளவும், ஒரு நூறாண்டிற்குப் பிறகும் இந்த அனுமானம் பல கணிதவியலாளர்களால் இக்கேள்வியில் அதிகப்படியான ஆராய்ச்சி செய்த போதிலும் தீர்க்கப்படாத ஒன்றாக உள்ளது!

வகுபடும் எண்/வகுக்கும் எண் மற்றும் ஈவு.

இரண்டு எண்ணும் எண்களை வகுக்கும் போது, ஈவு எப்பொழுதும் வகுபடும் எண்ணை விடக் குறைவாக இருக்கும் எ.கா: 128 ÷ 4 = 32 மற்றும் 32 (ஈவு) 128 (வகுபடும் எண்)

128 ஐ 0.4 ஆல் வகுக்கும் போது என்ன நடக்கிறது?

126 ÷ 0.4 = 320

வகுபடும் எண்ணை விட ஈவு அதிகமாக உள்ளது.

? வகுக்கும் எண் தசம எண்ணாக இருந்தாலும் ஈவு வகுபடும் எண்ணை விட அதிகமாக இருக்குமா? வகுக்கும் எண்ணிற்கு வெவ்வேறு மதிப்புகளைக் கொடுத்து இதை செய்ய முயற்சிக்க.

வகுபடும் எண், வகுக்கும் எண் மற்றும் ஈவிற்கு இடையே உள்ள தொடர்பை விளக்குக. வெவ்வேறு நிகழ்வுகளில் பெருக்கலுக்கு நாம் செய்தது போல இத்தொடர்பைப் புரிந்துக்கொள்வதற்காக ஒரு அட்டவணையை உருவாக்குக.

NOT TO BE REPUBLISHED @KTBS

இதனைக் கண்டறிக.

1. தசம வடிவத்தில் கீழ்காணும் பின்னங்களை பிரதிநிதிக்க.

(a) $\frac{2}{5}$　(b) $\frac{13}{4}$

(c) $\frac{4}{50}$　(d) $\frac{5}{8}$

2. ஈவுகளைக் கண்டுபிடிக்க.

(a) $24.86 \div 1.2$　(b) $5.728 \div 1.52$

3. $156 \times 12 = 1872$. இவ்விவரத்தைப் பயன்படுத்தி கீழ்கண்டவைகளை மதிப்பிடுக.

(a) $15.6 \times 1.2 =$ ________　(b) $187.2 \div 1.2 =$ ________

(c) $18.72 \div 15.6 =$ ________　(d) $0.156 \times 0.12 =$ ________

4. கீழுள்ளவற்றை மதிப்பிடுக.

(a) $25 \div$ ______ $= 0.025$　(b) $25 \div$ ______ $= 250$

(c) $25 \div$ ______ $= 2.5$　(d) $25 \div 10 = 25 \times$ ______

(e) $25 \div 0.10 = 25 \times$ ______　(f) $25 \div 0.01 = 25 \times$ ______

5. ஈவினைக் கண்டுபிடிக்க.

(a) $2.46 \div 1.5 =$　(b) $2.46 \div 0.15 =$

(c) $2.46 \div 0.015 =$

$24.6 \div 1.5$ இல் பெற்ற ஈவு $2.46 \div 0.15$ இல் பெற்ற ஈவிற்கு ஒத்ததா?

6. 4m நீளமுள்ள ஒரு மரப்பலகை 5 சம அளவு துண்டுகளாக வெட்டப்பட வேண்டும். ஒவ்வொரு துண்டின் நீளம் என்ன?

7. 12 பக்கங்கள் உள்ள ஒரு முறையான பலகோணத்தின் சுற்றளவு 208.8cm எனில் ஒவ்வொரு பக்கத்தின் நீளம் என்ன?

8. 3 லிட்டர் தர்பூசணி சாறு 8 நண்பர்களிடையே பகிரப்பட வேண்டும். ஒவ்வொருவரும் எவ்வளவு தர்பூசணி சாற்றைப் பெறுவர்? சாற்றின் அளவினை மில்லி மீட்டர்களில் எழுதுக.

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

9. 12.6 லிட்டர் பெட்ரோலைப் பயன்படுத்தி ஒரு காரானது 234.45 km ஐக் கடக்கிறது எனில் ஒரு லிட்டர் பெட்ரோலில் கார் கடந்த தூரம் என்ன?

10. 15 மாணவர்களுக்கு இடையே 13.5kg கோதுமை மாவு பகிரப்பட்டது. ஒவ்வொரு மாணவரும் பெற்ற மாவின் அளவு யாது?

$\frac{1}{2} = 0.5$	$\frac{1}{5} = 0.2$
$\frac{1}{2 \times 2} = 0.25$	$\frac{1}{5 \times 5} = 0.04$
$\frac{1}{2 \times 2 \times 2} = 0.125$	$\frac{1}{5 \times 5 \times 5} = 0.008$
$\frac{1}{2 \times 2 \times 2 \times 2} = 0.0625$	$\frac{1}{5 \times 5 \times 5 \times 5} = 0.0016$
$\frac{1}{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2} = ?$	$\frac{1}{5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5} = ?$

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

? எத்தகைய வடிவமைப்பை நீங்கள் இங்கு காண்கிறீர்கள்? 2 மற்றும் 5 ஏன் இவ்வகையில் தொடர்புள்ளனவாகும்?

4-4. குதிப்பதற்கு முன் கவனமாக இருக்க!

பூமி சூரியனைச் சுற்றி வர 365.2422 நாட்கள் ஆகும், 365 நாட்கள் அல்ல என்பது உமக்கும் தெரியுமா? நமது வசதிக்காக நாம் ஒரு காலண்டரில் 365 நாட்களை ஒரு வருடமாகக் கருதுகிறோம். நாம் கிரிகோரியன் காலண்டரைப் பற்றி பேசுகிறோம்.

ஒரு காலண்டர் ஆண்டு அல்லது 365 நாட்களுக்குப் பிறகும், பூமி சூரியனைச் சுற்றி

ஒரு புரட்சியை முடிக்க மேலும் 0.2422 நாட்கள் தேவைப்படுகிறது. இது அதிகமாகத் இல்லாதது போல் தோன்றலாம். ஆனால் இது போன்ற 100 காலண்டர் ஆண்டுகளுக்குப் பிறகு என்ன நடக்கும்?

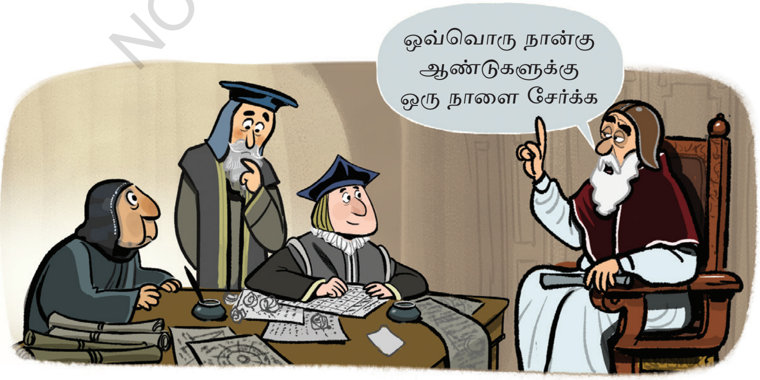
தசம பெருக்கல் பற்றிய நமது புரிதலைப் பயன்படுத்தி 0.2422 × 100 = 24.22 நாட்கள்.

100 காலண்டர் ஆண்டுகளுக்குப் பிறகு, சூரியனைச் சுற்றி 100வது புரட்சியை முடிக்க பூமிக்கு மேலும் 24.22 நாட்கள் தேவைப்படும்.

உங்கள் அறிவியல் வகுப்புகளில், பூமி அச்சில் சாய்ந்திருப்பதாலும் சூரியனைச்சுற்றிவருவதாலும்நாம் பருவக்காலங்களை அனுபவிக்கிறோம் என்பதை நீங்கள் அறிவீர்கள். நமது காலண்டர் சூரியனைச் சுற்றி வருவதாலும் நாம் பருவக் காலங்களை அனுபவிக்கிறோம் என்பதை நீங்கள் அறிவீர்கள். நமது காலண்டர் சூரியனை சுட்டிக்காட்டவில்லை என்றால் நமது பருவ காலங்களும் நமது ஆண்டு காலண்டரும் பொருந்தாது!

இச்சிக்கலை சரி செய்ய, லீப் ஆண்டு பற்றிய சிந்தனை அறிமுகப்படுத்தப் பட்டது. ஒவ்வொரு நான்காவது வருடமும் காலண்டர் ஆண்டில் ஒரு கூடுதல் நாள் சேர்க்கப்படுகிறது.

சரிசெய்தல்



©KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

இந்த ஆண்டு 4 ஆல் வகுபடுமா?

ஆம் → இந்த ஆண்டில் 366 நாட்கள் உள்ளன.

இல்லை → இந்த ஆண்டு 365 நாட்களைப் பெற்றுள்ளது.

? எந்த மாத்தில் இந்தக் கூடுதலான நாள் உள்ளது என்பது உமக்குத் தெரியுமா? இத்தீர்வு எவ்வாறு செயல்படுகிறது என்பதைப் பார்ப்போம்.

ஆண்டு 1	ஆண்டு 2	ஆண்டு 3	ஆண்டு 4	ஆண்டு 5	ஆண்டு 6	ஆண்டு 7	ஆண்டு 8	...
365	365	365	366	365	365	365	366	...

NOT TO BE REPUBLISHED @KTBS

மேலுள்ள வரிசையைப் பார்த்தால், நான்கு இடங்களுக்குப் பிறகுள்ள நாட்களின் எண்ணிக்கை ஆவது

$$4 \times 365 + 1 = 1461 \text{ நாட்கள்}$$

பூமி சூரியனைச் சுற்றி 4 முழுமையான புரட்சிகளைச் செய்ய எத்தனை நாட்கள் தேவை?

$$4 \times 365.2422 = 1460.9688 \text{ நாட்கள்}$$

கணித பேச்சு

ஒவ்வொரு 4 வருடத்திற்கும் ஒரு நாளைச் சேர்க்கும் இப்புதிய திட்டத்தின் மூலம் 100 காலண்டர் ஆண்டுகளில் எத்தனை நாட்கள் உள்ளன? இந்த எண்ணைக் கணக்கிட உம்மால் ஒரு கோவையை எழுத முடியுமா?

கோவையை உருவாக்குவதற்கான ஒரு வழி இங்குள்ளது. ஒவ்வொரு காலண்டர் ஆண்டும் 365 நாட்களைப் பெற்றுள்ளது. 100 நாட்காட்டி ஆண்டுகளில் நாட்களின் எண்ணிக்கை 100X365 ஆகும். ஆனால் 4 ஆல் வகுபடும் ஆண்டுகள் ஒரு கூடுதல் நாளைப் பெற்றுள்ளது.

? 100 ஆண்டுகளில் 4 ஆல் வகுபடும் ஆண்டுகள் எத்தனை ?

ஆகவே 100 நாட்காட்டி ஆண்டுகளில் எத்தனை நாட்கள் உள்ளன?

$$(100 \times 365 + \frac{100}{4} \times 1) = 36,525 \text{ நாட்கள்}$$

? ஒரே வினாவிற்கு நீங்கள் வெவ்வேறு கோவைகளை உம்மால் உருவாக்க முடியுமா?

கணித பேச்சு

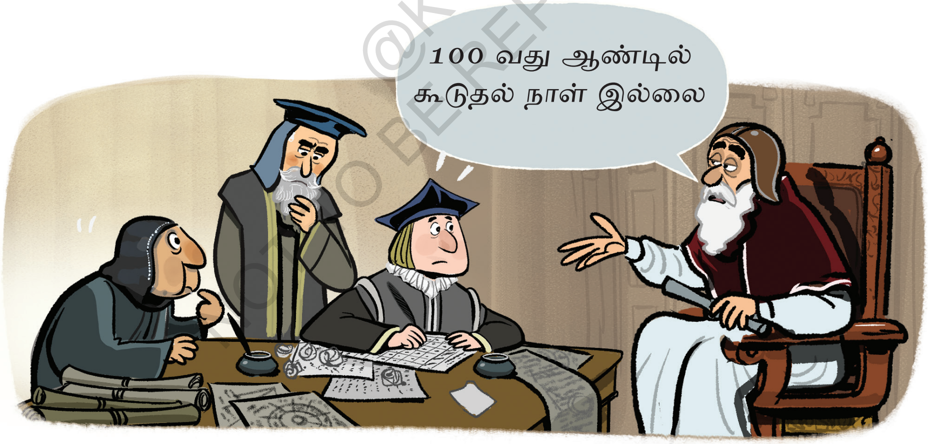
சூரியனைச் சுற்றி 100 முறை பூமி. சுற்றி வர பூமி எடுத்துக்கொள்ளும் சரியான நாட்களின் எண்ணிக்கை $100 \times 365.2422 = 36,524.22$ நாட்கள் ஆகும்.

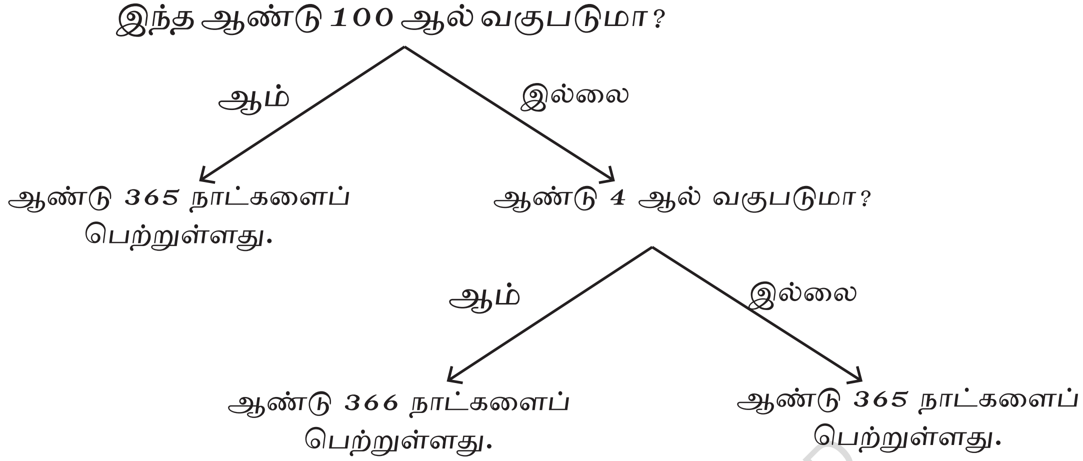
இவ்வாறு 100 ஆண்டுகளுக்குப் பிறகு ஒவ்வொரு நான்காவது ஆண்டிற்க்கும் ஒரு சூரியனைச் சுற்றிச் செல்ல எடுத்துக்கொள்ளும் உண்மையான நாட்களின் எண்ணிக்கையை விட அதிகமாகும். தாம் மிகையாக ஈடுசெய்துள்ளோம்.

ஆகவே நாட்காட்டியை வடிவமைத்த நல்ல மக்கள் ஒவ்வொரு நூறாவது ஆண்டிற்கும் கூடுதலான 1 நாளினை சேர்க்கக்கூடாது என முடிவு செய்தனர்.

இன்னொரு சரிசெய்தலை மேற்கொள்ளுதல்

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED





? இப்புதிய சரிசெய்தலைக் கொண்டு 100 நாட்காட்டியின் நாட்களின் எண்ணிக்கைக்கு ஒரு கோவையை உம்மால் எழுத முடியுமா?

கணித பேச்சு

100 ஆண்டுகளில், 25 ஆண்டுகள் 4 ஆல் வகுபடும் என்பதைக் கண்டோம். 100 ம் 4 ஆல் வகுபடும் ஆனால் நாம் இதைத் தவிர்க்க வேண்டும். ஆகவே 24 ஆண்டுகள் 366 நாட்களைப் பெற்றுள்ளன மற்றவை (76 ஆண்டுகள்) 365 நாட்களைப் பெற்றுள்ளன. ஆகவே கோவையை இவ்வாறு எழுதலாம்.

$$\left(\frac{100}{4}-\frac{100}{100}\right)\times 366+(100-\left(\frac{100}{4}-\frac{100}{100}\right)\times 365$$

$= (24 \times 366) + (76 \times 365) = 36,524$ நாட்கள்.

இது 36524-22 நாட்களுக்கு அருகில் உள்ளது ஆனால் இது போதுமானதா? இச்சரி செய்தலோடு 1000 ஆண்டுகளுக்குப் பிறகு என்ன நடக்கும்.

100 வது வருடத்தில் அன்றி ஒவ்வொரு நான்கு ஆண்டுகளுக்கும் 1 ஐ க் கூட்டுவது. இப்புதிய திட்டத்தைப் பின்பற்றினால், 1000 வருடங்களில் உள்ள நாட்காட்டி நாட்களின் எண்ணிக்கை

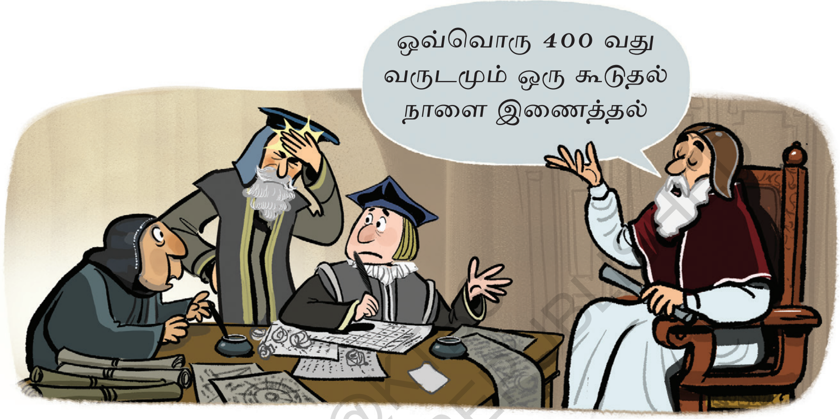
$36524 \times 10 = 3,65,240$ நாட்கள் ஆகும்.

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

1000 முறை பூமி சூரியனைச் சுற்றி வர எடுத்துக்கொள்ளும் நாட்களின் எண்ணிக்கை

1000 × 365.2422 = 3,65,242.2 நாட்கள் ஆகும்.

ஆகவே, வித்தியாசம் 2.2 நாட்கள் ஆகும்.
இந்த இடைவெளியைக் குறைக்க, ஒவ்வொரு 400வது வருடமும் ஒரு லீப் ஆண்டாக இருக்கும் என்று முடிவு செய்யப்பட்டது.



இந்து ஆண்டு 400 ஆல் வகுபடுமா?

- ஆம் → இந்த ஆண்டு 365 நாட்களைப் பெற்றுள்ளது.
- இல்லை. → இந்த ஆண்டு 100 ஆல் வகுபடுமா?
  - ஆம் → இந்த ஆண்டு 365 நாட்களைப் பெற்றுள்ளது.
  - இல்லை. → இந்த ஆண்டு 4 ஆல் வகுபடுமா?
    - ஆம் → இந்த ஆண்டு 366 நாட்களைப் பெற்றுள்ளது.
    - இல்லை → இந்த ஆண்டு 365 நாட்களைப் பெற்றுள்ளது.

இத்திட்டத்தில், 1000 நாட்காட்டி ஆண்டுகளில் உள்ள நாட்களின் எண்ணிக்கையைக் கணக்கிடுவோம்.

1000 நாட்காட்டி ஆண்டுகளில், எத்தனை ஆண்டுகள் 400 ஆல் வகுபடும் ? 2.

1000 நாட்காட்டி ஆண்டுகளில், 100 ஆல் வகுபடக்கூடிய ஆனால் 400 ஆல் வகுபடாத ஆண்டுகள் எத்தனை? 10 – 2 = 8

1000 நாட்காட்டி ஆண்டுகளில், 4 ஆல் வகுபடக்கூடிய ஆனால் 100 மற்றும் 400 ஆல் வகுபடாத ஆண்டுகள் எத்தனை? 250 – 10 = 8

மற்ற ஆண்டுகள் 1000 – (2 + 8 + 240) = 750 ஆகும்.

ஆகவே 1000 நாட்காட்டி ஆண்டுகளில் உள்ள மொத்த நாட்களின் எண்ணிக்கையாவது

(750 × 365) + (240 × 366) + (8 × 365) + (2 × 366) = 3,65,242 நாட்கள்.

1000 முறைகள் சூரியனைச் சுற்றி வர பூமிக்கு 3,65,242. 2 நாட்கள் தேவை. ஆகவே 1000 ஆண்டுகளில், சூரியனைச் சுற்றி வருவதற்கு பூமி எடுத்துக் கொள்ளும் உண்மையான நாட்களின் எண்ணிக்கையை விட நாட்காட்டி ஆண்டு சற்று குறைவாகவே (0.2 நாட்கள்) உள்ளது.

100 ஆண்டுகளில் ஏற்படக்கூடிய அந்த சிறிய வித்தியாசத்தைக் குறித்து நாட்காட்டித் தயாரிப்பாளர்கள் சிரமப்பட விரும்பவில்லை! ஆகவே அவர்கள் லீப் ஆண்டுகளின் முறையை இருந்தபடியே. விட்டுவிட்டனர்.

இன்னொரு சரிசெய்தலைச் செய்வது.

©KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

இந்த இறுதியான லீப் ஆண்டு முறையை வைத்து 10,000 ஆண்டுகளில் நாட்காட்டி ஆண்டுகளின் எண்ணிக்கையையும், பூமி சூரியனைச் சுற்றி வர 1000 முறை சுழல்வதற்கு உண்மையாகவே எத்தனை நாட்கள் எடுத்துக்கொள்கிறது என்பதையும் கணக்கிட முடியுமா? இவற்றிக்கிடையே உள்ள வித்தியாசம் என்ன? பெரிய வித்தியாசம் இருந்தால் இப்பிரச்சனையை சரி செய்வதற்கான ஒரு வழியை நீங்கள் பரிந்துரைக்க முடியுமா?

முயற்சி செய்க

? சரியாக 364.2422 நாட்களில், சூரியனைச் சுற்றி வர பூமி ஒரு முழு புரட்சியை முடிக்கிறது என்பதை மக்கள் எப்படி கண்டுபிடித்தனர் என்பது குறித்து நீங்கள் சிந்தித்ததுண்டா?

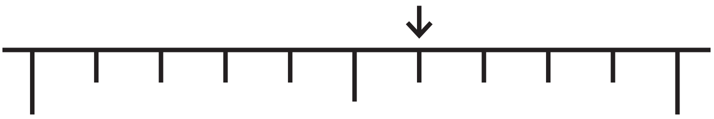
? பாரம்பரிய இந்திய காலெண்டர்கள் பூமியைச் சுற்றி வருவது அல்லது வானத்தில் உள்ள நட்சத்திரங்களின் நிலைகள் போன்ற வானியல் நிகழ்வுகளுடன் காலண்டரில் உள்ள நாட்களை எவ்வாறு சீராகவும் துல்லியமாகவும் சீரமைக்க முடிந்தது என்பதைக் குறித்து ஆராய்க.

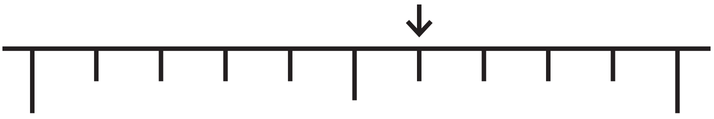
முயற்சி செய்க

? **இதனைக் கண்டறிக.**

1. ஒரு 210 கிராம் வேர்கடலை மிட்டாய் பாக்கட்டின் விலை ₹ 70.5 ஆகும். ஆனால் 110gm உருளைக்கிழங்கு சிப்ஸ் பாக்கட்டின் விலை ₹33.25 எனில் எது மலிவானது?

2. அம்புக்குறி உள்ள இடத்தில் தசம எண்ணை எழுதுக?





©KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

3. ஷியாமலா 3 கிலோ வாழைப் பழங்களை கிலோ ₹30/- வீதம் வாங்கினார். அவர் அதில் மொத்தமாக 35 வாழைப்பழங்களை எண்ணினார் ஒரு வாழைப்பழத்தை ₹5 க்கு விற்றால் எல்லாப் பழங்களையும் விற்கும் பொழுது அவருக்குக் கிடைக்கும் இலாபம் என்ன ?

4. ஒரு புத்தக அலமாரியில் ஆசிரியர் ஒருவர் 2.5cm தடிமனான புத்தகங்களை வைத்தார். ஆசிரியர் அலமாரியில் 80 புத்தகங்களை வைக்க விழைகிறார். புத்தக அலமாரியின் நீளம் 160 cm நீளமாகும். அலமாரியில் வைக்ககூடிய புத்தகங்கள் எத்தனை? மீத இடம் இருந்ததா? ஆம் எனில் எவ்வளவு இடம் ?

NOT TO BE REPUBLISHED @KTBS

5. கோடிட்ட இடங்களை சரியாக நிரப்புக.

1 cm = 10 mm 1 m = 100 cm 1 km = 1000 m	1 kg = 1000 g 1 g = 1000 mg	1 l = 1000 ml

5.5 km = ________ m	35 cm = _______ m	14.5 cm = ______ mm
68 g = _______ kg	9.02 m = _______ mm	125.5 ml = ______ l

6. கீழ்கண்ட சிக்கலானது ஸ்ரீதராச்சாரியரால் அவருடைய நூலான (பரிகணிதா) எழுதப்பட்டது. "$6\frac{1}{4}$ என்பது $2\frac{1}{2}$, ஆல் வகுபடுகிறது. மற்றும் $60\frac{1}{4}$, $3\frac{1}{2}$ ஆல் வகுபடுகிறது. ஈவுகளைக் தனித்தனியாகக் கூறுக" பின்னங்களை தசமங்களா மாற்றி இதற்குத் தீர்வு காண முயல்வீர்களா?

7. 2 வெவ்வேறு வழிகளிலாவது விடுப்பட்ட கட்டங்களை நிரப்புக.

(a) ☐ × ☐ = 2.4 (b) ☐ × ☐ = 14.5

8. 756 ÷ 36 = 21 கொடுத்த போது கீழுள்ளவற்றின் ஈவுகளைக் கண்டுபிடிக்க.

(a) 75.6 ÷ 3.6
(b) 7.56 ÷ 0.36
(c) 756 ÷ 0.36
(d) 75.6 ÷ 360
(e) 7560 ÷ 3.6
(f) 7.56 ÷ 0.36

9. ஒவ்வொரு அறையும் a÷b ஐப் பிரதிநிதித்தால் விடுபட்டுள்ள அறைகளைக் கண்டுபிடிக்க.

b ↓ a →	1517	151.7	15.17	1.517	15170
37	41				
3.7			4.1		
0.37					
0.037		4100			
370					

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

10. கீழுள்ளவற்றைப் பெற இக்கட்டங்களில் ☐☐.☐ × ☐.☐ 2, 4, 5, 8, 0 என்ற இலக்கங்களைப் பயன்படுத்துக.

(a) உச்ச பட்ச பெருக்குத் தொகை.
(b) குறைந்த பட்ச பெருக்குத் தொகை.
(c) 150 ஐ விட அதிகமான பெருக்குத் தொகை.
(d) 100 க்கு அருகிலுள்ள பெருக்குத் தொகை.
(e) 5 க்கு அருகிலுள்ள பெருக்குத் தொகை.

11. பின்வரும் கோவைகளை ஏறுவரிசையில் வரிசைப்படுத்துக.

(a) 245.05 × 0.942368
(b) 245.05 × 7.9682
(c) 245.05 ÷ 7.9682
(d) 245.05 ÷ 0.942368
(e) 245.05
(f) 7.9682

பாடச்சுருக்கம்

- இந்த அத்தியாயத்தில் தசமப் பெருக்கல் மற்றும் வகுத்தலைச் செய்யும் வழிமுறைப் பற்றி கற்றறிந்தோம்.
- தசமப் பெருக்கலுக்கு நாம் முதலில் எண்ணும் எண்களைப் போல பெருக்கப்படும் எண் மற்றும் பெருக்கும் எண்ணைப் பெருக்குகிறோம். பெருக்குத் தொகையில் இருக்கும் தசம இலக்கங்களின் எண்ணிக்கையானது, பெருக்கப்படும் எண் மற்றும் பெருக்கும் எண்ணில் இருக்கும் மொத்த தசம இலக்கங்களின் மொத்த எண்ணிக்கை ஆகும்.
- தசமங்களின் வகுத்தலும் இதே செயல்முறையைப் பின்பற்றகிறது. அதாவது எண்ணும் எண்களோடு செய்வது போலவே இட மதிப்பைப் பயன்படுத்தி வகுத்தல் (நீள் வகுத்தல்) மறுகுழுவாக்கம் ஒன்றாம் ஸ்தானத்திற்க்குப் பிறகு துவாங்கி பத்துகளில் ஒன்று, நூறுகளில் ஒன்று, ஆயிரங்களில் ஒன்று முதலியவைகள் வரை. பத்துகளில் ஒன்றாக ஒன்றுகள் மறுகுழுவாக்கப்படும் போது ஈவில் ஒரு தசம புள்ளி வைக்கப்படுகிறது.
- முடிவுறா ஈவினைப் பெற்றுள்ள தசம வகுத்தல்களும் உள்ளன. ஒவ்வொரு மறுகுழுவாக்கம் மற்றும் வகுத்தலுக்குப் பிறகு எப்பொழுதும் ஒரு மீதம் உண்டு.

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

புதிர் நேரம்

ஹிடாட்டோ

	33	35					
		24	22				
			21				
	26		13	40	11		
27				9		1	
				18			
					7		
						5	

புதிர்

32	33	35	36	37			
31	34	24	22	38			
30	25	23	21	12	39		
39	26	20	13	40	11		
27	28	14	19	9	10	1	
		15	16	18	8	2	
				17	7	16	3
						5	4

தீர்வு

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

ஹிடாட்டோவில் அறைகளின் கட்டங்கள் கொடுக்கப்பட்டுள்ளன. பொதுவாக இது சதுர வடிவிலிருக்கும். இது சுடோகு அல்லது ககுரோவைப் போன்றது. ஆனால் இது அறுகோணங்கள் அல்லது ஒரு டெஸ்ஸெல்லேஷனை உருவாகும் எவ்வொரு உருவத்தையும் உள்ளடக்கலாம். இதற்கு உள் துளைகள் இருக்கலாம் (ஒரு வட்டு போல) ஆனால் இது ஒரே ஒரு துண்டினால் செய்யப்பட்டுள்ளது.

பொதுவாக ஒவ்வொரு ஹிடாட்டோ புதிரில், மிகக்குறைந்த மற்றும் மிக அதிகமான எண்கள் கட்டத்தில் கொடுக்கப்படலாம். மிகக் குறைந்த எண்ணிலிருந்து மிகப்பெரியது வரை ஒரு தொடர்ச்சியான தொடர் எண்கள் இருக்கும் வகையில் கட்டத்தை நிறப்புவது உங்கள் பணியாகும்.

முன்பே சில எண்களால் நிரப்பப்பட்டுள்ள வடிவத்தில் வருகிறது

(மிகக் குறைந்ததிலிருந்து அதிகமானது வரையுள்ள மதிப்புகளுடன். கூடியவை). ஏனெனில் இப்புதிர்கள் ஒரே தீர்வைப் பெற்றுள்ளன என்பதை உறுதி செய்துக் கொள்வதற்கு.

கீழ்கண்ட ஹிடாட்டோ புதிர்களுக்குத் தீர்வு காண்க.

25		1		
	20			4
	14		8	
		15		9

	36	1	2			
			4	6	13	
		34			12	
39			30			
		31				
					17	
	26		23	21		

					9				
				7	10				
		5			1	17	15		
	44		49			28			
	54	42		50		29	26		
56					35	34	25	23	
				39					

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

5 புள்ளிகளை இணைத்தல்

Connecting the Dots

P7W6B3

5.1. கேள்விகள் மற்றும் கூற்றுகள்

உங்கள் ஆசிரியர், இன்று மாலை தங்கள் இரண்டு சிறுவயது நண்பர்களைச் சந்தித்துக் கொள்ள போவதாக கூறுகிறார். ஒருவர் 5-அடி உயரமுடையவர், மற்றொருவர் 6-அடி உயரமுடையவர். இந்தத் தகவலின் அடிப்படையில், ஒவ்வொரு நண்பரின் பாலினத்தைப் பற்றி என்ன ஊகிப்பீர்கள்?

நீங்கள் 5- அடி உயரமுடையவர் பெண், 6-அடி உயரமுடையவர் ஆண் என்று நினைத்திருக்கலாம். இது தவறாக இருக்க வாய்ப்புள்ளது. ஆனால், அனுபவம் என்ன சொல்லுகிறது என்றால் - 5-அடி உயரமுள்ள ஆண்களும், 6-அடி உயரமுள்ள பெண்களும் அரிது. பொதுவாக, ஆண்கள் பெண்களைவிட உயரமாக இருப்பதை நாம் அடிக்கடி காண்கிறோம்.

மேலே கொடுக்கப்பட்டது ஒரு புள்ளியியல் சிந்தனை (statistical thinking). நாம் அடிக்கடி இது போன்ற கூற்றுகளை காண்கிறோம்.

இவை அனைத்தும் புள்ளியியல் வாக்கியங்கள்.

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

எளிமையாக சொன்னால் - எண் மதிப்புகள், விகிதாச்சாரங்கள், நிகழ்தகவுகள் அல்லது கணிப்புகள் ஆகியவற்றின் அடிப்படையில் வெளிப்படுத்தப்படும் சில நிகழ்வுகளைப் பற்றிய கூற்று அல்லது சுருக்கமாகும்.

புள்ளிவிவரக் கேள்வி என்பது தரவுகளை சேகரிப்பதன் மூலம் பதிலளிக்கக்கூடிய ஒரு கேள்வி.

உதாரணத்திற்கு: ''எங்கள் பள்ளியின் 7 ஆம் வகுப்பு மாணவர்கள் எவ்வளவு உயரமாக உள்ளனர்?'' இந்தக் கேள்வி ஒரு புள்ளியியல் கேள்வி; ஏனெனில் எல்லா மாணவர்களின் உயரமும் ஒரே மாதிரி இருக்காது. நாம் தரவைச் சேகரித்து, ஆய்வு செய்து முடிவு செய்ய வேண்டும். ''யஹாபூர் அல்லது வாஹாபூர் - எந்த ஊரில் வெங்காய விலை அதிகம்? இதுவும் புள்ளியியல் கேள்வி; ஏனெனில் விலைகள் காலத்துக்கு காலம் மாறும். எனவே, இந்தக் கேள்விக்கு பதிலளிப்பது தரவைப் பார்த்து, பகுப்பாய்வு செய்து, பொருத்தமான புள்ளிவிவர அறிக்கைகளை உருவாக்கும் முடிவுகளுக்கு வர வேண்டும்

? பின்வருவனவற்றில் எவை புள்ளிவிவர கேள்விகள்?

(அ) இந்தியாவில் ஒரு டென்னிஸ் பந்தின் விலை என்ன?

(ஆ) இந்தத் தெருவில் வசிக்கும் நாய்களின் வயது என்ன?

(இ) உங்கள் வகுப்பில் உள்ள மாணவர்களில் எத்தனை பேர் மலையேறி நடக்க விரும்புகிறார்கள்?

கணித பேச்சு

(ஈ) உங்களுக்கு படிப்பதற்கு பிடிக்குமா?

(உ) இந்த சுவற்றில் எத்தனை செங்கல் உள்ளது?

(ஊ) நேற்றுப் போட்டியில் சிறந்த பந்து வீச்சாளர் யார்

(எ) கடந்த ஆண்டு பார்மரில் மழைப்பொழிவு அமைப்பு முறை என்ன?

புள்ளியியல் என்ற சொல், தரவுகளைச் சேகரித்தல், ஒழுங்கமைத்தல், பகுபாய்வு செய்தல், விளக்குதல் மற்றும் வழங்குதல் பற்றிய ஆய்வைக் குறிக்கிறது. இந்த அத்தியாயத்தில் சில புள்ளிவிவரக் கேள்விகளை எதிர்கொள்வோம், மேலும் தரவு மற்றும் வரைப் படங்களை (graphs) பகுபாய்வு செய்வது அவற்றிற்கு எவ்வாறு பதிலளிக்க உதவும் என்பதைக் கற்றுக்கொள்வோம்.

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

5.2. பிரதிநிதித்துவ மதிப்புகள்

? கிரிக்கெட் தொடரில் சுப்மான் மற்றும் யஷஸ்வி எடுத்த ரன்கள் கீழே உள்ள அட்டவணையில் கொடுக்கப்பட்டுள்ளன. யார் சிறப்பாக செயல்பட்டார்கள் என்று நீங்கள் நினைக்கிறீர்கள்?

	போட்டி 1	போட்டி 2	போட்டி 3	போட்டி 4
சுப்மான்	0	17	21	90
யஷஸ்வி	67	55	18	35

‘‘முதல் மற்றும் இரண்டாவது போட்டிகளில் யஷஸ்வி அதிக ரன்கள் எடுத்ததால், சுப்மான் மூன்றாவது மற்றும் நான்காவது. போட்டிகளில் அதிக ரன்கள் எடுத்ததால், இருவரின் செயல்திறனும் ஒரே மாதிரியாக இருக்கிறது’’ என்று ஷ்ரேயஸ் கூறுகிறார்.

NOT TO BE REPUBLISHED @KTBS

‘‘ஒரு போட்டியில் அதிகபட்ச ரன்கள் - 90! எடுத்ததால், சுப்மான் சிறப்பாக விளையாடினார் என்று நான் நினைக்கிறேன்’’ என்கிறார் வைஷ்ணவி.

‘‘இல்லை யஷஸ்வி 175 ரன்கள் எடுத்ததால், சிறப்பாக பாட்டிங் செய்தார். அதே நேரத்தில் சுப்மான் 128 ரன்கள் மட்டுமே எடுத்தார்’’ என்று ஷ்ரேயஸ் கூறுகிறார்.

‘‘ஓ! மேலும், யஷஸ்வியின் அதிகபட்ச ஸ்கோருக்கும் குறைந்தபட்ச ஸ்கோருக்கும் உள்ள வித்தியாசம் குறைவாக இருப்பதால், அவரது பேட்டிங் மிகவும் சீரானது’’என்று வைஷ்ணவி கூறுகிறார்.

கீழே உள்ள அட்டவணை இந்த இரண்டு வீரர்களும் மற்றொரு தொடரில் எடுத்த ரன்கள் கொடுக்கப்பட்டுள்ளன. இத்த தொடரில் யார் சிறப்பாக ஆடியிருக்கலாம் என்று நீங்கள் நினைக்கிறீர்கள்?

	போட்டி 1	போட்டி 2	போட்டி 3	போட்டி 4	போட்டி 5
சுப்மான்	23	07	10	52	18
யஷஸ்வி	26	53	02	-	15

“இங்கே சுப்மான் தான் சிறப்பாக ஆடினார்; ஏனெனில் - அவர் மொத்தம் 110 ரன்கள் எடுத்தார், ஆனால், யஷஸ்வி 96 ரன்கள் மட்டுமே.” என்று வைஷ்ணவி கூறுகிறார்.

? வைஷ்ணவியின் கூறை பற்றி நீங்கள் என்ன நினைக்கிறீர்கள்?

“ஆனால், யஷஸ்வி 4 போட்டிகளில் 96 ரன்கள் எடுத்தார். சுப்மான் 5 போட்டிகளில் 110 ரன்கள் எடுத்தார். என்று ஷ்ரேயஸ் கூறுகிறார்.

எனவே, யார் சிறப்பாக செயல்பட்டார்கள் என்று எப்படிச் சொல்வது? இரண்டு குழுக்களின் எண்களை ஒப்பிட்டுப் பார்த்து ஒன்று மற்றொன்றை விட சிறந்தது என்று தெளிவாக சொல்வது பெரும்பாலும் எளிதல்ல.

? ஒரு எண் ஒரு எண்களின் குழுவை பிரதிநிதித்துவப்படுத்த முடியுமா? உதாரணமாக, இந்தத் தொடரில் சுப்மான் அல்லது யஷஸ்வியின் பேட்டிங்கை ஒரு எண்ணைக் கொண்டு பிரதிநிதித்துவப்படுத்த முடியுமா? விவாதிக்கவும்.

கணித பேச்சு

©KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

நாம் ஏற்கனவே ஒரு வழியைப் பார்த்தோம் குழுவில் உள்ள மதிப்புகளின் மொத்தம் ! ஆனால், குழு அளவுகள் வேறுபட்டால், மொத்தம் ஒப்பிடுவதற்கு பொருத்தமான அளவீடாக இருக்காது.

சில போட்டிகளில், ஒரு வீரர் அதிகமாகவும், மற்ற போட்டிகளில் குறைவாகவும் ஸ்கோர் செய்திருக்கலாம். இந்த உயர்வு தாழ்வுகளை சமநிலைப்படுத்துவதன் மூலம் குழுவிற்கான ஒரு பிரதிநிதி எண்ணை கண்டறியலாம். எடுத்துக்காட்டாக, அனைத்து போட்டிகளிலும் அடித்த ரன்களைக் கூட்டி, மொத்தத்தை விளையாடிய போட்டிகளின் எண்ணிக்கையால் வகுக்கலாம். இந்த மதிப்பை கொடுக்கப்பட்ட தரவின் ‘சராசரி’ அல்லது ‘எண் கணித சராசரி’ என்று அழைக்கிறோம்.

இங்கே, ஒரு போட்டியில் ஒரு வீரர் எடுத்த சராசரி ரன்களின் எண்ணிக்கை = [அனைத்து போட்டிகளிலும் வீரர் எடுத்த மொத்த ரன்கள்]÷ (விளையாடிய போட்டிகளின் எண்ணிக்கை).

ஒரு போட்டியில் சுப்மான் எடுத்த சராசரி ரன்கள் = 110 ÷ 5 = 21 ரன்கள். ஒரு போட்டியில் யஷஸ்வி எடுத்த சராசரி ரன்களின் எண்ணிக்கை = 96 ÷ 4 = 24 ரன்கள். இந்த தொடரில், யஷஸ்வியின் சராசரி ரன்களின் எண்ணிக்கை சுப்மானின் ரன்களை விட அதிகமாக உள்ளது.

சராசரி அல்லது எண்கணித சராசரி பின்வருமாறு கணக்கிடப்படுகிறது.

$$\text{சராசரி} = \frac{\text{தரவில் உள்ள அனைத்து மதிப்புகளின் கூட்டுத்தொகை}}{\text{தரவில் உள்ள மதிப்புகளின் எண்ணிக்கை.}}$$

நியாயமான பகிர்வு என சராசரி :-

சராசரியை நியாயப்பங்கு அல்லது சமப்பங்கு என்றும் புரிந்து கொள்ளலாம்.

? ஷ்ரேயசும் அவனுடைய 4 நண்பர்களும் பின்வரும் எண்ணிக்கையிலான கொய்யா பழங்களை சேகரித்துள்ளனர்: 3, 8, 10, 5 மற்றும் 4. பராக் மற்றும் அவனது 5 நண்பர்கள் பின்வரும் எண்ணிக்கையிலான கொய்யா பழங்களை சேகரித்துள்ளனர் : 5, 4, 6, 3, 4 மற்றும் 8. ஒவ்வொரு குழுவும் தங்கள் கொய்யா பழங்களை தங்களுக்கு சமமாக பகிர்ந்து கொண்டால், எந்தக் குழுவில் ஒவ்வொரு உறுப்பினரும் அதிக அளவு கொய்யா பழங்களை பெறுவார்கள்?

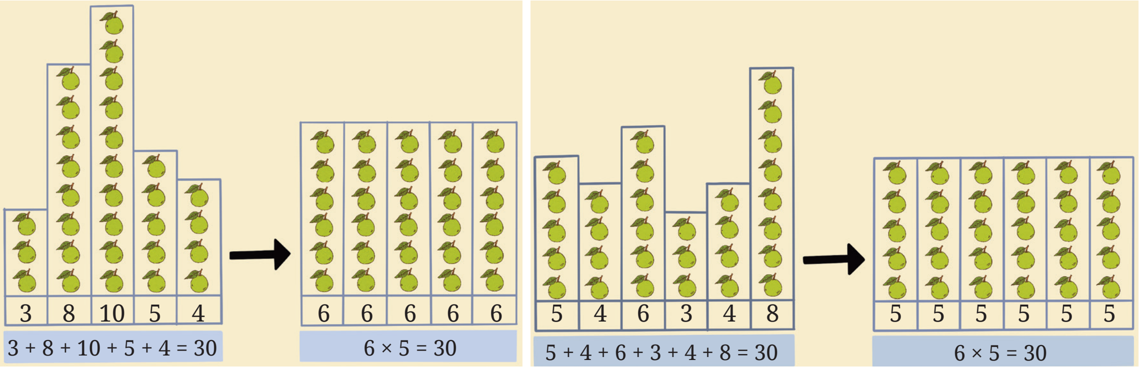
இதைக் கண்டுபிடிக்க, முதலில் ஒவ்வொரு குழுவும் எத்தனை கொய்யா பழங்களை சேகரித்துள்ளனர் என்பதை கண்டுபிடிப்போம். பின்னர் இந்த மொத்தத்தை குழுவில் உள்ளவர்களின் எண்ணிக்கையால் வகுத்து ஒவ்வொரு உறுப்பினரின் பங்கைப் பெறுவோம்.

ஷ்ரேயசின் குழு 3+8+10+5+4=30 கொய்யா பழங்களை சேகரித்துள்ளனர். ஷ்ரேயசின் குழுவில் உள்ள ஒவ்வொரு உறுப்பினரும் 30÷5=6 கொய்யா பழங்களை பெறுவார்கள்.

பராக் குழு 5+4+6+3+4+8=30 கொய்யா பழங்களை சேகரித்துள்ளனர். பராக் குழுவில் உள்ள ஒவ்வொரு உறுப்பினரும் 30÷6=5 கொய்யா பழங்களை பெறுவார்கள்.

எனவே, ஷ்ரேயசின் குழு உறுப்பினர்கள் பராக் குழுவின் உறுப்பினர்களை விட தலா 1 கொய்யா பழம் அதிகமாக பெறுகிறார்கள்.

© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED



? வைஷ்ணவி தனது தோட்டத்தில் ஒவ்வொரு நாளும் பூக்கும் செம்பருத்தி பூக்களின் எண்ணிக்கையை கண்காணிக்கிறாள். கடந்த சில நாட்களுக்கான தரவு 2, 7, 9, 4, 3. வைஷ்ணவியின் தோட்டத்தில் ஒரு நாளைக்கு பூக்கும் செம்பருத்தி பூக்களின் சராசரி எண்ணிக்கை என்ன?

சராசரி = (மொத்த செம்பருத்தி பூக்கள் பூத்த எண்ணிக்கை) ÷ (நாட்களின் எண்ணிக்கை)

$$= (2+7+9+4+3) \div 5$$

$$= 5.$$

சராசரியாக, 5 செம்பருத்தி பூக்கள் தினமும் பூக்கும்.

இந்த விஷயத்தில், தினமும் சம எண்ணிக்கையிலான பூக்கள் பூத்திருந்தால், சராசரியானது ஒவ்வொரு நாளும் பூக்கும் பூக்களின் எண்ணிக்கையைக் கூறுகிறது.

