

కర్నాటక ప్రభుత్వం

గణిత ప్రకాశ్

ఏడవ తరగతి పాఠ్యపుస్తకం

తెలుగు మాధ్యమం



© KTBS
NOT TO BE REPUBLISHED

భాగం– 1



राष्ट्रीय शैक्षिक अनुसंधान और प्रशिक्षण परिषद्
NATIONAL COUNCIL OF EDUCATIONAL RESEARCH AND TRAINING

Karnataka Textbook Society (R.)
6th Cross, Malleshwaram,
Bengaluru - 560 003.

FOREWORD

The National Education Policy 2020 envisages a system of education in the country that is rooted in an Indian ethos and its civilisational accomplishments in all fields of knowledge and human endeavour. At the same time, it aims to prepare students to engage constructively with the opportunities and challenges of the 21st century. The basis for this aspirational vision has been well laid out by the National Curriculum Framework for School Education (NCF-SE) 2023 across curricular areas at all stages. By nurturing students' inherent abilities across all five planes of human existence (pañchakośhas), the Foundational and Preparatory Stages set the stage for further learning at Middle Stage. Spanning Grades 6 to 8, the Middle Stage serves as a critical three-year bridge between the Preparatory and Secondary Stages.

The NCF-SE 2023, at the Middle Stage, aims to equip students with the skills that are needed to grow, as they advance in their lives. It endeavours to enhance their analytical, descriptive, and narrative capabilities, and to prepare them for the challenges and opportunities that await them. A diverse curriculum, covering nine subjects ranging from three languages — including at least two languages native to India — to Science, Mathematics, Social Science, Art Education, Physical Education and Well-being, and Vocational Education promotes their holistic development.

Such a transformative learning culture requires certain essential conditions. One of them is to have appropriate textbooks in different curricular areas, as these textbooks will play a central role in mediating between content and pedagogy — a role that will strike a judicious balance between direct instruction and opportunities for exploration and inquiry. Among the other conditions, classrooWm arrangement and teacher preparation are crucial to establish conceptual connections both within and across curricular areas.

The National Council of Educational Research and Training, on its part, is committed to providing students with such high-quality textbooks. Various Curricular Area Groups, which have been constituted for this purpose, comprising notable subject-experts, pedagogues, and practising teachers as their members, have made all possible efforts to develop such textbooks. Ganita Prakash the textbook of Mathematics for Grade 7, Part I; aligns with the expectations of NEP 2020 and NCF-SE 2023, in respect of creating a spark for initiating mathematical thinking. This textbook designed for Grade 7 students, takes forward its journey through the world of mathematics that started in Grade 6. During this journey the concepts and problems emerge

© NCERT NOT TO BE REPUBLISHED

from daily life situations and so it is expected that students will be able to relate to them with ease. The book makes efforts to encourage the students to observe and explore the patterns around them and discover mathematical concepts on their own. The content attempts to integrate mathematics with other subject areas such as science, social science with cross-cutting themes like environmental education, value education, inclusive education, and Indian Knowledge Systems (IKS). Colourful illustrations and interactive exercises form the basis of this textbook that would develop a strong foundation among children in understanding more complex mathematical concepts. Throughout the book, stories, conversations and anecdotes have been incorporated to make abstract mathematical concepts more relatable and accessible to young learners. Puzzles and innovative problems will not only engage the students in thoughtfully relating the mathematical concepts to the world around them and help them in deepening their understanding of mathematics, but also prepare them to understand the concepts of the emerging field of computational thinking.The focus is on collaboration and active engagement through student-centered approach to education.

However, in addition to this textbook, students at this stage should also be encouraged to explore various other learning resources. School libraries play a crucial role in making such resources available. Besides, the role of parents and teachers will also be invaluable in guiding and encouraging students to do so.

With this, I express my gratitude to all those who have been involved in the development of this textbook and hope that it will meet the expectations of all stakeholders. At the same time, I also invite suggestions and feedback from all its users for further improvement in the coming years.

© NCERT NOT TO BE REPUBLISHED

Dinesh Prasad Saklani
Director
National Council of Educational
Research and Training

New Delhi
March, 2025

ABOUT THE BOOK

Mathematics helps students develop not only basic arithmetic skills, but also the crucial capacities of logical reasoning, creative problem solving, and clear and precise communication (both oral and written). Mathematical knowledge also plays a crucial role in understanding concepts in other school subjects, such as Science and Social Science, and even Arts, Physical Education, and Vocational Education. Learning Mathematics can also contribute to the development of capacities for making informed choices and decisions. Understanding numbers and quantitative arguments is necessary for effective and meaningful democratic and economic participation. Mathematics thus has an important role to play in achieving the overall aims of school education.

Mathematics at the Middle Stage is a major challenge and has to perform the dual role of being both close to the experience and environment of the child and being abstract. It must perform the dual role of developing intuition while also maintaining and emphasising rigour. It must perform the dual role of enhancing critical and logical thinking while also developing artistry and creativity and a sense of elegance and aesthetics. Finally, Mathematics must perform the dual role of providing students plenty of opportunities for exploration and discovery of concepts on their own while also teaching best-known methods in the global repertoire of mathematics.

The present textbook has made an attempt to address the above mentioned goals and challenges of learning mathematics. The writers of this book have aimed to strike a judicious balance between informal and formal definitions and methods to develop in students both intuition and rigour. The book also provides numerous opportunities for student-student and student–teacher interaction in the classroom to promote active and experiential learning. A number of questions, puzzles, and interactive exercises are posed throughout the book to encourage constant exploration. Many of the questions are open-ended to stimulate in-class discussion.

The first chapter of this book, 'Large Numbers Around Us', is an introduction to the world of lakhs and crores, and millions and billions through engaging explorations and contexts.

Chapter 2, 'arithmetic expressions', considers expressions having multiple operations and discusses how they can be written and read without ambiguity. Chapter 3, 'A Peek Beyond the Point', introduces the usage of decimal point and additions and subtractions involving decimal numbers. Chapter 4, 'Expressions using Letter-Numbers' builds on the chapter on Arithmetic

© NCERT NOT TO BE REPUBLISHED

Expressions to guide students to take the first steps into the world of algebra. The fundamental notions of letter-numbers and algebraic expressions are introduced. Chapter 5, 'Parallel and Intersecting Lines', introduces some fundamental building blocks of geometry and has a balance of engaging activities like paper folding and rigorous mathematical reasoning. Chapter 6, 'Number Play', covers aspects of computational thinking and problem solving through puzzles and concepts of parity, Virahanka-Fibonacci sequence, and cryptarithms. Chapter 7, 'A Tale of Three Intersecting Lines', explores some of the striking properties of a triangle related to the lengths of their sides and angles, through construction. Chapter 8, 'Working with Fractions', builds on the students' understanding of fractions, and explores the multiplication and division of fractions. The great Indian mathematician Brahmagupta's (628 C.E.) methods and formulas for performing these operations on fractions is brought alive with fresh examples and interesting puzzles. In all chapters, an attempt has been made to emphasis connections with other subjects including Art, History, and Science.

By weaving together storytelling and hands-on activities, we hope that an immersive learning experience will be created that ignites curiosity and fosters a love for mathematics. It is hoped that teachers would give children the opportunity to discuss, play, engage with each other, provide logical arguments for different ideas, and find loopholes in arguments presented. This is necessary for the learners to eventually develop the ability to understand what it means to prove something and also become confident about underlying concepts. The mathematics classroom should not expect a blind application of algorithms but should rather encourage children to find many different ways to solve problems.

As per the NEP 2020, computational thinking has also been gently introduced through puzzles, games, and interactive exercises that encourage such thinking. Indian rootedness has also been kept in mind while giving contexts for different concepts. The contributions of Indian mathematicians have been given as part of a problem-solving approach to make students aware of India's rich mathematical heritage and its global contributions to mathematics.

The concepts and problems are related to daily life situations. An attempt has been made to use contexts and materials with which the students are familiar. Learning material sheets have been given at the back of the book that may be photocopied and used. At many places, exercises or activities are given to encourage peer group efforts and discussions. The textbook intends to address the learning needs of a diverse group of students in the classroom.

© NCERT NOT TO BE REPUBLISHED

We have tried to link concepts learnt in initial chapters with ideas in subsequent chapters to show the connectedness and unity of mathematics. We hope that teachers will use this as an opportunity to revise these concepts in a spiralling way so that children are able to appreciate the entire conceptual structure of mathematics. We hope that teachers may give more time to the ideas of fractions, negative numbers and other notions that are new to students. Many of these are the basis for further learning in mathematics.

Finally, this book aims to be more than just a textbook—it's a passport to a world of mathematical discovery and exploration. Whether used in the classroom or at home, we hope that it may inspire students to embark on their own mathematical adventures, empowering them to see the beauty and relevance of mathematics in everything around them. With its engaging approach and comprehensive coverage of Grade 7 mathematics concepts, this book hopes and aims to captivate young minds and set them on a lifelong journey of mathematical discovery.

I thank again all the writers of and contributors to this textbook for this important and valuable contribution and service to the nation's mathematics teachers, learners and enthusiasts.

We look forward to your comments and suggestions regarding the book and hope that you will send interesting exercises, activities and tasks that you develop during the course of teaching and learning, to be included in future editions.

@NCERT NOT TO BE REPUBLISHED

Ashutosh Wazalwar

Professor, Academic Convener
Department of Education in
Science and Mathematics
National Council of Educational
Research and Training

NATIONAL SYLLABUS AND TEACHING LEARNING MATERIAL COMMITTEE (NSTC)

1. M.C. Pant, *Chancellor*, National Institute of Educational Planning and Administration (NIEPA), (***Chairperson***)
2. Manjul Bhargava, *Professor*, Princeton University, (***Co-Chairperson***)
3. Sudha Murty, Acclaimed Writer and Educationist
4. Bibek Debroy, *Chairperson*, Economic Advisory Council to the Prime Minister (EAC – PM)
5. Shekhar Mande, Former *Director General*, CSIR; *Distinguished Professor*, Savitribai Phule Pune University, Pune
6. Sujatha Ramdorai, *Professor*, University of British Columbia, Canada
7. Shankar Mahadevan, Music Maestro, Mumbai
8. U. Vimal Kumar, *Director*, Prakash Padukone Badminton Academy, Bengaluru
9. Michel Danino, Visiting Professor, IIT – Gandhinagar
10. Surina Rajan, IAS (Retd.), Haryana, Former *Director General*, HIPA
11. Chamu Krishna Shastri, *Chairperson*, Bharatiya Bhasha Samiti, Ministry of Education
12. Sanjeev Sanyal, Member, Economic Advisory Council to the Prime Minister (EAC – PM)
13. M.D. Srinivas, *Chairperson*, Centre for Policy Studies, Chennai
14. Gajanan Londhe, *Head*, Programme Office
15. Rabin Chhetri, *Director*, SCERT, Sikkim
16. Pratyusa Kumar Mandal, *Professor*, Department of Education in Social Sciences, NCERT, New Delhi
17. Dinesh Kumar, *Professor*, Department of Education in Science and Mathematics, NCERT, New Delhi
18. Kirti Kapur, *Professor*, Department of Education in Languages, NCERT, New Delhi
19. Ranjana Arora, *Professor* and *Head*, Department of Curriculum Studies and Development, NCERT (***Member-Secretary***)

© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

TEXTBOOK DEVELOPMENT TEAM

Contributors

Aaloka Kanhere, *Project Scientific Officer*, Homi Bhabha Center for Science Education, Mumbai

Amartya Kumar Dutta, *Professor*, Stat-Math Unit, Indian Statistical Institute (ISI), Kolkata

Amritanshu Prasad, *Professor*, The Institute of Mathematical Sciences, Chennai

Anjali Gupte, *Principal* (Retd.), Vidya Bhavan Public school, Udaipur

Aparna Lalingakar, *Director*, Aksharbrahma Consultancy, Pune -**Team Leader**

Geetanjali Phatak, *Professor*, S.P College, Pune

H. S. Sharada, *TGT*, Government High School, HD Kote, Karnataka

K. V. Subrahmanyam, *Professor*, Chennai Mathematical Institute (CMI), Chennai

Kiran Barve, Faculty, Bhaskaryacharya Partisthan, Pune

Madhu B., *Assistant Professor*, Regional Institute of Education (RIE), Mysuru

Manjul Bhargava, *Professor*, Princeton University, and Co-Chairperson, NSTC

Padmapriya Shirali, *Former Principal*, Sahyadri School KFI, Pune

Patanjali Sharma, *Assistant Professor*, Regional Institute of Education, (RIE), Ajmer

Rakhi Bannerjee, *Associate Professor*, Azim Premji University, Bengaluru

Ramchandar krushnamurthy, *Principal*, Azim Premji School, Bengaluru

Shivkumar K. M, *Senior Consultant*, Programme Office, NSTC

Shravan S. K., *Senior Consultant*, Programme Office, NSTC

Sujatha Ramdorai, *Professor*, University of British Columbia, Canada, Member NSTC

S. Viswanath, *Professor*, Institute of Mathematical Sciences (IMSc), Chennai

VM Shonapurkar, *Assistant Professor*, Bhaskaryacharya Pratisthan, Pune

Vijayan K., *Professor*, Department of Curriculum Studies and Development, NCERT, New Delhi

Member-Coordinator, CAG (Mathematics)

Ashutosh Kedarnath Wazalwar, *Professor*, Department of Education in Science and Mathematics, NCERT, New Delhi

Reviewers

Anurag Behar, *Member*, National Curriculum Framework Oversight Committee

K. (Ravi) Subramaniam, *Professor* (Retd.), Homi Bhabha Centre for Science Education (HBCSE), Mumbai

Madhavan Mukund, *Director*, Chennai Mathematical Institute, Chennai

R. Ramanujam, *Professor* (Retd.), Institute of Mathematical Sciences (IMSc), Chennai

© NCERT NOT TO BE REPUBLISHED

ACKNOWLEDGEMENTS

The National Council of Educational Research and Training (NCERT) acknowledges the guidance and support of the esteemed Chairperson and members of the Curricular Area Group (CAG): Mathematics and other concerned CAGs for their guidelines on cross-cutting themes in developing this textbook. During the development of this textbook, various workshops were organised and subject experts in Mathematics from different Institutions were invited. The NCERT acknowledges the valuable views and inputs given by subject experts— Shailesh A. Shirali, *Director*, Teacher Education Program Valley School, KFI Priyavrat Deshpande, *Associate Professor*, CMI, Chennai; Sadik Ali Shaikh, *Head*, Department of Mathematics, Maulana Azad College of Arts, Science and Commerce, Aurangabad,Maharashtra; Jaspal Kaur, *TGT* (Maths), School of Excellence,Delhi; Bina Prakash, *Sr. PGT* (Maths), Campion School, Bhopal; Mahendra Shankar, *Senior Lecturer* (Retd.), NCERT, New Delhi; Shaily Choudhary *TGT* Maths , GGSSS, Khajoori Khas, Delhi; Ravi Raxit Sharma, *TGT* Mathematics, GCMS, New Seelampur, Delhi; Poonam Arora, *PGT* Maths, Mentor Teacher, SBV, West Patel Nagar, New Delhi; Shalini Arora Bahri, *TGT* Maths, SKV No.1, Narela, Delhi; Sangeeta Solanki, *TGT* Maths, The Heritage School, Delhi; Sunita Sharma, *TGT* Maths, The Heritage School, Delhi, Dr. Rishikesh Kumar, *Assistant Professor,* DESM, NCERT, New Delhi; Tarun Choubisa, *Director*, Pedagogy and Innovation (Science), Seed2Sapling Education Foundation, Bengaluru for improving the content and pedagogy of the textbook.

The Council acknowledges the efforts of Nidhi M Shastri and Bhawana Upadhyay from the Programme Office.

The Council acknowledges the academic and administrative support of Sunita Farkya, *Professor* and *Head*, DESM, NCERT, New Delhi.

The Council appreciates the contributions of Sushmita Joshi, *Senior Research Associate*; Manju Mhar, *Senior Research Associate*; Department of Education in Science and Mathematics, NCERT, for providing support in the development of the textbook.

The contribution of Ilma Nasir, *Editor* (contractual); Publication Division is also appreciated. The NCERT gratefully acknowledges the contributions of Pawan Kumar Barriar, *In charge*, DTP Cell; Kishore Singhal and Vivek Mandal *DTP Operator* (contractual), Publication Division, NCERT for all his efforts in laying out this book.

© NCERT NOT TO BE REPUBLISHED

ಶಿಕ್ಷಕರಿಗೆ ಸೂಚನೆಗಳು

ಸಂತಸದಾಯಕ ಗಣಿತ ಕಲಿಕೆಯನ್ನು ಮುಂದಿನ ಪೀಳಿಗೆಗೆ ವರ್ಗಾಯಿಸುವ ಸಂಭ್ರಮದ ಗುರುತರ ಜವಾಬ್ದಾರಿ ನಿಮ್ಮೆದುರಿಗಿದೆ. ಇದನ್ನು ಸಾಧಿಸುವ ನಿಟ್ಟಿನಲ್ಲಿ, ಗಣಿತ ಪ್ರಕಾಶ ಪುಸ್ತಕವು ನಿಮಗೆ ಉತ್ತಮ ಬೆಂಬಲ ಮತ್ತು ಮಾರ್ಗದರ್ಶನವನ್ನು ನೀಡುತ್ತದೆ ಎಂದು ಆಶಿಸುತ್ತೇವೆ.

ಈ ಜವಾಬ್ದಾರಿಯನ್ನು ನಿಭಾಯಿಸಲು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಮನದಲ್ಲಿ ಗಣಿತೀಯ ಚಿಂತನೆಗಳು ಅರಳುವಂತಹ ಸಾರವತ್ತಾದ ಪರಿಸರವನ್ನು ಒದಗಿಸುವುದು ಬಹುಮುಖ್ಯವಾಗುತ್ತದೆ. ತರಗತಿ ಕೋಣೆಗಳಲ್ಲಿ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಕೇವಲ ಕೇಳಿಸಿಕೊಳ್ಳುವುದು. ಅವರಿಗೆ ಹೇಳಿದ್ದನ್ನು ಮತ್ತು ಕಪ್ಪುಹಲಗೆಯ ಮೇಲಿರುವುದನ್ನು ಬರೆದುಕೊಳ್ಳುವುದು ಗಣಿತ ಕಲಿಕೆಗೆ ಅಗತ್ಯವಿರುವ ವಾತಾವರಣವನ್ನು ಎಂದಿಗೂ ಒದಗಿಸುವುದಿಲ್ಲ. ಬದಲಾಗಿ ತರಗತಿ ಕೋಣೆಗಳು, ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಗಣಿತ ಪರಿಕಲ್ಪನೆಗಳೊಂದಿಗೆ ಆಡುತ್ತಾ ಕಲಿಯುವ, ವಿನ್ಯಾಸಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವ ಮತ್ತು ಚರ್ಚಿಸುವ ಮತ್ತು ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು ಬಿಡಿಸಲು ಎಲ್ಲರೂ ಒಟ್ಟಾಗಿ ಸೃಜನಶೀಲ ತಂತ್ರಗಳನ್ನು ಅಭಿವೃದ್ಧಿಪಡಿಸುವ ತಾಣಗಳಾಗಬೇಕಿವೆ. ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ತಮ್ಮ ತಮ್ಮಲ್ಲೇ ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು ಮಂಡಿಸಬೇಕು ಮತ್ತು ಸಂಭವನೀಯ ಪರಿಹಾರಗಳನ್ನು ಪರಸ್ಪರ ಚರ್ಚಿಸಬೇಕು. ವಾಸ್ತವವಾಗಿ, ಇದುವರೆಗೂ ಇಂತಹ ವಾತಾವರಣಗಳೇ ಇಡೀ ಗಣಿತ ಕ್ಷೇತ್ರದ ಬೆಳವಣಿಗೆಗೆ ಕಾರಣವಾಗಿವೆ. ಹಾಗಾಗಿ, ಈ ಪರಿಸ್ಥಿತಿಗಳಿಲ್ಲದೇ ಗಣಿತೀಯ ಚಿಂತನೆ ಮತ್ತು ಅರ್ಥೈಸುವಿಕೆಯನ್ನು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಗಳಿಸಿಕೊಳ್ಳುತ್ತಾರೆ. ಎಂಬುದನ್ನು ಯಾರೂ ನಿರೀಕ್ಷಿಸಲಾರರು.

ಆದೃಷ್ಟವಶಾತ್, ಈ ರೀತಿಯ ವಾತಾವರಣವನ್ನು ತರಗತಿ ಕೋಣೆಯಲ್ಲಿ ಸೃಜಿಸುವುದು ಅಂತಹ ಕಷ್ಟವೇನಲ್ಲ. ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಗೆ, ನಿಯಮಿತವಾಗಿ ಒಂದು ಆಸಕ್ತಿಕರವಾದ ಪ್ರಶ್ನೆ, ಸಮಸ್ಯೆ, ವಿನ್ಯಾಸ, ಅಥವಾ ಸವಾಲನ್ನು ಹಾಕುವುದು ಮತ್ತು ಅದರೊಂದಿಗೆ ಆಡಲು, ಚರ್ಚಿಸಲು ಮತ್ತು ಬಿಡಿಸಲು ಇಡೀ ತರಗತಿಗೆ ಅಥವಾ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಜೋಡಿಗಳಿಗೆ ಅಥವಾ ಗುಂಪುಗಳಿಗೆ ಸೂಕ್ತ ಸಮಯಾವಕಾಶವನ್ನು ಒದಗಿಸುವುದಷ್ಟೇ ಅಗತ್ಯ.

ಇದರೊಂದಿಗೆ, ತಪ್ಪುಗಳನ್ನು ಸ್ವೀಕರಿಸುವ ಮತ್ತು ಕಲಿಕೆಯಲ್ಲಿ ಅವುಗಳ ಮಹತ್ವವನ್ನು ಗುರುತಿಸುವ ವಾತಾವರಣವನ್ನು ಪೋಷಿಸಬೇಕಿದೆ.

ಗಣಿತೀಯ ಚಿಂತನೆಗಳು ಸ್ಫುರಿಸುವಂತೆ ಮಾಡುವುದು ಕಷ್ಟವಾಗದಿದ್ದರೂ. ಅದನ್ನು ಸುಸ್ಥಿರವಾಗಿ ಮುಂದುವರಿಸುವುದು ಸವಾಲಿನ ವಿಷಯವಾಗಬಹುದು ಮತ್ತು ಇದಕ್ಕಾಗಿ ನಿಮ್ಮ ಕಡೆಯಿಂದ ಪ್ರಯತ್ನಗಳು ಬೇಕಾಗಬಹುದು. ಅದೇನೇ ಇರಲಿ, ಮೊದಲ ಭಾಗವಾದ ಪ್ರಶ್ನೆ, ಸಮಸ್ಯೆ, ವಿನ್ಯಾಸ ಅಥವಾ ಸವಾಲನ್ನು ಕನಿಷ್ಠ ವಾರಕ್ಕೊಂದೆರಡು ಬಾರಿಯಾದರೂ ಕೇಳುವುದರಿಂದ ಹಾಗೂ ಇದರ ಜೊತೆಗೆ ಸಮಸ್ಯೆಯೊಂದಿಗೆ ಆಡಲು, ಚರ್ಚಿಸಲು, ಬಿಡಿಸಲು ಸಾಕಷ್ಟು ಸಮಯವನ್ನು ನೀವು ನೀಡಬೇಕಾಗುತ್ತದೆ. ಇದರಿಂದ ಮಕ್ಕಳು ಗಣಿತವನ್ನು ಹೇಗೆ ನೋಡುತ್ತಾರೆ ಮತ್ತು ಹೇಗೆ ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು ಬಿಡಿಸಲು ಮುಂದುವರೆಯುತ್ತಾರೆ ಎಂಬುದರ ಮೇಲೆ ಬಹು ದೊಡ್ಡ ಸಕಾರಾತ್ಮಕ ಪರಿಣಾಮವನ್ನು ಬೀರಬಹುದಾಗಿದೆ.

ಈ ರೀತಿಯ ಸಕಾರಾತ್ಮಕ ಪರಿಣಾಮವು ರಾತ್ರೋರಾತ್ರಿ ಉಂಟಾಗುವಂತಹದ್ದಲ್ಲ ಎಂಬುದನ್ನು ಗಮನಿಸಬೇಕು. ಇದು ಸಾಕಷ್ಟು ಸಮಯವನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳುತ್ತದೆ. ಅಲ್ಲದೇ, ನೀವು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಗೆ ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು ಪರಿಹರಿಸಲು ಕೊಡುವ ಅವಕಾಶಗಳು, ನಿಮ್ಮ ತಾಳ್ಮೆ ಮತ್ತು ನೀವು ನೀಡುವ ಪ್ರೋತ್ಸಾಹ ಮುಂತಾದ ಅನೇಕ ಅಂಶಗಳ ಮೇಲೆ ಅವಲಂಬಿತವಾಗಿರುತ್ತವೆ.

ನೀವು ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು ನೀಡಲು ಅನುವಾಗುವಂತೆ ಈ ಪುಸ್ತಕದಲ್ಲಿರುವ ಎಲ್ಲಾ ಲೆಕ್ಕಗಳು ಅಥವಾ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳನ್ನು ಸಂಕೇತದಿಂದ (?) (icon) ಗುರುತಿಸಲಾಗಿದೆ. ಈ ಸಂಕೇತ, ತರಗತಿ ಕೋಣೆಯಲ್ಲಿ ಸಮಸ್ಯಾ ಪರಿಹಾರ ಪ್ರಕ್ರಿಯೆಯನ್ನು ಆರಂಭಿಸಲು ಮತ್ತು ಪರಿಶೋಧಿಸಲು ಸಮರ್ಥ ಅವಕಾಶದ ಒಂದು ಸೂಚಕವಾಗಿದೆ. ಕೆಲವು ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು ನೀವು ಗಣಿತದ ಮಾತು (math talk) – ಈ ಹೆಸರಿನಲ್ಲಿ ಕಾಣುತ್ತೀರಿ. ಈ ರೀತಿಯ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳನ್ನು ತರಗತಿ ಕೋಣೆಯಲ್ಲಿ ವಿಶೇಷವಾಗಿ ಚರ್ಚೆಯ ವಿಷಯವನ್ನಾಗಿ ಮಾಡಬಹುದು.

ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಲ್ಲಿ ಗಣಿತೀಯ ಚಿಂತನೆ ಮತ್ತು ಪರಿಕಲ್ಪನೆಗಳ ಅರ್ಥೈಸುವಿಕೆಯನ್ನು ಬೆಳೆಸಲು ಸಾಕಷ್ಟು ಸಂಖ್ಯೆಯ ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು ನೀಡಲಾಗಿದೆ. ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಗೆ ಈ ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು ಬಿಡಿಸಲು ಮತ್ತು ಚರ್ಚಿಸಲು ಗುಣಮಟ್ಟದ ಸಮಯವನ್ನು ನೀಡುವುದು. ಇದಕ್ಕಾಗಿ ಲಭ್ಯವಿರುವ ಸಮಯದಲ್ಲಿಯೇ ಎಲ್ಲಾ ಲೆಕ್ಕಗಳನ್ನು "ಪೂರ್ಣಗೊಳಿಸುವ" ಪ್ರಯತ್ನಗಳು ಆಗಬಾರದು.

ಪರಿಶೋಧನಾ ಸಮಸ್ಯೆಗಳು ಕೇವಲ ಸಮಸ್ಯಾ ಪರಿಹಾರ ಕೌಶಲವನ್ನು ವೃದ್ಧಿಸುವುದಕ್ಕಾಗಿ ಮಾತ್ರವಲ್ಲದೇ ಮಕ್ಕಳು ಪರಿಶೋಧನೆಯಲ್ಲಿ ತೊಡಗಿಸಿಕೊಂಡಾಗ ಅವರ ಕಾರ್ಯವಿಧಾನದ ನಿರರ್ಗಳತೆಯನ್ನು (Procedural Fluency) ಬಲಪಡಿಸುವಲ್ಲಿಯೂ ಸಹಾಯ ಮಾಡುತ್ತವೆ ಎಂಬುದನ್ನು ಅರ್ಥಮಾಡಿಕೊಳ್ಳುವುದು ಮುಖ್ಯವಾಗುತ್ತದೆ.

© NCERT NOT TO BE REPUBLISHED

ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳನ್ನು ಸ್ವತಂತ್ರವಾಗಿ ಕಲಿಯುವಂತೆ ಮಾಡಲು ಪ್ರಯತ್ನಗಳಾಗಬೇಕಿದೆ. ಇದಕ್ಕಾಗಿ ಅತ್ಯಾವಶ್ಯಕವಾದ ಒಂದು ಅಂಶವೆಂದರೆ, ಗಣಿತ ಪಠ್ಯವನ್ನು ಓದಿ ಅರ್ಥಮಾಡಿಕೊಳ್ಳುವುದು. ಈ ಕೌಶಲವನ್ನು ಬೆಳೆಸಲು, ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಪುಸ್ತಕವನ್ನು ತಾವಾಗಿಯೇ ಅಥವಾ ಗುಂಪುಗಳಲ್ಲಿ ಓದಲು ಪ್ರೋತ್ಸಾಹಿಸಬೇಕು. ಅವರು ಏನು ಓದಿದ್ದಾರೆ ಎಂಬುದನ್ನು ವಿವರಿಸಲು ಮತ್ತು ಇತರರಿಗೆ ಅದನ್ನು ಅಭಿವ್ಯಕ್ತಿಗೊಳಿಸಲು ಅವಕಾಶಗಳನ್ನು ನೀಡಿ. ಇದರಿಂದ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಗಣಿತವನ್ನು ಅಭಿವ್ಯಕ್ತಿಗೊಳಿಸಲು ಮತ್ತು ಹೇಳಿಕೆ ರೂಪದ ಸಮಸ್ಯೆಗಳಿಗೆ ವಿವರಣೆ ನೀಡಲು ಕಷ್ಟಪಡುವ ಸಮಸ್ಯೆಯನ್ನು ಪರಿಹರಿಸಲೂ ಸಾಧ್ಯವಾಗುತ್ತದೆ.

ಈ ಪುಸ್ತಕದಲ್ಲಿ ಹಲವು ಮುಕ್ತವಾದ ಸಮಸ್ಯೆಗಳಿವೆ. ಕೆಲವು ಪರಿಕಲ್ಪನೆಗಳನ್ನು ಹೊಸ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಪ್ರತಿಪಾದಿಸಲಾಗಿದೆ. ಅವುಗಳಲ್ಲಿ ಕೆಲವನ್ನು ನೀವು ತಕ್ಷಣ ಬಿಡಿಸಲು ಸಾಧ್ಯವಾಗದಿದ್ದರೆ ಅಥವಾ ಅರ್ಥವಾಗದಿದ್ದರೆ ಪರವಾಗಿಲ್ಲ!

ಎಲ್ಲರಿಗೂ ಎಲ್ಲವೂ ತಿಳಿದಿರಲು ಸಾಧ್ಯವಿಲ್ಲ. ಈ ರೀತಿಯ ವಿಷಯ ವಸ್ತುವನ್ನು ಅರ್ಥಮಾಡಿಕೊಳ್ಳಲು ಮತ್ತು ಅವಲೋಕಿಸಲು ಪ್ರಯತ್ನಿಸುವುದರ ಜೊತೆಗೆ ಇದನ್ನು ತರಗತಿ ಕೋಣೆಯಲ್ಲಿ ಚರ್ಚೆಗೆ ಒಳಪಡಿಸುವುದು ಉಪಯುಕ್ತವಾಗುತ್ತದೆ. ಚರ್ಚೆಯ ನಂತರ, ಸ್ಪಷ್ಟವಾಗಿ ಅರ್ಥವಾಗಿರುವುದು ಮತ್ತು ಸ್ಪಷ್ಟವಾಗಿ ಅರ್ಥವಾಗದಿರುವುದನ್ನು ನಿಸ್ಸಂದಿಗ್ಧವಾಗಿ ಸಾರಾಂಶೀಕರಿಸಬಹುದು. ಈ ಪ್ರಕ್ರಿಯೆಯೇ ವಿಷಯ ವಸ್ತುವಿನ ಮೇಲೆ ಸಾಕಷ್ಟು ಬೆಳಕನ್ನು ಚೆಲ್ಲಬಹುದು. ಈ ಚರ್ಚೆಗಳಲ್ಲಿ ನೀವೇ ವಿಷಯವನ್ನು ತಿಳಿದುಕೊಳ್ಳುವವರಾಗಿ ಪಾಲ್ಗೊಳ್ಳಬಹುದು. ಶಿಕ್ಷಕರೇ ವಿಷಯವನ್ನು ತಿಳಿದುಕೊಳ್ಳಲು ಮತ್ತು ಗ್ರಹಿಸಲು ಪ್ರಯತ್ನಿಸುವ ಸನ್ನಿವೇಶವು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಗೆ ಒಂದು ಅದ್ಭುತ ನಿದರ್ಶನವನ್ನು ಒದಗಿಸುತ್ತದೆ. ನೀವು ಮತ್ತು ನಿಮ್ಮ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಈ ಪುಸ್ತಕವನ್ನು ಉತ್ತಮವಾಗಿ ಮತ್ತು ಫಲಪ್ರದವಾಗಿ ಬಳಸಿಕೊಳ್ಳುತ್ತೀರಿ ಎಂದು ಆಶಿಸಲಾಗಿದೆ!

ಪ್ರಮುಖ ಅಂಶಗಳ ಸಾರಾಂಶ

ಪರಿಶೋಧನಾ ಸಮಯ

1. ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಗೆ ಹೊಸ ಸಮಸ್ಯೆಗಳು, ಪ್ರಶ್ನೆಗಳು, ವಿನ್ಯಾಸಗಳು ಅಥವಾ ಸವಾಲುಗಳನ್ನು ನಿಯಮಿತವಾಗಿ ನೀಡುವುದು ಮತ್ತು ವೈಯಕ್ತಿಕವಾಗಿ ಅಥವಾ ಗುಂಪಿನಲ್ಲಿ ಅವುಗಳೊಂದಿಗೆ ಆಡಲು, ಚರ್ಚಿಸಲು ಮತ್ತು ಅವುಗಳನ್ನು ಬಿಡಿಸಲು ಸಾಕಷ್ಟು ಸಮಯವನ್ನು ನೀಡುವುದು ಬಹಳ ಮುಖ್ಯ.
2. ಈ ಸಂದರ್ಭದಲ್ಲಿ ತಪ್ಪುಗಳನ್ನು ಸ್ವೀಕರಿಸುವ ಮತ್ತು ಕಲಿಕೆಯಲ್ಲಿ ತಪ್ಪುಗಳ ಪ್ರಾಮುಖ್ಯತೆಯನ್ನು ಗುರುತಿಸುವ ವಾತಾವರಣವನ್ನು ಪೋಷಿಸುವ ಅಗತ್ಯವಿದೆ.
3. ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ತಮ್ಮ ತಮ್ಮಲ್ಲಿಯೇ ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು ಹಾಕಿಕೊಳ್ಳುವ ಮತ್ತು ಅವುಗಳನ್ನು ಬಿಡಿಸಲು ಇರುವ ಹಲವು ವಿಧಾನಗಳ ಬಗ್ಗೆ ಪರಸ್ಪರ ಚರ್ಚಿಸುವ ಸಂಸ್ಕೃತಿ ನಿರ್ಮಾಣವಾಗಬೇಕು.

ಪಠ್ಯಪುಸ್ತಕದಲ್ಲಿರುವ ಸಮಸ್ಯೆಗಳ ಬಗ್ಗೆ

1. ಪುಸ್ತಕದಲ್ಲಿರುವ ಪರಿಶೋಧನಾ ಸಮಸ್ಯೆಗಳು ಕೇವಲ ಸಮಸ್ಯಾ ಪರಿಹಾರವನ್ನು ಉತ್ತೇಜಿಸುವುದಷ್ಟೇ ಅಲ್ಲದೇ ಮಕ್ಕಳು ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು ನಿರರ್ಗಳವಾಗಿ ಬಿಡಿಸುವುದನ್ನು ಬಲಪಡಿಸುವ ಗುರಿಯನ್ನು ಹೊಂದಿವೆ.
2. ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಗೆ ಈ ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು ಬಿಡಿಸಲು ಮತ್ತು ಚರ್ಚಿಸಲು ಗುಣಮಟ್ಟದ ಸಮಯವನ್ನು ಕೊಡತಕ್ಕದ್ದು; ಇದಕ್ಕಾಗಿ ಲಭ್ಯವಿರುವ ಸಮಯದಲ್ಲಿಯೇ ಎಲ್ಲಾ ಲೆಕ್ಕಗಳನ್ನು "ಪೂರ್ಣಗೊಳಿಸುವ" ಪ್ರಯತ್ನಗಳು ಆಗಬಾರದು.

ಓದುವಿಕೆ

1. ಮಕ್ಕಳು ವೈಯಕ್ತಿಕವಾಗಿ ಅಥವಾ ಗುಂಪಿನಲ್ಲಿ ಪುಸ್ತಕ ಓದುವುದನ್ನು ಪ್ರೋತ್ಸಾಹಿಸಿ.
2. ಅವರು ಓದಿರುವುದನ್ನು ವಿವರಿಸಲು ಮತ್ತು ಮತ್ತೊಬ್ಬರೊಂದಿಗೆ ಅಭಿವ್ಯಕ್ತಿಸಲು ಅವಕಾಶಗಳನ್ನು ನೀಡಿ.

ಅರ್ಥವಾಗದೇ ಇರುವುದು ಹಕ್ಕು (**Right of Not Knowing**)

1. ನಿಮಗೆ ಕೆಲವು ವಿಷಯ ವಸ್ತು ತಕ್ಷಣವೇ ಅರ್ಥವಾಗದಿದ್ದರೆ ಪರವಾಗಿಲ್ಲ! ಈ ರೀತಿಯ ವಿಷಯ ವಸ್ತುವನ್ನು ಅರ್ಥಮಾಡಿಕೊಳ್ಳಲು ಮತ್ತು ಅವಲೋಕಿಸಲು ಪ್ರಯತ್ನಿಸುವುದರ ಜೊತೆಗೆ ಇದನ್ನು ತರಗತಿ ಕೋಣೆಯಲ್ಲಿ ಚರ್ಚೆಗೆ ತೆರೆದಿಡಬಹುದು. ಈ ಚರ್ಚೆಗಳಲ್ಲಿ ನೀವೇ ವಿಷಯವನ್ನು ತಿಳಿದುಕೊಳ್ಳುವವರಾಗಿ ಪಾಲ್ಗೊಳ್ಳಬಹುದು. ಶಿಕ್ಷಕರೇ ವಿಷಯವನ್ನು ತಿಳಿದುಕೊಳ್ಳಲು ಮತ್ತು ಗ್ರಹಿಸಲು ಪ್ರಯತ್ನಿಸುವ ಸನ್ನಿವೇಶವು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಗೆ ಒಂದು ಅದ್ಭುತ ನಿದರ್ಶನವನ್ನು ಒದಗಿಸುತ್ತದೆ!
2. ಕಲಿಕೆಯು ನಿರಂತರ ಪ್ರಕ್ರಿಯೆಯಾಗಿದೆ. ನಿಜವಾಗಿ ಹೇಳಬೇಕೆಂದರೆ, ಗಣಿತದಲ್ಲಿ ಇನ್ನೂ ತಿಳಿಯದೇ ಇರುವ ಎಷ್ಟೋ ವಿಷಯಗಳಿವೆ ಮತ್ತು ಇವುಗಳನ್ನು ತಿಳಿಯಲು ಹೆಚ್ಚಿನ ಪರಿಶೋಧನೆಯ ಅಗತ್ಯವಿದೆ!

NOT TO BE REPUBLISHED © KSEEB

ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಗೆ ವಿಜ್ಞಾಪನೆ!

ಗಣಿತದ ಕಲೆಯನ್ನು ಪ್ರಶಂಸಿಸಲು ಕೇವಲ ವೀಕ್ಷಕನಾಗಿದ್ದರಷ್ಟೇ ಸಾಲದು, ಒಂದು ರಹಸ್ಯವನ್ನು ಭೇದಿಸಲು ಒಬ್ಬ ಪತ್ತೇದಾರನಾಗಿ ಕಾರ್ಯಪ್ರವೃತ್ತನಾಗುವಂತೆ ನೀವೇ ಅದರ ಪ್ರಕ್ರಿಯೆಯಲ್ಲಿ ತೊಡಗಿಸಿಕೊಳ್ಳಬೇಕಾಗಿದೆ.

ನೀವು ಹೊಸ ಪ್ರಶ್ನೆಯನ್ನು ನೋಡಿದಾಗ ಅಥವಾ ನಿಮ್ಮದೇ ಪ್ರಜ್ಞೆಯಿಂದ ಪ್ರಶ್ನೆ ಹುಟ್ಟಿಕೊಂಡಾಗ ಅಥವಾ ನೀವು ಹೊಸ ಸುಂದರ ವಿನ್ಯಾಸವನ್ನು ನೋಡಿದಾಗ ಇದು ವಿಶೇಷವಾಗಿ ಅಗತ್ಯವಾಗುತ್ತದೆ. ನೀವು ಇವುಗಳನ್ನು ಎದುರಿಸಿದಾಗ, ಓದುವುದನ್ನು ತಾತ್ಕಾಲಿಕವಾಗಿ ತಡೆ ಹಿಡಿದು, ಪ್ರಶ್ನೆಗಳನ್ನು ಬಿಡಿಸಲು ಅಥವಾ ಅರ್ಥೈಸಲು ಮತ್ತು ಪ್ರಶಂಸಿಸಲು ನಿಮ್ಮ ಸೃಜನಶೀಲತೆಯನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ.

ಕೆಲವು ಪ್ರಶ್ನೆಗಳು ಅವುಗಳ ಉತ್ತರಗಳೊಂದಿಗೆ ಇರುವುದನ್ನು ನೀವು ಕಾಣಬಹುದು. ಹಾಗಿದ್ದರೂ, ನೀವೇ ಅಥವಾ ಗುಂಪಿನಲ್ಲಿ ಉತ್ತರವನ್ನು ನೋಡುವುದಕ್ಕೆ ಮುಂಚಿತವಾಗಿ ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು ಬಿಡಿಸುವುದು ಉಪಯುಕ್ತವಾಗಿದೆ.

ಇದು ಪುಸ್ತಕವನ್ನು ಓದುವ ನಿಮ್ಮ ಅನುಭವವನ್ನು ಪುಷ್ಟೀಕರಿಸುತ್ತದೆ!

ಪ್ರಶ್ನೆಗಳು ಬಂದಾಗಲೆಲ್ಲಾ ನೀವು ಈ (?) ಗುರುತನ್ನು ನೋಡುವಿರಿ. ಇದು ವಿಷಯಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವ ಸಮಯ ಎಂದು ಸೂಚಿಸುತ್ತದೆ! ಕೆಲವೊಮ್ಮೆ 'ಲೆಕ್ಕಾಚಾರ ಮಾಡಿ' ಎಂಬ ಶೀರ್ಷಿಕೆಯಡಿಯಲ್ಲಿ ಒಂದೇ ಕಡೆ ಅನೇಕ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳನ್ನು ಸಂಗ್ರಹಿಸಿರುವುದನ್ನು ನೀವು ಗಮನಿಸಬಹುದು.

ಕೆಲವು ಪ್ರಶ್ನೆಗಳು 

ಎಂಬುದಾಗಿ ಗುರುತಿಸಲ್ಪಟ್ಟಿವೆ. ಇವು ನಿಮ್ಮ ಸ್ನೇಹಿತರೊಂದಿಗೆ ಚರ್ಚಿಸಿ ಪರಿಹರಿಸಲು ನೀಡಲಾಗಿರುವ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳಾಗಿವೆ.

ಕೊನೆಯದಾಗಿ, 

ಎಂಬುದಾಗಿ ಗುರುತಿಸಲಾದ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳಿವೆ. ಈ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳಿಗೆ ಉತ್ತರಿಸಲು ಹೆಚ್ಚಿನ ಸೃಜನಶೀಲತೆಯ ಅಗತ್ಯವಿರುತ್ತದೆ ಮತ್ತು ಅದರಿಂದ ಆಗಾಗ್ಗೆ ಪರಿಣಾಮಕಾರಿಯಾಗಿ ಉತ್ತರಿಸುವುದು ಹೆಚ್ಚು ಮೋಜಿನದಾಗಿರುತ್ತದೆ!

© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

ಮುನ್ನುಡಿ

'ಗಣಿತ ಪ್ರಕಾಶ' ಪಠ್ಯಪುಸ್ತಕವನ್ನುಎನ್.ಸಿ.ಆರ್.ಟಿ ಯು 2026–27 ನೇ ಶೈಕ್ಷಣಿಕ ಸಾಲಿನಿಂದ 7ನೇ ತರಗತಿ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಗಾಗಿ ಸಿದ್ಧಪಡಿಸಿದೆ. 2020 ರ ರಾಷ್ಟ್ರೀಯ ಶಿಕ್ಷಣ ನೀತಿಯು ಪ್ರಸ್ತಾಪಿಸಿರುವ ಪೂರ್ವ ಸಿದ್ಧತಾ ಹಂತ ಹಾಗೂ ಪ್ರೌಢ ಹಂತಗಳನ್ನು ಸಮರ್ಥವಾಗಿ ಬೆಸೆಯುವಲ್ಲಿ 6–8 ನೇ ತರಗತಿಯ ಮಧ್ಯಮ ಹಂತವು ಪರಿಣಾಮಕಾರಿಯಾದ ಪಾತ್ರವನ್ನು ವಹಿಸುತ್ತದೆ. ಹಾಗಾಗಿ ಈ ವಯೋಮಾನದ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಅಂತರ್ಗತ ಸಾಮರ್ಥ್ಯಗಳ ಅಭಿವೃದ್ಧಿಯೊಂದಿಗೆ 21 ನೇ ಶತಮಾನದ ಸವಾಲುಗಳನ್ನು ಎದುರಿಸಲು ಸಮರ್ಥರಾಗಿ ಅಗತ್ಯವಿರುವ ಕೌಶಲಗಳನ್ನು ದಕ್ಕಿಸಿಕೊಳ್ಳುವಂತೆ ಮಾಡುವುದು ತುಂಬಾ ಮುಖ್ಯವೆನಿಸುತ್ತದೆ. ವರ್ತಮಾನದ ಹಾಗೂ ಭವಿಷ್ಯದ ಸವಾಲುಗಳನ್ನು ಎದುರಿಸಿ, ಅವಕಾಶಗಳನ್ನು ಸದ್ಬಳಕೆ ಮಾಡಿಕೊಳ್ಳಲು ಸಿದ್ಧರಿರುವಂತೆ ಅವರ ವಿಶ್ಲೇಷಣಾತ್ಮಕ, ವಿವರಣಾತ್ಮಕ ಮತ್ತು ನಿರೂಪಣಾ ಸಾಮರ್ಥ್ಯಗಳನ್ನು ಪೋಷಿಸಿ, ಸಮಗ್ರ ಬೆಳೆವಣಿಗೆಗೆ ಪೂರಕವಾಗುವಂತೆ 2023ರ ರಾಷ್ಟ್ರೀಯ ಪಠ್ಯಕ್ರಮ ಚೌಕಟ್ಟು (ಶಾಲಾ ಶಿಕ್ಷಣ) ಆಧಾರಿತವಾಗಿ ಪಠ್ಯಕ್ರಮದಲ್ಲಿ ಬದಲಾವಣೆಗಳನ್ನು ತರಲಾಗಿದೆ. ಈ ಹಿನ್ನೆಲೆಯಲ್ಲಿ 'ಗಣಿತ ಪ್ರಕಾಶ' ಪಠ್ಯಪುಸ್ತಕ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಕಲಿಕೆಯಲ್ಲಿ ಮಹತ್ತರವಾದ ಪಾತ್ರವನ್ನು ವಹಿಸುತ್ತದೆ.