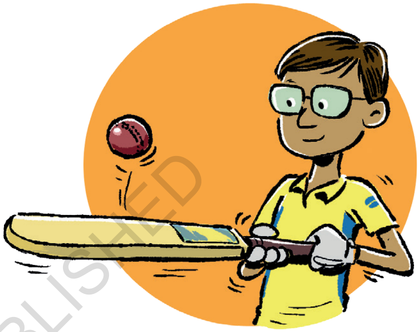
பண்டைய இந்திய கணிதத்தில், எண் கணித சராசரிக்கு பயன்படுத்தப்படும் சொற்களில் ஒன்று சமமிதி (சராசரி அளவீடு): 'சம' என்பது சமம் என்று பொருள் தரும். பண்டைய இந்திய கணிதத்தில் எண்கணித சராசரிக்கு பயன்படுத்தப்படும் சில (சொற்கள் - பிரம்மகுப்தர் (பொ.ச. 628) எழுதிய சமரஜ்ஜு (ஒரு கோட்டு துண்டின் சராசரி அளவீடு) மகாவீராச்சாரியார் (பொ.ச. 850) எழுதிய சமீகரணம் (சமத்துவம், பாரபட்சமற்ற தன்மை) ஸ்ரீபதி (பொ.ச.1639) மற்றும் பாஸ்கராச்சாரியார் (பொ.ச.1150) மற்றும் கணேஷர் (பொ.ச.1545) ஆகியோரால் சமமிதி

©KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

(சராசரி அளவீடு) ஆகியவை அடங்கும். பண்டைய இந்திய அறிஞர்கள் எண்கணித சராசரியை 'பொதுவான' அல்லது 'சமபடுத்தும்' மதிப்பாக உணர்ந்ததாகக் கூறுகிறார்கள், இது மதிப்புகளின் தொகுப்பின் பிரதிநிதித்துவ அளவீடாகும்.

? இதனை கண்டறிக.

1. ஷ்ரேயஸ் மட்டையும் பந்தும் வைத்து விளையாடுகிறான், ஆனால் கிரிக்கெட் அல்ல. அவன் தரையில் விழும் முன், பந்தை எத்தனை முறை பவுன்ஸ் செய்ய முடியும் என்று எண்ணுகிறான். 8 முயற்சிகளுக்கான தரவு 6, 2, 9, 5, 9, 6, 3, 5, ஆகும். ஷ்ரேயஸ் தனது மட்டையால் பந்தை பவுன்ஸ் செய்யக் கூடிய சராசரி எண்ணிக்கையை கணக்கிடுங்கள்.



2. மேலே உள்ள செயல்பாட்டை நீங்களே முயற்சிக்கவும். 7 அல்லது அதற்கு மேற்பட்ட முயற்சிகளுக்கான தரவைச் சேகரித்து சராசரியை கண்டறியவும்.

முயற்சி செய்க

3. உங்கள் சுற்றுபுரத்தில் உள்ள ஒரு பூக்கும் தாவரத்தை அடையாளம் காணவும். அதன் பூக்கும் பருவத்தில், ஒரு வாரத்தில் ஒவ்வொரு நாளும் பூக்கும் பூக்களின் எண்ணிக்கையை கண்காணிக்கவும். ஒரு நாளைக்கு சராசரியாக பூக்கும் பூக்களின் எண்ணிக்கை என்ன?

4. இரண்டு நண்பர்கள் 100 மீ ஓட்டப்பந்தையத்தில் ஓட பயிற்சி செய்து கொண்டிருக்கிறார்கள். கடந்த வாரத்தில் அவர்களின் நேரங்கள் வினாடிகளில் கொடுக்கப்பட்டுள்ளன..

நிகில் : 17, 18, 17, 16, 19, 17, 18; சுனில் : 20, 18, 17, 16, 16,17. சராசரியாக யார் வேகமாக ஓடினார்கள்?

5. ஒரு பள்ளியில் தொடர்ந்து ஆறு வருடங்களாக மாணவர் சேர்க்கை பின்வருமாறு உள்ளது: 1555, 1670, 1750,2013, 2040, 2126. இந்தக் காலக்கட்டத்தில் அந்தப் பள்ளியில் சராசரி மாணவர் சேர்க்கையைக் கண்டறியவும்.

© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

உங்கள் வெங்காயத்தை அறிந்துக் கொள்ளுங்கள்!

கணித பேச்சு

? இரண்டு நகரங்களில் வெங்காயத்தின் மாதாந்திர விலையை, கிலோவுக்கு (கி.கி) கீழே உள்ள அட்டவணை காட்டுகிறது. உங்களுக்கு எது மிகவும் விலை உயர்ந்தது என்று தோன்றுகிறது?

மாதம்	யாஹாபூர்
ஜனவரி	25
பிப்ரவரி	24
மார்ச்	26
ஏப்ரல்	28
மே	30
ஜூன்	35
ஜூலை	39
ஆகஸ்ட்	43
செப்டம்பர்	49
அக்டோபர்	56
நவம்பர்	59
டிசம்பர்	44

மாதம்	வாஹாபூர்
ஜனவரி	19
பிப்ரவரி	17
மார்ச்	23
ஏப்ரல்	30
மே	38
ஜூன்	35
ஜூலை	42
ஆகஸ்ட்	39
செப்டம்பர்	53
அக்டோபர்	60
நவம்பர்	52
டிசம்பர்	42

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

குஷ்பு: ''வாஹாபூர் தான் மிகவும் விலை உயர்ந்தது என்று நினைக்கிறேன், ஏனெனில் அங்குள்ள அதிகபட்ச் விலை ₹60 ஆக உள்ளது'' என்கிறார்.

நஃபீசா : ''நான் ஒவ்வொரு இடத்திலும் உள்ள அனைத்து விலைகளையும் கூட்டினேன் - யாஹாபூரின் மொத்தம் 458. அதே சமயம் வாஹாபூரின் மொத்தம் 450 தான்'' என்கிறார்.

விஷால்: ''வாஹாபூர் தான் மிகவும் விலை உயர்ந்தது, ஏனென்றால் அங்கு 50களில் (₹50 க்கும் மேல்) 3 எண்கள் உள்ளன.'' என்கிறார்.

சம்பத்: ''நான் ஒவ்வொரு மாதமும் இரண்டு இடங்களிலும் உள்ள விலைகளை ஒப்பிட்டு பார்த்தேன். 6 மாதங்களுக்கு விலைகள் யாஹாபூரில் அதிகமாக உள்ளன. 5 மாதங்களுக்கு வாஹாபூரில் அதிகமாக உள்ளன.

மேலும் 1 மாதத்திற்கு விலைகள் சமமாக உள்ளன. எனவே, வாஹாபூரே மிகவும் விலை உயர்ந்தது. என்று நினைக்கிறேன்.'' என்கிறார்.

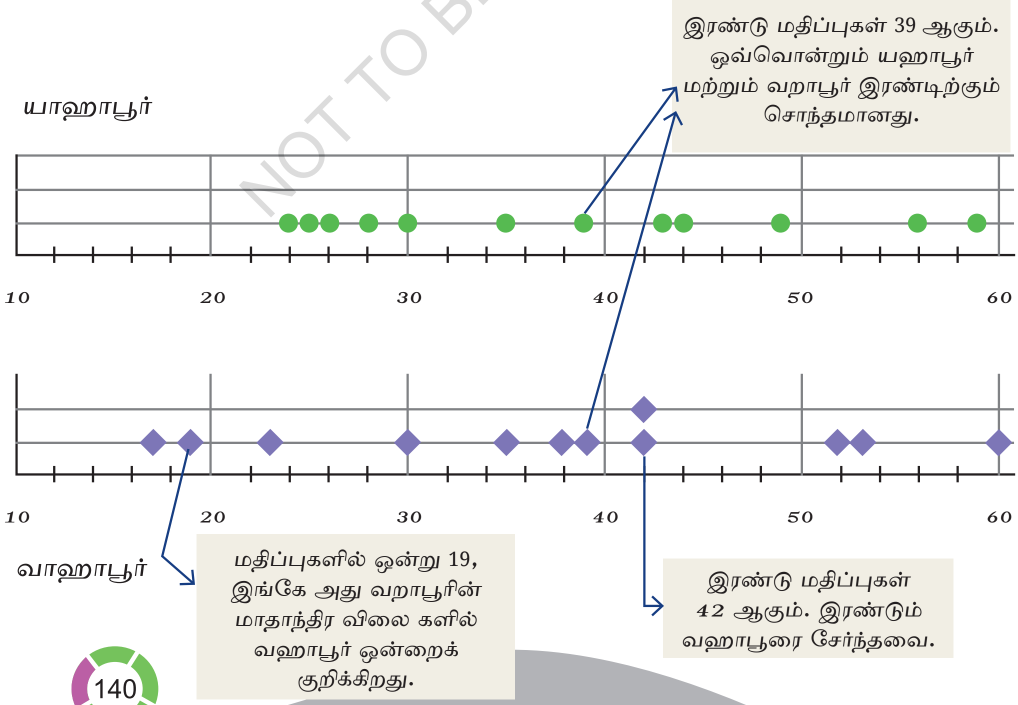
ஜிதின்: ''யாஹாபூரில் அதிகபட்சத்திற்கும் குறைந்தபட்சத்திற்கும் உள்ள வேறுபாடு 59 - 24 = 35 என்றும், வாஹாயூரில் அது 60 - 17 = 43 என்றும் நான் கவனித்தேன்'' என்கிறார்.

தரவுகள் அவற்றின் **குறைந்தபட்ச மதிப்பு** (minimurn value) **அதிகபட்ச மதிப்பு** (maximum value), ***சராசரி மதிப்பு*** (average value), மொத்த **கூட்டுத்தொகை** (Sum total) மற்றும் குறைந்தபட்ச மற்றும் அதிகபட்ச மதிப்புகளுக்கு இடையே உள்ள வேறுபாடு ஆகியவற்றை பார்த்து ஒப்பிடலாம்.

? தரவை ஒப்பிடுவதற்கு நீங்கள் வேறு ஏதேனும் வழியைக் கண்டுபிடிக்க முடியுமா?

தரவை படிக்க, பல வழிகளில் அதை பார்வையிட வேண்டும். கீழே காட்டப்பட்டுள்ள ஒரு வழி **புள்ளி வரைப்படம்** என்று அழைக்கப்படுகிறது. புள்ளி வரைப்படங்கள் தரவு புள்ளிகளை ஒரு கோட்டில் புள்ளிகளாக காட்டுகின்றன, இது தரவுகளில் மாறுபாடு மற்றும் வடிவமைப்புகளை காட்சிபடுத்த (visualise) உதவுகிறது. பின்வரும் படத்தில் ஒவ்வொரு புள்ளியும் வெங்காயத்தின் மாதாந்திர விலையைக் குறிக்கிறது.

NOT TO BE REPUBLISHED ©KTBS



யாஹூபூரில் விலைகள் பச்சை நிறத்திலும், வாஹாபூரில் உள்ள விலைகள் ஊதா நிறத்திலும் உள்ளன. கிடைமட்டக் கோடு விலைகளை 10 முதல் 60 வரை (0 - 10 அல்லது 60-க்கு மேல் எந்த மதிப்புகளும் இல்லாததால்) காட்டுகிறது. செங்குத்துக் கோட்டில் உள்ள புள்ளிகள் ஒரு தரவு மதிப்பின் நிகழ்வுகளின் எண்ணிக்கையை கொடுக்கின்றன. கிடைமட்டத்தில் உள்ள கோடுகளுக்கு இடையில் மற்றும் செங்குத்தாக உள்ள கோடுகளுக்கு இடையில் உள்ள சமமான இடைவெளியை கவனியுங்கள்.

? இந்த காட்சிப்படுத்தல் முன்னர் அட்டவணையில் வழங்கப்பட்ட அனைத்துத் தரவுகளையும் காட்டுகிறதா?

? ஜனவரி மாதத்தில் யாஹூபூர் மற்றும் வாஹாபூரில் வெங்காயத்தின் விலையை நாம் பார்க்க முடியுமா?

தரவை முன்வைக்கும் இந்த முறையானது, தரவுகளை வரிசைப்படுத்துகிறது அல்லது பிரித்தெடுக்கிறது. ஆனால் அது அசல் (மாதம் வாரியான) வரிசையை இழக்கிறது. இருப்பினும், விஷால் செய்தது போல, தரவை நாம் விரும்பியபடி குழுபடுத்த இது அனுமதிக்கிறது. எடுத்துக்காட்டாக, 11-20 வரையிலான விலைத் தரவுகள் வஹாபூரில் இரண்டு உள்ளன, அதே சமயம் யாஹூபூரில் எதுவும் இல்லை. இந்த பிரதிநிதித்துவம், மாறுபாடு மற்றும் அமைப்புகளை கவனிக்க எளிதாக்குகிறது. அதாவது, வாஹாபூரில் உள்ள விலைகள் யாஹூபூரில் உள்ளதை விட அதிகமாக பரவியுள்ளனவா அல்லது தொகுக்கப்பட்டுள்ளனவா. அதிகபட்ச மற்றும் குறைந்தபட்ச விலைகளை கண்டறிவதும் எளிது. இந்த இரண்டு இடங்களிலும் விலைகளை ஒப்பிட சராசரியை ஒரு மதிப்பாகவும் நாம் பயன்படுத்தலாம்.

©KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

? யாஹூபூர் மற்றும் வாஹாபூரில் வெங்காயத்தின் சராசரி விலையைக் கண்டறியவும்.

'ஒரு கிலோ வெங்காயத்தின் விலை ₹35 போன்ற ஒரு கூற்று மேலும் எந்த கேள்விகளையும் எழுப்பாமல் போகலாம். ஆனால், யாஹூபூர் மற்றும் வாஹாபூரில் ஒரு வருடத்திற்கும் மேலாக வெங்காயத்தின் விலைகள் போன்ற தரவுகளில் உள்ள மாறுபாடுகளை பார்ப்பது ஒருவரின் ஆர்வத்தைத் தூண்டும். உதாரணமாக, இரண்டு இடங்களைப் பற்றி மேலும் அறிய ஒருவர் ஆர்வமாக இருக்கலாம்.

நீங்கள் ஆச்சரியப்படலாம்.

? வேறு எதைப்பற்றி நீங்கள் ஆச்சரியப்படுகிறீர்கள்? நீங்கள் ஆர்வமாக உள்ள கேள்விகளை உங்கள் சகாக்கள், ஆசிரியர்கள் அல்லது குடும்ப உறுப்பினர்களுடன் கலந்துரையாடி பதில்களை கண்டறியலாம்.

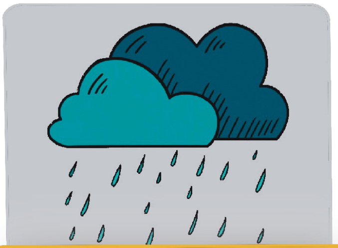
கணித பேச்சு

தரவை கவனித்து, அவற்றை புரிந்துக் கொள்ள முயற்சிப்பது சுவாரஸ்யமான விஷயங்களை வெளிப்படுத்தலாம். இது நமது ஆர்வத்தை வெவ்வேறு திசைகளிலும் தூண்டக்கூடும்.

நம்மை சுற்றியுள்ள சராசரிகள்:

எண்கணித சராசரி புள்ளிவிவரங்கள், கணிதம், பரிசோதனை விஞ்ஞானம், பொருளாதாரம், சமூகவியல், விளையாட்டு, உயிரியல்

மற்றும் பல்வேறு துறைகளில் அடிக்கடி பயன்படுத்தப்படுகிறது. கூட்டுச் சராசரியின் வரையறை எளிமையானதாகவும், புரிந்துக்கொள்வதற்கு இலகுவானதாகவும் இருப்பதால், இது பிரபலமானதாக உள்ளது. வெவ்வேறு சூழ்நிலைகளில் சராசரிகள் அடங்கிய சில கூற்றுகள் கீழே காட்டப்பட்டுள்ளன:

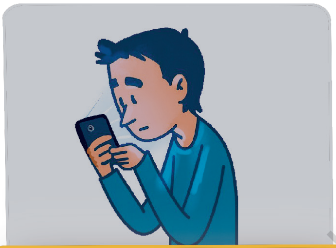


ஜார்கண்ட் மாநிலத்தில் ஜூலை மாதத்தில் ஒரு நாளைக்குச் சராசரியாக பெய்யும் மழை அளவு 37.2மி.மீ.

இந்த ஆண்டு எனது ஸ்கூட்டியின் சராசரி மைலேஜ் ஒரு லிட்டருக்கு சுமார் 45 கிலோ மீட்டர்கள்.

பஞ்சாபில் ஒரு ஹெக்டேருக்கு சராசரியாக கோதுமை விளைச்சல் 4.7 டன்கள் பீகாரில் ஒரு ஹெக்டேருக்கு 2.9 டன்கள்.

NOT TO BE REPUBLISHED @KTBS



ஸ்மார்ட்ஃபோன் பயன்படுத்துபவர்கள் ஒரு நாளைக்கு சராசரியாக 58 முறை தங்கள் ஃபோனை பார்க்கிறார்கள்.

ஒரு சராசரி இந்திய குடிமகன் ஒரு நாளைக்கு 0.45 குப்பையை உருவாக்குகிறான்.

2017-24 க்கு இடையில் ஆண்டுதோறும் வெளியிடப்படும் இந்திய நீளப்படங்களின் சராசரி எண்ணிக்கை 3126.

விலகியிருக்கும் மதிப்புகளும் இடை நிலைகளும்

ஒரு சேகரிப்பில் உள்ள மதிப்புகளுக்கு சராசரி எப்போதும் ஒரு நியாயமான சுருக்கத்தை (summary) கொடுக்கிறதா? இல்லையென்றால், மாற்று என்ன? வாருங்கள் கண்டுப்பிடிப்போம்.

ஒரு குடும்பத்தின் உயரம்:

யாங்பா மற்றும் பூவிழி குடும்ப உறுப்பினர்களின் உயரங்கள் பின்வருமாறு:

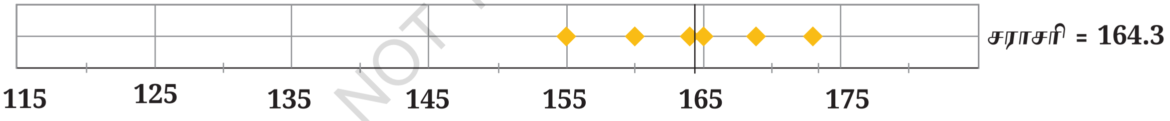
யாங்பாவின் குடும்பம் : 169 செ.மீ. 173 செ.மீ. 155 செ.மீ. 165 செ.மீ. 160 செ.மீ. 164 செ.மீ.

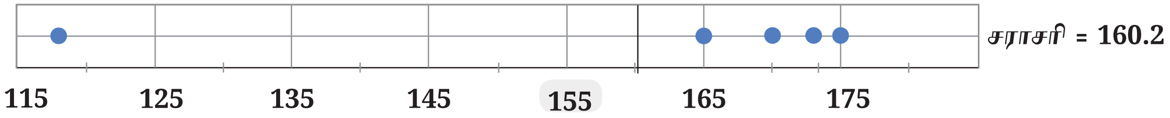
பூவிழியின் குடும்பம்! 170 செ.மீ. 173 செ.மீ. 165 செ.மீ. 118 செ.மீ. 175 செ.மீ.

? ஒவ்வொரு குடும்பத்தின் சராசரி உயரத்தையும் கண்டறியவும். யாங்பாவின் குடும்பம் பூவிழியின் குடும்பத்தை விட உயரமானதா என்று நம்மால் சொல்ல முடியுமா?

கணித பேச்சு

பூவிழியின் குடும்பத்தின் சராசரி உயரம் (160.2 செ.மீ.) யாங்பாவின் குடும்பத்தை விட (164.3 செ.மீ.) குறைவு. பூவிழியின் குடும்பத்தில் பெரும்பாலான உறுப்பினர்கள் உயரமாக இருந்தாலும், அவர்களின் குடும்பத்தின் சராசரி உயரம் குறைவாக உள்ளது. ஏனெனில் ஒரு குழந்தை மிகவும் இளவயது மற்றும் குடும்பத்தின் மற்ற உறுப்பினர்களைப் போல உயரமாக இல்லை. அவர்களின் சராசரி உயரம், 160.2 செ.மீ., 5 உறுப்பினர்களில் 4 பேரின் உயரத்தை விடக் குறைவு. இங்கே, சராசரி தரவை சரியாக பிரதிநிதித்துவப்படுத்தவதாகத் தெரியவில்லை.





சராசரி = 164.3

சராசரி = 160.2

? தரவை சிறப்பாக பிரதிநிதித்துவப்படுத்தக் கூடிய வேறு எந்த எண்ணை நீங்கள் யோசிக்க முடியும்?

NOT TO BE REPUBLISHED @KTBS

தரவை வரிசைப்படுத்தி நடுவில் உள்ள எண்ணைத் தேர்ந்தெடுப்பது ஒரு வழி. இந்த எண் இடைநிலை எண் என்று அழைக்கப்படுகிறது.

பூவிழி குடும்பத்தின் இடைநிலை உயரத்தைக் கண்டுபிடிக்க, முதலில் உயரங்களை வரிசைப்படுத்துவோம்.

118, 165, 170, 173, 175.

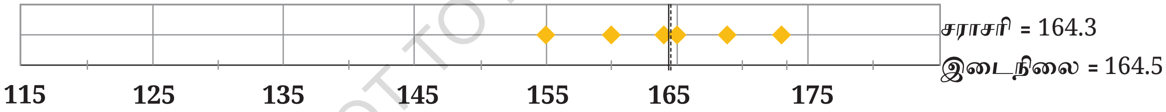
இந்த வரிசைப்படுத்தப்பட்ட தரவில் நடு எண் 170 எனவே, இடைநிலை உயரம் 170 செ.மீ.

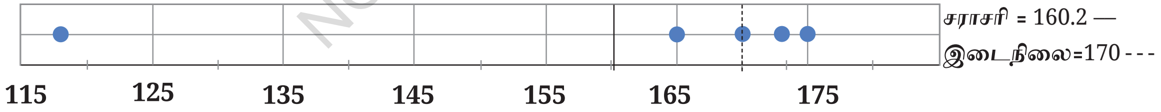
யாங்பாவின் குடும்பத்தின் இடைநிலை உயரத்தை கண்டுபிடிப்போம். உயரங்களை வரிசைப்படுத்துதல் மூலம் நமக்கு கிடைப்பது

155, 160, 164, 165, 169, 173.

இடைநிலை என்பது நடுவில் உள்ள எண்ணாக இருப்பதால், அதைவிடக் குறைவாகவும், அதிகமாகவும், சம எண்ணிக்கையிலான மதிப்புகளை கொண்டிருக்கும். இந்த தரவுக்கு ஒற்றை நடு எண் இல்லை, ஏனெனில் இது இரட்டை எண்ணிக்கையிலான மதிப்புகளைக் கொண்டுள்ளது (6). இது போன்ற சந்தர்ப்பங்களில், வரிசைப்படுத்தப்பட்ட தரவில் உள்ள இரண்டு நடு எண்களின் சராசரியை எடுத்துக்கொள்வோம். எனவே யாங்பாவின் குடும்பத்தின் சராசரி உயரம்

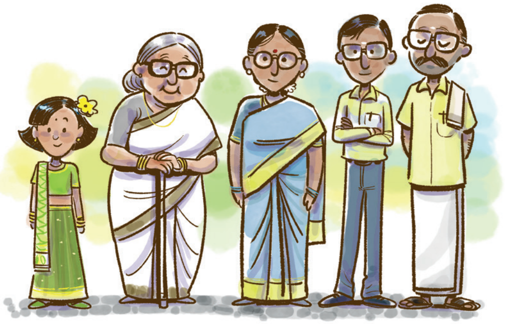
(164+165) ÷ 62 = 164.50 செ.மீ.





? இந்த விஷயத்தில், குடும்பங்களின் உயரத்தை இடைநிலை, சராசரியை விட சிறப்பாகக் குறிக்கின்றதா?

©KTBS NOT TO BE REPUBLISHED



பூவிழியின் குடும்பத்தில், இளைய குழந்தையின் உயரம், குடும்பத்தின் மற்ற உறுப்பினர்களின் உயரத்திலிருந்து மிகவும் வேறுபட்டது. அத்தகைய மதிப்பை நாம் விலகி இருக்கும் மதிப்பு (outliers) என்று அழைக்கிறோம். விலகி இருக்கும் மதிப்பு என்பது தரவுகளில் உள்ள மற்ற மதிப்புகளிலிருந்து சற்று விலகும் மதிப்புகள் ஆகும்.

யாங்பாவின் தரவுகளில் வித்தியாசமான மதிப்பு (outlier) இல்லாத நிலையில், சராசரி மற்றும் இடைநிலை எவ்வாறு ஒன்றுக்கொன்று நெருக்கமாக உள்ளன என்பதை கவனியுங்கள்.

பூவிழியின் தரவுகளில் வித்தியாசமான மதிப்பு இருப்பதன் காரணமாக, சராசரி - இடைநிலையை விட மிகவும் குறைவாக உள்ளது.

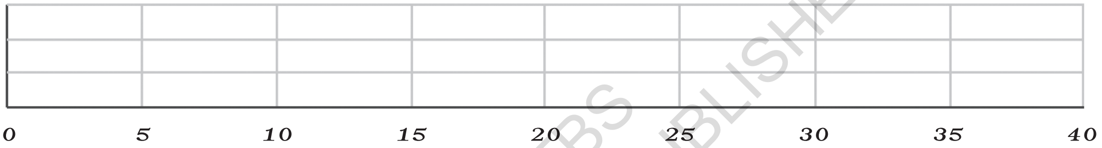
? விலகி இருக்கும் மதிப்பு 118 இல்லாமல் பூவிழியின் தரவில் சராசரி மற்றும் இடைநிலையை கண்டறியவும். நீங்கள் என்ன மாற்றத்தை கவனித்தீர்கள்?

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

நீங்கள் புத்தக புழுவா?

? கோடை விடுமுறைக்குப் பிறகு, ஒரு வகுப்பு ஆசிரியர் தனது வகுப்பில் உள்ள மாணவர்களிடம் எத்தனை சிறுகதைகளைப் படித்தீர்கள் என்று கேட்டார்? ஒவ்வொரு மாணவரும் கீழே காட்டப்பட்டுள்ளபடி, ஒரு காகிதத்தில் படிக்கப்பட்ட கதைகளின் எண்ணிக்கை பதிலளித்தனர். படிக்கப்பட்ட சிறுகதைகளின் சராசரி மற்றும் இடைநிலை எண்ணிக்கையை கண்டறியவும். அவற்றை கணக்கிடுவதற்கு முன், சராசரி இடைநிலையை விடக் குறைவாகவோ அல்லது அதிகமாகவோ இருக்க கூடுமா என்று உங்களால் ஊகிக்க முடியுமா?

கீழே உள்ள புள்ளி வரைப்படத்தில் தரவு, சராசரி மற்றும் இடைநிலையை குறிக்கவும்.



இடை நிலை மதிப்பு 6 என்பது, வகுப்பு உறுப்பினர்களில் பாதி பேர் 6 அல்லது அதற்கு மேற்பட்ட கதைகளை படித்திருப்பதை குறிக்கிறது.

©KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

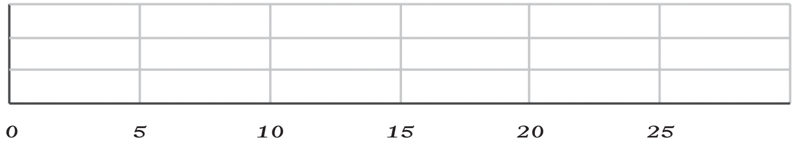
? எந்த மதிப்புகளை நீங்கள் விலகி இருக்கும் மதிப்பாக கருதுவீர்கள்?

? விலகி இருக்கும் மதிப்பு இல்லாத போது சராசரி மற்றும் இடைநிலையை கண்டறியவும். நீங்கள் என்ன மாற்றத்தை கவனிக்கிறீர்கள்?

சராசரி எப்போதும் விலகி இருக்கும் மதிப்புகளை கொண்ட தரவின் பொருத்தமான பிரதிநிதியாக இருக்காது. மிக உயர்ந்த அல்லது மிகக் குறைந்த விலகி இருக்கும் மதிப்பு, கூட்டுத்தொகையை கணிசமாக பாதிக்கும், இதனால் சராசரியை பாதிக்கும். எடுத்துக்காட்டாக பூவிழியின் குடும்பத்தில் 118செ.மீ உயரம் தரவின் கீழ் இறுதியில் ஒரு விலகியிருக்கும் மதிப்பு. மேலும் படிக்கப்பட்ட 40 சிறுகதைகளின் எண்ணிக்கை தரவின் மேல் இறுதியில் ஒரு விலகயிருக்கும் மதிப்பு. இந்த சந்தர்பங்களில், இடைநிலை விலகியிருக்கும் மதிப்புகளால் அதிகம் பாதிக்கப்படவில்லை என்பதை கண்டோம்.

நாம் ஒரே பக்கத்தில் இருக்கிறோமா?

? நீங்கள் செய்தித்தாள்களை படிப்பீர்களா? வாரத்தின் வெவ்வேறு நாட்களில் ஒரு செய்தித்தாள் எத்தனை பக்கங்களைக் கொண்டுள்ளது என்பதை கவனித்தீர்களா? அவை ஒரே மாதிரியா அல்லது வேறுபட்டதா?



? கருத்தில் கொண்ட மூன்று எடுத்துக்காட்டுகளில் உயரங்கள், சிறுகதைகள் மற்றும் செய்தித்தாள் பக்கங்கள்-தரவுகளில் உள்ள மாறுபாட்டைக் கவனிக்கும் போது:

(அ) சராசரி மற்றும் இடைநிலை ஒன்றுக்கொன்று நெருக்கமாக உள்ளன.

கணித பேச்சு

(ஆ) சராசரி மற்றும் இடைநிலைகள் ஒப்பீட்டளவில் தொலைவில் உள்ளன, அதாவது சராசரி < இடைநிலை.

(இ) சராசரி மற்றும் இடைநிலைகள் ஒப்பீட்டளவில் தொலைவில் உள்ளன, அதாவது சராசரி > இடைநிலை.

தரவு சராசரியை மிகவும் சமநிலையில் அல்லது சீராகப் பரப்பும் போது, இடைநிலை ஒன்றுக்கொன்று நெருக்கமாகத் தோன்றும். விலகியிருக்கும் மதிப்பு கீழ் முனையில் இருக்கும்போது, சராசரி அந்தத் திசையில் மாறுவது போல் தோன்றும், அதாவது சராசரி < இடைநிலை. விலகியிருக்கும் மதிப்பு மேல் முனையில் இருக்கும் போது, சராசரி அந்தத்திசையில் மாறுவது போல் தோன்றும். அதாவது, சராசரி > இடைநிலை.

? இருபுறமும் விலகியிருக்கும் மதிப்பு இருக்கும் போது, சராசரி மற்றும் இடைநிலையில் ஏற்படும் விளைவைப் பற்றி விவாதிக்கவும். இதை ஆராய்ந்து விளக்க சில எடுத்துக்காட்டு தரவை நீங்கள் எடுக்கலாம்.

©KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

கணித பேச்சு

சராசரி மற்றும் இடைநிலை ஆகியவை மையப் போக்கின் அளவீடுகள் என்று அழைக்கப்படுகின்றன. அதாவது ஒரு குறிப்பிட்ட மதிப்பைச் சுற்றி மதிப்புகள் குவியும் போக்கு, வேறு வார்த்தைகளில் கூறுவதானால், அவை தரவின் மையத்தை குறிக்கின்றன.

முடிவுகளும் சாராம்சமும்

நாம் இப்போது பார்த்தது போல, சராசரி மற்றும் இடைநிலை தரவுகள் வெவ்வேறு கண்ணோட்டங்களை கொடுக்கலாம். தரவை பகுபாய்வு செய்வதன் ஒரு பகுதியாக கொடுக்கப்பட்ட தரவில் உள்ள மாறுபாட்டை பார்ப்பதும் மதிப்புமிக்கதாக இருக்கும். அதாவது அதன் உச்சநிலைகள். (குறைந்த பட்ச அல்லது அதிகபட்ச மதிப்புகள்.)

உங்கள் வகுப்பு எவ்வளவு உயரம்?

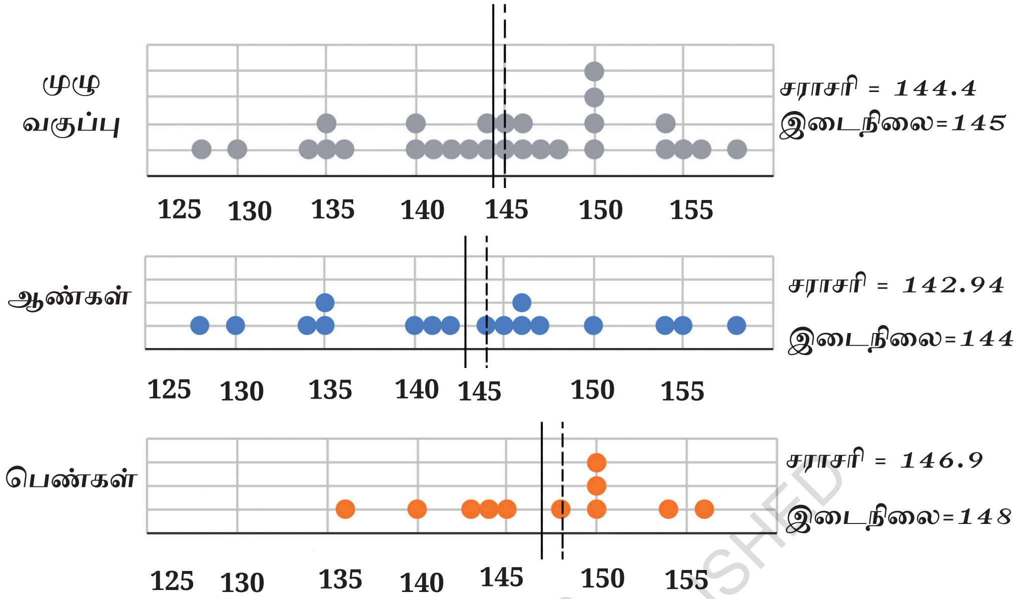
"உங்கள் வகுப்பு எவ்வளவு உயரம்?" என்ற கேள்வி உங்களிடம் கேட்கபட்டால், நீங்கள் என்ன சொல்வீர்கள்.

கீழே உள்ள அட்டவணை 5ஆம் வகுப்பு மாணவர்களின் உயரத்தை சென்டிமீட்டரில் காட்டுகிறது.

ஆண்கள்	147, 135, 130, 154, 128, 135, 134, 158, 155, 146, 146, 142, 140, 141, 144, 145, 150
பெண்கள்	143, 136, 150, 144, 154, 140, 145, 148, 156, 150, 150

ஒரு புள்ளி வரைப்படத்தை பயன்படுத்தி தரவை நாம் காட்சிப்படுத்தலாம், முனைகள் மற்றும் அமைப்புகளை அடையாளம் காணலாம் மற்றும் மாறுபாட்டை பார்க்கலாம். மையப் போக்கின் அளவீடுகளையும் நாம் காணலாம். முழு வகுப்பிற்கும் புள்ளிவரைப் படமும், அதைத் தொடர்ந்து முறையே சிறுவர் மற்றும் சிறுமிகளுக்கான புள்ளி வரைப்படங்களும் காட்டப்பட்டுள்ளன. ஒவ்வொரு தொகுப்பிற்கும். சராசரி மற்றும் இடைநிலையும் காட்டப்பட்டுள்ளன.

©KTBS NOT TO BE REPUBLISHED



©KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

? புள்ளி வரைப்படங்கள் மற்றும் மையப் போக்கு அளவீடுகளிலிருந்து நாம் என்ன ஊகிக்க முடியும்? வகுப்பு எவ்வளவு உயரமானது என்ற கேள்விக்கு பதிலளிக்க பின்வரும் புள்ளிகள் உதவும்.

- சிறுவர்களின் உயரம் அதிகமாக பரவி 128 முதல் 158 வரை இருக்கும். சிறுமிகளின் உயரம் 136 முதல் 156 வரை இருக்கும். வகுப்பில் உயரமானவர்களும் குட்டையானவர்களும் சிறுவர்கள்தான்.
- ஆனாலும், ஆண் குழந்தைகளின் சராசரி உயரம் முழு வகுப்பு சராசரியை விடக் குறைவு, அதேப் போல் பெண் குழந்தைகளின் சராசரி உயரத்தையும் விட குறைவு. இந்த வகுப்பில் உள்ள பெண்கள் ஆண் குழந்தைகளை விட உயரமாக இருக்கிறார்கள் என்று நாம் கூறலாம். நிச்சயமாக ஒவ்வொரு பெண்ணும் ஒவ்வொரு ஆணை விட உயரமாக இருக்கிறார்கள் என்று அர்த்தமல்ல!
- சிறுவர்களின் உயரங்களுக்கு, சராசரி < இடைநிலை (142.94 < 144) என்பது கீழ்ப் பக்கத்தில் மதிப்புகளின் சிறிய தாக்கத்தை குறிக்கிறது. சிறுமிகளின் உயரங்களுக்கும் சராசரி இடைநிலை (146.9 < 148) என்பது கீழ்ப் பக்கத்தில் மதிப்புகளின் சிறிய தாக்கத்தைக் குறிக்கிறது.

? வகுப்பின் சராசரி உயரத்தை விட எத்தனை மாணவர்கள் உயரமாக உள்ளனர்?

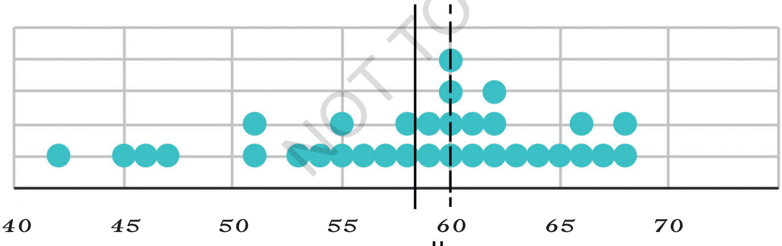
? வகுப்பின் சராசரி உயரத்தை விட எத்தனை சிறுவர்கள் உயரமாக உள்ளனர்?

ஒரு நிமிடம் எவ்வளவு நீளம்?

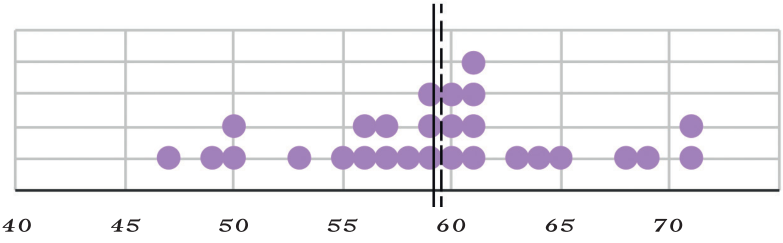
இரண்டு குழுக்களாக உள்ள குழந்தைகளிடம் 1 நிமிடத்தின் நீளத்தை மதிப்பிடக் கூறப்பட்டது அவர்கள் கண்களை மூடுவதன் மூலம் தொடங்கி, பின்னர் 1 நிமிடம் கடந்து விட்டது என்று நினைக்கும் போது திறக்கிறார்கள்: நிச்சயமாக, அவர்கள் கண்கள் மூடியிருக்கும் போது எண்ணக்கூடாது. கீழே உள்ள புள்ளி வரைபடங்கள் குழந்தைகள் எத்தனை வினாடிகளுக்கு பிறகு கண்களை திறந்தார்கள் என்பதைக் காட்டுகின்றன.

? இந்த செயல்பாட்டில் இரு குழுக்களும் எவ்வளவு சிறப்பாக செயல்பட்டனர் என்பதைப் பற்றி விவாதிக்கவும். தரவுகளில் உள்ள மாறுபாட்டையும் அவற்றின் மையப்போக்கையும் விவரிக்கவும், ஒப்பிடவும்.

கணித பேச்சு



குழு A
சராசரி = 58.21
இடைநிலை = 60

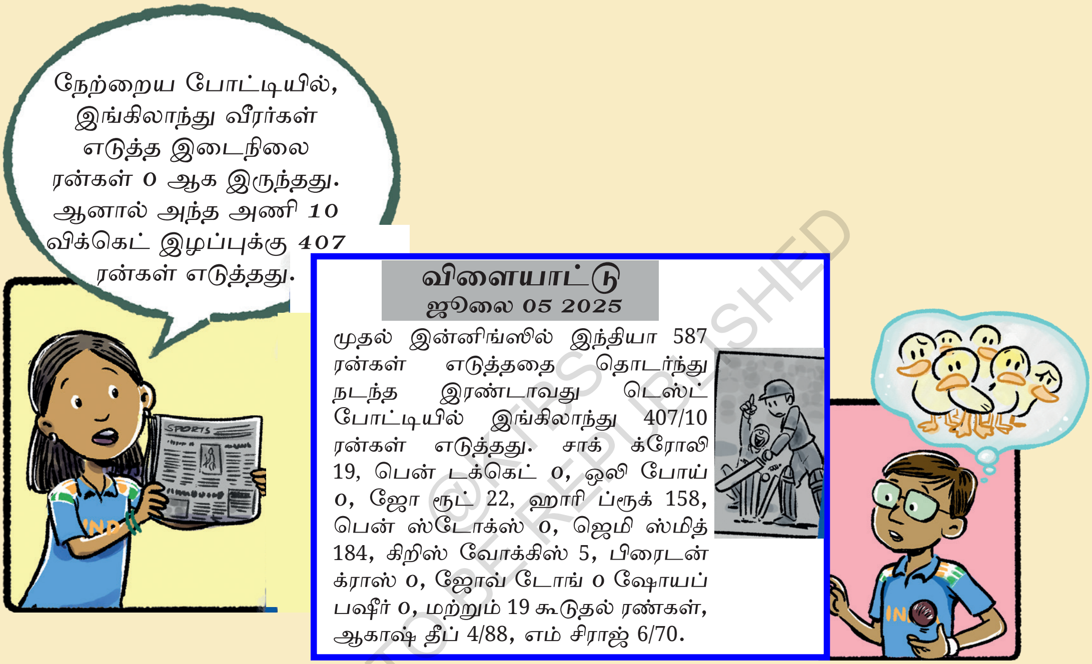


குழு B
சராசரி = 59.28
இடைநிலை = 59.5

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

இடைநிலை ரன்கள் எதுவும் எடுக்கப்படவில்லை!

ஒரு கிரிக்கெட் போட்டியில் ஒரு அணியின் இடைநிலை ரன்கள் 0 ஆக இருக்க முடியுமா? ஆனால் அணியின் மொத்த ஸ்கோர் $\frac{407}{10}$ ஆக இருக்க முடியுமா?



கூடுதல் ரன்களை கணக்கில் எடுத்தால், இந்த இன்னிங்ஸில் ஒரு வீரர் எடுத்த சராசரி எண்கள் (407-19) ÷ 11 = 35.27

NOT TO BE REPUBLISHED @KTBS

பூஜ்ஜியம் எதிராக (Vs) மதிப்பு இல்லை

ஒரு தொடரில் ஒரு வீரர் 57, 13,0,84, ------ 51,27 ரன்கள் எடுத்துள்ளார். என்று வைத்துக்கொள்வோம். அந்த வீரர் 3வது போட்டியில் விளையாடி 0 ரன்கள் எடுத்தார், ஆனால் அந்த வீரர் 5 வது போட்டியில் ஆடவில்லை என்பதை கவனியுங்கள். எனவே, மொத்த போட்டிகளின் எண்ணிக்கை 7 அல்ல, 6 என்று நாங்கள் கருதுகிறோம். ஒரு போட்டிக்கு அவர்கள் அடித்த சராசரி ரன்கள் (57+13+0+84+51 +27) ÷ 66 எனக் கணக்கிடுகிறோம்.

சீதாவின் வீட்டு முற்றத்தில் ஒரு மாமரம் உள்ளது. கடந்த ஆண்டு ஜனவரி முதல் டிசம்பர் வரை அந்த மரம் ஒவ்வொரு மாதமும் கொடுத்த மாம்பழங்களின் எண்ணிக்கை முறையே 0, 0, 8, 24, 41, 16, 5, 0, 0, 0, 0, 0. ஆகும். ஒரு மாதத்திற்கு மாம்பழங்களின் சராசரி அல்லது இடைநிலை எண்ணிக்கையை கண்டுப்பிடிக்க விரும்பினால், மாம்பழங்கள் வளரும் என்று எதிர்பார்க்கப்படும் (கோடை) மாதங்களை மட்டும் கருத்தில் கொள்வது பொருத்தமானதாக இருக்கும்.

ஒரு சராசரி பாதம்

ஜேகப் கோபெலின் 1 அடியை பற்றின தீர்மானத்தின் சித்தரிப்பு.

ஐரோப்பாவில் 1500களின் முற்பகுதியில் நில அளவீட்டின் அடிப்படை அலகு தடி, (rod) 16 அடி நீளம் என வரையறுக்கப்பட்டது. அந்த நேரத்தில் ஒரு அடி என்பது ஒரு மனித பாதத்தின் நீளத்தைக் குறிக்கிறது! ஆனால் கால் அளவுகள் வேறுபடுகின்றன. எனவே, அவர்கள் யாருடைய பாதத்தை அளவிட முடியும்? இதைத் தீர்க்க, 16 வயது வந்த ஆண்கள் கால் முதல் குதிகால் வரை ஒரு கோட்டில் நிற்கும்படி கேட்கப்பட்டனர், மேலும் அந்தக் கோட்டின் நீளம் 16 அடி தடியாக கருதப்பட்டது. தீர்மானிக்கப்பட்ட பிறகு, அது 16 சம பிரிவுகளாகப் பிரிக்கப்பட்டது. ஒவ்வொன்றும் ஒரு அடியின் அளவைக் குறிக்கிறது. சாராம்சத்தில், 'சராசரி' என்ற சொல் எங்கும் குறிப்பிடப்படவில்லை என்றாலும், இது 16 தனிப்பட்ட அடிகளின் சராசரியாகும்.

©KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

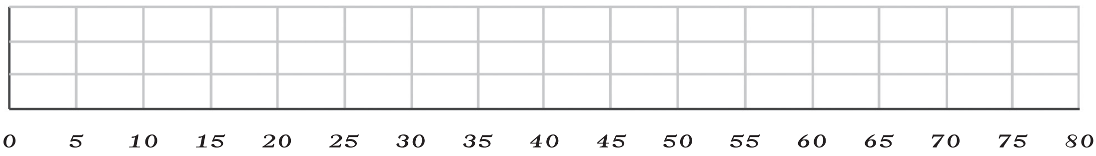
இதனைக் கண்டறிக.

1. யாஹாபூர் மற்றும் வாஹாபூரில் வெங்காய விலைகளின் இடைநிலையைக் கண்டு அறியவும்.

2. சன்ஸ்குருதி தனது வகுப்பில் உள்ளவர்களின் ஒவ்வொரு வீட்டிலும் எத்தனை வீட்டு விலங்குகள் மற்றம் செல்ல பிராணிகள் உள்ளன என்று கேட்டார். சில மாணவர்கள் அன்று வகுப்பிற்கு வரவில்லை. தரவு மதிப்புகள் 0, 1, 0, 4, 8, 0, 0, 2, 1, 1, 5, 3, 4, 0, 0, —, 10, 25, 2, —, 2, 4. சராசரி மற்றும் இடைநிலையைக் கண்டறியவும்.

3. ரிண்டு ஹப்ராவில் உள்ள ஒரு பேரீச்சம்பழ மரப் பண்ணையை கவனித்துக் கொள்கிறார். அவரது பண்ணையில் உள்ள மரங்களின் உயரம் (அடிகளில்) பின்வருமாறு கொடுக்கப்பட்டுள்ளது: 50, 45,

43, 52, 61, 63, 46, 55, 60, 55, 59, 56, 56, 49, 54, 65, 66, 51, 44, 58, 60, 54, 52, 57, 61, 62, 60, 60, 67.புள்ளி வரைப்படத்தை நிரப்பி, சராசரி மற்றும் இடைநிலையை குறிக்கவும். இந்த பனை மரங்களின் உயரங்களை நீங்கள் எவ்வாறு விவரிப்பீர்கள்? சராசரியை கண்டுப்பிடிப்பதற்கான விரைவான வழிகளை பற்றி நீங்கள் யோசிக்க முடியுமா? சராசரி உயரத்தை விட எத்தனை மரங்கள் குறைவாக உள்ளன?



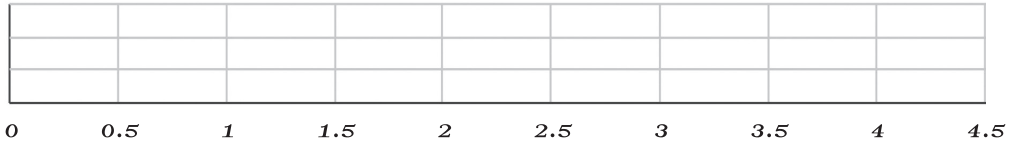
4. ஒரு குழாயிலிருந்து தினசரி நீர் பயன்பாடு அளவிடப்பட்டது. முதல் சில நாட்களுக்கு பயன்படுத்தப்பட்ட நீர் லிட்டரில்: 5.6, 8, 3.09, 12.9, 6.5, 12.1, 11.3, 20.5, 7.4.

(அ) சராசரி அல்லது இடைநிலை தினசரி பயன்பாடு 25 முதல் 30 வரை இருக்க முடியுமா? சராசரி மற்றும் இடைநிலையின் பொருளை பயன்படுத்தி உங்கள் கூற்றை நியாயப்படுத்துங்கள்.

(ஆ) ஒரு தரவில் சராசரி அல்லது இடைநிலை குறைந்தப்பட்ச மதிப்பை விட குறைவாகவோ அல்லது அதிகபட்ச மதிப்பைவிட அதிகமாகவோ இருக்க முடியுமா?

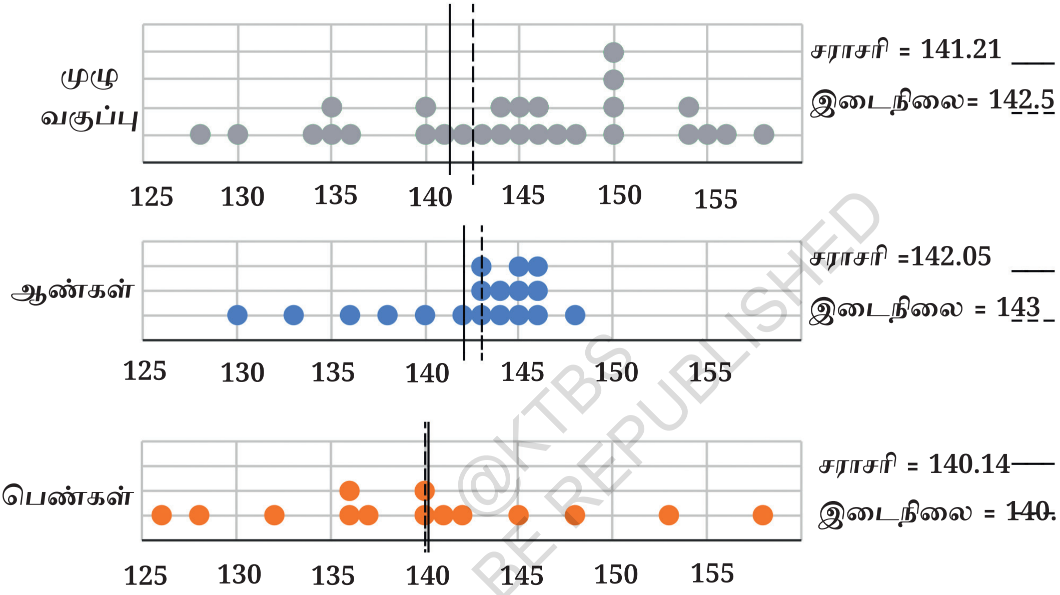
5. புதிதாகப் பிறந்த சிலக் குழந்தைகளின் எடைகள் கிலோ கிராமில் கொடுக்கப்பட்டுள்ளன. கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள புள்ளி வரைப்படத்தை நிரப்பவும் இந்தத் தரவை பகுப்பாய்வு செய்து ஒப்பிடவும்.

ஆண்கள்	3.5	4.1	2.6	3.2	3.4	3.8
பெண்கள்	4.0	3.1	3.4	3.7	2.5	3.4



@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

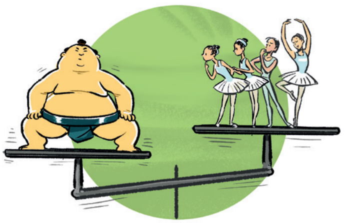
6. அதேப் பள்ளியின் 5 ஆம் வகுப்பு மாணவர்களின் மற்றொரு பிரிவின் உயரங்களின் புள்ளி வரைப்படங்கள் கீழே காட்டப்பட்டுள்ளன. உங்கள் அவதானிப்புகளைப் (observations) பகிர்ந்துக்கொள்ள முடியுமா? புள்ளி வரைப்படங்கள் மற்றும் மையப் போக்கு அளவீடுகளிலிருந்து நாம் என்ன ஊகிக்க முடியும்?



NOT TO BE REPUBLISHED @KTBS

? இரண்டு பிரிவுகளின் உயரங்களை ஒப்பிட்டு பாருங்கள். உங்கள் கருத்துக்களைப் பகிர்ந்து கொள்ளுங்கள்.

7. சில சுமோ மல்யுத்த வீரர்கள் மற்றும் பாலெட் நடனக் கலைஞர்களின் எடைகள்: சுமோ மல்யுத்த வீரர்கள்: 295.2கிகி, 250.7 கிகி, 234.1கிகி, 221.0 கிகி, 200.9 கிகி.



பாலெட் நடனக் கலைஞர்கள் : 40.3 கிகி, 37.6 கிகி, 38.8கிகி, 45.5கிகி, 44.1 கி.கி, 48.2 கிகி. பாலெட் நடனக் கலைஞரை விட சுமோ மல்யுத்த வீரர் தோராயமாக எத்தனை மடங்கு எடை கொண்டவர்?

5.3 தரவை காட்சிப்படுத்துதல்

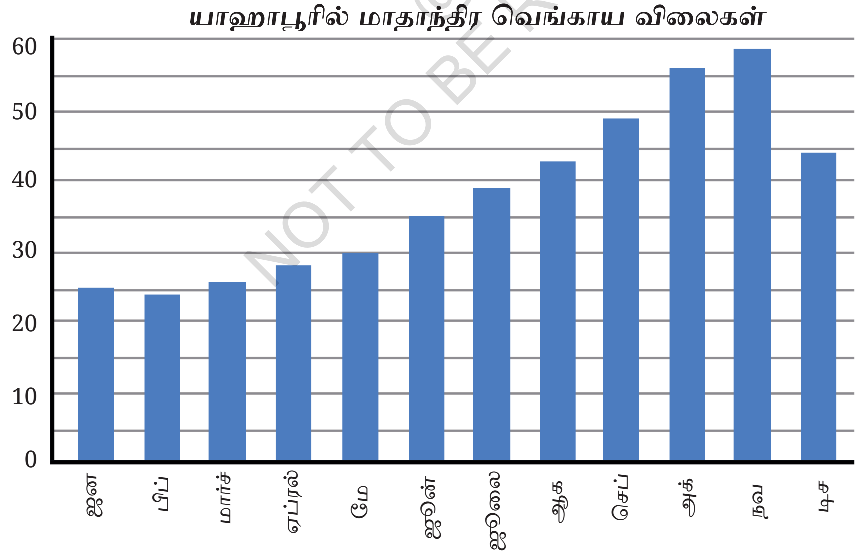
தரவை ஒரு படமாக வழங்கினால், நாம் பெரும்பாலும் அதை இன்னும் தெளிவாகப் புரிந்துக் கொள்ள முடியும். இது தரவு காட்சிப்படுத்தல் என்று அழைக்கப்படுகிறது. கடந்த ஆண்டு, வரைப்படங்களைப் பயன்படுத்தி தரவை எவ்வாறு காட்சிப்படுத்துவது என்பதைக் கண்டோம். காட்சி படுத்துதலை மேலும் ஆராய்வோம்.

நெடுவரிசைகளை இணைத்தல்

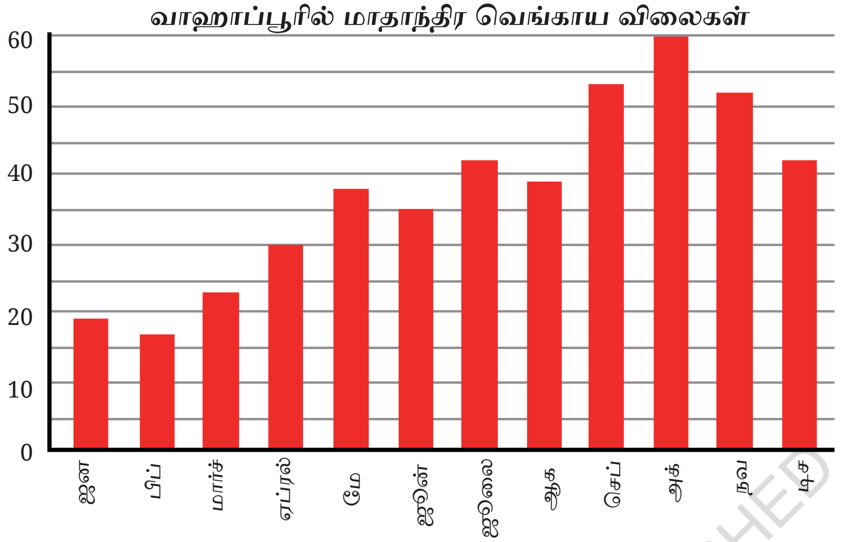
முன்னதாக, யாஹாபூர் மற்றும் வாஹாப்பூரில் மாதாந்திர வெங்காய விலைகளைப் பார்த்தோம்.

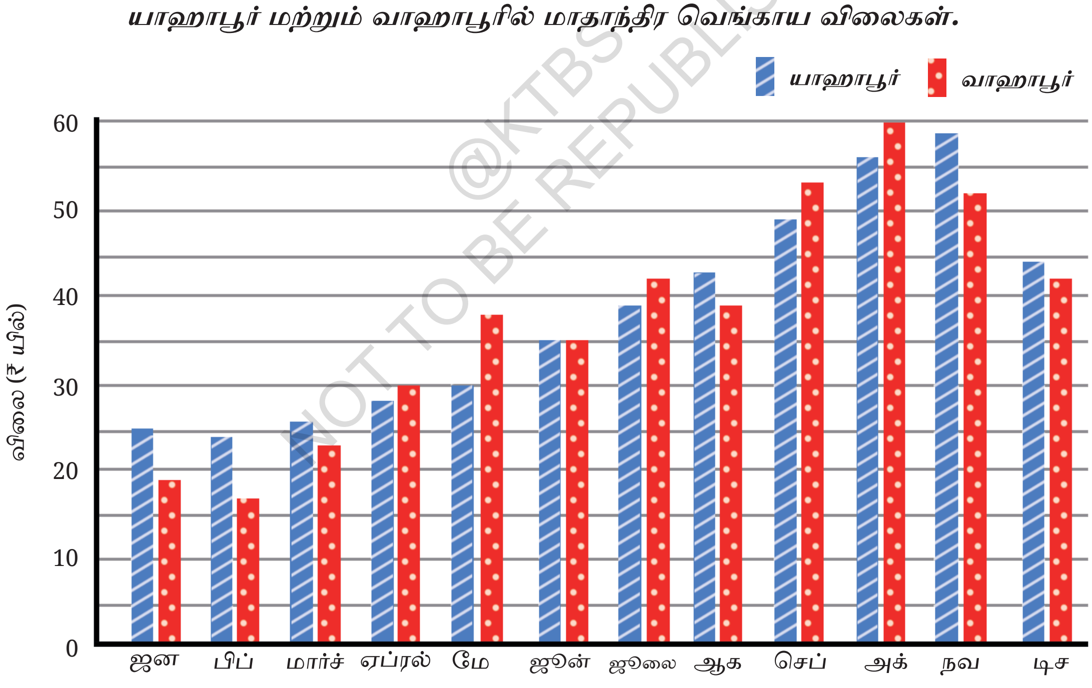
	ஜன	பிப்	மார்ச்	ஏப்ரல்	மே	ஜூன்	ஜூலை	ஆக	செப்	அக்	நவ	டிச
யாஹாபூர்	25	24	26	28	30	35	39	43	49	56	59	44
வாஹாபூர்	19	17	23	30	38	35	42	39	53	60	52	42

இந்தத் தரவிற்கான இரண்டு நெடுவரிசை வரைப்படங்கள் கீழேக் கொடுக்கப்பட்டுள்ளன.



© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED





@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

இரண்டு வரைப்படங்களையும் ஒரே வரைப்படமாக இணைக்கலாம். நாம் பட்டைகளை (bars) அருகருகே வரைகிறோம்! அட்டவணையில் உள்ள தரவு கீழே உள்ள வரைப்படத்துடன் பொருந்துகிறதா என்பதை சரிபார்க்கவும்.

இரண்டு இடங்களிலிருந்து தரவைத் தெளிவாகப் பிரிக்க வெவ்வேறு வண்ணங்களை பயன் படுத்துகிறோம். இது ஒரு **தொடுக்கப்பட்ட பட்டை வரைபடம்.** என்று அழைக்கப்படுகிறது. ஒவ்வொரு தொகுப்பிலும் இரண்டு நெடுவரிசை வரைபடம் இருப்பதால், இதை **இரட்டை நெடுவரிசை வரைபடம்** என்று அழைக்கிறோம்.

❓ இந்த வரைப்படத்தில் பயன்படுத்தப் படும் அளவுகோல் ஒவ்வொரு மாதமும் வெங்காயம் எங்கே விலை அதிகமாக இருக்கிறது என்பதை பட்டைகளின் ஒப்பீட்டு உயரங்கள் நமக்கு தெரிவிக்கின்றன. செங்குத்து கோட்டில் உள்ள குறிகளை குறிப்பிடுவதன் மூலமும் வித்தியாசத்தை நாம் பார்வைக்கு மதிப்பிடலாம்.

நிறங்களை வேறுப்படுத்திப் பார்ப்பதில் சிரமப்படுபவர்களுக்கு, இருக்கும் புள்ளிகள் மற்றும் சாய்வான கோடுகள் உதவுகின்றன. பொருட்கள் சாம்பல் அளவு கோலில் (கருப்பு-வெள்ளை) அச்சிடப்படும் போதும் இது பயனுள்ளதாக இருக்கும்.

❓ இரண்டு இடங்களிலும் மாதாந்திர விலைகளை ஒப்பிடுவது இப்போது எளிதானதா?

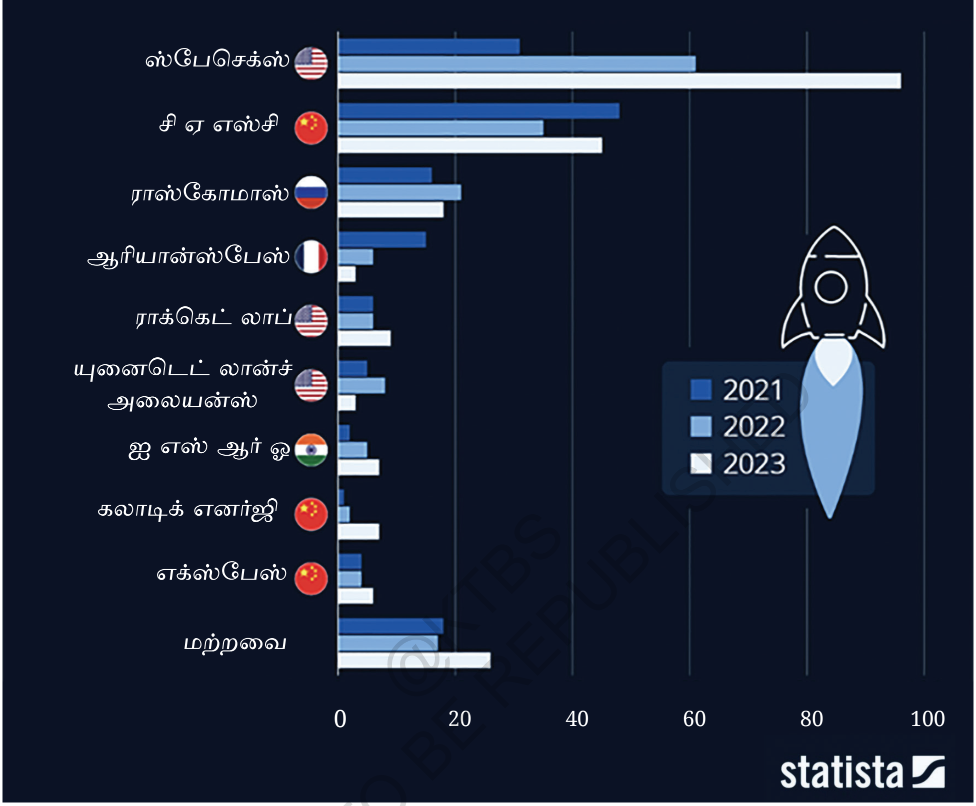
10...9...8...7...6...5...4...3...2...1... புறப்படு!

நீங்கள் அறிவியல் ஆய்வுகள் (இஸ்ரோவால் 2023இல் ஏவப்பட்ட சந்திராயன்-3 அல்லது நாசாவால் 1977இல் ஏவப்பட்ட வாயேஜர்-1 போன்றவை), கண்காணிப்பு செயற்கைக் கோள்கள் (இஸ்ரோவால் 1975இல் ஏவப்பட்ட ஆர்யபட்டா அல்லது சோவியத் விண்வெளித் திட்டத்தால் 1957 இல் ஏவப்பட்ட ஸ்புட்னிக்-1 போன்றவை) அல்லது சர்வதேச விண்வெளி நிலையத்திற்கு விண்வெளிப்பயணங்கள் பற்றி கேள்விப்பட்டிருக்கலாம். அனைத்து விண்வெளிப்பயனங்களும் ராக்கெட்டுகளை பயன்படுத்தி ஏவப்பட்டது. பல்வேறு அமைப்புகளால் உலகளாவிய ராக்கெட் ஏவுதல்களின் எண்ணிக்கையைக் காட்டும் கீழே உள்ள வரைப்படத்தை பாருங்கள்.

❓ உங்கள் கருத்துக்களை பகிர்ந்துக்கொள்ளுங்கள். (இந்த அமைப்புகள் எந்த நாடுகளை சேர்ந்தவை என்பதை அடையாளம் காண ஆசிரியரின் உதவியை நீங்கள் பெறலாம்)

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

நிறுவனங்கள்/விண்வெளி நிறுவனங்களால் உலகளவில் ஏவப்பட்ட ராக்கெட்டுகளின் எண்ணிக்கை.



@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

பெரும்பாலும் வரைப்படங்களில் நிறைய தகவல்கள் இருக்கும், அதைப்புரிந்துக் கொள்வது கடினமாக இருக்கலாம். வரைப்படங்களில் உள்ள தரவைப் புரிந்துக் கொள்வதை எளிதாக்குவதற்கு 2-படி செயல்முறையைப் பின்பற்றலாம்.

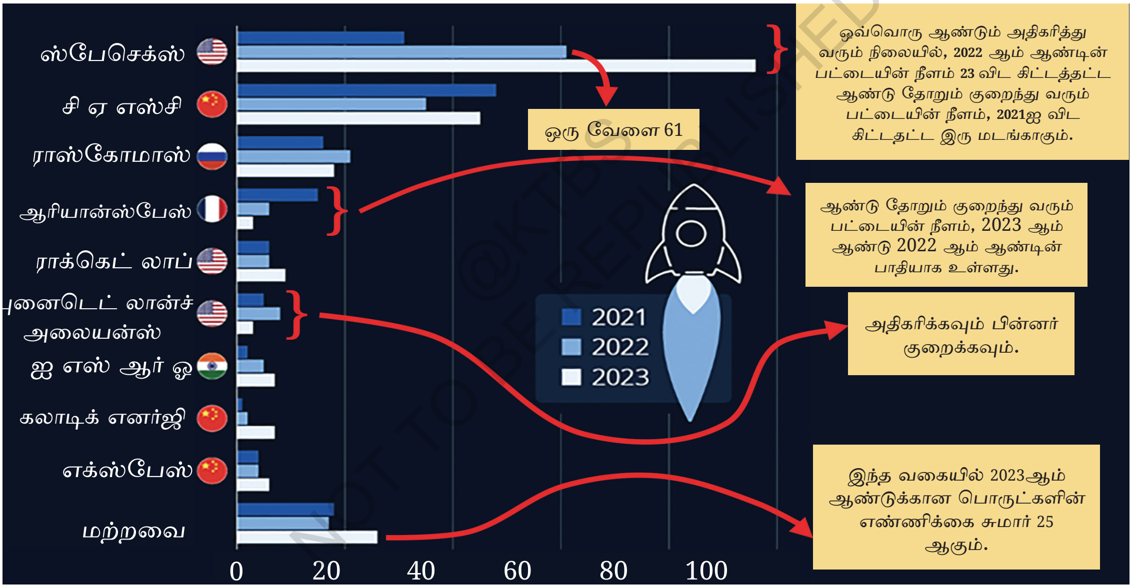
படிநிலை *1:* கொடுக்கப்பட்டுளதை அடையாளம் காண்க.

வரைப்படம் எவ்வாறு ஒழுங்கமைக்கப்பட்டுள்ளது. என்ன அளவுக்கோல் பயன்படுத்தப்படுகிறது மற்றும் தரவு என்ன வடிவமைப்புகளைக் காட்டுகிறது என்பதை கவனியுங்கள்.

- ஒவ்வொரு நிறுவனத்திற்கும் 2021, 2022 மற்றும் 2023 ஆம் ஆண்டுகளுக்காண ராக்கெட் ஏவுதல்களின் எண்ணிக்கை மூன்று அடுத்தடுத்த பட்டைகளாககாட்டப்பட்டுள்ளது. பயன்படுத்தப்படும்

அளவுகோல் 1 அலகு நீளம் = 20 ராக்கெட்டுகள். கீழே உள்ள எண்களை கவனியுங்கள்.

- ‘மற்றவை’ பிரிவு, வரைப்படத்தைக் குறுகியதாக வைத்திருக்க உலகளவில் ஒன்றிணைக்கப்பட்ட நிறுவனங்களைக் குறிக்கிறது.
- வெங்காய விலைகளின் இரட்டைப் பட்டை வரைப்படத்தில், மாதங்கள் வரிசையில் காட்டப்பட்டுள்ளன. அதாவது ஜனவரி முதல் டிசம்பர் வரை காலப்போக்கில் ஏற்படும் மாற்றத்தை கவனிக்க அதே சமயம், இந்த விஷயத்தில், நிறுவனங்களின் வரிசையில் ஏற்படும் மாற்றம் அர்த்தத்தை பாதிக்காது என்பதை நினைவில் கொள்ளவும்.



படிநிலை 2: கொடுக்கப்பட்டுள்ளவற்றிலிருந்து ஊகிக்கவும்.

? உங்கள் ஒவ்வொரு அவதானிப்பையும் பகுப்பாய்வு செய்து விளக்குங்கள்.

- கொடுக்கப்பட்ட காலக்கட்டத்தில் அமெரிக்கா, சீனா மற்றும் ரஷ்யா ஆகியவை முன்னணி ராக்கெட் ஏவுதள நாடுகள் என்று நாம் கூறலாம்.

- 2021 உடன் ஒப்பிடும்போது 2022இல் ஸ்பேஸ் X இரண்டு மடங்கு ராக்கெட்டுகளை ஏவியது. மேலும், 2022 உடன் ஒப்பிடும்போது 2023 இல் சுமார் 35 ராக்கெட்டுகளை கூடுதலாக ஏவியது.
- ஏரியன் ஸ்பேஸால் ஏவப்படும் ராக்கெட்டுகளின் எண்ணிக்கை ஒவ்வொரு ஆண்டும் குறைந்து வந்தது.
- யுனைடெட் லாஞ்ச் அலையன்ஸ் 2021ஐ விட 2022இல் அதிக ராக்கெட்டுகளை ஏவியது. 2022 மற்றும் 2021 ஆகிய இரண்டு ஆண்டுகளும் விட 2023 இல் அவர்கள் குறைவான ராக்கெட்டுகளை ஏவினார்கள்.
- மற்ற அமைப்புகள் 2023 இல் சுமார் 25 ராக்கெட்டுகளை ஏவின.

? இந்தத் தரவை பயன்படுத்தி பின்வரும் எந்த கூற்றுகளை நியாயப்படுத்த முடியும் என்பதைக் கண்டறியவும்.

(அ) அனைத்து அமைப்புகளும் முந்தைய ஆண்டுகளைவிட அதிக ராக்கெட்டுகளை ஏவின.

(ஆ) அமெரிக்காவை சேர்ந்த ஒரு அமைப்பு மட்டுமே ஒரே ஆண்டில் 50 க்கும் மேற்பட்ட ராக்கெட்டுகளை ஏவியது.

(இ) 3 ஆண்டுகளில் பிரான்ஸ் நாட்டால் ஏவப்பட்ட மொத்த ராக்கெட்டுகளின் எண்ணிக்கை 40க்கும் குறைவு.

(ஈ) இந்த 3 ஆண்டுகளில் CASC ஆல் ஏவப்பட்ட ராக்கெட்டுகளின் சராசரி எண்ணிக்கை சுமார் 40 ஆகும்.

(உ) இந்த 3 ஆண்டுகளில் இஸ்ரோ, காலக்டிக் எனர்ஜியை விட அதிக ராக்கெட்டுகளை ஏவியது.

(ஊ) இந்த 3 ஆண்டுகளில் ரஷ்யா 60 க்கும் மேற்பட்ட ராக்கெட்டுகளை ஏவியது.

? ஒவ்வொரு ஆண்டும் தொடர்ந்து அதிக ராக்கெட்டுகளை ஏவிய நிறுவனங்களைப் பட்டியலிடுங்கள்.

NOT TO BE REPUBLISHED @KTBS

? 2023 ஆம் ஆண்டில் உலகளவில் ஏவப்பட்ட மொத்த ராக்கெட்டுகளின் எண்ணிக்கையை கணக்கிடுங்கள்.

(அ) 200க்கும் குறைவாக (ஆ) 200 முதல் 400 வரை.

(இ) 400 முதல் 600 வரை (ஈ) 600க்கும் மேற்பட்டவை.

வரைப்படத்தை பார்த்தப் பிறகு நமக்கு பல கேள்விகள் எழலாம். அமெரிக்கா ஏன் மற்ற நாடுகளை விட அதிக ராக்கெட்டுகளை ஏவுகிறது என்று நாம் யோசிக்கலாம். அல்லது முந்தைய மற்றும் பிந்தைய ஆண்டுகளில் ஆண்டுகளின் தரவைப் பார்க்க நாம் ஆர்வமாக இருக்கலாம். இந்த வரைப்படத்தை பார்த்த பிறகு நீங்கள் என்ன தெரிந்து கொள்ள ஆர்வமாக உள்ளீர்கள்?

ஒரே நேரத்தில் கோடை மற்றும் குளிர்காலம்

கீழே உள்ள அட்டவணைகள் வெவ்வேறு நாடுகளில் உள்ள இரண்டு நகரங்களில் வானிலை தொடர்பான தரவை காட்டுகின்றன. கொடுக்கப்பட்டுள்ள எண்கள் மணிநேரங்களில் உள்ளன. தரவு எதனுடன் தொடர்புடையதாக இருக்கலாம் என்று உங்களால் ஊகிக்க முடியுமா?

நகரம் *1*

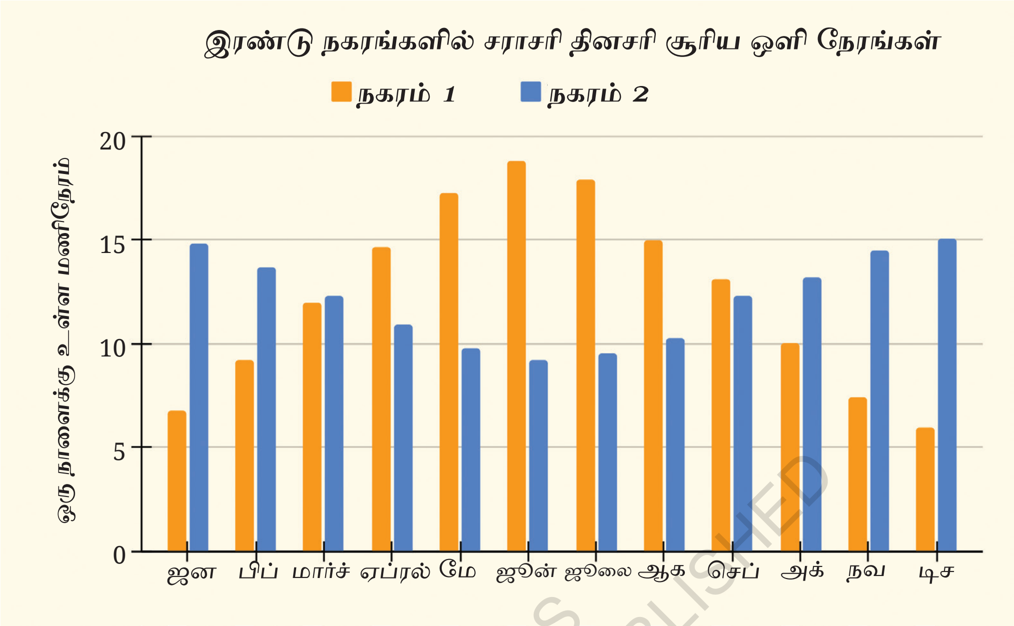
ஜன	பிப்	மார்ச்	ஏப்ரல்	மே	ஜூன்	ஜூலை	ஆக	செப்	அக்	நவ	டிச
210	257	372	441	536	564	555	465	394	310	222	186

நகரம் *2*

ஜன	பிப்	மார்ச்	ஏப்ரல்	மே	ஜூன்	ஜூலை	ஆக	செப்	அக்	நவ	டிச
459	384	381	327	304	276	295	318	369	409	435	468

இந்த இரண்டு நகரங்களிலும் ஆண்டு முழுவதும். மாதாந்திர பகல் நேரங்களை (அதாவது, சூரியன் அடிவானத்திற்கு ஓரளவு மேலே உள்ளது) தரவு காட்டுகிறது. இந்த தரவின் அடிப்படையில் ஒவ்வொரு மாதமும் ஒரு நாளைக்கு சராசரி பகல் நேரங்களைக் காட்டும் ஒரு தொகுப்பு பட்டை வரைப்படம் கீழேக் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. இந்த சராசரி மாதாந்திர பகல் நேரங்களை மாதத்தின் நாட்களின் எண்ணிக்கையால் வகுப்பதன் மூலம் பெறப்படுகிறது.

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED



வழங்கப்பட்ட தகவல்களை அடையாளம் கண்டு விளக்குவதற்கு 2-படி செயல் முறையைப் பின்பற்றுவோம்.

படிநிலை 1: கொடுக்கப்பட்டுள்ளதை அடையாளம் காணவும்.

? வரைப்படம் எவ்வாறு ஒழுங்கமைக்கப்பட்டுள்ளது, என்ன அளவுக்கோல் பயன்படுத்தப்படுகிறது மற்றும் தரவு என்ன அமைப்பை காட்டுகிறது என்பதை கவனியுங்கள்.

- கிடைமட்டக் கோடு வருடத்தின் மாதங்களை காட்டுகிறது. செங்குத்து கோடு 1 அலகு = 5 மணிநேரம் என்ற அளவைப் பயன்படுத்தி ஒரு நாளைக்கு சராசரி பகல் நேரத்தைக் காட்டுகிறது. ஜூன் மாதம் நகரம் 1க்கு அதிகபட்ச மதிப்பையும் நகரம் 2க்கு குறைந்தபட்ச மதிப்பையும் கொண்டுள்ளது.

படிநிலை 2: கொடுக்கப்பட்டுள்ளவற்றிலிருந்து ஊகிக்கவும்.

? உங்கள் ஒவ்வொரு அவதானிப்பையும் பகுப்பாய்வு செய்து விளக்குங்கள். பொருத்தமான சுருக்கம் மற்றும் முடிவு அறிக்கைகளைப் பகிர்ந்து கொள்ளுங்கள்.

NOT TO BE REPUBLISHED ©KTBS

ஜனவரி மாதத்திலிருந்து நகரம் 1 இல் ஒரு நாளைக்கு சராசரி பகல் நேரங்களின் எண்ணிக்கை அதிகரித்து, ஜூன் மாதத்தில் அதிகபட்சமாக 17-18 மணிநேரத்தை அடைகிறது. பின்னர் அது குறைந்து, டிசம்பரில் குறைந்தபட்ச 6 மணிநேரத்தை அடைகிறது.

- ஜனவரி மாதத்திலிருந்து நகரம் 2இல் ஒரு நாளைக்கு சராசரி பகல் நேரங்களின் எண்ணிக்கை குறைந்து, ஜூன் மாதத்தில் குறைந்த பட்சம் 9 மணிநேரத்தை எட்டுகிறது. பின்னர் அது அதிகரித்து டிசம்பரில் அதிகபட்சமாக 15 மணி நேரத்தை எட்டுகிறது.

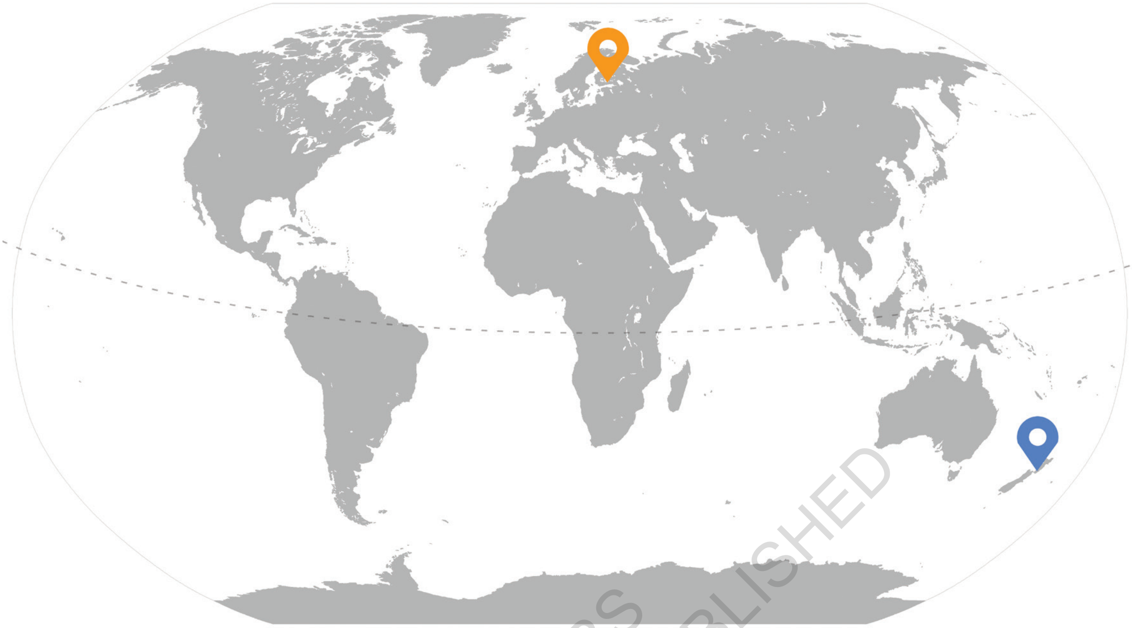
- நகரம் *1* இல் அதிகபட்ச மற்றும் குறைந்தபட்ச மதிப்புகள் நகரம் *2* ஐ விட மிகவும் தீவிரமானவை. அதாவது நகரம் *1*இன் ஒரு நாளைக்கு அதிகபட்ச பகல் நேரங்கள் நகரம் *2* ஐ விட அதிகமாகவும், நகரம் *1* இன் ஒரு நாளைக்கு குறைந்தபட்ச பகல் நேரங்கள் நகரம் *2*ஐ விட குறைவாகவும் உள்ளன.

- ஜூன் மாதத்தில், நகரம் 1 ஒரு முழு நாளின் $\frac{3}{4}$ பாகம் (24 மணி நேரம்) பகல் வெளிச்சத்தை அனுபவிக்கிறது. அதே சமயம் டிசம்பர் - ஜனவரி மாதங்களில், ஒரு முழு நாளின் $\frac{1}{4}$ பாகம் மட்டுமே பகல் வெளிச்சத்தை அனுபவிக்கிறது.

? இந்த இரண்டு நகரங்களும் எங்கு அமைந்துள்ளன என்பது பற்றிய சில யோசைனைகளை இது தருகிறதா?

நகரம் *1* மற்றும் நகரம் *2* ஆகியவை முறையே வடக்கு மற்றும் தெற்கு அரைக்கோளங்களில் பூமத்திய ரேகையிலிருந்து தொலைவில் அமைந்துள்ளன. நகரம் *1* ஃபின்லாந்தின் ஹெல்சின்கி மற்றும் நகரம் *2* நியூசிலாந்தின் வெலிங்க்டன் ஆகும், இவையும் வரைப்படத்தில் காட்டப்பட்டுள்ளன. ஜூன் மாதத்தில், வடக்கு அரைக்கோளம் சூரியனை நோக்கி சாய்ந்திருப்பதால் பகல் நேரம் அதிகமாக இருக்கும்; இங்கு கோடைக்காலம். இதற்கிடையில், தெற்கு அரைக்கோளம் சூரியனிடமிருந்து சாய்ந்து, குறுகிய நாட்களுக்கு வழிவகுக்கிறது. இங்கு குளிர்கால நேரம். தலை கீழ் பருவகால பகல் நேர முறை, நகரங்கள் எதிர் அரைக்கோளங்களில் அமைந்திருப்பதால் ஏற்படுகிறது. தரவுகளில் பெரிய மாறுபாடு என்னவென்றால், அவை பூமத்திய ரேகையிலிருந்து தொலைவில் இருப்பதால் தான்.

© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED



@KTBS
NOT TO BE REPUBLISHED

நீங்கள் வேறு ஏதாவது ஆராய விரும்புகிறீர்களா?

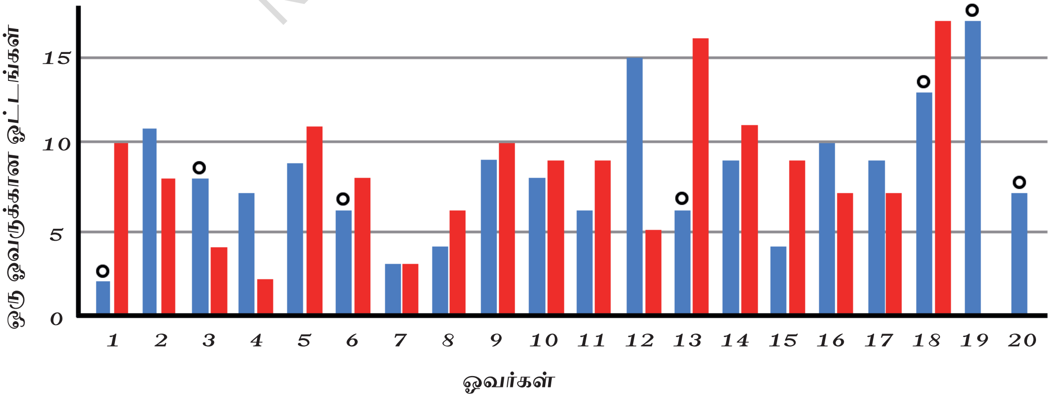
©timeanddate.com/Brendan Goodenough

(நார்வே) ஆண்டோயாவில் நள்ளிரவு சூரியன்.

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

ஒரு நிமிடம் போதும்

நீங்கள் எப்போதாவது கிரிக்கெட் போட்டியைப் பார்க்க தவறவிட்டிருக்கிறீர்களா? ஒரு வரைப்படத்தை பார்ப்பதன் மூலம் ஒரு நிமிடத்தில் அதை பார்த்து விடலாம். பின்வரும் வரைப்படங்களை போன்ற வரைப்படங்களை நீங்கள் பார்த்திருக்கலாம்.



கிடைமட்டக் கோடு 1லிருந்து தொடங்கும் ஓவர்களை பட்டியலிடுகிறது, மேலும் செங்குத்து கோடு ஒவ்வொரு ஓவரிலும் எடுக்கப்பட்ட ரன்களை குறிக்கிறது. வரைபடம் ஒரு ஓவரில் எடுக்கப்பட்ட ரன்களின் எண்ணிக்கையை இரட்டை பட்டை வரைப்படமாக காட்டுகிறது - ஒவ்வொரு பட்டையும் ஒரு அணிக்கு ஒத்திருக்கிறது. அவர்களை நீல அணி (நீல நிறத்தில் குறிக்கப்படுகிறது) மற்றும் சிவப்பு அணி (சிவப்பு நிறத்தால் குறிக்கப்படுகிறது) என்று அழைப்போம். ஒரு ஓவரில் எடுக்கப்பட்ட ரன்களுக்கு பயன்படுத்தப்படும் அளவுக்கோல் 1அலகு = 5 ரன்கள். பட்டையின் மேல் காட்டப்பட்டுள்ள வட்டங்கள் அந்த ஓவரில் ஒரு விக்கெட் விழுந்ததைக் குறிக்கின்றன.

? வரைப்படத்தின் அடிப்படையில் பின்வரும் கேள்விகளுக்கு பதிலளிக்கவும்.

1. யார் முதலில் பாட்டிங் செய்தார்கள் என்று சொல்ல முடியுமா? போட்டியில் யார் வென்றார்கள்?
2. நீல அணி 12 ஓவர்களில் எத்தனை ரன்கள் எடுத்தது?.
3. எந்த ஓவரில் சிவப்பு அணி குறைந்த ரன்கள் எடுத்தது?
4. முதலில் பேட்டிங் செய்யும் அணி நிர்ணையிக்கும் இலக்கை சொல்வது எளிதானதா?

? இதனைக் கண்டறியவும்.

கணித பேச்சு

1. பின்வரும் விளக்கப்படம் காற்றிலும், நிலத்திலும், நீரிலும் சில விலங்குகளின் வேகத்தைக் காட்டுகிறது. இந்த வரைப்படத்தை பட்டை வரைப்படம் என்று அழைக்கலாமா?

(அ) இந்த வரைப்படத்தில் பயன்படுத்தப்படும் அளவுக்கோல் என்ன?

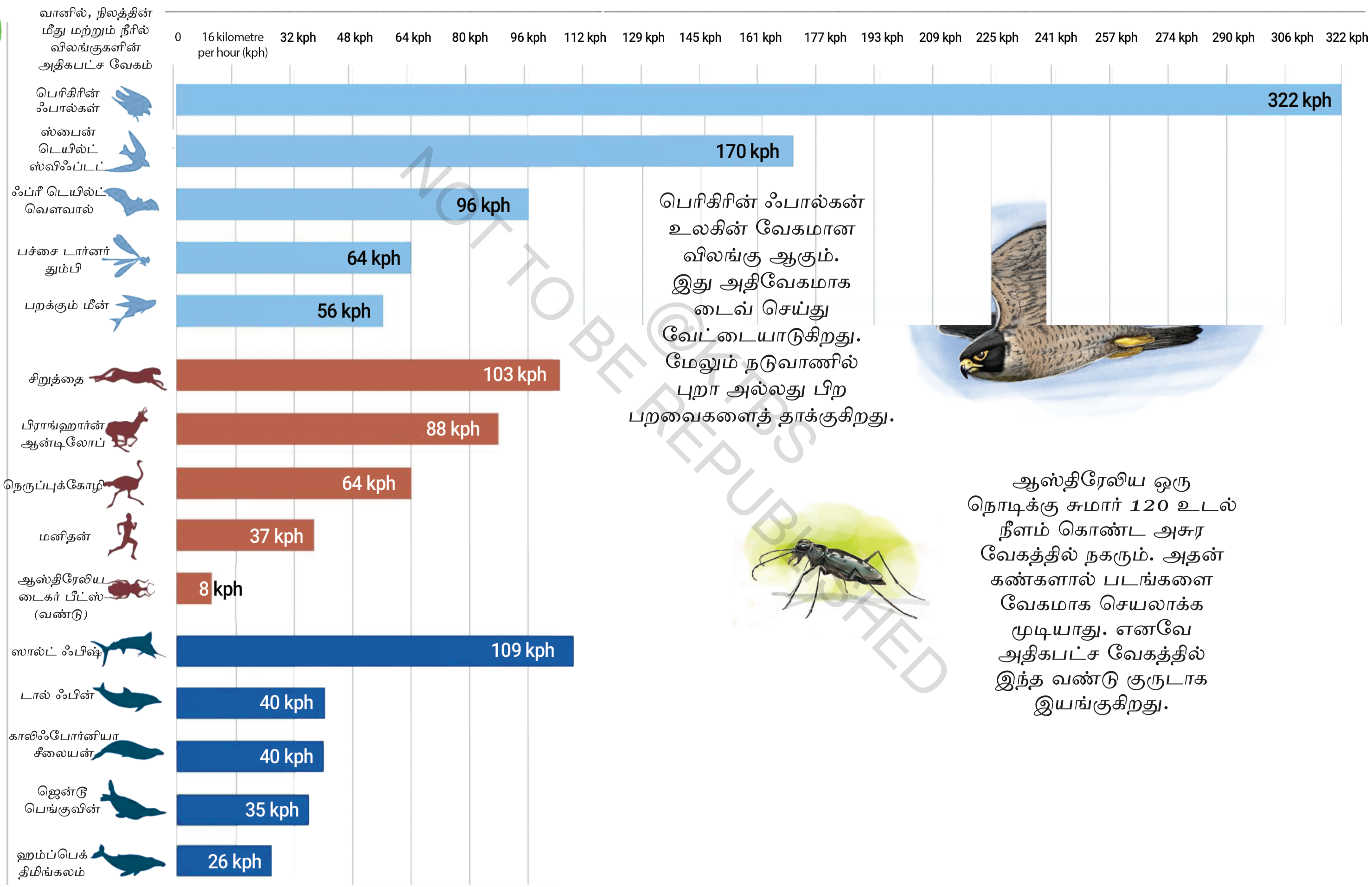
(ஆ) இந்த விளக்கப்படத்தில் உங்களுக்கு சுவாரஸ்யமாக என்ன தோன்றியது? மேலும் என்ன ஆராய விரும்புகிறீர்கள்?

(இ) ஒன்றின் வேகம் மற்றொன்றை விட இரண்டு மடங்கு அதிகமாக இருக்கும். ஒரு ஜோடி உயிரினங்களை அடையாளம் காணவும்.

(ஈ) ஒரு பாய்மர மீன், ஒரு கூன் முதுரு திமிங்கலத்தை விட 4 மடங்கு வேகமானது என்று சொல்ல முடியுமா ? ஒரு பாய்மர மீன் உலகின் வேகமான நீர்வாழ் விலங்கு என்று சொல்ல முடியுமா?

NOT TO BE REPUBLISHED @KTBS

எவ்வளவு வேகமாக?



பெரிகிரின் ஃபால்கன் உலகின் வேகமான விலங்கு ஆகும். இது அதிவேகமாக டைவ் செய்து வேட்டையாடுகிறது. மேலும் நடுவானில் புறா அல்லது பிற பறவைகளைத் தாக்குகிறது.

ஆஸ்திரேலிய ஒரு நொடிக்கு சுமார் 120 உடல் நீளம் கொண்ட அசுர வேகத்தில் நகரும். அதன் கண்களால் படங்களை வேகமாக செயலாக்க முடியாது. எனவே அதிகபட்ச வேகத்தில் இந்த வண்டு குருடாக இயங்குகிறது.

© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

2. பிரேயஷி தனது மாணவர்களிடம் "நீர் வாழ் (நீர் வழி), வான்வழி (காற்றில் பரவும்) அல்லது விண்வெளியில் பரவும் ஒரு அற்புதமான சக்தியை பெற்றால், நீங்கள் எதைத் தேர்ந்தெடுப்பீர்கள்?" என்று கேட்டார். பதில்கள் கீழே காட்டப்பட்டுள்ளன. சிலர் எதையும் தேர்வு செய்யவில்லை. இரண்டு தரவுகளும் ஒவ்வொரு விருப்பத்தையும் எவ்வாறு தேர்ந்தெடுத்தன என்பதை ஒப்பிட்டு இரட்டை பட்டை வரைப்படத்தை வரையவும். பொருத்தமான அளவை தேர்வு செய்யவும்.