ಪಠ್ಯವಸ್ತು ಹಾಗೂ ಬೋಧನಾ ಶಾಸ್ತ್ರವನ್ನು ಸೂಕ್ತವಾಗಿ ಸಮನ್ವಯಗೊಳಿಸಿರುವ ಈ ಪಠ್ಯಪುಸ್ತಕದಲ್ಲಿ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಕುತೂಹಲಕ್ಕೆ ನೀರು ಎರೆಯುತ್ತಾ, ಅವರ ವಿಚಾರಣಾ ಸಾಮರ್ಥ್ಯವನ್ನು ವೃದ್ಧಿಸಿ, ಅನ್ವೇಷಣಾ ಮಾರ್ಗದಲ್ಲಿ ಜ್ಞಾನ ಕಟ್ಟಿಕೊಳ್ಳಲು ಹೇರಳ ಅವಕಾಶವನ್ನು ನೀಡಲಾಗಿದೆ. ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿ ತನ್ನ ಸುತ್ತಮುತ್ತಲಿನ ಪ್ರಪಂಚವನ್ನು ಗಮನಿಸಿ, ಶೋಧಿಸಿ ಅಲ್ಲಿ ಅನುಭವಿಸುವ ಗಣಿತೀಯ ಪರಿಕಲ್ಪನೆಗಳನ್ನು ಪರಿಚಯಿಸಲಾಗಿದೆ. ಇಲ್ಲಿ ಬಳಕೆಯಾಗಿರುವ ವರ್ಣರಂಜಿತ ಉದಾಹರಣೆಗಳು, ಸಂವಾದಾತ್ಮಕ ಅಭ್ಯಾಸಗಳು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಲೆಕ್ಕಾಚಾರದ ಬುನಾದಿಯನ್ನು ಬಲಿಷ್ಟಗೊಳಿಸಿ ಸಂಕೀರ್ಣ ಗಣತೀಯ ಪರಿಕಲ್ಪನೆಗಳ ಕಲಿಕೆಯನ್ನು ಸರಳಗೊಳಿಸುತ್ತವೆ. ಪರಿಕಲ್ಪನೆಗಳನ್ನು ಅರ್ಥೈಯಿಸಲು ಪಠ್ಯಗಳಲ್ಲಿ ಅಳವಡಿಸಿಕೊಂಡಿರುವ ಕಥೆಗಳು, ಸಂವಾದಗಳು ಕಲಿಕಾರ್ಥಿಗಳ ಸಹಜ, ಸರಳ ಕಲಿಕೆಗೆ ಪೂರಕವಾಗಿವೆ. ಅಭ್ಯಾಸಕ್ಕಾಗಿ ನಾವೀನ್ಯ ಸಮಸ್ಯೆಗಳು ಹಾಗೂ ಒಗಟುಗಳನ್ನು ಪರಿಣಾಮಕಾರಿಯಾಗಿ ಬಳಸಿಕೊಂಡಿರುವುದುರಿಂದ ಕಲಿಕಾರ್ಥಿಗಳು ಗಮನವನ್ನು ಕಲಿಕೆಯ ಮೇಲೆ ಕೇಂದ್ರೀಕರಿಸಲು ಹಾಗೂ ಗಣಿತೀಯ ಪರಿಕಲ್ಪನೆಗಳನ್ನು ಆಳವಾಗಿ ಅರ್ಥೈಯಿಸಿಕೊಂಡು ಅನ್ವಯ ಮಾಡಿಕೊಳ್ಳಲು ಸಹಾಯ ಮಾಡುತ್ತವೆ. ಈ ಮೂಲಕ ತಮ್ಮ ಗಣಿತೀಯ ಅಲೋಚನಾ (Mathematical Thinking) ಸಾಮರ್ಥ್ಯವನ್ನು ವೃದ್ಧಿಸಿಕೊಳ್ಳಲು ಪ್ರೇರಣೆ ನೀಡುತ್ತವೆ. ಗಣಿತೀಯ ಪರಿಕಲ್ಪನೆಗಳನ್ನು ಅರ್ಥ ಮಾಡಿಕೊಳ್ಳುತ್ತಾ ಅನ್ವಯ ಮಾಡಿಕೊಂಡು ಸಂವಹನ ಮಾಡಲು ಸಮರ್ಥರಾಗುವಂತೆ ತಮ್ಮ ಆಲೋಚನಾ ಸಾಮರ್ಥ್ಯಗಳನ್ನು ಅಭಿವೃದ್ಧಿಗೊಳಿಸಲು ಇದರಿಂದ ಸಾಧ್ಯವಾಗುತ್ತದೆ.

ಪರಿಚಯಿಸಲಾದ ಪರಿಕಲ್ಪನೆಗಳು ಹಾಗೂ ಬಳಸಿರುವ ಸಮಸ್ಯೆಗಳು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ನಿತ್ಯಜೀವನಕ್ಕೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿರುವುದರಿಂದ ಪರಿಕಲ್ಪನೆಗಳ ಅನ್ವಯ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಗೆ ಸರಳವಾಗುತ್ತದೆ. ಎಲ್ಲಾ ಅಧ್ಯಾಯಗಳಲ್ಲೂ ಕಲೆ, ಇತಿಹಾಸ, ವಿಜ್ಞಾನ ಇತ್ಯಾದಿ ವಿಷಯಗಳನ್ನು ಸಮ್ಮಿಳನಗೊಳಿಸಿರುವುದರಿಂದ ಬಹುಶಿಸ್ತೀಯ ಕಲಿಕೆಗೆ ಅನುಕೂಲವಾಗುತ್ತದೆ. ಪರಿಕಲ್ಪನೆಗಳನ್ನು ಕಥನ ಶೈಲಿಯಲ್ಲಿ ಹಾಗೂ ಮಾಡಿ ಕಲಿ ತತ್ತ್ವದಡಿಯಲ್ಲಿ ಕಲಿಸಲು ಹಾಗೂ ಕಲಿಯಲು ಅವಕಾಶ ನೀಡಿರುವುದು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಲ್ಲಿ ಗಣಿತದ ಬಗ್ಗೆ ಕುತೂಹಲ ಮತ್ತು ಆಸಕ್ತಿ ಹೆಚ್ಚಿಸುವುದಕ್ಕೆ ಸಾಕಷ್ಟು ಅವಕಾಶ ನೀಡಲಾಗಿದೆ.

© NCERT NOT TO BE REPUBLISHED

ಇಷ್ಟೆಲ್ಲ ವಿಶೇಷ ಗುಣಲಕ್ಷಣಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ 'ಗಣಿತ ಪ್ರಕಾಶ' ಪುಸ್ತಕವನ್ನು ತರಗತಿ ಪ್ರಕ್ರಿಯೆಯಲ್ಲಿ ಅಳವಡಿಸಿಕೊಳ್ಳಲು ಸುಗಮಕಾರರು ತಮ್ಮ ತರಗತಿಯನ್ನು ಅದಕ್ಕೆ ಪೂರಕವಾಗುವಂತೆ ವ್ಯವಸ್ಥೆಗೊಳಿಸಿಕೊಳ್ಳುವುದು ಹಾಗೂ ಪೂರ್ವಭಾವಿ ಸಿದ್ಧತೆಯೊಂದಿಗೆ ತರಗತಿ ನಿರ್ವಹಣೆ ಮಾಡುವುದು ತುಂಬಾ ಅಗತ್ಯವೆನಿಸುತ್ತದೆ. ಕರುಡು ಲೆಕ್ಕಾಚರದ ಬದಲಿಗೆ ಒಗಟು, ಚರ್ಚೆ, ಸಂವಾದ, ಆಟ, ಪರಸ್ಪರ ತೊಡಗಿಸಿಕೊಳ್ಳುವಿಕೆ, ತಾರ್ಕಿಕವಾಗಿ ಆಲೋಚಿಸಲು ಸಾಧ್ಯವಾಗುವಂತಹ ಚಟುವಟಿಕೆಗಳು ಒಳಗೊಂಡ ಸುಗಮಗಾರಿಕೆಯನ್ನು ಈ ಪಠ್ಯಪುಸ್ತಕ ನಿರೀಕ್ಷೆ ಮಾಡುತ್ತದೆ. ಗಣಿತ ಪ್ರಕಾಶ ಪಠ್ಯಪುಸ್ತಕವನ್ನು ಕೇವಲ ಪಠ್ಯಪುಸ್ತಕವೆಂದು ಪರಿಗಣಿಸದೆ ಗಣಿತ ಪ್ರಪಂಚದ ಅನ್ವೇಷಣೆಗೆ ದಕ್ಕಿರುವ ಸುವರ್ಣ ಅವಕಾಶ ಎಂದು ಶಿಕ್ಷಕರು ಮತ್ತು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಭಾವಿಸಬೇಕು. ಇದರಿಂದ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ತಮ್ಮ ಭವಿಷ್ಯವನ್ನು ರೂಪಿಸಿಕೊಳ್ಳಲು ಅಗತ್ಯವಿರುವ ಮನಸ್ಥಿತಿಯನ್ನು ಸಿದ್ಧಗೊಳಿಸಲು ಸಾಧ್ಯವಾಗುತ್ತದೆ. ಈ ನಿರೀಕ್ಷೆಯನ್ನು ನಮ್ಮ ಸುಗಮಕಾರರು ಹುಸಿ ಮಾಡುವುದಿಲ್ಲ ಎಂಬ ನಂಬಿಕೆ ರಾಜ್ಯ ಶಿಕ್ಷಣ ಇಲಾಖೆಯದ್ದಾಗಿದೆ.

ಎನ್.ಸಿ.ಆರ್.ಟಿ ಪ್ರಕಟಿಸಿರುವ ಈ ಪಠ್ಯಪುಸ್ತಕವನ್ನು ಕರ್ನಾಟಕ ರಾಜ್ಯದ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ರಾಷ್ಟ್ರಮಟ್ಟದ ಎಲ್ಲಾ ಅವಕಾಶಗಳನ್ನು ತನ್ನದಾಗಿಸಿಕೊಳ್ಳಬೇಕು ಎಂಬ ಆಶಯದೊಂದಿಗೆ 2026–27 ನೇ ಶೈಕ್ಷಣಿಕ ಸಾಲಿನಿಂದ ಅಳವಡಿಸಿಕೊಳ್ಳಲು ಅನುಮತಿ ನೀಡಿದ ಕರ್ನಾಟಕ ಸರ್ಕಾರದ ಶಿಕ್ಷಣ ಇಲಾಖೆಯ ಎಲ್ಲಾ ಹಂತದ ಅಧಿಕಾರಿಗಳಿಗೆ ಹಾಗೂ ಪಠ್ಯಪುಸ್ತಕ ಬಳಕೆಗೆ ಅವಕಾಶ ನೀಡಿದ ಎನ್.ಸಿ.ಆರ್.ಟಿ ಯ ಎಲ್ಲಾ ಹಂತದ ಅಧಿಕಾರಿಗಳಿಗೆ ಹಾಗೂ ಪ್ರಕಾಶನ ವಿಭಾಗಕ್ಕೆ ಹೃತ್ಪೂರ್ವಕ ಧನ್ಯವಾದಗಳು.

ಈ ಪಠ್ಯಪುಸ್ತಕವನ್ನು ಕನ್ನಡ, ಮರಾಠಿ, ತೆಲುಗು ಮತ್ತು ತಮಿಳು ಮಾಧ್ಯಮಗಳಿಗೆ ಅನುವಾದಿಸಿದ ಎಲ್ಲಾ ಸಂಪನ್ಮೂಲ ವ್ಯಕ್ತಿಗಳಿಗೆ, ಕಾರ್ಯಕ್ರಮ ಸಂಯೋಜನೆ ಮಾಡಿದ ಕಾರ್ಯಕ್ರಮಾಧಿಕಾರಿಗಳಿಗೆ, ಡಿ.ಟಿ.ಪಿ ಆಪರೇಟರ್‌ಗಳಿಗೆ ಹಾಗೂ ಮುದ್ರಕರಿಗೆ ಕರ್ನಾಟಕ ಪಠ್ಯಪುಸ್ತಕ ಸಂಘ ಕೃತಜ್ಞತೆಗಳನ್ನು ಸಲ್ಲಿಸುತ್ತದೆ.

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

ಶ್ರೀ ಎಂ.ಪಿ. ಮಾದೇಗೌಡ
ವ್ಯವಸ್ಥಾಪಕ ನಿರ್ದೇಶಕರು
ಕರ್ನಾಟಕ ಪಠ್ಯಪುಸ್ತಕ ಸಂಘ (ರಿ.)
ಬೆಂಗಳೂರು.

Telugu Translation Committee

G. Ravindra Reddy, A.M	Govt. Telugu & Kannada H.P.S, OPH Rd, Shivaji Nagar, Bangalore-01.
R.S. Usharani, H.M	Govt. Telugu & Kannada H.P.S, OPH Rd, Shivaji Nagar, Bangalore-01.
B. Sharmila Reddy, AM	Govt. Kannada & Telugu H.P.S, MRS Palya, North - 3

Chief Advisors

Sri M. P. Madegowda.,	Managing Director, Karnataka Textbooks Society, 6th Cross, Malleshwaram, Bengaluru-03.
Smt M. D. Usha,	Deputy Driector, Karnataka Textbooks Society, 6th Cross, Malleshwaram, Bengaluru-03.

© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

Programme co-ordinator

Smt. Meenakshi A Ganiger,	Asst.Director, Karnataka Textbooks Society, 6th Cross, Malleshwaram, Bengaluru-03

విషయ సూచిక

భాగం – 1

1.	మన చుట్టూ ఉన్న పెద్ద సంఖ్యలు (Large Numbers Around Us)	01
2.	బీజీయ సమాసాలు (Arithmetic Expressions)	24
3.	బిందువును దాటి ఒక గమనిక (A Peek Beyond the Point)	46
4.	అక్షరాల సంఖ్యలను ఉపయోగించి సమాసాలు (Expressions using Letter-Numbers)	81
5.	సమాంతర మరియు ఖండన రేఖలు (Parallel and Intersecting Lines)	106
6.	సంఖ్యల ఆట (Number Play)	127
7.	మూడు ఖండన రేఖల కథ (A Tale of Three Intersecting Lines)	146
8.	భిన్నాలతో పని చేయడం (Working with Fractions)	173
9.	అభ్యాసనా సామాగ్రి కాగితాలు (Learning Material Sheets)	200

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

1 మన చుట్టూ ఉన్న పెద్ద సంఖ్యలు
(Large Numbers Around Us)

Z3V1I5

1.1 లక్షలలో రకాలు



కర్ణాటకలోని చింతామణి, అనే పట్టణంలో ఈశ్వరప్ప ఒక రైతు తన వరి పొలానికి విత్తనాలు కొనడానికి క్రమం తప్పకుండా మార్కెట్ కి వెళ్తాడు అలాంటి ఒక సందర్భంలో రామన్ని మరియు లక్ష్మమ్మ మధ్య జరిగిన సంభాషణ విన్నాడు. రామన్న ఇలా అన్నా అన్నాడు గతంలో మన దేశంలో దాదాపు లక్ష రకాల వరి ఉండేది. రైతులు వివిధ రకాల విత్తనాలను నిల్వ చేసి వరి పండించడానికి ఉపయోగించేవారు. ఇప్పుడు మన దగ్గర కొన్ని రకాలు మాత్రమే ఉన్నాయి అలాగే రైతులు విత్తనాలు కొనడానికి మార్కెట్ కు రావాలి. మా ఇంటి దగ్గర ఒక విత్తన బ్యాంకు ఉంది.

ఇప్పటివరకు వారు వివిధ ప్రాంతాల నుండి సుమారు 100 దేశీయ రకాల వరి విత్తనాలను స్వీకరించారు, మీరు అక్కడి నుండి కూడా విత్తనాలను. కొనుగోలు చేయవచ్చు అని లక్ష్మమ్మ అన్నారు.



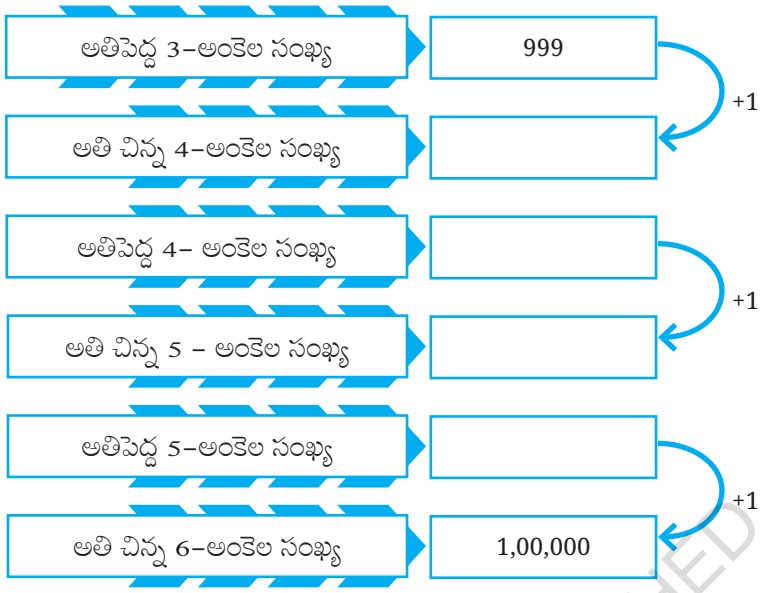
ఇంతకుముందు లక్ష అనే పదాన్ని విని ఉండవచ్చు. ఒక లక్ష అంటే ఎంత పెద్దదో మీకు తెలుసా ? మనం తెలుసుకుందాం.

ఈ దేశంలో దాదాపు లక్ష రకాల బియ్యం ఉన్నాయని తెలిసి ఈస్ట్ ఆశ్చర్యపోయాడు. అతను ఒక లక్ష అని, ప్రతిరోజు ఒక కొత్త రకాన్ని ప్రయత్నిస్తే ఇప్పటివరకు నేను మూడు రకాలైన బియ్యాన్ని మాత్రమే రుచి చూశాను. మనం ప్రతిరోజు 100 సంవత్సరాల జీవితంలో అన్ని రకాలనురుచిచూసేస్థాయికిచేరుకుంటామా?అనిఆశ్చర్యపోయాడు.మీరు ఏమనుకుంటున్నారు? ఊహించండి.

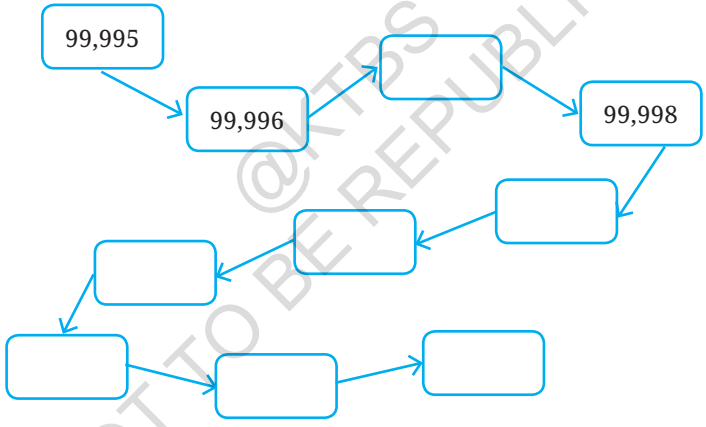
ఈశ్వరప్ప ఈ సంఘటనను తన కూతురు రాక్సీ మరియు కొడుకు ఈస్ట్ తో పంచుకున్నారు.

© NCERT NOT TO BE REPUBLISHED

కానీ లక్ష అంటే ఎంత? నమూ నాను గమనించి క్రింద ఇవ్వబడిన పెట్టెలను పూర్తి చేయండి.



1,00,000 అంటే ఒక లక్ష అని చదువుతాము.



@KTPS NOT TO BE REPUBLISHED



రాక్సీ మరియు ఈస్ట్ రోజుకు ఒక రకం బియ్యం తింటే జీవితకాలంలో లక్షకు దగ్గరగా కూడా రాలేరని కనుగొన్నారు. మనం ప్రతిరోజు రెండు రకాల బియ్యం తింటే ఎలా ఉంటుంది? అప్పుడు మనం 100 సంవత్సరాలలో లక్ష రకాల బియ్యం తినగలమా? అని రాక్సీ అనింది.



? ఒక ప్రతిరోజు మూడు రకాల బియ్యం తింటే ఏం జరుగుతుంది? 100 సంవత్సరాల జీవిత కాలంలో వారు అన్ని లక్షల రకాల బియ్యం రుచి చూడగలరా? తెలుసుకోండి.

సంవత్సరాలను విస్మరిస్తే ఒక సంవత్సరంలో ఎన్ని రోజులు ఉన్నాయో మనకు తెలుసు-365. మనం y సంవత్సరాలు జీవించినట్లయితే మన జీవితకాలంలో రోజుల సంఖ్య 365 × y అవుతుంది అని, అన్నాడు.

y కోసం ఒక సంఖ్యను ఎంచుకోండి మీకు నచ్చిన y సంవత్సరాలలో రోజుల సంఖ్య లక్షకు ఎంత దగ్గరగా ఉంటుంది.

వీటిని గుర్తించండి

1. 2011 జనాభా లెక్కల ప్రకారం చింతామణి పట్టణ జనాభా దాదాపు 75,000. లక్ష కంటే 75,000 ఎంత తక్కువ?
2. 2024వ సంవత్సరంలో చింతామణి జనాభా అంచనా 1,06,000. అంటే లక్షకు 1,06,000 ఎంత ఎక్కువ?
3. 2011 నుండి 2024 వరకు చింతామణి జనాభా ఎంత పెరిగింది?

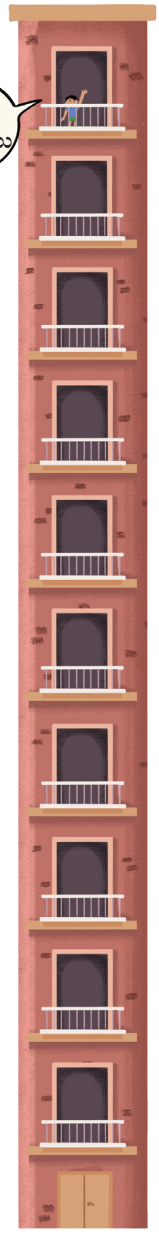
పెద్ద సంఖ్యల అనుభవాలను చూద్దాం?

మీరు ఇలాంటి ఆసక్తికరమైన విషయాలను చూసి ఉండవచ్చు.

- ప్రపంచంలోనే అత్యంత ఎత్తైన విగ్రహం గుజరాత్ లోని స్టాచ్యూ ఆఫ్ యూనిటీ అనే సర్దార్ వల్లభాయ్ పటేల్ విగ్రహాన్ని వర్ణిస్తుంది. దీని ఎత్తు సుమారు 180 మీటర్లు.
- కర్ణాటకలోని కుంచికల్ జలపాతం దాదాపు 450 మీటర్ల ఎత్తు నుండి కిందికి పడుతుంది.

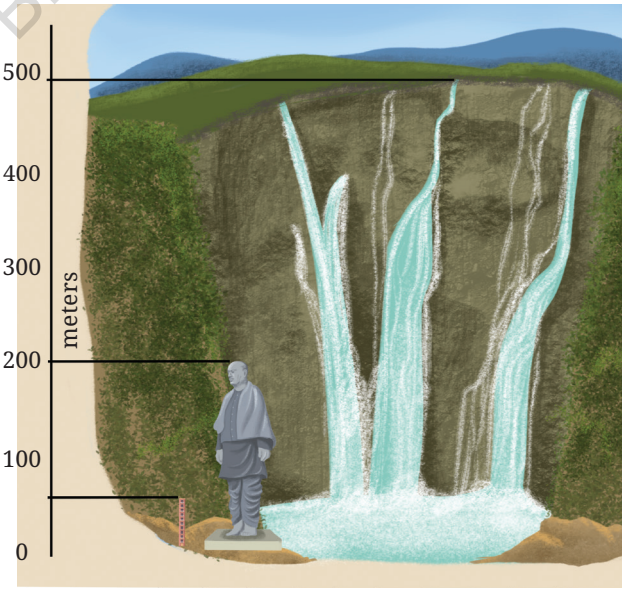
ఈ కొలతలు ఎంత పెద్దవిగా ఉన్నాయో అర్థం చేసుకోవడం ఎల్లప్పుడూ సులభం కాదు. కానీ మనం వాటిని తెలిసిన వాటితో పోల్చినప్పుడు వాటి పరిమాణాన్ని బాగా అర్థం చేసుకోవచ్చ ఒక ఉదాహరణ చూద్దాం.

కుడి వైపు ఉన్న చిత్రం చూడండి. సోము ఒక మీటర్ ఎత్తులో ఉంటాడు. ప్రతి అంతస్తు అతని ఎత్తు కంటే దాదాపు నాలుగు రెట్లు ఎక్కువ. ఈ భవనం సుమారు ఎత్తు ఎంత?



ఏదిమరియుఎంతపొడవైనది–దిస్టాచ్యూఆఫ్ యూనిటీ లేదా ఈ భవనం ఎత్తు? _____m.

స్టాచ్యూ ఆఫ్ యూనిటీ విగ్రహం ఎత్తు సోము భవనం ఎత్తు కంటే నాలుగు రెట్లు ఎక్కువగా ఉంటుందని మనం గమనించవచ్చు.



కుంచికల్ జలపాతం సోము భవనం కంటే ఎంత ఎత్తు ఎక్కువగా ఉంటుంది _____m.

సోము భవనం, జలపాతం అంత ఎత్తులో ఉండాలంటే ఎన్ని అంతస్తులు ఎక్కువగా ఉండాలి? _____ m.

© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

ఒక లక్ష అనేది చాలా పెద్ద సంఖ్య?



''ఒక లక్ష పెద్దదా లేదా చిన్నదా'' అని ఈశ్వరప్ప రాక్సీ మరియు ఈస్ట్ ను అడిగాడు.

ఒక లక్ష పెద్ద సంఖ్య అని రాక్సీ భావించింది.

- మా వద్ద ఒక లక్ష రకాల బియ్యం ఉన్నాయి.--- అంటే చాలా ఎక్కువ.
- ఒక లక్ష రోజులు జీవించడం అంటే 274 సంవత్సరాలన్నమాట. ఇది చాలా ఎక్కువ కాలం.
- ఒక వరుసలో ఒక లక్ష మంది భుజం, భుజం తాకుతూనిల బడితే వారు 38 కిలో మీటర్ల వరకు సాగవచ్చు. అయితే ఇది అంత పెద్దది ఏమీ కాదని ఈస్ట్ భావిస్తున్నాడు.

ఈస్ట్ ఇది అంత పెద్దది కాదని భావిస్తున్నాడు.



- అహ్మదాబాద్ లోని క్రికెట్ స్టేడియంలో 1లక్ష, కంటే ఎక్కువ మంది కూర్చునే సామర్థ్యం ఉందని మీకు తెలుసా ? ఇంత చిన్న ప్రాంతంలో లక్ష మంది ఎలా సాధ్యం?
- చాలామంది మనుషులకు వారి తలలపై 80,000 నుండి 1,20,000 వెంట్రుకలు ఉంటాయని ఊహించుకోండి. ఇంత స్థలంలో ఒక లక్ష వెంట్రుకలు ఎలా సరిపోతాయి.
- కొన్ని జాతుల చేపలు ఉన్నాయి అని విన్నాను ఒక ఆడ చేప ఒకసారి దాదాపు లక్ష గుడ్లు పెడుతుంది. కొన్ని ఒకసారి పది లక్షల గుడ్లు కూడా పెడతాయి.

? మీరు లక్షను ఎలా చూస్తారు? – లక్ష పెద్దదా చిన్నదా?

సంఖ్యలను చదవడం మరియు రాయడం

భారతీయ స్థాన విలువ పద్ధతి లో 45,830 వంటి అయిదు అంకెల సంఖ్యలకు మనం ఇప్పటికే కామాలను ఉపయోగిస్తున్నాము సంఖ్యలు పెద్దవైన కొద్దీ కామాలను ఉపయోగించడం వల్ల సంఖ్యలను సులభంగా చదవడంలో సహాయపడుతుంది.

మీరు ఇంతకుముందు చూసినట్లుగా ఒక లక్ష పదివేల స్థానం మరియు లక్షస్థానాన్ని సూచించే అంకెల మధ్య కామాను ఉపయోగిస్తాము.

12,78,830 సంఖ్యను, పన్నెండు లక్షల,డెబ్భై ఎనిమిది వేలా, ఎనిమిది వందల ముప్పై అని చదువుతాం. అదేవిధంగా 15,75000, దీనిని పదహైదు లక్షల, డెబ్భై ఐదు వేలు అని అక్షరాల్లో చదువుతాం.

కింద ఇవ్వబడిన ప్రతి సంఖ్యను అక్షరాల్లో రాయండి.

(a) 3,00,600

(b) 5,04,085

(c) 27,30,000

(d) 70,53,138

NOT TO BE REPUBLISHED © KTBS

క్రింది వాటిలో ప్రతిదానికి సంబంధించిన సంఖ్యను భారతీయ స్థాన విలువ పద్ధతిలో రాయండి.

(a) ఒక లక్ష, ఇరవై మూడు వేల, నాలుగు వందల యాభై ఆరు

(b) నాలుగు లక్షల, ఏడు వేల, ఏడువందల నాలుగు

(c) యాభై లక్షల, ఐదువేల యాభై

(d) పదిలక్షల, రెండు వందల ముప్పై ఐదు.

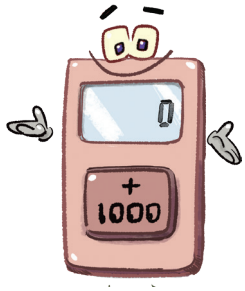
ఉపాధ్యాయులకు గమనిక : ఈ వాస్తవాల మధ్య సంబందాలను ఏర్పరచుకోవడానికి విద్యార్థులను ప్రోత్సహించండి.

ఉదాహరణకు చింతామణి జనాభా మొత్తం స్టేడియంలో సరిపోతుందో లేదో చూద్దాం. లక్ష మంది ప్రజలు ఉన్న 38km లైనులను స్టేడియంలో ఒకరి పక్కన ఒకరు కూర్చోబెట్టడం, మనం ఎలా ఊహించగలం?

1.2 పదుల భూమి

పదుల భూమిలో ప్రత్యేక బటన్లతో కూడిన ప్రత్యేక క్యాలిక్యులేటర్లు ఉన్నాయి.

1. థాట్ ఫుల్ తౌసండ్ +1000 బటన్ మాత్రమే ఉంటుంది. దీనిని ఎన్నిసార్లు నొక్కాలి అని చూపించాలి.



(a) మూడు వేలు? 3 సార్లు.

(b) పదివేలు? .....

(c) యాభై మూడు వేలు? .....

(d) 90,000? .....

(e) ఒక లక్ష? .....

(f) .....? 153 సార్లు.

(g) ఒక లక్ష కావడానికి ఎన్ని వేలు అవసరం?

2. **టీడీఎస్ టెన్స్** లో + 10 బటన్ మాత్రమే ఉంటుంది. ఈ బటన్ ను ఎన్ని సార్లు నొక్కాలి అని చూపండి.



(a) ఐదు వందలు? _____

(b) 780? _____

(c) 1000? _____

(d) 3700? _____

(e) 10,000? _____

(f) ఒక లక్ష _____?

(g) _____? 435

3. **హ్యాండీ హండ్రెడ్** లో + 100 బటన్ మాత్రమే ఉంటుంది. దీన్ని ఎన్నిసార్లు నొక్కాలి అని చూపించాలి.

(a) నాలుగు వందలు? _____ సార్లు

(b) 3,700? _____

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

(c) 10,000? _____

(d) యాభై మూడు వేలు? _____

(e) 90,000? _____

(f) 97,600? _____

(g) 1,00,000? _____

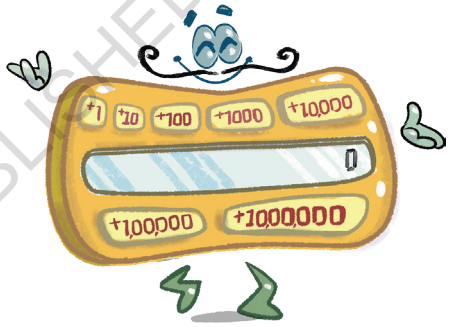
(h) _____? 582 సార్లు

(i) పది వేలు కావడానికి ఎన్ని వందల అవసరం?

(j) ఒక లక్ష కావడానికి ఎన్ని వందలు అవసరం?

(k) హ్యాండీ హండ్రెడ్ ఇలా అంటాడు టిడిఎస్ టెన్స్ మరియు థాట్ ఫుల్ దౌసండ్ చూపించలేని కొన్ని సంఖ్యలు ఉన్నాయి కానీ నేను చూపించగలను. ఈ వాక్యం నిజమా? ఆలోచించి చెప్పండి?

4. **క్రియేటివ్ చిట్టి** అనేది వేరే రకమైన క్యాలిక్యులేటర్ దీనికి ఈ క్రింది బటన్ లో ఉన్నాయి +1, +10, +100, +1000, +10000, + 00000 మరియు +100,00,000 ఇది ఎల్లప్పుడూ పనులు చేయడానికి చాలా మార్గాలను కలిగి ఉంటుంది ఎలా అని మీరు అడగవచ్చు 321 సంఖ్యను పొందడానికి ఇది +10, 32 సార్లు మరియు +1 ఒకసారి నొక్కితే 321 వస్తుందా ప్రత్యామ్నాయంగా ఇది +100ను 3 సార్లు ప్లస్ పదిని రెండుసార్లు మరియు +1 నొక్కవచ్చు.



5. 5072 అనే సంఖ్యను పొందడానికి విభిన్న మార్గాలు ఉన్నాయి అందులో రెండు విధాలు క్రింది చూపబడ్డాయి.

ఈ రెండు విధాలుగా వ్యక్తీకరించవచ్చు

(a) $(50 \times 100) + (7 \times 10) + (2 \times 1) = 5072$

(b) $(3 \times 1000) + (20 \times 100) + (72 \times 1) = 5072$

? 5072 నువ్వు పొందడానికి వేరే మార్గాన్ని కనుగొని దానికి సమాసాన్ని రాయండి.

బటన్లు	5072	
+10,00,000		
+1,00,000		
+10,000		
+1,000		3
+100	50	20
+10	7	
+1	2	72

? **వీటిని కనుగొనండి**

ఇవ్వబడిన ప్రతి సంఖ్యకు బటన్ క్లిక్ ద్వారా సంఖ్యను పొందడానికి కనీసం రెండు వేరువేరు మార్గాల కోసం వ్యక్తీకరణలను రాయండి చిట్టిలాగా ఆలోచించి సృ జనాత్మకంగా ఉండండి.

© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

(a) 8300

(b) 40629

(c) 56354

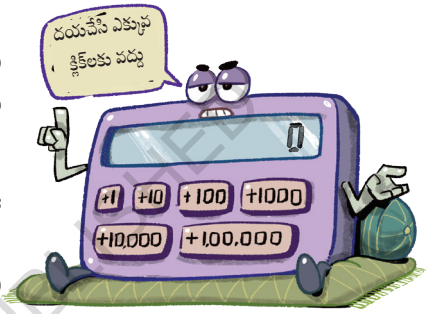
(d) 66666

(e) 367813

క్లియేటివ్ చిట్టి మీకోసం కొన్ని ప్రశ్నలున్నాయి---

(a) మీరు కచ్చితంగా 30 బటన్లు ప్రెస్ చేయాలి. మీరు తయారు చేయగల అతి పెద్ద మూడంకెల సంఖ్య ఏది? మీరు తయారు చేయగల అతి చిన్న మూడంకెల సంఖ్య ఏది?

(b) 997 రావడానికి 25 సార్లు నొక్కి చేయవచ్చు మీరు వేరే సంఖ్యల క్లిక్లతో 997 తయారు చేయగలరా? ఇలాంటి సృజనాత్మక ప్రశ్నలన్ని సృష్టించి మీ తరగతిలో సవాలు విసరండి?



సిస్టమేటిక్ సిప్పి అనేది ఒక రకమైన క్యాలిక్యులేటర్ దీనికి ఈ క్రింది బటన్లో ఉన్నాయి.+1, +10,+100,+1000,+10,000, + 1,00,000 దీనిని వీలైనంత తక్కువగా ఉపయోగించాలి అనుకుంటున్నారు.

? వీలైనంత తక్కువ బటన్లను ఉపయోగించి (a) 5072, (b)8300 సంఖ్యలను ఎలా పొందగలరు?

పట్టికలో ఇవ్వబడిన కావాల్సిన సంఖ్యలను పొందడానికి ఏ బటన్ నొక్కాలి మరియు ఎన్ని సార్లు నొక్కాలో తెలుసుకోండి వీలైనంత తక్కువ బటన్ లోని క్లిక్ చేయడమే లక్ష్యం. 5072 సంఖ్యను పొందడానికి ఇక్కడ ఒక మార్గం ఉంది ఈ పద్ధతి మొత్తం 23 బటన్లను ఉపయోగిస్తుంది.

23 బటన్లకు కంటే తక్కువ ఉపయోగించి 5072ను పొందడానికి మరొక మార్గం ఉందా?

దానికి సమాధానం రాయండి.

Buttons	5072
+10,00,000	
+1,00,000	
+10,000	
+1,000	5
+100	0
+10	6
+1	12

? **వీటిని కనుగొనండి.**

1. అభ్యాసాలలో సంఖ్యల కోసం అతి తక్కువ బటన్లను క్లిక్ చేయడం ద్వారా ప్రతి సంఖ్యను ఎలా పొందాలో కనుగొని వ్యక్తీకరణను రాయండి.
2. ప్రతి సంఖ్యకు మరియు సంబంధిత అతి తక్కువ సంఖ్యలలో బటన్లను క్లిక్ల మధ్య ఏదైనా సంబంధం మీకు కనిపిస్తుందా?
3. మీరు గమనించినట్లయితే అతి తక్కువ బటన్లను ఉపయోగించడానికి సంబంధించిన వ్యక్తీకరణలు సంఖ్యల యొక్క భారతీయ స్థాన విలువ సన్యామానాన్ని కూడా ఇస్తాయి ఇది ఎందుకు అలా ఉందో

గణితపు మాట

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

ఆలోచించండి.

+10,00,000 బటన్‌ను 10 సార్లు నొక్కితే ఏమవుతుంది?ఏ సంఖ్య వస్తుంది? దానికి ఎన్ని సున్నాలు ఉంటాయి? దానిని మనం ఏమని పిలవాలి? ఆ సంఖ్య 100 లక్షలు అవుతుంది దీనిని కోటి అని కూడా అంటారు. ఒక కోటిని 1,00,00,000 అని రాస్తారు. ఇది ఒకటి తర్వాత ఏడు సున్నాలు ఉన్నాయి.

1.3 కోటిలో మరియు కోటి.

సంఖ్యలకు పేరు పెట్టడం మరియు కామాలను ఉంచడం అనే భారతీయ వ్యవస్థను మరియు అమెరికన్ వ్యవస్థ (అంతర్జాతీయ వ్యవస్థ అని కూడా పిలుస్తారు) రెండింటి ప్రకారం క్రింది పట్టిక కొన్ని సంఖ్యలను చూపిస్తుంది రెండు పద్ధతులలో కామాల స్థానాన్ని గమనించండి.

భారతీయపద్ధతి		అమెరికాపద్ధతి	
1,000	ఒక వెయ్యి	1,000	ఒక వెయ్యి
10,000	పదివేలు	10,000	పది వేలు
1,00,000	ఒక లక్ష	100,000	వంద వేలు
10,00,000	పదిలక్షలు	1,000,000	ఒక మిలియన్
1,00,00,000	ఒక కోటి	10,000,000	పది మిలియన్లు
10,00,00,000	ఒక అరబ్ లేదా	100,000,000	వంద మిలియన
1,00,00,00,000	ఒక వందకోట్లు	1,000,000,000	ఒక బిలియను

NOT TO BE REPUBLISHED @KTBS

భారతీయ పద్ధతిలో సంఖ్యలను 3-2-2-2 లో అంకెలు కుడి నుండి ఎడమకు (వేలు లక్షలు, కోట్లు మొదలైనవి) సమూనాలో అంకెలను సమూహ కామాలు ఉంచబడ్డాయి అని గమనించండి. అమెరికన్ పద్ధతిలో అంకెలను కుడి నుండి ఎడమకు (వేలు, మిలియన్లు, బిలియన్లు, మొదలైనవి) 3-3-3-3. సమూనాలో ఏక రీతిలో సమూహ పరచబడ్డాయి.

భూటాన్, నేపాల్ శ్రీలంక, పాకిస్తాన్, బంగ్లాదేశ్, మాల్దీవులు, ఆఫ్గనిస్తాన్ మరియు మయన్మార్ లో కూడా సంఖ్యలకు పేరు పెట్టే భారతీయ వ్యవస్థను అనుసరిస్తాయి లక్ష మరియు కోటి అనే పదాలు అమలులో ఉన్నాయి. లక్ష మరియుకోటి అనే సంస్కృత పదాల నుండి ఉద్భవించాయి. అమెరికన్ పద్ధతిని అనేక ప్రదేశాల్లో ఉపయోగిస్తారు.

ఒక లక్ష మరియు ఒక కోటిలో సున్నాల సంఖ్యను గమనించండి.
లక్షను సంఖ్యలో రాస్తే ఒకటి తర్వాత ఐదు సున్నాలు ఉంటాయి.
ఒక కోటిని సంఖ్యలో రాస్తే ఒకటి తర్వాత ఏడు సున్నాలు ఉంటాయి.

లక్ష అంటే వెయ్యికి 100 రెట్లు, కోటి అంటే లక్షకు 100 రెట్లు మరియు అరబ్ అంటే కోటికి 100 రెట్లు అంటే 1, అంటే ఒక లక్ష 100 లక్షలు అంటే ఒక కోటి మరియు 100 కోట్లు అంటే ఒక అరబ్.

? వెయ్యి లక్షలలో ఎన్ని సున్నాలు ఉంటాయి? _____

? వంద వేలకు ఎన్ని సున్నాలు ఉంటాయి? ____

ముందుగా కామాలను ఉంచడం ద్వారా 987650123:4 సంఖ్యలను సులభంగా చదవవచ్చు.

(a) 9,87,65,01,234 → 9అరబ్ 87 కోట్ల 65 లక్షల ఒక వెయ్యి మరియు 234 లేదా 987 కోట్ల 65 లక్షల ఒక వెయ్యి 234 (భారతీయ పద్ధతిలో).

(b) 9,87,65,01,234→9 బిలియన్ల 876 మిలియన్ల 51 234 (అమెరికన్ పద్ధతిలో)

? వీటిని కనుగొనండి

1. క్రింది సంఖ్యలను స్థాన సంజ్ఞామానంలో చదవండి మరియు వాటి సంఖ్య పేర్లను భారతీయ మరియు అమెరికన్ పద్ధతిలో రాయండి.

(a)	4050678	(b)	48121620
(c)	20022002	(d)	246813579
(e)	345000543	(f)	1020304050

2. కింది సంఖ్యలను భారతీయ స్థాన విలువ సంకేతాలను రాయండి.

(a) ఒక కోటి, ఒక లక్ష, వెయ్యి పది.

(b) ఒక బిలియన్, ఒక మిలియన్, ఒక వెయ్యి ఒకటి.

(c) పదికోట్ల, ఇరవైలక్షల, ముప్పై వేలు.

(d) 9 బిలియన్ల 80 మిలియన్ల, 7 ఆరు వందలు

3. <, > లేదా = పోల్చి రాయండి.

(a) ముప్పైవేలు ____ మూడు లక్షలు.

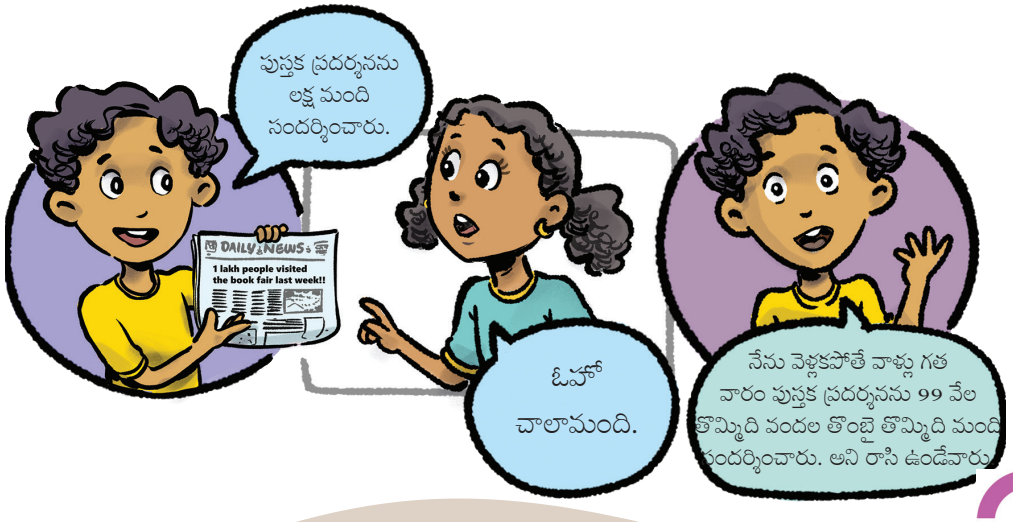
(b) 500 లక్షలు ____ 5 మిలియన్లు.

(c) 800 వేలు ____ 8 మిలియన్లు

(d) 640 ____ 60 2

ముందు తరగతుల్లో మనం ఇంకా పెద్ద సంఖ్యలను చూస్తాము.

1.4 ఖచ్చితమైన మరియు ఉజ్జాయింపు (అందాజు) విలువలు.



NOT TO BE REPUBLISHED @KTBS

ఈ సంభాషణ గురించి మీరు ఏమనుకుంటున్నారు? మీరు ఇలాంటి ముఖ్యంశాలు లేదా ప్రకటనలను చదివారా లేదా విన్నారా?

చాలా తరచుగా ఖచ్చితమైన సంఖ్యలో అవసరం లేదు మరియు కేవలం ఒక అంచనా సరిపోతుంది. ఉదాహరణకు 2011 జనాభా లెక్కల ప్రకారం చింతామణి పట్టణ జనాభా 76,68 బదులుగా జనాభా సుమారు 75000 అని చెప్పడం వల్ల ఆ పరిమాణం ఎంత పెద్దదో ఒక ఆలోచన వస్తుంది.



ఒక సంఖ్యను అందాజు చేయడం అవసరమయ్యే సందర్భాలు ఉన్నాయా? సుమారుగా లెక్కించిన సంఖ్య వాస్తవ సంఖ్య కంటే ఎక్కువగా ఉన్నప్పుడు అందాజు చేయడం. ఉదాహరణకు ఒక పాఠశాలలో విద్యార్థులు ఉపాధ్యాయులు మరియు సిబ్బందితో సహా 732 మంది ఉంటే ప్రిన్సిపల్ 700 సీట్లకు బదులుగా 750 సీట్లను ఆర్డర్ చేయవచ్చు.

కొన్ని సందర్భాల్లో అందాజు చేయడం మంచిది. అందాజు అంటే అంచనా వేసిన సంఖ్య వాస్తవ సంఖ్య కంటే తక్కువగా ఉన్నప్పుడు ఉదాహరణకు ఒక వస్తువు ధర 470 రూపాయలు అయితే దుకాణదారుడు దానికి ధర 500 అని చెప్పడానికి బదులు 450 అని చెప్పవచ్చు.