வகுப்பு 5	w, a, a, a, w, n, s, a, n, w, a, a, a, a, a, w, w, s, a, a, n, w, a, a, n
வகுப்பு 9	n, w, s, a, s, w, s, s, a, a, w, s, s, a, s, a, n, w, s, s, a, w, a, w, a

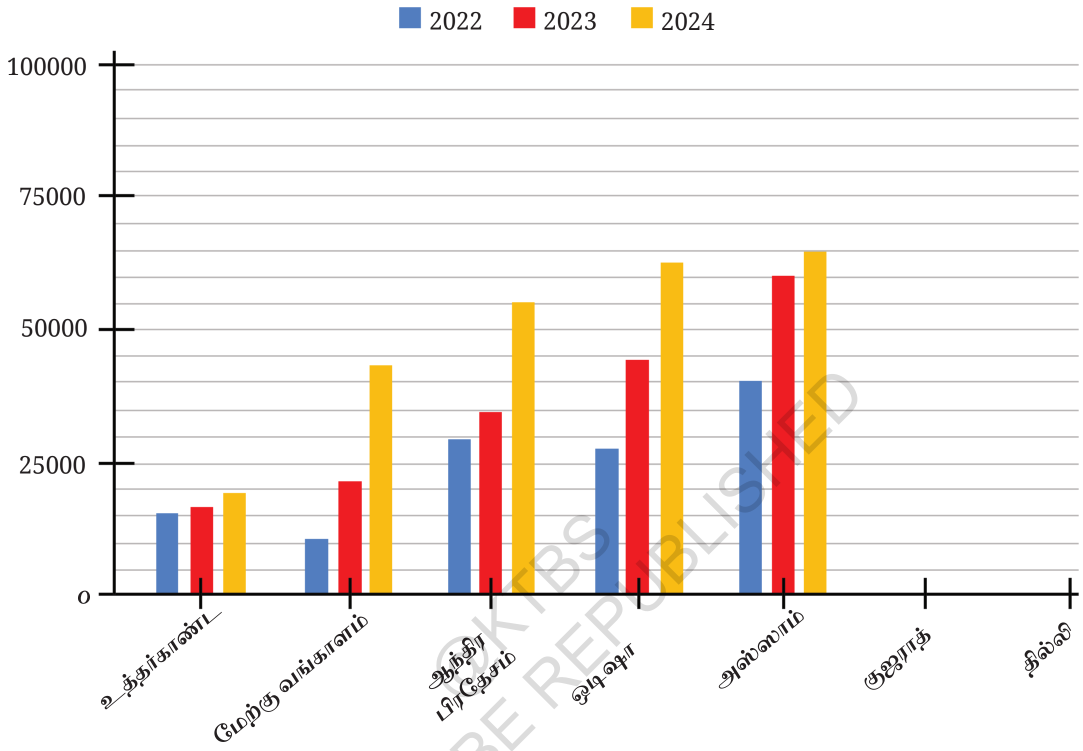
NOT TO BE REPUBLISHED ©KTBS

3. ராஜஸ்தானின் ஜோத்பூரில் வெவ்வேறு மாதங்களில் இரண்டு நாட்களில் வெப்பநிலை மாறுபாடு கீழேக் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. இரட்டைபட்டை வரைப்படத்தை வரையவும். 1 அலகு = 4^0C அளவைப் பயன்படுத்தவும். இந்த நாட்கள் எந்த இரண்டு மாதங்களை சேர்ந்தவை என்று உங்களால் ஊகிக்க முடியுமா?

	12 am	3 am	6 am	9 am	12 pm	3 pm	6 pm	9 pm
நாள் 1	20°C	18°C	16°C	20°C	26°C	34°C	30°C	24°C
நாள் 2	37°C	34°C	30°C	33°C	37°C	43°C	42°C	39°C

4. பின்வரும் தொகுப்பு பட்டை வரைப்படம் 2022 முதல் 2024 வரை ஒவ்வொரு ஆண்டும் சில மாநிலங்களில் பதிவு செய்யப்பட்ட மின்சார வாகனங்களின் எண்ணிக்கையை காட்டுகிறது.

வருடத்திற்கு பதிவுசெய்யப்பட்ட மின்சார வாகனங்களின் எண்ணிக்கை



© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

(a) குஜராத் மற்றும் தில்லி மாநிலங்களுக்கான தரவு (ஆயிரக்கணக்கில் வட்டமிடப்பட்டது) கீழே உள்ள அட்டவணையில் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. தொடர்புடைய பட்டைகளை பட்டை வரைப்படத்தில் குறிக்கவும். (நீங்கள் பட்டைகளின் மேற்புறத்தை இரண்டு பொருத்தமான செங்குத்து வழிக்காட்டுதல்களுக்கு இடையில் வைத்தால் போதும்).

	2022	2023	2024
குஜராத்	69000	89000	78000
தில்லி	62000	74000	81000

(b) வரைப்படம் எவ்வாறு ஒழுங்கமைக்கப் பட்டுள்ளது. என்ன அளவுக்கோல் பயன்படுத்தப்படுகிறது மற்றும் தரவு என்ன அமைப்பைக் காட்டுகிறது என்பதைக் கவனியுங்கள்.

(c) 2022 மற்றும் 2024 க்கு இடையில் பல்வேறு மாநிலங்களுக்கான மாற்றத்தை எவ்வாறு விவரிப்பீர்கள்?

(d) 2022 உடன் ஒப்பிடும்போது 2023 அசாம் தோராயமாக எத்தனை பதிவுகளைப் பெற்றது?

(e) வங்காளத்தில் 2022 முதல் 2024 வரை பதிவுகள் எத்துனை மடங்கு அதிகரித்தன?

(f) இந்த கூற்று சரியானதா-2023 மற்றும் 2024ஆம் ஆண்டுகளில் உத்தரகாண்டில் மிகக் குறைவான புதிய பதிவுகள் மட்டுமே இருந்தன. ஏனெனில் பட்டைகளின் நீளத்தில் அதிகரிப்பு மிகக் குறைவு?

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

5.4 தரவு துப்பறிவாளர்

ஒரு அழகான கதையை உருவாக்க நன்கு வடிவமைக்கப்பட்ட வாக்கியங்களை ஒன்றன் பின் ஒன்றாக பயன்படுத்துகிறோம். அதேப்போல் நன்கு ஒழுங்கமைக்கப்பட்ட மற்றும் நன்கு வழங்கப் பட்ட தரவு சுவாரஸ்யமான கதைகளைச் சொல்ல முடியும். மேலும், புதிய மர்மங்களை வெளிப்படுத்தவும் அல்லது மர்மங்களைத் தீர்க்கவும் உதவும்.

உயரமான கதைகளை கூறுவது.

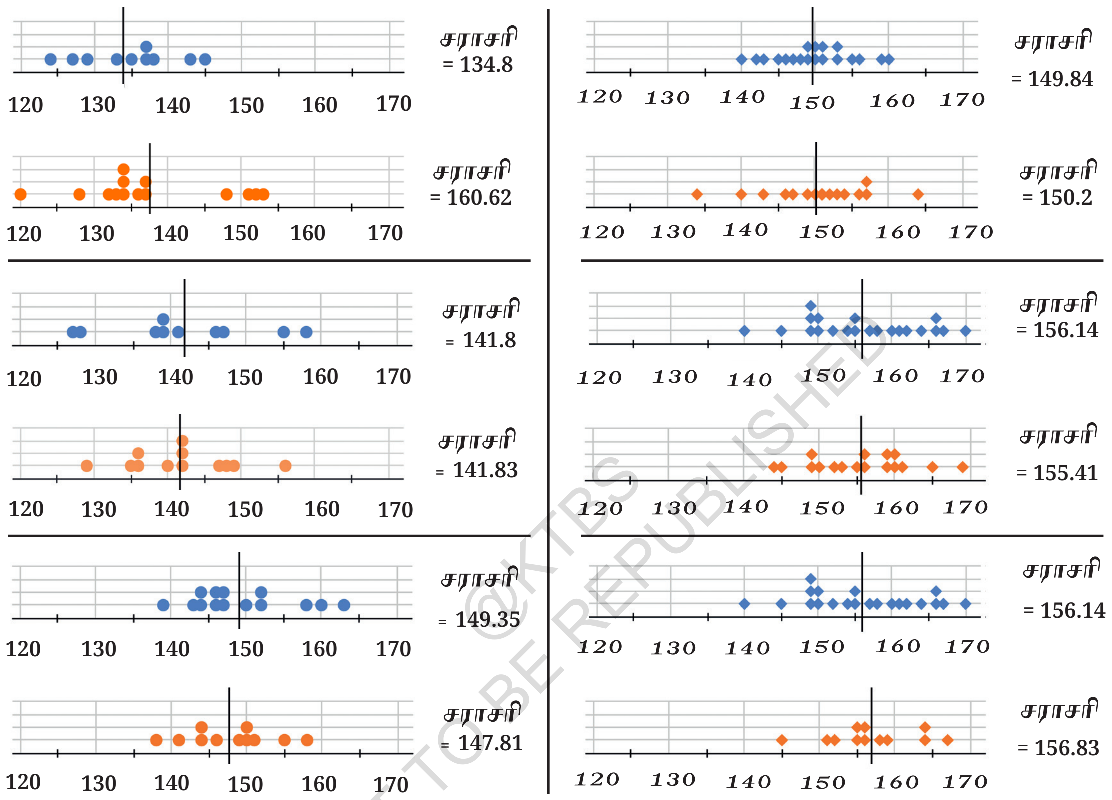
கணித பேச்சு

முன்னதாக ஒவ்வொரு வகுப்பிலும் ஆண் மற்றும் பெண் குழந்தைகளின் உயரம் கொண்ட இரண்டு வகுப்பு 5 வகுப்பறைகளின் தரவை பார்த்தோம். அங்கு ஒரு வகுப்பில் பெண் குழந்தைகளின் சராசரி உயரம் ஆண்களை விட அதிகமாகவும், மற்றொரு வகுப்பில் நேர்மாறாக இருந்தது.

? இரண்டு வெவ்வேறு பள்ளிகளில் 6, 7 மற்றும் 8 ஆம் வகுப்புகளில் (அந்தவரிசையில்) சிறுவர்கள் (நீல நிறத்தில்) மற்றும் சிறுமிகள் (ஆரஞ்சு நிறத்தில்) உயரங்களின் புள்ளி வரைப்படங்கள் பின்வருமாறு.

நீங்கள் என்ன கவனித்தீர்கள்? உங்கள் அவதானிப்புகளை பகிர்ந்துக் கொள்ளுங்கள்.

பள்ளி A பள்ளி B



@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

இந்தத் தரவை பார்க்கும்போது, நீங்கள் யோசிக்கலாம். “இந்த இரண்டு பள்ளிகளிலும் ஒரே வகுப்புகளில் உயரத்தில் ஏன் கணிசமான வேறுபாடு உள்ளது?”

“இந்தப் பள்ளிகள் எங்கே உள்ளன?”

“என் பள்ளியில் 6 முதல் 8ஆம் வகுப்பு படிக்கும் மாணவர்கள் எவ்வளவு உயரமாக இருக்கிறார்கள்?”

“6ஆம் வகுப்பு படிக்கும் அனைத்து சிறுவர் மற்றும் சிறுமிகளின் சராசரி உயரம் என்ன?”

பொதுவாக ஆண்கள் பெண்களை விட உயரமாக இருப்பதை நாம் காண்கிறோம். ஆனால் சிறுவர் சிறுமிகளின் உயரம் என்ன? சிறுவர்கள்

சிறுமிகளை விட உயரமாக இருப்பதை நாம் காண்கிறோமா? சரி, ஒன்று அல்லது இரண்டு பள்ளிகளின் தரவை பார்ப்பதன் மூலம், நம் நாட்டிலும் அல்லது உலகம் முழுவதும் உள்ள அனைத்து குழந்தைகளுக்கும் பொதுவானதாக இருக்க முடியாது.

இந்தியாவில் வெவ்வேறு வயதுடைய சிறுவர் மற்றும் சிறுமிகளின் உயரம் குறித்த சில தரவுகளை (ஒரு கணக்கெடுப்பின் அடிப்படையில) பார்ப்போம். 1989, 1999, 2009 மற்றும் 2019 ஆம் ஆண்டுகளில் 5 முதல் 19 வயது வரையிலான சிறுவர் மற்றும் சிறுமிகளின் சராசரி உயரத்தை காட்டுகிறது. (சென்டிமீட்டரில்) பின்வரும் அட்டவணை காட்டுகிறது. ஒவ்வொரு ஆண்டும் முதல் நெடுவரிசை சிறுவர்களின் உயரத்தையும், இரண்டாவது நெடுவரிசை சிறுமிகளின் உயரத்தையும் காட்டுகிறது.

Age	1989		1999		2009		2019	
5	101.3	100	102.4	101.7	105.1	104	107.1	107.2
6	107.5	106	108.7	107.5	111	109.7	113.1	112.9
7	113	111.4	114.2	112.6	116.2	114.8	118.6	118
8	118.1	116.5	119.2	117.5	120.9	119.6	123.5	122.7
9	122.9	121.7	123.9	122.4	125.2	124.5	128.1	127.6
10	127.5	127.3	128.3	127.8	129.4	129.9	132.6	132.8
11	132.2	133.4	132.8	133.6	133.7	135.7	137	138.6
12	137.7	139	138	139.1	138.9	141.1	142.2	143.8
13	144.2	143.2	144.3	143.1	145.2	145.1	148.4	147.7
14	150.6	146.2	150.5	146.1	151.5	148	154.4	150.4
15	155.4	148.5	155.2	148.4	156.3	150.1	159	152.4
16	158.9	150.1	158.7	150.1	159.9	151.6	162.3	153.8
17	161.3	151.2	161.4	151.3	162.6	152.6	164.6	154.7
18	162.9	151.8	163.2	152.1	164.3	153	166	155.2
19	163.5	151.9	164.2	152.4	165.1	153	166.5	155.2

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

கணித பேச்சு

? இந்த அட்டவணையில் கொடுக்கப்பட்டுள்ள தரவை கவனிக்க போதுமான நேரத்தை செலவிடுங்கள். உங்கள் கண்டுப்பிடிப்புகளை வகுப்பினருடன் பகிர்ந்து கொள்ளுங்கள்.

இவை நீங்கள் ஆராய வேண்டிய சில தூண்டுதல்கள்.

- 1989 முதல் 2019 வரை ஒரு குறிப்பிட்ட வயதுடைய சிறுவர்கள் அல்லது சிறுமியர்களின் உயரத்தில் ஏற்பட்ட மாற்றங்கள்.
- ஒரு குறிப்பிட்ட ஆண்டில் வெவ்வேறு வயதுகளில் ஆண் குழந்தைகளுக்கும் பெண்களுக்கும் இடையிலான உயரம்.
- 2019 ஆம் ஆண்டில் சிறுவர் மற்றும் சிறுமிகளின் தொடர்ச்சியான வயதுகளுக்கு இடையே உயரத்தில் ஏற்படும் மாற்றங்கள்.

? பின்வரும் எந்த கூற்றை, தரவுகளைப் பயன்படுத்தி நியாயப்படுத்த முடியும்?

1. 1989 முதல் 2019 வரை, ஒவ்வொரு வயதிலும் ஆண் மற்றும் பெண் இருவரின் சராசரி உயரம் அதிகரித்துள்ளது.
2. 1989ஆம் ஆண்டில், 13 வயது சிறுமிகளின் சராசரி உயரம், 2009 ஆம் ஆண்டில் 14 வயது சிறுமிகளின் சராசரி உயரத்தை விட அதிகமாக உள்ளது.
3. 2019 ஆம் ஆண்டில் 15 வயது சிறுவர்களின் சராசரி உயரம், 1989 ஆம் ஆண்டில் 16 வயது சிறுவர்களின் சராசரி உயரத்தை விட அதிகமாக உள்ளது.
4. 13 வயதுடைய அனைத்து பெண்களும் 11 வயதுடைய அனைத்து பெண்களையும் விட உயரமானவர்கள்.
5. 5 முதல் 19 வயது வரை, சராசரி பையனின் உயரம் சராசரி பெண்ணின் உயரத்தை விட அதிகமாக உள்ளது.
6. 19 வயதுக்கு மேல் கூட சிறுவர்கள் வளர்ந்து கொண்டே இருக்கிறார்கள்.

©KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

கணித பேச்சு

? 2019 ஆம் ஆண்டில் 5 முதல் 19 வயது வரையிலான் எந்த இரண்டு தொடர்ச்சியான வயதுகளுக்கு இடையில் சிறுவர்கள் அதிகமாக வளர்ந்தார்கள்? 5 முதல் 19 வயது வரையிலான எந்த இரண்டு தொடர்ச்சியான வயதுகளுக்கு இடையில் பெண்கள் அதிகமாக வளர்ந்தார்கள்?

? புதிதாக பிறந்த குழந்தையின் சராசரி உயரம் 50 செ.மீ என்று வைத்துக் கொள்வோம். 1 முதல் 4 வயது வரையிலான இளம் குழந்தைகளின் சராசரி உயரத்தை மதிப்பிடுங்கள்.

? அட்டவணையில் காணப்படும் போக்கின் அடிப்படையில், 2029 ஆம் ஆண்டில் 5 முதல் 19 வயது வரையிலான சிறுவர் மற்றும் சிறுமிகளின் உயரத்தின் மதிப்பீடுகளை எழுதுங்கள்.

நீங்கள் தரவு அல்லது ஏதேனும் வரைப்படத்தை பார்க்கும் போதெல்லாம், அது சொல்ல வேண்டிய கதையையும், அது வைத்திருக்கும் மர்மங்களையும் அறிய கூர்ந்து பாருங்கள்.

எடைகளின் தரவை நீங்கள் பார்க்க விரும்பலாம் அல்லது இது போன்ற வடிவங்கள் மற்ற நாடுகளிலும் உள்ளதா என்று பார்க்க நீங்கள் ஆர்வமாக இருக்கலாம். சில நூற்றாண்டுகளுக்கு முன்பு மனிதர்கள் மிகவும் குட்டையாக இருந்தார்களா என்றும் நீங்கள் யோசிக்கலாம். மேலும் சில நாடுகளில் உள்ள மக்கள் மற்றவர்களை விட உயரமாக இருக்கிறார்களா? *1989* முதல் *2019* வரை வெவ்வேறு நாடுகளை சேர்ந்த *19* வயது சிறுவர் மற்றும் சிறுமிகளின் சராசரி உயரத்தில் ஏற்பட்ட மாற்றத்தை பின்வரும் காட்சிப்படுத்துதல் காட்டுகிறது.

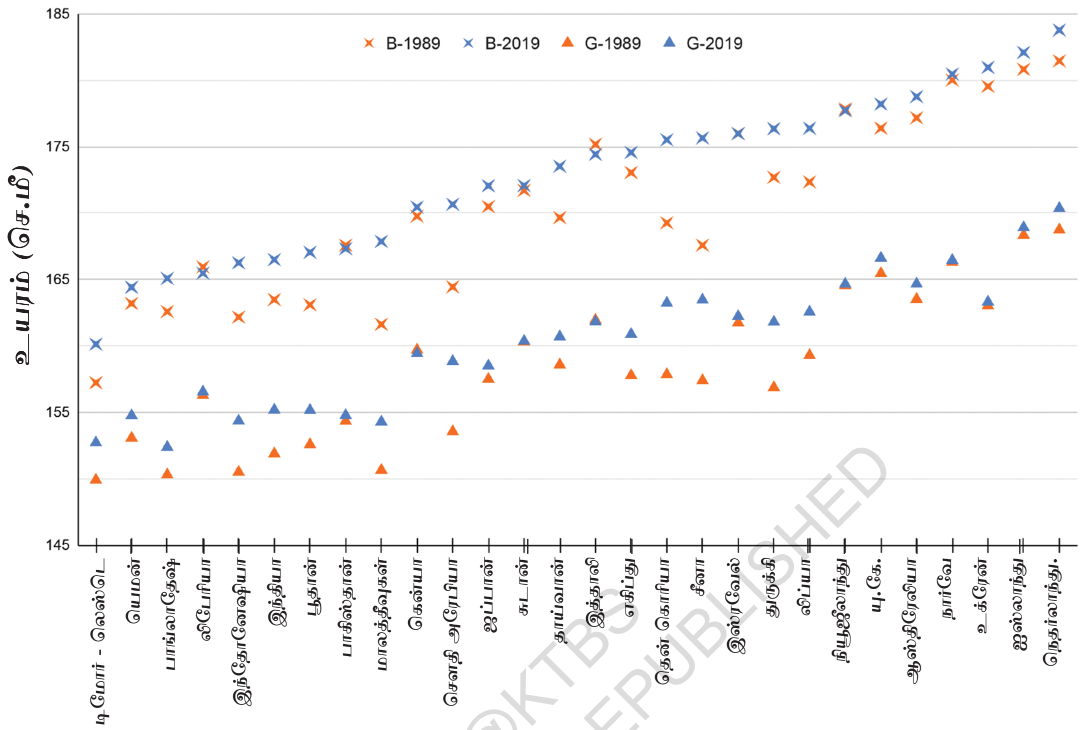
கணித பேச்சு

? வரைப்படம் எவ்வாறு ஒழுங்கமைக்கப்பட்டுள்ளது? என்ன தகவல் வழங்கப்படுகிறது?

? உங்களுக்கு எது சுவாரஸ்யமாக இருக்கிறது?

செங்குத்து கோடு 14.5செ.மீட்டரிலிருந்து தொடங்குகிறது என்பதை கவனியுங்கள் - இது உயரங்களை நெருக்கமாக (பெரிதாக்கி) பார்க்க உதவுகிறது.

NOT TO BE REPUBLISHED ©KTBS

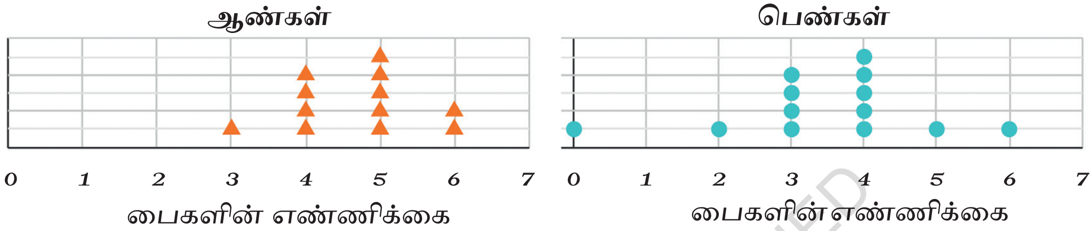


ஒரு சராசரி முடிவு!

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

இதனைக் கண்டறிக.

1. கீழே உள்ள புள்ளி வரைப்படங்கள், ஒரு சிறுவர் குழுவிற்கும், ஒரு சிறுமிகளின் குழுவிற்கும் ஆடைகளில் உள்ள பைகளின் (Pockets) எண்ணிக்கையின் விநியோகத்தைக் காட்டுகின்றன.



புள்ளி வரைப்படங்களின் அடிப்படையில், பின்வரும் கூற்றுகளில் எது உண்மை?

(அ) பெண்களை விட ஆண் குழந்தைகளுக்கு தரவுகள் அதிகமாக வேறுபடுகின்றன.

(ஆ) ஆண்களுக்கான சராசரி பாக்கெட்டுகளின் எண்ணிக்கை, பெண்களுக்கான சராசரி பாக்கெட்டுகளின் எண்ணிக்கையை விட அதிகமாக உள்ளது.

(இ) பெண்களுக்கான சராசரி பைகளின் எண்ணிக்கை ஆண்களுக்கானதை விட அதிகமாக உள்ளது.

(ஈ) ஆண் குழந்தைகளுக்கான அதிகபட்ச பாக்கெட்டுகள் பெண் குழந்தைகளுக்கானதை விட அதிகமாக உள்ளன.

2. நான்கு ஆட்டங்களில் ஒவ்வொரு வீரரும் பெற்ற புள்ளிகளை பின்வரும் அட்டவணை காட்டுகிறது.

விளையாட்டு வீரர்கள்	விளையாட்டு-1	விளையாட்டு-2	விளையாட்டு-3	விளையாட்டு-4
A	14	16	10	10
B	0	8	6	4
C	8	11	விளையாடவில்லை	13

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

இப்போது பின்வரும் கேள்விகளுக்கு பதிலளிக்கவும்!

(அ) ஒரு ஆட்டத்தில் A பெற்ற புள்ளிகளின் சராசரி எண்ணிக்கையை கண்டறியவும்.

(ஆ) ஒரு ஆட்டத்தில் C ஆல் பெறப்பட்ட சராசரி புள்ளிகளின் எண்ணிக்கையை கண்டுபிடிக்க, மொத்தப் புள்ளிகளை 3ஆல் வகுப்பீர்களா அல்லது 4 ஆல் வகுப்பீர்களா ? ஏன்? B பற்றி என்ன?

(இ) சிறப்பாக விளையாடியது யார்?

3. பொது அறிவு வினாடி வினாவில், ஒரு குழு மாணவர்கள் பெற்ற மதிப்பெண்கள் (100 இல்) 85, 76, 90, 85, 39, 48, 56, 95, 81 மற்றும் 75 ஆகும். அதே வினாடி வினாவில் மற்றொரு குழுவின் மதிப்பெண்கள் 68, 59, 73, 86, 47,79, 90, 93 மற்றும் 86 ஆகும். சராசரி மற்றும் இடைநிலையைப் பயன்படுத்தி இரு குழுக்களின் செயல் திறனையும் ஒப்பிட்டு விவரிக்கவும்.

4. ஒரு காலனியின் கணக்கெடுப்பிலிருந்து சேகரிக்கப்பட்ட இந்தத் தரவை கவனியுங்கள்.

பிடித்த விளையாட்டு	கிரிக்கெட்	கூடைபந்து	நீச்சல்	ஹாக்கி	தடகளம்
பார்வையாளர்கள்	1240	470	510	430	250
பங்கேற்பவர்கள்	620	320	320	250	105

பொருத்தமான அளவுக்கோளைத் தேர்ந்தெடுத்து இரட்டை-பட்டை வரைப்படத்தை வரைந்து உங்கள் அவதானிப்புகளை எழுதுங்கள்.

5. 106, 110, 123, 125, 117, 120, 112, 115, 110, 120, 115, 102, 115, 115, 109, 115, 101 உயரங்களைக் கொண்ட 17 மானவர்களை கொண்ட குழுவை கவனியுங்கள். விளையாட்டு ஆசிரியர் வகுப்பை இரண்டு குழுக்களாக பிரிக்க விரும்புகிறார். இதனால் ஒவ்வொரு குழுவிலும் சம எண்ணிக்கையிலான மாணவர்கள் உள்ளனர். ஒரு குழுவில் ஒரு குறிப்பிட்ட உயரத்தை விட குறைவான உயரம் கொண்ட மாணவர்களும், மற்றொரு குழுவில் குறிப்பிட்ட உயரத்தை விட அதிக உயரம் கொண்ட மாணவர்காளும் உள்ளனர். இதை செய்வதற்கான வழியை பரிந்துரைக்கவும். ‘உயரத்தின் கதை சொல்லுவது’

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

பிரிவில் உள்ள அட்டவணைத் தரவுகளின் அடிப்படையால் இந்த மாணவர்களின் உயரத்தை ஊகிக்க முடியுமா?

6. உங்கள் வகுப்பின் உயரங்களின் சராசரி மற்றும் இடைநிலையை விவரிக்கவும். நீங்கள் ஒரு புள்ளி வரைப்படத்தில் உயரங்களை காட்சிப்படுத்தலாம்.

7. ஒரு பள்ளியில் 7-ஆம் வகுப்புக்கு இரண்டு பிரிவுகள் உள்ளன. ஒவ்வொரு பிரிவிலும் 15 ஆண்களும் 15 பெண்களும் உள்ளனர். ஒரு பிரிவில் மாணவர்களின் சராசரி உயரம் 154.2 செ.மீ. ஆகும். இந்தத் தகவலின் அடிப்படையில் மற்றொரு பிரிவில் உள்ள மாணவர் மாணவர்களின் சராசரி உயரம் குறித்து எது உண்மையாக இருக்க கூடும்?

(அ) மற்ற பிரிவில் உள்ள மாணவர்களின் சராசரி உயரம் 154.2 செ.மீ.

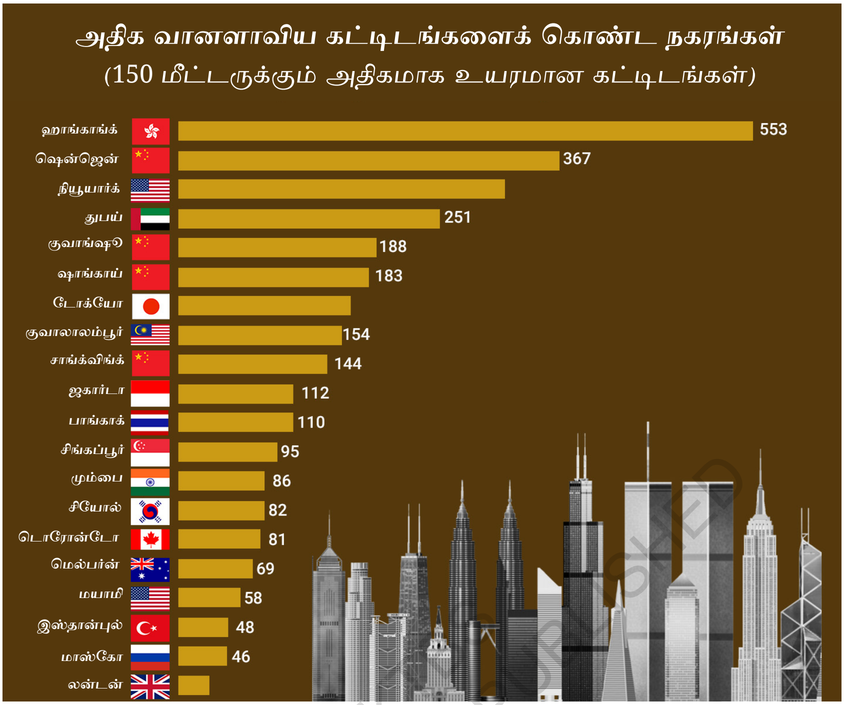
(ஆ) மற்ற பிரிவில் உள்ள மாணவர்களின் சராசரி உயரம் 154.2 செ.மீட்டருக்கும் குறைவாக உள்ளது.

(இ) மற்ற பிரிவில் உள்ள மாணவர்களின் சராசரி உயரம் 154.2 செ.மீட்டருக்கு அதிகம்.

(ஈ) மற்ற பிரிவில் உள்ள மாணவர்களின் சராசரி உயரத்தை தீர்மானிக்க முடியாது.

8. புயலில் நிமிர்ந்து நிற்பது.

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED



(a) நியூயார்க், டோக்கியோ மற்றும் லண்டனில் உள்ள வானளாவிய கட்டிடங்களின் எண்ணிக்கையின் மதிப்பிடப்பட்ட மதிப்புகளை எழுதுங்கள்.

(b) பின்வரும் கூற்றுகள் செல்லுப்படியாகுமா?

(i) மும்பையை விட 12 நகரங்களில் மட்டுமே அதிக வானளாவிய கட்டிடங்கள் உள்ளன.

(ii) மும்பையை விட 7 நகரங்களில் மட்டுமே குறைவான வானளாவிய கட்டிடங்கள் உள்ளன.

(iii) உலகின் மிக உயரமான கட்டிடம் ஹாங்காங்கில் உள்ளது.

9. பின்வரும் அட்டவணையில் பட்டியலிடப்பட்டுள்ள பொருட்களை மதிப்பிட்டு அளவிடவும். தரவின் அடிப்படையில் இரட்டை-பட்டை வரைப்படத்தை வரையவும். உங்கள் மதிப்பீடுகள் எவ்வளவு துல்லியமாக இருந்தன? மதிப்பிடபட்ட மற்றும் அளவிடப்பட்ட மதிப்புக்களுக்கு இடையிலான சராசரி வேறுபாட்டைக் கண்டறியவும்.

© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

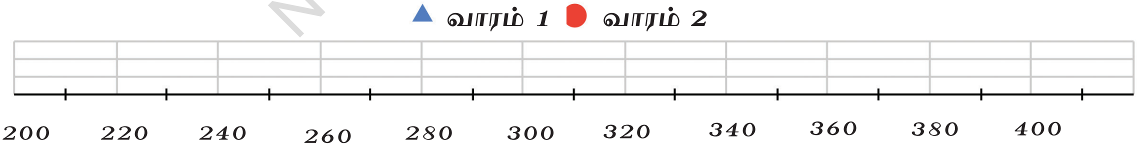
பொருள்	மதிப்பீடு (செ.மீ)	அளவு (செ.மீ)	நேர்மறை வேறுபாடு
ஒருபேனாவின் நீளம்			
ஒரு அழிப்பானின் நீளம்			
உங்கள் உள்ளங்கையின் நீளம்			
உங்கள் வடிவியல் பெட்டியின் நீளம்			
உங்கள் கணித புத்தகத்தின் நீளம்			

10. ஆதிதிக்கு புதிர்களைத் தீர்ப்பது மிகவும் பிடிக்கும். அவள் 'எளிதான நிலை சுடோகு புதிர்களை முயற்சிக்கத் தொடங்கினாள். இந்த புதிர்களைத் தீர்க்க அவள் வினாடிகளில் எடுத்துக் கொண்ட நேரம் - 410, 400, 370, 340, 360, 400, 320, 330, 310, 320, 240, 380, 280, 270, 230, 230, 240 முதல் 9 மதிப்புகள் வாரம் 1 ஐயும் மீதமுள்ளவை வாரம் 2 ஐயும் குறிக்கிறது.

NOT TO BE REPUBLISHED @KTBS

(அ) இரண்டு வாரங்களுக்கும் தரவை காட்டும் ஒரு புள்ளி வரைபடத்தை கீழே வரையவும்.

(ஆ) சராசரி, இடைநிலை மற்றும் ஏதேனும் தரவுகளைப் பற்றி உங்களிடம் இருக்கக்கூடிய அவதானிப்புகளை விவரிக்கவும்.



11. தனிநபர் திட்டம்: பின்வருவனவற்றில் குறைந்தபட்சம் ஒன்றை தேர்ந்தெடுக்கவும். பட்டும்.

(அ) ஒரு வாக்கியம் எவ்வளவு நீளமானது? வெவ்வேறு பாடங்களிலிருந்து ஏதேனும் இரண்டு பாடப்புத்தககங்களை தேர்ந்தெடுக்கவும். ஒவ்வொரு புத்தகத்திலிருந்தும் நிறைய உரைநடை உள்ள ஏதாவது

பக்கத்தை தேர்ந்தெடுக்கவும்.

(i) ஒவ்வொரு பக்கத்திலும் உள்ள வாக்கியங்களில் எத்தனை வார்த்தைகள் உள்ளன என்பதை விவரிக்க ஒரு புள்ளி வரைப்படத்தைப் பயன்படுத்தவும்.

(ii) சராசரி மற்றும் இடைநிலையைப் பயன் படுத்தி இரண்டு பக்கங்களின் தரவையும் ஒப்பிடுக.

(ஆ) ஒரு பெயரில் என்ன இருக்கிறது? உங்கள் வகுப்பு தோழர்கள் அனைவரின் பெயர்களையும் எழுதுங்கள். இந்தத் தரவைக் கொண்டு நீங்கள் செய்யக் கூடிய சில சுவாரஸ்யமான விஷயங்கள் பின்வருமாறு!

(i) ஒரு பெயரின் சராசரி மற்றும் இடைநிலை நீளத்தைக் கண்டறியவும் (ஒரு பெயரில் உள்ள எழுத்துக்களின் எண்ணிக்கை)

(ii) தரவை காட்சியடுத்தி அதன் மாறுபாடு மற்றும் மையப்போக்கை விவரிக்கவும்.

(iii) எந்த தொடக்க எழுத்துக்கள் மிகவும் பிரபலமாக உள்ளன? எவை குறைவாக பிரபலமாக உள்ள?

(iv) சராசரி தொடக்க எழுத்து என்ன? A - M மற்றும் N - Z எழுத்துக்களில் தொடங்கும் பெயர்களின் எண்ணிக்கையைப் பற்றி இது என்ன கூறுகிறது?

(v) ஆண் குழந்தையின் பெயர்கள் மற்றும் பெண் குழந்தையின் பெயர்களின் எண்ணிக்கையை காட்டும் இரட்டைப் பட்டை வரைப்படத்தை வரையவும்.

- உயிரெழுத்துக்களுடன் தொடங்கவும் முடிக்கவும்.
- உயிரெழுத்துக்களில் தொடங்கி மெய்யெழுத்துக்களில் முடிக்கவும்.
- உயிர் மெய்யெழுத்துக்களில் தொடங்கி உயிரெழுத்துக்களில் முடிக்கவும்.
- உயிர் மெய்யெழுத்துக்களுடன் தொடங்கி முடிக்கவும்.

NOT TO BE REPUBLISHED ©KTBS

12. **தனிநபர் திட்டம் (நீண்டகால):** இதற்கு இரண்டு வாரங்கள் அல்லது அதற்கு மேல் தரவுகளை சேகரிக்க வேண்டும்.

உள்ளேயும் வெளியேயும்: ஒரு நாளைக்கு எத்தனை முறை உங்கள் வீட்டை விட்டு வெளியே வருகிறீர்கள் என்பதை கண்காணிக்கவும். இதை ஒரு மாதத்திற்கு செய்யுங்கள்.

(i) இந்த தரவின் மாறுபாடு மற்றும் மையப் போக்கை விவரிக்கவும். ஒரு புள்ளி வரைப்படத்தை உருவாக்கவும்.

(ii) இந்த தரவுகளைப் பற்றி உங்களுக்கு ஏதாவது சுவாரஸ்யமானது தோன்றுகிறதா? உங்கள் கருத்துக்களை பகிர்ந்துக் கொள்ளுங்கள்.

(iii) உங்கள் குடும்ப உறுப்பினர்கள் அல்லது நண்பர்கள் யாரையாவது இதை செய்யும்படி நீங்கள் கேட்கலாம்.

13. **சிறு-குழு திட்டம்:** பின்வருவனவற்றில் குறைந்த பட்சம் ஒன்றை தேர்ந்தெடுக்கவும். 8 முதல் 10 பேர் கொண்ட குழுக்களை உருவாக்கவும். தேவைக்கேற்ப தனிதனியாக தரவை சேகரிக்கவும். அனைவரின் தரவையும் ஒன்றாக இணைத்து பொருத்தமான பகுபாய்வு மற்றும் காட்சிப்படுத்தலை செய்யவும்.

அ) எங்கள் உயரங்கள் நேர்மாறாக எங்கள் குடும்பத்தின் உயரங்கள்: உங்கள் குடும்ப உறுப்பினர்களின் உயரங்களை சேகரிக்கவும்.

(i) உங்கள் குடும்ப உறுப்பிளர்களின் உயரங்களை மட்டும் காட்டும் ஒரு புள்ளி வரைபடத்தை வரைந்து அதன் மாறுபாடு மற்றும் மையப் போக்கை விவசிக்கவும்

(ii) ஒவ்வொரு மாணவனின் உயரத்தையும் அவர்கள் குடும்பத்தின் சராசரி உயரத்தையும் இரட்டை-பட்டை வரைப்படத்தை உருவாக்கவும்.

(iii) அனைவரின் தரவையும் பார்த்து உங்கள் அவதானிப்பை பகிர்ந்துக் கொள்ளுங்கள்.

(ஆ) **நேரத்தை மதிப்பிடுதல்:** நேரத்தை சரிபார்த்து, கண்களை மூடு. 1நிமிடம் கடந்துவிட்டது என்று நீங்கள் நினைக்கும் போது அவற்றை திறக்கவும் (எண்ணிக்கை இல்லை). எத்தனை வினாடிகள் கழித்து நீங்கள் கண்களை திறந்தீர்கள்

முயற்சி செய்க

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

பாடச்சுருக்கம்

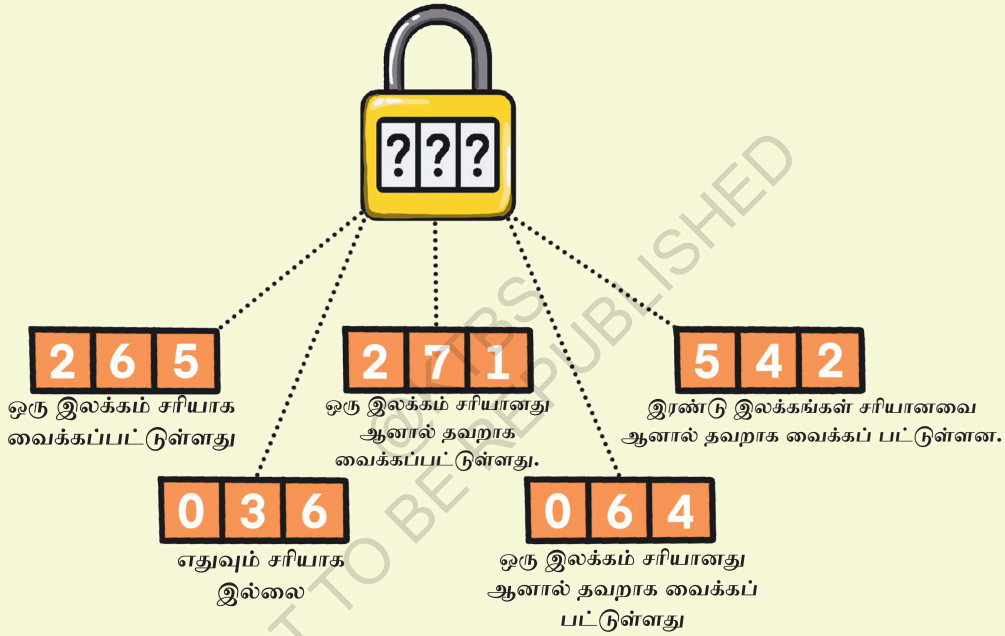
- புள்ளி வரைப்படங்கள், தரவுகளின் மாறுபாட்டை விரைவாகப் பார்க்க உதவுகின்றன. குறைந்தபட்சம், அதிகபட்சம், வரம்பு, மற்றும் தரவு எவ்வாறு தொகுக்கப்படுகிறது அல்லது பரவுகிறது.
- எண்கணித சராசரி-தரவில் உள்ள அனைத்து மதிப்புகளின் தரவில் உள்ள மதிப்புகளின் எண்ணிக்கை தொகை கூட்டுக.
- வரிசைப்படுத்தப் பட்ட எந்தத் தரவின் நடுவில் உள்ள எண்ணே இடைநிலை எண்ணாகும். இரட்டை எண் மதிப்புகள் இருந்தால், இடைநிலை என்பது இரண்டு நடு எண்களின் சராசரியாகும்.
- குறைந்தபட்சம், அதிகபட்சம், மொத்தம், வரம்பு, எண் கணித சராசரி மற்றும் இடைநிலை ஆகியவற்றை குறிப்பிடுவதன் மூலம் நாம் தரவை பல வழிகளில் விவரிக்கவும், ஒப்பிடவும் முடியும்.
- நாங்கள் தொகுக்கப்பட்ட பட்டை வரைப்படங்களை படித்து உருவாக்க கற்றுக்கொண்டோம். இந்த வரைப்படங்களை பயன்படுத்தி பல்வேறு வகைகளிலும், காலங்களிலும் மதிப்புகளை ஒப்பிட்டும் பார்க்கலாம்.
- தரவுகளை ஆராய்வது புதிய கேள்விகளுக்கு, மேலும் ஆராய்வதற்கான திசைகளுக்கு வழிவகுக்கும்.

©KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

புதிர் நேரம்

புள்ளிகளை இணைக்கவும்!

ஒரு எண் பூட்டில் 3-இலக்க குறியீடு உள்ளது. கீழே உள்ள குறிப்புகளை பயன்படுத்தி குறியீட்டை கண்டறியவும்.



NOT TO BE REPUBLISHED

6 கட்டுமானங்கள் மற்றும் ஓடுகள் பதித்தல்

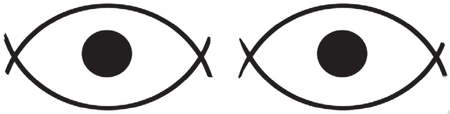
Constructions and Tilings

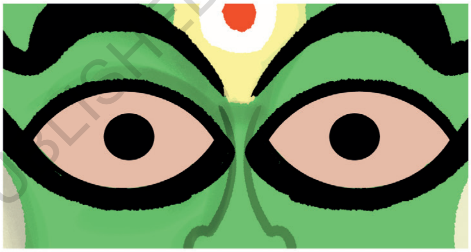
H4G7N6

6.1 வடிவியல் கட்டுமானங்கள்

கண்கள்

நாம் 6 ஆம் வகுப்பில் செய்த ‘கண்கள்’ கட்டுமானம் உங்களுக்கு நினைவிருக்கிறதா?

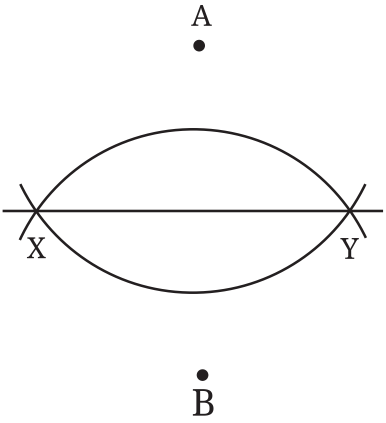




@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

நிச்சயமாக, கண்களை கையால் வரையலாம். ஆனால் ஒவ்வொரு கண்ணின் கீழ் வளைவும், மேல் வளைவும் சமச்சீராக தோன்றும் வகையில் அவற்றை உருவாக்க விரும்பினோம்.

A மற்றும் B ஆகிய இரண்டு மையங்களை தீர்மானிக்க எங்கள் இடஞ்சார்ந்த மதிப்பீட்டை நாங்கள் நம்பியிருந்தோம். (படத்தை பார்க்கவும்) அதிலிருந்து முறையே கீழ் வளைவு மற்றும் மேல் வளைவு வரைந்தோம்.



வளைவுகள் வரைப்படத்தை ஆதரிக்கும் XY கோட்டை வரையறுக்கின்றன. அது இறுதி உருவத்தின் ஒரு பகுதியாக இல்லை. இந்த துணைக் கோட்டிலிருந்து தொடங்கி A மற்றும் B மையங்கள் முறையாக கண்டறியலாம்.

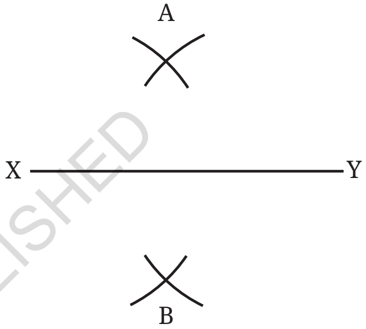
கண் சமச்சீராக இருக்க வேண்டுமானால், அல்லது சமச்சீர் கோட்டிற்கு துணை கோட்டாக இருக்க வேண்டுமானால், மேல் மற்றும் கீழ் வளைவுகள் ஒரே ஆரத்தைக் கொண்டிருக்க வேண்டும்.

வேறு வார்த்தைகளில் கூறுவதானால் நமக்கு AX = BX இருக்க வேண்டும். AX = AY மற்றும் X = BY என்பதால் இதன் பொருள்
AX = AY= BX = BY

? அத்தகைய A மற்றும் Bஐ எவ்வாறு கண்டுப் பிடிப்பது?

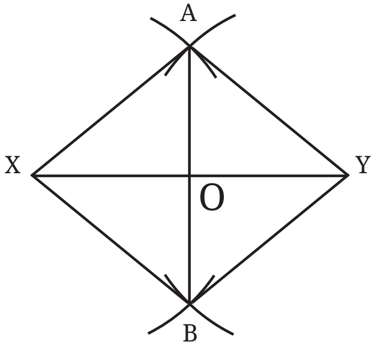
X மற்றும் Y யிலிருந்து XYக்கு மேலேயும் கீழேயும் ஒரே ஆரம் கொண்ட வளைவுகளை வரையவும்.