? (a) ముందుకు అందాజు (b) వెనుకను అందాజు (c) పైకి అందాజు లేదా కిందికి అందాజు చేయడం సువ ఎచితమైన పరిస్థితుల్లో ఆలోచించి చెప్పండి మరియు ఖచ్చితమైన సంఖ్యలో అవసరమైనప్పుడు

దగ్గరగా ఉన్న ఇరుగుపొరుగు సంఖ్యలు.

పెద్ద సంఖ్యలతో సమీపం వెయ్యి లక్ష లేదా కోటీ తెలుసుకోవడం ఉపయోగకరంగా ఉంటుంది ఉదాహరణకు 6 కోట్ల 72 లక్షల 85 వేల 153 సంఖ్య యొక్క అందాజు సంఖ్య కింది పట్టికలో చూపించారు.

వెయ్యికి దగ్గరగా	6,72,85,000
పదిపేలకు దగ్గరగా	6,72,90,000
లక్షలు దగ్గరగా	6,73,00,000
పది లక్షలకు దగ్గరగా	6,70,00,000
కోటికి దగ్గరగా	7,00,00,000

? అదేవిధంగా ఈ సంఖ్యలకు దగ్గరగా ఉన్న ఐదు ఇరుగుపొరుగు సంఖ్యలను రాయండి.

(a) 3,87,69,957

(b) 29,05,32,481

? నా దగ్గర ఉన్న ఐదు ఇరుగుపొరుగు సంఖ్య 5,00,00,000 ఆ సంఖ్య ఎంత కావచ్చు అలాంటి సంఖ్యలు ఎన్ని ఉన్నాయి? చర్చించండి.



రాక్సీ మరియు ఈస్ట్ సాధారణ వ్యక్తీకరణల విలువలను అందాజు వేస్తున్నారు.

1. 4,63,128 + 4,19,682,

రాక్సీ: వీటి మొత్తం ఎనిమిది లక్షలకు సమీపంలో ఉందా లేదా ఎనిమిది లక్షల కంటే ఎక్కువ.

ఈస్ట్ మొత్తం తొమ్మిది లక్షలకు సమీపంలో ఉండి మరియు తొమ్మిది లక్షల కంటే తక్కువ.

(a) ఈ అంచనాలు సరైనవా ఎవరి అంచనా మొత్తం దగ్గరగా ఉంది.

(b) మొత్తం ఎనిమిది లక్షల 50 వేల కంటే ఎక్కువ లేదా ఎనిమిది లక్షల 50 వేల కంటే తక్కువగా ఉంటుందా?

(c) మొత్తం ఎనిమిది లక్షల 83 వేల 128 కంటే ఎక్కువ లేదా 8.83, 128 కంటే తక్కువగా ఉంటుందా.

(d) 4,63,128+4,19,682= యొక్క ఖచ్చితమైన విలువ.

2. 14,63,128 - 4,90,020

రాక్సీ వీటి భేదం 10 లక్షలకు సమీపంలో ఉంది మరియు పది లక్షల కంటే తక్కువ

ఈస్ట్ వీటి భేదం 9 లక్షలకు సమీపంలో ఉంది మరియు 9 లక్షల కంటే ఎక్కువ.

(a) ఈ అందాజు సరైనదా? ఎవరి అంచనా దగ్గరగా ఉంది.

(b) వ్యత్యాసం 9,50,000 కంటే ఎక్కువగా ఉంటుందా లేదా 9,50,000 కంటే తక్కువగా ఉంటుందా? ఎందుకు ఇలా అనుకుంటున్నారు?

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

(c) వ్యత్యాసం 9,63,128 కంటే ఎక్కువ లేదా తొమ్మిది లక్షల అరవై మూడు వేల 128 కంటే తక్కువగా ఉంటుంది ఎందుకలా అనుకుంటున్నారు.

(d) 14,63,128−4,90,020= 2? _____

ఉపాధ్యాయులకు గమనిక: సంఖ్యల మొత్తం ఎనిమిది లక్షల 50 వేలు కావడానికి ఏ సంఖ్యల అయ్యుంటాయి అనే ప్రశ్నలను విద్యార్థులతో అడగండి

నగరాల జనాభా

కొన్ని భారతదేశంలోని నగరాల జనాభాను గమనించండి క్రింది పట్టికలో.

ర్యాంక్	సిటీ	జనాభా (2011)	జనాభా (2001)
1	ముంబై	1,24,42,373	1,19,78,450
2	న్యూఢిల్లీ	1,10,07,835	98,79,172
3	బెంగుళూరు	84,25,970	43,01,326
4	హైదరాబాద్	68,09,970	36,37,483
5	అహ్మదాబాద్	55,70,585	35,20,085
6	చెన్నై	46,81,087	43,43,645
7	కోల్కత్తా	44,86,679	45,72,876
8	సూరత్	44,67,797	24,33,835
9	వడోదర	35,52,371	16,90,000
10	పూణే	31,15,431	25,38,473
11	జైపూర్	30,46,163	23,22,575
12	ఇండోర్	28,15,601	21,85,927
13	కాన్పూర్	27,67,031	25,51,337
14	నాగపూర్	24,05,665	20,52,066

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

15	ఇండోర్	19,60,631	14,74,968
16	తానే	18,18,872	12,62,551
17	భోపాల్	17,98,218	14,37,354
18	విశాఖపట్నం	17,28,128	13,45,938
19	పింపిరి చించ్‌వాడ్	17,27,692	10,12,472
20	పాట్నా	16,84,222	13,66,444

? పట్టికలో ఇచ్చిన సమాచారం నుండి ఊహాజనిత లేదా అంచనా ద్వారా ఈ క్రింది ప్రశ్నలకు సమాధానాలు ఇవ్వండి?

1. ఈ సమాచారం గురించి మీ సాధారణ పరిశీలన ఏమిటి? దీనిని మీ తరగతిలో పంచుకోండి.
2. పై పట్టికకు తగిన శీర్షిక ఏది?
3. 2001 లో పూనే జనాభా ఎంత అంచనాగా 2001తో పోలిస్తే ఎంత పెరిగింది?
4. 2001 నుండి 2011 వరకు ఏ నగర జనాభా ఎక్కువ పెరిగింది?
5. జనాభా దాదాపు రెట్టింపు అయిన నగరాలు ఉన్నాయా? అవి ఏవి?
6. ముంబై జనాభా సంఖ్య కు దగ్గరగా ఉన్న సంఖ్య రావాలంటే పాట్నా యొక్క జనాభాను ఏ సంఖ్యతో గుణించాలి.

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

1.5 లబ్ధాలతో సమూనాలు.

రాక్సీ మరియు ఈస్ట్ గుణకారంతో ఆడుకుంటున్నారు. వారు సంఖ్యను 1000 మొదలైన వాటితో గుణించడానికి ఆసక్తికరమైన అంశాన్ని గుర్తిస్తారు.

గుణకారపు సత్వర (దగ్గరి) మార్గాలు.

రాక్సీ ఈ క్రింది విధంగా 116 × 5 అంచనా వేసింది.

$$116 \times 5 = \cancel{116}^{58} \times \frac{10}{\cancel{2}}$$
$$= 58 \times 10$$
$$= 580$$

ఈస్ట్ తో కింది విధంగా 824×25 అంచనా వేసింది.

$$824 \times 25 = \cancel{824}^{206} \times \frac{100}{\cancel{4}}$$
$$= 20600$$

? గుణాకారం మరియు భాగాహారం యొక్క అర్థం ఉపయోగించి ఐదు తో గుణించడం రెండు తో భాగించడం మరియు 10 తో గుణించడానికి సమానం.



? **వీటిని కనుగొనండి**

1. సులభంగా గుణించే మార్గాన్ని కనుక్కోండి.
   (a) $2 \times 1768 \times 50$
   (b) 72×125 [సూచన: $125 = \frac{1000}{8}$]
   (c) $125 \times 40 \times 8 \times 25$
2. క్రింది లబ్దాలను త్వరగా కనుక్కోండి.
   (a) $25 \times 12 =$ _____
   (b) $25 \times 240 =$ _____
   (c) $250 \times 120 =$ _____
   (d) $2500 \times 12 =$ _____
   (e) _____×_____= 120000000

ఈ లబ్దం ఎంత పెద్దది?

కింది ప్రతి గుణకారాలు ఆసక్తికరంగా ఉంటాయి నమూనాలను కనుగొనడానికి వాటిని మూల్యాంకనం చేయండి వాటి ద్వారా నమూనాను విస్తరించండి.

$11 \times 11 =$ $111 \times 111 =$ $1111 \times 1111 =$	$66 \times 61 =$ $666 \times 661 =$ $6666 \times 6661 =$
$3 \times 5 =$ $33 \times 35 =$ $333 \times 335 =$	$101 \times 101 =$ $102 \times 102 =$ $103 \times 103 =$

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

? గుణించబడుతున్న రెండు సంఖ్యల లోని అంకెల సంఖ్యను మరియు ప్రతి సందర్భంలో వాటి లబ్ధాన్ని గమనించండి. గుణించబడుతున్న సంఖ్యలు వాటి లబ్ధాల అంకెల సంఖ్యల మధ్య ఏదైనా సంబంధం ఉందా?

? 2, రెండంకెల సంఖ్యల లబ్ధం 3 లేదా 4 అంకెల సంఖ్య అవుతుంది అని రాకీ చెప్పింది. ఇది సరైనదా?

? రెండంకెల సంఖ్యలతో సాధ్యమయ్యే అన్ని గుణకారాలను ప్రయత్నించాలి అనే రాక్సీ వాదన నిజమా కాదా తెలుసుకోవడానికి మంచి మార్గం ఉందా?



ఆమె తన తార్కికతను వివరిస్తుంది : రెండంకెల సంఖ్యల లోని అంకెల సంఖ్యను గురించి తెలుసుకోండీ అటువంటి అతి చిన్న లబ్ధాన్ని తెలుసుకోవడానికి నేను 10 ×10 తీసుకున్నాను కాబట్టి అన్ని ఇతర లబ్ధాలు 100 కంటే ఎక్కువ ఉంటుంది మేము కోరుకుంటున్నాము.

అటువంటి గొప్ప లబ్ధాన్ని తెలుసుకోవడానికి నేను 10000 పొందడానికి అతి చిన్న మూడు అంకెల సంఖ్యను 100×100 గుణించండి కాబట్టి అన్ని లబ్ధాల రెండంకెల గుణకారాలు 10,000 కంటే తక్కువగా ఉంటాయి

? 3 అంకెల సంఖ్యను మరో మూడు అంకెల సంఖ్యతో గుణించగా నాలుగు అంకెల సంఖ్య వస్తుందా

? నాలుగు అంకెల సంఖ్యను రెండు అంకెల సంఖ్య తో గుణించడం వల్ల అయిదాల సంఖ్య వస్తుందా

? కింది గుణకార వాక్యాలను మీరు ఏదైనా నమూనాలను గమనించారా ఈ నమూనా ఇతర సంఖ్యల కోసం కూడా విస్తరించిందో లేదో చూడండి.

1-అంకె	×	1-అంకె	=	1-అంకె	లేదా	2-అంకె
2-అంకె	×	1-అంకె	=	2-అంకె	లేదా	3-అంకె
2-అంకె	×	2-అంకె	=	3-అంకె	లేదా	4-అంకె
3-అంకె	×	3-అంకె	=	5-అంకె	లేదా	6-అంకె
5-అంకె	×	5-అంకె	=		లేదా	
8-అంకె	×	3-అంకె	=		లేదా	
12-అంకె	×	13-అంకె	=		లేదా	

© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

పెద్ద సంఖ్యల గురించి అపురూపమైన వాస్తవాలు.

పెద్ద సంఖ్యల గురించి కొన్ని ఆసక్తికరమైన వాస్తవాలు క్రింద చూపబడ్డాయి వాస్తవ సంఖ్యలను వెలికి తీసే లబ్ధం లేదా గుణకం

మీరు లబ్ధాన్ని కనుగొన్న తర్వాత లబ్ధం లేదా గుణకంఇ భారతీయ మరియు అంతర్జాతీయ పద్ధతిలో సంఖ్యలను చదవడం మీరు ప్రతి సంఖ్యను కనుగొన్న తర్వాత వాస్తవం గురించి మీ ఆలోచనలు మరియు ప్రశ్నలు తరగతిలో పంచుకోండి.

1250 × 380

పురాణాల ప్రకారం పురందర దాసులు స్వరపరిచిన కీర్తనల సంఖ్య.

పురందరదాసులు 15వ శతాబ్దం లోని స్వరకర్త మరియు గాయకుడు తన కీర్తనలను విస్తరించి సామాజిక సంస్కరణ భక్తి మరియు ఆధ్యాత్మికతను కర్ణాటక సంగీతాన్ని బోధించడానికి పద్ధతులను క్రమబద్ధీకరించాడు అది నేటికీ అనుసరించబడుతుంది.





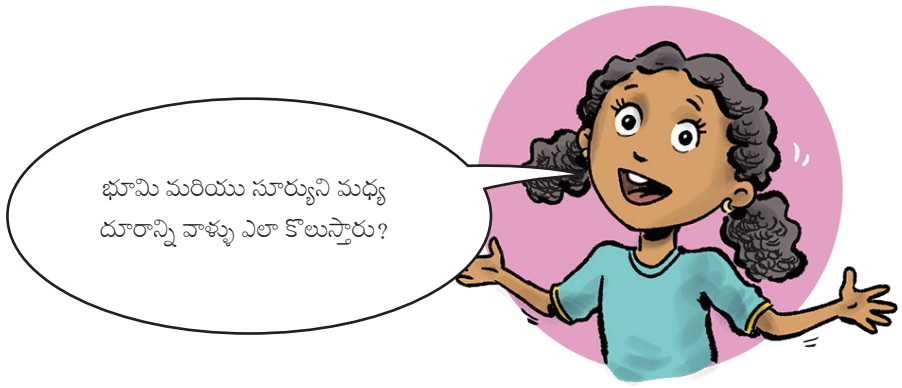
ఇన్ని పాటలు స్వరపరచడానికి ఎన్ని సంవత్సరాలు జీవించాడు ఏ వయసులో పాటలు స్వరపరచడం మొదలుపెట్టాడు ఈయన 4,75,000 పాటలను స్వరపరిస్తే ఎన్ని పాటలు స్వరపరిచారు?

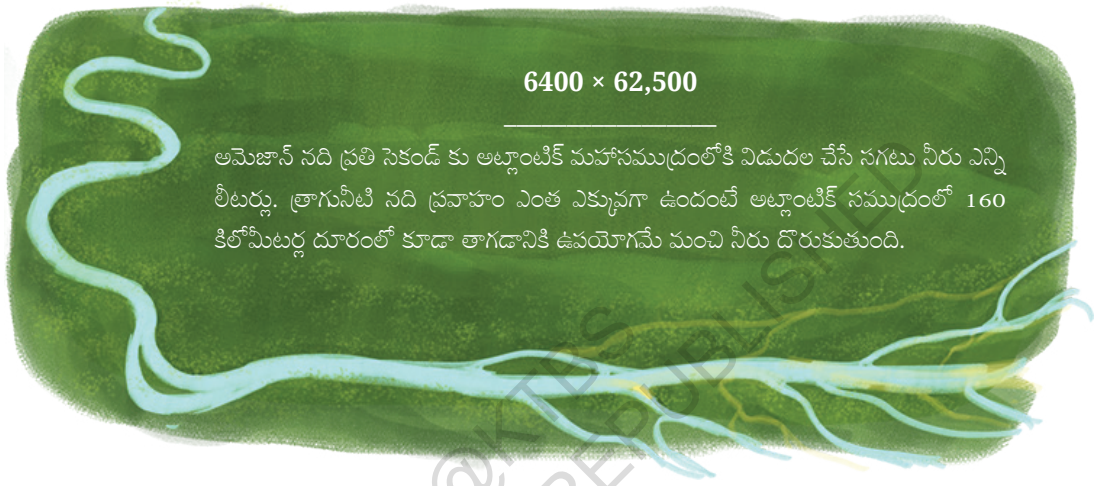
@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

2100 × 70,000

భూమి మరియు సూర్యుని మధ్య ఇంచుమించు దూరం కిలోమీటర్లలో

ఈ దూరం ఏడాది పొడుగునా మారుతూ ఉంటుంది. ఈ దూరం దాదాపు 152 మిలియన్ కిలోమీటర్లు.



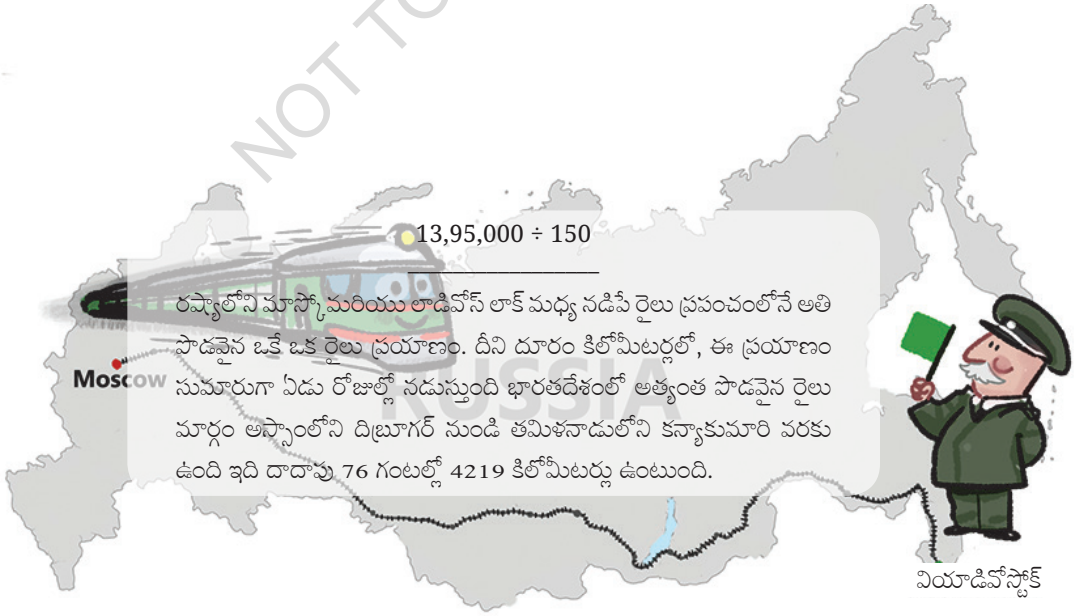


6400 × 62,500

అమెజాన్ నది ప్రతి సెకండ్ కు అట్లాంటిక్ మహాసముద్రంలోకి విడుదల చేసే సగటు నీరు ఎన్ని లీటర్లు. త్రాగునీటి నది ప్రవాహం ఎంత ఎక్కువగా ఉందంటే అట్లాంటిక్ సముద్రంలో 160 కిలోమీటర్ల దూరంలో కూడా తాగడానికి ఉపయోగపడే మంచి నీరు దొరుకుతుంది.

© KTES NOT TO BE REPUBLISHED

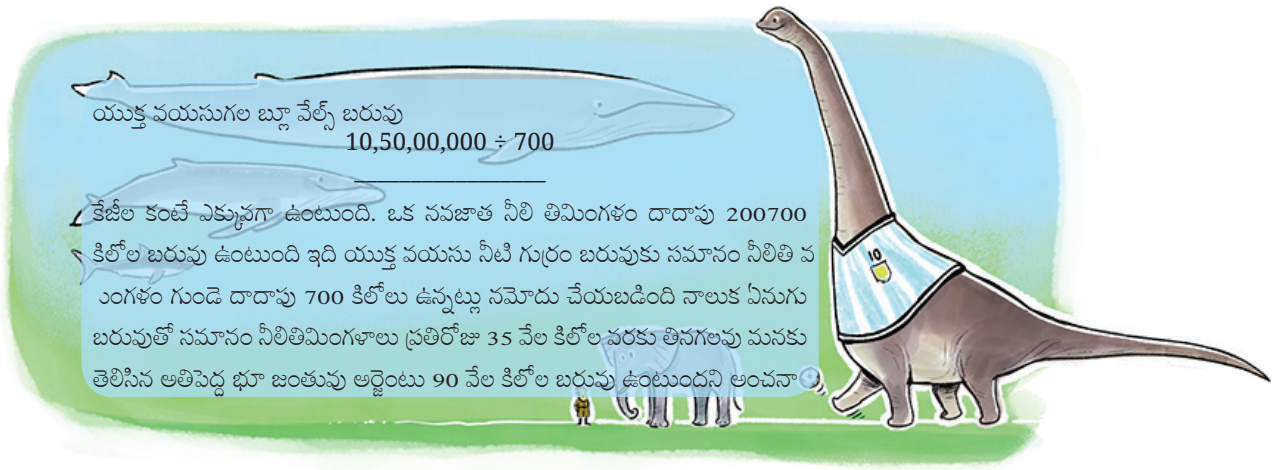
మీరు ఇంతకుముందు చూసి చేసినట్లు ఇచ్చిన సంఖ్యలను విభజించి బాగాహారం గురించి ఆసక్తికరమైన విషయాలను వెలికి తీయండి ప్రతి సంఖ్యలో మీరు కనుగొన్న తర్వాత మీ ఆలోచనలను మరియు ప్రశ్నలను తరగతిలో పంచుకోండి.



13,95,000 ÷ 150

రష్యాలోని మాస్కో మరియు లాడివోస్ లాక్ మధ్య నడిపే రైలు ప్రపంచంలోనే అతి పొడవైన ఒకే ఒక రైలు ప్రయాణం. దీని దూరం కిలోమీటర్లలో, ఈ ప్రయాణం సుమారుగా ఏడు రోజుల్లో నడుస్తుంది భారతదేశంలో అత్యంత పొడవైన రైలు మార్గం అస్సాంలోని దిబ్రూగర్ నుండి తమిళనాడులోని కన్యాకుమారి వరకు ఉంది ఇది దాదాపు 76 గంటల్లో 4219 కిలోమీటర్లు ఉంటుంది.

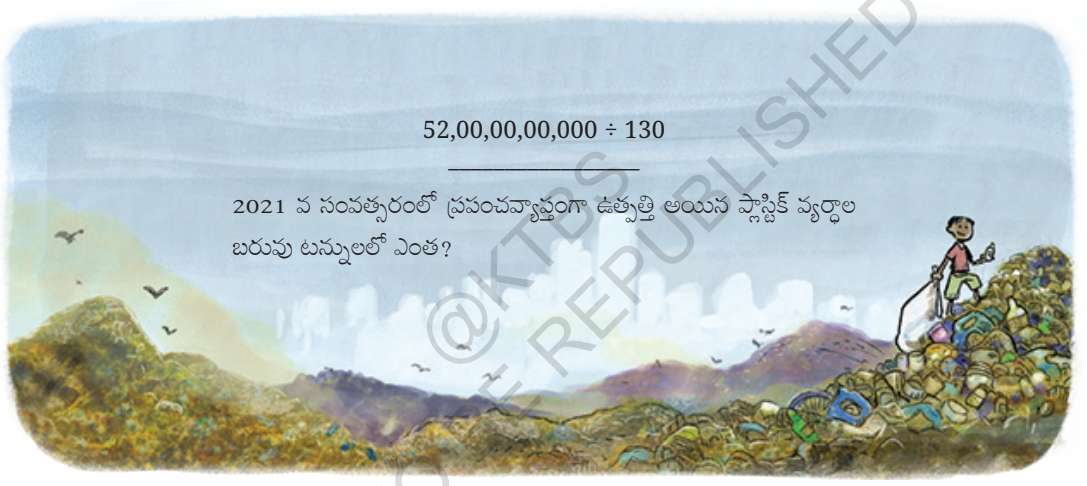
వియాడివోస్టోక్



యుక్త వయసుగల బ్లూ వేల్స్ బరువు

$10,50,00,000 \div 700$

కేజీల కంటే ఎక్కువగా ఉంటుంది. ఒక నవజాత నీలి తిమింగళం దాదాపు 200700 కిలోల బరువు ఉంటుంది ఇది యుక్త వయసు నీటి గుర్రం బరువుకు సమానం నీలితి వ ంగళం గుండె దాదాపు 700 కిలోలు ఉన్నట్లు నమోదు చేయబడింది నాలుక ఏనుగు బరువుతో సమానం నీలితిమింగళాలు ప్రతిరోజు 35 వేల కిలోల వరకు తినగలవు మనకు తెలిసిన అతిపెద్ద భూ జంతువు అర్జెంటు 90 వేల కిలోల బరువు ఉంటుందని అంచనా



$52,00,00,00,000 \div 130$

2021 వ సంవత్సరంలో ప్రపంచవ్యాప్తంగా ఉత్పత్తి అయిన ప్లాస్టిక్ వ్యర్థాల బరువు టన్నులలో ఎంత?

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

పెద్ద సంఖ్యల గురించి వాస్తవాలు

ఒక గ్రామం మట్టిలో 100 మిలియన్ల నుండి ఒక బిలియన్ బ్యాక్టీరియా మరియు ఒక లక్ష నుండి ఒక మిలియన్ సిలింద్రాలు ఉండవచ్చు ఇవి మొక్కల పెరుగుదల మరియు ఆరోగ్యానికి తోడ్పడతాయి.

మీకు తెలిసిన/తెలుసుకోగలిగిన పెద్ద సంఖ్యలో వాస్తవాలను మీ తరగతిలో పంచుకోండి

1.6 మీరు ఎప్పుడైనా ఆలోచించారా.....?

పెద్ద సంఖ్యల గురించిన ఈ ఆసక్తికరమైన వాస్తవాలు అన్ని చూసి 2 ఆనందించింది. వీటి గురించి ఆలోచిస్తుండగా ఆమెకు ఒక అసాధారణ ప్రశ్న వచ్చింది. ముంబై జనాభా మొత్తం లక్ష బస్సుల్లోకి సరిపోతుందా లేదా?

మీరేమనుకుంటున్నారు?

మనం ఎలా తెలుసుకోవచ్చు?

ఒక బస్సు లో 50 కూర్చోవచ్చని అనుకుందాం. అప్పుడు ఒక లక్ష బస్సులలో 1 లక్ష 50 = 50 లక్షల మందిని కూర్చోబెట్టగలము

ముంబై జనాభా ఒక కోటి 24 లక్షలకు పైగా ఉంది దీనిని మనం ఇంతకుముందు పట్టికలో చూసాము కాబట్టి ముంబై మొత్తం జనాభా ఒక లక్ష బస్సులలో సరిపోదు.

? RMS టైటానిక్ కూడా దాదాపు 2500 మంది ప్రయాణికులను తీసుకెళ్లింది ముంబై జనాభా అలాంటి 5 వేల ఓడలకు సరిపోతుందా



ఈ వింత ప్రశ్నతో ఆసక్తి పొందిన రాక్సీ నేను ప్రతిరోజు కిలోమీటర్లు ప్రయాణించగలిగితే పది సంవత్సరాలలో చంద్రుడిని చేరుకోగలనా అని ఆలోచించింది భూమికి చంద్రుడికి మధ్య దూరం 38400 కిలోమీటర్లు ఆమె ఒక సంవత్సరంలో ఎంత దూరం ప్రయాణించి ఉండేది.

ఆమె 10 సంవత్సరాలలో ఎంత దూరం ప్రయాణించి ఉండేది.

ఈ గణనాలను దశలవారీగా నిర్వహించడం సులభం కాదా? మీరు అన్ని పెద్ద గణనాలకు ఈ పద్ధతిని ఉపయోగించవచ్చా.

? మీరు ప్రతిరోజూ 1000 కిలోమీటర్లు ప్రయాణిస్తే, జీవితకాలంలో సూర్యుడిని చేరుకోగలరా? అని తెలుసుకోండి. (మునుపటి అభ్యాసంలో భూమి మరియు సూర్యుని మధ్య దూరాన్ని (వాసారు)

? అవసరమైన తార్కిక అంచనాలను రూపొందించి క్రింది ప్రశ్నలకు సమాధానాలు ఇవ్వండి

(a) ఒక కాగితం ఐదు గ్రాముల బరువు ఉంటే మీరు ఒకసారి లక్ష కాగితాలను ఎత్తగలరా?

(b) ప్రపంచవ్యాప్తంగా ప్రతి నిమిషానికి 20050 మంది పిల్లలు పుడితే ఒకరోజులో 10 లక్షల మంది పిల్లలు పుడతారా?

(c) మీరు ప్రతి సెకండ్ కు ఒక నాణెం లెక్కించగలరని అనుకుంటే. ఒక రోజులో ఒక మిలియన్ నాణేలను లెక్కించగలరా?

? ఆలోచించి ఇలాంటి మరిన్ని సరదా ప్రశ్నలను కనుగొని వాటిని మీ తరగతి లో పంచుకోండి.

? వీటిని కనుగొనండి

1. 0–9 వరకు అంకెలను సరిగ్గా ఒక్కసారి ఉపయోగించి (మొదట 0 కాకూడదు) 10– అంకెల సంఖ్యను రాయండి?

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

(a) ఐదు యొక్క అతిపెద్ద గుణకం.

(b) అతి చిన్న సరి సంఖ్య.

2. 10,30,285 అనే సంఖ్యను అక్షరాల్లో పది లక్షల ముప్పై వేల రెండు వందల ఎనభై ఐదు ఇందులో 23 అక్షరాలు ఉన్నాయి. గరిష్ట సంఖ్య లో అక్షరాలు ఉన్న ఏడు అంకెల సంఖ్యను రాయండి.

3. 9 సంఖ్యలో ఏవైనా రెండు తారుమారు చేస్తే వచ్చే అతి పెద్ద సంఖ్య, ఇలాంటి సంఖ్యలు ఎన్ని ఉన్నాయి?

4. 12345123451234512345 సంఖ్య నుండి పది అంకెలను కొట్టి వేయండి తద్వారా మిగిలిన సంఖ్య వీలైనంత పెద్దదిగా ఉండేటట్లు చూడండి.

5. 5 'zero' మరియు 'one' ఈ పదాలలో 'e' మరియు 'o'. రెండూ పదాలలో ఉన్నాయిఈ అదేవింగా 'one' మరియు 'two' రెండూ పదాలలో ఉంది. మరియు 'two' మరియు 'three' రెండూ పదాలలో ఉంది. ఒక ఆంగ్ల అక్షర రెండు క్రమం సంఖ్యలలో సామాన్యంగా రాకుండా ఉండేవిధంగా మీరు ఎంత వరకూ లెక్కించవలెను?

6. 1,2,3,4. . .9,10,11..... అనే అన్ని సంఖ్యలలో పదవ అంకె రాస్తే అది 1 మరియు 11వ అంకె 0



a. 1000వ అంకె ఏమిటి? అది ఏ సంఖ్యలో వస్తుంది?

b. మిలియన్ వ అంకె ఏ సంఖ్య అవుతుంది.

c. మీరు 5– అనే అంకెను 5000 సార్లు ఎప్పుడు రాసి ఉంటారు.

7. క్యాలిక్యులేటర్ లో ప్లస్ 10,000 మరియు +100 బటన్లు మాత్రమే ఉంటాయి కింది సంఖ్యలకు బటన్ల క్లిక్ల సంఖ్యలను వివరించి వ్యక్తీకరించే వాటిని రాయండి.

(a) 20,800

(b) 92,100

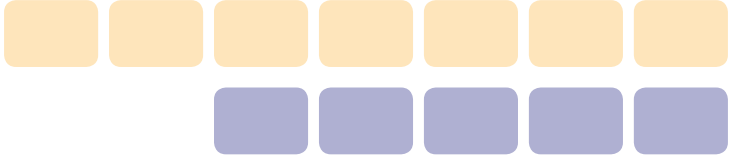
(c) 1,20,500

(d) 65,30,000

(e) 70,25,700

8. ఒక బిలియన్ కు ఎన్ని లక్షలు?

9. 1–9 వరకు సంఖ్యలు కలిగిన సెట్ల నెంబర్ కార్డులు ఇవ్వబడ్డాయి (3) అతిపెద్ద మొత్తాన్ని పొందడానికి క్రింద ఉన్న ప్రతి పెట్టెలో ఒక నంబర్ కార్డులను ఉంచండి. (ఛ) అతి చిన్న వ్యత్యాసాన్ని గల రెండు సంఖ్యలు.



@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED



10. మీకు కొన్ని నంబర్ కార్డులు ఇవ్వబడ్డాయి 4000, 13000, 300, 70000, 150000, 20, 5 కార్డులను ఉపయోగించి మీకు కావలసిన ఏదైనా ప్రక్రియను ఉపయోగించి కింద ఉన్న సంఖ్యలకు వీలైనంత దగ్గరగా వెళ్ళండి ఒక నిర్దిష్ట సంఖ్యను తయారు చేయడానికి ప్రతి కార్డును ఒకసారి మాత్రమే ఉపయోగించవచ్చు.

    (a) 1,10,000: నేను చేయగల సమీప సంఖ్య. $4000 \times (20 + 5) + 13000 = 1,13,000$

    (b) 2,00,000:

    (c) 5,80,000:

    (d) 12,45,000:

    (e) 20,90,800:

11. ప్రతి నాణ్యం 1మి మీ. మందం ఉంటే ఐక్యత విగ్రహం యొక్క ఎత్తు కు సరిపోయేలా ఎన్ని నాణ్యాలను పేర్చాలో తెలుసుకోండి?

12. బూడిద రంగుకు తలగల ఆల్బ్రాసెస్సులు దాదాపు 7 అడుగుల వెడల్పు గల రెక్కలను కలిగి ఉంటాయి అవి అనేక సముద్రాలను దాటి వలస వెళ్లాయని అంటారు అల్బర్ ట్రాసులు ఒక రోజులో దాదాపు 900 నుండి 1000 కి.మీ ప్రయాణించగలవు? అతి ఎక్కువ దూరం ఒకేసారి ప్రయాణం చేసిన దాదాపు 12 వేల కిలోమీటర్లు అటువంటి ప్రయాణాలు పసిఫిక్ సముద్రాన్ని దాటడానికి సుమారు ఎన్ని రోజులు పడుతుంది?



13. బార్ టైల్డ్ గాడ్ విత్ అత్యధిక దూరం ఆపకుండా ఎత్తుకు ప్రయాణించిన రికార్డులు కలిగి ఉంది ఇది అలస్కా నుండి ఆస్ట్రేలియాకు ఆగకుండా 13560 కి.మీ ప్రయాణించింది దీని ప్రయాణం 2022 అక్టోబర్ 13న ప్రారంభమై దాదాపు 11 కొనసాగింది ఇది ప్రతిరోజు ప్రయాణించే సుమారుదూరాన్ని కనుక్కోండి ప్రతి గంటకు ప్రయాణించే సుమారు దూరాన్ని కనుక్కోండి?

14. బాల్డ్ ఈగల్ నేలమట్టానికి 45006000 మీటర్లు ఎత్తు వరకు ఎగురుతాయి ఎవరెస్ట్ శిఖరం దాదాపు 8850 మీటర్లు ఎత్తులో ఉంటుంది విమానాలు పదివేల నుండి 12,800 మీటర్లు ఎత్తువరకు ఎగురుతాయి సోము భవనం కంటే ఈ ఎత్తులు ఎన్ని రెట్లు పెద్దవి.

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED



సారాంశం

- పెద్ద సంఖ్యలలో లక్షలు కోట్లు మరియు అరబ్బులు మిలియన్స్ అండ్ బిలియన్స్ చూసాము. భారతీయ మరియు అమెరికన్ / అంతర్జాతీయ పద్ధతిలో ఈ సంఖ్యలను ఎలా చదివాలో మరియు వ్రాయాలో నేర్చుకున్నాము
  - (a) ఒక లక్షకు ఒకటి తరువాత ఐదు సున్నలు: 1,00,000
  - (b) ఒక కోటి అంటే ఒకటి తరువాత ఏడుస్తున్నలు: 1,00,00,000
  - (c) 1 మిలియన్ అంటే ఒకటి తరువాత ఆరు సున్నాలు: 1,000,000(ఇది పది లక్షల కూడా)
  - (d) 1 అరబ్ అంటే ఒకటి తరువాత తొమ్మిది సున్నలు: 1,000,000,000(ఇది 100 కోట్లు కూడా లేదా ఒక బిలియన్)
- మనం సాధారణంగా పెద్ద సంఖ్యలను రౌండ్ అప్ లేదా రౌండ్ డౌన్ చేస్తాము చాలాసార్లు ఒక విషయం ఎంత పెద్దదో లేదా ఎంత చిన్నదో సుమారుగా తెలుసుకుంటే సరిపోతుంది.
- పెద్ద సంఖ్యలు లేదా పరిమాణాలు గురించి ఒక అవగాహన పొందడానికి అవి మనకు బాగా తెలిసిన సంఖ్యలు లేదా పరిమాణాలతో పోలిస్తే ఎన్ని రెట్లు పెద్దవో మనం పరిశీలించవచ్చు.
- గుణకారాలను సులభతరం చేయడానికి సంఖ్యలను ఎలా కారణాంకాలుగా చేయాలో మరియు వాటిని తిరిగి సమూహపరచాలో మనం చూసాము.
- మేము ఒక సంవత్సరంలో 1000 సినిమాలు చూడగలమా అనే ఆసక్తికరమైన కొన్ని విషయాలను గుర్తు చేసుకుందాం.

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED



పజిల్ సమయం

టూత్ పిక్ అంకెలు

అంకెలను రాయడానికి కింది విధానాన్ని చూడవచ్చు.



మీరు టూత్ పిక్ లు లేదా అగ్గిపుల్లలను ఉపయోగించవచ్చు లేదా పుల్లలను సూచించడానికి గీతలను ఉపయోగించి అంకెలను ఈ విధంగా రాయవచ్చు.
7 అనే అంకెను చేయడానికి మూడు పుల్లలు అవసరం.
5108 అనే సంఖ్యను రాయడానికి లేదా తయారు చేయడానికి ఎన్ని పుల్లలు అవసరమవుతాయి?

1. 42,019 అనే సంఖ్యను తయారు చేయడానికి లేదా రాయడానికి 23 పుల్లలు అవసరం.
2. 42,019 తో ప్రారంభించి మరో రెండు పుల్లలను కలిపి లేదా రాసి ఒక పెద్ద సంఖ్యను తయారు చేయండి ఉదాహరణకు 42 వేల 78 ఈ విధంగా మీరు 42 వేల పంతొమ్మిది కంటే పెద్ద సంఖ్యలను ఏ ఇతర సంఖ్యలను తయారు చేయగలరు.
3. ప్రీతం 4, 2, 0, 1 మరియు 9 అంకెలలో ఎక్కడ ఒకచోట ఒక అంకెను చేర్పించాలి అనుకున్నాడు అతిపెద్ద సంఖ్యను పొందడానికి అతను ఒక అంకెను ఎక్కడఉంచాలి.
4. 1 అంకెను ఉంచడం ద్వారా అతను ఏ ఇతర సంఖ్యలను తయారు చేయగలడు

1. 63,890 సంఖ్యను నిర్మించండి లేదా రాయండి.
2. 63,890 తో ప్రారంభించి సరిగ్గా నాలుగు పుల్లలను తిరిగి అమర్చి పెద్ద సంఖ్యను తయారు చేయండి ఉదాహరణకు 88,78 ఈ విధంగా మీరు 63890 కంటే పెద్ద సంఖ్యలను ఏ ఇతర సంఖ్యలను తయారు చేయగలరు?

1. కచ్చితంగా 24 పుల్లలు లేదా గీతలను ఉపయోగించి ఏదైనా సంఖ్యను తయారు చేయండి?
2. 24 పుల్లలను లేదా గీతలను ఉపయోగించి తయారు చేయగల అతి పెద్ద సంఖ్య ఏది?
3. 24 పుల్లలు లేదా గీతలను ఉపయోగించి తయారు చేయగలిగిన అతి చిన్న సంఖ్య ఏది?

మీరే స్వయంగా ప్రశ్నలు తయారు చేసి సవాలు చేయండి.



© SCERT NOT TO BE REPUBLISHED

2 బీజీయ సమాసాలు (Arithmetic Expressions)

T6C9B5

2.1 సాధారణ సమాసాలు

మీరు 13+2, 20−4, 12×5 మరియు 18÷3 వంటి గణిత పదబంధాలను చూసి ఉండవచ్చు. ఇలాంటి వాటిని బీజీయ సమాసాలు అంటారు.

ప్రతి బీజీయ సమాసాన్ని సాధించినప్పుడు ఒక విలువ ఉంటుంది. ఉదాహరణకు 13+2 విలువ 15. ఈ సమాసాన్ని 13+2 లేదా 13 మరియు 2 ల మొత్తం, 15 అని చదువుతాం, బీజీయ సమాసము మరియు దాని విలువల మధ్య సంబంధాన్ని సూచించడానికి మనం సమానత్వ సంకేతాన్ని (=) ఉపయోగిస్తాము ఉదాహరణకు

$$13 + 2 = 15$$

ఉదాహరణ 1 : మల్లికా పాఠశాలలో మధ్యాహ్న భోజనం కోసం ప్రతి రోజు 25 రూపాయలు ఖర్చు చేస్తుంది. సోమవారం నుండి శుక్రవారం వరకు ఒక వారంలో . ఆమె భోజనం కోసం ఖర్చు చేసే మొత్తానికి బీజీయ సమాసాన్ని రాయండి.

భోజనం కయ్యే ఖర్చుకు బీజీయ సమాసం 5×25.

5×25 ను 5 సార్లు 25 లేదా 5 మరియు 25 లబ్ధం.

వేరువేరు సమాసాలు ఒకే విలువను కలిగి ఉంటాయి. ఇక్కడ అనేకంగా ఉన్నాయి +, − , × మరియు ÷ అనే నాలుగు ప్రక్రియలలో దేనినైనా ఉపయోగించి సంఖ్య 12 ను వ్యక్తీకరించే మార్గాలు.

$$10 + 2,\ 15 - 3,\ 3 \times 4,\ 24 \div 2.$$

మీకు ఇష్టమైన సంఖ్యను ఎంచుకోండి మరియు మీరు ఆ విలువ కలిగిన సమాసాన్ని రాయండి.

సమాసాలను పోల్చడం

మనం=,<, మరియు > సంకేతాలను ఉపయోగించి, సంఖ్యలను పోల్చగలము మరియు రాయగలము. సమాసం యొక్క విలువలను బట్టి సమానము, కంటే ఎక్కువ, కంటే తక్కువ అని పోల్చగలం. ఉదాహరణకు

$$10 + 2 > 7 + 1$$

© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

ఎందుకంటే 10+2=12 విలువ 7+1=8 కంటే ఎక్కువ అదే విధంగా

$$13 - 2 < 4 \times 3$$

వీటిని కనుగొనండి

1. =గుర్తుకు రెండు వైపులా సమాసాన్ని సమానంగా చేయడానికి ఖాళీలను పూర్తి చేయండి

   (a) $13 + 4 = \_\_\_\_ + 6$ (b) $22 + \_\_\_\_ = 6 \times 5$

   (c) $8 \times \_\_\_\_ = 64 \div 2$ (d) $34 - \_\_\_\_ = 25$

2. కింది సమాసాలను వాటి విలువల ఆధారంగా ఆరోహణ (పెరుగుతున్న) క్రమంలో అమర్చండి.

   (a) $67 - 19$ (b) $67 - 20$

   (c) $35 + 25$ (d) 5×11

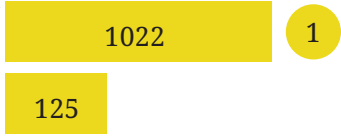
   (e) $120 \div 3$

ఉదాహరణ 2 : ఏది ఎక్కువ? $1023 + 125$ లేదా $1022 + 128$?

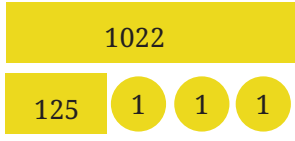
పరిస్థితిని ఊహించి విలువలు కనుక్కోకుండానే, దీనికి సమాధానం ఇవ్వడానికి, మీకు సహాయపడుతుంది. రాజ వద్ద 1023 గోలీలు ఉన్నాయి. (1023+125) మరియు ఈరోజు 125 గోలీలు అదనంగా వచ్చాయి. ఇప్పుడు అతని వద్ద 1023+125 గోలీలు ఉన్నాయి.. జాయ్ వద్ద 1022 గోలీలు ఉన్నాయి. (1022+128) మరియు 128 ఈరోజు అదనంగా వచ్చాయి. మరి ఇప్పుడు అతని వద్ద 1022+128. ఎవరు వద్ద ఎక్కువగా ఉన్నాయి.

కుడివైపున ఉన్న చిత్రంలో చూపిన విధంగా ఇద్దరినీ పోల్చవచ్చు. రాజు వద్ద ప్రారంభంలో జాయ్ కంటే ఒక గోలీ ఎక్కువ ఉంది. తరువాత జాయ్‌కి మరో మూడు గోలీలు వచ్చాయి. ఈరోజు రాజా కంటే రెండు గోలీలు ఎక్కువగా ఉన్నాయని, మనం చూడవచ్చు.

రాజ *(1023 + 125)*



జాయ్ *(1022 + 128)*



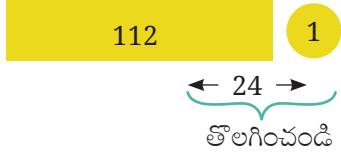
$$1023 + 125 < 1022 + 128$$

ఉదాహరణ 3 : ఎది ఎక్కువ? $113 - 25$ లేదా $112 - 24$?

ఒక పరిస్థితిలో రాజా వద్ద 113 గోలీలు కలిగి ఉన్నాడు. మరియు వాటిలో 25 కోల్పోయాడు. అని ఊహించండి. అతని. వద్ద 113–25 గోలీలు ఉన్నాయి. జాయ్ వద్ద 112 గోలీలు ఉన్నాయి. మరియు ఈరోజు 24 గోలీలు పోగొట్టుకున్నాడు. అతని వద్ద 112–24 గోలీలు ఉన్నాయి. మిగిలిన గోలీలలో ఎవరి వద్ద ఎక్కువ ఉన్నాయి.

రాజా, జాయ్ కంటే ఒక గోలి ఎక్కువ కానీ అతను కూడా జాయ్ కంటే ఒక గోలి కోల్పోయినందువలన, వారు ఇప్పుడు సమాన సంఖ్యలో గోలీలను కలిగి ఉన్నారు అంటే

రాజ *(113 – 25)*



జాయ్ *(112 – 24)*



$$113 - 25 = 112 - 24$$

© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

? సంక్లిష్టమైన సాధనలు చేయకుండా '>' లేదా '<' లేదా'='లను ఉపయోగించి, ప్రతి సమాసాన్ని పోల్చండి. ప్రతి సందర్భంలోనూ మీ ఆలోచనలను వివరించండి.

(a) 245 + 289 ☐ 246 + 285
(b) 273 – 145 ☐ 272 – 144
(c) 364 + 587 ☐ 363 + 589
(d) 124 + 245 ☐ 129 + 245
(e) 213 – 77 ☐ 214 – 76

2.2 సంక్లిష్ట సమాసాలను చదవడం మరియు మూల్యాంకనం చేయడం

కొన్నిసార్లు సమాసం, ఒక సందర్భంలో కలవనప్పుడు దాని విలువను అంచనా వేయడానికి. ఒకటి కంటే ఎక్కువ మార్గాలు ఉండవచ్చు. అటువంటి సందర్భాలలో వ్యక్తీకరణను ఎలా మూల్యాంకనం చేయాలో పేర్కొనడానికి మనకు కొన్ని సాధనలు మరియు నియమాలు అవసరం.

భాషతో ఉదాహరణ ఇవ్వడానికి క్రింది వాక్యాలను చూడండి:

(a) వాక్యం: శాలిని బొమ్మలతో పాటు తన స్నేహితుడి పక్కన కూర్చుంది.

అర్థం: స్నేహితుడికి బొమ్మలు ఉన్నాయి మరియు శాలిని తన పక్కన కూర్చుంది.





(b) వాక్యం: శాలిని బొమ్మలతో స్నేహితుడి పక్కన కూర్చుంది.

అర్థం: శాలిని దగ్గర బొమ్మలు ఉన్నాయి మరియు ఆమె తన స్నేహితుని పక్కన కూర్చుని ఉంది.

విరామ చిహ్నాలు లేని ఈ వాక్యాన్ని రెండు రకాలుగా అర్థం చేసుకోవచ్చు. కామా యొక్క సరైన ఉపయోగం వాక్యాన్ని అర్థం చేసుకోవడంలో ఎలా ఉంటుందే, నిర్దేశిస్తుంది.

ఒకటి కంటే ఎక్కువ మార్గాల్లో మూల్యాంకనం చేయగల సమాసాలను చూద్దాం.

? **ఉదాహరణ 4:** మల్లేష్ 30 గోలీలను మైదానానికి తీసుకొచ్చాడు. అరుణ్ ఒక్కో బ్యాగులో నాలుగు గోలీలతో. ఐదు సంచుల గోలీలను తీసుకొచ్చాడు. మల్లేష్ మరియు అరుణ్ ఎన్నెన్ని గోలీలను మైదానానికి తీసుకొచ్చారు?

మల్లేష్ తీసుకొచ్చిన వాటిని గణిత సమాసం రాసినట్లయితే–

$$30 + 5 \times 4$$

© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

ఈ సమాసం వెనుక ఉన్న సందర్భం తెలియకుండా, పూర్ణ విలువను 140 అని వ్యక్తీకరించారు. తను మొదట 30 మరియు 5 ను కూడగా 35 వచ్చింది. ఆపై 35 ని4 తో గుణించినప్పుడు 140 వచ్చింది.

మల్లేష్ ఈ సమాసం విలువ 50 అని గుర్తించాడు. అతను మొదట 5 మరియు 4 గుణించిన లబ్ధం 20 వచ్చింది. దీనికి 30 కలిపిన 50 అవుతుంది.

ఈ సందర్భంలో మల్లేష్ విలువ సరైనది కానీ పూర్ణ ఎందుకు తప్పు చేసింది?

$30 + 5 \times 4$ సమాసాన్ని చూసినప్పుడు మనకు సరిగ్గా అర్థం కాలేదు, ఎందుకంట మొదట కూడాలా లేదా. గుణాకారం చేయాలా?

భాషలో గందరగోళాలను పరిష్కరించడానికి విరామ చిహ్నాలు ఉపయోగించినట్లయితే, సమాసాలను మూల్యాంకనం చేయడంలో సమస్యలు పరిష్కరించడానికి, గణితంలో బ్రాకెట్లు మరియు పదాల భావనను ఉపయోగించబడతాయి.

సమాసాలలో బ్రాకెట్లు

$30 + 5 \times 4$ – సమాసంలో గోలీల సంఖ్యను కనుక్కోవడానికి మొదట 5 మరియు 4ను గుణించాలి. తరువాత ఈ లబ్ధానికి, 300 కూడాలి. ఈ గణిత ప్రక్రియల క్రమం క్రింది విధంగా బ్రాకెట్లను ఉపయోగించడం ద్వారా స్పష్టం చేయబడింది:

$$30 + (5 \times 4)$$

బ్రాకెట్లను కలిగి ఉన్న సమాసాలను మూల్యాంకనము చేస్తున్నప్పుడు మనం ముందుగా బ్రాకెట్లలోని సమాసాల గణిత ప్రక్రియల విలువను కనుగొనాలి. కాబట్టి పై వ్యక్తీకరణలో మనం మొదట 5×4 విలువ కనుగొని, ఆపై కూడిక చేస్తాము. అందువలన, ఈ వ్యక్తి కరణ గోలీల సంఖ్యను వివరిస్తుంది.

$$30 + (5 \times 4) = 30 + 20 = 50.$$

ఉదాహరణ 5 : ఇర్ఫాన్ ₹15 కు బస్ కాట్ పె యాక్ట్ మరియు ₹56. కంద పపఫు హ్య కాట్ కొన్నాడు. అతను దుకాణదారున'క ₹100 ఇచ9చడు. దుకాణదారుడ నుండ ఇపూర తర'గో ంద చల లరను లకి కొంచడంలో మనకు సహాయపడే వ్యక్తకరణను రాయండి.

ఇర్ఫాన్ ఒక బస్కెట్ పకాట్ కోసం ₹15. కంద పెన్స కోసం ₹56. ఖచుర చశాడు. కాబట్టి మీ తో తం ఖచుర9 లలో 15 + 56. అతను దుకాణదారునక 100 ఇచ9 చడు కాబట్టి అతను మొత్తం ఖచుర నుండ 100 తనే'సోయాం ఆవ్యక్తకరణ మే మనం ఇలా వయగలమా?

$$100 – 15 + 56?$$

ముందుగా 100 నుండి 15 తీసివేసి ఆ తవవాత ఫలితానికి 56ను కూడ వచ్చా? మనకు 141 వస్తుంది. అతను దుకాణదారునికి చల ల'ంచ'న దాని కంటే ఎకకువ డబబు హొందడం అసంభవం.

ఈ సందర్భంలో మనం బ్రాకెట్ ను ఉపయోగించవచ్చు

$$100 – (15 + 56).$$

ముందుగాఇ్ట్లోనే సమాసానని మూల్యంకనం చేసే మనకు 100 మైనస్ 71 వస్తుంది అంటే ₹29 కబట్ట ఇర్ఫాన్ 29 తిరిగి పొందుతాడు.

© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

సమాసాలలోని నిబంధనలు

ఎటువంటి బ్రాకెట్లు లేకుండా $30 + 5 \times 4$ వ్యక్తీకరణను కలిగి ఉన్నామని అనుకుందాం. దానికి అర్థం లేదా?

ఒకటి కంటే ఎక్కువ గణిత ప్రక్రియలు కలిగివున్న సమాసాలు ఉన్నప్పుడు మరియు ప్రక్రియల క్రమం, బ్రాకెట్ల ద్వారా పేర్కొనబడలేదు. సమాసాలలో గణిత ప్రక్రియల క్రమాన్ని నిర్ణయించడానికి నిబంధనలను ఉపయోగిస్తాము.

'+' గుర్తుతో వేరు చేయబడిన సమాసం యొక్క భాగాల నిబంధనలు. ఉదాహరణకు 12 + 7 లో కింద గుర్తించబడినట్లుగా 12 మరియు 7

$$12 + 7 = (12) + (7)$$

సమీకరణం యొక్క ప్రతి పదాన్ని పైన పేర్కొన్న విధంగా గుర్తించాము. ఇదే నిబంధనలను గుర్తించే మార్గం: సాధారణ పద్ధతి కాదని గమనించండి. మీరు ఈ విధానాలకు సుపరిచితులయ్యే వరకు ఇది కొనసాగుతుంది.

ఇప్పుడు 83– 14 లోని పదాలు ఏవి? ఒక సంఖ్యను తీసివేయడం అంటే, ఆ సంఖ్య యొక్క విలోమాన్ని కూడటం లాంటిదని మనకు తెలుసు. ఇచ్చిన సంఖ్య యొక్క విలోమానికి దాని వ్యతిరేక గుర్తు ఉందని గుర్తుంచుకోండి. ఉదాహరణకు 14 యొక్క విలోమం – 14 మరియు 14 యొక్క విలోమం +14 అందువల్ల, 83 నుండి 14 ను తీసివేయడం అంటే –14 ను 83 కు కూడటం లాంటిది అంటే

$$83 - 14 = (83) + (-14)$$

అందువల్ల 83 – 14 సమాసం యొక్క పదాలు 83 మరియు – 14.

? ఈ విధంగా తీసివేతను, కూడికతో భర్తీ చేయడం వలన సమాసం విలువ మారదా అని వేర్వేరు ఉదాహరణలు తీసుకొని తనిఖీ చేయండి..

? 6వ తరగతి గణిత పాఠ్యపుస్తకం లో మనం చూసిన పూర్ణాంకాల టోకెన్ మాడల్ ని ఉపయోగించి, ఈ సంఖ్యన ం తీసివేయడం. దాని విలువ విలోమం కూడడం తో సమానమని వివరించగలరా? ఎందుకు?



పదాలను గుర్తించడానికి ఒక సమాసంలోని అన్ని తీసివేతలు, ఈ విధంగా కూడికలుగా మార్చబడుతాయి. సమాసము మరియు వాటి పదాల యొక్క మరికొన్ని ఉదాహరణలు ఇక్కడ ఉన్నాయి.

$-18 - 3 = (-18) + (-3)$

$6 \times 5 + 3 = (6 \times 5) + (3)$

$2 - 10 + 4 \times 6 = (2) + (-10) + (4 \times 6)$

6×5, 4×6 అనేవి ఒకే పదాలు అని గమనించండి. ఎందుకంటే, వాటికి '+' గుర్తులేదు

కింది పట్టికలో కొన్ని సమాసాలు ఇవ్వబడ్డాయి. పట్టికను పూర్తి చేయండి.

© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

వ్యక్తీకరణ	వ్యక్తీకరణలోని పదాల మొత్తం	నిబంధన
13 – 2 + 6	13 + (– 2) + 6	13, – 2, 6
5 + 6 × 3	5 + (6 × 3)	
4 + 15 – 9	( ) + ( ) + ( )	
23 – 2 × 4 + 16	( ) + ( ) + ( )	
28 + 19 – 8	( ) + ( ) + ( )	

ఇప్పుడు మనం ఒక వ్యక్తీకరణ విలువ కనుగొనడానికి ప్రక్రియల క్రమాన్ని నిర్ణయించడానికి, పదాలను ఎలా ఉపయోగిస్తారే చూద్దాం..

మనం కేవలం కూడికలు మాత్రమే ఉన్న వ్యక్తీకరణలతో ప్రారంభిస్తాము (అన్ని తీసివేతలను తగిన విధంగా కూడికలుగా మార్చారు.)

? పదాల క్రమాన్ని మార్చడం వల్ల వేరువేరు విలువలు వస్తాయా?

తారుమారు చేస్తూ గుంపు చేయడం

రెండు పదాలు మాత్రమే ఉన్న ఒక సాధారణ సమాసాన్ని పరిశీలిద్దాం.

? **ఉదాహరణ 6 :** మధు మేడ పైనుండి డ్రోన్ ను ఎగరవేస్తున్నాడు. డ్రోన్ 6 మీటర్ల పైకి వెళ్లి, ఆపై నాలుగు మీటర్లు కిందికి వెళ్తుంది. మేడపైన నుండి డ్రోన్ యొక్క తుది స్థానం ఎంత ఎత్తులో ఉందో చూపించడానికి ఒక సమాసాన్ని రాయండి.

డ్రోన్ మేడ నుండి $6 - 4 = 2$ m ఎత్తులో ఉంది దానిని పదాల మొత్తంగా రాయడం.

$$6 + (-4) = 2$$

నిబంధనలను మనం మార్చుకుంటే మొత్తం మారుతుందా?

$$-4 + 6 = 2$$

ఈ సందర్భంలో లేదు.

రెండు సంఖ్యలు, ధనసంఖ్యలు అయినప్పుడు పదాలను మార్చడం వల్ల మొత్తం మారదని మనకు ఇదివరకే తెలుసు.

NOT TO BE REPUBLISHED @KTBS

? రుణాత్మక సంఖ్యలో ఉన్న పదాలు ఉన్నప్పుడు మాత్రమే ఇది వర్తిస్తుంది. మరికొన్ని సమాసాలను తీసుకొని పరీక్షిద్దాం.

? 6వ తరగతి గణిత పాఠ్య పుస్తకంలో మనం చూసిన పూర్ణాంకాల టోకెన్ మోడల్ ను ఉపయోగించి, ఇది ఎందుకు జరుగుతుందే మీరు వివరించగలరా?



అందువల్ల రెండు పదాలు ఉన్న సమాసాలలో వాటిని మార్చడం వల్ల విలువ మారదు.

(1వ పదం) + (2వ పదం) = (2వ పదం) + (1వ పదం)

ఇప్పుడు (–7) + 10 + (–11) అనే మూడు పదాలున్న ఒక వ్యక్తీకరణను పరిగణించండి ఈ పదాలను ఈ క్రింది క్రమంలో జేడిద్దాం.

(– 7 + 10) + (– 11)

(మొదట రెండు పదాలను కలిపి ఆపై వాటి మొత్తాన్ని, మూడవ పదానికి కలపడం)

(– 7) + (10 + – 11)

(చివరి రెండు పదాలను కలిపి వాటి మొత్తాన్ని, మొదటి పదానికి కలపడం)

మీరు ఏమి గమనించారు? రెండు సందర్భాలలోనూ మొత్తాలు ఒకేలా ఉంటాయి.

మళ్లీ ధనాత్మక సంఖ్యలను కూడేటప్పుడు పైన పేర్కొన్న రెండు మార్గాలలో దీనిలోనైనా వాటిని సమూహపరచడం వల్ల ఒకే మొత్తం వస్తుందని మనకు తెలుసు.

? రుణ సంఖ్యలు ఉన్న పదాలు ఉన్నప్పుడు కూడా ఇది వర్తిస్తుందా? మరికొన్ని సమాసాలు తీసుకొని పరీక్ష చేయండి.

? 6వ తరగతి గణిత పాఠ్య పుస్తకంలో మనం చూసిన పూర్ణాంకాల టోకెన్ మోడల్ ను ఉపయోగించి, ఇది ఎందుకు జరుగుతుందో మీరు వివరించగలరా?



కాబట్టి ఒక సమాసం యొక్క పదాలను ఈ క్రింది విధాలలో దేనిలోనైనా సమూహ పరచడం వలన ఒకే విలువ వస్తుంది.

(1వ పదం + 2వ పదం) + 3వ పదం = 1వ పదం + (2వ పదం + 3వ పదం)

(–7) + 10 + (–11) అనే సమాసాన్ని మళ్లీ పరిశీలిద్దాం. మనం క్రమాన్ని మార్చి 7 మరియు 11 లను ఎ యిందుగా కూడి, ఆపై మొత్తాన్ని 10 కలిపిన ఏం జరుగుతుంది? మనకు మునుపటిలాగే అదే మొత్తం వస్తుందా?

(–7) + 10 + (–11) అనే సమాసానికి సంబంధించిన పదాలను ఏ క్రమంలోనైనా కలిపితే –8 అనే మొత్తం వస్తుంది.

© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

? ఒక సమాసానికి సంబంధించిన పదాలను ఏ క్రమంలోనైనా కూడడం వల్ల, అదే విలువ వస్తుందా? మరికొన్ని సమాసాలను తీసుకొని, పరీక్ష చేయండి. మూడు కంటే ఎక్కువ పదాలు ఉన్న సమాసాలను కూడా పరిగణించండి..

? 6 వ తరగతి గణిత పాఠ్యపుస్తకంలో మనం చూసిన పూర్ణాంకాల టోకెన్ మోడల్ ని ఉపయోగించి, ఇది ఎందుకు జరుగుతుందే మీరు వివరించగలరా?



కాబట్టి ఏ క్రమంలోనైనా పదాలను కలిపితే అదే విలువ వస్తుంది. కేవలం కూడికలు మాత్రమే ఉన్న సమాసంలో ఈ పట్టింపు లేదు.

పదాలు ఏ క్రమంలో కూడిన అవన్నీ ఒకే విలువలను ఇస్తాయి. ఇప్పుడు బ్రాకెట్ల ద్వారా పేర్కొన్న కార్యాచరణల క్రమం లేకుండా గుణాకారం మరియు బాగాహారం ఉన్నా సమాసాలను కూడా పరిశీలిద్దాం.

అటువంటి సమాసాల విలువలను మొదట పదాలను మూల్యాంకనం చేయడం ద్వారా కనుగొనవచ్చు. అన్ని పదాలను మూల్యాంకనం చేసిన తర్వాత అవి కూడబడతాయి.

ఉదాహరణకు $30 + 5 \times 4$ అనే సమాసాన్ని ఈ క్రింది విధంగా మూల్యాంకనం చేస్తారు.

$$30 + 5 \times 4 = \underbrace{30} + \underbrace{5 \times 4} = \underbrace{30} + \underbrace{20} = \underbrace{50}$$

ఈ సమాసాన్ని $5 \times (3 + 2) + 78 + 3$ ను క్రింది విధంగా మూల్యాంకనం చేస్తారు.

$$5 \times (3 + 2) + 78 + 3 = \underbrace{5 \times (3 + 2)} + \underbrace{7 \times 8} + \underbrace{3}$$

ఇక్కడ (3+2) మొదట కూడిన తర్వాత వచ్చిన మొత్తాన్ని 5 చే గుణించబడినది (= 25) 7×8 గుణించబడుతుంది (= 56). ఇది $25 + 56 + 3 = 84$ సులభతరం అవుతుంది. .

? మానస పెద్ద సంఖ్యల జాబితాను కూడుతోంది. వాటన్నింటిన కలపడానికి ఆమె ఐదు నిమిషాలు పట్టింది. మరియు ఆమెకు 11749 అనే సమాధానం వచ్చింది. అప్పుడు ఆమె నాలుగవ సంఖ్య 9055 ను చేర్చడం మర్చిపోయిందని, గ్రహించింది ఆమె మళ్ళీ మొదటి నుండి ప్రారంభించాలా?

1342
774
8611
9055
1022

గణితంలో పదాలను మార్చడం వల్ల మొత్తం మారదు. అని చెప్పడానికి బదులుగా సంకలనం స్థితిత్యంతర ధర్మం అని పదబంధాన్ని ఉపయోగిస్తాము. అదేవిధంగా సమూహం చేయడం వల్ల మొత్తం మారదు అనే పదాన్ని సంకలనం యొక్క సహచర ధర్మం అంటారు.

నిత్యజీవిత విషయాలలో క్రమాన్ని మార్చుకోవడం

? మానస బయట ఆడుకోవడానికి వెళ్తుంది. ఆమె తల్లి టోపీ, బూట్లు వేసుకో అని అంటుంది.





ఆమె ముందుగా ఏది ధరించాలి? ఆమె ముందుగా తన టోపీ ధరించి, తర్వాత తన బూట్లు వేసుకోవచ్చు.లేదా ఆమె ముందుగా తన బూట్లు వేసుకుని, తర్వాత తన టోపీని ధరించవచ్చు.

'రెండు సందర్భాలలోనూ మానస సరిగా ఒకేలా కనిపిస్తుంది. వేరే పరిస్థితిని ఊహించుకోండి: మానస తల్లి నీ సాక్స్ మరియు బూట్లు వేసుకో! అని అంటుంది ఇప్పుడు క్రమముఖ్యం, ఆమె సాక్స్ వేసుకుని తర్వాత షూస్

© KSTBS NOT TO BE REPUBLISHED

వేసుకోవాలి. ఆమె షూ వేసుకుని తర్వాత సాక్స్ వేసుకుంటే, మానస చాలా అసౌకర్యంగా ఉంటుంది. మరియు చాలా భిన్నంగా కనిపిస్తుంది.

మరికొన్ని సమాసాలు మరియు వాటి నిబంధనలు

ఉదాహరణ 7: అమ్ము, చరణ, మధు, జాన్ ఒక హోటల్‌కి వెళ్ళి నాలుగు దోశలు ఆర్డర్ చేశారు. ఒక్కోదోశ ధర ₹ 23 మరియు వారు ₹. 5 టిప్ ఇవ్వడం ద్వారా వెయిటర్‌కి కృతజ్ఞతలు చెప్పాలనుకుంటున్నారు. మొత్తం ఖర్చు వివరించే వ్యక్తీకరణను రాయండి.

నాలుగు దోశల ఖర్చు = 4×23

టిప్పుతో కలిపిన మొత్తాన్ని $4 \times 23 + 5$ గా రాయవచ్చా? దీనిని మూల్యాంకనం చేయడం ద్వారా మనకు

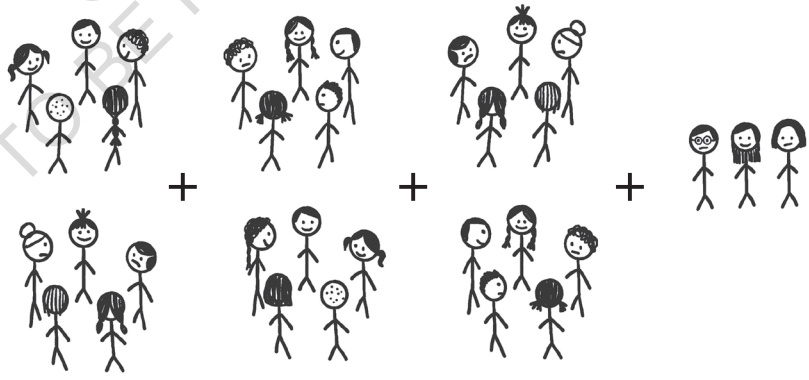
$4 \times 23 + 5 =$ (4 × 23) + (5) = (92) + (5) = (97)

కాబట్టి $4 \times 23 + 5$అనే సమాసాన్ని రాయడానికి సరియైన మార్గం.

మొత్తం స్నేహితుల సంఖ్య 7కి పెరిగి టిప్ అలాగే ఉంటే వారు ఎంత చెల్లించాలి? ఈ పరిస్థితికి సమాసాన్ని రాసి దాన్ని నిబంధనలను గుర్తించండి.

ఉదాహరణ 8: ఒక తరగతిలోని పిల్లలు ఫైర్ ఇన్ ది మౌంటెన్ అండ్ రన్, రన్ అని ఆడుతున్నారు. ఉపాధ్యాయుడు ఒక సంఖ్యను పిలిచినప్పుడల్లా విద్యార్థులు ఆ సంఖ్య గల సమూహాలతో తమను తాము మార్చుకోవాలి. ప్రకటించిన సమూహంలో భాగం కాని వారు బయటకు వస్తారు.

రూబీ విశ్రాంతి తీసుకోవాల్సిన ఒకవైపు కూర్చుంది. మిగతా 33 మంది విద్యార్థులు తరగతిలోఆట ఆడుతున్నారు. ఉపాధ్యాయుడు 5 అని పిలిచాడు ఒకసారి పిల్లలు నిలబడిన తర్వాత రూబీ $6 \times 5 + 3$ అని రాసింది (6×5 కంటే 3 ఎక్కువ అని అర్థం).



ఆమె ఇలా ఎందుకు రాసిందే ఆలోచించి చర్చించండి.

పదాల మొత్తంగా రాయబడిన సమాసం–

(6 × 5) + (3)

@KTRS NOT TO BE REPUBLISHED

కింద ఇవ్వబడిన ప్రతి సందర్భానికి, సమాసాన్ని రాసి దాని పదాలను గుర్తించండి.

ఉపాధ్యాయుడు '4' అని పిలిస్తే, రూబీ ఇలా రాసేది--- _____

ఉపాధ్యాయుడు '7' అని పిలిచి ఉంటే రూబీ ఇలా రాసేది _____

మీ తరగతి పరిమాణానికి, పైన పేర్కొన్న సమాసాలు రాయండి.

ఉదాహరణ 9: రఘు హోల్సేల్ మార్కెట్ నుండి 100 కిలోల బియ్యాన్ని కొని, రెండు కిలోల ప్యాకెట్లులో ప్యాక్ చేశాడు. అతని వద్ద ఇప్పటికే నాలుగు, రెండు కిలోల ప్యాకెట్లు ఉన్నాయి. అతని దగ్గర ఉన్న రెండు కిలోల బియ్యం ప్యాకెట్ల సంఖ్యకు సమాసాన్ని రాసి, ఆ పదాలను గుర్తించండి.

అతని దగ్గర 4 పాకెట్లు ఉన్నాయి. కొత్తగా రెండు కిలోల బియ్యం ప్యాకెట్ల సంఖ్య $100 \div 2$ మనం దీనిని $4+\frac{100}{2}$ అని కూడా రాస్తాము.

$$\boxed{4} + \boxed{\frac{100}{2}}$$

ఉదాహరణ 10 : కన్నన్ ₹1 మరియు ₹5 నాణేలను మరియు ₹10, ₹20, ₹50 మరియు ₹100. నోట్లను ఉపయోగించి దుకాణదారునికి ₹432 చెల్లించాలి. అతను దానిని ఎలా చేయగలడుఈ

ఒకటికంటే ఎక్కువ అవకాశాలు ఉన్నాయిఈ ఉదాహరణకు

$$432 = 4 \times 100 + 1 \times 20 + 1 \times 10 + 2 \times 1$$

అర్థం ₹100, నోట్లు 4, ₹20, నోట్లు 2

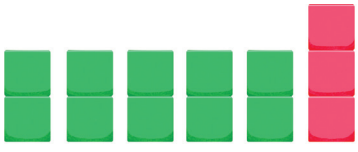
$$432 = 8 \times 50 + 1 \times 10 + 4 \times 5 + 2 \times 1$$

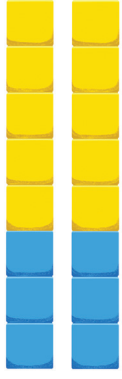
అర్థం : ₹50, నోట్లు 8, ₹10 నోట్లు 1, ₹5 నోట్లు 4 మరియు ₹1 నోట్లు 2

పై రెండు సమాసాలలోని పదాలను గుర్తించండి.

ఎవరికైనా ₹432 ఇవ్వడానికి మరికొన్ని మార్గాలు ఆలోచించగలరా?

ఉదాహరణ 11: ఇక్కడ రెండు చిత్రాలు ఉన్నాయి. ఈ రెండు అమరిక లలో ఏది $5 \times 2 + 3$ సమాసానికి సరిపోతుంది.





NOT TO BE REPUBLISHED @KSTBS

ఈ సమాసాన్ని పదాల మొత్తంగా రాద్దాం.

$$(5 \times 2) + (3) = (10) + (3) = (13)$$

ఈ సమాసంలో $5 \times 2 + 3$ ను 5×2 కంటే 3 ఎక్కువగా ఉంది అని అర్థం చేసుకోవచ్చు. ఇది ఎడమవైపున ఉన్న అమరికను వివరిస్తుంది.

? పసుపు మరియు నీలం చతురస్రాల సంఖ్యను సరిగ్గా ఉపయోగించి అమరికకు సమాసం ఏమిటి?

బ్రాకెట్లో వాడకం మీకు గుర్తుందా? దీనికి మనం బ్రాకెట్లను ఉపయోగించాలి.

$$2 \times (5 + 3)$$

ఈ అమరిక ను ఉపయోగించి, కూడా వర్ణించవచ్చని గమనించండి.

$$5 + 3 + 5 + 3$$

లేదా

$$5 \times 2 + 3 \times 2$$

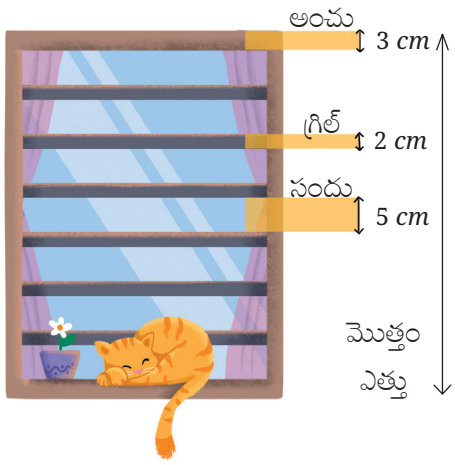
? **వీటిని కనుగొనండి**

1. కింది సమాసాల విలువను, ప్రతి సందర్భంలోనూ పదాలు రాయడం ద్వారా కనుగొనండి?
   (a) $28 - 7 + 8$ (b) $39 - 2 \times 6 + 11$
   (c) $40 - 10 + 10 + 10$ (d) $48 - 10 \times 2 + 16 \div 2$
   (e) $6 \times 3 - 4 \times 8 \times 5$

2. క్రింది సమాసాలలో ప్రతిదానికి ఒక కథ లేదా సందర్భం రాసి వాటి విలువలను కనుక్కోండి?
   (a) $89 + 21 - 10$ (b) $5 \times 12 - 6$
   (c) $4 \times 9 + 2 \times 6$

3. క్రింది ప్రతి సందర్భం వివరించే సమాసాన్ని రాయండి? దాని పదాలను గుర్తించండి, మరియు సమాస విలువ ను కనుక్కోండి?
   (a) గత సంవత్సరం రాణి ఆలియా, యువరాణి ఎల్సాకు 100 బంగారు నాణేలను. యువరాణి అన్నాకు 100 బంగారు నాణేలను ఇచ్చింది. యువరాణి ఎల్సా వ్యాపారాన్నిప్రారంభించడానికి ఈ నాణేలను ఉపయోగించి, తన నాణేలను రెట్టింపు చేసుకుంది. యువరాణి అన్నా ఆభరణాలు కొన్నారు మరియు నాణ్యాలలో సగం మాత్రమే మిగిలి ఉన్నాయి. యువరాణి ఎల్సా మరియు యువరాణి అన్నా కలిసి ఎన్ని బంగారు నాణాలను కలిగి ఉన్నారో వివరించే సమాసాన్ని రాయండి?
   (b) రెండు స్టేషన్ల మధ్య మెట్రో రైలు టికెట్ పెద్దవారికి ₹40 మరియు పిల్లలకు ₹20 అయిన టికెట్ల మొత్తం ధర ఎంత?
      (i) నలుగురు పెద్దలు మరియు ముగ్గురు పిల్లలకు?
      (ii) ముగ్గురు పెద్దలు ఉన్న రెండు గుంపులకు?

@KTRS NOT TO BE REPUBLISHED



(c) చిత్రంలో చూపిన కొలతల మధ్య సంబంధాన్ని వివరించే సమాసాన్ని వ్రాయడం ద్వారా కిటికీ మొత్తం ఎత్తును కనుక్కోండి?

బ్రాకెట్లను తొలగించడం – I

ఈ సమాసము విలువ కనుక్కుందాం

$$200 - (40 + 3).$$

మనం ముందుగా బ్రాకెట్ లోపల ఉన్న సమాసాన్ని 43 కి మూల్యాంకనం చేసి, ఆపై దానిని 200 నుండి తీసివేస్తాము, కానీ ముందుగా 200 నుండి 40 తీసివేయడం సులభం.

$$200 - 40 = 160.$$

ఆ తరువాత 160 నుండి మూడును తీసివేయండి.

$$160 - 3 = 157.$$

ఇక్కడ మనం చేసింది 200–40–3 గమనించండి. మనం $200 - 40 - 3$ చేయలేదు.

$$200 - 40 + 3.$$

కాబట్టి,

$$200 - (40 + 3) = 200 - 40 - 3.$$

ఉదాహరణ 12: ఇర్ఫాన్ ఒక బిస్కెట్ పాకెట్ (₹15) మరియు ఒక కందిపప్పు పాకెట్ (₹56) కొనిన సందర్భంలో కూడా మనం దీని గమనించాము. అతను ₹100 చెల్లిం చినప్పుడు అతనికి వచ్చే చిల్లర:

$$100 - (15 + 56) = 29.$$

మార్పును ఈ కింది విధంగా కూడా లెక్కించవచ్చు.

(a) మొదట బిస్కెట్ పాకెట్ (15) ధరను 100 నుండి తీసివేయాలి

$$100 - 15 = 85.$$

ఇది ఒకవేళ అతను బిస్కట్లు మాత్రమే కొనుగోలు చేసి ఉంటే, దుకాణదారుడు ఇర్ఫాన్‌కు చెల్లించాల్సిన మొత్తం అతడు కందిపప్పు కూడా కొనుగోలు చేసినందున, దాని ధర ఈ మిగిలిన 85 రూపాయల నుండి తీసుకోబడుతుంది.

(b) కాబట్టి మిగిలిన చిల్లర కనుగొనడానికి మనం కందిపప్పు ధరను 85 నుండి తీసివేయాలి.

$$85 - 56 = 29.$$

మనం ఇక్కడ చేసింది. $100 - 15 - 56.$ కాబట్టి,

$$100 - (15 + 56) = 100 - 15 - 56.$$

మైనస్ గుర్తు ముందు ఉన్న బ్రాకెట్లను తొలగించినప్పుడు, బ్రాకెట్లలోని పదాల సంకేతాలు ఎలా మారుతాయో

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

గమనించండి. మొదట ఉదాహరణలో 40 మరియు 3ల గుర్తులు మరియు రెండవది 15 మరియు 56ల గుర్తులు.

ఉదాహరణ 13 : $500 - (250 - 100)$ అనే సమాసాన్ని తీసుకోండి బ్రాకెట్లు లేకుండా ఈ సమాసం రాయడం సాధ్యమేనా?

ఈ సమాసాన్ని అంచనా వేయడానికి మనం 500 నుండి $250 - 100 = 150$ తీసివేయాలి.

$$500 - (250 - 100) = 500 - 150 = 350.$$

మనం 500 నుండి 250 ను నేరుగా తీసివేస్తే, మనకు అవసరమైన దానికంటే 100 ఎక్కువ తీసివేసి ఉండేవాళ్ళం. కాబట్టి ఆ సమాసం $500 - (250 - 100)$ కు సమానమైన విలువను తీసుకోవడానికి మనం తిరిగి 500 – (250– 100)చేయాలి ఈ క్రియల క్రమం. $500 - 250+100$. కాబట్టి

$$500 - (250 - 100) = 500 - 250 + 100.$$

రెండు సమాసం కాదని తనిఖీ చేయండి **మైనస్ గుర్తు ముందు ఉన్న బ్రాకెట్లను తొలగించినప్పుడు** బ్రాకెట్లలోని పదాల గుర్తులు మారుతాయని గమనించండి. ఈ సందర్భంలో 250 మరియు 100 గుర్తులు –250 మరియు 100కు మారుతాయి.

$500 - (250 - 100), 500 - 250 - 100$

ఉదాహరణ 14 : హీరా దగ్గర అరుదైన నాణేల సేకరణ ఉంది. ఆమె ఒక సంచిలో 28 నాణేలు మరియు మరొక సంచల 35 నాణ్యాలు ఉన్నాయి. ఆమె తన స్నేహితురాలికి రెండవ సంచి నుండి 10 నాణేలను బహుమతిగా ఇస్తుంది. హీరా దగ్గర మిగిలి ఉన్న నాణేల సంఖ్యకు సమాసాన్ని రాయండి.

దీనిని $28 + (35 - 10)$.

ద్వారా వ్యక్తీకరించవచ్చు ఇది $28 + (35 + (-10))$ కు సమానమని మనకు తెలుసు. పదాలను ఏ క్రమంలోనైనా అమర్చవచ్చు కాబట్టి, ఈ వ్యక్తి కరణను $28 + 35 + (-10)$ లేదా $28 + 35 - 10$ అని రాయవచ్చు.

$$28 + (35 - 10) = 28 + 35 - 10 = 53.$$

రాకెట్ల ముందు – చిహ్నం లేనప్పుడు, వాటిలోని పదాల బ్రాకెట్లను తొలగించిన తర్వాత వాటి గుర్తులు మారవు. పై సమాసంలో 35 మరియు –10 పదాల గుర్తులను గమనించండి.



గుర్తును ఎప్పుడు మార్చాలి, ఎప్పుడు మార్చకూడదు అనే నియమాలను గుర్తుంచుకోవడం కంటే సమాసాల అర్థాల గురించి ఆలోచించడం ద్వారా, మీరే దానిని గుర్తించవచ్చు.

నిబంధనలను సరిచేయడం. 1

ఒక సమాసం లోని ఒక పదాన్ని పెంచినా లేదా తగ్గించిన దాని విలువ ఏం జరుగుతుంది?

కొన్ని సమాసాలు తరువాతి మూడు నిలువు వరుసలో, ఇవ్వబడినవి. ప్రతినిలువు వరుసలో మొదటి సమాసం నుండి ఒకటి లేదా అంతకంటే ఎక్కువ పదాలు మార్చబడ్డాయి. ఉదాహరణకు మొదటి నిలువు వరుసలో,పరిశీలించి ఖాళీలను పూరించండి. వీలైనంత తక్కువ గణన చేయండి.

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

53 + (– 16) = 37	53 + (– 16) = 37	(– 87) + (– 16) = ◯
54 + (– 16) = 38 54 అనేది 53 కంటే, ఒకటి ఎక్కువ. కాబట్టి విలువ 37 కంటే ఒకటి ఎక్కువ అవుతుంది.	52 + (– 16) = ◯ 52 అనేది 53 కంటే ఒకటి తక్కువ. కాబట్టి విలువ 33 కంటే ఒకటి తక్కువ అవుతుంది.	(– 88) + (– 15) = ◯
53 + (– 15) = ◯ 15 అనేది 16 కంటే ఒకటి ఎక్కువ లేక తక్కువ?	53 + (– 17) = ◯ – 17 అనేది మైనస్ 16 కంటే ఒకటి ఎక్కువ లేక తక్కువ?	(– 86) + (– 18) = ◯ (– 97) + (– 26) = ◯

వీటిని కనుగొనండి

1. రెండు వైపులా సమాసాలు సమానంగా ఉండేలా సంఖ్యలతో, ఖాళీలను పూరించండి. మరియు సంకేతాలు ఉన్న పెట్టెలను సరైన సంకేతాలతో పూరించండి.
   (a) 24 + (6 – 4) = 24 + 6 □ ____
   (b) 38 + (____ □ ____) = 38 + 9 – 4
   (c) 24 – (6 +4) = 24 □ 6 – 4
   (d) 24 – 6 – 4 = 24 – 6 □ ____
   (e) 27 – (8 + 3) = 27 □ 8 □ 3
   (f) 27– (____ □ ____) = 27 – 8 + 3

2. బ్రాకెట్లను తీసివేసి, అదే విలువ కలిగిన సమాసాన్ని రాయండి.
   (a) 14 + (12 + 10)
   (b) 14 – (12 + 10)
   (c) 14 + (12 – 10)
   (d) 14 – (12 – 10)
   (e) –14 + 12 – 10
   (f) 14 – (–12 – 10)

3. కింది సమాసాల విలువలను కనుక్కోండి. ప్రతి జతకు, ముందుగా వాటికి ఒకే విలువ ఉందో లేదే ఊహించడానికి ప్రయత్నించండి. రెండు సమాసాలు ఎప్పుడు సమానంగా ఉంటాయి?
   (a) (6 + 10) – 2 మరియు 6 + (10 – 2)
   (b) 16 – (8 – 3) మరియు (16 – 8) – 3
   (c) 27 – (18 + 4) మరియు 27 + (–18 – 4)

4. కింద ఇవ్వబడిన ప్రతి సమాసాల సమితిలో, ఒకే విలువ కలిగిన వాటిని గుర్తించండి. వాటిని మూల్యాంకనం చేయకుండా, పదాలపై మీకున్న అవగాహనను ఉపయోగించండి.

© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

(a) 319 + 537, 319 – 537, – 537 + 319, 537 – 319

(b) 87 + 46 – 109, 87+ 46 – 109, 87 + 46 – 109, 87 – 46 + 109, 87 – (46 + 109), (87 – 46) + 109

5. సూచించిన విలువలకు దారి తీసేలా సమాసాలలో తగిన ప్రదేశాలలో బ్రాకెట్లను అమర్చండి.

(a) 34 – 9 + 12 = 13

(b) 56 – 14 - 8 = 34

(c) –22 – 12 + 10 + 22 = –22

6. పదాలు వాటి విలువలను ఎలా మారుస్తాయో. తార్కికంగా మాత్రమే ఉపయోగించి, సమానత్వం (=)కి ఇరువైపులా ఉన్న సమాసాలను సమానంగా చేయడానికి ఖాళీలను పూరించండి.

(a) 423 + _____= 419 + _____

(b) 207 – 68 = 210 – _____

7. 2,3 మరియు 5 సంఖ్యలను మరియు అవసరమైనంత వరకు '+' మరియు '–' బ్రాకెట్లను ఉపయోగించి, వ లైనాన్ని విభిన్న విలువలను ఇవ్వడానికి సమాసాలను రాయండి. ఉదాహరణకు 2 – 3 + 5 = 4 మరియు 3 – (5 – 2) = 0.

8. యశోద ఒక సంఖ్యనుండి 9 తీసివేయవలసి వచ్చినప్పుడల్లా, ఆమె 10 తీసివేసి, దానికి ఒకటిని కలుపుతుంది. ఉదాహరణకు 36 – 9 = 26 + 1.

(a) ఆమెకు ఎల్లప్పుడూ సరైన సమాధానం వస్తుందని అనుకుంటున్నారా? ఎందుకు?

(b) ఇలాంటి ఇతర వ్యూహాల గురించి మీరు ఆలోచించగలరా? కొన్ని ఉదాహరణలు ఇవ్వండి.



9. కింద ఇచ్చిన రెండు సమాసాలను గమనించండి a) 73 – 14 + 1, b) 73 – 14 – 1. ఈ సమాసాలలో ప్రతిదానికి కింద సేకరణ నుండి దానికి సమానమైన సమాసాలను గుర్తించండి.

(a) 73 – (14 + 1)

b) 73 – (14 – 1)

(c) 73 + (–14 + 1)

d) 73 + (–14 – 1)

బ్రాకెట్లను తొలగించడం II

ఉదాహరణ 15: లామా మరియు నోర్బూ ఒక హోటల్‌కు వెళ్ళారు. ప్రతి ఒక్కరూ ఒక వెజిటబుల్ కట్‌లెట్ మరియు ఒక రసగుల్లా ఆర్డర్ చేశారు. ఒక వెజిటబుల్ కట్‌లెట్ ధర ₹43 ఒక రసగుల్లా ధర ₹24 అయిన వారు చెల్లించాల్సిన మొత్తానికి సమాసాన్ని రాయండి.

వారందరికీ ఒక కూరగాయల కట్లెట్ మరియు ఒక రసగుల్లా ఉన్నందున, వారి ప్రతి వాటాను 43 + 25 ద్వారా సూచించవచ్చు.

వారు చెల్లించాల్సిన మొత్తం గురించి ఏమిటి? దీనిని 2 × 43 + 24 అనే సమాసం ద్వారా వర్ణించవచ్చా? దీనిని పదాల మొత్తంగా రాయడం వలన 2 × 43 + 24?

© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

$2 \times 43 + 24$

ఈ సమాసం అంటే 2×43 కంటే 24 ఎక్కువ కానీ,

మనకు $43 + 24$ కి రెండు రెట్లు లేదా రెట్టింపు అని అర్థం వచ్చే సమాసం కావాలి. అటువంటి సమాసాన్ని రాయడానికి వ ఎనం బ్రాకెట్లను ఉపయోగించవచ్చు:

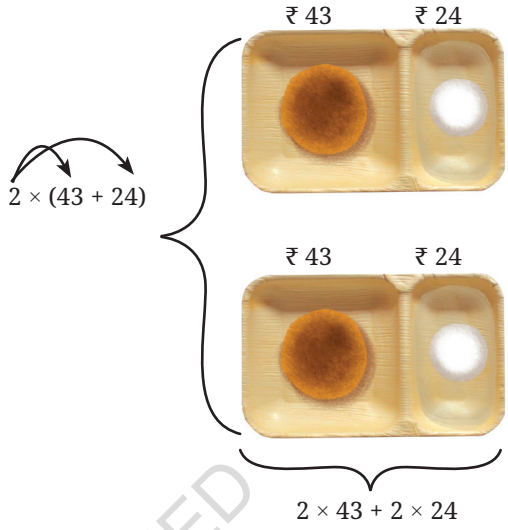
$$2 \times (43 + 24).$$

కాబట్టి వారు కలిసి $2 \times (43 + 24)$ చెల్లించాల్సి ఉంటుందని మనం చెప్పవచ్చు. ఇది రెండు కట్లెట్లు మరియు రెండు రసగుల్లాలకు చెల్లించినట్లే.

$$2 \times 43 + 2 \times 24.$$

కాబట్టి,

$$2 \times (43 + 24) = 2 \times 43 + 2 \times 24.$$



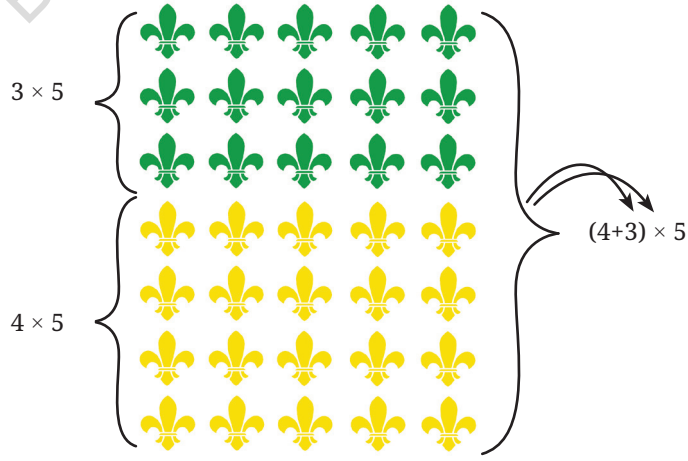
? మరొక స్నేహితుడు సంఘం వారితే చేరి అదే వస్తువులను ఆర్డర్ చేస్తే చెల్లించాల్సిన మొత్తానికి సమానం ఏమిటి?

? **ఉదాహరణ 16:** గణతంత్ర దినోత్సవ కవాతులో బాలురు స్కౌట్లు మరియు బాలికలు గైడ్స్ కలిసి కవాతు చేస్తారు. స్కౌటు ప్రతి వరుసలో 5 స్కౌట్లతో, 4వరుసలలో కవాతు చేస్తారు గైడ్లు ప్రతి వరుసలో 5 గైడ్లతే, 3 వరుసలలో కవాతు చేస్తారు. (క్రింద ఉన్న చిత్రాన్ని చూడండి) ఈ కవాతులో ఎంతమంది స్కౌట్లు మరియు గైడ్లు కవాతు చేస్తున్నారు?

కవాతు చేస్తున్న బాలుర స్కౌట్ ల సంఖ్య 4×5, కవాతు చేస్తున్న బాలికల గైడ్ల సంఖ్య 3×5, మొత్తం సంఖ్య స్కౌట్స్ మరియు గైడ్స్ $4 \times 5 + 3 \times 5$. అవుతుంది.

దీనిని ముందుగా మొత్తం వరుసల సంఖ్యను, అంటే $4 + 3$ ను కనుగొనడం ద్వారా కూడా కనుక్కోవచ్చు. ఆపై వాటి మొత్తాన్ని ప్రతి వరుసలోని పిల్లల సంఖ్యతో గుణించాలి. కాబట్టి బాలురు మరియు బాలికల సంఖ్యను $(4 + 3) \times 5$ ద్వారా కనుక్కోవచ్చు.

కాబట్టి, $4 \times 5 + 3 \times 5 = (4 + 3) \times 5$.



ఈ సమాసాలను లెక్కించడం వలన మనకు

$$4 \times 5 + 3 \times 5 = (4 \times 5) + (3 \times 5) = 20 + 15 = 35.$$

NOT TO BE REPUBLISHED @KTRS

$(4 + 3) \times 5 = 7 \times 5 = 35$

? $5 \times 4 + 3 \neq 5 \times (4 + 3)$. ఎందుకో మీరు వివరించగలరా?

Is $5 \times (4 + 3) = 5 \times (3 + 4) = (3 + 4) \times 5$?

మునుపటి రెండు ఉదాహరణలో మనం చేసిన పరిశీలనలను సాధారణంగా ఈ విధంగా చూడవచ్చు

$10 \times 98 + 3 \times 98$. తీసుకుందాం. దీని అర్థం 10 ను 98 చే గుణించి మరియు 3 ను 98చే గుణించిన మొత్తాన్ని తీసుకోవడం.