XYக்கு மேலேயும் கீழேயும் வளைவுகள் சந்திக்கும் இரண்டு புள்ளிகள், நமக்கு A மற்றும் Bஐ கொடுக்கின்றன. கண்ணை உருவாக்க இதை பயன்படுத்தவும்.



படம் 6.1

? படம் 6.1இல், A மற்றும் Bஐ ஒரு கோட்டால் இணைக்கவும். AB, XYஐ. எங்கு வெட்டுகிறது, அவற்றுக்கிடையே உருவாகும் கோணம் என்ன?



XY இன் மையப்புள்ளி வழியாக AB கடந்து செல்வதையும், அதற்கு செங்குத்தாகவும் இருப்பதை நாம் கவனிக்கிறோம். ஒரு கோடு அல்லது எந்த வடிவியல் பொருளையும் இரண்டு ஒரே மாதிரியான பகுதிகளாக பிரிப்பது இருசமவெட்டு (bisection) எனப்படும். கொடுக்கப்பட்ட கோட்டை இருசமவெட்டியாக பிரித்து அதற்கு செங்குத்தாக இருக்கும் ஒரு கோடு செங்குத்து இருசமவெட்டி எனப்படும்.

? இரண்டு புள்ளிகளையும் இணைக்கும் கோடு XYக்கு மேலேயும் கீழேயும் சந்திக்கும் வளைவுகள் எப்போதும் XYயின் செங்குத்து

© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

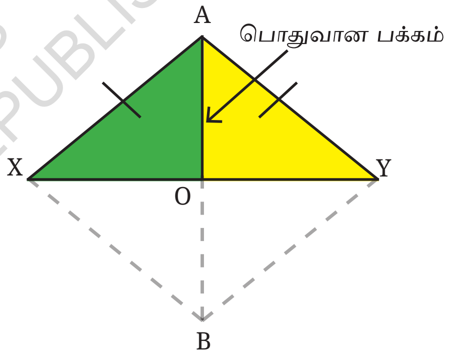
இருசம வெட்டியாக இருக்குமா? அதாவது, XY எந்த நீளத்தை கொண்டதாக இருந்தாலும், மற்றும் எந்த நீளத்தின் ஆரத்தை பயன்படுத்தி வளைவுகள் வரையபட்டிருந்தாலும்?

“சர்வசமமானவை மூலம் இதற்கு பதிலளிக்கலாம். கோட்டுப் பிரிவு XY ஐக் கருத்தில் கொள்வோம். A மற்றும் B புள்ளிகளைக் கண்டறியவும். அதாவது AX=AY=BX=BY.

AB, AX, AY, BX மற்றும் BY கோடுகளை வரையவும். AB மற்றும் XYக்கு இடையிலான வெட்டும் புள்ளியாக O வைக் வைத்துக்கொள்வோம்.

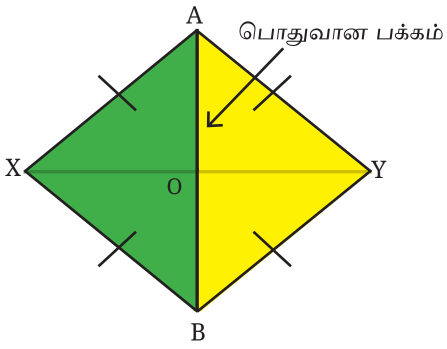
? AB என்பது XY இன் செங்குத்து இருசமவெட்டியாக இருக்க (அதாவது, O என்பது XY இன் மையப்புள்ளி மற்றும் AB என்பது XYக்கு செங்குத்தாக இருக்கும்) எந்த இரண்டு முக்கோணங்கள் சமமாக இருக்க வேண்டும்?

ΔAOX=ΔAOY என்றுகாட்டினால், OX=OY, மற்றும் ∠AOX = ∠AOY ஏனெனில் அவைசர்வசம முக்கோணங்களின் தொடர்புடைய பகுதிகள். ∠AOX மற்றும் ∠AOY ஆகியவை சேர்ந்து ஒரு நேர்கோணத்தை உருவாக்குவதால், நமக்கு $\angle AOX+\angle AOY=180^0$ கிடைக்கிறது. நமக்கு $\angle AOX = \angle AOY = 90^0$ இதில் O என்பது XY இன் நடுப்புள்ளி என்றும் AB என்பது XYக்கு செங்குத்தாகவும் இருப்பதை நிலைநாட்டுகிறது.



ΔAOX மற்றும் ΔAOY இல், AX=AY, மற்றும் AO இரண்டு முக்கோணங்களுக்கும் பொதுவானது என்பதை நாம் ஏற்கனவே அறிவோம்.

XAO = YAO என்று காட்ட முடிந்தால், SAS சர்வசம நிலையின் மூலம், முக்கோணங்கள் சர்வசமமானவை என்று நாம் முடிவு செய்யலாம்.

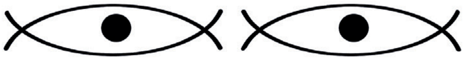


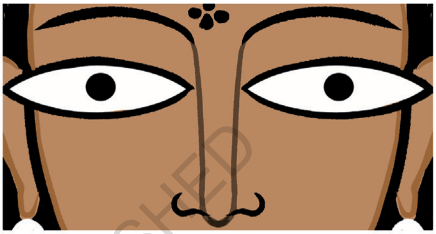
NOT TO BE REPUBLISHED @KTBS

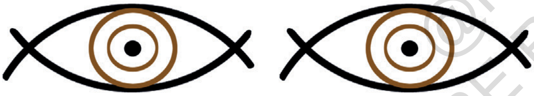
இதைக் காட்ட, ΔABX = ΔABY என்பதை கவனிக்கவும். ஏனெனில், AX=AY, BX=BY மற்றும் AB இரண்டு முக்கோணங்களுக்கும் பொதுவானது.

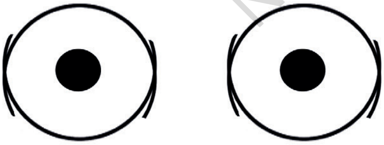
எனவே, ∠XAB = ∠YAB அல்லது ∠XAO=∠YAO ஐப் பயன்படுத்தினால், அவை சர்வசம முக்கோணங்களின் தொடர்புடைய பகுதிகளாகும். எனவே, AB என்பது XYயின் செங்குத்து இருசமவெட்டியாகும்.

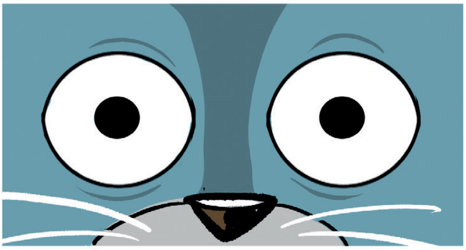
நமக்கு வெவ்வேறு வடிவங்களின் கண்கள் இருக்கலாம்.











©KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

? இந்த வெவ்வேறு வடிவங்களை நாம் எப்படி பெற முடியும்? முயற்சி செய்யவும்!

ஒரு வழி என்னவென்றால், CX=CY மற்றும் DX=DY ஆக இருக்கும் வகையில், C மற்றும் D என்ற இரண்டு வேறு புள்ளிகளை தேர்ந்தெடுக்கலாம். இந்த புள்ளிகளை பயன்படுத்தி வேறு வடிவிலான ஒரு கண் வடிவத்தை வரையலாம்.

? C மற்றும் D ஆகியவை ABயின் செங்குத்து இருசமவெட்டியில் அமைந்திருக்குமா?

புள்ளிகள் C மற்றும் D ஆகியவை X மற்றும் Y இரண்டிலிருந்தும் ஒரே தூரத்தில் உள்ளன. அத்தகைய இரண்டு புள்ளிகளை இணைப்பது XY இன் செங்குத்து இருசமவெட்டியைக் கொடுக்கும் என்பதை நாம் இப்போதுதான் பார்த்தோம். XYக்கு ஒரே ஒரு செங்குத்து இருசமவெட்டி கோடு AB மட்டுமே இருப்பதால், C மற்றும் D புள்ளிகள் AB கோட்டில் இருக்க வேண்டும்.

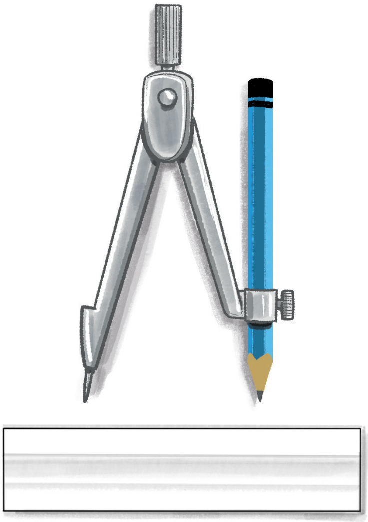
? நாம் நிறுவிய உண்மைகளை பயன்படுத்தி பின்வரும் கூற்றை நியாயப்படுத்துங்கள்.

X மற்றும் Y யிலிருந்து ஒரே தூரத்தைக் கொண்ட எந்தப் புள்ளியும் XY யின் செங்குத்து இருசமவெட்டியில் அமைந்துள்ளது.

எனவே, கண்களின் மேல் மற்றும் கீழ் வளைவுகளை உருவாக்க செங்குத்து இருசமவெட்டியில் வெவ்வேறு ஜோடி புள்ளிகளை மையங்களாகத் தேர்ந்தெடுப்பதன் மூலம் வெவ்வேறு வடிவங்களின் கண்களை வரையலாம்.

செங்குத்து இருசமவெட்டியை வரைதல்

? ஒரு கோட்டுத் துண்டு XY கொடுக்கப்பட்டால், குறிக்கப்படாத அளவுகோல் மற்றும் கவராயம் மட்டும் பயன்படுத்தி அதன் செங்குத்து இருசமவெட்டியை எவ்வாறு வரையலாம்?

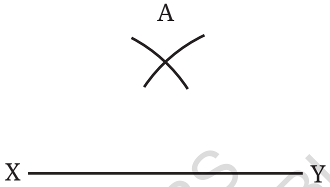


@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

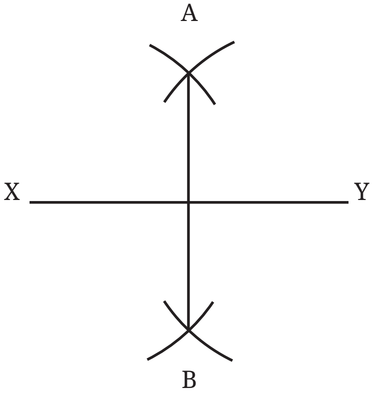
X மற்றும் Yயிலிருந்து சம தூரத்தில் இருக்கும் இரண்டு புள்ளிகளை மேலே மற்றும் கீழே ஒன்று இணைப்பது XY இன் செங்குத்து இருசமவெட்டியை கொடுக்கும் என்பதைக் கண்டோம்.

இது செங்குத்து இருசமவெட்டியை உருவாக்குவதற்கான ஒரு முறையை வழங்குகிறது.

1. X இலிருந்து சிறிது நிலையான ஆரத்தையும் பின்னர் Y இலிருந்து எடுத்துக்கொண்டு, xy க்கு மேலே போதுமான நீளமான இரண்டு வளைவுகளை உருவாக்கவும், வளைவுகள் சந்திக்கும் புள்ளியை A என பெயரிடுங்கள்.



2. Xஇலிருந்துஅதேஆரத்தைபயன்படுத்தி, XYக்கு கீழே போதுமான அளவு இரண்டு நீளமான வளைவுகளை உருவாக்கவும். வளைவுகள் சந்திக்கும் இடத்திற்கு B என்று பெயரிடவும்.



3. AB என்பது தேவையான செங்குத்து இருசமவெட்டி ஆகும். எனவே, செங்குத்து இருசமவெட்டியை எளிமையான வடிவியல் கருவிகளால் குறிக்கப்பட்ட அளவுகோல் மற்றும் கவராயம் பயன்படுத்தி உருவாக்க முடியும். நிலையான அலகுகளில் குறிப்பிட்ட நீளங்களில் கோடுகளை வரைவதற்கான அவசியம் இல்லாவிட்டால், இந்த அத்தியாயத்தில் வடிவியல் கட்டுமானங்களுடன் இந்த இரண்டு கருவிகளை மட்டுமே பயன்படுத்துவோம்.

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

இதனைக் கண்டறிக.

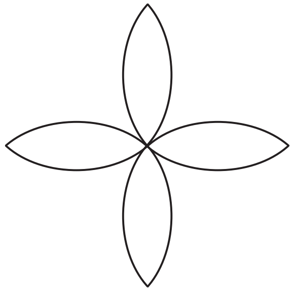
1. செங்குத்து இருசமவெட்டியை அமைக்கும் போது, XYக்கு மேலேயும், கீழேயும் உள்ள வளைவுகளுக்கு ஒரே ஆரம் இருப்பது அவசியமா? இதை கட்டுமானம் மூலம் ஆராய்ந்து பின்னர் உங்கள் பதிலை நியாயப்படுத்துங்கள்.

(**குறிப்பு 1:** X மற்றும் Yஇலிருந்து ஒரே தூரத்தில் உள்ள எந்தப் புள்ளியும் செங்குத்து இருசம வெட்டியில் அமைந்துள்ளது.
குறிப்பு 2: அதன் இரண்டு புள்ளிகள் தெரிந்தால் நாம் முழு கோட்டையும் வரையலாம்.)

2. XYக்கு மேலேயும் கீழேயும் உள்ள வளைவுகளின் ஜோடிகளை உருவாக்குவது அவசியமா?

அதற்கு பதிலாக, XY இன் ஒரே பக்கத்தில் இரண்டு ஜோடி வளைவுகளையும் உருவாக்க முடியுமா?
வரைதல் மூலம் இதை ஆராய்ந்து, பின்னர் உங்கள் பதிலை நியாயப் படுத்துங்கள்.

3. ஒரு ஜோடி வெட்டும் வளைவுகளை உருவாக்கும்போது, இரண்டிற்கும் ஒரே ஆரங்களைப் பயன்படுத்துவது அவசியமா? வரைதல் மூலம் இதைக் கண்டுபிடித்து பின்னர் உங்கள் பதிலை நியாயப்படுத்துங்கள்.



4. ஒரு அளவுக்கோல் மற்றும் கவராயம் பயன்படுத்தி இந்த வடிவமைப்பை மீண்டும் உருவாக்கவும்.

மேற்கண்ட வடிவமைப்பை முடித்த பிறகு, அதன் எல்லையைக் கண்டறிய ஒரு வண்ண எழுத்துக் கோல், அளவு கோல் அல்லது கவராயம் பயன்படுத்தலாம். இது வடிவமைப்பை துணைக் கோடுகள் மற்றும் வளைவுகளிலிருந்து தனித்து நிற்கச் செய்யும்.

NOT TO BE REPUBLISHED @KTBS

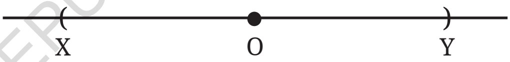
செங்குந்து இருசமவெட்டியை அமைக்கும் இந்த முறை, வடிவியல் ரீதியாக துல்லியமானது மட்டுமல்லாமல், அதை துல்லியமாக உருவாக்குவதற்கான ஒரு நடைமுறை வழியும் கூட ஒரு கோட்டு துண்டின் நடுப்புள்ளியை கண்டுப்பிடிக்கும் இந்த முறை, குறிக்கப்பட்ட அளவுக்கோலை பயன்படுத்தி நீளத்தை அளவிடுவதை விட மிகவும் துல்லியமானது.

கொடுக்கப்பட்டுள்ள புள்ளியில் 90^0 கோணத்தை உருவாக்குதல்.

? ஒரு கோட்டின் எந்த புள்ளியிலும் 90^0 கோணத்தை உருவாக்க முடியுமா? செங்குத்து இருசமவெட்டியை உருவாக்கும் முறையை பயன்படுத்தி ஒரு கோடு வரைந்து அதன் மீது ஒரு புள்ளி **O** ஐக் குறிக்கவும். புள்ளி **O** இல் 90^0 கோணத்தை உருவாக்கவும்.

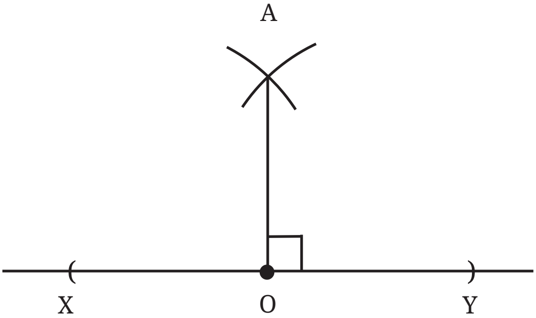
? இந்தக் கோட்டு துண்டின் ஒரு பகுதியை கண்டறியவும் அதற்கு **O** மையப்புள்ளியாக உள்ளது. **O** இன் இருப்புறமும் கோட்டை நீட்டவும்.

ஒரு கவராயத்தை பயன்படுத்தி, **O** இலிருந்து சம தூரத்தில் X மற்றும் Y என்ற இரண்டு புள்ளிகளைக் குறிக்கவும், இதனால் **O** என்பது XY இன் மையப்புள்ளியாகும்.



படம் 6.2

XYஇன் செங்குத்து இருசம வெட்டி **O** வழியாகச் சென்று கொடுக்கப்பட்ட கோட்டிற்கு செங்குத்தாக இருக்கும்.



படம். 6.3

இந்த நிலையில், xy இன் செங்குத்து இருசம வெட்டியை பெற, இரண்டு ஜோடி வெட்டும் வளைவுகளை வரைய வேண்டுமா?

NOT TO BE REPUBLISHED ©KTBS

இல்லை, அவசியமில்லை. நமக்கு ஏற்கனவே ஒரு புள்ளி உள்ளது, O, செங்குத்து சமவெட்டியில் உள்ளது.

ஒரு கோட்டின் மீது கொடுக்கப்பட்ட புள்ளியில் 90^0 கோணத்தை உருவாக்குவதற்கான படிநிலைகளை படம் 6.2 மற்றும் 6.3 விவரிக்கின்றன.

சுல்பா சூத்திரங்களின் கட்டுமான முறைகள்.

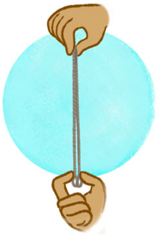
இந்தியா உட்பட பல்வேறு நாகரீகங்களைச் சேர்ந்த பண்டைய கணிதவியலாளர்கள், செங்குத்து மற்றும் செங்குத்து இருசமவெட்டிகளை உருவாக்குவதற்கான சரியான நடைமுறைகளை அறிந்திருந்தனர்.

இந்தியாவில், சுல்பா-சூத்திரங்களை கொண்ட முறைகள் என்பது பழமையான நூல்கள். இவை சடங்குகளுக்கான நெருப்பு பலிப்பீடங்களை நிர்மாணிப்பது தொடர்பான வேதக்கால வடிவியல் நூல்கள். சுல்பா-சூத்திரங்கள் ஆறு வேதங்களில் ஒன்றின் ஒரு பகுதியாகும். (இந்தச் சொல்லுக்கு ''வேதங்களின் அவயங்கள்'' என்று பொருள்.) சுல்பங்கள் செங்குத்து மற்றும் செங்குத்து இருசமவெட்டியை உருவாக்க நாம் முன்னர் உருவாக்கிய முறைகளை கொண்டுள்ளன.

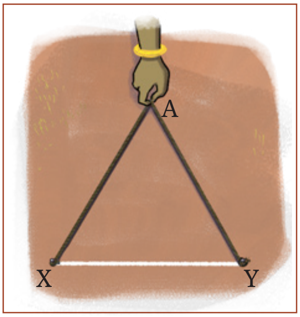
@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

அனைத்து கட்டுமானமும் சுல்ப-சூத்திரங்களில் உள்ள முறைகள். நீங்கள் பயன்படுத்திய கவராயத்திலிருந்து வேறுபட்ட ஒரு வகையான கவராயத்தை பயன்படுத்துகின்றன. ஒரு கயிறு வட்டங்கள் அல்லது வளைவுகளை வரைய ஒரு கயிற்றை பயன்படுத்தலாம். அதை நீட்டி ஒரு நேர் கோட்டை உருவாக்கலாம்.

கூடுதலாக, சுல்ப-சூத்திரங்கள் செங்குத்து கோடுகளை உருவாக்குவதற்கான பிற முறைகளையும் கொண்டுள்ளன. கயிற்றை பயன்படுத்தி செங்குத்து இருசமவெட்டியின் சுவாரஸ்யமான கட்டுமானம் இங்கே. (காத்யாயன சுல்ப-சூத்திரம் 1.2)

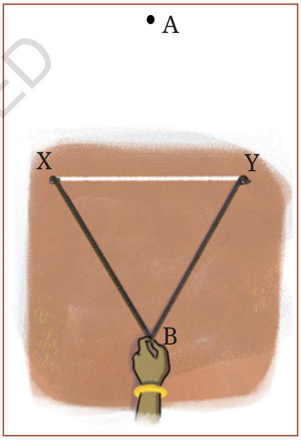


XY என்பது தரையில் வரையப்பட்ட, கொடுக்கப்பட்ட கோட்டு துண்டாக இருக்கட்டும், அதற்கு நாம் ஒரு செங்குத்து இருசம வெட்டியை உருவாக்க வேண்டும். X மற்றும் Y என்ற ஒவ்வொரு புள்ளியிலும் தரையில் செங்குத்தாக ஒரு சிறிய கம்பம் அல்லது முனையை பொருத்தவும்.''



போதுமான நீளமான கயிற்றை எடுத்துக் கொள்ளுங்கள். அதன் முனைகளில் இரண்டு சுழல்களை உருவாக்குங்கள். சுழல்களுக்குள் சென்ற கயிற்றின் பகுதிகளை கணக்கில் எடுத்துக்கொள்ளாமல், கயிற்றை பாதியாக மடித்து, அதன் நடுப்பகுதியை கண்டுபிடித்து குறிக்கவும்.

கயிற்றின் முனைகளில் உள்ள இரண்டு சுழல்களையும் X மற்றும் Y இல் உள்ள கம்பங்களில் கட்டவும்.



படம் 6.4

படத்தில் காட்டப்பட்டுள்ளப்படி, கயிற்றின் நடுப்புள்ளியை XYக்கு மேலே இழுக்கவும், இதனால் இருபுறமும் உள்ள கயிற்றின் இரண்டு பகுதிகளும் முழுமையாக நீட்டப்படும். நடுப்புள்ளியின் இந்த நிலையை A எனக் குறிக்கவும்.

இப்போது, இதைப்போலவே படத்தில் காட்ட பட்டுள்ளப்படி xyக்கு கீழே கயிற்றின் நடுப்புள்ளியை இழுக்கவும், இதனால் இருபுறமும் கயிற்றின் இரண்டு பகுதிகளும் முழுமையாக நீட்டப்படும். நடுப்புள்ளியின் இந்த நிலையை B எனக் குறிக்கவும்.

AB என்பது தேவையான செங்குத்து இருசமவெட்டி ஆகும்.

©KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

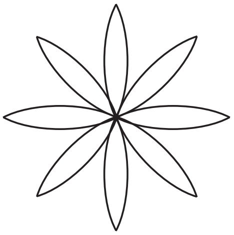
இதனைக் கண்டறிக.

கணித பேச்சு

1. படம் 6.4 இல் AB ஏன் செங்குத்து இருசமவெட்டியாக உள்ளது என்பதை நியாயப்படுத்துங்கள்.
2. ஒரு கோட்டின் மீது கொடுக்கப்பட்ட புள்ளியில் 90^0, கோணத்தை கயிற்றை பயன்படுத்தி உருவாக்க பல்வேறு முறைகளை பற்றி உங்களால் யோசிக்க முடியுமா?

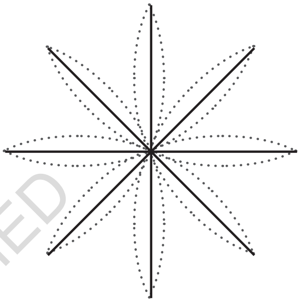
ஒரு வடிவமைப்பிற்கான கோண இரு சமவெட்டி

? இந்த படத்தை எவ்வாறு உருவாக்குவோம்?



படம் 6.5

இந்த உருவத்திற்கான துணைக்கோடுகள் இப்படி இருக்கும்.

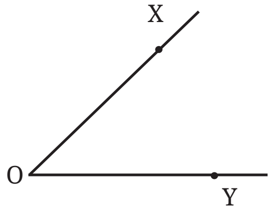


? இரண்டு அடுத்தடுத்த கோடுகளுக்கு இடையே உள்ள கோணம் என்ன?

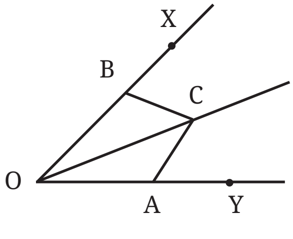
360^0 சமமாக 8 பகுதிகளாக பிரிக்கப்பட்டுள்ளதால், ஒவ்வொரு கோணமும் 45^0 ஆக இருப்பதால், அடுத்தடுத்து ஒவ்வொரு ஜோடி கோடுகளுக்கும் இடையிலான கோணம் சமமாக இருக்க வேண்டும்.

? ஒரு அளவுகோல் மற்றும் கவராயம் மட்டும் பயன்படுத்தி 45^0 கோணத்தை எவ்வாறு உருவாக்குவது?

90^0 கோணத்தை எப்படி உருவாக்குவது என்பது நமக்கு தெரியும், அதை இரண்டு சமபாகங்களாக பிரிக்க முடிந்தால் அல்லது இரண்டாக பிரிக்க முடிந்தால், நமக்கு 45^0 கோணம் கிடைக்கும்.



இப்போது நாம் எந்தக் கோணத்தையும் இரண்டாக பிரிப்பதற்கான ஒரு பொதுவான முறையை உருவாக்குவோம். ஒரு $\angle XOY$ கோணத்தை கவனியுங்கள். படத்தில் காட்டப்பட்டுள்ளபடி ΔOBC மற்றும் ΔOAC ஆகிய இரண்டு சர்வசம முக்கோணங்களை வரைய முடிந்தால், அதை இரண்டாகப் பிரிக்கலாம். பின்னர் $\angle BOC = \angle AOC$.



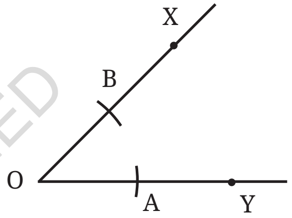
NOT TO BE REPUBLISHED @KTBS

? கொடுக்கப்பட்ட கோணத்திற்கு இந்த சர்வசம முக்கோணங்களை எவ்வாறு உருவாக்குவது?

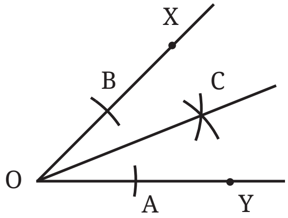
A மற்றும் B ஆகியவை OA =OB ஆகவும், C தேர்ந்தெடுக்கப்பட்டால் BC =AC ஆகவும் இருந்தால், SSS சர்வசம நிலையின்படி, ΔOBC = ΔOAC ஆகவும் குறிக்கப்பட்டால், நாம் ஒரு கோணத்தை பின்வருமாறு இரண்டாக பிரிக்கலாம்.

கோணை இருசமவெட்டிக்கான படிநிலைகள்

1. புள்ளிகள் A மற்றும் Bஐ OA =OB என்று குறிக்கவும்.



2. போதுமானநீளமுள்ளஆரத்தைதேர்ந்தெடுத்து, A மற்றும் B இலிருந்து வில்களை வெட்டி, ஆரத்தை அப்படியே வைத்திருங்கள். வெட்டும் புள்ளியை C எனக் குறிக்கவும்.
3. OC, ∠AOBஐ இருசம பாகங்களாக பிரிக்கிறது. எனவே, முதலில் 90^0 கோணத்தை உருவாக்கி பின்னர் அதை இரண்டாக பிரிப்பதன் மூலம் 45^0 கோணத்தை உருவாக்க முடியும்.

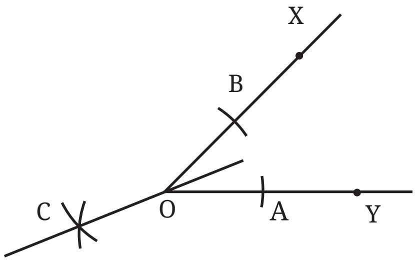


NOT TO BE REPUBLISHED @KTBS

? **இதனைக் கண்டறிக.**

1. குறைந்தது 4 வெவ்வேறு கோணங்களை வரையவும், அவற்றின் இருசம வெட்டிகளை வரையவும்.
2. படம் 6.5இல் காட்டப்பட்டுள்ளபடி 8 இதழ்களைக் கொண்ட உருவத்தை உருவாக்கவும்.

3. கோண இருசமவெட்டியின் படிநிலை 2இல், படத்தில் காட்டப்பட்டுள்ளப்படி சம ஆரம் கொண்ட வில்கள் மறுப்புறம் வரையப்பட்டாலும், OC கோடு இன்னும் ஒரு கோண சமவெட்டியாக இருக்குமா? கட்டுமானத்தின் மூலம் இதை ஆராய்ந்து, பின்னர் உங்கள் பதிலை நியாயப்படுத்துங்கள்.

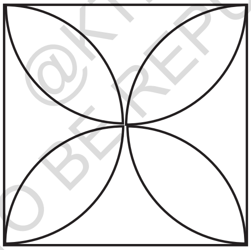


4. கோண இருசமவெட்டியை பயன்படுத்தி வேறு எந்த கோணங்களை உருவாக்கலாம்? உங்களால் 65.5^0 கோணத்தை உருவாக்க முடியுமா?

கணித பேச்சு

5. கயிற்றைப் பயன்படுத்தி கோண இருசமவெட்டியை உருவாக்க ஒரு முறையைக் கொண்டு வாருங்கள் .

6. பின் வரும் படத்தை வரைக.

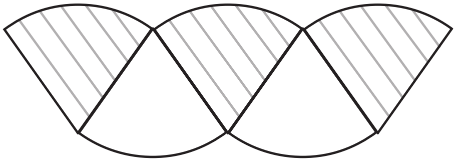


கொடுக்கப்பட்ட சதுரத்திற்குள் அதிகபட்ச அளவில் இதழ்களை எவ்வாறு வரைவது?

NOT TO BE REPUBLISHED @KTBS

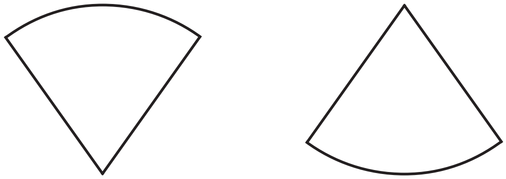
மீண்டும் மீண்டும் வரும் அலகுகள் மற்றும் கோணங்கள்.

? பின்வரும் படத்தை வரைக.



படம் 6.6

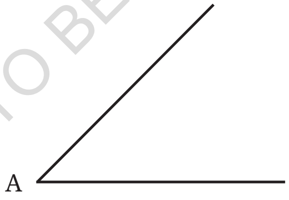
இந்த படத்தில் ஒரு அலகு தன்னைத்தானே திரும்ப திரும்ப காட்டுகிறது. இந்த உருவத்தை உருவாக்க, இந்த அலகின் சரியான நகல்களை இரண்டு வெவ்வேறு நோக்கு நிலைகளில் உருவாக்க வேண்டும்.



துல்லியமான நகல்களை உருவாக்க, அனைத்து அலகுகளும் ஒரே மாதிரியான கை நீளங்களையும், கைகளுக்கு இடையில் ஒரே மாதிரியான கோணத்தையும் கொண்டிருக்க வேண்டும். ஒரு கவராயத்தை பயன்படுத்தி சமமான கை நீளங்களை நாம் உறுதி செய்யலாம். ஆனால், சமமான கோணங்களை எவ்வாறு உறுதி செய்வது?

கொடுக்கப்பட்ட கோணத்தின் சரியான நகலை உருவாக்குவதற்கான ஒரு முறையை உருவாக்குவோம்.

? ஒரு கோணத்தை வரையவும். ஒரு அளவுகோல் மற்றும் கவராயத்தை மட்டும் பயன்படுத்தி இந்தக் கோணத்தின் நகலை உருவாக்கவும்.



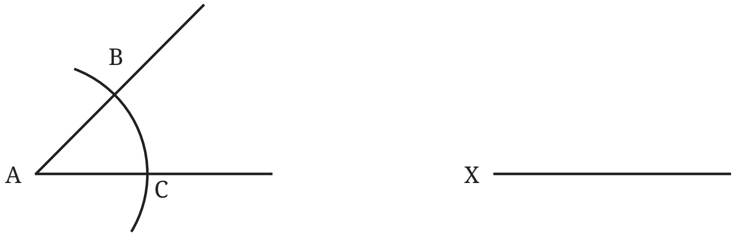
NOT TO BE REPUBLISHED @KTBS

நீங்கள் உங்கள் சொந்த முறையை உருவாக்கியிருக்கலாம். இங்கே ஒரு எளிய அணுகுமுறை உள்ளது.

ஒரு கோணத்தை நகலெடுப்பதற்கான கட்டுமானப் படிநிலைகள்.

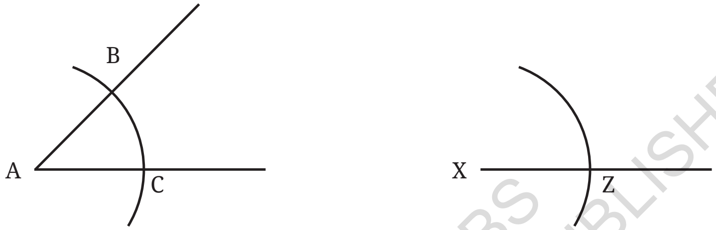
1.

2.



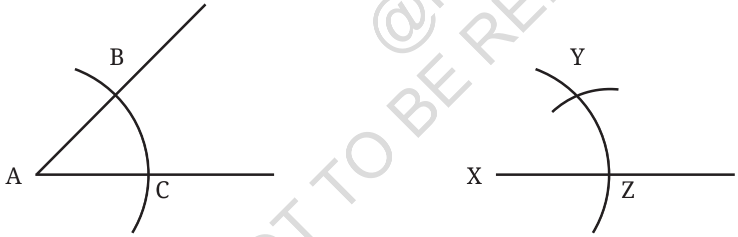
A இலிருந்து ஒரு வில்லை வரையவும். இது இருசமபக்க முக்கோணம் ΔABC ஐ உருவாக்கும் மூன்று புள்ளிகளை நமக்கு வழங்குகிறது.

3.



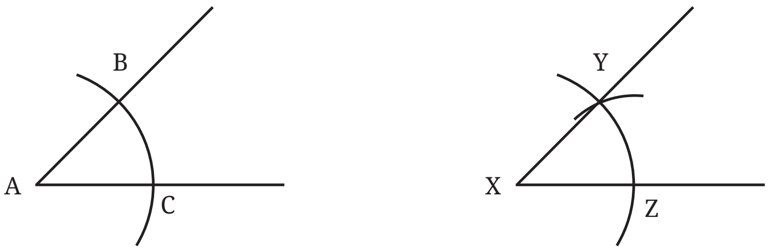
X இலிருந்து அதே ஆரம் கொண்ட ஒரு வில்லை வரையவும்.

4.



கவராயத்தை பயன்படுத்தி BC ஐ அளவிடவும். இந்த நீளத்தை Z இலிருந்து வில்லின் மீது மாற்றி Y Z = BCஐ பெறுங்கள்.

5.

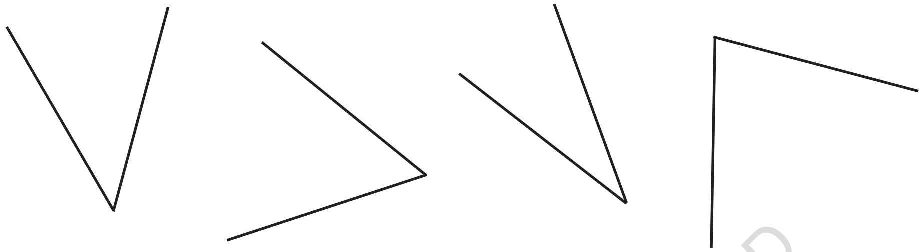


SSS சர்வசம நிலைப்படி ΔABC ≅ XYZ. எனவே ∠A=∠X.

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

இதனைக் கண்டறிக.

1. எந்த அளவீடும் எடுக்காமல் வெவ்வேறு திசைகளில் குறைந்தது 4 வெவ்வேறு கோணங்களை வரையவும். இந்த கோணங்கள் அனைத்தையும் நகலெடுக்கவும்.



2. படம் 6.6ஐ உருவாக்கவும்.

ஒரு கோணத்தை நகலெடுப்பதற்கான இந்த செயல்முறை ஒரு அளவுகோல் மற்றும் கவராயத்தை மட்டும் பயன்படுத்தி இணையான கோடுகளை உருவாக்குவதில் ஒரு முக்கியமான பயன்பாட்டை காண்கிறது.

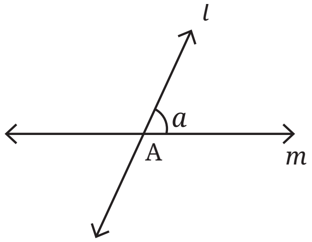
@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

கொடுக்கப்பட்ட கோட்டிற்கு இணையாக ஒரு கோட்டை வரைதல்.

ஒரு அளவுகோல் மற்றும் கவராயத்தை பயன்படுத்தி வரைந்தபோது இணையானக் கோடுகளைப் பெற சமமான தொடர்புடைய கோணங்களை நாம் வரைந்தோம் என்பதை நினைவில் கொள்க.

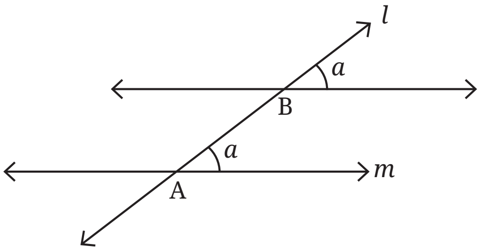
ஒரு அளவுகோல் மற்றும் கவராயத்தை பயன்படுத்தி இந்த யோசனையை எவ்வாறு செயல்படுத்துவது?

ஒரு கோடு mக்கு இணையான கோட்டை வரைய வேண்டும் என்று வைத்துக்கொள்வோம். mஐ வெட்டும் ஒரு கோடு lஐ நாம் உருவாக்குகிறோம். கோடு l என்பது m கோட்டிற்கும் ஒரு குறுக்குவெட்டாக செயல்படும்.

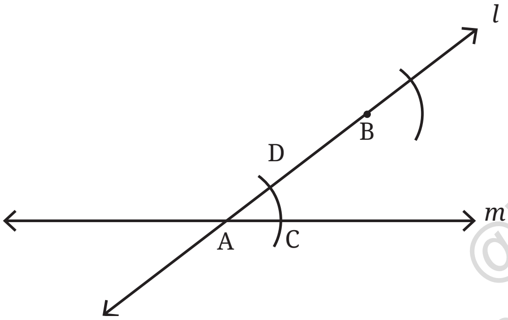


படம் 6.7

l இல் உள்ள ஒரு புள்ளி B ஐ தேர்ந்தெடுத்து, அதன் வழியாக இணையான கோட்டை வரைவோம். இந்த இணையான கோடு படத்தில் காட்டப்பட்டுள்ள அதே கோணத்தை உருவாக்க வேண்டும். m மற்றும் lக்கு இடையிலான கோணத்தை நகலெடுப்பதன் மூலம் இதைச் செய்யலாம்.

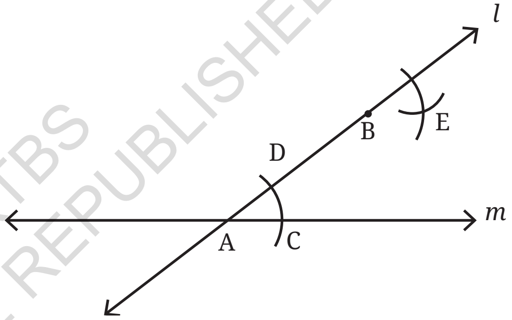


இதைச் செயல்படுத்துவதற்கான படிப்படியான நடைமுறை இங்கு உள்ளது.



படம் 6.8

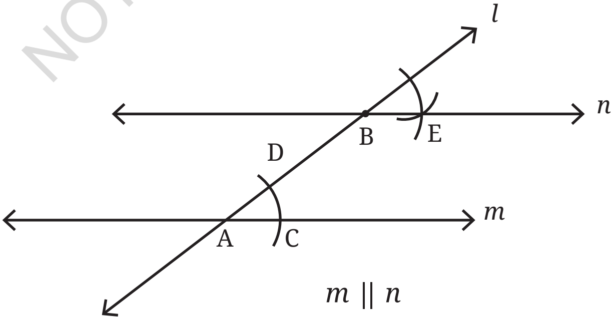
A மற்றும் B யிலிருந்து சம ஆரங்களை கொண்ட வில்களை உருவாக்குக.



படம் 6.9

நீளம் CD ஐ F லிருந்து வில்லுக்கு மாற்றவும்

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

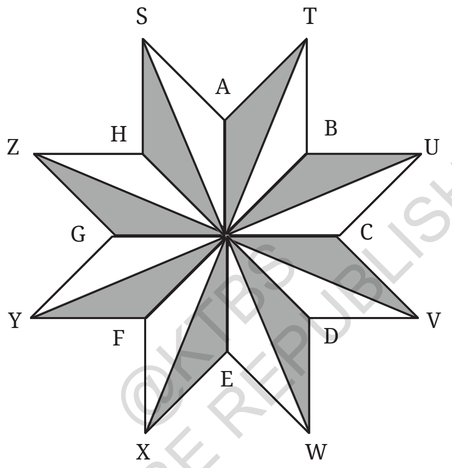


படம் 6.10

கொடுக்கப்பட்ட கோட்டிற்கு இணையாக ஒரு கோட்டை உருவாக்கும் முறையை படங்கள் 6.7- 6.10 விவரிக்கின்றன.

? இதனைக் கண்டறிக.

1. வெவ்வேறு நோக்குநிலைகளில் 4 ஜோடி இணையான கோடுகளை வரையவும்.
2. பின்வரும் படத்தை வரைக.



©KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

வளைவு வடிவமைப்புகள்

டீரெஃபாயில் வளைவு (மூவிலை வளைவு)

இந்த மாதிரியான அழகான வளைவை நீங்கள் பார்த்திருக்கிறீர்களா?

https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=28374748
Diwan-i-Aam, Red fort

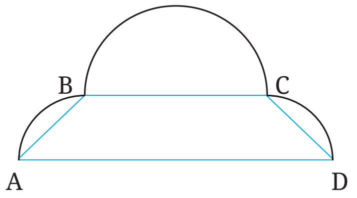
https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Central_Park_A.jpg *Central park, New York City*

? இந்த வளைவுகளை எப்படி செய்தார்கள்?

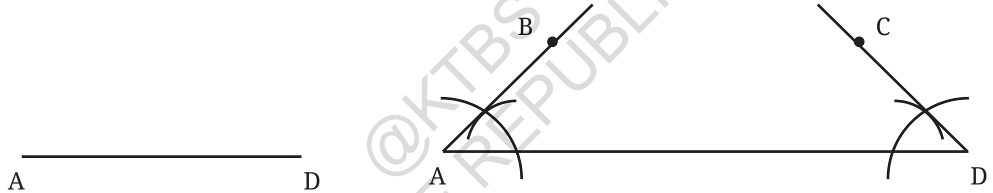
முதலில் காகிதம் அல்லது கல் போன்ற தட்டையான மேற்பரப்பில் அவற்றை வரையலாம்.

? இந்த வளைவு வடிவத்தை ஒரு காகிதத்தில் வரையவும்.

இந்த உருவத்திற்கு தேவையான துணைக் கோடுகளைப் பற்றி யோசிப்போம்.



சமச்சீருக்காக AB=CD, ஆகவும், ∠BAD = ∠CDA ஆகவும், இருக்க வேண்டும். இந்த துணைக் கோடுகளை நீங்கள் எவ்வாறு உருவாக்குவீர்கள்?



A மற்றும் Dஇல் சமகோணங்களை உருவாக்குங்கள். AB=CD ஆக B மற்றும் C புள்ளிகளை குறிக்கவும்.

? ஒரு வளைவை உருவாக்க இந்த துணைக் கோடுகளை பயன்படுத்தவும். தேவைப்பட்டால் வளைவை மிகவும் அழகாகக் காட்ட வளைவுகளின் ஆரங்களை சரி செய்யவும்.

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

ஒரு முனை வடிவவளைவு

சில வளைவுகள் இப்படி இருக்கும்.

https://en.m.wikipedia.org/wiki/File:Diwan-i-Aam,_Red_Fort,_Delhi_-_2.jpg
Diwan-i-Aam, Red Fort

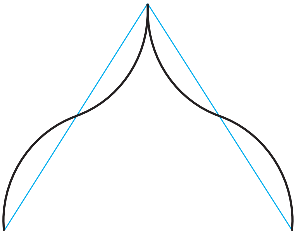
NOT TO BE

? இந்தவடிவத்தைஎப்படிஉருவாக்குவது?

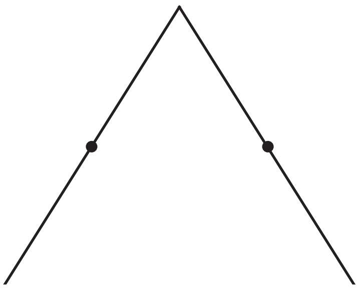
இந்த வளைவை வரைய நீங்கள் என்ன துணைக்கோடுகளை பயன்படுத்துவீர்கள்?

6ஆம் வகுப்பு பாடப்புத்தகத்தில் வரும் "Wavy Ware" (அலைப்போன்ற) ஞாபகம் இருக்கிறதா?

துணைக்கோடுகள் சம நீளமுள்ள இரண்டு கோட்டு துண்டுகளாகும்.



? அவற்றின் நடுப்புள்ளிகள் குறிக்கப்பட்டால், நீங்கள் ஒரு கூர்மையான வளைவை உருவாக்கமுடியுமா?



படம் 6.11

? **இதனைக் கண்டறிக.**

1. படம் 6.11 இல் உள்ள உதவிக் கோடுகளைப் பயன்படுத்தி ஒரு கூர்மையான வளைவை உருவாக்கவும். வளைவுகளின் ஆரத்தை மாற்றுவதன் மூலம் வெவ்வேறு வளைவுகளை உருவாக்கவும்.
2. நீங்கள் சொந்தமாக வளைவு வடிவமைப்புகளை உருவாக்குங்கள்.

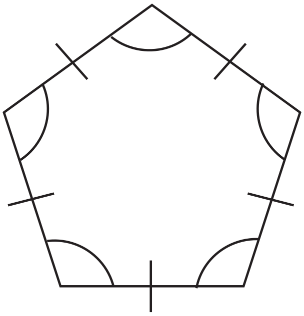
வழக்கமான அறுங்கோணங்கள்

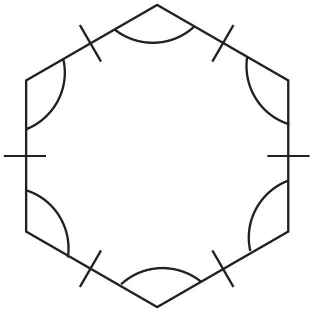
ஒரு வழக்கமான பலகோணம் சம பக்கங்களையும் சமகோணங்களையும் கொண்டுள்ளது என்பதை நினைவில் கொள்க. 3 பக்கங்களைக் கொண்ட ஒரு வழக்கமான பலகோணம், ஒரு சமபக்க முக்கோணம் மற்றும் 4 பக்கங்களை கொண்ட ஒரு வழக்கமான பலகோணம் ஒரு சதுரம். இந்த புள்ளி விவரங்களை நாம் முன்பே உருவாக்கியுள்ளோம்.

© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

? ஒரு வழக்கமண ஐங்கோணத்தையும் (5 பக்க உருவம்) ஒரு வழக்கமான அறுங்கோணத்தையும் (6 பக்க உருவம்) எவ்வாறு உருவாக்குவது? முதலில், சமமான பக்க நீளங்களைக் கொண்ட ஒரு ஐங்கோணத்தையும் அறுங்கோணத்தையும் உருவாக்க முயற்சிக்கவும்.

முயற்சி செய்க



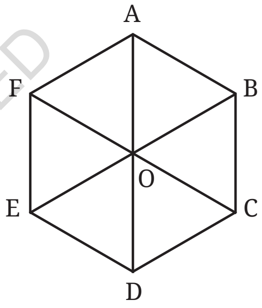


ஒரு வழக்கமான ஐங்கோணத்தை உருவாக்க முதலில் நாம் முக்கோணங்கள் மற்றும் ஐங்கோணங்களைப் பற்றி நன்கு புரிந்துக் கொள்ள வேண்டும். இதைப்பற்றி வரும் ஆண்டுகளில் விவாதிப்போம். இருப்பினும் ஒரு வழக்கமான அறுங்கோணத்தை உருவாக்குவது நம் மால் முடிந்த ஒன்று!

? ஒரு வழக்கமான அறுங்கோணத்தை சிறிய துண்டுகளாக உடைத்து உருவாக்க முடியுமா?

வழக்கமான அறுங்கோணம் மற்றும் சமபக்க முக்கோணங்கள்.

ஒரு வழக்கமான அறுங்கோணத்தின் 'எதிர்' புள்ளிகளை நாம் இணைக்கும் போது என்ன நடக்கும் ? ஒரு வழக்கமான அறுங்கோணம் சமமான பக்கங்களையும் கோணங்களையும் கொண்டிருப்பதால், இது போன்ற ஒரு உருவத்தை எதிர்பார்க்க முடியுமா?



படம் 6.12

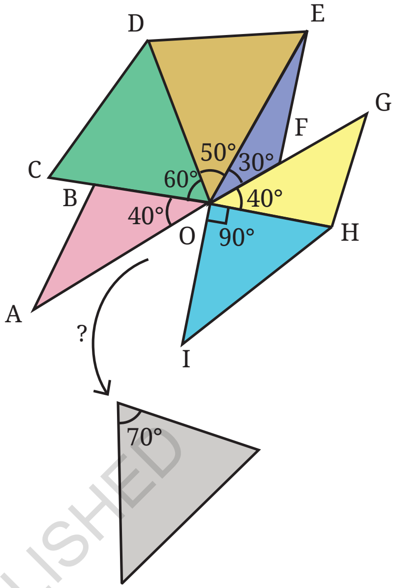
படத்தில் உள்ள அனைத்து முக்கோணங்களும் சமபக்க முக்கோணங்களாக இருக்குமா?

இந்தக் கேள்விகளுக்கு பதிலளிக்க நமது அணுகுமுறையை மாற்றுவோம்.

? படம் 6.12 இல் உள்ளதைப் போல ஆறு சமபக்க முக்கோணங்களை ஒன்றாக வைக்க முடியுமா? ஆம் எனில் அது ஒரு வழக்கமான அறுங்கோணத்தை ஏற்படுத்துமா?

படம் 6.12இல் காட்டப்பட்டுள்ளப்படி ஆறு சமபக்க முக்கோணங்களை உண்மையில் வைக்க முடிந்தால், அதன் விளைவாக வரும் அறுங்கோணத்தின் பக்கங்கள் சமமாக இருக்கும். மேலும் அவற்றின் கோணங்கள் 60+60=120(எப்படி)? ஆகும். எனவே, நாம் உண்மையில் ஆராய வேண்டியது என்னவென்றால், 6 சமபக்க முக்கோணங்கள் ஒன்றுடன் ஒன்று சேராமல் மற்றும் மையத்தை சுற்றி எந்த இடைவெளிகளையும் விடாமல் இந்த வழியில் பொருந்துமா என்பதுதான். ஒரு புள்ளியை சுற்றியுள்ள முழு கோணத்தையும் 360^0 ஆக எடுத்துக்கொள்வதன் மூலம் ஒரு டிகிரியை வரையறுத்துள்ளோம். எனவே மையத்தை சுற்றியுள்ள அனைத்துக் கோணங்களின் கூட்டுத்தொகை 360^0 ஆக இருக்க வேண்டும்.

NOT TO BE REPUBLISHED @KTBS



? இந்த உருவத்தை கவனியுங்கள். 70^0 கோணம் இடைவெளியில் பொருந்துமா? ∠AOI இன் இடைவெளி எவ்வளவு?

நம்மிடம் உள்ளது.

40° + 60° + 50° + 30° + 40° + 90° + இடைவெளி கோணம் = 360^0

70^0 கோணம் இடைவெளிக்கு பொருந்துமா என்பதை தீர்மானிக்க இதை பயன்படுத்தவும்.

இவ்வாறு 360^0 வரை கூட்டும் கோணங்கள் இருந்தால், அவற்றின் உச்சிகளை ஒரே புள்ளியில் ஒன்றாக இணைக்க முடியும். அதாவது,

(அ) கோணங்கள் ஒன்றுடன் ஒன்று படியாது, மற்றும்

(ஆ) அவை புள்ளியை சுற்றியுள்ள பகுதியை முழுமையாக உள்ளடக்கும்.

ஒரு சமபக்க முக்கோணத்தில் ஒவ்வொரு கோணமும் 60^0 ஆக இருப்பதால், அத்தகைய அறுங்கோணங்களின் கூட்டுத்தொகை 360^0 ஆகும். எனவே, படம் 6.12 இல் காட்டப்பட்டுள்ளபடி 6 சர்வசம முக்கோணங்களை அமைக்கலாம்.

? படம் 6.12இல், AOD, BOE மற்றும் COF ஆகியவை ஏன் நேர்கோடுகள் என்று விளக்க முடியுமா?

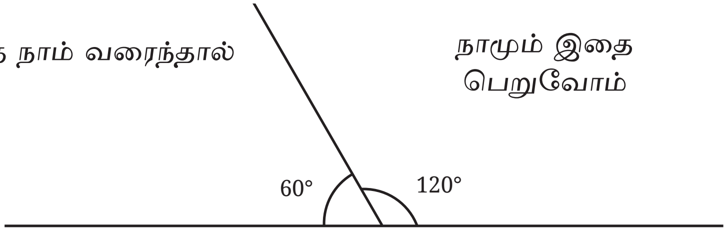
? ஒரு அளவுகோல் மற்றும் கவராயத்தை பயன்படுத்தி 4 செ.மீ. பக்க நீளம் கொண்ட ஒரு வழக்கமான அறுங்கோணத்தை உருவாக்கவும்.

ஒரு அளவுகோல் மற்றும் கவராயத்தைப் பயன்படுத்தி 120^0 கோணத்தை உருவாக்க முடிந்தால் நாம் ஒரு வழக்கமான அறுங்கோணத்தை நேரடியாக உருவாக்க முடியும்.

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

? நாம் எதை எப்படி செய்வது?

60° கோணத்தை உருவாக்க முடிந்தால் இதை செய்யலாம்.



60° கோணத்தை வரைதல்

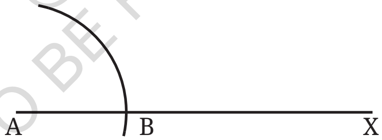
? 60° கோணத்தை எப்படி உருவாக்குவது?

ஒரு சமபக்க முக்கோணத்தை உருவாக்கினால், நமக்கு 60° கோணம் கிடைக்கும் ! இதற்கு பின்வரும் படிநிலைகளை பயன்ப்படுத்தலாம்.

ஒரு கோட்டுத் துண்டு AX, இல் புள்ளி A இல் நமக்கு 60° கோணம் தேவை என்று வைத்துக்கொள்வோம்.

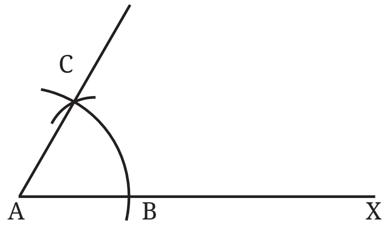
@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

படிநிலை 1



மையம் A மற்றும் ஏதேனும் ஆரம் கொண்ட ஒரு வில்லை உருவாக்கவும்.

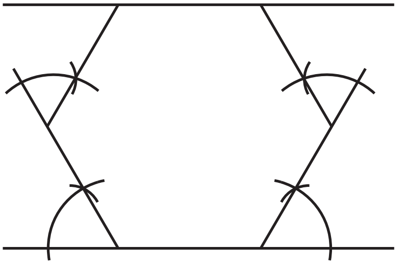
படிநிலை 2



அதே ஆரத்துடன் முதல் வில்லை சந்திக்கும் மற்றொரு வில்லை Bஇலிருந்து வெட்டுங்கள். வில்கள் சந்திக்கும் புள்ளியை C ஆகக் கொள்வோம்.

நம்மிடம் $\angle CAX = 60^{0}$ உள்ளது.

? $\angle CAX = 60^{0}$ ஏன் ? இங்கே ஒரு சமபக்க முக்கோணம் உள்ளதா? இந்த யோசனைகளை பயன்படுத்தி ஒரு வழக்கமான அறுங்கோணத்தை உருவாக்கலாம்.



? 5 செ.மீ. பக்க நீளம் கொண்ட ஒரு வழக்கமான அறுங்கோணத்தை உருவாக்கவும்.

NOT TO BE REPUBLISHED @KTBS

தொடர்புடைய கட்டுமானங்கள்

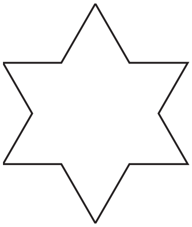
30^{0} மற்றும் 15^{0} கோணங்களின் கட்டுமானம்.

? 30^{0} மற்றும் 15^{0} கோணங்களை எவ்வாறு உருவாக்குவீர்கள்?

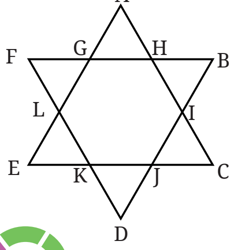
6-முனைகளின் நட்சத்திரம்

? பின்வரும் 6-முனைகளின் நட்சத்திரத்தை உருவாக்குங்கள். அது ஒரு சுழற்சி சமச்சீரமைப்பைக் கொண்டுள்ளது என்பதை நினைவில் கொள்க.

கணித பேச்சு



குறிப்பு :



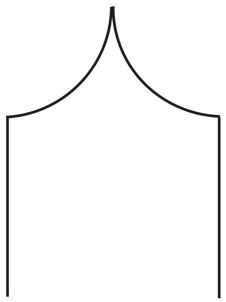
இங்கு ஒரு அறுங்கோணம் தெரிகிறதா?

? ஆறு முக்கோணங்கள் நட்சத்திரத்தின் 6 முனைகளை உருவாக்குகின்றனவா? -ΔAGH, ΔBHI, ΔCIJ, ΔDJK, ΔALK, ΔFLG சமபக்கம் கொண்டுள்ளதா? ஏன்?

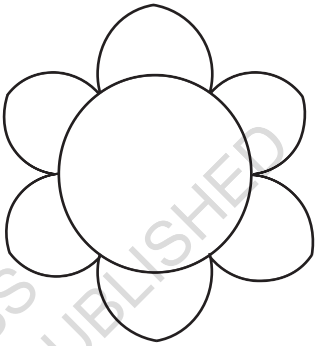
(குறிப்பு: கோணங்களை கண்டறியவும்.)

? இதைக் கண்டுப்பிடிக்கவும்.

1. பின்வரும் வடிவங்களை உருவாக்கவும்.



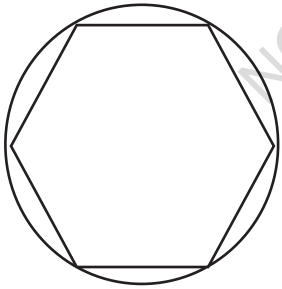
ஒரு வளைந்த வில்



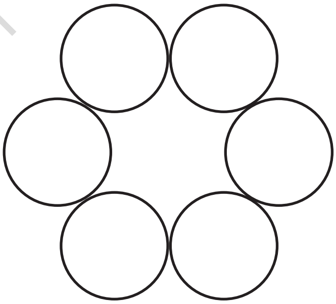
(b)

இந்த உருவத்தின் வேடிக்கை என்னவென்றால், இதை ஒரு கவராயத்தை மட்டுமே பயன்படுத்தி உருவாக்க முடியும். உங்களால் இதை செய்ய முடியுமா?

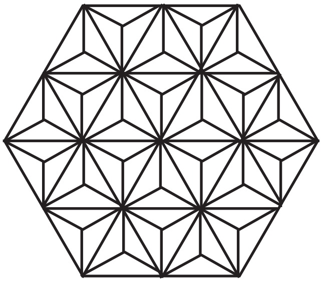
@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED



(c)

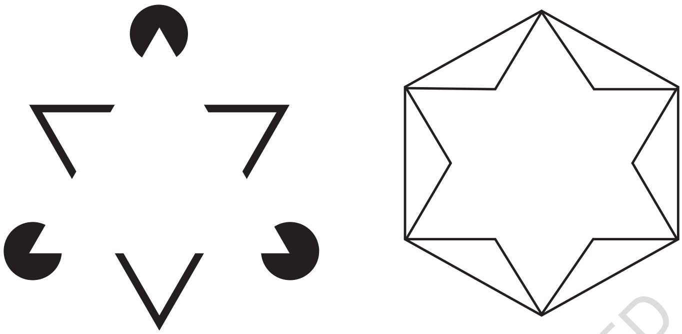


(d)



(e)

2. ஒளியியல் மாயை: பின்வரும் படத்தில் ஏதேனும் சுவாரஸ்யமான விஷயத்தை கவனித்தீர்களா? இது எப்படி நிகழ்கிறது? இதை உங்கள் புத்தகத்தில் மீண்டும் உருவாக்கவும்.



3. உருவத்தை வரையவும்.

(குறிப்பு: இந்தப் படத்தில் கோணங்களை கண்டறியவும்.)

4. ஒரு கோடு l வரைந்து கோட்டிற்கு வெளியே எந்த இடத்தில் வேண்டுமானாலும் ஒரு புள்ளி Pஐ குறிக்கவும்.

முயற்சி செய்க

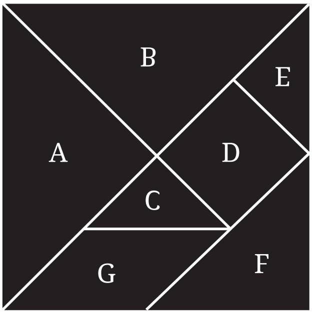
கொடுக்கப்பட்ட கோட்டிற்கு l முதல் Pவரை செங்குத்தாக ஒரு கோடு வரையவும்.

(குறிப்பு : P வழியாக செங்குத்து இருசமவெட்டி செல்லும் l இல் ஒரு கோடு பகுதியைக் கண்டறியவும்)

NOT TO BE REPUBLISHED @KTBS

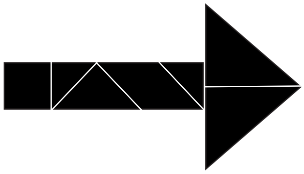
6.2 டைலிங் (ஓடு பதித்தல்)

டான்கிராம்கள் சீனாவில் தோன்றிய புதிர்கள். காட்டப்பட்டுள்ளப்படி ஒரு சதுரத்தைப் பிரிப்பதன் மூலம் பெறப்பட்ட 7 துண்டுகளைப் பயன்படுத்துகின்றன.



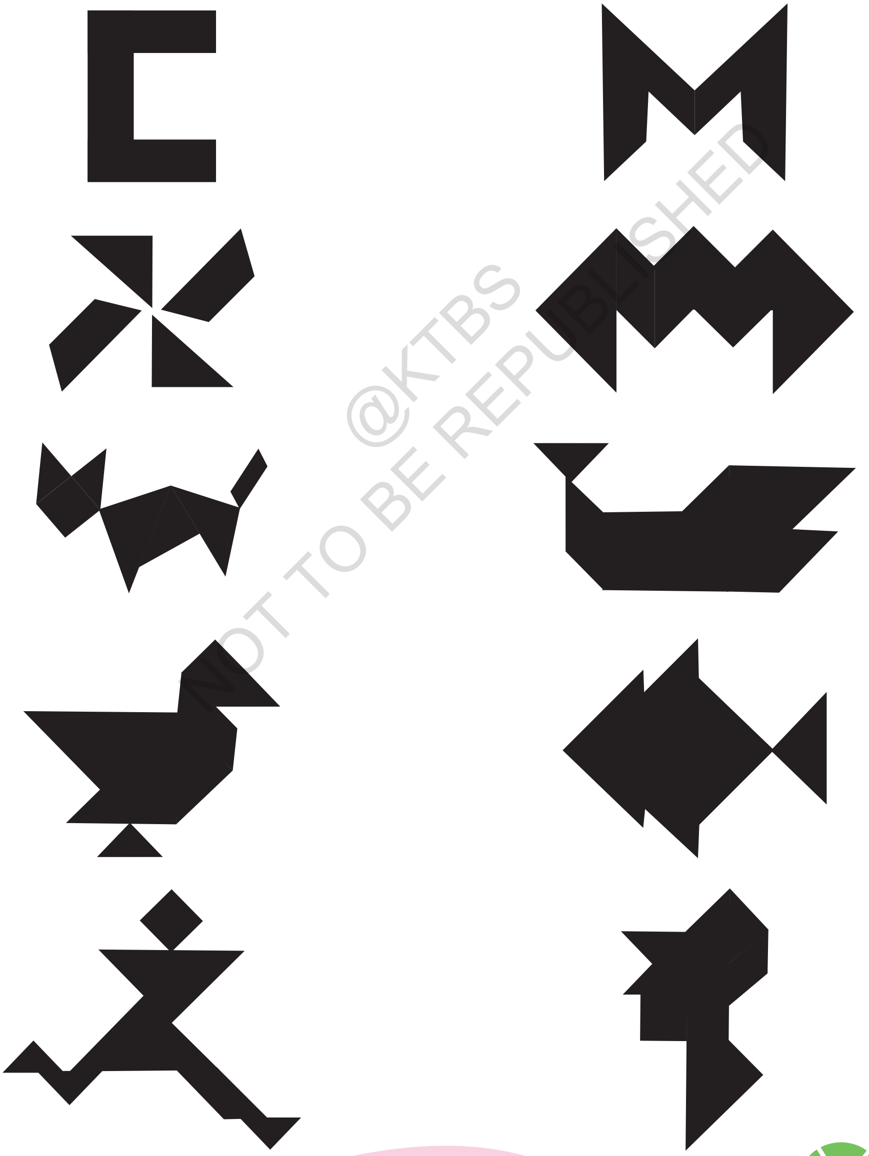
வரவிருக்கும் புதிர்களுக்கு, நமக்கு இந்த 7 டான்கிராம் துண்டுகள் தேவை. இவை புத்தகத்தின் இறுதியில் கொடுக்கப்பட்டுள்ளன. அல்லது, படத்தைப் பார்ப்பதன் மூலம், நீங்கள் துண்டுகளின் அட்டை கட்அவுட்களை உருவாக்கலாம்.

டான்கிராம் துண்டுகளை மறுசீரமைப்பதன் மூலம் சுவாரஸ்யமான துண்டுகளை உருவாக்கலாம். இதோ ஒரு அம்புக்குறி.



? இதைக் கண்டு பிடிக்கவும்.

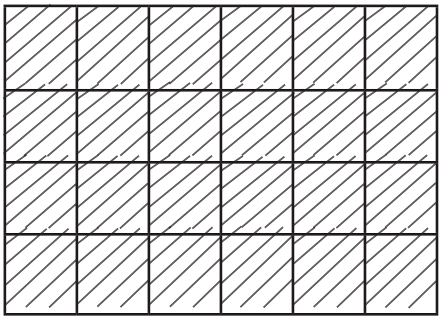
பின்வரும் ஒவ்வொரு உருவத்தையும் உருவாக்கும் வகையில் டான்கிராம் துண்டுகளை எவ்வாறு மறுசீரமைக்க முடியும்?



@KTBS
NOT TO BE REPUBLISHED

இடைவெளிகள் அல்லது ஒன்றின் மேல் ஒன்று இல்லாமல் வடிவங்களின் தொகுப்பைப் பயன்படுத்தி ஒரு பகுதியை மூடுவது **ஓடுகள் பதித்தல்** என்று அழைக்கப்படுகிறது.

அலகு சதுரங்களால் ஆன ஒரு செவ்வக கட்டத்தை கவனியுங்கள்-

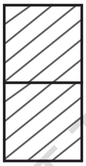


இது 4 வரிசைகள் மற்றும் 6 நெடுவரிசைகளைக் கொண்டிருப்பதால், இதை 4×6 கட்டம் என்று அழைக்கிறோம்.

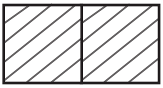
©KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

? 2×1 ஓடுகளின் பல நகல்களை பயன்படுத்தி 4×6 கட்டத்தை செய்ய முடியுமா?

நாம் 2×1 ஓடுகளை சுழற்றி பயன்படுத்த அனுமதிக்கப்படுகிறோம்.



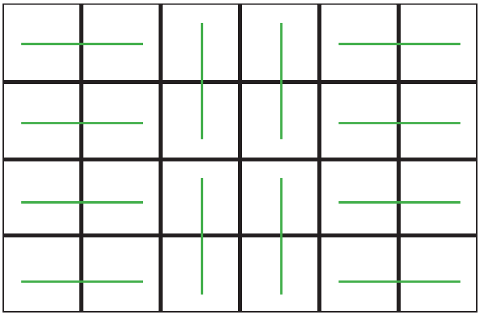
செங்குத்து ஓடு



கிடைமட்ட ஓடு

இதோ ஒரு வழி.

வெளிப்படையாக, இது மட்டுமே சாத்தியமான ஓடு பதித்தல் (tiling) அல்ல.



? 4×7 கட்டத்தை, 2×1 ஓடுகளை பயன்படுத்தி ஓடுகள் பதிக்க முடியுமா?

? 5×7 கட்டத்தால் முடியுமா?

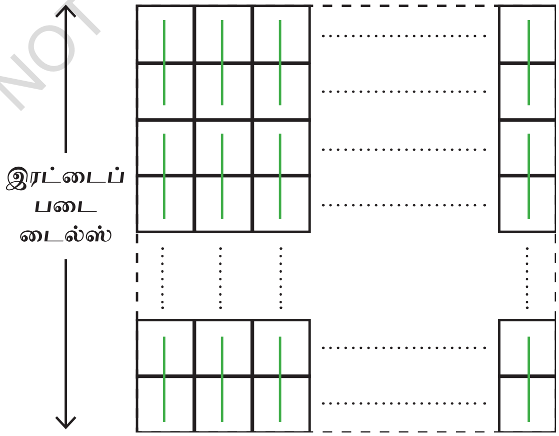
2×1 ஓடுகளைப் பயன்படுத்தி 5×7 கட்டத்தை டைல் செய்ய வழி இல்லை என்பதைக் காண, இந்த கட்டம் 35 அலகு சதுரங்களை கொண்டுள்ளது என்பதை கவனியுங்கள். ஒவ்வொரு ஓடும் சரியாக 2 அலகு சதுரங்களை உள்ளடக்கியது.

? **நியாயத்தை பூர்த்தி செய்யவும்.**

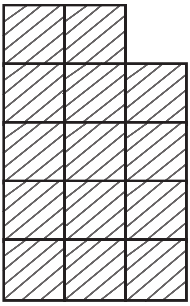
? m மற்றும் n இரண்டும் இரட்டைப்படையாக இருந்தால், $2{\times}1$ ஓடுகளைக் கொண்ட ஒரு mn கட்டத்தை டைல் செய்ய முடியுமா? ஆம் எனில், அதை டைல் செய்வதற்கான பொதுவான உத்தியை கொண்டு வாருங்கள்.

இந்த விஷயத்தில் ஒரு பொதுவான உத்தி என்னவென்றால், ஒவ்வொரு நெடுவரிசையையும் செங்குத்து ஓடுகளால் மூடுவது. வரிசைகளின் எண்ணிக்கை சமமாக இருப்பதால் இது சாத்தியமாகும்.

? m மற்றும் n இரண்டில் ஒன்று இரட்டைப்படையாகவும் மற்றொன்று ஒற்றைப்படையாகவும் இருந்தால், $2{\times}1$ ஓடுகளைக் கொண்ட ஒரு mn கட்டத்தை டைல் செய்ய முடியுமா? ஆம், எனில், அதை டைல் செய்வதற்கான பொதுவான உத்தியைக் கொண்டு வாருங்கள்.

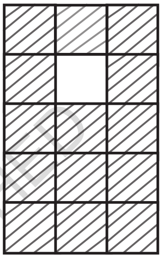


NOT TO BE REPUBLISHED @KTBS



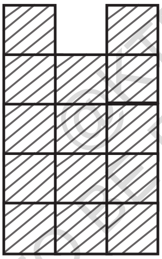
? m மற்றும் n இரண்டும் ஒற்றைப்படை என்றால் 2×1 ஓடுகளைக் கொண்ட ஒரு mn கட்டம் டைல் செய்ய முடியுமா? காரணங்களை கூறுங்கள்.

? ஒரு அலகு சதுரம் அகற்றப்பட்ட ஒரு 5×3 கட்டம் உள்ளது. இப்போது அதில் இரட்டை எண்ணிக்கையிலான அலகு சதுரங்கள் உள்ளன. 2×1 ஓடுகளுடன் இதை போடக் கூடியதா?



? கொடுக்கப்பட்டுள்ள பகுதி 2×1 ஓடுகளால் டைல் செய்ய முடியுமா?

? **இதைப் பற்றி என்ன சொல்கிறீர்கள்?**

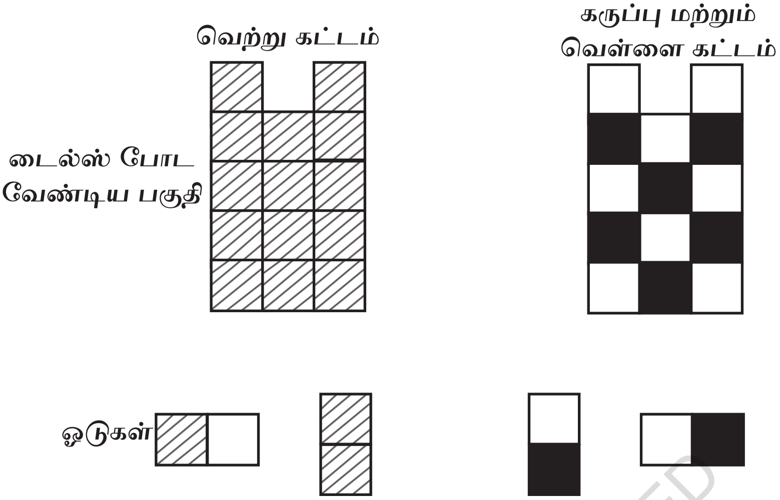


படம் 6.13

© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

? இதை டைல் செய்ய முடிந்ததா? இது டைல் செய்யக்கூடியது அல்ல என்பதை எப்படி உறுதி செய்வது? 5×3 கட்டத்திலிருந்து அகற்றப்படும்போது, அதை டைல் செய்ய முடியாததாக மாற்றும் மற்றொரு அலகு சதுரத்தை கண்டுப்பிடிக்க முடியுமா?

இந்த கேள்விகளை பார்ப்பதற்கு ஒரு சுவாரஸ்யமான வழி உள்ளது. இந்த வகையான எந்த ஒரு டைலிங் புதிருக்கும். கருப்பு மற்றும் வெள்ளை நிறத்தில் உள்ள அலகு சதுரங்களுடன் இதேப்போன்ற புதிரை உருவாக்களாம். இதனால் கருப்பு சதுரங்கள் பக்கத்தில் வெள்ளை நிறச் சதுரங்களும், வெள்ளை சதுரங்கள் பக்கத்தில் கருப்பு நிறச் சதுரங்கள் மட்டுமே கொண்டிருக்கும் படம் 6.13இல் உள்ள ஓடு பதித்தல் புதிருக்கு, பின் வருவனவற்றை பெறுகிறோம்.



படம் 6.14

கருப்பு - வெள்ளை பகுதியில், ஒவ்வொரு கருப்பு சதுர ஓடும் கட்டத்தின் ஒரு கருப்பு சதரத்திலும், ஒவ்வொரு வெள்ளை சதுரமும் ஒரு வெள்ளை சதுரத்திலும் அமர்ந்திருக்கும் வகையில் 2×1 கருப்பு-வெள்ளை ஓடுகளால் பகுதியை டைல் செய்வதுதான் பிரச்சனை.

1) வெற்று (plain) கட்டம் டைல் செய்யக்கூடியதாக இருந்தால், கருப்பு-வெள்ளை கட்டம் டைல் செய்யக்கூடியதாக இருக்குமா?

கணித பேச்சு

? கருப்பு - வெள்ளை கட்டம் டைல் செய்யக்கூடியதாக இருந்தால், வெற்று கட்டம் டைல் செய்யக்கூடியதாக இருக்குமா? இரண்டு கேள்விகளுக்கும் பதில் ஆம் என்பதை காணலாம்.

? படம் 6.14 இல் உள்ள கருப்பு வெள்ளை பகுதி ஓடு பதிக்கக் கூடியதா?

கருப்பு வெள்ளை டைல்களால் அலங்கரிக்கப்பட்ட எந்தவொரு பகுதியிலும் சம எண்ணிக்கையிலான கருப்பு டைல்களும் வெள்ளை டைல்களும் இருக்க வேண்டும். படம் 6.14இல் உள்ள கருப்பு-வெள்ளை பகுதியில் எட்டு வெள்ளை சதுரங்கள் மற்றும் 6 கருப்பு சதுரங்கள் இருப்பதால், இந்த ஓடுகளால் அதை ஒருபோதும் பதிக்க முடியாது.

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

கணித பேச்சு

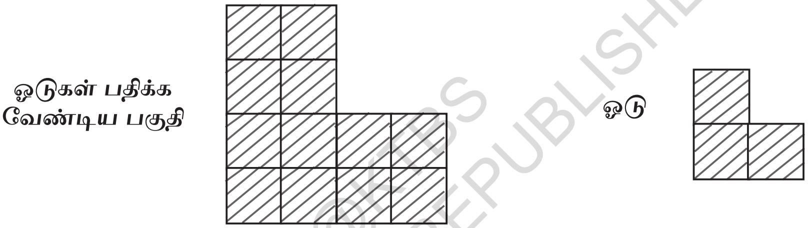
? 5×3 கட்டத்திலிருந்து அகற்றப்படும் போது, அதை டைல் செய்ய முடியாததாக மாற்றும் மற்றொரு அலகு சதுரத்தைக் கண்டுப்பிடிக்க இந்த யோசனையை பயன்படுத்தவும்?

வண்ணங்களை அறிமுகப்படுத்தி, சிக்கலை மேலும் சிக்கலாக்குவதன் மூலம் அதை சமாளிப்பது என்பது ஆச்சரியமாக இல்லையா? சிக்கலை தீர்ப்பதற்கு என்ன ஒரு ஆக்கப்பூர்வமான வழி!

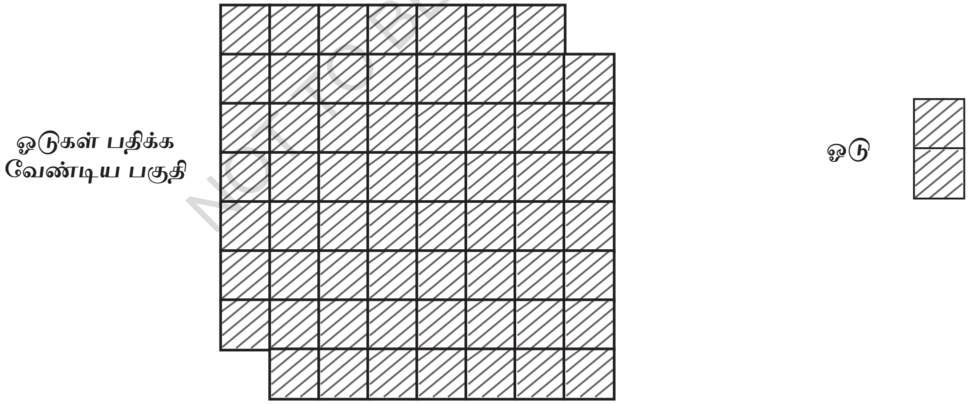
? இதனைக் கண்டறிக.

பின்வரும் ஒடுகள் பதித்தல் சாத்தியமா?

1\.



2\.



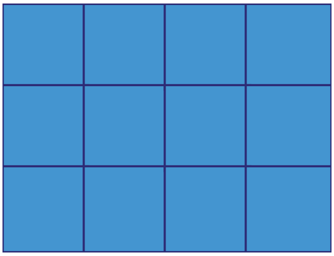
@KTBS
NOT TO BE REPUBLISHED

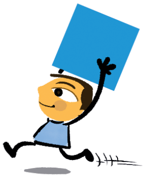
முழு பகுதிக்கும் ஒடுகள் பதித்தல்.

இதுவரை ஒரு குறிப்பிட்ட பகுதியில் எப்படி ஒடுகள் பதிப்பது என்று பார்த்தோம். முழு பகுதியையும் ஒடுகள் பதிப்பது எப்படி?

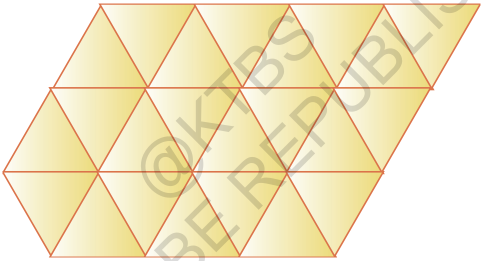
? முழு பகுதியையும் ஓடுகளால் பதிக்கக்கூடிய ஒரு வடிவத்தை நீங்கள் யோசிக்க முடியுமா?

தெளிவாக, சதுரங்களால் முடியும்.





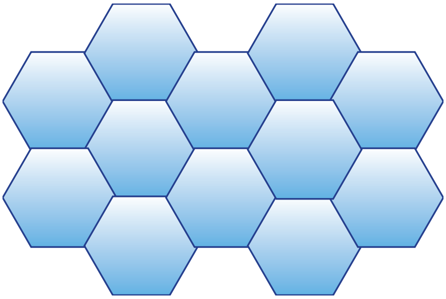
சமதள பகுதியை ஓடுகளால் பதிக்கக்கூடிய வேறு வழக்கமான பலகோணங்கள் உள்ளதா? சமபக்க முக்கோணங்களை பற்றி என்ன நினைக்கிறீர்கள்?



@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

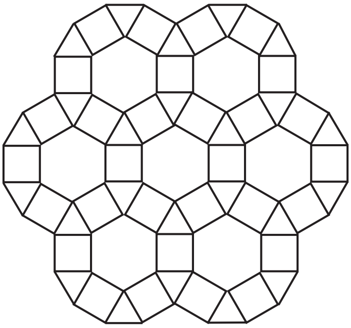
சமபக்க முக்கோணங்களுடன் ஓடுகள் பதிப்பது மற்றொரு வழக்கமான பலகோணத்துடன் ஓடுகள் பதிப்பதற்கான சாத்தியத்தை காட்டுகிறது.

ஒரு சமதளத்தை வழக்கமான அறுங்கோணங்களை பயன்படுத்தியும் ஓடுகள் பதிக்கலாம்.

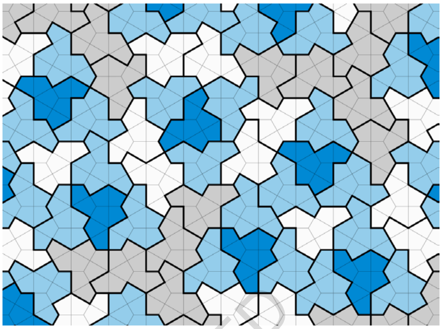


ஒரு சமதள பகுதியை ஒன்றுக்கு மேற்பட்ட வடிவங்களைப் பயன்படுத்தியும், வழக்கமான பலகோணங்களைப் பயன்படுத்தியும் ஓடுகள் பதிக்கலாம். சிறந்த டச்சு கலைஞரான எஷர் (1898 - 1972)

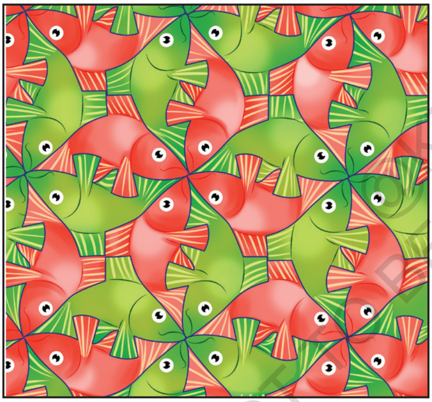
போன்றவர்கள் - ஓடுகள் பதித்தல் போன்ற கணித கருப் பொருள்களை ஆய்வு செய்து விலங்கு வடிவங்களை பயன்படுத்தி ஒரு சமதள பகுதியில் ஓடுகள் பதிப்பதற்கான ஆக்கப்பூர்வமான வழிகளை கண்டுப்பிடித்துள்ளார்! இங்கே சில உதாரணங்கள் உள்ளன.



(a)



(b)



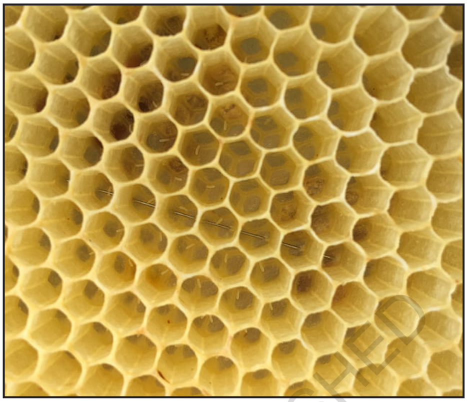
(c)

(d)

சமதள பகுதியில் ஓடுகள் பதிப்பதற்கான பல்வேறு வழிகளை கணிதவியலாளர்கள் இன்னும் ஆராய்ந்து வருகின்றனர்! ஓடுகள் பதித்தல் (படம் b) 2023 ஆம் ஆண்டிலேயே கண்டுபிடிக்கப்பட்டது.

அன்றாட வாழ்வில் ஓடுகள் பதிப்பதை பார்த்திருக்கிறீர்களா? அவை பெரும்பாலும் கட்டிடங்களிலும், வடிவமைப்புகளிலும் பயன்படுத்தப் படுகின்றன. ஓடு பதித்தல் இயற்கையிலும் காணப்படுகின்றன. தேனீக் கூடுகளின் முன்பக்கமும், சில குளவி கூடுகளிலும் அறுங்கோண செல்களை பயன்படுத்தி ஓடுகள் பதிக்கபட்டுள்ளன.

இந்த செல்களை பூச்சிகள் தங்கள் முட்டைகள், லார்வாக்கள் மற்றும் கூட்டுப்புழுக்களை பாதுகாப்பாக வைத்திருக்கவும், உணவை சேமிக்கவும் பயன்படுத்துகின்றன. இந்த பகுதி ஓடுகளால் பதிக்கப்பட்டிருப்பதால், எந்த இடமும் வீணாகாது.



தேனீக்களும், குளவிகளும் எப்படி அறுங்கோண செல்களை உருவாக்குகின்றன என்று விஞ்ஞானிகள் இன்னும் ஆச்சரியப்படுகிறார்கள். அடுத்த முறை நீங்கள் ஏதேனும் ஓடு பதிப்பதை பார்க்கும் போது அதில் கவனம் செலுத்துங்கள்!

ஒடு பதித்தல் வடிவியல் ஆராய்ச்சியில் மிகவும் உற்சாகமான மற்றும் செயல்பாட்டில் உள்ள பகுதிகளில் ஒன்றாக இன்றும் இருக்கின்றது.

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

பாடச்சுருக்கம்

- ஒரு கோட்டுத்துண்டையோ அல்லது ஏதாவது வடிவியல் அளவையோ இரண்டு ஒத்த பகுதிகளாக பிரிப்பது இருசமவெட்டு எனப்படும்.
- கொடுக்கப்பட்ட கோட்டுத்துண்டின் இரண்டு முனைப்புள்ளிகளிலிருந்து சமதூரத்தில் உள்ள எந்த புள்ளியும் அதன் செங்குத்து இருசமவெட்டியில் உள்ளது. இந்த பண்பை ஒரு அளவுகோல் மற்றும் கவராயத்தை பயன்படுத்தி செங்குத்து இருசமவெட்டியை கட்டமைக்க பயன்படுத்தலாம்.
- செங்குத்து இருசமவெட்டியை உருவாக்கும் முறையை, ஒரு கோட்டின் எந்த புள்ளியிலும் ஒரு அளவுகோல் மற்றும் கவராயத்தை மட்டும் பயன்படுத்தி 90^0 கோணத்தை வரைய மாற்றி அமைக்கலாம்.
- முக்கோணத்தின் ஒற்றுமை பண்புகளை பயன்படுத்தி ஒரு கோணத்தை இருசமமாக பிரித்து நகலெடுக்கலாம்.
- ஒரு சமபக்க முக்கோணத்தை உருவாக்குவதன் மூலம் ஒரு அளவு கோல் மற்றும் கவராயத்தை பயன்படுத்தி 60^0 கோணத்தை உருவாக்க முடியும்.
- இடைவெளிகள் அல்லது ஒன்றன் மேல் ஒன்றை பொருத்துதல்கள் இல்லாமல், வடிவங்களின் தொகுப்பை பயன்படுத்தி ஒரு பகுதியை மூடுவது ஓடுகள் பதித்தல் (tiling) என்று அழைக்கப்படுகிறது.

©KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

7

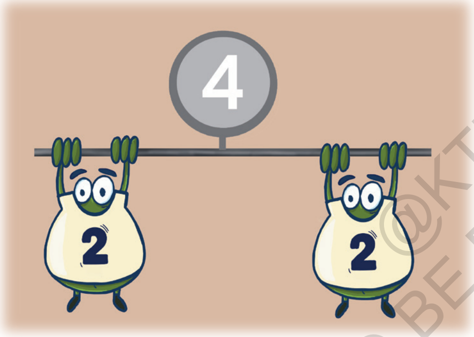
தெரியாதவற்றைக் கண்டறிதல்.

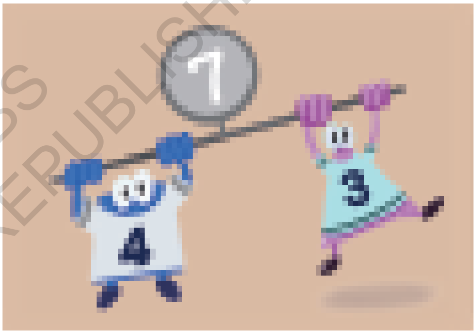
Finding the Unknown

7.1 தெரியாதவற்றைக் கண்டறியவும்

தெரியாத எடைகள்

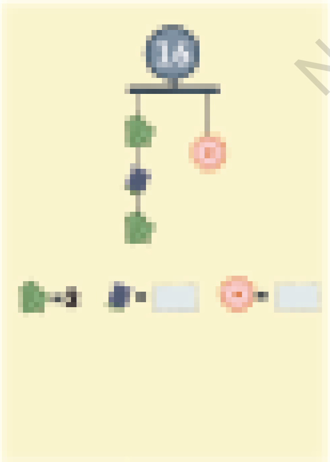
நம்மிடம் ஒரு எடை அளவுகோல் உள்ளது. அது பின்வருமாறு செயல்படுகிறது. எண்கள் எடையின் அலகுகளைக் குறிக்கின்றன.



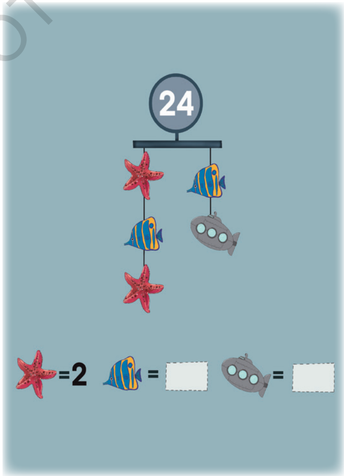


NOT TO BE REPUBLISHED @KTBS

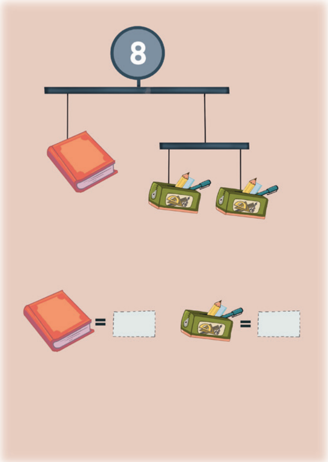
? பின்வரும் நிகழ்வுகளில் தெரியாத எடைகளைக் கண்டறியவும்.



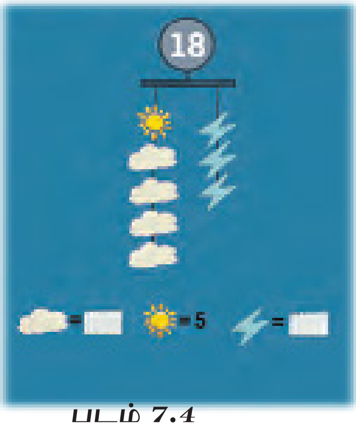
படம் 7.1



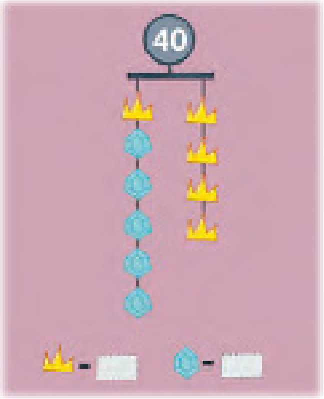
படம் 7.2



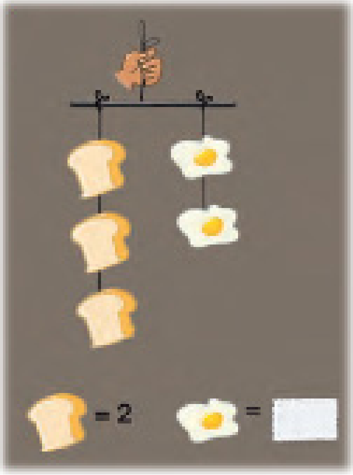
படம் 7.3



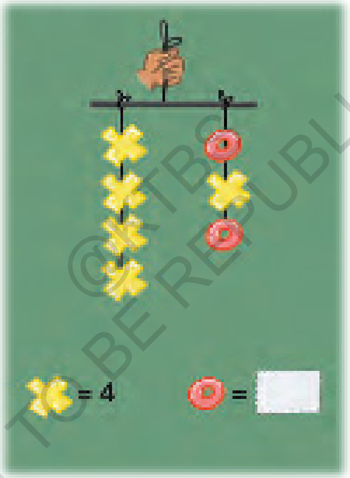
படம் 7.4



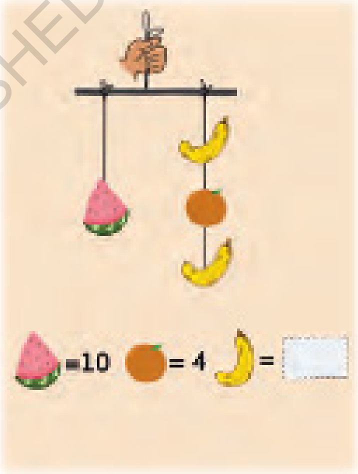
படம் 7.5



படம் 7.6



படம் 7.7



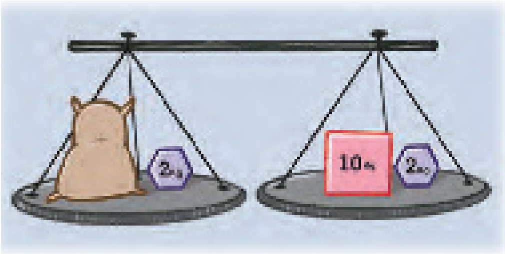
பஏம் 7.8

NOT TO BE REPUBLISHED

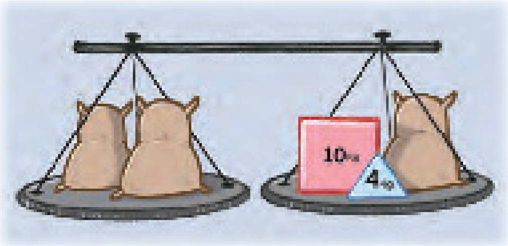
கணித பேச்சு

? உங்கள் வகுப்பு தோழர்களுடன் பதில்களைப் பற்றி விவாதிக்கவும். உங்கள் பதில் சரியானது என்று நீங்கள் நினைப்பதற்கான காரணங்களைக் கூறுங்கள்.