$\underbrace{98 + 98 + 98 + 98 + 98 + 98 + 98 + 98 + 98 + 98}_{\text{10 సార్లు}} + \underbrace{98 + 98 + 98}_{\text{3 సార్లు}}$

స్పష్టంగా ఇది $10 + 3 = 13$ సార్లు 98. కి సమాసం. కాబట్టి

$$10 \times 98 + 3 \times 98 = (10 + 3) \times 98.$$

ఈ సమాసత్వాన్ని మరో విధంగా వ్రాస్తే, మనకు

$$(10 + 3)\ 98 = 10 \times 98 + 3 \times 98.$$

పెన ఉన్న సంఖ్యలను మార్చుకుంట ఈ ధర్మాన్ని క్రింది రూపంలో చూడవచ్చు.

$$98 \times 10 + 9 \times 83 = 98\ (10 + 3),$$ మరియు

$$98\ (10 + 3) = 98 \times 10 + 98 \times 3.$$

అదేవిధంగా $14 \times 10 - 6 \times 10$ అనే సమాసాన్ని పరిశీలిద్దాం. దీని అర్థం 14ను 10 గుణించిన దాని నుండి 6 510 వే గుణించిన దానిని తీసివేయడం.

$\overbrace{10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10 + \cancel{10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10}}^{\text{14 సార్లు}}$

స్పష్టంగా ఇది $14 - 6 = 8$ సార్లు 10 కాబట్టి,

$$14 \times 10 - 6 \times 10 = (14 - 6) \times 10,$$

లేదా

$$(14 - 6) \times 10 = 14 \times 10 - 6 \times 10$$

ఈ ధర్మాన్ని ఈ కింది విధంగా చక్కగా గ్రహించవచ్చు.

ఒక మొత్తం (తేడా) యొక్కగుణిజం ఆ గుణిజాల మొత్తము లేదా (తేడా) లకు సమానము.

నిబంధనలను సరి చేయడం II

ఒక లబ్దంలో సంభవించే సంఖ్యలను మార్చినప్పుడు ఏం జరుగుతుందే మనం అర్థం చేసుకుందాం.

©KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

ఉదాహరణ 17 : $53 \times 18 = 954$ ఇచ్చినట్లయితే 63×18 కనుక్కోండి.

$63 \times 18 = (53 + 10) \times 18$
$= 53 \times 18 + 10 \times 18$
$= 954 + 180$
$= 1134.$

ఉదాహరణ 18 : 97×25 ను మూల్యాంకనం చేయడానికి ప్రభావ వంతమైన మార్గాన్ని కనుక్కోండి?

97×25 అంటే 97 సార్లు 25.

దీనిని మనం $(100 - 3) \times 25$ అని రాయవచ్చు.

ఇది 100 సార్లు 25 మరియు 3 సార్లు 25 ల తేడాకు సమానమని మనకు తెలుసు :

$$97 \times 25 = 100 \times 25 - 3 \times 25$$

ఈ విలువలను కనుక్కోండి?

కింది లబ్దాలను కనుగొనడానికి ఈ పద్ధతిని ఉపయోగించండి.

(a) 95×8
(b) 104×15
(c) 49×50

మీరు సాధారణంగా ఉపయోగించే గుణాకారం విధానం కంటే ఇది వేగవంతమైనదా?

పైన పేర్కొన్న లబ్దాల లాగా ఏ ఇతర లబ్దాలు త్వరగా చేయవచ్చు? వాటిని గుర్తించండి.

గణితపు మాట

వీటిని కనుగొనండి

1. రెండు వైపులా సమాసాలకు సమానంగా ఉండేలా ఖాళీలను సంఖ్యలతో మరియు పెట్టలను గుర్తులతో పూరించండి.

(a) $3 \times (6 + 7) = 3 \times 6 + 3 \times 7$
(b) $(8 + 3) \times 4 = 8 \times 4 + 3 \times 4$
(c) $3 \times (5 + 8) = 3 \times 5 \square 3 \times \_\_\_\_$
(d) $(9 + 2) \times 4 = 9 \times 4 \square 2 \times \_\_\_\_$
(e) $3 \times (\_\_\_\_ + 4) = 3 \_\_\_\_ + \_\_\_\_$
(f) $(\_\_\_\_ + 6) \times 4 = 13 \times 4 + \_\_\_\_$
(g) $3 \times (\_\_\_\_ + \_\_\_\_) = 3 \times 5 + 3 \times 2$
(h) $(\_\_\_\_ + \_\_\_\_) \times \_\_\_\_ = 2 \times 4 + 3 \times 4$
(i) $5 \times 9 - 2 = 5 \times 9 - 5 \times 2$
(j) $5 - 2 \times 7 = 5 \times 7 - 2 \times 7$
(k) $5 \times (8 - 3) = 5 \times 8 \square 5 \times \_\_\_\_$
(l) $(8 - 3) \times 7 = 8 \times 7 \square 3 \times 7$

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

(m) $5 \times (12 - \_\_\_\_) = \_\_\_\_$ ☐ $5 \times \_\_\_\_$

(n) $(15 - \_\_\_\_) \times 7 = \_\_\_\_$ ☐ 6×7

(o) $5 \times (\_\_\_\_ - \_\_\_\_) = 5 \times 9 - 5 \times 4$

(p) $(\_\_\_\_ - \_\_\_\_) \times \_\_\_\_ = 17 \times 7 - 9 \times 7$

2. LHS మరియు RHS లలో వ్యక్తీకరణలను విశ్లేషించిన తర్వాత క్రింద ఉన్న పెట్టెలో '<', '>' లేదా '=' న ు పూర్తి చేయండి. వ్యక్తీకరణలను, మూల్యాంకనం చేయడం ద్వారా కాకుండా పదాలు మరియు బ్రాకెట్లో తార్కికం మరియు అవగాహనను ఉపయోగించి దీన్ని గుర్తించండి.

(a) $(8 - 3) \times 29$ ☐ $(3 - 8) \times 29$

(b) $15 + 9 \times 18$ ☐ $(15 + 9) \times 18$

(c) $23 \times (17 - 9)$ ☐ $23 \times 17 + 23 \times 9$

(d) $(34 - 28) \times 42$ ☐ $34 \times 42 - 28 \times 42$

3. 14 పొందడానికి ఒక మార్గం ఉంది. _2_ × (_1_ + _6_) = 14ను పొందడానికి ఇతర మార్గాలు ఉన్నాయా వాటిని కింద పూర్తి చేయండి.

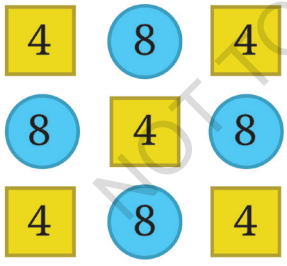
(a) _____× (_____+_____) = 14

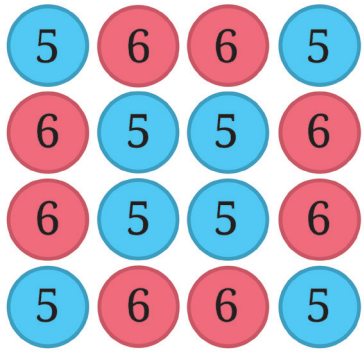
(b) _____× (_____+_____) = 14

(c) _____× (_____+_____) = 14

(d) _____× (_____+_____) = 14

4. కింద ఉన్న ప్రతి చిత్రంలో ఇవ్వబడిన సంఖ్యల మొత్తాన్ని కనీసం రెండు వేరువేరు మార్గాల్లో కనుక్కోండి. మీరు దానిని సమాసాల ద్వారా ఎలా పరిష్కరిస్తారో వివరించండి.





© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

? వీటిని కనుగొనండి

1. కింద ఇవ్వబడిన వాక్యాలను చదవండి. వాటిలో ప్రతిదానికి తగిన సమాసాలను రాసి, వాటి విలువలను కనుక్కోండి.

(a) బేగురు లోని జిల్లా మార్కెట్, వారంలో ఏడు రోజులు పనిచేస్తుంది. రహీం తన తోటల నుండి ప్రతిరోజు 9 కిలోల మామిడి పండ్లను, సరఫరా చేస్తాడు. మరియు శామ్ తన తోట నుండి ఈ మార్కెట్ కు ప్రతిరోజు 11 కిలోల మామిడి పండ్లను సరఫరా చేస్తాడు. స్థానిక జిల్లా మార్కెటుకు. వారంలో వారు సరఫరా చేసే మామిడి పండ్ల మొత్తాన్ని కనుక్కోండి.

(b) బిను నెలకు ₹20,000 సంపాదిస్తుంది. ఆమె ప్రతి నెల అద్దెకు ₹5,000 ఆహారం కోసం ₹5,000 మరియు ఇతర ఖర్చులకు ₹2,000 ఖర్చుచేస్తుంది. ఒక సంవత్సరం చివరి నాటికి బిను ఎంత ఆదా చేస్తుంది?

(c) పగటిపూట ఒక నత్త ఒక స్తంభం పైకి 3cm ఎక్కుతుంది మరియు రాత్రి నిద్రపోతున్నప్పుడు అనుకోకుండా 2cm. జారిపోతుంది. స్తంభం 10cm ల ఎత్తు ఉంటుంది, మరియు దాని పై భాగంలో ఒక రుచికరమైన వంటకం ఉంటుంది. ఎన్ని రోజుల్లో నత్తకు ఈ వంటకం లభిస్తుంది?

2. మెల్విన్, మంగళ, శనివారాల్లో తప్ప ప్రతిరోజు రెండు పేజీల కథ చదువుతాడు. ఎనిమిది వారాలలో అతను ఎన్ని కథల పేజీలు, చదివి పూర్తి చేస్తాడు. ఈ దృశ్యాన్ని క్రింద పేర్కొన్న సమాసాలలో ఏది వివరిస్తుంది.

(a) $5 \times 2 \times 8$

(b) $(7 - 2) \times 8$

(c) 8×7

(d) $7 \times 2 \times 8$

(e) $7 \times 5 - 2$

(f) $(7 + 2) \times 8$

(g) $7 \times 8 - 2 \times 8$

(h) $(7 - 5) \times 8$

3. క్రింది సమాసాలను మూల్యాంకనం చేయడానికి వివిధ మార్గాలను కనుక్కోండి?

(a) $1 - 2 + 3 - 4 + 5 - 6 + 7 - 8 + 9 - 10$

(b) $1 - 1 + 1 - 1 + 1 - 1 + 1 - 1 + 1 - 1$

4. క్రింది సమాసాల జతలను '<', '>' లేదా '=' ఉపయోగించి తార్కికంగా పోల్చండి.

(a) $49 - 7 + 8$ ☐ $49 - 7 + 8$

(b) $83 \times 42 - 18$ ☐ $83 \times 40 - 18$

(c) $145 - 17 \times 8$ ☐ $145 - 17 \times 6$

(d) $23 \times 48 - 35$ ☐ $23 \times (48 - 35)$

(e) $(16 - 11) \times 12$ ☐ $-11 \times 12 + 16 \times 12$

(f) $(76 - 53) \times 88$ ☐ $88 \times (53 - 76)$

(g) $25 \times (42 + 16)$ ☐ $25 \times (43 + 15)$

(h) $36 \times (28 - 16)$ ☐ $35 \times (27 - 15)$

© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

5. లెక్కచేయకుండా ఇచ్చిన వ్యక్తీకరణకు సమానమైన, కింది సమాసాలను గుర్తించండి. మీరు పదాలను ఉపయోగించి, లేదా బ్రాకెట్లను తొలగించడం ద్వారా, సమాసాలను తిరిగి వ్రాయవచ్చు. ఇచ్చిన సమాసానికి సమానమైన ఒకటి కంటే ఎక్కువ సమాసాలు ఉండవచ్చు.

(a) $83 - 37 - 12$

(i) $84 - 38 - 12$

(ii) $84 - (37 + 12)$

(iii) $83 - 38 - 13$

(iv) $-37 + 83 - 12$

(b) $93 + 37 \times 44 + 76$

(i) $37 + 93 \times 44 + 76$

(ii) $93 + 37 \times 76 + 44$

(iii) $(93 + 37) \times (44 + 76)$

(iv) $37 \times 44 + 93 + 76$

5. ఒక సంఖ్యను ఎంచుకొని ఆ విలువ కలిగిన 10 విభిన్న సమాసాలను రాయండి.

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

సారాంశం

- మనం చాలాకాలంగా సాధారణ సమాసాలను చదువుతున్నాము మరియు మూల్యాంకనం చేస్తున్నాము. ఇక్కడ మనం కొన్ని సాధారణ సమాసాల అర్థాలను మరియు వాటి విలువలను సవరించడం ద్వారా ప్రారంభించాము.
- కొన్ని సమాసాల మూల్యాంకనం చేయడానికి బదులుగా తార్కికంగా వాటిని ఎలా పోల్చాలో నేర్చుకున్నాము.
- సంక్లిష్ట సమాసాలను గందరగోళం లేకుండా చదవటానికి మరియు మూల్యాంకనం చేయడానికి మేము పదాలు మరియు బ్రాకెట్లను ఉపయోగించాం.
- ఒక సమాసంలోని పదాల మొత్తంగా వ్రాసినప్పుడు పదాల క్రమాన్ని మార్చడం లేదా పదాలను సమూహపరచడం వల్ల విలువ మారదు. ఎందుకంటే ఇది వరుసగా సంకలనం యొక్క స్థిత్యంతర మరియు సంకలనం యొక్క సహచర లక్షణం.
- బ్రాకెట్లలోని సమాసాలను మూల్యాంకనం చేయడానికి మైనస్ గుర్తుకు ముందు ఉన్న బ్రాకెట్లను తీసివేసినప్పుడు బ్రాకెట్లలోని పదాలు వాటి గుర్తును మారుస్తాయని, మనం చూసాము.
- బ్రాకెట్లలోని ప్రతి పదంతో సంఖ్యను గుణించడం అంటే బ్రాకెట్లలోని ప్రతి పదంతో సంఖ్యను గుణించడంతో సమానం. విభాగ ధర్మం గురించి కూడా మనం నేర్చుకున్నాం.

పజిల్ సమయం

వ్యక్తీకరణ సమాసం

అవసరమైన విధంగా నాలుగు ప్రక్రియలను (కూడిక, తీసివేత, గుణాకారం మరియు బాగాహారం) మరియు బ్రాకెట్లతో పాటు 3, 3లను ఉపయోగించి మనం అనేక సమాసాలను సృష్టించవచ్చు. ఉదాహరణకు, $(3 + 3)/3 = 2$, $3 + 3 - 3 = 3$, $3 \times 3 + 3 = 12$.

నాలుగు, 4లను ఉపయోగించి ఒకటి నుండి 20 వరకు ఉన్న అన్ని విలువలను పొందడానికి సమాసాలను రాయండి

1.2.3,4 మరియు 5 సంఖ్యలను ఏ క్రమంలోనైనా సరిగ్గా ఒకసారి ఉపయోగించడం, ద్వారా 10 మరియు 10 మధ్య వీలైనంత ఎక్కువ విలువలను పొందండి.

0 నుండి 9 వరకు సంఖ్యలను, ఏ క్రమంలోనైనా సరిగ్గా ఒక్కసారి ఉపయోగించి, 100 విలువలు కలిగిన సమాసాన్ని తయారు చేయండి.

ఇలాంటి ఆసక్తికరమైన ప్రశ్నలు మీరు ఇంకా ఏమేమి అడగగలరు?



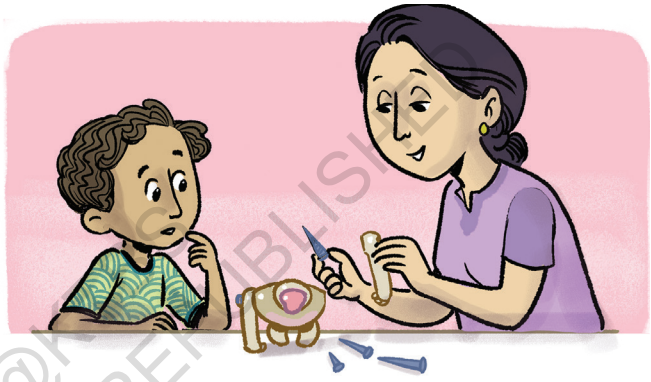
@ NOT TO BE REPUBLISHED

3 బిందువును దాటి ఒక గమనిక (A Peek Beyond the Point)

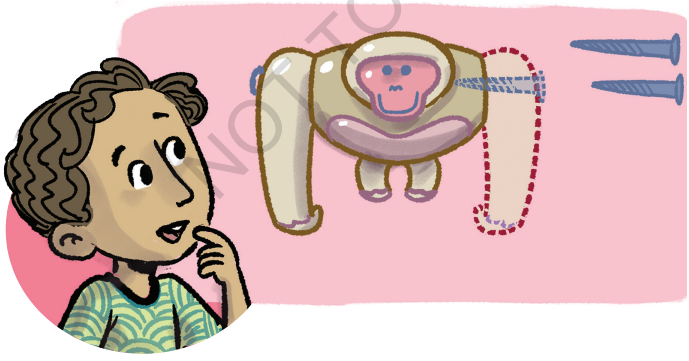
H4I8M9

3.1 చిన్న కొలతల ప్రాముఖ్యత

సోను తల్లి ఒక ఆట బొమ్మను సిద్ధం చేస్తోంది. ఆమె ఒక స్క్రూ సహాయంతో రెండు ముక్కల ను జోడించే ప్రయత్నం చేస్తోంది. సోను తన తల్లిని ఆసక్తికరంగా, చూస్తున్నాడు అతని తల్లి ఆ ముక్కలను కలపలేకపోయింది. సోను ఎందుకు అని అడిగాడు. స్క్రూసరైన సైజులో లేదని అతని తల్లి చెప్పింది.



ఆమె పెట్టె నుండి మరొక స్క్రూ తెచ్చి బొమ్మను సరి చేయగలిగింది. సోను కి

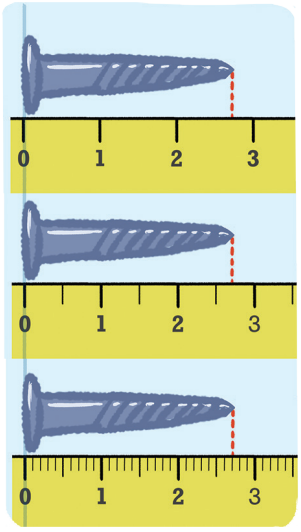


రెండు స్క్రూలు ఒకేలా కనిపించాయి, కానీ అతను వాటిని దగ్గరగా గమనించినప్పుడు, అవి కొద్దిగా భిన్నంగా ఉన్నాయని, అతను గమనించాడు.

పొడవులలో ఇంత చిన్న తేడా ఎంత ముఖ్యమైనదో చూసి, సోను ఆకర్షితుడయ్యాడు. పొడవులలో తేడాను తెలుసుకోవాలని అతను ఆసక్తిగా ఉన్నాడు. స్క్రూలు దాదాపు ఒకేలా కనిపించడం వల్ల తేడా ఎంత తక్కువ ఉందో తెలుసుకోవాలని కూడా అతను ఆసక్తిగా ఉన్నాడు.

కింది చిత్రంలో స్క్రూలు, స్కేల్ పైన ఉంచబడ్డాయి. వాటిని కొలిచి కేటాయించిన స్థలంలో, వాటి పొడవులను రాయండి.

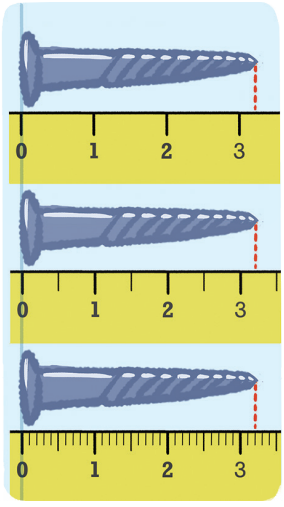
© NCERT NOT TO BE REPUBLISHED



2 cm మరియు 3 cm

$2\frac{1}{2}$ cm కంటే ఎక్కువ కానీ 3 cm కంటే తక్కువ

$2\frac{7}{10}$ cm



_____

_____

_____

? స్క్రూల పొడవులను కచ్చితంగా కొలవడానికి మీకు ఏ స్కేల్ సహాయపడింది. ఎందుకు?

? $2\frac{7}{10}$ cm (మొదటి స్క్రూ పొడవు) అనగానేమి?

స్కేల్‌లో చూపినట్లుగా రెండు వరుస సంఖ్యల మధ్య 10 సమాన భాగాలుగా విభజించారు. పొడవు $2\frac{7}{10}$ cm కావాలంటే 0 నుండి 2 కి వెళ్లి, ఆపై $\frac{1}{10}$ యొక్క ఏడు భాగాలను తీసుకోండి. స్క్రూ యొక్క పొడవు 20 cm మరియు $\frac{7}{10}$ cm అదేవిధంగా మనం $3\frac{2}{10}$ cm పొడవును అర్థం చేసుకోవచ్చు.

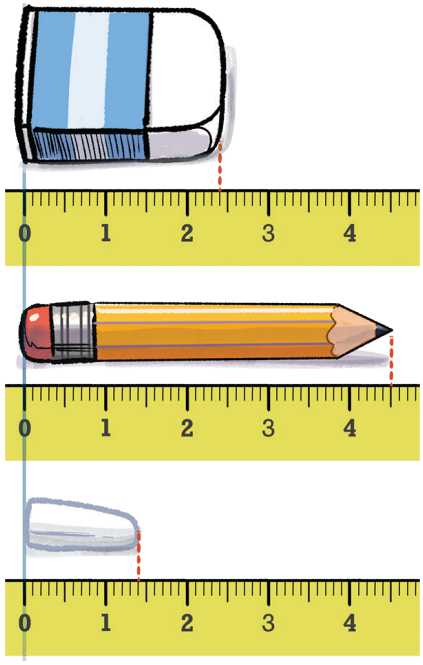
$2\frac{7}{10}$ cm రెండు పది లో ఏడవ వంతు సెంటీమీటర్లు, మరియు $3\frac{2}{10}$ cm మూడు పదిలో రెండో వంతు సెంటీమీటర్లు అని చదువుతాం.

? స్క్రూలను కొలవడానికి యూనిట్లను చిన్న భాగాలుగా ఎందుకు విభజించారో మీరు వివరించగలరా?

? కింది వస్తువులను స్కేల్ ఉపయోగించి కొలిచి, వాటి కొలతలను సెంటిమీటర్లలో రాయండి. (స్క్రూల పొడవు ముందు చూపిన విధంగా): పెన్ను, షార్ప్నర్ లేదా మీకు నచ్చిన ఏదైనా వస్తువు తీసుకోండి.

? చిత్రంలో చూపిన వస్తువుల కొలతలు రాయండి:

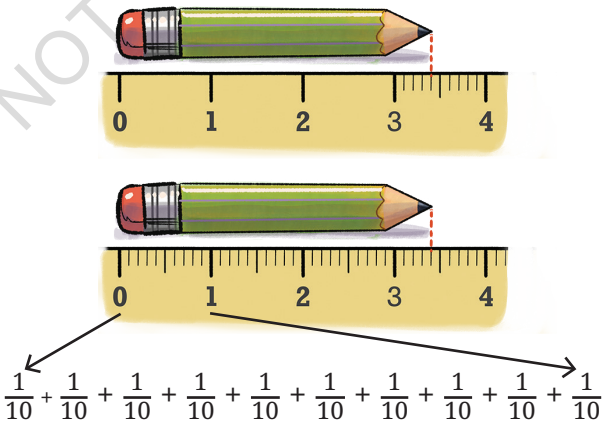
© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED



ఇక్కడ చూపినట్లుగా, కచ్చితమైన కొలతలు అవసరమైనప్పుడు, మనం చిన్న కొలత యూనిట్లు ఉపయోగించవచ్చు.

3.2 పదవ భాగం

కింద చూపిన చిత్రంలో పెన్సిల్ పొడవు $3\frac{4}{10}$ యూనిట్లు, దీనిని మూడు యూనిట్లు మరియు పదిలో నాలుగవ వంతుగా కూడా చదువ వచ్చు, అంటే, $(3 \times 1 + 4 \times \frac{1}{10})$ యూనిట్లు.



అంటే ఈ పొడవు 34 పదవవంతు యూనిట్లకు సమానం. ఎందుకంటే పదవ వంతు యూనిట్లు ఒక యూనిట్ ను ఏర్పరుస్తాయి.

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

$$34 \times \frac{1}{10} = \frac{34}{10} = \frac{10}{10} + \frac{10}{10} + \frac{10}{10} + \frac{4}{10} \text{ (34 పదవ వంతులు)}$$

$$= 1 + 1 + 1 + \frac{4}{10} \text{ (3 మరియు 4 నాలుగు పదవవంతులు)}$$

కొన్ని సంఖ్యల తో కూడిన భిన్నాల యూనిట్ లను, వాటిని ఎలా చదవాలో క్రింద చూపించబడ్డాయి.

$4\frac{1}{10} \longrightarrow$ 'నాలుగు మరియు పదిలో ఒకటవ వంతు.'

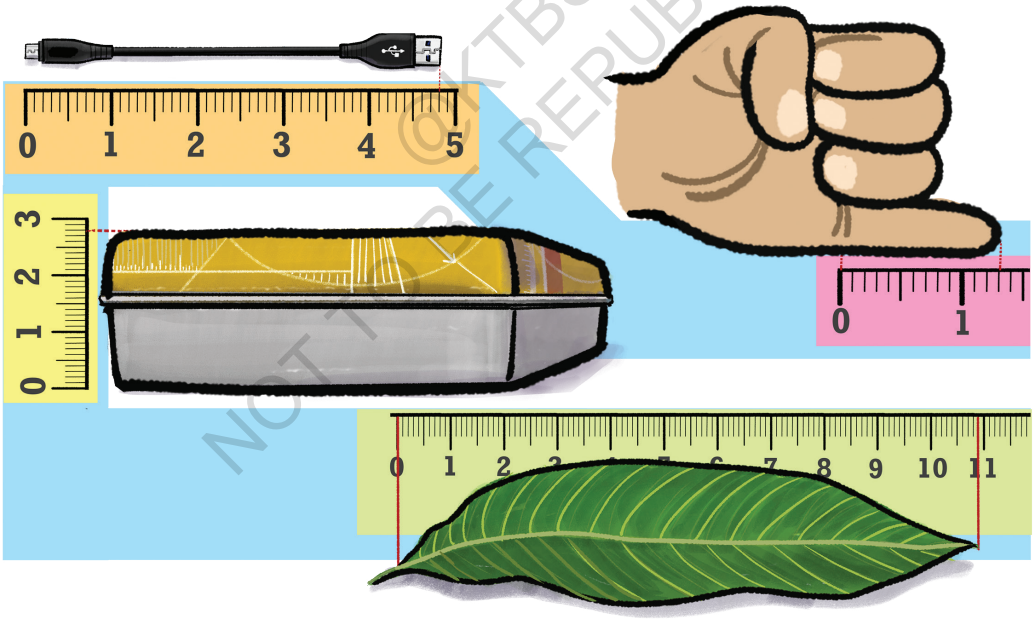
$\frac{4}{10} \longrightarrow$ 'పదిలో నాలుగవ వంతు.

$\frac{41}{10} \longrightarrow$ 'పదిలో నలభై ఒకటవ వంతు.'

$41\frac{1}{10} \longrightarrow$ 'నలభై ఒకటి, పది లో ఒక వంతు.'

కింద చూపిన వస్తువులకు, వాటి పొడవులను రెండు విధాలుగా రాసి బిగ్గరగా చదవండి. USB కేబుల్ కోసం ఒక ఉదాహరణ ఇవ్వండి. (ప్రతిరేఖా చిత్రంలో ఉపయోగించిన యూనిట్ పొడవు ఒకేలా ఉండదని గమనించండి.)

ఆ USB కేబుల్ పొడవు $4\frac{8}{10}$ యూనిట్లు లేదా $\frac{48}{10}$ యూనిట్లు.



© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

? ఈ పొడవులను ఆరోహణ క్రమంలో అమర్చండి.

(a) $\frac{9}{10}$ (b) $1\frac{7}{10}$ (c) $\frac{130}{10}$ (d) $13\frac{1}{10}$

(e) $10\frac{5}{10}$ (f) $7\frac{6}{10}$ (g) $6\frac{7}{10}$ (h) $\frac{4}{10}$

? కింది పొడవులను ఆరోహణ క్రమంలో అమర్చండి. $4\frac{1}{10}, \frac{4}{10}, \frac{41}{10}, 41\frac{1}{10}$.

? సోను తన శరీర భాగాలను కొలుస్తున్నాడు. సోను చేతి కింది భాగము $2\frac{7}{10}$ యూనిట్లు మరియు చేతి పై భాగము $3\frac{6}{10}$ యూనిట్లు అయిన సోను చేతి మొత్తం పొడవు ఎంత?

చేతి మొత్తం పొడవు పొందడానికి, చేతికింది భాగము మరియు చెయ్యి పై భాగం పొడవును వరుసగా 2 యూనిట్లు మరియు 7 పదవవంతులు, మరియు 3యూనిట్లు మరియు 6 పదవ వంతులు.

కాబట్టి (2+3) యూనిట్లు మరియు (7+6) పదవ వంతులు గా చూసాము 5 మరియు 13 పదవ వంతులను 1 యూనిట్ మరియు 3 పదో వంతు భాగాలు. కాబట్టి మొత్తం పొడవు 6 యూనిట్లు మరియు 3 పదో వంతు భాగాలు.

(a)
$$(2 + 3) + \left(\frac{7}{10} + \frac{6}{10}\right)$$
$$= (2 + 3) + \left(\frac{13}{10}\right)$$
$$= 5 + \frac{13}{10}$$
$$= 5 + \frac{10}{10} + \frac{3}{10} = 5 + 1 + \frac{3}{10}$$
$$= 6 + \frac{3}{10}$$
$$= 6\frac{3}{10}.$$

(b)
$$\begin{array}{r} 2\ \frac{7}{10} \\ +\ 3\ \frac{6}{10} \\ \hline = 5\ \frac{13}{10} \\ = 6\ \frac{3}{10}. \end{array}$$

లేదా రెండు పొడవులను పదోవంతులుగా మార్చి తరువాత కూడవచ్చు.

(c) 27 పదవ వంతు మరియు 35 పదో వంతు అంటే 62 పదోవంతులు,

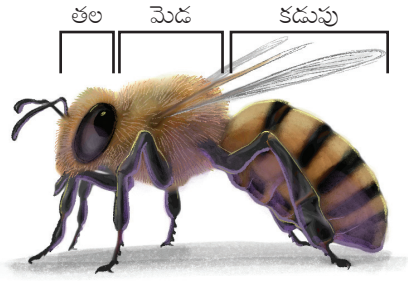
$$\frac{27}{10} + \frac{35}{10} = \frac{62}{10}$$

$\frac{62}{10}$ అనేది 60 పదవ వంతులు $\left(\frac{60}{10}\right)$ మరియు 2 పదోవంతులు $\left(\frac{3}{10}\right)$ కు సమానం. ఆరు యూనిట్లు

NOT TO BE REPUBLISHED @KTBS

మరియు 2 పదవవంతులకు సమానం అంటే $6\frac{2}{10}$.

? తెనెటీగ శరీర భాగాల పొడవులు ఇవ్వబడ్డాయి దాని మొత్తం పొడవును కనుక్కోండి?

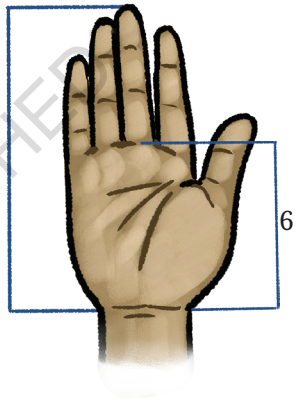


తల: $2\frac{3}{10}$ యూనిట్లు

మెడ, $5\frac{4}{10}$ యూనిట్లు.

కడుపు: $7\frac{5}{10}$ యూనిట్లు.

? శైలజ చేయి పొడవు $12\frac{4}{10}$ యూనిట్లు మరియు ఆమె అరచేయి $6\frac{7}{10}$ యూనిట్లు, అయినా చిత్రంలో చూపిన విదంగా పొడవైన వేలు (మధ్య వేలు) పొడవు ఎంత?



వేలు పొడవును కనుగొనడానికి $\left(12+\frac{4}{10}\right)-\left(6+\frac{7}{10}\right)$

దీనిని వివిధ మార్గాల్లో చేయవచ్చు, ఉదాహరణకు:

(a) $12+\frac{4}{10}-6-\frac{7}{10}$

$=(12-6)+\left(\frac{4}{10}-\frac{7}{10}\right)$

$=6-\frac{3}{10}$

$=5+1-\frac{3}{10}$

$=5+\frac{10}{10}-\frac{3}{10}$

$=5+\frac{7}{10}=5\frac{7}{10}$.

ఇక్కడ ఏం జరుగుతోంది? మరియు ఎందుకు? జరుగుతుందో చర్చించండి.

(b) $12\frac{4}{10} \longrightarrow 11\frac{14}{10}$

$-6\frac{7}{10} \qquad -6\frac{7}{10}$

$=5\frac{7}{10}$

సంఖ్యలను లెక్కించే విషయంలో లాగానే, పదవవంతు నుండి తీసివేతను ప్రారంభించడం సౌకర్యంగా

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

ఉంటుంది. మనం 4 పదవవంతుల నుండి 7వంతులను తీసివేయలేము. కాబట్టి మనం ఒక యూనిట్‌ను తీసుకొని దానిని పది పదోవంతులుగా మారుస్తాము. ఇప్పుడు ఆ సంఖ్య 11 యూనిట్లు మరియు 14 పదవవంతులు ఉన్నాయి. 14 పదవ భాగాల నుండి 7 పదవవంతులను మరియు 11 యూనిట్ల నుండి 6 యూనిట్ లను తీసివేస్తాము.

? రెండు పొడవులను పదో వంతుకు మార్చడం ద్వారా తీసివేయడానికి ప్రయత్నించండి.

? ఒక సెలెస్టియల్ పెరల్ డయానో పొడవు $2\frac{4}{10}$ cm మరియు ఫిలిప్పైన్ గోబీ పొడవు $\frac{9}{10}$ cm అయిన, వాటి పొడవులలో తేడా ఎంత?

? మీ వేలితో పోలిస్తే ఈ చేపలు ఎంత పెద్దవి?



సెలెస్టియల్ పర్ల్ డేనియో



ఫిలిప్పైన్ గోబి

? ఇచ్చిన సంఖ్యల శ్రేణిని గమనించండి. ప్రతిపదం తర్వాత మార్పును గుర్తించండి. మరియు నమూనాను విస్తరించండి.

(a) $4, 4\frac{3}{10}, 4\frac{6}{10}$, _____, _____, _____, _____

(b) $8\frac{2}{10}, 8\frac{7}{10}, 9\frac{2}{10}$, _____, _____, _____, _____

(c) $7\frac{6}{10}, 8\frac{7}{10}$, _____, _____, _____, _____

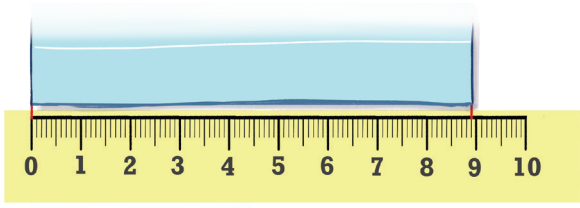
(d) $5\frac{7}{10}, 5\frac{3}{10}$, _____, _____, _____, _____

(e) $13\frac{5}{10}, 13, 12\frac{5}{10}$, _____, _____, _____, _____

(f) $11\frac{5}{10}, 10\frac{4}{10}, 9\frac{3}{10}$, _____, _____, _____, _____

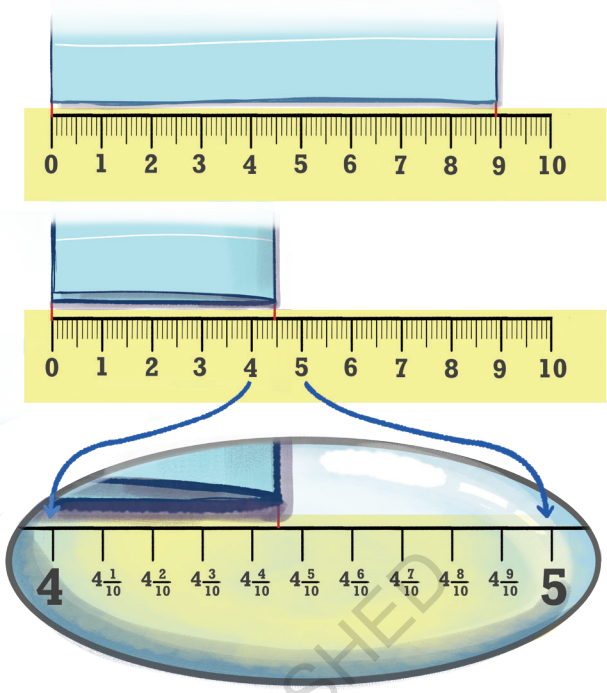
3.3 వందవ భాగం

ఒక కాగితం పొడవు $8\frac{9}{10}$ యూనిట్లు, దీనిని ఎనిమిది యూనిట్లు మరియు 9 పదవ వంతు అని కూడా చెప్పవచ్చు.



@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

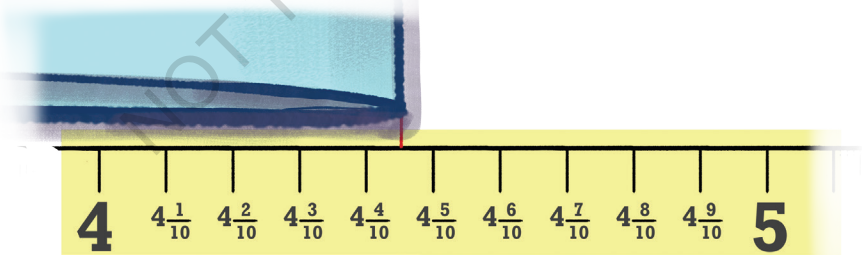
దాని పొడవును సగానికి మడవబడుతుంది, ఇప్పుడు దాని పొడవు ఎంత?



దాని పొడవు $4\ \frac{4}{10}$ యూనిట్లు మరియు $4\ \frac{5}{10}$ యూనిట్ల మధ్య ఉంటుందని, మనం చెప్పగలం, కానీ ఖచ్చితమైన కొలతను మనం చెప్పలేము. ఎందుకంటే దానికి ఎటువంటిగుర్తులులేవు.లేవు.గతంలోచిన్న పొడవులను కొలవడానికి మనం ఒక యూనిట్‌ను 10 పదోవంతులుగా విభజించాము. మనం కూడా ఇలాంటిదే చేసి ప్రతి పదవ వంతును 10 భాగాలుగా విభజించవచ్చు.

? ఈ చిన్న భాగం పొడవు ఎంత? ఎన్ని చిన్న భాగాలు ఒక యూనిట్ పొడవును ఏర్పరుస్తాయి?

కింద చిత్రంలో చూపిన విధంగా ప్రతి పదో వంతు 10 చిన్న భాగాలను కలిగి ఉంటుంది మరియు ఒక యూనిట్లో పదవ వంతు ఉంటాయి. కాబట్టి ఒక యూనిట్ లో 100 చిన్న భాగాలు ఉంటాయి. కాబట్టి ఒక భాగం పొడవు $\frac{1}{100}$ యూనిట్లో అవుతుంది.



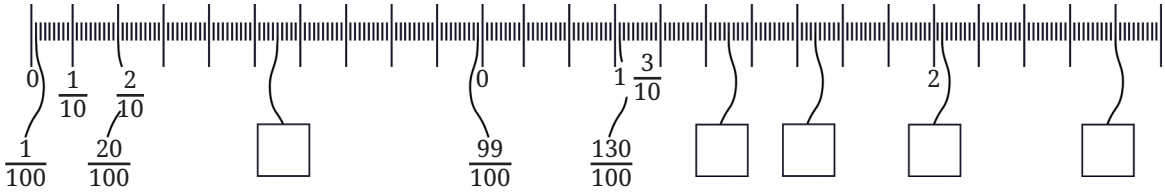
మన ప్రశ్నకు తిరిగి వెళ్తే మడతపెట్టిన కాగితం పొడవు ఎంత?

అది $4\ \frac{4}{10}\ \frac{5}{100}$, 4 యూనిట్లు మరియు **4 పదోవంతులు మరియు 5వందలవంతులు** అని చదువుతాము.

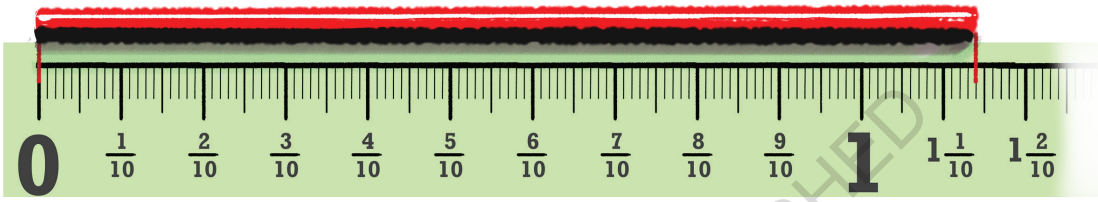
? ఎన్ని వందవ వంతులు పదో వంతు అవుతాయి? పొడవు 4 యూనిట్లు మరియు 45 వందవ వంతు, అని కూడా మనం చెప్పగలమా?

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

? కింద ఉన్న బొమ్మను గమనించండి. 0 నుండి కొలిచినప్పుడు పెట్టెలలో వ్రాయబడిన గుర్తులు మరియు సంబంధిత పొడవులను గమనించండి. ఖాళీ బాక్స్ ల పొడవులను పూర్తి చేయండి.



మొదటి చిత్రంలో వైర్ పొడవు, మూడు రకాలుగా ఇవ్వబడింది. అవి ఒకే పొడవులను ఎలా సూచిస్తాయో మీరు చూడగలరా?

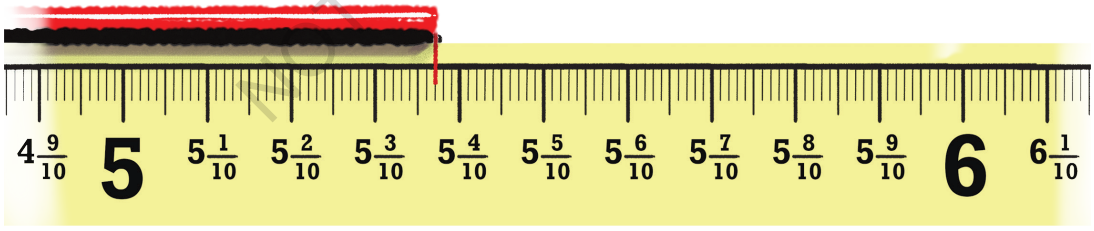


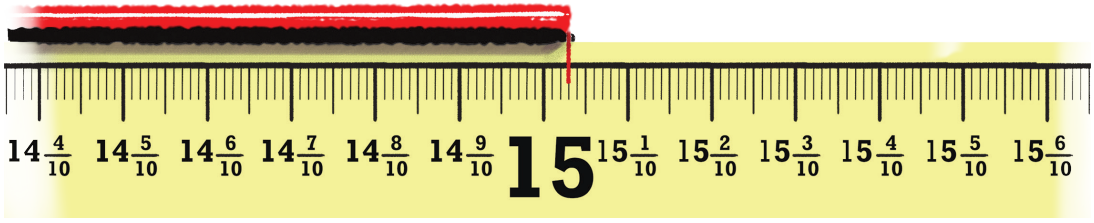
$1\frac{1}{10}\frac{4}{100}$ ఒకటి పదో వంతు మరియు నాలుగు వందవంతులు.

$1\frac{14}{100}$ ఒకటి వందలో పద్నాలుగు వవంతులు.

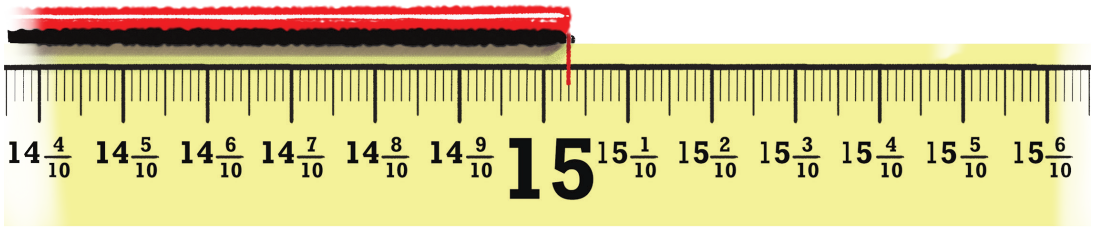
$\frac{114}{100}$ ఒక వంద పద్నాలుగు వందవ వంతులు.

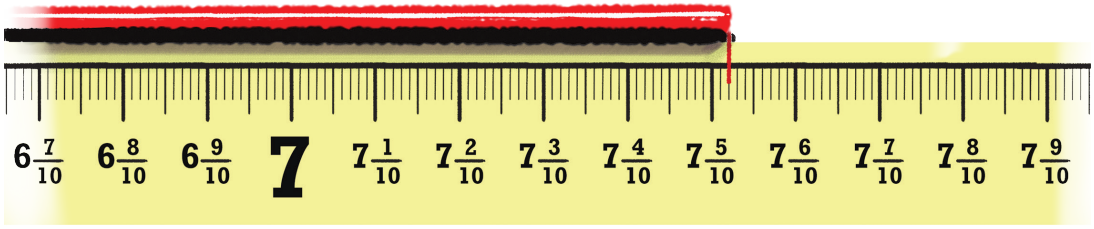
? కింద చూసిన పొడవులకు కొలతలు రాసి, కొలతలను పదాలో చదవండి.

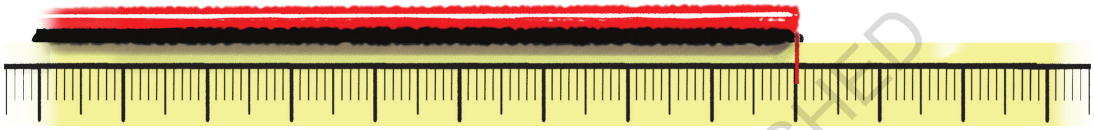




@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

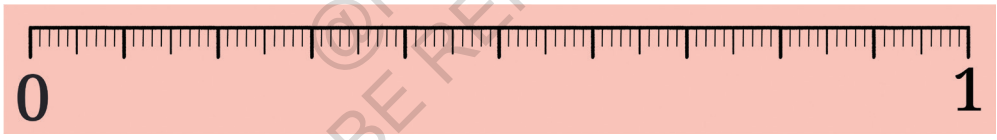




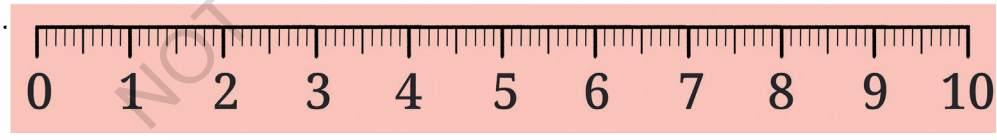


ప్రతి సమూహంలో ఎక్కువ పొడవైన మరియు తక్కువ పొడవులనూ గుర్తించండి. ప్రతి పొడవును స్కేల్ పై గుర్తించండి.

(a) $\frac{3}{10}, \frac{3}{100}, \frac{33}{100}$



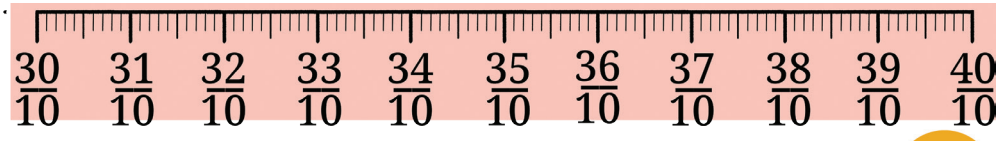
(b) $3\frac{1}{10}, \frac{30}{10}, 1\frac{3}{10}$



(c) $\frac{45}{100}, \frac{54}{100}, \frac{5}{10}, \frac{4}{10}$



(d) $3\frac{6}{10}, 3\frac{6}{100}, 3\frac{6}{10}, \frac{6}{100}$

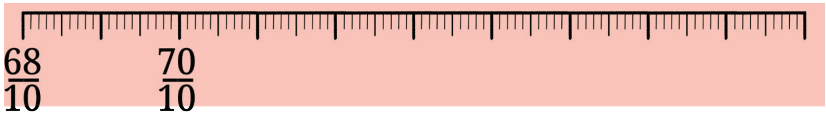


©KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

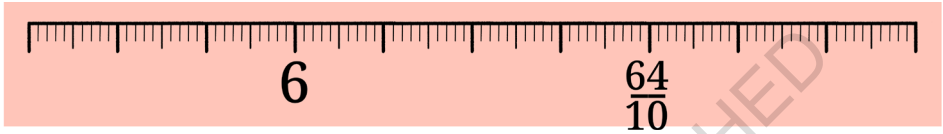
(e) $\frac{8}{10}\ \frac{2}{100}, \frac{9}{100}, 1\frac{8}{100}$



(f) $7\frac{3}{10}\ \frac{5}{100}, 7\frac{5}{10}$



(g) $\frac{65}{10}\ \frac{65}{100}, 5\frac{87}{100}, 5\frac{7}{100}$



? $\frac{3}{10}\ \frac{4}{100}$ మరియు $2\frac{6}{10}\ \frac{8}{100}$ మొత్తం ఎంత?

దీనిని వివిధ మార్గాల్లో పరిష్కరించవచ్చు. కొన్ని కింద ఇవ్వబడ్డాయి.

(a) 1వ పద్ధతి

$$(15 + 2) + \left(\frac{3}{10} + \frac{6}{10}\right) + \left(\frac{4}{100} + \frac{8}{100}\right)$$

$$= 17 + \frac{9}{10} + \frac{12}{100}$$

$$= 17 + \frac{9}{10} + \frac{1}{10} + \frac{2}{100}$$

$$= 17 + \frac{10}{10} + \frac{2}{100}$$

$$= 18\frac{2}{100}.$$

10 వందలు ఒక పదవ వంతుకు సమానం.

(b) 2వ పద్ధతి

$$\begin{array}{rrr} & 15 & \frac{3}{10}\ \frac{4}{100} \\ + & 2 & \frac{6}{10}\ \frac{8}{100} \\ \hline = & 17 & \frac{9}{10}\ \frac{12}{100} \\ = & 17 & \frac{10}{10}\ \frac{2}{100} \\ = & 18 & \frac{2}{100} \end{array}$$

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

? ఈ రెండు పద్ధతులు భిన్నంగా ఉన్నాయా?

? 483 + 268 కు కింద చేసిన దానిని గమనించండి. పైన చూపిన పద్ధతుల మధ్య మీకు ఏవైనా సారూప్యతలు కనిపిస్తున్నాయా?

గణితపు మాట

$$(400 + 80 + 3) + (200 + 60 + 8)$$
$$= (400 + 200) + (80 + 60) + (3 + 8)$$
$$= 600 + 140 + 11$$
$$= 600 + 150 + 1$$
$$= 700 + 50 + 1$$
$$= 751$$

ఈ క్రింది విధంగా 100వ వంతుగా మార్చడం ద్వారా $15\ \frac{3}{10}\ \frac{4}{100} + 2\ \frac{6}{10}\ \frac{8}{100}$ ల మొత్తాన్ని కనుగొనవచ్చు.

(c) $(15 + 2) + \left(\frac{34}{100} + \frac{68}{100}\right)$

$= 17 + \frac{102}{100}$

$= 17 + 1 + \frac{2}{100}$

$= 18\ \frac{2}{100}$.

100 వందవ వంతు 1యూనిట్ కు సమానం

(d) $\left(\frac{1534}{100}\right) + \left(\frac{268}{100}\right)$

$= \frac{1802}{100}$

$= \frac{1802}{100} + \frac{2}{100}$

$= 18\ \frac{2}{100}$.

15 అనేది 1500 వందవ వంతుకు మరియు రెండు అనేది వంతుకు కు సమానం.

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

? వ్యత్యాసం ఎంత: $25\ \frac{9}{10} - 6\ \frac{4}{10}\ \frac{7}{100}$?

దీనిని పరిష్కరించడానికి ఒక మార్గం క్రింది విధంగా ఉంది,

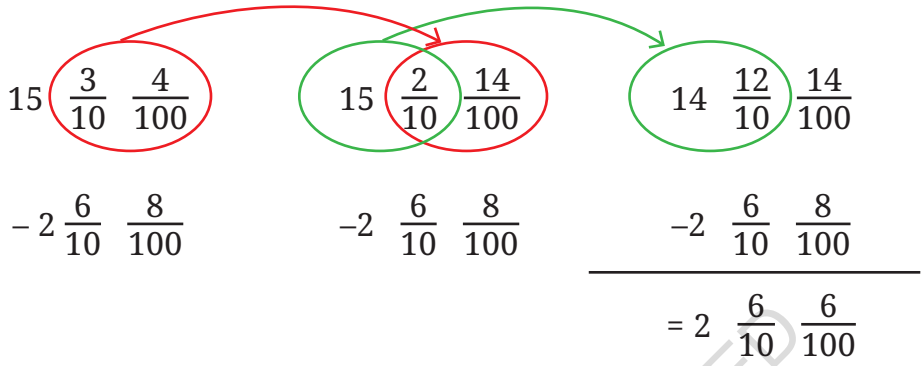
$$25\ \frac{9}{10} \longrightarrow 25\ \frac{8}{10}\ \frac{10}{100} \longrightarrow 25\ \frac{8}{10}\ \frac{10}{100}$$
$$-6\ \frac{4}{10} \qquad -6\ \frac{4}{10}\ \frac{7}{100} \qquad -6\ \frac{4}{10}\ \frac{7}{100}$$
$$= 19\ \frac{4}{10}\ \frac{3}{100}$$

? దీనిని వందవ వంతుగా మార్చడం ద్వారా పరిష్కరించండి.

గణిత చర్చ

$15\frac{3}{10}\frac{4}{100} - 2\frac{6}{10}\frac{8}{100}$ లంభేధం ఎంత?

దీనిని పరిష్కరించే మార్గం కింది విధంగా ఉంది:



$653 - 268$ కు కింద చేసిన వ్యవకలనాన్ని గమనించండి. పైన చూపిన పద్ధతిలో మీకు ఏమైనా సారూప్యత కనిపిస్తున్నాయా?

గణిత చర్చ

$(600 + 50 + 3) - (200 + 60 + 8)$
$= (600 - 200) + (50 - 60) + (3 - 8)2$
$= (600 - 200) + (40 - 60) + (13 - 8)$
$= (600 - 200) + (40 - 60) + 5$
$= (500 - 200) + (140 - 60) + 5$
$= 300 + 80 + 5$
$= 385.$

? **వీటిని కనుగొనండి**

మొత్తం మరియు తేడాను కనుక్కోండి.

(a) $\frac{3}{10} + 3\frac{4}{100}$

(b) $9\frac{5}{10}\frac{7}{100} + 2\frac{1}{10}\frac{3}{100}$

(c) $15\frac{6}{10}\frac{4}{100} + 14\frac{3}{10}\frac{6}{100}$

(d) $7\frac{7}{100} - 4\frac{4}{100}$

(e) $8\frac{6}{100} - 5\frac{3}{100}$

(f) $12\frac{6}{100}\frac{2}{100} - \frac{9}{10}\frac{9}{100}$

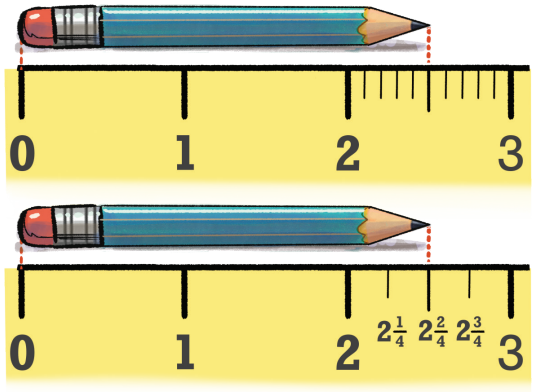
3.4 దశాంశ స్థాన విలువ

మనం ఏదైనా వస్తువును మరించి ఖచ్చితంగా కొలవలసి వచ్చినప్పుడు, ఒక భాగాన్ని 10 (చిన్న) సమాన భాగాలుగా విభజిస్తాము. ఒక యూనిట్ ను 10 పదవవంతుగా విభజించి, ఆపై ప్రతి పదం పదవవంతు ను 10 వందవ వంతుగా విభజించి, ఆ తర్వాత ఈ చిన్న బాగాలను ఉపయోగించి కొలుస్తాము.

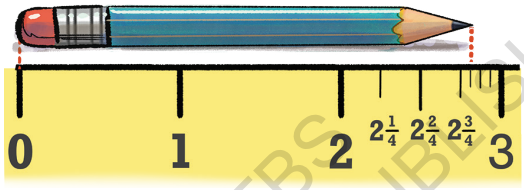
@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

? మనం ఒక యూనిట్ ను 4 సమాన భాగాలుగా, 5 సమాన భాగాలుగా, 8 సమానభాగాలుగా లేదా మరేదైనా సమానభాగాలుగా విభజించలేమా?

అవును, మనం చేయగలం. యూనిట్ ను 10 సమాన భాగాలుగా విభజించినప్పుడు మరియు 4 సమాన భాగాలుగా విభజించినప్పుడు, ఒకే పొడవు ఎలా సూచించబడుతుందో, క్రింద ఉన్న ఉదాహరణ తో పోల్చి చూపబడింది.



మరింత ఖచ్చితమైన కొలత అవసరమైతే ప్రతి పాతిక భాగాన్ని నాలుగు సమాన బాగాలుగా విభజించవచ్చు అప్పుడు ప్రతి భాగాన్ని ఒక యూనిట్ యొక్క కొలతలు అంటే $\frac{1}{16}$ యూనిట్లు 16 అటువంటి భాగాలు ఒక యూనిట్ అవుతుంది.



? అయితే ప్రతిసారి ఒక యూనిట్ ను 10 బాగాలుగా ఎందుకు విభజించాలి?

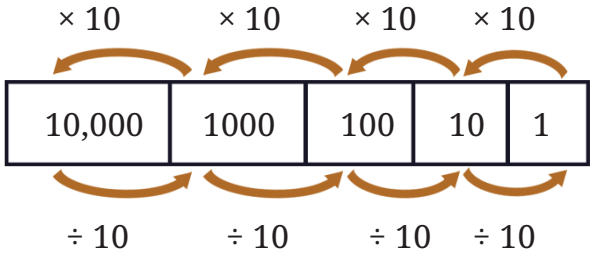
దీనికి కారణం భారతీయ స్థాన విలువులు పద్ధతి 10కి ప్రత్యేక పాత్ర ఉంది. రాయబడిన పూర్ణ సంఖ్యకు ఉదాహరణ 2 యొక్క స్థాన విలువ వందలు (100), 8 యొక్క స్థాన విలువలు పదులు(10) మరియు 4 యొక్క స్థాన విలువ ఒకటి (1), పతి స్థాన విలువ దాని కుడివైపున ఉన్న దానికంటే పది రెట్లు పెద్దది. అనుగుణంగా, ప్రతి స్థాన విలువ దాని ఎడమవైపు ఉన్న దానికంటే, పది రెట్లు చిన్నది.

10 ఒక్కట్లు కలిపితే 1పది.

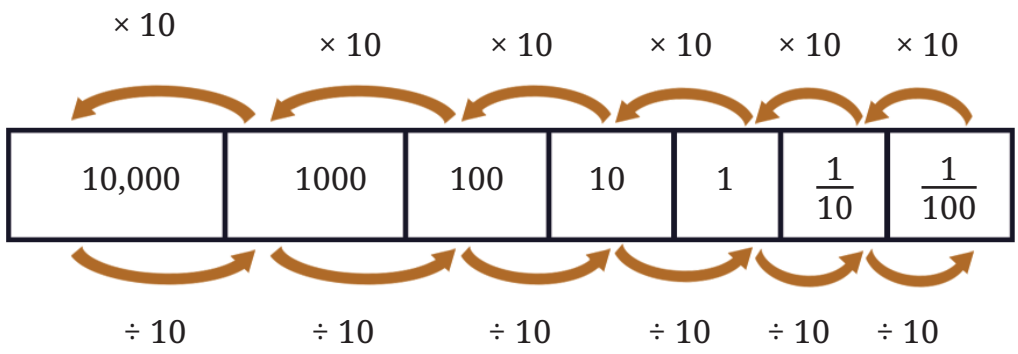
10 పదులు ఒక వందను చేస్తాయి.

10 వందలు ఒక వెయ్యిని చేస్తాయి. మొదలైనవి.

ఈ సంఖ్యలను ఒకటికంటే చిన్న పరిమాణాలకు రాయడానికి, మనం ఒకటిని, 10 సమాన భాగాలుగా విభజిస్తాము. ఇది ఏమి సూచిస్తుంది? ఇది పదో వంతు వస్తుంది. దానిని పది భాగాలుగా విభజించడం వల్ల 100 వస్తుంది, మరియు ఇలాగే కొనసాగుతుంది.



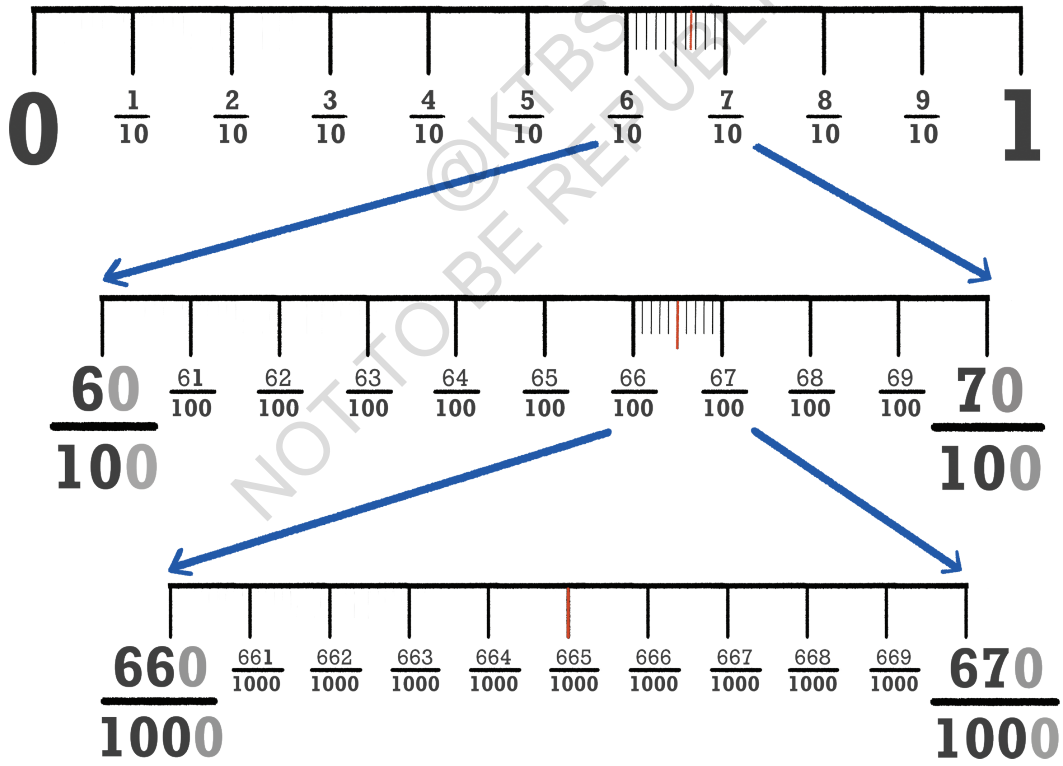
@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED



? దీనిని మనం ఇంకా పొడిగించవచ్చా?

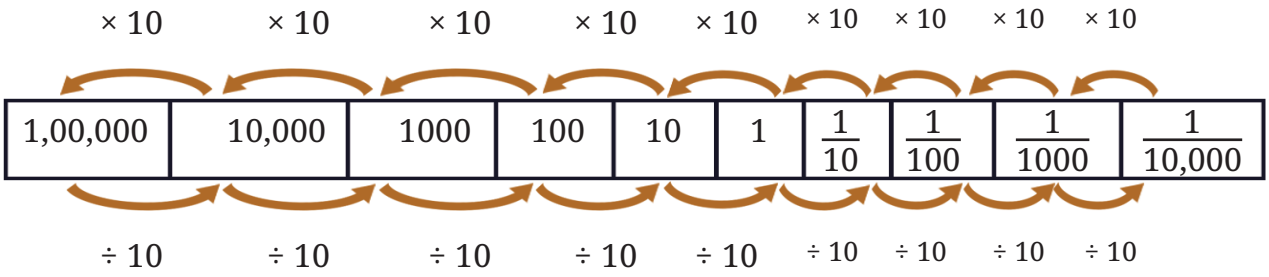
? $\frac{1}{1000}$ సుపది సమాన భాగాలుగా విభజించినప్పుడు భిన్నం ఎంత అవుతుంది.

అది $\frac{1}{1000}$ అవుతుంది. అంటే వెయ్యి అలాంటి భాగాలు ఒక యూనిట్ గా తయారవుతాయి.



@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

మనం 10000 కి ఎడమవైపుకు విస్తరించినప్పుడు ప్రతి అడుగులో మనకు పెద్ద స్థాన విలువ లబిస్తాయి. అలాగే కుడివైపుకు విస్తరించినప్పుడు, ప్రతి అడుగులో చిన్న విలువ మనం 10000 కి ఎడమవైపుకు విస్తరించినప్పుడు ప్రతి అడుగులో మనకు పెద్ద స్థాన విలువ లబిస్తాయి. అలాగే కుడివైపుకు విస్తరించినప్పుడు, ప్రతి అడుగులో చిన్న విలువ $\frac{1}{1000}$ వస్తుంది. వస్తుంది.



ఈ విధంగా సంఖ్యలను రాయడం దశాంశ పద్ధతి అని పిలుస్తారు. ఎందుకంటే ఇది 10 అనే సంఖ్య పై ఆధారపడి ఉంటుంది. 'డిసెం' అంటే లాటిన్ లో పది అని అర్థం. ఇది సంస్కృతం లో దశ అంటే పదికి సంబంధించినది. 10కి సమానమైన పదాలు ఒడియా, కొంకని, మరాఠీ, గుజరాతి, హిందీ, కాశ్మీరీ, బోడో మరియు అస్సామీల తో సహా అనేక భారతీయ భాషలలో కనిపిస్తాయి. తర్వాత తరగతులలో సంఖ్యలను రాయడానికి ఇతర మార్గాల గురించి మనం నేర్చుకుంటాం.

ఎంత పెద్దది?

100 పదులు వెయ్యిని చేస్తాయి, వంద 100లు 10000 చేస్తాయని మనకు ఇదివరకే తెలుసు.

? భిన్నాల భాగాల గురించి మనం ఇలాంటి ప్రశ్నలు అడగవచ్చు:

(a) ఎన్ని వేలవంతులు ఒక యూనిట్ అవుతుంది?

(b) ఎన్ని వేలవంతులు ఒక పదో వంతులు కు సమానం అవుతుంది?

(c) ఎన్ని వేలవంతులు 100వ వంతుకు సమానం అవుతాయి?

(d) ఎన్ని పదోవంతులు ఒక పదికి సమానమవుతాయి?

(e) ఎన్ని 100వ వంతులు ఒక 10కి సమానమవుతాయి?

? ఇలాంటి మరికొన్ని ప్రశ్నలు వేసి వాటికి సమాధానాలు ఇవ్వండి.

సంఖ్య గుర్తులు రాయడం మరియు చదవడం.

మనం సంఖ్యలను 4×100 (4 వందలు) + 5×10 (5 పదులు) + 6×1 (6 ఒకట్లు) అని రాయడానికి బదులుగా ఒక ప్రత్యేక పద్ధతిలో, 456 అని రాస్తున్నాము అదేవిధంగా మనం పదో వంతు మరియు 100వ వంతు రాయడం కూడా ఇలా చేయవచ్చు.

$4\frac{2}{10}$ ని 42 $\left(\frac{1}{10}\right.$ లో $2 \times \frac{1}{10}$ వదిలివేసి$\left.\right)$ అని రాయవచ్చు.

గణితపు మాట

అవును అయితే, 42 అంటే నాలుగు పదులు మరియు రెండు ఒకట్లు లేదా నాలుగు యూనిట్లు మరియు రెండు పదవవంతులు అని తెలుస్తుంది?

అదేవిధంగా 705 అంటే:

(a) 7 వందలు, 0 పదులు మరియు 5 ఒకట్లు. (700+0+5)

(b) పదులు మరియు సున్నా ఒకట్లు, మరియు ఐదు పదోవంతులు. $\left(70 + 0 + \frac{5}{10}\right)$

© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

(c) 7 ఒకట్లు మరియు సున్నా పదోవంతులు మరియు ఐదు వందోవంతులు $\left(7 + \frac{0}{10} + \frac{5}{100}\right)$

ఇవి వేర్వేరు పరిమాణాలు కాబట్టి వీటిని వ్రాయడానికి మనకు ప్రత్యేకమైన విధానం ఉండాలి.

పూర్ణాంకాలు అంతమయ్యే మరియు చిన్న భాగాలు ప్రారంభమయ్యే స్థాన విలువను గుర్తించడానికి, మనం ఒక బిందువు లేదా చుక్క('.')ను ఉపయోగిస్తాము దీనిని దశాంశ బిందువు అని పిలుస్తారు.

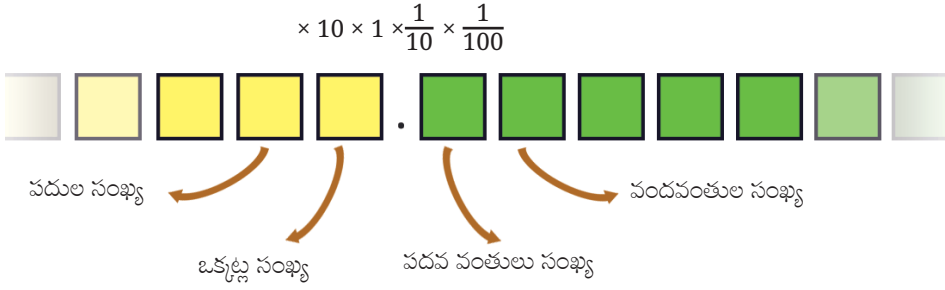
దశాంశమానంలో పైన పేర్కొన్న పరిమాణాలు:

పరిమాణం	దశాంశమానం
7 వందలు మరియు 5 5ఒకట్లు. (700 + 0 + 5)	705
7 పదులు మరియు 5 పదోవంతులు $\left(70 + 0 + \frac{5}{10}\right)$	70.5
7 ఒక్కట్లు మరియు 5 వందవ వంతులు. $\left(7 + 0 + \frac{5}{100}\right)$	7.05

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

స్థాన విలువ ద్వారా చూపబడినప్పుడు ఈ సంఖ్యలు ఈ క్రింది విధంగా ఉంటాయి.

దశాంశ సంఖ్య	వందలు	పదులు	ఒక్కట్లు	పదవ వంతు	వందవ వంతు
705	7×100	0×10	5×1		
70.5		7×10	0×1	$5 \times \frac{1}{10}$	
7.05			7×1	$0 \times \frac{1}{10}$	$5 \times \frac{1}{100}$



కాబట్టి దశాంశమానం అనేది భారతీయ స్థాన విలువ వ్యవస్థ యొక్క సహజ విస్తరణ, ఇది భిన్న భాగాలను కలిగి ఉన్న సంఖ్యలకు కూడా వర్తిస్తుంది. 705 అంటే $7 \times 100 + 5 \times 1$ అని అర్థం. సంఖ్య 70.5 అంటే $7 \times 10 + \frac{5}{10}$, మరియు 7.05 అంటే $7 \times 1 + \frac{5}{100}$. దశాంశ బిందువు (‘.’) ఉపయోగించి సంఖ్యలను ఎలా వ్రాయాలో మనం చూసాము, కానీ ఈ సంఖ్యలను మనం ఎలా చదవాలి.

705 ను **ఏడు ఐదు** అని చదువుతారని మనకు తెలుసు

70.5 **డెబ్భై బిందువు ఐదును** కుప్పగా డెబ్భై మరియు **ఐదు పదవవంతులు**.

7.05 ను **ఏడు బిందువు సున్నా ఐదు** అని చదువుతాము, కుప్పగా **ఏడు మరియు వంద లో ఐదవవంతు**.

0.274 ను **పదో వంతు మరియు ఏడు నాలుగు** అని చదువుతాం. 0.274 అంటే **రెండు పదో** వంతు **మరియు ఏడు వందల** వంతు మరియు **నాలుగు వెయ్యో వంతు కాబట్టి** మనం దానిని సున్నా **బిందువు రెండూ వందల నాలుగు గా** చదవము.

? పైన చూపిన విధంగా ఒక స్థాన విలువ పట్టికను తయారు చేయండి. ప్రతి పరిమాణాన్ని దశాంశ రూపంలో మరియు స్థాన విలువ పరంగా రాసి, సంఖ్యను చదవండి.

(a) 2 ఒక్కట్లు, 3 పదవ వంతు మరియు 5 వందల వంతు.

(b) 1 పదులు మరియు 5 పదోవంతులు.

(c) 4 ఒకట్లు మరియు 6వందల వంతు.

(d) 1 వంద, 1 ఒకట్లు మరియు 1 వందో వంతు,

(e) $\frac{8}{100}$ మరియు $\frac{9}{10}$

(f) $\frac{5}{100}$

(g) $\frac{1}{10}$

(h) $2\frac{1}{100}$, $4\frac{1}{10}$ మరియు $7\frac{7}{1000}$

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

పెద్ద సంఖ్యలు అనే అధ్యాయంలో, 23 వందలను ఎలా రాయాలో నేర్చుకున్నాము.

23 వందలు = $23 \times 100 = 2000 + 300 = 2300$.

వేలు	వందలు	పదులు	ఒకట్లు
	23		
2	3	0	0

అదేవిధంగా 23 పదులు ఇలా ఉంటాయి.

23 ఎదులు = $23 \times 10 = 200 + 30 = 230$.

వేలు	వందలు	పదులు	ఒకట్లు
		23	
	2	3	0

? 234 పదో వంతులను దశాంశ రూపంలో ఎలా రాయగలం?

234 పదోవంతు = $\frac{234}{10}$

= $\frac{200}{10} + \frac{30}{10} + \frac{4}{10}$

= $20 + 3 + \frac{4}{10}$

= 23.4.

వందలు	పదులు	ఒకట్లు	పదో వంతు	వందో వంతు
			234	
	2	3	4	

? ఈ పరిమాణాలను దశాంశ రూపంలో రాయండి. (a) 234 వందల వంతు. (b) 105 పదో వంతు

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

3.5 కొలతల యూనిట్లు

పొడవు పరివర్తన

మనం కొన్ని సంవత్సరాలుగా పొడవును కొలవడానికి స్కేల్ ఉపయోగిస్తున్నాము 1 cm = 10 mm (millimeters) అని మనకు తెలుసు.

? ఒక mm కు ఎన్ని cm ?

1 mm = $\frac{1}{10}$ cm = 0.1 cm (అంటే cm లోపదో వంతు).

? (a) 5 mm? (b) 12 mm ఎన్ని cm?

5 mm = $\frac{5}{10}$ cm = 0.5 cm

12 mm = 10 mm + 2 mm

= 1 cm + $\frac{2}{10}$ cm

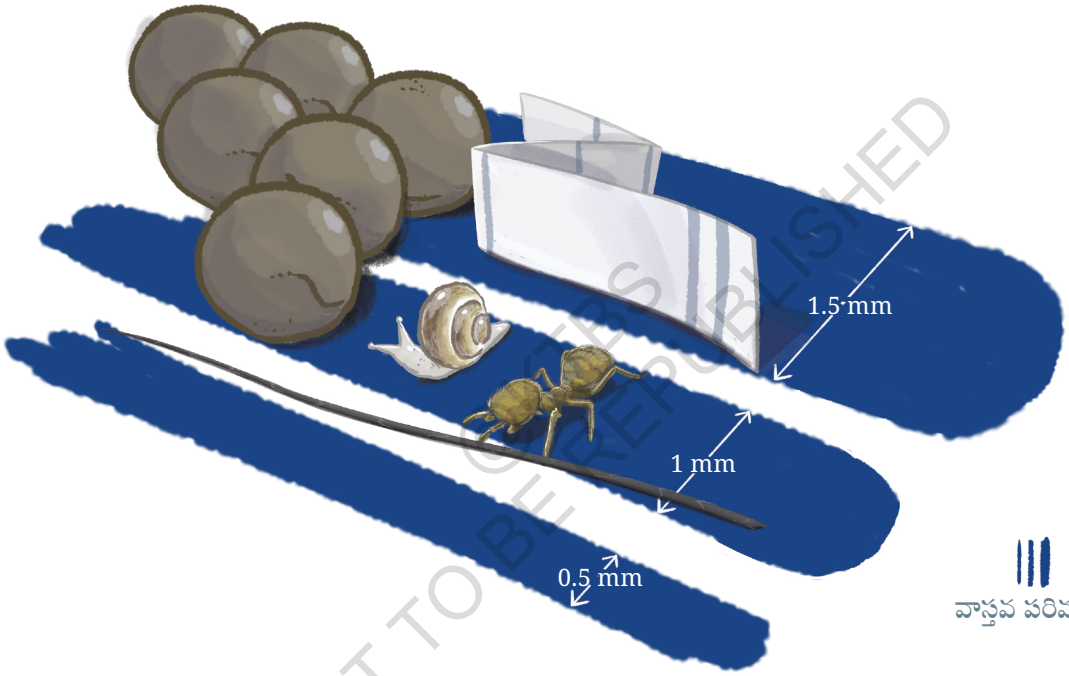
= 1.2 cm

5.6 cm అంటే ఎన్ని mm? ప్రతి cm కు 10 mm లు కాబట్టి, 5.6 cm (5 cm + 0.6 cm) 56 mm.

? కింద ఉన్న ఖాళీలను పూర్తి చేయండి (mm <–> cm)

12 mm = 1.2 cm	56 mm = 5.6 cm	70 mm = _____
_____ = 0.9 cm	134 mm =_____	_____ = 203.6 cm

కొన్ని వస్తువులు ఎంత చిన్న వో కింద ఉన్న బొమ్మ చూపిస్తుంది. ప్రతి దాని యొక్క సుమారు కొలత తీసుకోవడానికి ప్రయత్నించండి.



© NCERT NOT TO BE REPUBLISHED

- మూడు నీలిరంగుచారల పెన్ గీతల యొక్క సాధారణ సాపేక్ష పరిమాణాలను సూచిస్తాయి. పెన్ గీతలు. చిన్న గీత, మధ్యస్థ గీత, పెద్ద గీత.
- మానవ వెంట్రుక మందం దాదాపు 0,1mm.
- వార్తాపత్రిక మందం 0.05 నుండి 0.08mm వరకు ఉంటుంది.
- ఆవాలు 1–2 mm మందం కలిగి ఉంటుంది.
- ఇప్పటివరకు కనుగొనబడిన అతి చిన్న చీమల జాతి కారాబేర బ్రూని, మొత్తం పొడవు 0.8– 1mm ఇవి శ్రీలంక మరియు చైనాలలో కనిపిస్తాయి.
- ఇప్పటివరకు కనుగొనబడిన అతి చిన్న నత్త జాతి అక్మెల్లా నానా, దీని సెల్ వ్యాసం 0.7 mm. ఇవి మలేషియాలో కనిపిస్తాయి.

1 m = 100 cm అని కూడా మనకు తెలుసు. దీని ఆధారంగా మనం ఇలా చెప్పవచ్చు.

$$1 \text{ cm} = \frac{1}{100} \text{ m} = 0.01 \text{ m}.$$

? (a) 10 cm? (b) 15 cm అంటే ఎన్ని m?

$10\text{ cm} = \frac{1}{10}\text{ m} = 0.1\text{ m}$

ప్రతి cm, m కు వంద వ వంతు కాబట్టి 15 cm ఇలా రాయవచ్చు.

$15\text{ cm} = \frac{15}{100}\text{ m}$

$= \frac{10}{100}\text{ m} + \frac{5}{100}\text{ m}$

$= \frac{1}{10}\text{ m} + \frac{5}{100}\text{ m}$

$= 0.15\text{ m}.$

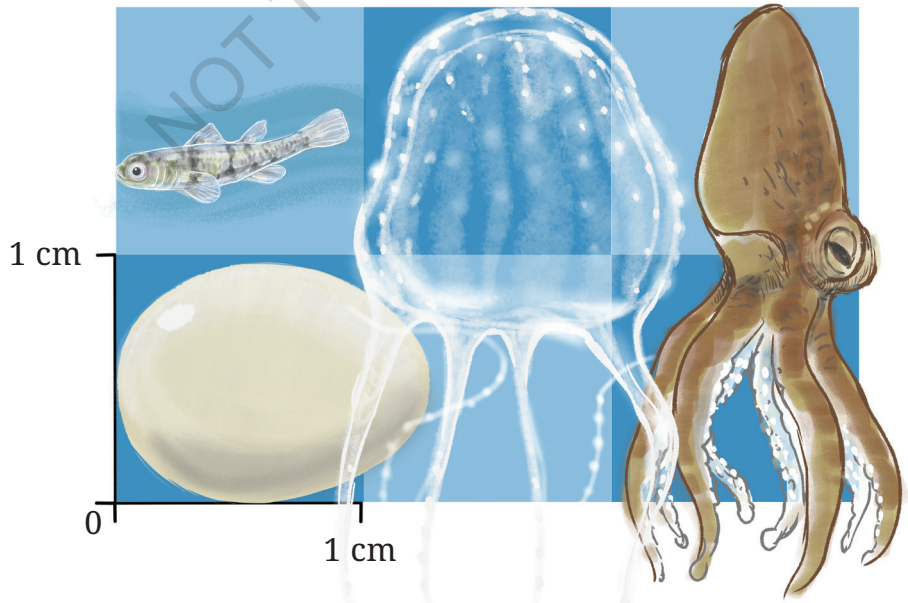
? కింది ఖాళీలను పూర్తి చేయండి (cm <–> m):

36 cm = _____	50 cm = _____	_____ = 0.89 m
4 cm = _____	325 cm = _____	_____ = 2.07 m

? ఒక m ఎన్ని mm కలిగి ఉంటుంది?

? $1\text{ mm} = \frac{1}{1000}\text{ m}$ అని రాయగలమా?

ప్రకృతిలోని చిన్న విషయాల గురించి మరికొన్ని ఆసక్తికరమైన విషయాలు ఇక్కడ ఉన్నాయి.



@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

- హమ్మింగ్ బర్డ్ గుడ్లు సాధారణంగా 1.3 cm పొడవు మరియు 0.9 cm వెడల్పు ఉంటుంది.
- పిలిప్పైన్ గోబీ గోబీ దాదాపు 0.9 cm ల పొడవు ఉంటుంది దీనిని ఫిలిప్పీన్స్ మరియు ఇతర ఆగ్నేయ దేశాలలో చూడవచ్చు.
- మనకు తెలిసిన అతి చిన్న జెల్లీ ఫిష్ ఇరుకండ్రి గెంట పరిమాణం 0.5– 2.1జఱు cm ఉంటుంది. దీని నెట్టికల్స్ 1m వరకు పొడవు ఉంటాయి. ఇవి ఆస్ట్రేలియాలో కనిపిస్తాయి. దీని విషయం మానవులకు ప్రాణాంతకం కావచ్చు.
- స్టార్ సక్కర్ పిగ్ మీ అక్టోపస్ అని కూడా పిలవబడే వోల్ఫీ ఆక్టోపస్ ప్రపంచంలోనే అతి చిన్న ఆక్టోపస్ వాటి సాధారణ పరిమాణం 12.5cm మరియు వాటి బరువు 1gm కంటే తక్కువ అవి పసిఫిక్ సముద్రంలో కనిపిస్తాయి.

బరువు పరివర్తన.

కిలో గ్రాములు (kg) చూద్దాం (kg) = 1000 గ్రాములు (g) అని మనకు తెలుసు.

$$1\ g = \frac{1}{1000}\ kg = 0.001\ kg.$$

? 5 g అంటే ఎన్ని కిలో గ్రాములు

$$5\ g = \frac{5}{1000}\ kg = 0.005\ kg.$$

? 10 g అంటే ఎన్ని కిలో గ్రాములు?

$$10\ g = \frac{10}{1000}\ kg = \frac{1}{100}\ kg = 0.010\ kg.$$

ప్రతి గ్రామ కిలోలో వెయ్యో వంతు కాబట్టి 254 g ను ఈ విధంగా రాయగలము.

$$254\ g = \frac{254}{1000}\ kg$$

$$= \left(\frac{200}{1000} + \frac{50}{1000} + \frac{4}{1000}\right) kg$$

$$= \left(\frac{2}{10} + \frac{5}{100} + \frac{4}{1000}\right) kg$$

$$= 0.254\ kg.$$

? కింది ఖాళీలను పూర్తి చేయండి (g <–> kg)

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

465 g = _____	68 g = _____	1560 g = _____
704 g = _____	_____ = 0.56 kg	_____ = 2.5 kg

బియ్యాన్ని వివిధ పరిమాణాలలో చూపిస్తున్న కింద ఉన్న చిత్రాన్ని చూడండి. 1g కుప్ప నుండి ప్రారంభించి ఎనుపటి, కుప్ప/ప్యాకెట్ కంటే పది రెట్లు బరువుగా ఉన్న తదుపరి, కుప్పలను కనుగొనవచ్చు. ఈ చిత్రంలో బియ్యం మొత్తం బరువు 11.111 kg.



@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

అలాగే,

$$1 \text{ గ్రాము} = 1000 \text{ మిల్లీ గ్రాములు (mg). కాబట్టి } 1 \text{ mg} = \frac{1}{1000} \text{ g} = 0.001 \text{ g.}$$

రూపాయలు – పైసలు పరివర్తన.

మీరు పైసా గురించి వినే ఉంటారు. 100 పైసలు అంటే 1 రూపాయికి సమానం. మన దగ్గర రూపాయికి నాణ్యాలు మరియు నోట్లు ఉన్నందున పైసలకు నాణేలు కూడా ఇటీవల వరకు సాధారణంగా ఉపయోగించబడ్డాయి. 1 పైసా, 2 పైసలు, 3 పైసలు, 5 పైసలు, 10 పైసలు, 20 పైసలు, 25 పైసలు మరియు 50 పైసలు నాణ్యాలు ఉండేవి. 2011 సంవత్సరంలో 25 పైసలు మరియు అంతకంటే తక్కువ విలువ కలిగిన అన్నింటిని వాడకం నుండి తొలగించారు. కానీ మనం ఇప్పటికీ బిల్లులు, ఖాతా స్టేట్మెంట్లు మొదలైన వాటిలో పైసలను చూపిస్తాము.

$$1 \text{ రూపాయి} = 100 \text{ పైసలు}$$

$$1 \text{ పైసా} = \frac{1}{100} \text{ రూపాయలు} = 0.01 \text{ రూపాయలు}$$

ప్రతి పైసా రూపాయలు 100 వంతు కాబట్టి,

$$75 \text{ పైసలు} = \frac{75}{100} \text{ రూపాయలు}$$

$$= \left(\frac{70}{100} + \frac{5}{100}\right) \text{రూపాయలు}$$

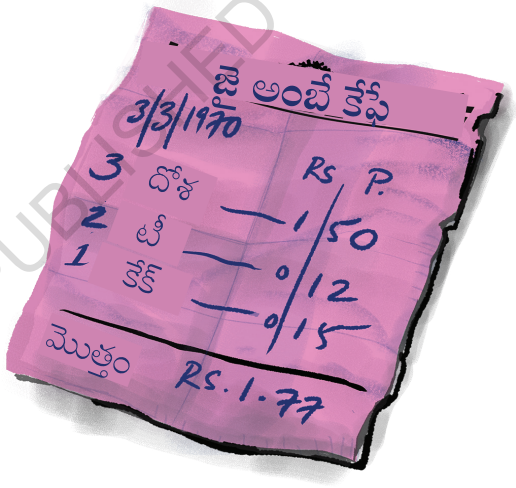
$$= \left(\frac{7}{100} + \frac{5}{100}\right) \text{రూపాయలు}$$

$$= 0.75 \text{ రూపాయలు.}$$

? కింద ఉన్న ఖాళీలను పూరించండి (రూపాయి <–> పైసలు).

10 p = _____	_____p = ₹0.05	_____p = ₹0.36
_____ = ₹ 0.50	99 p = _____	250 p = _____

1970 లలో మసాలా దోశ ధర కేవలం 50 పైసలు, ఒక అరటిపండు 20– 25 పైసలకు కొనగలిగేది. ఒక గుప్పెడు పిప్పరిమెంటు, 2 పైసలు లేదా 3 పైసలుకు లభించేది మరియు ఒక కిలో బియ్యం ధర ₹2.45.



@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

ఇంట్లో /పాఠశాలలో పెద్దలతో వారి బాల్యంలో వివిధ ఉత్పత్తులు మరియు సేవల ధరల గురించి చర్చించండి. దీనిని ప్రయత్నించండి

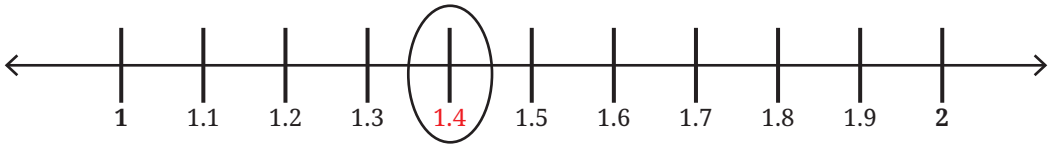
పాత నాణ్యాలు మరియు స్టాంపులను కనుగొనడానికి ప్రయత్నించండి.



3.6 దశాంశాలను గుర్తించడం మరియు పోల్చడం.

దశాంశ సంఖ్య 1.4 ను పరిశీలిద్దాం. ఇది 1 యూనిట్ మరియు 4పదవవంతులకు సమానం. దీని అర్థం

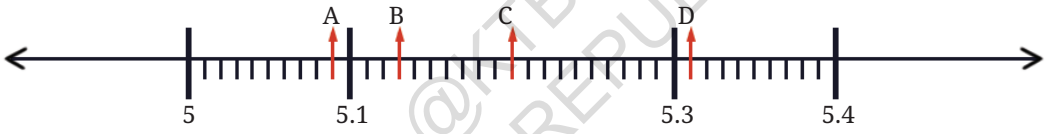
1 మరియు 2 మధ్య ఉన్న యూనిట్, 10 సమాన భాగాలుగా మరియు అలాంటి నాలుగు భాగాలు తీసుకోబడ్డాయి. కాబట్టి 1.4 అనేది 1 మరియు 2 ల మధ్య ఉంటుంది. సంఖ్యా రేఖను గీసి, 1మరియు 2 మధ్య ఉన్న యూనిట్ను, పది సమాన భాగాలుగా విభజించండి. నాలుగవ భాగాన్ని తీసుకోండి, మరియు మనకు సంఖ్యా రేఖ పై 1.4 ఉంటుంది.



? సంఖ్య రేఖ పై 1 మరియు 1.1 మధ్య ఉన్న అన్ని విభాగాలను పేర్కొనండి.



? అక్షరాలకు ఎదురుగా ఉన్న దశాంశ సంఖ్యలను గుర్తించి రాయండి.



@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

సున్న గురించి సందిగ్ధత!

? 20.2 ని 0. 20, 0.200 అని కూడా రాయవచ్చు అని సోను అంటున్నాడు. కుడివైపున సున్నాలు ఉంచడం వల్ల దశాంశ సంఖ్య విలువ మారవచ్చునని జారా బావిస్తుంది. మీరేమనుకుంటున్నారు?

స్థాన విలువను ఉపయోగించి ఈ సంఖ్యలు సూచించి పరిమాణాలను చూడటం ద్వారా మనం దీనిని గుర్తించవచ్చు.

పందలు	పదులు	ఒకట్లు	పదో వంతు	వందో వంతు
0.2	0	2		
0.20	0	2	0	
0.200	0	2	0	0
0.02	0	0	2	
0.002	0	0	0	2

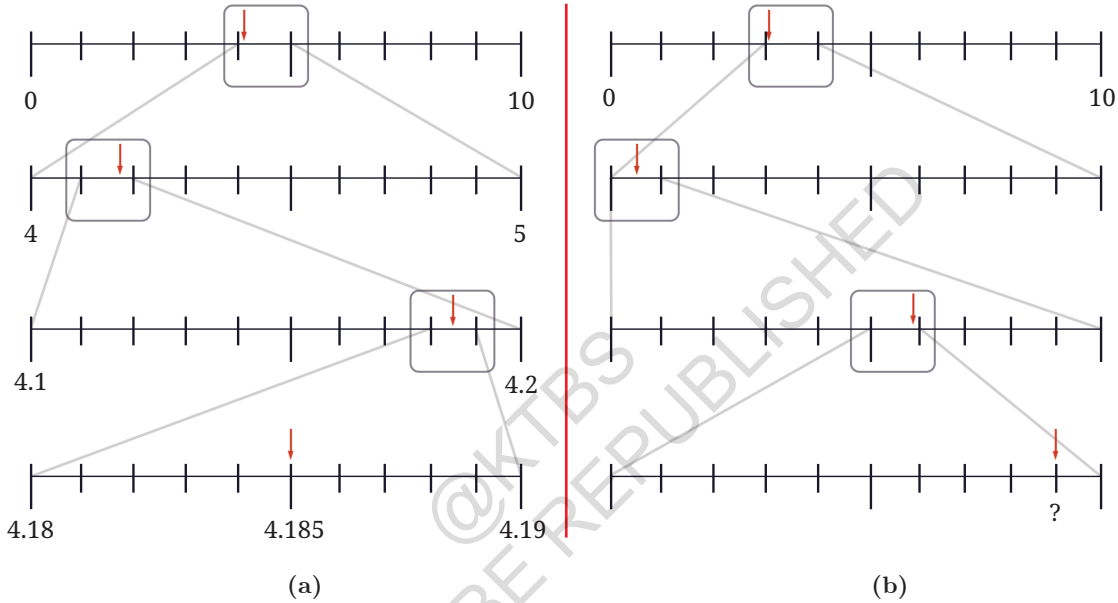
0.2, 0.20, 0.200 అన్ని సమానము అని మనం చూడవచ్చు ఎందుకంటే అవి ఒకే పరిమాణాన్ని సూచిస్తాయి అంటే రెండు పదవ వంతు కానీ 0.2, 0.02 మరియు 0.002 భిన్నంగా ఉంటాయి.

? వీటిలో ఏది చిన్నదో ఏది పెద్దదో మీరు చెప్పగలరా?

? వీటిలో ఏవి ఒకేలా ఉన్నాయి 4.5, 4.05, 0.405, 4.050, 4.50, 4.005, 04.50?

కింద ఉన్న చిత్రంలో (a) లోని సంఖ్య రేఖలను గమనించండి. ప్రతి స్థాయిలో 4.185 సంఖ్యను గుర్తించడానికి సంఖ్యా రేఖ యొక్క ఒక నిర్దిష్ట భాగాన్ని పెద్దదిగా చేశారు.

? చిత్రం (b) లోని '?' తో సూచించబడిన చివరి సంఖ్య రేఖలోని దశాంశ సంఖ్యను గుర్తించండి..

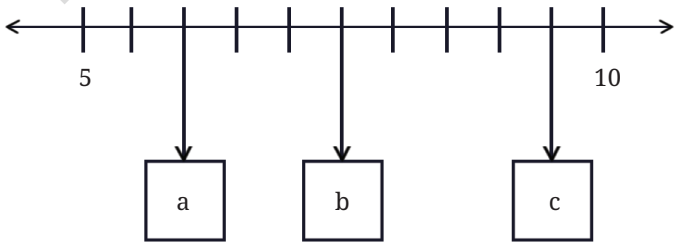


(a) (b)

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

? దశాంశ సంఖ్యకు ఈ క్రింది సంఖ్య రేఖలను గీయండి: (a) 9.876 (b) 0.407.