? பின்வரும் நிகழ்வுகளில் சாக்குப்பைகளின் அறியப்படாத எடையை கண்டறியவும். படம் 7.10 இல், அனைத்து சாக்குகளும் ஒரே எடையைக் கொண்டுள்ளன.

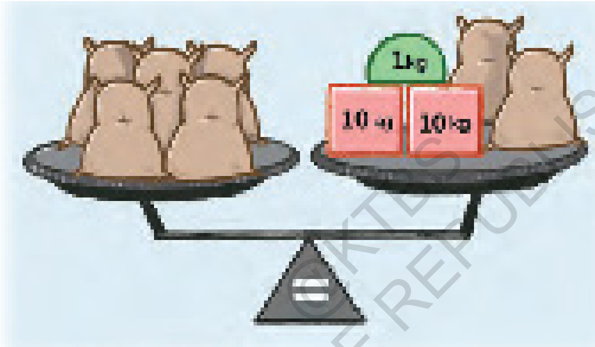


படம் 7.9



படம் 7.10

(**குறிப்பு:** இரண்டு தட்டுகளிலிருந்தும் சமமான எடைகளை அகற்றினாலும், எடை அளவு கோல் இன்னும் சமநிலையில் இருக்குமா? படம்7.10 க்கு ஒவ்வாரு தட்டிலிருந்தும் ஒரு சாக்குப்பையினை அகற்றவும்.)



படம் 7.11

[குறிப்பு : பைகள் ஒரே தட்டில் இருக்கும்படி பொருட்களை அகற்ற முடியுமா?]

© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

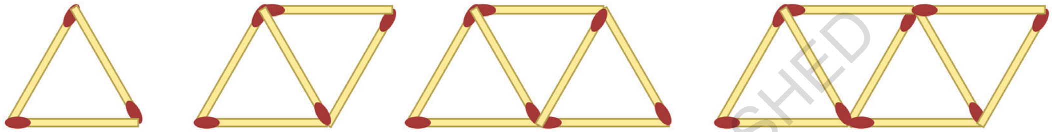
படம் 7.12

ஆசிரியருக்கான குறிப்பு: உங்கள் மாணவர்கள் பல்வேறு உத்திகள் மற்றும் செயல்முறைகளைப் பயன்படுத்தி இந்தப் பிரச்சனைகளுக்குத் தீர்வு காண ஊக்குவிக்கவும். மேலும் அவர்களின் செயல்முறைகளை ஒப்பிட்டு பார்க்கவும், வேறுபடுத்தவும் கூறுங்கள்.

வேறு ஒரு அமைப்பில் தெரியாத மதிப்பைக் கண்டுபிடிப்போம்.

தீக்குச்சிகளின் அமைப்பு

தீக்குச்சி அமைப்புகளின் இந்த வரிசையைக் கவனியுங்கள்.



NOT TO BE REPUBLISHED ©KTBS

இந்த வரிசையை நாம் முந்தைய அத்தியாயத்தில் படித்ததை நினைவில் கொள்க.

இந்தப் படம், முதல் *4* தீக்குச்சி அமைப்புகளையும் அவற்றின் நிலை எண்களையும் வரிசையில் காட்டுகிறது.

? இந்த வரிசையில் தோன்றும் ஒரு தீக்குச்சி அமைப்பை ஜாஸ்மின் செய்ய முடிவு செய்கிறார். சரியாக 99 குச்சிகளைப் பயன்படுத்துகிறார். இந்த அமைப்பின் நிலை எண் வரிசையில் என்னவாக இருக்கும்?

இந்த கேள்விக்கு பதிலளிக்க, ஒவ்வொரு நிலையிலும் உள்ள தீக்குச்சிகளின் எண்ணிக்கையை அறிந்து கொள்வது பயனுள்ளது.

அதை பற்றி பார்ப்போம்.

நிலை *1* இல் உள்ள அமைப்பில் $2 \times (1) + 1 = 3$ தீக்குச்சிகள் உள்ளன.

நிலை *2* இல் உள்ள அமைப்பில் $2 \times (2) + 1 = 5$ தீக்குச்சிகள் உள்ளன.

நிலை *3* இல் உள்ள அமைப்பில் $2 \times (3) + 1 = 7$ தீக்குச்சிகள் உள்ளன.

மற்றும் பல,

எனவே, nவது இடத்தில் $2n + 1$ தீக்குச்சிகள் இருக்கும்.

ஜாஸ்மீனின் கேள்விக்கு பதலளிக்க, $2n+1=99$. மதிப்பை கொண்டிருக்கும் வகையில் nஇன் மதிப்பைக் கண்டுபிடிக்க வேண்டும், அல்லது,

$$2n + 1 = 99.$$

கணிதப் பேச்சு

? n இன் மதிப்பை, $2n + 1 = 99$ என்று கணக்கிட வழிகளைக் கண்டுபிடிக்க முடியுமா?

? இந்த வரிசையில் தோன்றும் தீக்குச்சிகளின் அமைப்பை சரியாக 200 குச்சிகளைப் பயன்படுத்தி செய்ய முடியுமா?

இரண்டு இயற்கணிதக் கோவைகளுக்கு இடையேயான சமத்துவக் கூற்று சமன்பாடு எனப்படும். இப்போதெல்லாம், குறியீடுகளைப் பயன்படுத்தும் போது ஒரு சமன்பாட்டை இரண்டு இயற்கணிதக் கோவைகளாக எழுதுகிறோம். அவற்றிற்கு இடையே சமக்குறியீடு "=" இருக்கும். சமன்பாடுகளுக்கான இன்னும் சில எடுத்துக்காட்டுகள் இங்கே :

$$3x + 4 = 7,$$

$$20 = y - 3,$$

$$\frac{a}{3} = 50,$$

$$2z + 4 = 5z - 14$$ போன்றவை.

சமமாக உள்ள எழுத்து எண்களின் மதிப்புகளைக் கண்டறியும் செயல்முறை, அல்லது சமன்பாட்டின் இடது பக்கத்தின் (LHS)மதிப்பு சமன்பாட்டின் வலது பக்கத்திற்கு (RHS) சமமாக மாற்றும் போது, அது சமன்பாட்டைத் தீர்ப்பது என்று அழைக்கப்படுகிறது.

தீக்குச்சி சிக்கலில் நாம் பார்த்தது போல, அறியப்படாத அளவை ஒரு எழுத்து- எண்ணாகப் பயன்படுத்தி ஒரு சமன்பாட்டை உருவாக்குவது அதன் மதிப்பைக் கண்டறிய உதவும்.

இடது புறம் (LHS) | வலது புறம் (RHS)

$$2n + 1 = 99$$

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

? படங்கள் 7.6, 7.7, 7.8, 7.7, 7.9, 7.10 மற்றும் 7.11 இல் உள்ள எடை அளவுகோல் புதிர்களுக்கு, தெரியாத எடையைக் குறிக்க எழுத்து எண்களைப் பயன்படுத்தி சமன்பாடுகளை உருவாக்குங்கள் படம்7.6 இல் உள்ள புதிருக்கு, ஒரு வறுத்த முட்டையின் எடையை ***e*** எனக் குறிப்போம்.

ஒவ்வொரு ரொட்டியிலும் 2 துண்டுகள் இருந்தால்,

ஒரு பக்கத்தில் 2+2+2=6 உள்ளது.

மறுபக்கம் $e + e$ அவை சமமாக இருப்பதால். நமக்கு

$6 = e + e$, அல்லது

$2e = 6$, என கிடைக்கும்

படம் 7.7இல் உள்ள புதிருக்கு, = 4, ஒன்றின் எடையை y எனக் குறிக்கலாம். எனவே, ஒருபக்கத்தில் 16 மற்றும் மறுபுறத்தில் $4+2y$ உள்ளன. இவ்வாறாக,

$4 + 2y = 16$ என சமன்பாடு இருக்கும்.

? நீங்கள் உருவாக்கும் சமன்பாடுகளைத் தீர்த்து, அறியப்படாத எடைக்கு முன்பு பெற்ற அதே மதிப்பு கிடைக்கிறதா என்று சோதிக்கவும்.

கணித பேச்சு

? 5 சமன்பாடுகளை உருவாக்கி, அவற்றை தீர்ப்பதற்கான முறைகளைக் கண்டறியவும்.

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

7.2. சமன்பாடுகளை முறையாகத் தீர்த்தல்

முந்தைய பகுதியில் உருவாக்கப்பட்ட பல்வேறு சமன்பாடுகன் நீங்கள் எவ்வாறு தீர்த்தீர்கள்?

ஒரு சமன்பாட்டைத் தீர்ப்பதற்கான ஒரு வழி, எழுத்து எண்ணிற்குப் பதிலாக வெவ்வேறு மதிப்புகளை மாற்றுவதும், எந்த மதிப்பு LHS = RHS ஐ உருவாக்குகிறது, என்பதை சரிபார்ப்பதும் ஆகும். $2n + 1 = 99$ என்ற சமன்பாட்டை கவனியுங்கள். எடுத்துகாட்டாக.

$n = 5$, மாற்றினால், நமக்கு LHS = $2 \times (5) + 1 = 11$ கிடைக்கும். 99 இலிருந்து (RHS) வெகு தொலைவில் உள்ளது.

நாம் n=10 ஐ முயற்சி செய்யலாம் LHS 21 ஆகும். அது இன்னும் 99 க்கு சமமாக இல்லை.

n=30 ஐ முயற்சி செய்யலாமா? LHS இப்போது 61 ஆக உள்ளது, மேலும் 99 ஐ விட மிகக்குறைவு.

n=40 என்று முயற்சிப்போம். LHS 81. நாம் 99 ஐ நெருங்கி வருகிறோம்.

n=50 ஆக இருக்கும் போது, LHS 101 ஆகும். இது சற்று அதிகமாகும்.

n=49 எனில், LHS 99 ஆகும்.

எனவே $2n + 1 = 99$ என்ற சமன்பாட்டிற்கான தீர்வு n=49 ஆகும்.

? இந்த சமன்பாட்டிற்கு வேறு ஏதேனும் தீர்வு இருக்க முடியுமா?

இந்த முறை **சோதனை மற்றும் பிழை** முறை என்று அழைக்கப்படுகிறது.

சோதனை மற்றும் பிழை முறை திறனற்றதாக இருக்கலாம்.

? சோதனை மற்றும் பிழை முறையை பயன்படுத்தி $5 \times - 4 = 7$ க்கு தீர்வை பெற முயற்சிக்கவும்.

எடை அளவுகோலைப் பொறுத்தவரை, நாம் சோதனை மற்றும் பிழை முறையைப் பயன்படுத்தவில்லை என்பதை நினைவில் கொள்க! சில புதிர்களுக்கு, தீர்வைக் கண்டுபிடிப்பது நேரடியானது. மற்றவற்றிற்கு சமநிலை எடை அளவு கோலின் இரண்டு தட்டுகளிலிருந்தும் சமமான எடைகளை அகற்றும் போது, அது சமநிலையில் இருக்கும் என்ற உண்மையைப் பயன்படுத்தினோம். சமன்பாடுகளுக்கு ஒத்த பண்புகள் உள்ளதா?

? 15 + 8 = 23. என்ற சமன்பாட்டை கவனியுங்கள். ஒரே எண்ணை இருபுறமும் கூட்டி, கழித்து, பெருக்கி அல்லது வகுத்தால், அது LHS மற்றும் RHS இன் சமத்துவத்தை பாதுகாக்குமா?

உதாரணமாக, இரு பக்கங்களிலும் 10 ஐக் கூட்டுவதன் மூலம் நீங்கள் சரிபார்க்கலாம்.

ஒரு சமன்பாட்டின் LHS மற்றும் RHS இரண்டும் ஒரே மதிப்பை கொண்டிருப்பதால், இருப்புறமும் ஒரே செயல்பாட்டைச் செய்வது அவற்றின் சமத்துவத்தை மாற்றாது என்பது தெளிவாகிறது.

NOT TO BE REPUBLISHED @KTBS

எடை அளவுகோல் புதிர்களில், தெரியாத எடைகள் அனைத்தும் தராசின் ஒரே ஒரு தட்டில் இருக்கும் படி சமமான எடைகளை நீக்கினோம். இது சிக்கலைத் தீர்ப்பதை எளிதாக்கியது. சமன்பாட்டைத் தீர்க்கவும் இதே வழிமுறையை பயன்படுத்தலாம்! முதலில் சில எண்கணித புதிர்களை தீர்ப்போம்.

? எடுத்துகாட்டு **1:** 14593 – 1459 + 145 – 14 + 88 = 13353. என்பது அறியப்படுகிறது. 14593 – 1459 + 145 – 14 இன் மதிப்பு என்ன?

மதிப்பைக் கண்டுபிடிக்க. நாம் 14593 – 1459 + 145 – 14 ஐ மதிப்பிட வேண்டுமா?

இல்லை, 13353 இலிருந்து 88 ஐக் கழிப்பதன் மூலம் நாம் அதை பெறலாம்.

? நாம் ஏன் இதை செய்ய வேண்டும்?

கூட்டல் மற்றும் கழித்தல் ஆகியவை தலைகீழ் செயல்பாடுகள் என்பதால் நாம் இதை செய்யலாம். எனவே, தேவையான கோவையின் மதிப்பை இரு பக்கங்களிலிருந்தும்(LHS மற்றும் RHS) 88 கழிப்பதன் மூலம் கண்டறியலாம். இது 88 என்ற எண்ணை நீக்கி, LHS இல் மதிப்பீடு செய்ய வேண்டிய கோவையை மட்டும் தக்கவைக்கிறது.

$$14593 - 1459 + 145 - 14 + \cancel{88} - \cancel{88} = 13353 - 88$$

? எடுத்துக்காட்டு **2:** 23 × 41 × 11 × 8 × 7 = 5,80,888. என்பது அறியப்படுகிறது. 23 × 41 × 11 × 8 என்ற கோவையின் மதிப்பு என்ன?

பெருக்கல் மற்றும் வகுத்தல் ஆகியவை தலைகீழ் செயல்பாடுகள் என்ற உண்மையைப் பயன்படுத்தி. 5,80,888 ஐ 7 ஆல் வகுத்தால், அதன் மதிப்பைப் பெறலாம்.

? இது இரு பக்கங்களையும் 7 ஆல் வகுத்தல் போன்றது. இது காரணி 7 ஐ நீக்கி, LHS இல் மதிப்பீடு செய்ய வேண்டிய கோவையை மட்டும் தக்கவைக்கிறது.

கணித பேச்சு

? எடுத்துக்காட்டு **3:** 12345 – 5432 + 135 – 24 – (–67) = 7091. என்பது. அறியப்படுகிறது. 12345 – 5432 + 135 – 24 என்ற கோவையின் மதிப்பு என்ன?

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

கூட்டல் மற்றும் கழித்தல் ஆகியவை தலைகீழ், செயல்பாடுகள் என்ற உண்மையைப் பயன்படுத்தியும் இந்த புதிரை தீர்க்க முடியும், இருப்பினும், பின்வரும் முறையைப் பயன்படுத்தலாம். இது ஒரு வேளை காட்சிப்படுத்த எளிதாக இருக்கும்.

LHSஇல் மதிப்பிடப்பட வேண்டிய கோவையை மட்டும் தக்க வைத்துக் கொள்ள, நாம் -(-67) என்ற எண்ணை நீக்க வேண்டும். சமன்பாட்டின் இருபக்கங்களிலும் (-67) ஐச் சேர்ப்பதன் மூலம் இந்த எண்ணை நீக்கலாம்.

$$12345 - 5432 + 132 - 24 - (-67) + (-67) = 7091 + (-67)$$
$$12345 - 5432 + 132 - 24 - (-\cancel{67}) + (-\cancel{67}) = 7091 + (-67)$$

எனவே, $12345 - 5432 + 132 - 24 = 7024$.

எடுத்துக்காட்டு 4: $\left(\frac{35}{113}\right) \times 24 \times 14 \times \left(\frac{8}{9}\right) = \frac{94080}{1017}$ என்பது அறியப்படுகிறது. $\left(\frac{35}{113}\right) \times 24 \times 14$ என்ற கோவையின் மதிப்பு என்ன?

தீர்வு: LHS இல் மதிப்பிடப்பட வேண்டிய கோவையை மட்டும் தக்கவைத்துக் கொள்ள நாம் $\left(\frac{8}{9}\right)$ காரணியை நீக்க வேண்டும். இரு பக்கங்களையும் $\left(\frac{8}{9}\right)$ ஆல் வகுப்பதன் மூலம் இதைச் செய்யலாம்.

$$\left[\left(\frac{35}{113}\right) \times 24 \times 14 \times \left(\frac{8}{9}\right)\right] \div \left(\frac{8}{9}\right) = \frac{94080}{1017} \div \left(\frac{8}{9}\right)$$

$$\left(\frac{35}{113}\right) \times 24 \times 14 \times \cancel{\left(\frac{8}{9}\right)} \times \cancel{\left(\frac{9}{8}\right)} = \frac{94080}{1017} \times \left(\frac{9}{8}\right)$$

எனவே,

$$\left(\frac{35}{113}\right) \times 24 \times 14 = \frac{11760}{113}.$$

இந்த யோசனைகளைப் பயன்படுத்தி $5x - 4 = 7$ என்ற சமன்பாட்டை தீர்ப்போம்.

$5x$ மட்டும் ஒரு பக்கத்தில் இருக்க, LHS மற்றும் RHS சமமாக இருக்க நாம் என்ன செய்ய வேண்டும்?

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

LHS இல் $5x$ ஐ மட்டும் தக்கவைக்க, நாம் 4 என்ற உறுப்பை நீக்க வேண்டும். இதை இரு பக்கங்களிலும் 4 ஐ கூட்டுவதன் மூலம் இதைச் செய்யலாம்.

எனவே, $5x - 4 + 4 = 7 + 4$.

எனவே, $5x = 11$.

LHS இல் தெரியாத x ஐ மட்டும் தக்கவைக்க, காரணி 5 ஐ நீக்க வேண்டும். இரு பக்கங்களையும் 5 ஆல் வகுப்பதன் மூலம் இதை செய்யலாம்.

இவ்வாறாக, $\frac{5x}{5} = \frac{11}{5}$.

எனவே, $x = \frac{11}{5}$.

? சமன்பாட்டிற்கு $x = \frac{11}{5}$ சரியான தீர்வாக இருக்கிறதா என்று சோதிக்க முடியுமா?

சமன்பாடு $5x - 4 = 7$, இல் உள்ள x க்கு $\frac{11}{5}$ ஐ மாற்றுவதன் மூலம் இதைச் சரிபார்க்கலாம் மற்றும் LHS = RHS என்பது சரிபார்க்கப்படுகிறது.

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

LHS இல் x ஐ $\frac{11}{5}$ உடன் பதிலீடு செய்தால், நமக்கு கிடைப்பது,

$$\text{LHS} = 5\left(\frac{11}{5}\right) - 4$$

$$= \cancel{5}\left(\frac{11}{\cancel{5}}\right) - 4$$

$$= 11 - 4$$

$$= 7$$

இது RHSக்கு சமமாகும்.

எனவே, $\frac{11}{5}$ உண்மையில் சமன்பாட்டிற்கான சரியானத் தீர்வாகும்.

எடுத்துக்காட்டு 5: $11y + (-5) = 61$ என்ற சமன்பாட்டைத் தீர்க்கவும்.

ஒரு பக்கத்தில் தெரியாத உறுப்பு $11y$ ஐ மட்டும் தக்கவைக்க நாம் (-5) ஐ நீக்க வேண்டும்.

இரண்டு பக்கங்களிலிருந்தும் (-5) ஐக் கழிப்பதன் மூலம் இதைச் செய்யலாம்.

$$11y + (-5) - (-5) = 61 - (-5).$$

அதாவது, $11y = 66$

$11 \times 6 = 66$ என்பதை கொண்டு, yஇன் மதிப்பை நேரடியாக கண்டறியலாம்.

இரு பக்கங்களையும் *11* ஆல் வகுத்து yஐக் கண்டுபிடிக்கலாம்.

$$11y \div 11 = 66 \div 11.$$

எனவே $y = 6$ என்பது $11y + (-5) = 61$ என்ற சமன்பாட்டிற்கான தீர்வாகும்.

இந்த தீர்வு சரியானதா என்று உங்களால் சரிபார்க்க முடியுமா?

? எடுத்துக்காட்டு 6: $6y + 7 = 4y + 21$ ஐத் தீர்க்கவும்.

இந்த சமன்பாட்டில், தெரியாத மதிப்பை கொண்ட கோவைகள் இருபுறமும் உள்ளன.

? தெரியாத உறுப்பு ஒரு பக்கத்தில் இருக்கும் போது சமன்பாடுகளை எவ்வாறு தீர்ப்பது என்பதைப் பார்த்தோம். தெரியாத உறுப்புகளை ஒரே பக்கத்திற்குக் கொண்டு வர என்ன செய்ய முடியும்?

இரு பக்கங்களிலிருந்தும் 4y ஐக் கழித்தால், நமக்கு கிடைப்பது

$$6y + 7 - 4y = 4y + 21 - 4y.$$

எனவே,

$$2y + 7 = 21.$$

இரு பக்கங்களிலிருந்தும் *7* ஐக் கழித்தால் நமக்கு கிடைப்பது,

$$2y + 7 - 7 = 21 - 7, \text{ இது}$$

$$2y = 14.$$

$2 \times (7) = 14$ என்பதைக் கொண்டு, yஇன் மதிப்பை நேரடியாக கண்டறியலாம்.

இரு பக்கங்களையும் *2* ஆல் வகுத்து y ஐக் கண்டறியலாம்.

$$2y \div 2 = 14 \div 2, \text{ இது}$$

$y = 7$ ஐக் கொடுக்கிறது.

© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

நினைவில் கொள்க : உங்கள் தீர்வைச் சரிப்பார்ப்பது எப்போதும் நல்லது.

இதனைக் கண்டறிக.

1. இந்த சமன்பாடுகளைத் தீர்த்து, தீர்வுகளைச் சரிபார்க்கவும்.

(அ) $3x - 10 = 35$

(ஆ) $5s = 3s$

(இ) $83u - 7 = 2u + 3$

(ஈ) $4(m + 6) - 8 = 2m - 4$

(உ) $\frac{u}{15} = 6$

2. தீர்வு இல்லாத சமன்பாட்டை உருவாக்குங்கள்.

கணித பேச்சு

(**குறிப்பு:** ஒரு எண்ணை விட 4 அதிகமாகவும், ஒரு எண்ணை விட 5 அதிகமாகவும் இருப்பது ஒருபோதும் சமமாக இருக்காது.)

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

ஒரு சமன்பாட்டை முறையாகத் தீர்ப்பதற்கான செயல்முறையை நாம் ஒரு கவனிப்பின் மூலம், திறமையானதாக மாற்ற முடியும். $11y+(-5) = 61$ என்ற சமன்பாட்டைக் கருத்தில் கொள்ளுங்கள், அதை நாம் தீர்த்தோம்.

முதல் படியாக, இரண்டு பக்கங்களிலுருந்தும் -5 ஐக் கழித்து -5 என்ற எண்ணை நீக்கினோம்.

$$11y + (-5) - (-5) = 61 - (-5).$$

இந்த செயல் LHS இலிருந்து -5 என்ற எண்ணை நீக்குவதால், இந்த படி நிலையை நாம் இவ்வாறு எழுதியிருக்கலாம்.

$$11y = 61 - (-5).$$

எடுத்துக்காட்டு 1 இல் உள்ளதைப் போல. கூட்டல் மற்றும் கழித்தலை தலைகீழ் செயல்பாடுகளாகப் பார்ப்பதன் மூலமும் நாம் இந்தப் படிநிலைக்கு வந்திருக்கலாம் என்பதை நினைவில் கொள்க.

இதேபோல், $11y = 66$ இருந்தபோது, LHS இலிருந்து காரணி **11**ஐ நீக்க இரு பக்கங்களையும் **11** ஆல் வகுத்தோம்.

$$11y \div 11 = 66 \div 11.$$

இந்த செயல் LHS இல் காரணி 11 ஐ நீக்குவதால், இந்த படிநிலையை நாம் இவ்வாறு எழுதலாம்:

$$y = 66 \div 11.$$

எடுத்துக்காட்டு 2 இல் உள்ளதைப் போல, மீண்டும். பெருக்கல் மற்றும் வகுத்தலை தலைகீழ் செயல்பாடுகளாக பார்ப்பதன் மூலம் நாம் இந்த படிநிலைக்கு வந்திருக்கலாம்.

ஒரு சமன்பாட்டைத் தீர்ப்பதற்கான இந்த இரண்டு வழிகளையும் எழுதுவோம்.

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

$11y + (-5) = 61$ $11y + (-5) - (-5) = 61 - (-5).$ $11y = 66$ $11y \div 11 = 66 \div 11$ $y = 6$	$11y + (-5) = 61$ $11y = 61 - (-5)$ $11y = 66$ $y = 66 \div 11$ $y = 6$

நாம் முன்னர் தீர்த்த மற்றொரு சமன்பாட்டைக் கருத்தில் கொள்வோம்.

$6y + 7 = 4y + 21$ $6y + 7 - 4y = 4y + 21 - 4y$ $2y + 7 = 21$ $2y + 7 - 7 = 21 - 7$ $2y = 14.$ $2y \div 2 = 14 \div 2$ $y = 7$	$6y + 7 = 4y + 21$ $6y + 7 - 4y = 21$ $2y + 7 = 21$ $2y = 21 - 7$ $2y = 14.$ $y = 14 \div 2$ $y = 7$

? $\frac{u}{15} = 6$ போன்ற நிகழ்வுகளில் என்ன நடக்கும்?

இரு பக்கங்களையும் **15** ஆல் பெருக்கும் போது LHS இல் u மட்டுமே இருக்கும்.

$$u = 6 \times 15$$

$$u = 90.$$

எனவே, நாம் பின் வரும் அவதானிப்புகளைச் செய்யலாம்.

(அ) ஒரு சமன்பாட்டின் ஒரு பக்கத்தில் கூட்டப்பட்ட அல்லது கழிக்கப்பட்ட ஒரு சொல் அந்தப் பக்கத்திலிருந்து நீக்கப்படும் போது, சமத்துவம் நிலைத்திருக்க அதன் கூட்டுத் தலைகீழ் மறுபக்கத்தில் ஒரு சொல்லாக தோன்ற வேண்டும்.

எடுத்துக்காட்டாக, $2y + 7 = 21$ என்பது $2y = 21 - 7$ ஆகிறது.

(ஆ) ஒரு சமன்பாட்டின் ஒரு பக்கம் இரண்டு அல்லது அதற்கு மேற்பட்ட எண்கள் அல்லது கோவைகளின் பெருக்கலாக இருந்தால், அதில் ஒரு காரணியை நீக்கினால், சமத்துவம் நிலைத்திருக்க மறுபக்கத்தை இந்தக் காரணியால் வகுக்க வேண்டும்.

எடுத்துக்காட்டாக, $2y = 14$ என்பது $y = 14 \div 2$ ஆகிறது.

(இ) ஒரு சமன்பாட்டின் ஒரு பக்கம் இரண்டு எண்கள் அல்லது கோவைகளின் ஈவாக இருந்தால், நாம் வகுப்பானை நீக்கினால், சமத்துவம் நிலைத்திருக்க மறுபக்கத்தை இந்த வகுப்பானால் பெருக்க வேண்டும் எடுத்துக்காட்டாக,

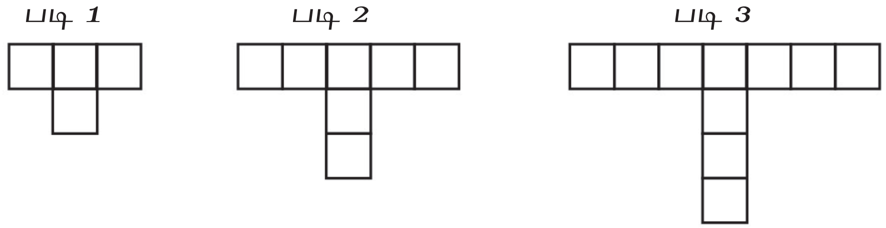
$\frac{u}{15} = 6$ என்பது $u = 6 \times 15$ ஆகிறது.

பிரச்சனைகளை தீர்த்தல்

சமன்பாடுகளை உருவாக்கி தீர்ப்பது நம் வாழ்வில் உள்ள பல சிக்கல்களுக்குத் தீர்வு காணும் திறனை நமக்கு வழங்குகிறது. இது போன்ற சில உதாரணங்களைப் பார்ப்போம்.

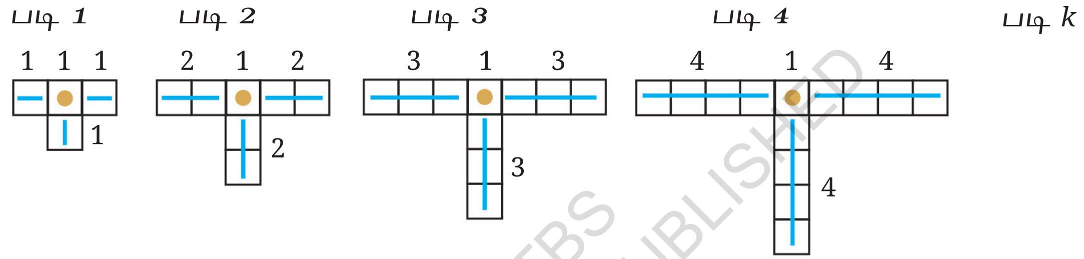
? **எடுத்துக்காட்டு 7 :** கீழே காட்டப்பட்டுள்ளபடி, ரஞ்சனா சதுர ஓடுகளைப் பயன்படுத்தி வரிசை அமைப்பை உருவாக்குகிறார். அந்த வரிசையை நீட்டித்து 100 ஓடுகளை பயன்படுத்தி ஒரு அமைப்பை செய்ய முடியுமா? ஆம் எனில், அது வரிசையில் எந்தப் படியாக இருக்கும்?

NOT TO BE REPUBLISHED @KTBS



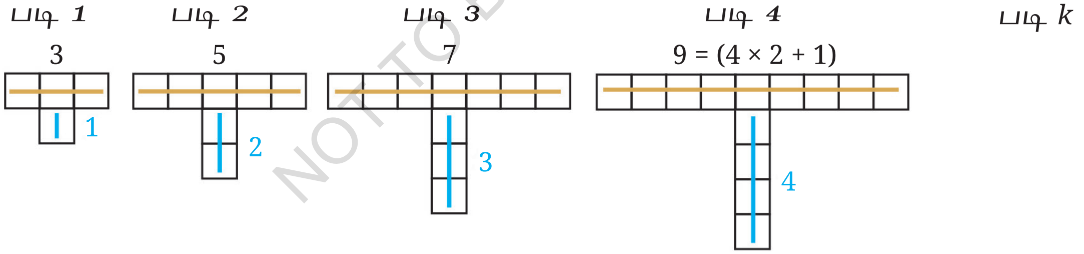
அவள் அந்த வடிவத்தை வெவ்வேறு வழிகளில் பார்க்கலாம். அவை கீழே காட்டப்பட்டுள்ளன.

செயல்முறை 1.



$1+1+1+1$ $= 4$	$2+2+2+1$ $= 7$	$3+3+3+1$ $= 10$	$4+4+4+1$ $= 13$	$k+k+k+1$ $= 3k+1$

செயல்முறை 2.



$1+3$ $= 4$	$2+5$ $= 7$	$3+7$ $= 10$	$4+9$ $= 4+(4\times 2+1)$ $= 13$	$k+(2k+1)$ $= 3k+1$

நம்மிடத்தில் $3k+1$ என்ற கோவை உள்ளது. இது படி k இல் ஒரு அமைப்பை உருவாக்க தேவையான ஓடுகளின் எண்ணிக்கையைக் கொடுக்கிறது.

படி k இல் 100 ஓடுகளைப் பயன்படுத்தி ஒரு அமைப்பு சாத்தியமா என்பதைச் சரிபார்க்க, நாம் $3k + 1 = 100$ சமன்பாட்டை தீர்க்கலாம் மற்றும் k இன் மதிப்பை கண்டறியலாம்.

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

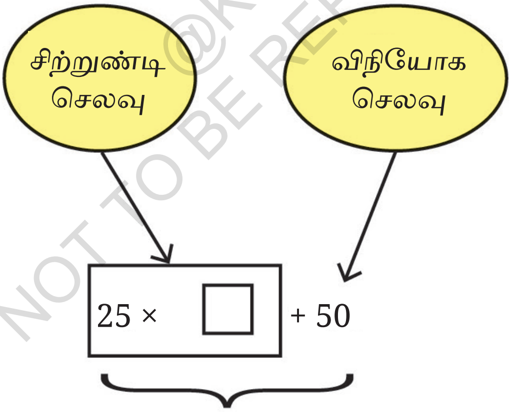
(எடுத்துக்காட்டு 8 : மதுபந்தி ஒரு விருந்தை ஏற்பாடு செய்ய விரும்புகிறார். விருந்துக்கு நகரத்தில் உள்ள சாட் கடையில் சிற்றுண்டிகளை வாங்க முடிவு செய்கிறார். ஒவ்வொரு தட்டு சிற்றுண்டிக்கும் ₹25 செலவாகும். மதுபந்தியின் வீட்டிற்கு சிற்றுண்டிகளை விநியோகம் செய்ய கடை கூடுதலாக ₹50 நிர்ணயிக்கப்பட்ட தொகையை வசூலிக்கிறது.

மதுபந்தியின் குடும்பத்தில், தன்னையும் சேர்த்து 5 பேர் உள்ளனர். இந்த விருந்துக்கு அவள் ₹500 செலவிடலாம் என்று அவளுடைய பெற்றோர் அவளிடம் கூறுகிறார்கள். அவள் தன் குடும்பத்தினர் மற்றும் நண்பர்கள் உட்பட ஒவ்வொருவருக்கும் ஒரு தட்டு சிற்றுண்டி கொடுக்க விரும்பினால், எத்தனை நண்பர்களை விருந்துக்கு அழைக்க முடியும்?

இந்த பிரச்சனையைத் தீர்க்க பாத்திமாவின் செயல்முறை கீழே காட்டப்பட்டுள்ளது.

அவள் ஒரு தோராயமான வரைபடத்தைப் பயன்படுத்தி இந்த நிலைமையை விளக்கினால்.

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED



₹500-ல், நிலையான விநியோக கட்டணத்தைக் கழித்தால், மதுபந்தியிடம் மீதம் ₹450 உள்ளது.

எனவே கேள்வி என்னவென்றால், ''ஒன்றின் விலை ₹25 வீதம், எத்தனை தட்டு சிற்றுண்டிகள், ₹450 க்கு வாங்க முடியும்?

இதற்கான பதில் 450 ÷ 25 = 18.

18 தட்டு சிற்றுண்டிகளை ₹450 க்கு வாங்கலாம்.

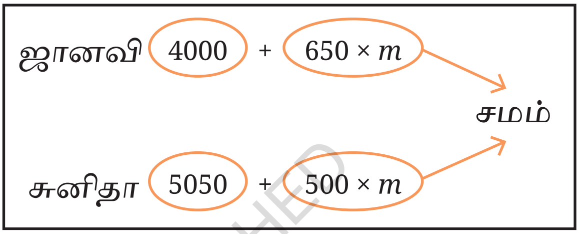
அவளுடைய 5 குடும்ப உறுப்பினர்களைக் கருத்தில் கொண்டு, அவள் 18 - 5 = 13 நண்பர்களை தனது விருந்திற்கு அழைக்கலாம்.

மதுபந்தி மற்றும் அவரது குடும்ப உறுப்பினர்கள் உட்பட விருந்தில் கலந்து கொள்ளக்கூடிய மொத்த மக்களின் எண்ணிக்கையின் அறியப்படாத அளவை மகேஷ் p ஆகக் குறிப்பட்டார்.	மதுபந்தி அழைக்கக்கூடிய மொத்த நண்பர்களின் எண்ணிக்கையின் அறியப்படாத அளவைப் f எனக் குறிப்பிட முடிவு செய்தார்.
செலவு = $25p + 50$. இந்தச் செலவு 500 ஆக இருக்க வேண்டும் என்பதால், நமக்கு சமன்பாடு $25p + 50 = 500$. இரண்டு பக்கங்களிலிருந்தும் 50 ஐக் கழித்தால். நமக்கு கிடைப்பது $25p = 500 – 50$. $25p = 450$. இருபக்கங்களையும் 25ஆல் வகுத்தால் நமக்குக் கிடைப்பது $p = 450 \div 25 = 18$. அவரது 5 குடும்ப உறுப்பினர்களையும் சேர்த்து அவரது விருந்தில் 18 பேர் இருக்கலாம். அதாவது, 13 நண்பர்களை அழைக்கலாம்.	இந்த நிலையில் என்ன செலவு இருக்கும்? ஏற்படும் செலவு = $25 (f + 5)$. மதுபந்தியிடம் தின்பண்டங்களுக்காக ₹450 இருப்பதால், சமன்பாடு $25(7 + 5) =450$ ஆகும். $25 (f + 5) = 450$. இருபுறமும் 25 ஆல் வகுத்தால், $f + 5 = 18$. இருபுறமும் 5 ஐக் கழித்தால், $f = 13$.

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

எடுத்துக்காட்டு 9: இரண்டு தோழிகள் பணத்தை சேமிக்க விரும்புகிறார்கள். ஜானவி ஆரம்பத்தில் ₹4000 உடன் தொடங்குகிறார். கூடுதலாக, மாதத்திற்கு ₹650 சேமிக்கிறார். சுனிதா ₹5050 உடன் தொடங்கி மாதத்திற்கு ₹500 சேமிக்கிறார். எத்தனை மாதங்களுக்கு பிறகு அவர்களுக்கு ஒரே அளவு பணம் கிடைக்கும்?

m என்பது அவர்களின் சேமிப்பு சமமாக இருக்கும் மாதங்களின் எண்ணிக்கையைக் குறிக்கும்.



m மாதத்திற்குப் பிறகு ஜானவியின் சேமிப்பு எவ்வளவு?

ஜானவியின் சேமிப்பு = 4000 + 650 m.

m மாதத்திற்குப் பிறகு சுனிதாவின் சேமிப்பு எவ்வளவு?

சுனிதாவின் சேமிப்பு 5050 + 500 m.

m மாதங்களுக்கு பிறகு இந்தத் தொகைகள் சமமாக

இருப்பதால், பின்வரும் சமன்பாட்டைப் பெறுகிறோம்:

$$4000 + 650\,m = 5050 + 500\,m$$

$4000 + 650\,m - 500\,m = 5050$ (இரு பக்கங்களிலிருந்தும் 500 m கழித்தால்)

$$4000 + 150\,m = 5050$$

$150\,m = 5050 - 4000$ (இரு பக்கங்களிலிருந்தும் 4000 கழித்தால்)

$$150\,m = 1050$$

$m = 1050 \div 150$ (இரு பக்கங்களையும் 150 ஆல் வகுத்தால்)

$$m = 7.$$

எனவே 7 மாதங்களுக்குப் பிறகு, இருவருக்கும் ஒரேயளவு பணம் இருக்கும். பதிலை சரிபார்க்கவும்.

சில சமன்பாடுகளைத் தீர்ப்போம்.

எடுத்துக்காட்டு 10: $28(x + 4) + 300 = 1000$ ஐத் தீர்க்கவும். இந்த சமன்பாட்டை தீர்க்க சில வழிகள் இங்கே.

©KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

இரு பக்கங்களிலிருந்தும் 300 ஐக் கழித்தால், நமக்கு கிடைப்பது, $28\ (x + 4) = 1000 – 300$ $28\ (x + 4) = 700.$ இரு பக்கங்களையும் 28 ஆல் வகுத்தால், நமக்கு கிடைப்பது. $x + 4 = 700 \div 28$ $x + 4 = 25.$ எனவே, $x = 25 – 4$, இது $x = 21$ ஐத் தருகிறது.	$28\ (x + 4) + 300 = 1000$ 28, 300 மற்றும் 1000 ஆகியவை 4 ஆல் வகுபடும் என்பதால், இரு பக்கங்களையும் 4 ஆல் வகுத்தால் நமக்கு எளிமையான சமன்பாடு கிடைக்கும். $\frac{28\ (x + 4) + 300}{4} = \frac{1000}{4}$ பின்ன கூட்டல் விதிகளை பயன்படுத்தினால், நமக்கு கிடைப்பது. $\frac{28\ (x + 4)}{4} + \frac{300}{4} = \frac{1000}{4}$ $7\ (x + 4) + 75 = 250$ இரு பக்கங்களிலிருந்தும் 75 ஐக் கழித்தால், $7\ (x + 4) = 175$ $7x + 28 = 175$ இரு பக்கங்களிலிருந்தும் 28 ஐக் கழித்தால்,, $7x = 147$ $x = \frac{147}{7} = 21.$	$28\ (x + 4) + 300 = 1000$ LHSஐ எளிமைப்படுத்துல், $28x + 112 + 300 = 1000$ $28x + 412 = 1000$ இருபக்கங்களிலிருந்து 412 ஐக் கழித்தால், நமக்கு கிடைப்பது, $28x = 1000 – 412$ $28x = 588$ இருபக்கங்களையும் 28-ஆல் வகுத்தால், $x = 588 \div 28$ $x = 21.$

© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

எடுத்துக்காட்டு 11: ரியாஸ் ஒரு கணித தந்திரத்தை உருவாக்கினார், அதை அவர் தனது நண்பர் ஆகாஷிடம் முயற்சிக்கிறார்.

இடைநிலை படிகளில் எதற்கும் பதிலை வெளிபடுத்தாமல், பின்வரும் படிநிலைகளை செய்ய ரியாஸ் ஆகாஷிடம் கேட்டார்.

1. ஒரு எண்ணை நினைத்துக் கொள்ளுங்கள்.
2. அந்த எண்ணிலிருந்து 3-ஐக் கழிக்கவும்.
3. முடிவை 4 ஆல் பெருக்கவும்.
4. பெருக்கலுடன் 8 ஐக் கூட்டவும்.
5. இறுதி பதிலை வெளிப்படுத்தவும்.

ஆகாஷ் வெளிப்படுத்திய இறுதி பதில் 24. இதைப் பயன்படுத்தி, ஆகாஷ் நினைத்த தொடக்க எண்ணை ரியாஸ் சரியாகக் கண்டுபிடித்தார். இந்த எண்ணைக் கண்டறியவும்.

தொடக்க எண்ணாக வெவ்வேறு எண்களைப் பயன்படுத்தி படிகளை முயற்சிக்கவும். தொடக்க எண்ணுக்கும் இறுதி பதிலுக்கும் இடையில் ஏதேனும் தொடர்பு இருக்கிறதா?

இந்தக் காட்சியை இயற்கணித ரீதியாக மாதிரியாக்குவதன் மூலம் பதிலைக் காணலாம். வேறுவேறு வழியில், தெரியாத ஒன்றைப் பயன்படுத்தி ஒரு சமன்பாட்டை உருவாக்கலாம். தெரியாத தொடக்க எண் x ஆக இருக்கட்டும்.

ஒவ்வொரு படிநிலையையும் கடந்த பிறகு நமக்குக் கிடைக்கும் கோவைகள் யாவை?

படிகள்	வெளிப்பாடு
ஒரு எண்ணை நினைத்தும் பாருங்கள்.	x
எண்ணிலிருந்து 3ஐக் கழிக்கவும்.	$x - 3$
முடிவை 4 ஆல் பெருக்கவும்	$4(x - 3) = 4x - 12$
பெருக்கலுன் 8 ஐச் சேர்க்கவும்	$4x - 12 + 8 = 4x - 4$

ஆகாஷின் இறுதி பதில் 24 என்பதால், நமக்கு சமன்பாடு கிடைக்கிறது.

©KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

$$4x - 4 = 24$$

$$4(x - 1) = 24$$

$x - 1 = 6$ (இரு பக்கங்களையும் 4 ஆல் வகுத்தல்)

இதனால், ஆகாஷ் 7 என்ற எண்ணைப் பற்றி யோசித்தான்.

? இறுதி விடையிலிருந்து தொடக்க எண்ணைப் பெற நீங்கள் பயன்படுத்தக்கூடிய ஒரு எளிய விதியைப் பற்றி யோசிக்க முடியுமா?

? **எடுத்துக்காட்டு 12 :** ரமேஷிக்கும் சுரேஷுக்கும் இடையில் 60 பளிங்குக் கற்கள் உள்ளன.

சுரேஷை விட ரமேஷிடம் 30 பளிங்குக் கற்கள் அதிகம். ஒவ்வொருவரிடமும் எத்தனை பளிங்குக் கற்கள் உள்ளன?

© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

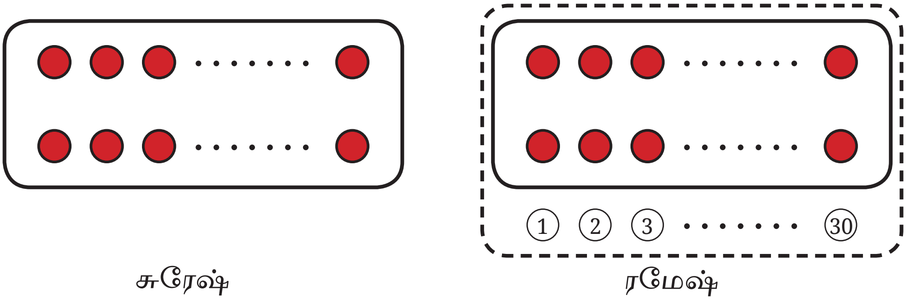
இந்தப் எடுத்துக்காட்டில், நமக்கு இரண்டு அறியப்படாதவை உள்ளன. ரமேஷ் உடன் x ஆகவும், சுரேஷ் உடன் y ஆகவும் பளிங்குகளின் எண்ணிகையைக் குறித்தால், நமக்குக் கிடைக்கும் வெவ்வேறு சமன்பாடுகள் யாவை?

1. மொத்த பளிங்குக் கற்களின் எண்ணிக்கை 60.

$$x + y = 60.$$

2. ரமேஷிடம் சுரேஷை விட 30 பளிங்குக் கற்கள் அதிகம்.

$$x = y + 30.$$



இந்த சமன்பாடுகளைப் பயன்படுத்தி தெரியாதவற்றை எவ்வாறு கண்டுபிடிப்பது? இதுவரை, நமக்குக் கிடைத்த தெரியாத ஒரு மதிப்பை கொண்டு சமன்பாட்டைத் தீர்க்க ஒரு உத்தியை மட்டுமே உருவாக்கினோம். அத்தகைய சமன்பாட்டைப் பெற, நாம் பின்வருவனவற்றைச் செய்யலாம்.