? కింద చూపిన సంఖ్య రేఖలు 'a', 'b' మరియు 'c' అనే లేబుల్ చేయబడిన పెట్టలు, ఏ దశాంశ సంఖ్యలను సూచిస్తాయి?

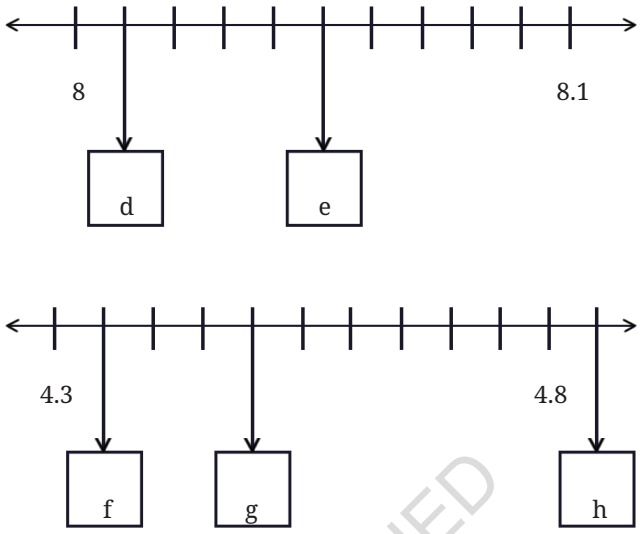


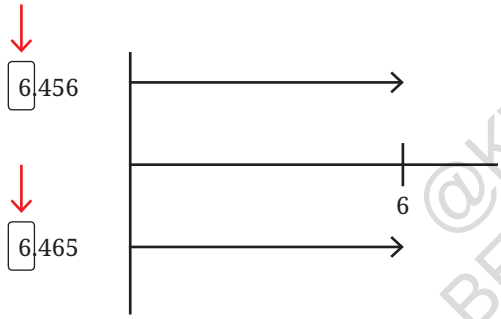
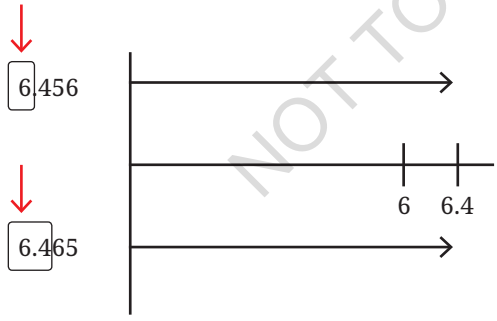
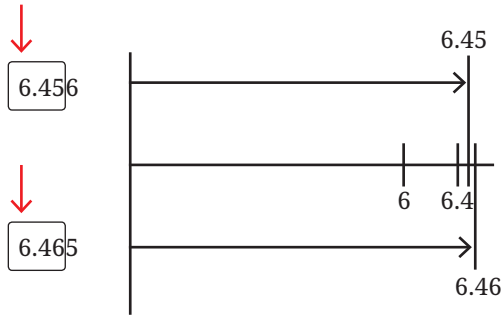
'b' ఉన్న పెట్టే దశాంశ సంఖ్య 7.5 కి అనుగుణంగా ఉంటుంది. మీరు ఎలాగో చూడగలరా? 5 మరియు 10 మధ్య 5 యూనిట్లు ఉన్నాయి. వాటిని పది సమాన భాగాలుగా విభజించారు. అందువల్ల ప్రతి రెండు విభాగాలు ఒక యూనిట్ ను ఏర్పరుస్తాయి మరియు ప్రతి ½ భాగం ని సమానంగా ఉంటాయి. యూనిట్ 'a' మరియు 'c' ఏ సంఖ్యలను సూచిస్తాయి?

ఇలాంటి తార్కికత ఉపయోగించి కింద ఇవ్వబడిన పెట్టెలలో దశాంశ సంఖ్యలను కనుక్కోండి..

ఏది 6.456 లేదా 6.465?

దీనికి సమాధానం చెప్పడానికి దశాంశ సంఖ్యలను గుర్తించి, ఏది పెద్దదో చూపించడానికి మనం సంఖ్యా రేఖను ఉపయోగించవచ్చు. పూర్ణ సంఖ్యలతో చేసినట్లుగా ప్రతి స్థాన విలువ వద్ద సంబంధిత అంకెలను పోల్చడం ద్వారా కూడా దీనిని చేయవచ్చు ఈ పోలికలు కింద దశలవారీగా దృశ్యమానం చేయబడింది క్రింద ఉన్న దృశ్యమాన్యత స్కేలుకు లేదని గమనించండి.



	రెండు సంఖ్యలు 6 యూనిట్ లను కలిగి ఉంటాయి.
	రెండు సంఖ్యలు 6 యూనిట్లు మరియు 4 పదవవంతులను కలిగి ఉంటాయి.
	రెండు సంఖ్యలు 6 యూనిట్లు మరియు 4 పదవవంతులను కలిగి ఉంటాయి. కానీ మొదటి సంఖ్యకు 5 వందలవంతులు మాత్రమే ఉంటాయి అయితే రెండవ సంఖ్యకు 5 వందల వంతులు ఉంటాయి.

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

రెండు సంఖ్యలలో అత్యంత ముఖ్యమైన అంకెలను(అధిక స్థాన విలువ కలిగిన అంకెలు) పోల్చడం ద్వారా మనం ప్రారంభిస్తాము. అంకెలు ఒకేలా ఉంటే, తదుపరి స్థాన విలువను పోల్చి చూస్తాము. అంకెలు సమానంగా లేని స్థానాన్ని కనుగొనే వరకు మనం ముందుకు వెళ్తాము. ఈ స్థానంలో పెద్ద అంకె ఉన్న సంఖ్య రెండింటిలో పెద్దది.

? ఈ సమయంలో పోల్చడం ఎందుకు ఆపాలి? దీన్ని తర్వాత ఏ అంకెలు ఉన్నా అవి మనము ముగింపును ప్రభావితం చేయమని మనం కచ్చితంగా చెప్పగలమా?

గణితపు మాట

ఏ దశాంశ సంఖ్యకు ఎక్కువ ?

(a) 1.23 లేదా 1.32

(b) 3.81 లేదా 13.800

(c) 1.009 లేదా 1.090

దగ్గరి దశాంశాలు

0.9, 1.1, 1.01, and 1.11 అనే దశాంశాల సంఖ్యలను పరిగణించండి. 1 దగ్గరగా ఉన్న దశాంశ సంఖ్యను గుర్తించండి.

దశాంశ సంఖ్యలను పోల్చి చూద్దాం: వాటిని ఆరోహణ క్రమంలో అమర్చితే మనకు $0.9 < 1 < 1.01 < 1.1 < 1.11$ వస్తుంది. 1 ప్రక్కనున్న సంఖ్య 1, 1.01 నుండి 1/100 దూరంలో ఉంది. అయితే 0.91 నుండి 10/100 దూరంలో ఉంది కాబట్టి 1.01 దగ్గరగా ఉంటుంది.

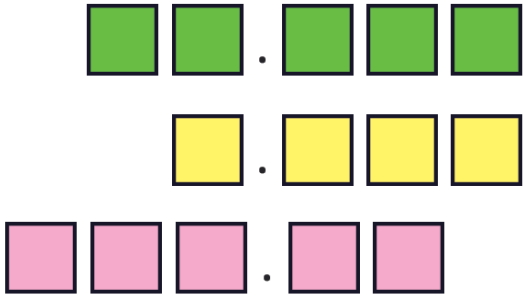
? పైన పేర్కొన్న వాటిలో ఏది 1.09కి దగ్గరగా ఉంటుంది?

? వీటిలో ఏది 4కు దగ్గరగా ఉంటుంది : 4: 3.56, 3.65, 3.099?

? వీటిలో ఏది 1కి దగ్గరగా ఉంటుంది : 1: 0.8, 0.69, 1.08

? కింద ఉన్న ప్రతి సందర్భంలోనూ 4, 1, 8, 2 మరియు 5 అంకలను సరిగ్గా ఒక్కసారి ఉపయోగించి సంఖ్యను 25 కు వీలైనంత దగ్గరగా చేయడానికి ప్రయత్నించండి.

గణితపు మాట



@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

3.7 దశాంశాల కూడిక మరియు తీసివేత.

ప్రియా తన స్కర్ట్ కు 2.7m. గుడ్డ అవసరం, శైలజా తనకుర్తికి 3.5 m అవసరం అయితే, మొత్తం ఎంత గుడ్డ అవసరం?

2.7m + 3.5m. మొత్తం కనుగొనాలి.

ఇంతకుముందు $2\frac{7}{10} + 3\frac{5}{10}$ ఎలా చేయాలో చూసాము. (కింద చూపబడింది) దశాంశ పద్ధతిని ఉపయోగించి, మీరు అదే కూడికను చేయగలరా? దానిని కింద చూపబడింది. మీ పరిశీలనలను పంచుకోండి.

$$2\frac{7}{10} + 3\frac{5}{10} = 5\frac{12}{10} = 6\frac{2}{10} = 6.2$$

$$\begin{array}{r} {\scriptstyle 1}\\ 2.7\\ +\ 3.5\\ \hline =\ 6.2 \end{array}$$

అవసరమైన మొత్తం గుడ్డ 6.2 m

ప్రియాకు కావాల్సిన గుడ్డతో పోలిస్తే శైలజ కావాల్సిన గుడ్డ ఎంత పొడవుగా ఉంటుంది?

మనం 3.5m – 2.7m ల తేడాను కనుగొనాలి. మళ్ళీ $3\frac{5}{10} - 2\frac{7}{10}$ మరియు 3.5m – 2.7m తేడా ఎంత ఎలా లెక్కించబడ్డాయో గమనించండి..

$$3\frac{5}{10} \longrightarrow 2\frac{15}{10}$$

$$\begin{array}{r} 2\frac{15}{10}\\ -\ 2\frac{7}{10}\\ \hline =\ 0\frac{8}{10} \end{array}$$

$$3.5 \longrightarrow {\scriptstyle 2\ 1}\,\not{3}.5$$

$$\begin{array}{r} 3.5\\ -\ 2.7\\ \hline =\ 0.8 \end{array}$$

మీరు చూడగలిగినట్లుగా, పూర్ణ సంఖ్యలను కూడడానికి మరియు తీసివేయడానికి ప్రామాణిక విధానాన్ని దశాంశాలను కూడడానికి మరియు తీసివేయడానికి ఉపయోగించవచ్చు.

75.345 + 86.691 మొత్తాన్ని కనుగొనడానికి, స్థాన విలువ పట్టిక యొక్క వివరనాత్మక వీక్షణ, క్రింద చూపబడింది. దానిని సంక్షిప్త రూపంలో పక్కన చూపబడింది.

$$\begin{array}{r} 75.345\\ +86.691\\ \hline =162.036 \end{array}$$

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

	1×100	1×10 7×10	1×1 5×1	$\frac{1}{10}$ $\frac{3}{10}$	$\frac{4}{100}$	$\frac{5}{1000}$
+		8×10	6×1	$\frac{6}{10}$	$\frac{9}{100}$	$\frac{1}{1000}$
=	1×100	16×10	12×1	$\frac{10}{10}$	$\frac{13}{100}$	$\frac{6}{1000}$
=	1×100	6×10	2×1	0	$\frac{3}{100}$	$\frac{6}{1000}$

? 84.691 – 77.345కు వివరనాత్మక స్థాన విలువ పట్టిక మరియు దాని సంక్షిప్త రూపాన్ని రాయండి?



? వీటిని కనుగొనండి

1. మొత్తాలను కనుగొనండి?

(a) 5.3 + 2.6 (b) 18 + 8.8

(c) 2.15 + 5.26 (d) 9.01 + 9.10

(e) 29.19 + 9.91 (f) 0.934 + 0.6

(g) 0.75 + 0.03 (h) 6.236 + 0.487

2. వ్యత్యాసాలను కనుక్కోండి?

(a) 5.6 – 2.3 (b) 18 – 8.8

(c) 10.4 – 4.5 (d) 17 – 16.198

(e) 17 – 0.05 (f) 34.505 – 18.1

(g) 9.9 – 9.09 (h) 6.236 – 0.487

దశాంశ శ్రేణులు :

ఈ దశాంశ సంఖ్యల క్రమాన్ని గమనించి, ప్రతి పదం తర్వాత వచ్చే మార్పును గుర్తించండి.

4.4, 4.8. 5.2, 5.6, 6.0, ...

తదుపరి పదాన్ని పొందడానికి ఒక పదానికి 0.4 కలపడాన్ని మనం చూడవచ్చు.

? ఈ క్రమాన్ని కొనసాగించి తదుపరి 3 పదాలను రాయండి.

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

? అదేవిదంగా కింద ఇవ్వబడిన ప్రతి శ్రేణి మార్పును గుర్తించి, తదుపరి 3 పదాలను రాయండి. ఈ సమస్యను మాన సికంగా చేయడానికి ప్రయత్నించండి.

(a) 4.4, 4.45, 4.5, ...
(b) 25.75, 26.25, 26.75, ...
(c) 10.56, 10.67, 10.78, ...
(d) 13.5, 16, 18.5, ...
(e) 8.5, 9.4, 10.3, ...
(f) 5, 4.95, 4.90, ...
(g) 12.45, 11.95, 11.45, ...
(h) 36.5, 33, 29.5, ...

? మీ సొంత సన్నివేశాలను తయారు చేసుకోండి మరియు మీ సహా విద్యార్థులతో నమూనాను విస్తరించమని, సవాలు చేయండి.

మొత్తము మరియు తేడాలను అంచనా వేయడం.

సోను దశాంశ సంఖ్యల మొత్తం మరియు తేడాలను గమనించి మనం రెండు దశాంశ సంఖ్యలను కలిపితే మొత్తం ఎల్లప్పుడూ వాటి పూర్ణ సంఖ్య భాగాల మొత్తం కంటే ఎక్కువగా ఉంటుంది అలాగే మొత్తం ఎల్లప్పుడూ వాటి పూర్ణ సంఖ్య భాగాల మొత్తం: 2 కంటే తక్కువగా ఉంటుంది అని చెప్పాడు.

అతని వాదన అర్థం చేసుకోవడానికి ఒక ఉదాహరణను ఉపయోగిద్దాం.

కూడవలసిన రెండు సంఖ్యలు 25.936 మరియు 8.202 అయితే వాటి మొత్తం 25 + 8 పూర్ణ సంఖ్య భాగాలుకంటే ఎక్కువగా ఉంటుంది మరియు 25 + 1 + 8 + 1 కంటే తక్కువగా ఉంటుంది అనేది వాదన.

? ఈ వాదన గురించి మీరు ఏమనుకుంటున్నారు ఈ సంఖ్యలకు, ఇది నిజమో కాదో ధ్రువీకరించండి. ఇది ఏవైనా రెండు దశాంశ సంఖ్యలకు పని చేస్తుందా.

గణితపు మాట

25.93603259 మరియు 8.202 ల మొత్తం ఎంత?

? అదేవిధంగా రెండు దశాంశ సంఖ్యలో భేదం ఉండే పూర్ణ సంఖ్యల పరిధిని తగ్గించడానికి ఒక మార్గాన్ని కనుక్కోండి.

దీనిని ప్రయత్నించండి

ఉపాధ్యాయులకు గమనిక: అందనా చేసే ముందు ఫలితాన్ని అంచనా వేయడం వలన గణనలో ఏదైనా పొరపాటు జరిగితే గుర్తించడంలో సహాయపడుతుంది.

3.8 దశాంశ పద్ధతి గురించి మరి కొంచెం ముందుకు

దశాంశాలు మరియు కొలతలకున్న ఆపదలు.

దశాంశ బిందువు మరియు యూనిట్ల పరివర్తనను తప్పుగా కొన్నిసార్లు చిన్నవిగా అనిపించవచ్చు. కానీ అవి తీవ్ర

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

మైన సమస్యలకు దారి తీయవచ్చు అటువంటి లోపాలు పెద్ద సమస్యలకు కారణమైన కొన్ని వాస్తవ సంఘటనలు ఇక్కడ ఉన్నాయి.

- 2013లో ఆమ్స్టర్ డ్యాం అండ్ సిటీ కౌన్సిల్ (నెదర్లాండ్) యొక్క ఆర్థిక కార్యాలయం పొరపాటున 1.8 మిలియన్లకు బదులుగా 188 మిలియన్ల గృహప్రయోజనాలను పంపించింది. ఇది ప్రోగ్రామింగ్ లోపం కారణంగా చెల్లింపులను యూరోలకు బదులుగా యూరో సెంట అని చేయబడింది (1యూరోసెంట్ = 1/ 100 యూరో.)
- 1987లో ఎయిర్ కెనడా బోయింగ్ 767 విమానంలో దశాంశ లోపం దాదాపుగా విపత్తుకు దారితీసింది గ్రౌండ్ సిబ్బంది ఇంధనాన్ని తప్పుగా లెక్కించారు. అవసరమైన దానిలో సగం 1 పౌండ్ = 0.453 kg) కిలోగ్రాములకు బదులుగా 22,300 పౌండ్లను నింపినారు. విమానం గాలి మధ్యలో ఇంధనం అయిపోయింది. పైలెట్లు ఒక పాడుబడిన ఎయిర్ ఫీల్డ్ లో అత్యవసరంగా ల్యాండ్ చేయవలసి వచ్చింది. అదృష్టవశాత్తు అందరూ ప్రాణాలతో బయటపడ్డారు.

మందులు ఇచ్చేటప్పుడు దశాంశ సంఖ్యలను తప్పుగా చదవడం వల్ల అనేక సంఘటనలు జరిగాయి ఉదాహరణకు 0.05 mg 20.5 mgగా చదవడం వలన సూచించిన పరిమాణం కంటే పది రెట్లు ఎక్కువగా ఔషధాన్ని ఉపయోగించాల్సి రావచ్చు. అందువల్ల యూనిట్లు మరియు దశాంశ బిందువు స్థానానికి శ్రద్ధ చూపడం చాలా ముఖ్యం.

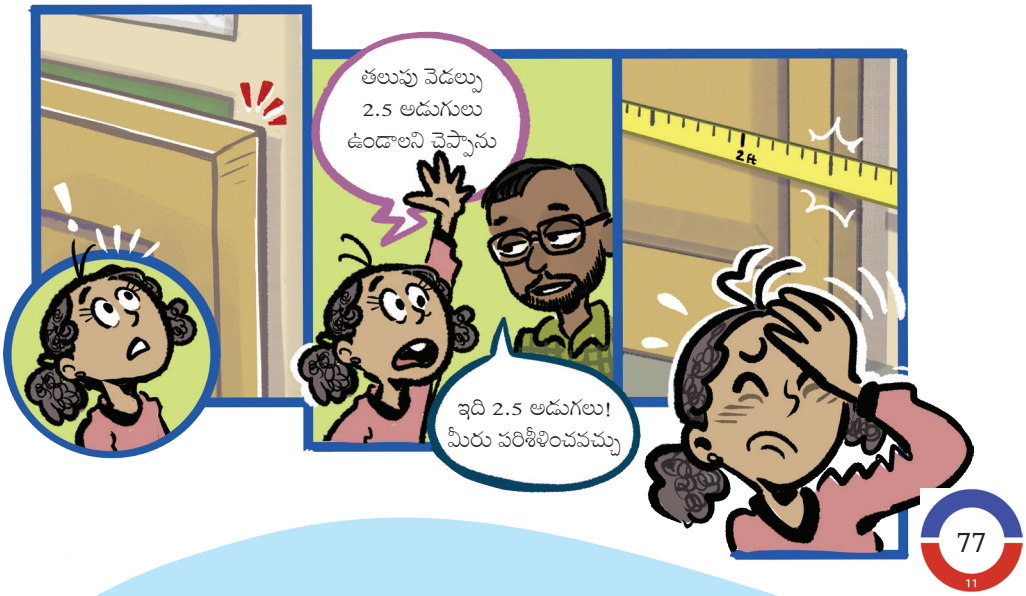
© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

వాస్తవం కానీ దశాంశ సంజ్ఞామానం

సరయూకి ఒక సందేశం వస్తుంది మధ్యాహ్నం 4.5 గంటలకు గంటల తర్వాత బస్సు స్టేషన్ కు చేరుకుంటుంది బస్సు స్టేషన్ కు ఎప్పుడు చేరుకుంటుంది. సాయంత్రం 4.05, సాయంత్రం 4.50, సాయంత్రం 4.25?

ఇవేవీ కావు ఇక్కడ 0.5 గంటలు అంటే ఒక గంటను పది సమాన భాగాలుగా విభజించి, దాని నుండి ఐదు భాగాలు తీసుకోవడం. ప్రతిభాగం 6 నిమిషాలు(60/10 నిమిషాలు) ఉంటుంది. అలాంటి ఐదు భాగాలు 30 నిమిషాలు కాబట్టి బస్సు 4.30 గంటలకు స్టేషన్ చేరుకుంటుంది.

దశాంశ కోణ దుర్ఘటన. ఒక చిన్న కథ ఇక్కడ ఉంది. ఒక అమ్మాయి, ఒక ద్వారం యొక్క వెడల్పును 2 అడుగులు 5 అంగుళాలుగా కొలుస్తుంది, కానీ వడ్రంగికి 2.5 అడుగులు వెడల్పు గల తలుపు చేయడానికి తెలియజేస్తుంది. వడ్రంగి 2 అడుగులు 6 అంగుళాల వెడల్పు గల, తలుపును తయారు చేస్తాడు(1 అడుగు 12 అంగుళాలు, 0.5 అడుగు = 6 అంగుళాలు) కాబట్టి తలుపు పూర్తిగా మూయబడదు.



మీరు క్రికెట్ చూస్తుంటే ఓవర్లు మిగిలి ఉన్నాయి: 5.5 వంటి దశాంశ సంఖ్య కనిపించే సంఖ్యలను మీరు గమనించి ఉండవచ్చు. దీని అర్థం ఐదు ఓవర్లు మరియు ఐదు బంతుల లేదా ఐదు ఓవర్లు మరియు మూడు బంతుల. ఇక్కడ 5.5 ఓవర్లు అంటే ఒక ఓవర్ లో ఆరు బంతులు, ఐదు అంటే 5 ఓవర్లు మరియు ఐదు బంతులా?

? దశాంశం లాంటి సంఖ్యామానం, దశాంశాలు కానివి మనం మరెక్కడ చూడవచ్చు?

గణిత చర్చ

కాలక్రమమైన ఒక చిన్న చరిత్ర దశాంశ సంఖ్యామానం

భిన్నాలు అంటే వెయ్యి వంటి హారం కలిగిన భిన్నాలు మొదలైనవి. అనేకమంది పురాతన భారతీయ ఖగోళ శాస్త్రవేత్తలు మరియు గణిత శాస్త్రజ్ఞులు రచనలలో ఉపయోగించబడ్డాయి. వీటిలో 8వ శతాబ్దపు శ్రీధరాచార్యుడు అంకగణితం మరియు బీజగణితం పై రాసిన ముఖ్యమైన రచనలు కూడా ఉన్నాయి. దశాంశ సంజ్ఞామానం ఆధునిక రూపంలో 950 C.E. లో అరబ్ గణిత శాస్త్రజ్ఞుడు అబుల్ హసన్ అల్– హుక్లిడిపి, రాసిన అర్జీపాట్ అల్ హిందీ (భారతీయ అంకగణితం పై అధ్యాయాల పుస్తకం) లో వివరంగా వివరించబడింది. అతను 0.059375 సంఖ్యను 0059375 గా సూచించాడు.

15వ శతాబ్దంలో పూర్ణ సంఖ్యలను చిన్న బాగాలుగా నుండి వేరు చేయడానికి అనేక భిన్న సంజ్ఞామానాలు ఉపయోగించబడ్డాయి.

- పూర్ణ సంఖ్య భాగం యొక్క చివరి అంకెపై నిలువు గుర్తు (పైన చూపిన విధంగా)
- వివిధ రంగుల ఉపయోగం, మరియు
- భిన్న దశాంశ స్థానాల సంఖ్యను ఇచ్చే సంఖ్య సూపర్ స్క్రిప్ట్ (0.36 ను 36 గా రాస్తారు)

16వ శతాబ్దంలో స్కాటిష్ గణిత శాస్త్రజ్ఞుడు జాన్ నేపియర్ మరియు జర్మన్ గణిత శాస్త్రజ్ఞుడు క్రిష్టఫర్ క్లావియస్ పూర్ణ సంఖ్య మరియు భిన్న భాగాలను వేరు చేయడానికి పాయింట్/ పీరియడ్ ను (‘,’) ఉపయోగించగా ఫ్రెంచ్ శాస్త్రజ్ఞుడు ఫామ్ కోయిస్ వ్యాట్ బదులుగా కామాలను ఉపయోగించారు.

ప్రస్తుతం అనేక దేశాలు పూర్ణాంక భాగాన్ని మరియు భిన్న భాగాన్ని వేరు చేయడానికి కామాను ఉపయోగిస్తున్నాయి. ఈ దేశాలు 105 సంఖ్యను వెయ్యి విభాజకంగా ఖాళీగా రాశారు కానీ భారతీయ స్థాన విలువ వ్యవస్థలో భిన్నభాగాలను కలిగి ఉన్న సంఖ్యలను రాయడానికి దశాంశ బిందువు అత్యంత ప్రజాధరణ పొందిన సంఖ్యా మాసం కొనసాగుతోంది.

© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

? **వీటిని కనుగొనండి**

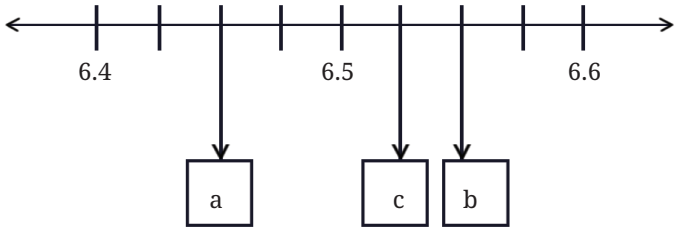
1. కింది భిన్నాలను దశాంశాలుగా మార్చండి.

(a) $\frac{5}{100}$ (b) $\frac{16}{1000}$ (c) $\frac{12}{10}$ (d) $\frac{254}{1000}$

2. కింది దశాంశాలను పదవ వందవా మరియు వెయ్యోవంతులు మొత్తంగా మార్చండి.

(a) 0.34 (b) 1.02 (c) 0.8 (d) 0.362

3. కింది ఉన్న సంఖ్య రేఖలు ప్రతి అక్షరం ఏ దశాంశ సంఖ్యను సూచిస్తుంది.



4. కింది పరిమాణాలను ఆరోహణ క్రమంలో అమర్చండి.

(a) 11.01, 1.011, 1.101, 11.10, 1.01

(b) 2.567, 2.675, 2.768, 2.499, 2.698

(c) 4.678 g, 4.595 g, 4.600 g, 4.656 g, 4.666 g

(d) 33.13 m, 33.31 m, 33.133 m, 33.331 m, 33.313 m

5. 1, 4, 0, 8, మరియు 6 అంకెలను ఉపయోగించి :

(a) 30 దగ్గరగా ఉన్న దశాంశ సంఖ్య

(b) 100 మరియు 1000 మధ్య ఉన్న అతి చిన్న దశాంశ సంఖ్య,

6. ఎక్కువ అంకెలు ఉన్న దశాంశ సంఖ్య తక్కువ అంకెలు ఉన్న దశాంశ సంఖ్య కంటే ఎక్కువగా ఉంటుందా?

7. మహి 0.5 కిలోల బీన్స్ 0.3 కిలోల క్యారెట్లు 0.5 కిలోల బంగాళదుంపలు 0.2 కిలోల క్యాప్సికం మరియు 0.05 కిలోల అల్లం కొనుగోలు చేసింది ఆమె కొన్నా వస్తువుల మొత్తం బరువు లెక్కించండి.

8. సింటో మొదటి మూడు రోజుల్లో 3.79 లీటర్ లు 4.2 లీటర్లు మరియు 4,25 మీటర్లు పాలను, పాల డైరీ కి సరఫరా చేశాడు. 6 రోజుల్లో అతను 25 లీటర్ల పాల ను సరఫరా చేస్తాడు. గత మూడు రోజుల్లో డైరీ కి సరఫరా చేయబడిన మొత్తం పాల పరిమాణాన్ని కనుగొనండి.

9. తటిస్ 5,75 కిలోలు మరియు ఫిబ్రవరిలో 34.5 కిలోల బరువు పెరిగినాడు అతని బరువు పెరిగాడా లేదా తగ్గినాడా మార్పు ఎంత

10. నన్ను విస్తరించండి : 5.5, 6.4, 6.39, 7.29, 7.28, 6.18, 6.17, ____, _____

11. కిలోమీటరును ఎన్ని మిల్లీమీటర్లు చేస్తాయి?

12. ఇ- టిక్కెట్లు బుక్ చేసుకునే ప్రయాణీకులకు భారతీయ రైల్వేలు ఐచ్ఛిక ప్రయాణ బీమాను అందిస్తాయి. దీనికి ఒక్కో ప్రయాణీకుడికి 45 పైసలు ఖర్చవుతుంది. ఒక రోజులో 1 లక్ష మంది బీమాను ఎంచుకుంటే, చెల్లించే మొత్తం బీమా రుసుము ఎంత?

13. ఏది గొప్పది?

(a) $\frac{10}{1000}$ లేదా $\frac{1}{10}$?

(b) నూరవ వంతు లేదా 90 వేల వంతు?

(c) వెయ్యి వంతు లేదా 90 వందల వంతు?

© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

14. పేర్కొన్న పరిమాణాల దశాంశ రూపాలను వ్రాయండి (ఒక ఉదాహరణ ఇవ్వబడింది):

(a) 87 ఒకటి, 5 పదవ వంతు మరియు 60 వందవ వంతు = 88.10

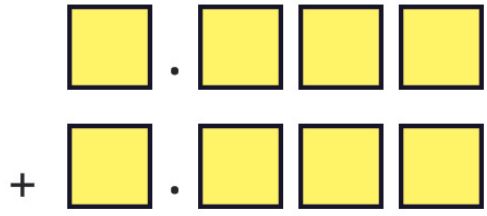
(b) 12 పదులు మరియు 12 పదులు

(c) 10 పదులు, 10 ఒకటిలు, 10 పదవ వంతులు, మరియు 10 వందల వంతులు

(d) 25 పదులు, 25 ఒకటిలు, 25 పదవ వంతులు, మరియు 25 వందల వంతులు

ప్రయత్నించండి

15. ప్రతి అంకె 0–9 ని ఒకటి కంటే ఎక్కువసార్లు ఉపయోగించకుండా, మొత్తం 10.5 కి దగ్గరగా ఉండేలా క్రింద ఉన్న పెట్టెలను పూరించండి:



16. 16. కింది భిన్నాలను దశాంశ రూపంలో వ్రాయండి:

(a) $\frac{1}{2}$ (b) $\frac{3}{2}$

(c) $\frac{1}{4}$ (d) $\frac{3}{4}$

(e) $\frac{1}{5}$ (f) $\frac{4}{5}$

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

సారాంశం

- మరింత ఖచ్చితమైన లేదా ఖచ్చితమైన కొలతలు పొందడానికి మనం ఒక యూనిట్‌ను చిన్న భాగాలుగా విభజించవచ్చు.
- మేము భారతీయ స్థాన విలువ వ్యవస్థను విస్తరించాము మరియు దానిని చూశాము
  - » 1 యూనిట్ = 10 పదో వంతు,
  - » 1 పదవ వంతు = 10 వందవ వంతు,
  - » 1 వందవ వంతు = 10 వెయ్యి వంతు,
  - » 10 వందవ వంతు = 1 పదవ వంతు,
  - » 100 వందవ వంతు = 1 యూనిట్.
- A ఒక సంఖ్యలోని పూర్ణ సంఖ్య భాగాన్ని దాని భిన్న భాగం నుండి వేరు చేయడానికి దశాంశ బిందువు (‘.’) ఉపయోగించబడుతుంది.
- దశాంశ సంఖ్యలను ఎలా పోల్చాలో, వాటిని సంఖ్యా రేఖపై ఎలా గుర్తించాలో మరియు వాటిపై కూడిక మరియు తీసివేతను ఎలా చేయాలో కూడా నేర్చుకున్నాము

4 అక్షరాల సంఖ్యలను ఉపయోగించి సమాసాలు
(Expressions using Letter-Numbers)

K4G3Y6

4.1 అక్షరాలు – సంఖ్యల కల్పన

మనం గణితపు సంబంధాలు మరియు విన్యాసాలను సంక్షిప్త రూపంలో వ్యక్తిపరచెడి విధానాన్ని ఈ అధ్యాయంలో చూద్దాం. ఈ సంబంధాలు మరియు విన్యాసాల గురించి ఆలోచించడానికి మరియు అవి ఎలా నిజమయ్యాయో వివరించడానికి ఇది మీకు ఎలా సహాయపడుతుందో చూద్దాం.

? **ఉదాహరణ 1 :** శబ్నమ్ అఫ్తాబ్ కంటే 3 సంవత్సరాలు పెద్దది అఫ్తాబ్ వయస్సు 10 సంవత్సరాలైనప్పుడు, శబ్నమ్ వయస్సు 13 సంవత్సరాలు. ఇప్పుడు అఫ్తాబ్ వయస్సు 18 సంవత్సరాలు, శబ్నమ్ వయస్సు ఎంత?

? అఫ్తాబ్ వయస్సు ఇచ్చినప్పుడు, శబ్నమ్ వయస్సును మీరెలా కనుగొనగలరు?

సులభం: మనం శబ్నమ్ వయస్సు పొందడానికి అఫ్తాబ్ వయస్సుకు 3ను కూడుతాం.

? దీనిని మనం సమానంగా రాయవచ్చా?

శబ్నమ్ వయస్సు సమానంగా అఫ్తాబ్ కంటే 3 సంవత్సరాలు ఎక్కువ సంక్షిప్తంగా, దీనిని ఇలా రాయవచ్చు.

శబ్నమ్ వయస్సు = అఫ్తాబ్ వయస్సు +3.

ఈ విధమైన గణితశాస్త్ర సంబంధాలను సాధారణంగా సంక్షిప్త రూపంలో చూపబడుతుంది పై సంబంధంలో, అఫ్తాబ్ వయస్సు పదానికి బదులుగా అనుకూలమైన చిహ్నాన్ని ఉపయోగించడం రూఢీ అయింది. సాధారణంగా, ఈ ఉద్దేశం కొరకు అక్షరాలు లేదా చిన్న పదాలను ఉపయోగించబడుతుంది.

అఫ్తాబ్ వయస్సు	శబ్ధమ్ వయస్సుకు సమాసం
4	4 + 3
10	10 + 3
23	23 + 3
?	? + 3
a	a + 3

చిత్రం 4.1

అఫ్తాబ్ వయస్సును సూచించడానికి, అక్షరం 'a' (మనం వేరే ఏదైనా అక్షరం ఉపయోగించవచ్చు) మరియు శబ్నమ్ వయస్సును సూచించడానికి 's' ను ఉపయోగిస్తామని భావిద్దాం. తరువాత శబ్నమ్ వయుస్సును కనుగొనడానికి గణిత సమాసం a+3, దీనిని ఇలా రాయవచ్చు.

$$s = a+3.$$

a=23 అయితే, (అఫ్తాబ్ వయస్సు సంవత్సరాలలో) శబ్నమ్ వయస్సు ఎంత?

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

వ్యక్తీకరణ a+3 లో a ని 23 తో మార్చినప్పుడు, s=23+3 = 26 సంవత్సరాలు అవుతుంది.

సంఖ్యలను ప్రాతినిధ్యం వహించడానికి a మరియు s లాంటి **అక్షరాలను అక్షర-సంఖ్యలు** అంటారు a+3 లాంటి అక్షర సంఖ్యలు కల్గియున్న, గణిత సమాసాలను **బీజగణిత సమాసాలు** అంటారు.

? శబ్నమ్ వయస్సు ఇవ్వబడినది. అఫ్తాబ్ వయస్సు కనుగొనడానికి ఒక బీజగణిత సమాసం రాయండి.

అఫ్తాబ్, శబ్నమ్ కంటే 3 సంవత్సరాలు చిన్నవాడు. అని మనకు తెలిసింది. అందువలన అఫ్తాబ్ వయస్సు శబ్నమ్ కంటే 3 సంవత్సరాలు తక్కువ. దీనిని ఇలా వివరించవచ్చు'

అఫ్తాబ్ వయస్సు = శబ్నమ్ వయస్సు −3

మనం తిరిగి అఫ్తాబ్ వయస్సును సూచించడానికి a అక్షరం మరియు శబ్నమ్ వయస్సును సూచించడానికి s అక్షరాన్ని ఉపయోగించినచో బీజగణిత సమాసం : a = s−3, అనగా, a, S కంటే 3 తక్కువ

? శబ్నమ్ వయస్సు 20 అయితే, అఫ్తాబ్ వయస్సు కనుగొనడానికి ఈ సమాసానికి ఉపయోగించండి.

? **ఉదాహరణ 2 :** పార్థివ్ అగ్గిపుల్ల విన్యాసాలు చేస్తున్నాడు అతడు Lను పునరావర్తనంగా ఒకదాని ప్రక్క మరొక దానిని ఉంచుతాడు. చిత్రం 4.2లో చూపినట్లుగా, ప్రతి Lలో రెండు అగ్గిపుల్లలున్నాయి'



చిత్రం 4.2

5L లను చేయడానికి కావలసిన అగ్గిపుల్లలు ఎన్ని? అది 5 × 2 అవుతుంది.

7L లను చేయడానికి కావలసిన అగ్గిపుల్లలు ఎన్ని ? అది 7 × 2 అవుతుంది.

45L లను చేయడానికి కావలసిన అగ్గిపుల్లలు ఎన్ని? అది 45 × 2 అవుతుంది.

ఇప్పుడు, Lల సంఖ్య మరియు అగ్గిపుల్లల సంఖ్య మధ్యగల సంబంధమేమిటి?

ముందుగా, మనం ఇక్కడున్న సంబంధం లేదా విన్యాసం గురించి వివరిద్దాం. ప్రతి Lకు రెండు అగ్గిపుల్లల అవసరం ఉంది. అందువలన కావలసిన సంఖ్య Lల సంఖ్యకు 2 రెట్లు ఉంటుంది. దీనిని ఈ విధంగా రాయవచ్చు:

అగ్గిపుల్లల సంఖ్య = 2 × Lల సంఖ్య

ఇప్పుడు, మనం Lల సంఖ్యను సూచించడానికి ఏదైనా అక్షరం ఉపయోగించవచ్చు, మనం n ను ఉపయోగిద్దాం. అగ్గిపుల్లల సంఖ్యకు సమీకరణం ఇలా ఉంటుంది

$$2 \times n.$$

ఈ సమీకరణం n సంఖ్యయంత L లను నిర్మించడానిక ఎన్ని అగ్గిపుల్లలు కావాలో తెలుపుతున్నది. అగ్గిపుల్లల సంఖ్య కనుగొనడానికి మనం n ను Lల సంఖ్యనుండి మార్చుతాం.

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

ఉదాహరణ 3 : కేతకి కొబ్బరి – బెల్లం లడ్డూలు తయారుచేసి, సరఫరా చేస్తాడు. కొబ్బరికాయ వెల ₹ 35 మరియు 1 kg బెల్లం వెల ₹ 60.

10 కొబ్బరికాయలు మరియు 5kgల బెల్లం కొన్నచో ఆమె ఎంత డబ్బు చెల్లించాలి?

10 కొబ్బరికాయల వెల = 10 × ₹35

5 kg బెల్లం వెల = 5 × ₹60

మొత్తం వెల = 10 × ₹35 + 5 × ₹60 = ₹350 + ₹300 = ₹650.

8 కొబ్బరికాయలు మరియు 9kgల బెల్లం కొన్నచో ఆమె ఎంత డబ్బు చెల్లించాలి?

ఇచ్చిన కొబ్బరి కాయల సంఖ్య మరియు బెల్లం పరిమాణానికికనుగుణంగా చెల్లించిన మొత్తం డబ్బును కనుగొనడానికి ఒక బీజగణిత సమాసం రాయండి.

మనం సంబంధాలను గుర్తించి, తరువాత బీజగణిత సమాసాలు రాద్దాం

అవసరమైన పరిమాణం	సంబంధం	సమాసం
కొబ్బరి కాయల వెల	కొబ్బరి కాయలు × 35	c × 35
బెల్లం వెల	బెల్లం పరిమాణం. kg లు × 60	j × 60

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

ఇక్కడ 'c' కొబ్బరికాయల సంఖ్య మరియు 'j' బెల్లం kgల సంఖ్యను ప్రతినిధిస్తున్నది.

మొత్తం చెల్లించాల్సిన డబ్బు: కొబ్బరికాయల వెల+ బెల్లం వెల.
దీనికి అనుగుణమైన బీజగణిత సమాసం కిందివిధంగా రాయవచ్చు.

$$c \times 35 + j \times 60$$

7 కొబ్బరికాయలు మరియు 4 kgల బెల్లం మొత్తం వెల కనుగొనడానికి ఈ సమాసం (లేదా సూత్రం) ఉపయోగించండి

'c' మరియు 'j' వేర్వేరు విలువలకు సమాసం విలువ కూడా మారుతుందని గమనించండి.

సమాసాన్ని పదాల కంగా రాసినప్పుడు.

(c × 35) + (j × 60) పొందుతాం.

ఉదాహరణ 4 : సరళ ఆకృతుల చుట్టుకొలత కనుగొనడం మనకు పరిచయం అయింది. చుట్టుకొలతలకు సమాసాలను రాయండి.

చతురస్రం చుట్టుకొలత దాని **భుజాల పొడవుకు 4 రెట్లు ఎక్కువ**. దీనిని సమాసంగా ఈ విధంగా రాయవచ్చు. 4 × q, ఇందులో q భుజం పొడవును సూచిస్తుంది.

? 7 cm పొడవు భుజంగల ఒక చతురస్రం చుట్టుకొలత ఎంత? సమాసం ఉపయోగించి కనుగొనండి.

సామాన్య గణితశాస్త్ర సంబంధాలను సంక్షిప్త రూపంలో వ్యక్తపరచడానికి అక్షర – సంఖ్యలు మరియు సమసాల (బీజోక్తులు) వినియోగం ఎలా అవకాశమిస్తుందో మీరు తెలుసుకొనియుండాలి. ఈ విధంగా వ్యక్తపరచిన గణితశాస్త్ర సంబంధాలను సామాన్యంగా 'సూత్రాలు' అని అంటారు.

? **వీటిని కనుగొనండి.**

1. కింది వాటి చుట్టుకొలత సూత్రం రాయండి.
   a) భుజాలన్నియు సమానంగాగల త్రిభుజం
   b) ఒక నియమిత పంచభుజాకృతి గత సంవత్సరం నేర్చుకున్నట్లుగా, భుజాలన్నింటి పొడవు మరియు కోణాల కొలతలు సమానంగా ఉన్నాయని సూచించడానికి మనం నియమిత (సాధారణ) అను పదం ఉపయోగిస్తాం)
   c) ఒక సాధారణ షడ్భుజాకృతి

2. మునిరత్న దగ్గర 20m పొడవుగల పొడవాటి పైపు ఉంది. అయితే, అతనికి తన తోటకు ఇంకా పొడవాటి నీటి పైపు కావాలి అతడు అదే పైపుకు కొద్దిగా పొడవాటి మరొక పైపును కలిపాడు. పైపు మొత్తం పొడవుకు ఒక బీజగణిత సమాసం రాయండి. మరొక పైపు పొడవును మీటర్లలో చూపడానికి అక్షర–సంఖ్య 'k' ని ఉపయోగించండి.

3. కృత్తికా దగ్గర ₹100, ₹20 మరియు ₹5ల నోట్ల సంఖ్య కింద ఇచ్చినట్లుగా సంఖ్యలలో ఉన్నచో, ఆమె దగ్గరగల మొత్తం ఎంత? పట్టికను పూరించండి

₹ 100ల నోట్లు	₹ 20 నోట్లు	₹5 నోట్లు	సమాసం మరియు మొత్తం
3	5	6	
			6 × 100 + 4 × 20 + 3 × 5 = 695
8	4	z	
x	y	z	

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

4. వెంకటలక్ష్మి పిండిమిల్లు కల్గియుంది. రోలర్ మిల్లు ప్రారంభానికి 10 సెకెండ్లు తీసుకుంటుంది. ఒకసారి ప్రారంభమైతే, ప్రతి kg ధాన్యాన్ని పిండి చేయడానికి 8 సెకెండ్ల తీసుకొంటుంది. యంత్రం ప్రారంభంలో ఆఫ్ అయిందని ఊహించుకొని, కింద ఇచ్చిన ఏ సమాసం y kg ధాన్యాన్ని పిండి చేయడానికి తీసుకొనెడి సమయాన్ని వివరిస్తుంది?

   (a) 10 + 8 + y
   (b) (10 + 8) × y
   (c) 10 × 8 × y
   (d) 10 + 8 × y
   (e) 10 × y + 8

5. మీ ఎంపికలోని అక్షరాలను ఉపయోగించి సమాసాలు రాయండి.
   (a) ఒక సంఖ్యకంటే 5 ఎక్కువ

(b) ఒక సంఖ్యకంటే 4 తక్కువ

(c) ఒక సంఖ్యయొక్క 13 రెట్లనుండి 2 తక్కువ

(d) ఒక సంఖ్య యొక్క 2 రెట్లనుండి 13 తక్కువ

6. కింద ఇచ్చిన సమాసాలను అనుగుణంగా సన్నివేశాలను వివరించండి :

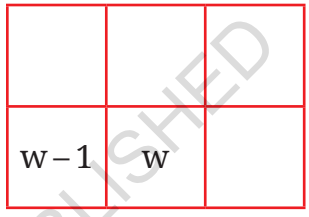
(a) $8 \times x + 3 \times y$

(b) $15 \times j - 2 \times k$

7. చిత్రంలో చూపినట్లుగా ఒక కేలండర్ నెలలో తేదీలు కల్గియున్న 2 × 3 గ్రిడ్‌ను ఎంచుకొన్నచో మధ్య కోశం (సెల్) తేది 'w' కల్గియున్నచో ఖాళీ కోశాలలోని తేదీలకు సమాసాలు రాయండి.

నవంబర్ 2024

సోమ	మం	బుధ	గురు	శుక్ర	శని	ఆది
					1	2
3	4	5	6	7	8	9
10	11	12	13	14	15	16
17	18	19	20	21	22	23
24	25	26	27	28	29	30



© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

4.2. అంకగణిత సమాసాల పునరావలోకనం'

మనం గణిత సమాసాలను పదాల మొత్తాలుగా రాయడానికి నేర్చుకున్నాం. దీనినుండి అంకగణిత సమాసాలను చదవడం మనకు సులభం అయింది. అనేకసార్లు వాటిని చాలా విధానాలలో చదవవచ్చు, మరియు గడిబిడిగా ఉండేది. సమాసాలను సాధించెడి సులభ విధానాలు కనుగొనడానికి మనం **వినిమయం** (Swapping) (రెండు సంఖ్యలను ఏదైనా విధానంలో కూడటం) మరియు **గుంపుచేయడం** (సంఖ్యలను అనుకూలకరమైన విధానంలో గుంపు చేసి కూడించడం)ను ఉపయోగిస్తాం. వినిమయం మరియు గుంపు చేయడం ఈ పదాలు సమాసం యొక్క విలువను మార్చదు. గణిత సమాసాలలో ఆవరణాలను కూడా నేర్చుకుని, వాటిలో వెలుపల ఋణ చిహ్నం కల్గియున్న ఆవరణాలు కూడా కలిశాయి. మనం **విభాజక నియమం** (Distributive Law) **ను నేర్చుకున్నాం.**

మనం ఈ పరికల్పనలను పరిష్కరించి, కించి సమాసాల విలువలను కనుగొందాం:

1. $23 - 10 \times 2$
2. $83 + 28 - 13 + 32$
3. $34 - 14 + 20$
4. $42 + 15 - (8 - 7)$
5. $68 - (18 + 13)$
6. $7 \times 4 + 9 \times 6$
7. $20 + 8 \times (16 - 6)$

మొదటి సమాసాన్ని సాధిద్దాం., 23–10×2. ముందుగా, మనం ఈ గణిత సమాస పదాలు రాద్దాం ఒకటి పద సంఖ్య అయిందనేది గమనించండి. రెండు పదాలను కూడటానికి ముందు మరొక పదాన్ని సంఖ్యగా మార్చాలని గమనించండి.