சுரேஷ் y என கொண்ட பளிங்குக் கற்களின் எண்ணிக்கையையும், ரமேஷ் y +30 என கொண்ட பளிங்குக் கற்களின் எண்ணிக்கையை குறித்தால், மொத்த பளிங்குக் கற்களின் எண்ணிக்கை 60 என்பதால், நமக்கு இந்த சமன்பாடு கிடைக்கிறது.

$$y + (y + 30) = 60$$

$$2y + 30 = 60.$$

? தெரியாத இரண்டு மதிப்புகளை கண்டுபிடிக்க இதைப் பயன்படுத்தவும்.

NOT TO BE REPUBLISHED @KTBS

சமன்பாடுகளை உருவாக்குதல்

இதுவரை, எழுத்து எண்ணின் மதிப்பைக் கண்டறிய கொடுக்கப்பட்ட சமன்பாட்டை நாம் தீர்த்துள்ளோம். எழுத்து- எண்ணில் கொடுக்கப்பட்ட மதிப்பைப் பயன்படுத்தி சமன்பாடுகளை எதிர்மாறாக எழுத முடியுமா?

? y = 5 என்ற தீர்வைக் கொண்ட சமன்பாடுகளை எழுதுங்கள். நீங்கள் உருவாக்கிய சமன்பாடுகளை ஒருவருக்கொருவர் பகிர்ந்து கொண்டு, தீர்வைபெற பயன்படுத்தப்படும் முறைகளைப் பற்றி விவாதிக்கவும்.

கணித பேச்சு

அத்தகைய இரண்டு சமன்பாடுகள் $y + 1 = 6$ மற்றும் $3y=15$ ஆகும்.

பின்வரும் சமன்பாடுகளின் சங்கிலி தொடரை கவனியுங்கள், இதில் இருபுறமும் ஒரே செயல்பாட்டைச் செய்வதன் மூலம் முந்தைய மதிப்பிலிருந்து, மற்றொரு மதிப்பு பெறப்படுகிறது.

$y + 1 = 6$	$3y = 15$
↓ பெருக்கல் – 1	↓ 6 ஐச் சேர்த்தல்
$-y - 1 = -6$	$3y + 6 = 21$
↓ y ஐச் சேர்ப்பது	↓ 3 ஆல் வகுத்தல்
$-1 = -6 + y$	$y + 2 = 7$
↓ 6 ஐச் சேர்த்தல்	↓ 2 ஐக் கழித்தல்
$5 = y$	$y = 5$

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

கணித பேச்சு

? கீழ் சமன்பாட்டிலிருந்து மேல் நோக்கிச் செல்லும் ஒரு சங்கிலியை உருவாக்க முடியுமா? மேலிருந்து கீழாகவும், கீழிருந்து மேலேயும் செல்லும்போது பயன்படுத்தப்படும் செயல்பாடுகளை ஒப்பிடுக.

? கணக்கிடாமல், மேலே உள்ள சங்கிலி தொடர் சமன்பாட்டிலுள்ள ஒவ்வொரு தெரியாதவற்றின் மதிப்பைக் கண்டுபிடிக்க முடியுமா?

(**குறிப்பு:** ஒரு சமன்பாட்டை சமப்படுத்தும் மதிப்பு, அசல் சமன்பாட்டின் இருபுறமும் ஒரே செயல்பாட்டைச் செய்வதன் மூலம் பெறப்பட்ட புதிய சமன்பாட்டையும் சமன்படுத்துகிறது என்பதைக் கண்டோம்.)

? **எடுத்துக்காட்டு *13* :** $100x+75=250$ என்ற சமன்பாட்டை மாதிரியாகக் கொண்ட ஒரு நிஜ வாழ்க்கை சூழ்நிலையை உங்களால் கொடுக்க முடியுமா?

தீர்வு: இந்த எண்கள் பணத்தைக் குறிப்பதாக நாம் நினைத்தால், மொத்தப் பணம் ₹250 என்பதைக் காணலாம்.

₹250 உடன் இரண்டு மதிப்புகள் சேர்க்கப்படுகின்றன. LHS இல் இரண்டாவது மதிப்பு ₹75, நிலையானது மற்றும் மாறாது. முதல் மதிப்பு 'x' ஐ அடிப்படையாகக் கொண்டு மாறும். எனவே 100ஐ அலகுகளின் எண்ணிக்கையாகவும், 'x' ஒரு செலவின் அலகாகவும் நாம் கருதலாம்.

உதாரணமாக, 'x' என்பது ஒரு தட்டு சிற்றுண்டியின் விலையைக் குறிக்கலாம் மற்றும் 75 டெலிவரி கட்டணமாக இருக்கலாம்.

? இதனைக் கண்டறிக.

1. $x = -2$ என்ற தீர்வைக் கொண்ட 5 சமன்பாடுகளை எழுதுங்கள்.
2. இவற்றில் தெரியாதவற்றின் மதிப்பைக் கண்டறியவும்.
3. நான் ஒரு 3 இலக்க எண். என்னுடைய நூறின் இலக்கம் என்னுடைய பத்தின் இலக்கத்தை விட 3 குறைவு. என்னுடைய பத்தின் இலக்கம் என்னுடைய ஒன்றின் இலக்கத்தை விட 3 குறைவு மற்றும் மூன்று இலக்கங்களின் கூட்டுத்தொகை 15 எனில் நான் யார்?
4. ஒரு செங்கலின் எடை அதன் எடையின் பாதியை விட 1 கிலோ அதிகம். செங்கலின் எடை என்ன?
5. ஒரு எண்ணின் கால் பகுதியை 9 ஆல் கூட்டினால் அதே எண் கிடைக்கும். அந்த எண் என்ன?
6. $4k+1=13$ எனக் கொடுக்கப்பட்டால், இதன் மதிப்பைக் கண்டறியவும்.

   (அ) $8k + 2$ (ஆ) $4k$ (இ) k (ஈ) $4k - 1$ (உ) $-k - 2$

NOT TO BE REPUBLISHED @KTBS

7.3 தவறை மனதில் கொள்ளுங்கள், தவறைச் சரி செய்யவும்.

? கீழே சில சமன்பாடுகள் உள்ளன, அவற்றுடன் எழுத்து எண்ணின் மதிப்பைக் கண்டறிய அவற்றைத் தீர்க்கப் பயன்படுத்தப்படும் படிகளும் உள்ளன. ஒவ்வொரு தீர்வையும் ஆராய்ந்து, படிகள் சரியானதா என்பதை முடிவு செய்யுங்கள் ஏதேனும் தவறு இருந்தால், தவறை விவரித்து, அதைச் சரிசெய்து, சமன்பாட்டைத் தீர்க்கவும்.

1

$4x + 6 = 10$
$4x = 10 + 6$
$4x = 16$
$x = 4$

2

$7 - 8z = 5$
$8z = 7 - 5$
$8z = 2$
$z = 4$

3

$2v - 4 = 6$
$v - 4 = 6 - 2$
$v - 4 = 4$
$v = 8$

4

$5z + 2 = 3z - 4$
$5z + 3z = -4 + 2$
$8z = -2$
$z = -\frac{2}{8}$

5

$15w - 4w = 26$
$15w = 26 + 4w$
$15w = 30$
$w = 2$

6

$3x + 1 = -12$
$x + 1 = -\frac{12}{3}$
$x + 1 = -4$
$x = -5$

7

$4\,(4q + 2) = 50$
$4\,(4q) = 50 - 2$
$16q = 48$
$q = 3$

8

$-2\,(3 - 4x) = 14$
$-6v - 8x = 14$
$-8x = 14 + 6$
$-8x = 20$
$x = -\frac{20}{8}$

9

$3\,(7y + 4) = 9 + 5y$
$7y + 4 = \frac{9}{3} + 5y$
$7y + 4 = 3 + 5y$
$7y - 5y + 4 = 3$
$2y = 4 - 3$
$y = \frac{1}{2}$

©KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

7.4. ஒரு சிட்டிகை வரலாறு

குறியீடுகளைப் பயன்படுத்தி கோவைகளை உருவாக்குவதும், அத்தகைய கோவைகளைக் கொண்டு சமன்பாடுகளைத் தீர்ப்பதும் பண்டைய இந்தியாவில் கணித ஆய்வுகளின் ஒரு முக்கிய அங்கமாக இருந்தது.

கணிதத்தின் இந்தப் பகுதி பீஜ கணிதம் என்று அழைக்கப்பட்டது. இப்போது இயற்கணிதம் என்றும் அழைக்கபடுகிறது. பீஜம் என்ற சொல்லுக்கு விதை என்று பொருள். ஒரு மரம் ஒரு விதைக்குள் மறைந்திருப்பது போல, ஒரு பிரச்சினைக்கான பதில் தெரியாத

எண்ணுக்குள் மறைந்துள்ளது. சிக்கலைத் தீர்ப்பது மரம் வளர உதவுவது போன்றது படிப்படியாக நாம் மறைந்திருப்பதைக் கண்டுபிடிப்போம்.

முழு எண்கள் மற்றும் பின்னங்கள் போன்ற கணிதத்தின் பல்வேறு துறைகளில் **பிரம்மகுப்தரின்** பங்களிப்புகளை நாம் பார்த்தோம். அவரது பிரம்மாஸ்புத சித்தாந்தம் (பொ.ச. 628) என்ற புத்தகத்தின் 18 ஆம் அத்தியாயத்தில், எழுத்துக்களைப் பயன்படுத்தி தெரியாத எண்களை எவ்வாறு கூட்டுவது, கழிப்பது மற்றும் பெருக்குவது என்பதையும் விளக்கினார் அதாவது நாம் இன்று x அல்லது y ஐ எவ்வாறு பயன்படுத்துகிறோம்.

என்பது போன்றது. இந்த அத்தியாயம் வரலாற்றில் இயற்கணிதத்தின் அறியப்பட்ட ஆரம்பகால படைப்புகளில் ஒன்றாகும். புகழ்பெற்ற கணிதவியலாளரும் ஃபீல்ட்ஸ் பதக்கம் பெற்றவருமான டேவிட்மம் ஃபோர்ட் குறிப்பிட்டது போல், 'நமக்குத் தெரிந்த இயற்கணிதத்தை உருவாக்கியதில் பிரம்மகுப்தர் முக்கிய நபர்!

8 ஆம் நூற்றாண்டில், இந்திய கணிதக் கருத்துக்கள் அரபு மொழியில் மொழிபெயர்க்கப்பட்டன. அவை இன்றைய ஈராக்கில் வாழ்ந்த அல்-குவாரிஸ்மி என்ற பிரபல கணிதவியலாளருக்கு தாக்கத்தை ஏற்படுத்தியது. பொ.ச.*825* ஆம் ஆண்டில் அவர் ஹிசாப் அல்-ஜபர்-வால் - முகபாலா என்ற புத்தகத்தை எழுதினார். அதாவது 'மீட்டமைத்தல் மற்றும் சமநிலைப்படுத்துதல் மூலம் கணக்கிடுதல்?

இந்தக் கருத்துக்கள் மேலும் பரவின. *12* ஆம் நூற்றாண்டில், அல்-குவாரிஸ்மியின் புத்தகம் லத்தீன் மொழியில் மொழிபெயர்க்கப்பட்டு ஐரோப்பாவிற்குக் கொண்டு வரப்பட்டது. அங்கு அது மிகவும் பிரபலமடைந்தது. அவரது புத்தகத்தில் உள்ள அல்-ஜபர் என்ற வார்த்தையே நமக்கு இயற்கணிதம் என்ற வார்த்தையைத் தந்தது, அதை இன்றும் நாம் பயன்படுத்துகிறோம்.

இன்று நாம் அறியப்படாதவற்றைக் குறிக்க அகரவரிசையில் உள்ள எழுத்துக்களை எவ்வாறு பயன்படுத்துகிறோம் என்பதைப் போலவே, பிரம்மகுப்தரின் காலத்திலிருந்தே பண்டைய இந்திய கணிதவியலாளர்கள் வெவ்வேறு அறியப்படாதவற்றைக் குறிக்க யா, கா, நி, பி, லோ போன்ற தனித்துவமான குறியீடுகளைப் பயன்படுத்தினர். யா என்ற

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

சின்னம் யாவத்-தவத் (‘தேவைப்படும் அளவுக்கு’ என்று பொருள்) என்பதன் சுருக்கமாகும். கா மற்றும் நி போன்ற பிற எழுத்துக்கள் குறிப்பிடப்படுகின்றன. அவை நிறங்களின் பெயர்களின் முதல் எழுத்துக்கள் காலகா (கருப்பு), நீலகா (நீலம்), மற்றும் பல. இந்த தெரியாதவற்றுக்கு மாறாக, ஒரு கோவையில் தெரிந்த அளவுகள் ஒரு குறிப்பிட்ட வடிவத்தைக் கொண்டிருந்தன (ரூபா) மேலும் அவை ரூவால் குறிக்கப்பட்டன.

பண்டைய இந்திய குறியீடு மற்றும் நவீன குறியீட்டில் இயற்கணிதக் கோவைகள் எவ்வாறு எழுதப்பட்டன என்பதற்கான சில எடுத்துக்காட்டுகள் கீழ்வருமாறு -

நவீன குறியீடு	பண்டைய இந்திய குறியீடு
$2x + 1$	*yā* 2 *rū* 1 (ஒவ்வொரு உறுப்பிலும் முதலில் இடம்பெற்ற அறியப்படாத/அறிந்த குறிப்பு)
$2x - 8$	*yā* 2 *rū* $\dot{8}$ (எண்ணின் மீதுள்ள புள்ளி ஒரு குறை எண் என்பதைக் குறிப்பிடுகிறது)
$3x + 4 = 2x + 8$	*yā* 3 *rū* 4 *yā* 2 *rū* 8 (ஒரு சமன்பாட்டின் இரு பக்கங்களும் ஒன்றன் மீது ஒன்றாக காட்டப்பட்டுள்ளன.)

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

? எடுத்துக்காட்டு ***16:*** பாஸ்கராச்சாரியார் (பொ.ச.1150) எழுதிய பீஜகணிதம் இந்த வகை கணக்கீடுகளை குறிப்பிடுகிறது.

ஒருவரிடம் ₹300 ரூபாய் மற்றும் 6 குதிரைகள் உள்ளன. இன்னொருவரிடன் 10 குதிரைகளும் ₹100 கடனும் உள்ளது. ஒருவேளை அவர்கள் சமமாக பணக்காரர்களாகவும் மற்றும் ஒவ்வொரு குதிரையின் விலையும் ஒரே மாதிரியாகவும் இருந்தால், ஒரு குதிரையின் விலையைக் கூறவும்.

தீர்வு: ஒரு குதிரையின் விலை= ₹x

சிக்கலின் படி

$$300 + 6x = 10x - 100$$

$$300 + 6x + (100) = 10x$$

$$400 + 6x = 10x$$

$$400 = 10x - 6x$$

$$400 = 4x$$

$$400 \div 4 = x$$

$$100 = x$$

எனவே, ஒரு குதிரையின் விலை = ₹100.

இத்தகைய பிரச்சனைகளும் தீர்வுகளும் பண்டைய இந்தியாவில் நன்கு புரிந்து கொள்ளப்பட்டன. உண்மையில், தெரியாத ஒரு மதிப்பை கொண்ட கணக்கீடுகளை தீர்ப்பதற்கான மிகவும் முறையான வழியை முதன்முதலில் **ஆர்யபட்டர்** (பொ. ச. 499) முன் மொழிந்தார், மேலும் **பிரம்மகுப்தர்** அதை தனது **பிரம்மஸ்புத சித்தாந்தத்தில்** (பொ. ச. 628) கோடிட்டுக் காட்டியுள்ளார். அவரது செயல் முறையைப் புரிந்துகொள்வோம்.

©KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

பின்வரும் அமைப்பின் சில சமன்பாடுகளைப் பார்ப்போம்:

$5x + 4 = 3x + 8$, அல்லது $3x - 6 = 2x + 4$.

? இந்த சமன்பாடுகளை தீர்க்க ஒரு சூத்திரத்தை நாம் கொண்டு வர முடியுமா? அதாவது, முதல் சமன்பாட்டிற்கு, 5, 4, 3 மற்றும் 8 ஐப் பயன்படுத்தி நேரடியாக தீர்வைத் தரும் சில செயல்பாடுகளைச் செய்ய முடியுமா? இத்தகைய முறையைப் பயன்படுத்தி, 3, -6, 2 மற்றும் 4 எண்களைப் பயன்படுத்தி இரண்டாவது சமன்பாட்டைத் தீர்க்க முடியுமா ?

ஒரு சூத்திரத்தைப் பெற, இந்த அமைப்பின் சமன்பாடுகளை A, B, C மற்றும் D என நான்கு எண்களை எடுத்துக்கொள்வதன் மூலம் பொதுமைப்படுத்தலாம்.அதாவது

$$Ax + B = Cx + D.$$

இந்த வடிவத்தின் சமன்பாடுகளுக்கு பிரம்மகுப்தர் இந்த சூத்திரத்துடன் தீர்வை வழங்குகிறார் :

$$x = \frac{D - B}{A - C}.$$

இந்த அணுகுமுறையைப் பயன்படுத்தி, சமன்பாட்டிற்கான தீர்வைக் காணலாம்.

$$650m + 4000 = 500m + 5050$$

எளிமையாக கணக்கிடுவதன் மூலம்,

$$m = \frac{5050 - 4000}{650 - 500}.$$

? இந்த சூத்திரத்தைப் பயன்படுத்தி $2x + 3 = 4x + 5$ என்ற சமன்பாட்டை நீங்கள் தீர்க்க முடியுமா?

பண்டைய இந்திய கணிதவியலாளர்கள் சிக்கலான கணிதக் கருத்துக்களை எளிய நடைமுறைகளாக மாற்றுவதில் சிறந்து விளங்கினர், இதனால் அனைவரும் இந்த நடைமுறைகளைப் பண்படுத்தி புதிர்களைத் தீர்க்க முடியும்!

பீஜகணிதம் அல்லது இயற்கணிதம் என்பது கணிதத்தின் ஒரு கிளையாகும். இது கணித புதிர்களைத் தீர்க்க எழுத்து சின்னங்களைப் பயன்படுத்துகிறது. முந்தைய பக்கங்களில் சில எடுத்துக்காட்டுகளைப் பார்த்தோம். இயற்கணிதத்தை படிப்பதன் மூலம், எண்கள், வடிவங்கள் மற்றும் சூழ்நிலைகளில் வடிவங்களைப் பொதுமைப்படுத்தக் கற்றுக்கொள்கிறோம். துல்லியமான மற்றும் சக்திவாய்ந்த இயற்கணிதத்தின் மொழியைப் பயன்படுத்தி அந்தப் பொதுமைப்படுத்தல்களை வெளிப்படுத்துகிறோம்.

கணிதச் கூற்றுக்களை நியாயப்படுத்துவதற்கும் (இரண்டு ஒற்றைப்படை எண்களின் கூட்டுத்தொகை எப்போதும் இரட்டை எண்) பல வகையான புதிர்களைத் தீர்ப்பதற்கும் பீஜகணிதம் நமக்கு ஒரு வழியைத் தருகிறது.

இயற்கணிதத்தின் முக்கியத்துவத்தை பண்டைய இந்திய கணிதவியலாளர்களால் நன்கு அங்கீகரிக்கப் பட்டது.

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

நீங்களும் அதை அங்கீகரிப்பீர்கள் அதைப் பயன்படுத்தி மகிழ்வீர்கள் என்று நம்புகிறோம்.

? இதனைக் கண்டறிக.

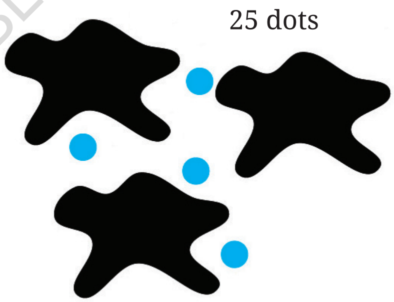
1. முழு எண்களால் கோடிட்ட இடங்களை நிரப்பவும்.

(a) $5 \times ___ - 8 = 37$ (b) $37 - (33 - ____) = 35$

(c) $-3 \times (-11 + ____) = 45$

2. ரஞ்சு ஒரு தினக்கூலி தொழிலாளி. அவள் ஒரு நாளைக்கு ₹750 சம்பாதிக்கிறாள். அவளுடைய முதலாளி அவளுக்கு 50 மற்றும் 100 ரூபாய் நோட்டுகளில் சம்பளம் கொடுக்கிறார். ரஞ்சுவுக்கு சமமான 50 மற்றும் 100ரூபாய் நோட்டுகள் கிடைத்தால், அவளிடம் எத்தனை ரூபாய் நோட்டுகள் இருக்கும்?

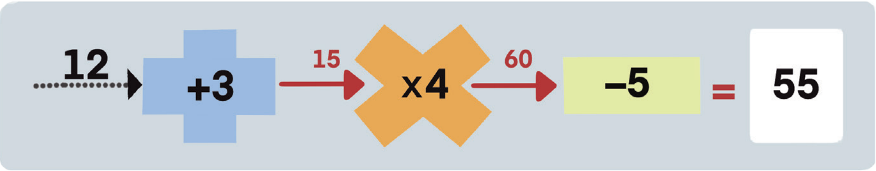
3. கொடுக்கப்பட்டுள்ள படத்தில், ஒவ்வொரு கருப்புப் புள்ளியும் சம எண்ணிக்கையிலான நீலப் புள்ளிகளை மறைக்கிறது.மொத்தம் 25 புள்ளிகள் புள்ளிகள் இருந்தால், ஒரு புள்ளி எத்தனை புள்ளிகளை மூடுகிறது? இந்த பிரச்சனையை விவரிக்க ஒரு சமன்பாட்டை எழுதுங்கள்.



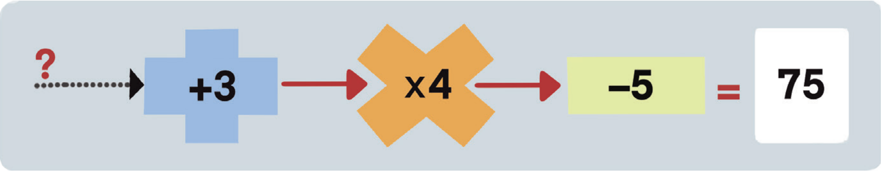
NOT TO BE REPUBLISHED @KTBS

4. இங்கே, ஒரு உள்ளீட்டை எடுத்து, அதில் ஒரு செயல்பாட்டைச் செய்து மற்றும் முடிவை ஒரு வெளியீடாக அனுப்பும் இயந்திரங்கள் உள்ளன.

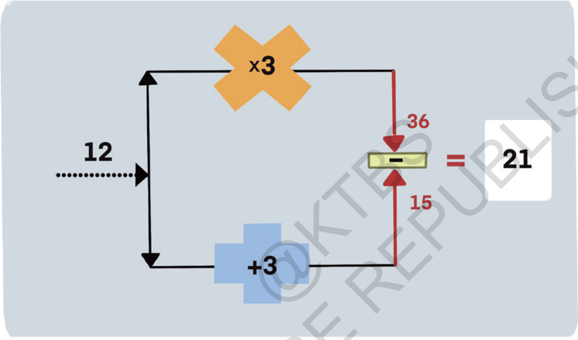
(அ)



பின்வரும் சந்தர்பங்களில் உள்ளீடுகளைக் கண்டறியவும்.

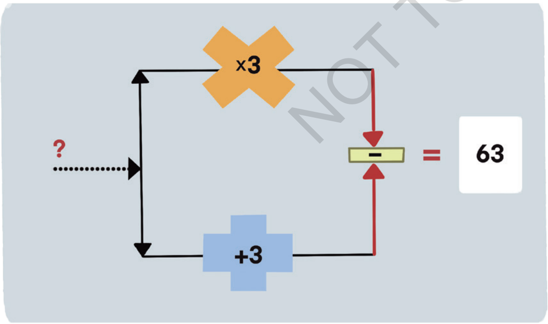


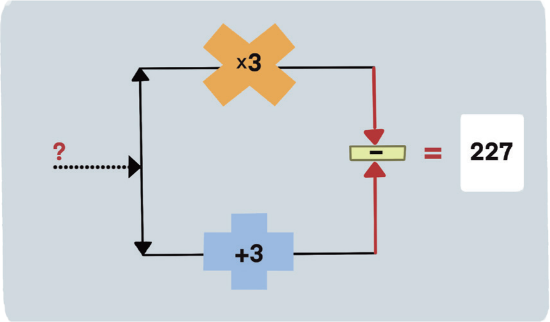
(ஆ)



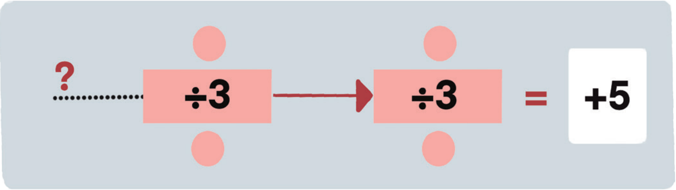
© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

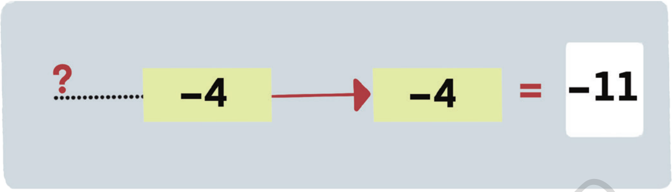
பின்வரும் சந்தர்ப்பங்களில் உள்ளீடுகளைக் கண்டறியவும்.





5. இந்த இயந்திரங்களுக்கான உள்ளீடுகள் என்ன?

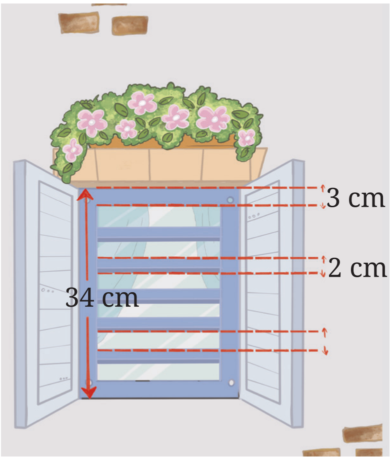




6. ஒரு வாடகை வண்டி ஓட்டுநர் ஒரு நாளைக்கு ₹800 நிலையான கட்டணமாகவும், கூடுதலாக ஒவ்வொரு கிலோமீட்டருக்கும் ₹20 வசூலிக்கிறார். ஒரு வாடகை வண்டி பயணத்திற்கான மொத்த செலவு ₹2200 என்றால், பயணித்த கிலோமீட்டர்களின் எண்ணிக்கையை தீர்மானிக்கவும்.

7. இரண்டு எண்களின் கூட்டுத்தொகை 76. ஒரு எண் மற்றொரு எண்ணை விட மூன்று மடங்கு அதிகம். அந்த எண்கள் யாவை?

8. கிரில்லுடன் கூடிய ஜன்னலின் படத்தை இந்த படம் காட்டுகிறது. கிரில்லில் உள்ள இரண்டு கம்பிகளுக்கு இடையிலான இடைவெளி என்ன?



@KTBS
NOT TO BE REPUBLISHED

9. ஒரு உணவகத்தில், ஒரு பழச்சாறு ஒரு சாக்லேட் மில்க் ஷேக் விட ₹15 குறைவாக உள்ளது. 4 பழச்சாறுகள் மற்றும் 7 சாக்லேட் மில்க் ஷேக்குகளின் விலை ₹600 எனில், பழச்சாறு மற்றும் மில்க் ஷேக்கின் விலையைக் கண்டறியவும்.

10. 28p – 36 = 98 எனக் கொடுக்கப்பட்டால், $14p - 19$ மற்றும் 28p – 38 இன் மதிப்பைக் கண்டறியவும்.

11. மூன்று சமன்பாடுகளைத் தீர்ப்பதற்கான படிகள் காட்டப்பட்டுள்ளன. தவறுகளை அடையாளம் கண்டு சரிசெய்யவும்.

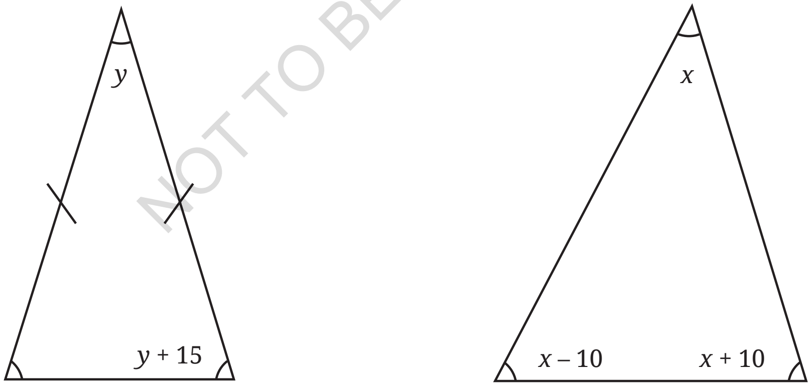
(a)
$$\cancel{6}x + 9 = \overset{11}{6\cancel{6}}$$
$$x + 9 = 11$$
$$x = 11 - 9$$
$$x = 2$$

(b)
$$14y + 24 = 36$$
$$7y + 12 = 18$$
$$7y = 6$$
$$y = \frac{6}{7}$$

(c)
$$4x - 5 = 9x + 8$$
$$4x = 9x + 8 - 5$$
$$4x = 9x + 3$$
$$4x - 9x = 3$$
$$-5x = 3$$
$$x = \frac{-5}{3}$$

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

12. இந்த முக்கோணங்களின் கோணங்களின் அளவைகளைக் கண்டறியவும்.



13. $u = 6$ என்ற தீர்வைக் கொண்ட 4 சமன்பாடுகளை எழுதுங்கள்.

14. பகீஷாலி கையெழுத்துப் பிரதி (பொ.ச.300) பின்வரும் சிக்கலைக் குறிப்பிடுகிறது. முதல் நபருக்கு வழங்கப்பட்ட தொகை தெரியவில்லை இரண் டாவது நபருக்கு முதல் நபரை விட இரண்டு மடங்கு அதிகமாக வழங்கப்படுகிறது. மூன்றாவது நபருக்கு

இரண்டாவது நபரை விட மூன்று மடங்கு அதிகமாகவும், நான்காவது நபருக்கு மூன்றாவது நபரை விட நான்கு மடங்கு அதிகமாகவும் வழங்கப்படுகிறது. மொத்தமாக விநியோகிக்கப்படும் தொகை 132. முதல் நபருக்கு வழங்கப்பட்ட தொகை எவ்வளவு?

15. ஒட்டகச்சிவிங்கியின் உயரம் அதன் உயரத்தில் பாதியை விட இரண்டரை மீட்டர் அதிகம் எனில் ஒட்டகச் சிவிங்கியின் உயரம் எவ்வளவு?

16. கீழே இரண்டு தனித்தனி உருவங்கள் கொடுக்கப்பட்டுள்ளன. ஒவ்வொரு உருவமும் குச்சிகளைப் பயன்படுத்தி செய்யப்பட்ட வரிசையின் முதல் சில நிலைகளைக் காட்டுகிறது. ஒவ்வொரு உருவத்திற்கும் அமைப்பைக் கண்டறிந்து பின்வரும் கேள்விகளுக்கு பதிலளிக்கவும்:

(அ) வரிசையின் 11 ஆம் நிலையில் எத்தனை சதுரங்கள் உள்ளன ?

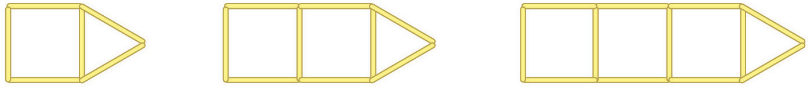
(ஆ) வரிசையின் 11 ஆம் நிலையில் உள்ள அமைப்பை உருவாக்க எத்தனை குச்சிகள் தேவை?

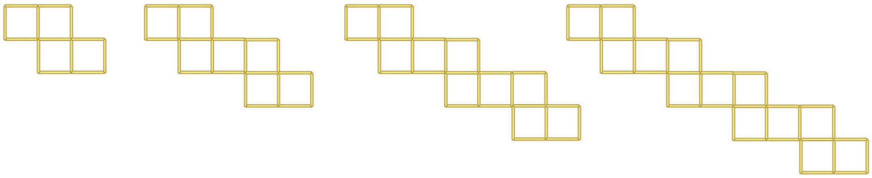
(இ) இந்த வரிசையில் சரியாக 85 குச்சிகளைப் பயன்படுத்தி ஒரு அமைப்பைச் செய்ய முடியுமா?

ஆம் எனில், அது எந்த நிலை எண்ணுடன் ஒத்திருக்கும்?

(ஈ) இந்த வரிசையில் சரியாக 150 குச்சிகளைப் பயன்படுத்தி ஒரு அமைப்பைச் செய்ய முடியுமா?

ஆம் எனில், அது எந்த நிலை எண்ணுடன். ஒத்திருக்கும்?





17. ஒரு எண்ணை 36 ஆல் கூட்டினால் அது அதன் பத்து மடங்கிற்குச் சமம், அது என்ன எண்?

NOT TO BE REPUBLISHED @KTBS

18. இந்த சமன்பாடுகளைத் தீர்க்கவும்:

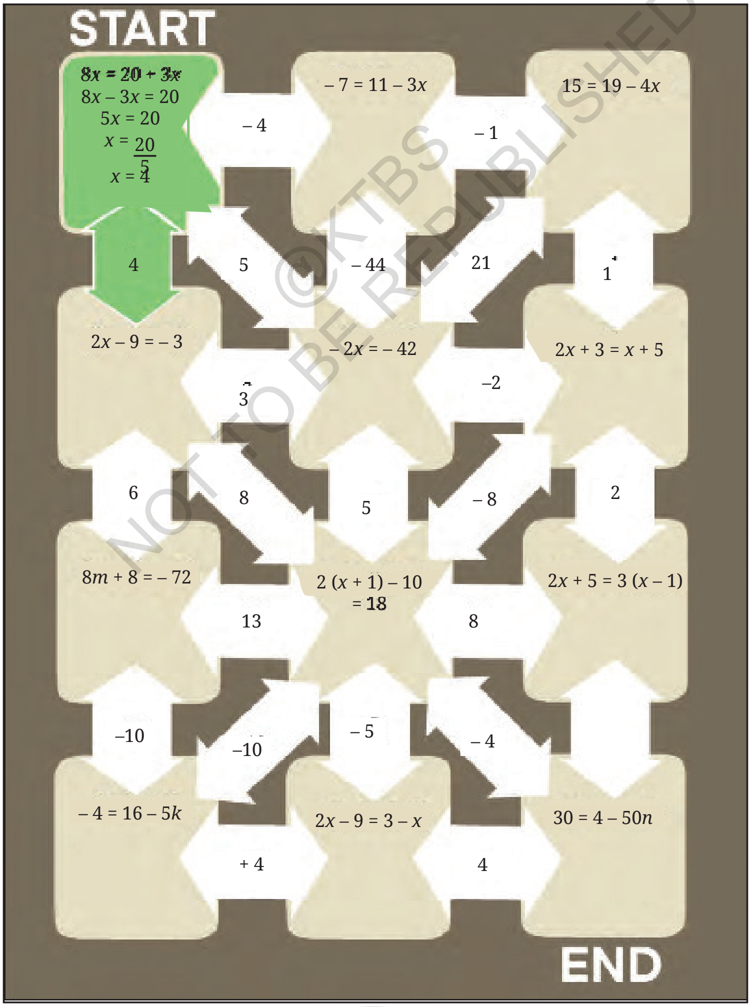
(a) $5(r + 2) = 10$ (b) $-3(u + 2) = 2(u - 1)$

(c) $2(7 - 2n) = -6$ (d) $2(x - 4) = -16$

(e) $6(x - 1) = 2(x - 1) - 4$ (f) $3 - 7s = 7 - 3s$

(g) $2x + 1 = 6 - (2x - 3)$ (h) $10 - 5x = 3(x - 4) - 2(x - 7)$

19. தொடக்கத்திலிருந்து முடிவு வரையிலான பாதையைக் கண்டறிய சமன்பாடுகளைத் தீர்க்கவும். கொடுக்கப்பட்டுள்ள பெட்டிகளில் உங்கள் வேலையைக் காட்டுங்கள் மற்றும் நீங்கள் தொடரும்போது உங்கள் பாதையை வண்ணமயமாக்குங்கள்.



©KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

20. ஒரு கடற்கரையில் சில குழந்தைகளும் கழுதைகளும் உள்ளன. அவைகளுக்கு 28 தலைகளும் 80 கால்களும் உள்ளன. அங்கு எத்தனை கழுதைகள் உள்ளன? முயற்சி செய்க

பாடச்சுருக்கம்

- ஒரு இயற்கணித சமன்பாடு என்பது ஒரு கணித கூற்று ஆகும். இது இரண்டு இயற்கணித கோவைகளின் சமத்துவம்.
- ஒரு சமன்பாட்டின் இருபுறமும் ஒரே செயல்பாடு செய்யப்படும் போது, சமத்துவம் பராமரிக்கப்படுகிறது.
- ஒரு சமன்பாட்டிற்கு தீர்வு காண்பது என்பது, LHS ஆனது RHSக்கு சமமாக இருக்கும் வகையில் கோவைகளில் தெரியாதவற்றின் மதிப்புகளைக் கண்டறிவதாகும்.
- சமன்பாடுகளை பெரும்பாலும் இரு புறமும் ஒரே செயல்ப்பாட்டைச் செய்வதன் மூலம் தீர்க்க முடியும் இதனால் தெரியாதவற்றின் மதிப்பு தெளிவாகிறது.

© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

புதிர் நேரம்

ஒரு மாய தந்திரம்

எந்த எண்ணை வேண்டுமானாலும் நினைத்துக் கொள்ளுங்கள், இப்போது அதை 2 ஆல் பெருக்கவும்.

10 ஐச் சேர்க்கவும்,

2ஆல் வகுக்கவும்.

இப்போது நீங்கள் நினைத்த அசல் எண்ணைக் கழிக்கவும்.

இறுதியாக, 3 ஐச் சேர்க்கவும்.

உங்களுக்கு இப்போது 8 இருக்கும்னு நான் கணிக்கிறேன். நான் சொல்றது சரியா?

உங்கள் நண்பர்கள் மற்றும் குடும்பத்தினரிடம் இந்த தந்திரத்தை முயற்சிக்கவும் !

இந்த தந்திரம் ஏன் வேலை செய்கிறது என்பதை விளக்க முடியுமா?

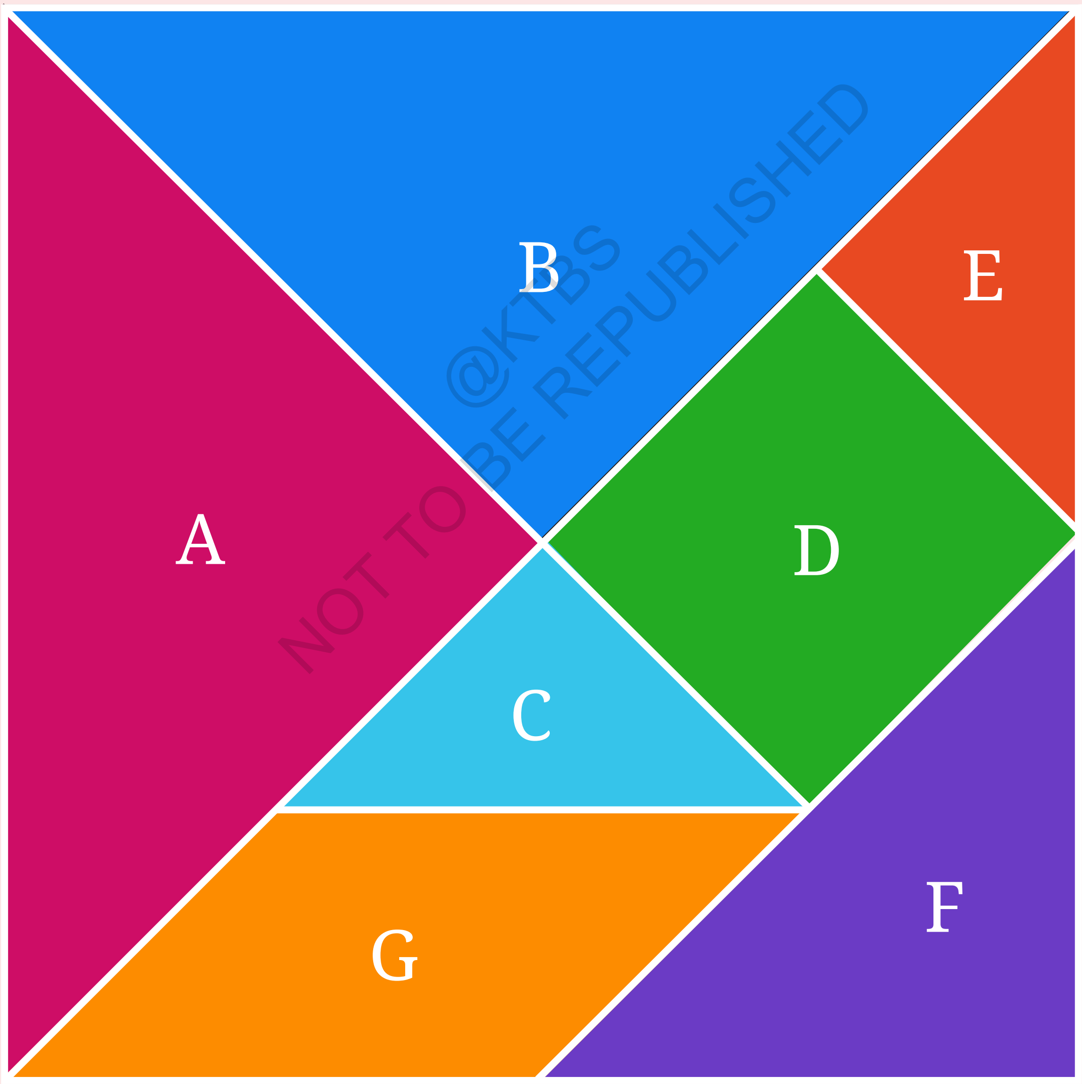
(குறிப்பு: நினைக்கப்படும் முதல் எண்ணை x-ஆல் குறிக்கவும்)

இது போன்ற தந்திரங்களை நீங்கள் செய்யமுடியுமா?

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

டான்கிராம்

குறிப்பு: ஒவ்வொரு வடிவத்தையும் வெள்ளை எல்லைக் கோட்டில் வெட்டுங்கள்.



@KTBS
NOT TO BE REPUBLISHED

Sexual Abuse of Children and Punishments under the Protection of Children from Sexual Offences Act, 2012

As per Section 2(d) of the POCSO Act, 2012,
A "Child" means any person below the age of 18 years.

Sexual Offence	Punishment
Penetrative Assault – Any person who commits penetrative sexual assault on a child. (Section 3)	Rigorous imprisonment not less than 10 years, which may extent to life imprisonment, and fine. (Section 4)
Aggravated Penetrative Sexual Assault – Penetrative sexual assault committed under aggravated circumstances. (Section 5)	Rigorous imprisonment not less than 20 years, which may extend to life imprisonment or death, and fine. (Section 6)
Sexual Assault – Touching the private parts of a child or making the child touch any person for sexual intent. (Section 7)	Imprisonment not less than 3 years, which many extents to 5 years, and fine. (Section 8)
Aggravated Sexual Assault – Sexual assault committed under aggravated circumstances. (Section 9)	Imprisonment not less than 5 years, which may extend to 7 years, and fine. (Section 10)
Sexual Harassment of a Child (Section 11)	Imprisonment which may extend to 3 years, and fine. (Section 12)
Use of a Child for Pornographic Purposes (Section 13)	Imprisonment up to 5 years and fine; higher punishment for subsequent offences. (Section 14)
Storage or Possession of Pornographic Material Involving a Child (Section 15)	Imprisonment and fine as prescribed, which may extend to 3 years.
Abetment of an Offence under POCSO (Section 16)	Punishment prescribed for the offence abetted. (Section 17)

© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

Necessary Steps to Be Taken in Case of Sexual Abuse of a Child

- Any person having knowledge of a sexual offence must report the matter immediately to the Special Juvenile Police Unit (SJPU) or the Local Police Station. (Section 19)
- The Child shall be produced before the Child Welfare Committee (CWC) or the Special Court within 24 hours for care and protection.
- The child shall be provided medical examination and treatment immediately, free of cost., at the nearest hospital.
- In case of a girl child, medical examination shall be conducted by a female doctor, as far as possible, in the presence of parents or a trusted person. (Section 27)
- The identity of the child shall not be disclosed through any media, including name, address, photograph, or any identifying details. (Section 23)
- As per Rule 7 of the Protection of Children from Sexual Offences Rules, 2020, where an interim compensation to meet the immediate needs of the child.
- As per Section 44 of the Protection of Children from Sexual Offences Act, 2012, the Karnataka State commission for Protection of Child Rights (KSCPCR) shall monitor the effective implementation of the provisions of the Act.

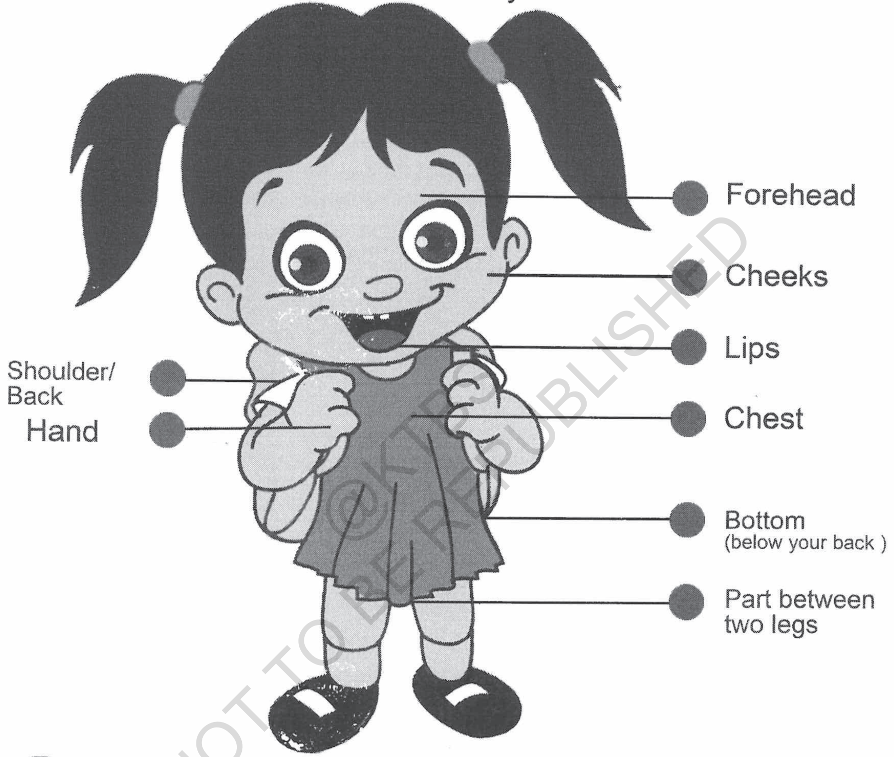
Our Commitment
Towards a Violence-Free and Child-Sate Society

Children be cautious !!! Be alert

Your body belongs only to you, You have all the rights to keep safe and protect it always.
Safe and Unsafe touches on your body

See the picture and understand

this cautious is for Boys and Girls



@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

Unsafe Touch (BAD TOUCH) – **parts of your body where nobody should touch (except parents and in their presence only doctors can touch)**

Safe touch (GOOD TOUCH) –**can touch only when required**

When you feel Unsafe Touch or any other mischief, please Say loudly NO.. Don't.. Stop it..and Scream, push the person aside and move to a safer place, be brave and inform about it, to your parents & Trusted adult and register a complaint

Published by :Distict Administration -08532-229011, Zilla Panchyat-228448
Department of Police -235635/ 235001 / 235100 / 100 /1091 District Child Protection Unit-280670,
Department of Women and Child Develpoment-226292, Unicef Child Protection Project -230610. Raichur

Be Smart, Be Safe, Be Happy

Picture courtesy : Prajavani, Bhoomika 26-07-2014

unicef