$23 - 10 \times 2 = 23 + (-10 \times 2) = 23 + (-20) = 3$

మనం రెండవ దానిని సాధిద్దాం. ఈ సమాసంలోని పదాలన్నీ సంఖ్యలు, మనం పదాలను గమనించినప్పుడు పదాలను తిరిగి అమర్చి, గుంపు చేసినచో సాధించడం సులభమవుతుందని కనుగొంటాం.

$$83 + 28 - 13 + 32 =$$

$$83 + 28 + (-13) + 32$$

$$= 70 + 60 = 130$$

మనమిప్పుడు ఐదవ సమాసాన్ని గమనిద్దాం. అందులో ఆవరణాలకు ఋణసంఖ్య వెలుపల ఉంది. దీనిని రెండు విధానాలలో సాధించవచ్చు, ముందుగా ఆవరణాలను సాధించడం (సాధనను ఎడమభాగంలో ఉన్నట్లుగా) లేదా ఆవరణాలను సరిగ్గా తీసి సాధించడం (కుడి భాగంలో ఉన్నట్లు)..

$$= 68 + (-(18 + 13))$$

$$= 68 + (-31)$$

$$= 37$$

OR

$$= 68 + (-(18 + 13))$$

$$= 68 + (-18) + (-13)$$

$$= 50 + (-13) = 37$$

ఇప్పుడు, ఇతర నమసాల విలువలు కనుగొనండి.

సమాసాలు కూడా అవి కల్గిన అక్షర -సంఖ్యలను సంఖ్యలతో మార్చినప్పుడు సంఖ్యావిలువలను తీసుకుంటాయి. ఉదాహరణ 1లో, ఆస్ట్రాబ్ 23 సంవత్సరాల వయస్సులో ఉన్నప్పుడు శబ్నమ్ వయస్సును కనుగొనడానికి మనం సమాసం a+3 లో అక్షర – సంఖ్య a ని 23 లో మార్చాము. అది 26 యొక్క విలువను తీసుకొంది.

©KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

4.3 బీజగకత సమాసాలను గుణకార చిహ్నాన్ని వదిలివేయడం.

ఈ సంఖ్యా వరుస చూడండి.

4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, ...

మనం ఈ క్రమం లేదా విన్యాసాన్ని ఎలా వివరించవచ్చు? సులభం: అవి 4 యొక్క గుణకారపు పట్టికలో కనబడు సంఖ్యలు (4 యొక్క ఆరోహణా క్రమంలో)

ఈ వరుస క్రమంలోని మూడవ పదం ఏది?

అది 4×3 ఈ వరుష క్రమంలోని 29వ పదం ఏది?

అది 4×29

? ఈ వరుస క్రమంలోని nవ పదం కనుగొనడానికి ఒక సమాసం కనుగొనండి.

ఇక్కడ వరుసక్రమంలో 'n' ఒక స్థానాన్ని సూచించెడి అక్షర – సంఖ్య అయిందనేది గమనించండి.

ఇది 4 యొక్క గుణకాల వరుసక్రమం అయినందువలన, nవ పదం 4 సార్లు n అయివుంటుందని గమనించవచ్చు

$$4 \times n$$

సామాన్య పద్ధతిలాగా, 4×n మనం 4×n ను గుణాకార చిహ్నం వదిలి, 4n అని సంక్షిప్తంగా చూద్దాం. మనం ముందుగా సంఖ్యను రాసి తరువాత అక్షరాలు రాస్తాం. k=4 అయినప్పుడు సమాసం 7k యొక్క విలువను కనుగొనండి. విలువ 7×4= 28 అవుతుంది.

m = 2 అయినప్పుడు, సమాసం 5m × 3 యొక్క విలువను కనుగొనండి.

5m అనగా 5×m అయినందువలన, m = 2 అయినప్పుడు సమాసం విలువ 5×2+3= 13 అవుతుంది.

తప్పును గమనించండి, తప్పును సరిదిద్దండి.

కింద కొన్ని సరళీకరణాలు చూపడమైంది అక్కడ అక్షర సంఖ్యలను సంఖ్యలతో మార్చి, సమాసం విలువను పొందడమైనది.

1. వాటిలో ప్రతిదానిని గమనించండి మరియు లోపాలున్నచో గుర్తించండి.
2. అక్కడ లోపాలు ఉన్నాయని మీరు భావించినచో, ఏమి తప్పై ఉండవచ్చో అనేదానిని వివరించడానికి ప్రయత్నించండి.
3. తరువాత, వాటిని సరిచేయండి మరియు సమాసం యొక్క విలువను ఇవ్వండి.

1 a = – 4, అయితే, 10 – a = 6.

2 d = 6, అయితే, 3d = 36.

3 s = 7, అయితే, 3s – 2 = 15.

4 r = 8, అయితే, 2r + 1 = 29.

5 j = 5, అయితే, 2j = 10.

6 m = –6, అయితే, 3 (m + 1) = 19.

7 f = 3, g = 1 అయితే 2f – 2g = 2.

8 t = 4, b = 3 అయితే 2t + b = 24.

9 h = 5, n = 6 అయితే h – (3 – n) = 4.

© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

4.4. బీజగణిత సమాసాల (బీజోక్తులు) సరళీకరణ (సూక్ష్మీకరణ)

వేర్వేరు నియమిత ఆకృతుల చుట్టుకొలతను వాటి భుజాల ఆధారంగా కనుగొనడానికి బీజగణిత సమాసాలను ఇంతకుముందు కనుగొన్నాం. మనం ఇప్పుడు ఒక ధీర్ఘచతురస్రం చుట్టుకొలతను కనుగొనడానికి ఒక బీజగణిత సమాసాన్ని కనుగొందాం.



వెనుకటి సందర్భాలులాగా, ధీర్ఘ చతురస్రం పొడవు మరియు వెడల్పులు తెలిసినప్పుడు, చుట్టుకొలత ఎలా పొందవచ్చో మనం ముందుగా వివరిస్తాం.

పొడవు + పొడల్పు + పొడవు + వెడల్పుల మొత్తాన్ని కనుగొనండి

పొడవు మరియు వెడల్పుల స్థలంలో వరుసగా అక్షర–సంఖ్యలు l మరియు b.లను ఉపయోగిద్దాం. ధీర్ఘచతురస్రం చుట్టు కొలతను సూచించనీయండి.

ఇప్పుడు మనం

$$p = l + b + l + b \text{ పొందుతాం}$$

మనకు తెలిసినట్లుగా, అవి సంఖ్యలు చూపుతాయి. అందువలన గణిత సమాసంలోని పదాలను ఏ క్రమంలోనైనా కలపవచ్చు. అందువలన, పై గణిత సమాసాన్ని ఈ విధంగా రాయవచ్చు.

$$= l + l + b + b$$

$l + l = 2 \times l = 2l$, మరియు $b + b = 2 \times b = 2b$,

$$p = 2l + 2b.$$

చుట్టు కొలత యొక్క ప్రారంభ సమానం (l+b+l+b) మరియు చివరి సమాసం ($2l + 2b$) విభిన్నంగా కనబడుతుందని గమనించండి. అదేవిధంగా మనం సంఖ్యలకు నియమాలు మరియు క్రియలను అన్వయించడం ద్వారా ప్రారంభ సమాసం నుండి సమాసం (బీజోక్తి) పొందిన కారణంగా అవి సమానంగా ఉన్నాయి. అక్షర– సంఖ్యలను సంఖ్యలనుండి మార్చినప్పుడు అవి రెండూ ఒకే విలువలు తీసుకొంటాయనే అర్థం లో సమానంగా ఉంటాయి.

ఉదాహరణకు, $l = 3, b = 4$, అయినప్పుడు.

$$l + b + l + b = 3 + 4 + 3 + 4 = 14, \text{ మరియు}$$

$$2l + 2b = 2 \times 3 + 2 \times 4 = 14.$$

$2l + 2b$ సమాసాన్ని $l + b + l + b$ యొక్క సూక్ష్మ రూపం అని అంటారు. మనం, సరళీకరణం యొక్క ఇంకా ఎక్కువ ఉదాహరణలు చూద్దాం

ఉదాహరణ 5 : ఒక అంగట్లో అమ్మబడిన పెన్సిళ్ళు మరియు రబ్బర్‌ల సంఖ్యను చూపెడి పట్టిక కింద ఉంది. ప్రతి పెన్సిల్ వెల c మరియు ప్రతిరబ్బర్ వెల d అవుతుంది ఈ మూడు రోజులలో దుకాణదారుడు సంపాదించిన మొత్తం డబ్బును కనుగొనండి.

	1వ రోజు	2వ రోజు	3వ రోజు
పెన్సిళ్ళు (వెల 'c')	5	3	10
రబ్బర్‌లు (వెల 'd')	4	6	1

మనం ముందుగా పెన్సిళ్ళ అమ్మకం నుండి సంపాదించిన డబ్బును కనుగొందాం.

పెన్సి అమ్మకం నుండి 1వ రోజు సంపాదించిన డబ్బు 5c అదే విధంగా పెన్సిళ్ళ అమ్మకం నుండి 2 వ రోజు సంపాదించిన డబ్బు ..... మరియు 3వ రోజు సంపాదించిన డబ్బు .....

పెన్సిళ్ళ అమ్మకం నుండి సంపాదించిన మొత్తం డబ్బు 5c + 3c + 10c. ఈ సమాసాన్ని మరింత సరళీకృతం చేయండి. పదాల సంఖ్యలను తక్కువ చేయవచ్చా?

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

సమాసం (బీజోక్తి) అనగా c లో 5 అంత ; c లో 3 అంత కూడి ఉంటుంది. అందువలన కలిసి, అక్షర సంఖ్య c ని (5+3+10) సార్లు కూడబడింది. దీనిని మనం సంఖ్యల విభాజక లక్షణంగా చూశాం. అందువలన.

$$5 \times c + 3 \times c + 10 \times c = (5 + 3 + 10) \times c$$

$(5 + 3 + 10) \times c$ అని సరళీకరించవచ్చు to $18 \times c = 18c$.

? c= ₹50 అయితే, పెన్సిళ్ళ ప్రమాణం నుండి సంపాదించిన మొత్తం డబ్బును కనుగొనండి.

? రబ్బర్‌లు అమ్మడం వలన సంపాదించిన మొత్తం డబ్బుకు సమాసం రాయండి. తరువాత సమాసాన్ని సూక్ష్మీకరించండి.

ఈ మూడు రోజులలో పెన్సిళ్ళు మరియు రబ్బర్‌లు అమ్మడం వలన సంపాదించిన మొత్తం డబ్బు యొక్క సమాసం $18c + 11d$.

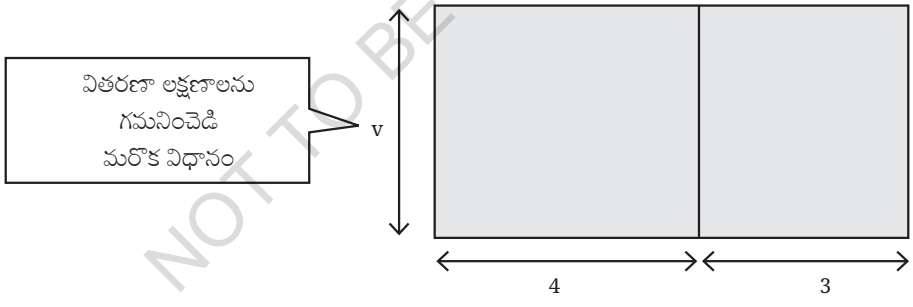
? $18c + 11d$ ఈ సమాసాన్ని మరింత సూక్ష్మీకరించవచ్చా?

ఈ సమాసం విభిన్న అక్షర – సంఖ్యలు పొందియుం డటం వలన మరింత సూక్ష్మీకరించడానికి ఎటువంటి విధానం లేదు . అది దాని సరళ (సూక్ష్మ) రూపంలో ఉంది.

ఈ సమస్యలో, $5c + 3c + 10c$ సమాసం $18c$ సమాసంగా సూక్ష్మీకరించబడిందని మనం చూశాం.

? cని వివిధ సంఖ్యలతో మార్చినప్పుడు రెండు సమాసాలు ఒకే విలువను పొందుతాయా అని పరీక్షించండి.

? **ఉదాహరణ 6 :** చిత్రంలో చూపినట్లుగా, ఒక పెద్ద దీర్ఘ చతురస్రాన్ని రెండు చిన్న ధీర్ఘ చదురస్రాలుగా భాగం చేయబడింది . పెద్ద ధీర్ఘ చతురస్రం యొక్క వైశాల్యాన్ని వివరించెడి ఒక సమాసం రాయండి.



చిన్న దీర్ఘ చతురస్రాల వైశాల్యం $4v$ మరియు $3v$ చదరపు ప్రమాణాలు.

పెద్ద ధీర్ఘ చతురస్రపు వైశాల్యాన్ని రెండు విధానాలలో (i) భుజం మొక్క పొడవు v మరియు (4+3) లను ఉపయోగించడం ద్వారా. లేదా (ii) చిన్న ధీర్ఘచదురస్రాల వైశాల్యాలను ఇవ్వడం ద్వారా కనుగొనవచ్చు.

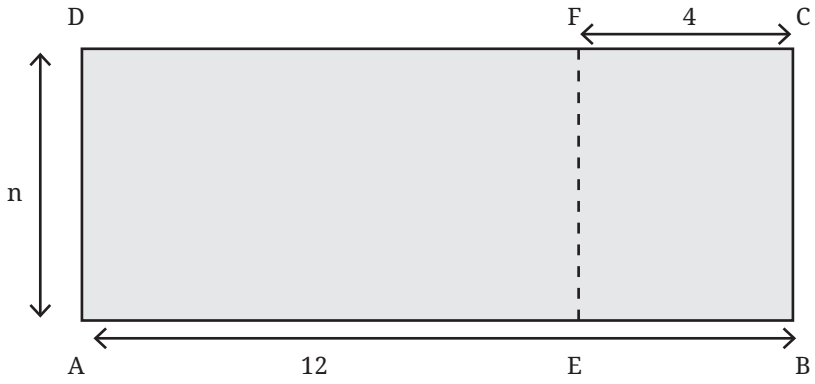
మొదటి విధానంలో $7v$ మరియు రెండవ విధానంలో $4v + 3v$ ఇస్తుంది అవి సమానంగా ఉన్నాయని మనకు తెలిసింది : $4v + 3v = 7v$ మరియు ఇది పెద్ద దీర్ఘ చదురస్రపు వైశాల్యానికి అవసరమైన సమాసం అయింది.

మొదటిదానిలాగా పెద్ద దీర్ఘ చదురస్రాన్ని కింద చూపినట్లుగా రెండు చిన్న ధీర్ఘ చతురస్రాలుగా భాగాలు చేయబడింది – ధీర్ఘచతురస్రం AEFD యొక్క వైశ్యాల్యం కనుగొనడానికి ఒక సమాసం రాయండి.

ఈ సందర్భంలోగ కూడా, AEFD ధీర్ఘ చతురస్రం వైశాల్యాన్ని రెండు విధానాలలో (i) భుజాల పొడవులు n

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

మరియు (12–4) నేరుగా ఉపయోగించడం ద్వారా లేదా (ii) ABCD ధీర్ఘచతురస్రపు వైశాల్యం EBCF ధీర్ఘ చతురస్రపు వైశాల్యాన్ని తీసివేయడం ద్వారా కనుగొనవచ్చు.



మొదటి విధానంలో 8n మరియు రెండవ విధానంలో 12n – 4n పొందుతాం. మరియు 12n – 4n = 8n అయినందువలన ఇవి రెండూ సమానం. ఇది ధీర్ఘచతురస్రం AEFD వైశాల్యపు సమాసం.

(5c, c, 10c), (12n, – 4n) ఇలాంటి ఒకే అక్షర – సంఖ్యలను కల్గియున్న పదాల గుంపులను **సజాతి పదాలు** అని అంటారు. {18c, 11d} ఇలాంటి విభిన్న అక్షర–సంఖ్యలు కల్గియున్న పదాల గుంపును **విజాతి పదాలు** అని అంటారు.

మనం గమనించినట్లుగా, సజాతి పదాలను కలిపి (ఒకటిగా) కూడవచ్చు మరియు ఏకపదంగా సూక్ష్మ (సరళ) రూపానికి తీసుకురావచ్చు.

వస్తువు	మొత్తం
కుర్చీ	₹40
మేజా	₹75

ఉదాహరణ 7 : ఒక దుకాణం రోజువారి వినియోగం కొరకు కుర్చీలు మరియు మేజాలను అద్దెకు ఇస్తుంది. వాటిని అద్దెకు పొందడానికి ముందుగా ప్రతి వస్తువుకు ముందు (కుడివైపు) ఇచ్చినట్లుగా డబ్బు చెల్లించాల్సి ఉంటుంది.

వస్తువు	వాపస్సు ఇచ్చిన మొత్తం
కుర్చీ	₹6
మేజా	₹10

పీరోపకరణాలను వాపసు ఇచ్చేటప్పుడు దుకాణం దారులు ముందు (కుడివైపు) ఇచ్చినట్లుగా కొద్దిగా డబ్బును వాపసు చెల్లిస్తారు.

x కుర్చీలు మరియు y మేజాలకు బాడుగ ఇచ్చినచో చెల్లించాల్సిన మొత్తం రూపాయలకు ఒక సమాసం రాయండి.

x కుర్చీలు మరియు y మేజాలకు ప్రారంభంలో చెల్లించిన మొత్తం పీరోపకరణాలను వాపసు ఇచ్చిన తరువాత తిరిగి చెల్లించాల్సిన మొత్తం కనుగొనండి.

ఈ మొత్తాలను పొందెడి విధానాన్ని వివరించండి.

ప్రారంభంలో చెల్లించిన మొత్తం 40x + 75y మరియు తెరిగి చెల్లించాల్సిన మొత్తం 6x + 10y

అందువలన మొత్తం చెల్లంచాల్సిన మొత్తం = (40x + 75y) – (6x + 10y)

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

? ఈ సమాసాన్ని సూక్ష్మీకరించవచ్చా? ఔను అనేటట్లయితే ఎలా? కాదు అనేటట్లయితే ఎందుకు?

గణితపు మాట

మనం అంకగణిత సమాసంలో ఆవరణాలను ఎలా తొలగించాలో జ్ఞాపకం చేసుకోండి.

$(40x + 75y) – (6x + 10y) = (40x + 75y) – 6x – 10y$ మనం పొందుతాం'

పదాలను ఏదైనా విధానంలో కూడవచ్చు కాబట్టి, మిగిలిన ఆవరణాలను తొలగించినప్పుడు, సమాసం $40x + 75y + – 6x + – 10y$ అవుతుంది.

మనం సజాతి పదాలను ఒకటిగా గుంపు చేయవచ్చు

$$40x + – 6x + 75y + – 10y$$
$$= (40 – 6)x + (75 – 10)y$$
$$= 34x + 65y$$ ని ఇస్తుంది.

సమాసం $(40x + 75y) – (6x + 10y)$ అనునది $34x + 65y$కి సూక్ష్మీకరించబడింది. ఇది రూపాయలలో చెల్లించిన మొత్తం అవుతుంది.

? మనం ప్రారంభ సమానాన్ని $(40x + 75y) + (–6x –10y)$? అని రాయగలరా?

గణితపు మాట

? **ఉదాహరణ 8 :** చారు క్విజ్ యొక్క మూడు చుట్లు ముగిసింది. మూడు చుట్లలో ఆమె మార్కులు $7p – 3q$, $8p – 4q$ మరియు $6p – 2q$ అయింది. ఇక్కడ సరైన జవాబుకు మార్కులు p తప్పైన జవాబుకు విధించిన జరిమానాను q చూపుతున్నది.

? ప్రతి సమాసం యొక్క అర్థం ఏమిటి?

సరైన జవాబుకు 4 మార్కులు కాగా $(p = 4)$ మరియు తప్పైన జవాబుకు విధించిన జరిమానాకు 1 మార్కు అయితే 1 $(q = 1)$, మొదటి చుట్టులో చారు మార్కులను (స్కోరు) కనుగొనండి.

చారు స్కోరు $7 \times 4 – 3 \times 1$ పదాలు మొత్తంగా రాయడం ద్వారా ఈ సమాసాన్ని మనం సాధించవచ్చు,

$7 \times 4 – 3 \times 1 = 7 \times 4 + – 3 \times 1 = 28 + – 3 = 25$

రెండు మరియు మూడు చుట్లలో ఆమె స్కోరు ఎంత?

జరిమాన లేనట్లయితే ఎంత? ఆ సందర్భంలో q విలువ ఎంత?

మూడు చుట్ల తరువాత ఆమె అంతిమ స్కోరు ఎంత?

ఆమె అంతిమ స్కోరు, మూడు స్కోర్ల మొత్తం అవుతుంది $(7p – 3q) + (8p – 4q) + (6p – 2q)$.

పదాలను ఏ క్రమంలోనైనా కూడవచ్చు . కాబట్టి మనం ఆవరణాలను తొలగించి కిందివిధంగా రాయవచ్చు.

$7p + – (3q) + 8p + – (4q) + 6p + –(2q)$

$= 7p + 8p + 6p + – (3q) + – (4q) + – (2q)$ (వినిమయం మరియు గుంపు చేయడం వలన)

$= (7 + 8 + 6)p + – (3 + 4 + 2)q$

$= 21p + – 9q$

$= 21p – 9q.$

మూడు చుట్ల తరువాత చారు యొక్క మొత్తం స్కోరు $21p – 9q$ ఆమె సహపాఠకురాలు కృపితో స్కోరు $23p – 7q$.

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

? మూడు చుట్లలో కూడినప్పుడు కృషితా స్కోర్ల మొత్తం $23p - 7q$ అయ్యేటట్లు కొన్ని సంభావ్య స్కోర్లు ఇవ్వండి.

? ఎవరు ఎక్కువ స్కోరు చేశారో మనం చెప్పవచ్చా? ఎందుకో మీరు వివరించగలరా?

చారు కంటే కృషితా ఎంత ఎక్కువ స్కోరు చేశారు? రెండు స్కోర్ల మధ్యగల వ్యత్యాసాలను కనుగొనడం వలన దీనిని పొందవచ్చు.

$$23p - 7q - (21p - 9q)$$

? ఈ సమాసాన్ని మరింత సూక్ష్మీకరించండి.

? ఉదాహరణ 9 : $4(x + y) - y$ సమాసాన్ని సూక్ష్మీకరించండి.

విభాజక నియమం ఉపయోగించి సమాసాన్ని కిందివిధంగా సూక్ష్మీకరించవచ్చు.

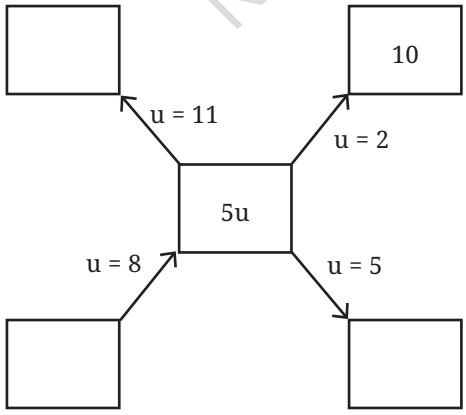
$$4(x + y) - y = 4x + 4y - y$$
$$= 4x + 4y + -y$$
$$= 4x + (4 - 1)y$$
$$= 4x + 3y$$

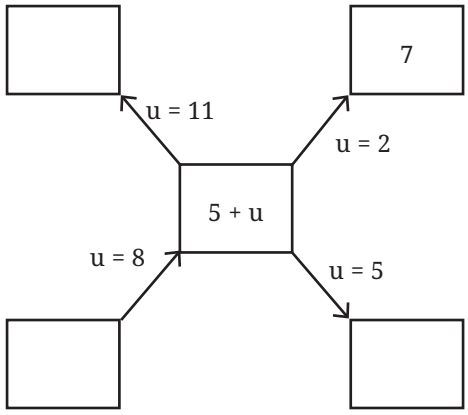
? **ఉదాహరణ 10 :** 54 మరియు 5 + 4 ఈ సమాసాలు పరస్పరం సమానంగా ఉన్నాయా?

సమాసం $5u$ అనగా సంఖ్య u యొక్క 5 అంత మరియు సమాసం 5+4 అనగా సంఖ్య u కంటే 5 ఎక్కువ ఇవి రెండూ వేరే క్రియలు అయినందువలన, u యొక్క చాలా విలువలకు సరిగ్గా అవి విభిన్న విలువలనిస్తాయి.

మనం పరిశీలిద్దాం.

? పదిలిపెట్టిన స్థలాలను అక్షర – సంఖ్యలకు బదులుగా సంఖ్యలతో నింపండి, ఒక ఉదాహరణ చూపబడింది. 5u మరియు 5+u తీసుకొనెడి విలువలను పోల్చండి.





@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

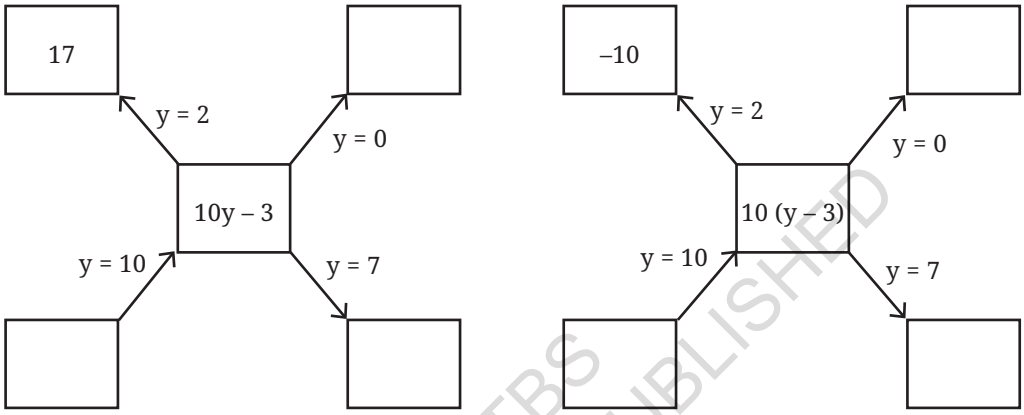
$5u$ మరియు $5 + u$ సమాసాలు సమానంగానున్నచో 'u' యొక్క ఏదైనా విలువకు అదే విలువను కూడాలి అయితే, అవి అలాగే జరగవు అని మనం గమనించాం. అందువలన, ఇవి రెండు సమాసాలు సమానంగాలేవు.

$10y - 3$ మరియు $10(y - 3)$ సమాసాలు సమానంగా ఉన్నాయా?

$10y - 3$ యొక్క సంక్షిప్త రూపం $10 \times y - 3$ అనగా y యొక్క 10లో 3 తక్కువ

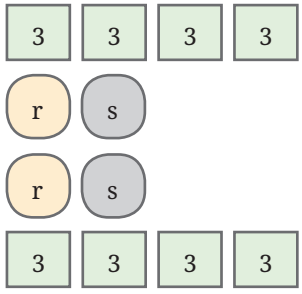
$10(y - 3)$ యొక్క సంక్షిప్త రూపం $10 \times (y - 3)$ అనగా 10 అంత (y కంటే 3 తక్కువ)

y యొక్క వివిధ విలువలకు ఈ సమాసాలు తీసుకొనెడి విలువలను పోల్చుదాం.



? రెండు చిత్రాలలో నింపిన తరువాత రెండు సమాసాలు సమానంగా ఉన్నాయని మీరు భావిస్తున్నారా?

? **ఉదాహరణ 11:** చిత్రంలోగల సంఖ్యల మొత్తం ఎంత? (అవ్యక్త విలువలను అక్షర – సంఖ్యలతో సూచించడమైనది)?



దీనిని చేయడానికి వివిధ విధానాలున్నాయి. ఇక్కడ వాటిలో కొన్నింటిని చూపుతున్నాం.

1. అడ్డ వరుసలలో కూడినప్పుడు,

$(4 \times 3) + (r + s) + (r + s) + (4 \times 3)$ లభిస్తుంది.

2. సజాతి పదాలను ఒకటిగా కూడినప్పుడు.

$(8 \times 3) + (r + r) + (s + s)$ లభిస్తుంది.

3. పై సగాన్ని కూడి, దానిని రెండురెట్లు చేసినప్పుడు

$2 \times (4 \times 3 + r + s)$ లభిస్తుంది.

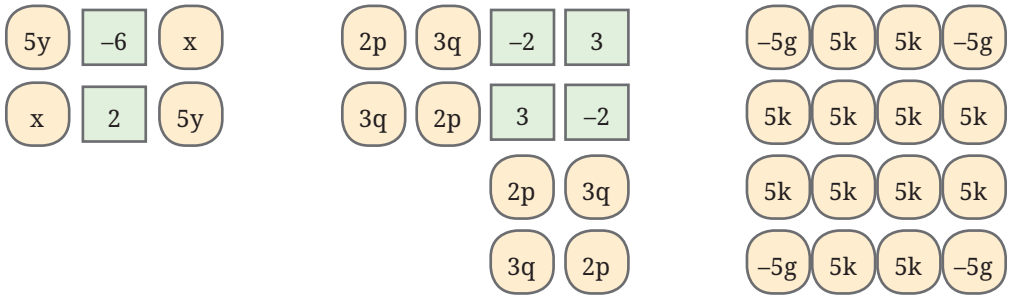
మూడు సమాసాలు కూడా విభిన్నంగా కనబడవచ్చు. మనం ప్రతిదానినీ సూక్ష్మీకరించి, అవి సమానంగా ఉన్నాయని చూపవచ్చు : $2r + 2s + 24$

? **వీటిని కనుగొనండి**

1. కింది ప్రతి చిత్రంలోగల సంఖ్యలను కూడండి వాటికి సంబంధించిన (అనురూప) సమసాలు రాసి,

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

సూక్ష్మీకరించండి. ప్రతి చిత్రంలోని సంఖ్యలను జతలుగా విభిన్న రీతిలో కూడటానికి ప్రయత్నించండి. మరియు అదే వస్తుందా అని చూడండి'



2. కింది సమాసాలను సూక్ష్మీకరించండి.

(a) $p + p + p + p$, $p + p + p + q$, $p + q + p - q$,
$p - q + p - q$, $p + q - p + q$,
$p + q - (p + q)$, $p - q - p - q$

(b) $2d - d - d - d$, $2d - d - d - c$,
$2d - d - (d - c)$, $2d - (d - d) - c$,
$2d - d - c - c$

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

తప్పును గమనించండి, తప్పును సరిదిద్దండి.

కొన్ని సమాసాల సూక్ష్మీకరణలు కింద ఇవ్వబడినినని కుడిభాగంలోగల సమాసం సూక్ష్మరూపంలో ఉండాలి.

- వాటిలో ప్రతిదానిని గమనించండి. ఏమైనా తప్పలున్నాయా అని చూడండి.
- తప్పు ఉంది అని మీరు భావించినచో, ఏమి తప్పు అయి వుండవచ్చో వివరించడానికి ప్రయత్నించండి.
- తరువాత దానిని సరిగ్గా సూక్ష్మీకరించండి.

	సమాసం	సూక్ష్మరూపం	సరైన సూక్ష్మ (సరళీకృత) రూపం
1.	$3a + 2b$	5	
2.	$3b - 2b - b$	0	
3.	$6 (p + 2)$	$6p + 8$	
4.	$(4x + 3y) - (3x + 4y)$	$x + y$	
5.	$5 - (2 - 6z)$	$3 - 6z$	
6.	$2 + (x + 3)$	$2x - 6$	
7.	$2y + (3y - 6)$	$- y + 6$	
8.	$7p - p + 5q - 2q$	$7p + 3q$	
9.	$5 (2w + 3x + 4w)$	$10w + 15x + 20w$	

10. $3j + 6k + 9h + 12$	$3 (j + 2k + 3h + 4)$
11. $4 (2r + 3s + 5)$	$– 20 – 8r – 12s$

? సరిదిద్దిన అన్ని సూక్ష్మ (సరళ) రూపాలను చుద్దాం. ఆవరణాలు తొలగించడమైనది సజాతి పదాలను కూడటమైనది మరియు కేవలం సంఖ్యలను మాత్రమే కల్గియున్న పదాలను కూడా కలపడమైనది) ఈ సమసాలు పదాల సంఖ్య మరియు అక్షర – సంఖ్యల మధ్య ఏమైనా సంబంధముందా ?

4.5 విన్యాసాలను ఎంచుకొని, సంబంధాలను బహిర్గతం చేయండి

మొదటి భాగంలో బీజగణిత సమాసాలను ఒకసారి చూసి, వాటిని సరళ విన్యాసాలు మరియు ధన్యవాదాలు, అందమైన రీతిలో వివరించడానికి, వీటిని ఎలా ఉపయోగించవచ్చో చూశాం.

ఇక్కడ, మనం వివిధ సన్నివేశాలలో ప్రమాణాల మధ్వగల సాధారణ సంబంధాలను వెతకడానికి కొనసాగిస్తాం. నమూనాలను కనుగొంటాం మరియు కుతూహల కరంగా, ఈ నమూనాలు ఎందుకు సంభవిస్తాయో కూడా వివరిస్తాం.

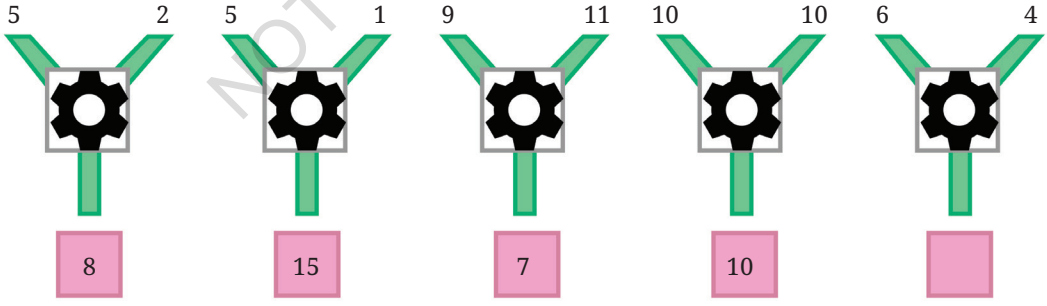
వాటిని బీజగణిత సమసాలుగా రాయడానికి ముందు, వాటిని సరళ భాషలో వివరించెడి లేదా గణిత సంబంధాలను దృశ్యమానం చేసెడి ప్రాముఖ్యతను గుర్తుంచుకోండి.

సూత్రం కనిపెట్టడం (Formula Detective)

కింద ఇచ్చిన చిత్రాలు గమనించండి. ప్రతి సందర్భంలో కూడా సంఖ్యా యంత్రం 'Y' యొక్క పైభాగంలోగల 2 సంఖ్యలను లోపల (input) తీసుకొని, కొన్ని క్రియలు నిర్వహించి, ఫలితాలను కిలది భాగంలో ఇస్తుంది.

యంత్రం ప్రతి సందర్భంలో కూడా దాని లోపల చేరుకోవడం మీద ఒకే విధమైన క్రియలు నిర్వహిస్తుంది.

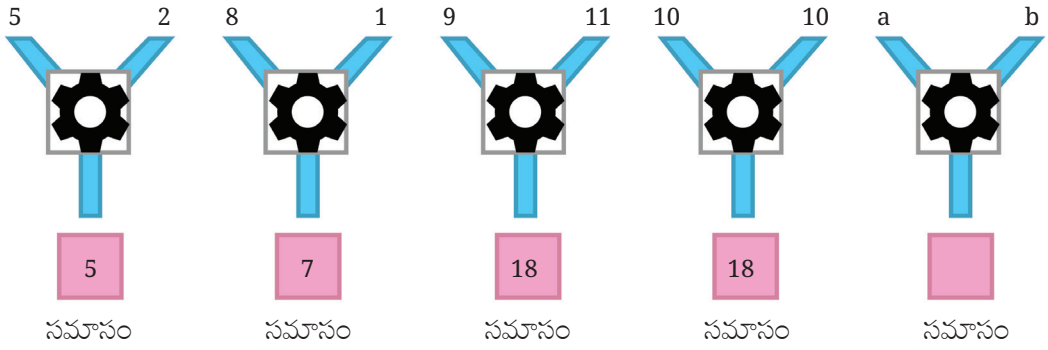
? ఈ సంఖ్యా యంత్రం యొక్క సూత్రం కనుగొనండి.

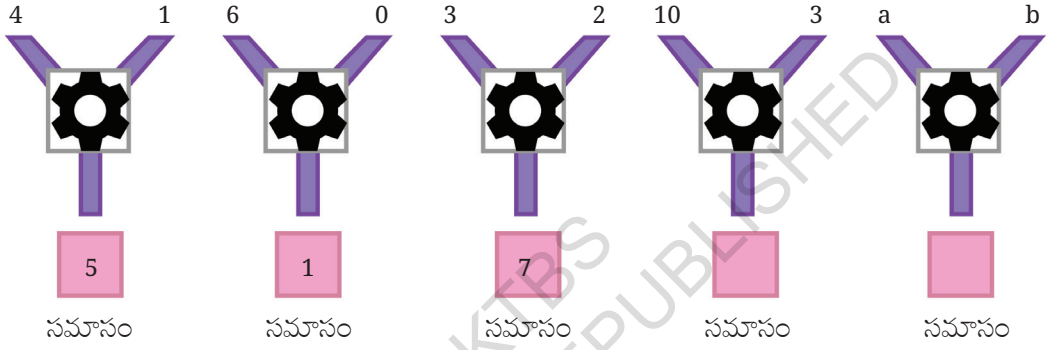


పై సంఖ్యా యంత్రానికి సూత్రం మొదటి సంఖ్యలోని రెట్టింపు నుండి రెండవ సంఖ్యను తీసివేయడం. అని ఉంది. బీజగణిత సమసం రూపంలో రాసినప్పుడు సూత్రం $2a – b$ అవుతుంది. మొదటిగుంపులోని లోపలికి చేరడం (input) యొక్క సమాసం $2 \times 5 – 2 = 8$ ప్రతి గుంపులోని లోపల చేరడాల సూత్రం సరిగ్గా ఉందా పరీక్షించండి.

© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

కింది సంఖ్యాయంత్రాలకు సూత్రాలు కనుగొనండి మరియు ప్రతి గుంపుకు సమాసం రాయండి.





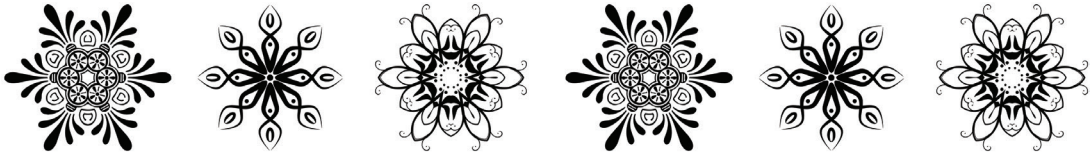
© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

ఇప్పుడే మీదే అయిన ఒక సూత్రం చేయండి. సూత్రం ఉపయోగించి, రాసిన కొన్ని సంఖ్యాయంత్రాలను ఉదాహరణలుగా రాయండి. దీనిని కనుగొనడానికి మీ సహపాఠకులకు సవాలు వేయండి!

ఉపాధ్యాయులకు సూచన : సమస్యలను సాధించడమేగాక కొత్త ప్రశ్నలు సృష్టించడం కూడా అభ్యసనం మరియు గణితం చేయడం అవుతుంది.

విన్యాసాలను వివరించడానికి బీజగణిత సమాసాలు

ఉదాహరణ 12 : సోమ్జిత్ ఒక చీర అంచులో పునరావృత విన్యాసాన్ని గమనించాడు.



అన్ని స్థానాలు (i) విన్యాసం A, (ii) విన్యాసం B మరియు (iii) విన్యాసం C లతో వచ్చునట్లు వివరించడానికి ఒక విధానం ఉందని సోమ్జిత్ ఆశ్చర్యపడ్డాడు.

విన్యాసం C నుండి ప్రారంభిద్దాం అది మొదటి సారి 3వ స్థానంలో, రెండవసారి 6వ స్థానంలో కనబడుతుంది.

? nవ సారి విన్యాసం C ఎక్కడ కనబడుతుంది?

2 యొక్క గుణకాల స్థానంలో ఈ విన్యాసం కనబడుతుందని మనం చూడవచ్చు. అందువలన nవ సారి విన్యాసం C అనునది 3n స్థానంలో ఉంటుంది.

? అదేవిధంగా, ఇతర విన్యాసాలు 2వ సారి కనబడు స్థానాన్ని ఇచ్చిడి సూత్రం కనుగొనండి. విన్యాసం B అనునది nవ సారి సంభవించెడి. స్థానాలు 2, 5, 8,11,14, వరుసగా ఇదే విధంగా కొన సాగుతుంది విన్యాసం B యొక్క nవ సారి కనబడు విన్యాసం nవ సారి విన్యాసం C అనునది కనబడు స్థానం కంటే ఒకటి తక్కువ అనేదానిని మనం గమనించవచ్చు అందువలన nవ సారి విన్యాసం Bఅనునది కనబడు స్థానం

$$3n - 1$$

అదేవిధంగా n వ సారి విన్యాసం A అనునది కనబడు స్థానాన్ని వివరించెడి సమాసం : $3n - 2$

? ఒక సంఖ్యస్థానాన్ని ఇచ్చిన స్థానపు సంఖ్యలో ఏ విన్యాసం సంఖ్య కనబడుతుందో మనం కనుగొనవచ్చా? స్థానం 122 లో ఏ విన్యాసం ఉంటుంది?

స్థానపు సంఖ్య 3 యొక్క గుణకం అయితే, అది నిశ్చితంగా విన్యాసం C అయివుంటుంది. వెనుక మనం చూసినట్లుగా 3 యొక్క గుణకం కంటే ఒకటి తక్కువ ఉన్నచో, అది విన్యాసం B అయివుంటుంది. మరియు 3 యొక్క గుణకం కంటే 2 తక్కువ ఉన్నచో అది విన్యాసం A అయివుంటుంది.

? దీనికొరకు స్థానపు సంఖ్యను 3 చే భాగించినప్పుడు వచ్చెడి శేషాన్ని ఉపయోగించవచ్చా? కింది పట్టికను గమనించండి'

స్థానపు సంఖ్య	3చే భాగించినప్పుడు భాగలబ్ధం	శేషం
99	33	0
122	40	2
148	49	1

? దీనిని ఉపయోగించి, 99, 122 మరియు 148వ స్థానాలకు ఏ విన్యాసం వస్తుందో కనుగొనండి.

కేలండర్‌లోగల విన్యాసాలు

ఇక్కడ నవంబర్ 2024 కేలండర్ ఉంది. కేలండర్‌లో గుర్తుపెట్టినట్లుగా 2×2 చతురస్రాలను పరిగణించండి. ఈ చతురస్రంలోగల సంఖ్యలు ఒకటి ఆసక్తికరమైన లక్షణాలను చూపుతున్నది''

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

నవంబర్ 2024

సోమ	మం	బుధ	గురు	శుక్ర	శని	ఆది
					1	2
3	4	5	6	7	8	9
10	11	12	13	14	15	16
17	18	19	20	21	22	23
24	25	26	27	28	29	30

12	13
19	20

మనం గుర్తుపెట్టిన 2×2 చతురస్రం తీసుకొందాం మరియు వికర్ణంలోగల సంఖ్యలను పరిగణిద్దాం. అవి 12 మరియు 12; 13 మరియు 19. వాటి మొత్తం కనుగొనండి, 12 + 20 13+19. మీరు ఏమేమి గమనించారు?

అవి సమానం

కేలండర్‌లోగల సంఖ్యలను అంతంలేని అడ్డవరుసలను సృష్టించండి 30 మీరకుండా విస్తరిద్దా.

నవంబర్ 2024

సోమ	మం	బుధ	గురు	శుక్ర	శని	ఆది
					1	2
3	4	5	6	7	8	9
10	11	12	13	14	15	16
17	18	19	20	21	22	23
24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37
38	39	40	41	42	43	44
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮

NOT TO BE REPUBLISHED © SCERT

? అంతంలేకుండా ఈ గ్రిడ్‌లోని 2×2 చతురస్రం యొక్క వికర్ణంలోగల సంఖ్యల మొత్తం సమానం అవుతోందా? మనం ఎలా నిర్ధారించవచ్చు?

దీనిని నిర్ధారించుకోవడానికి, మనం అన్ని 2×2 చతురస్రాలతో పరిశీలించడానికి సాధ్యపడదు ఎందుకనగా అక్కడ అనియమిత సంఖ్యలో చతురస్రాలున్నాయి.

ఒక 2×2 చతురస్రాన్ని పరిగణిద్దాం. దానిపైనగల ఎడమ సంఖ్య ఏ సంఖ్య అయినా అయివుండవచ్చు. మనం దానిని 'a' అని పిలుద్దాం'

? పై ఎడమ భాగంలోగల సంఖ్య మనకు తెలిసినందున ఈ 2×2 చతురస్రంలోగల ఇతర సంఖ్యలను మనం ఎలా కనుగొంటాం ?

a	?
?	?

మనం చేసినట్లుగా ఇతర సంఖ్యలను అక్షరాలలో వివరిద్దాం.

- 'a' కి కుడిభాగంలోగల సంఖ్య అందువలన **1 ఎక్కువగా ఉంటుంది.**
- 'a' కి కిందవున్న సంఖ్య అందువలన 7 ఎక్కువగా ఉంటుంది.
- 'a'కి వికర్ణంగా వున్న సంఖ్య అందువలన **18 ఎక్కువగా ఉంటుంది.**

a	a + 1
a + 7	a + 8

అందువలన 2×2 చతురస్రాలలోగల ఇతర సంఖ్యలను గ్రిడ్‌లో ఉన్నట్లు చూపవచ్చు మనం వికర్ణాల మొత్తాన్ని కనుగొందాం; a + (a + 8) మరియు (a + 1) + (a + 7)

మనం దీనిని సూక్ష్మీకరిద్దాం.

పదాలను ఏ క్రమంలోనైనా కూడవచ్చు. కాబట్టి ఆవరణాలను తొలగించవచ్చు.

a + (a + 8) = a + a + 8 = 2a + 8

(a + 1) + (a + 7) = a + 1 + a + 7 = a + a + 1 + 7 = 2a + 8

రెండు వికర్ణాల మొత్తాలు 2a + 8 (2 రెట్లకు 8 ఎక్కువ) కి సమానం అనేదానిని మనం చూస్తాం.

? ఏదైనా 2×2 చతురస్రాన్ని పరిగణించండి మరియు అందులో పై ఎడమ సంఖ్యను 'a' గా తీసుకొని వికర్ణ మొత్తాలకు ఈ సమాసాన్ని పరిశీలించండి.

ఇదేవిధంగా 'a' యొక్క ఏదైనా విలువలకు వికర్ణ మొత్తాలు సమానంగా ఉన్నాయని చూపాం. 'a' అనగా, ఏదైనా 2×2 చతురస్రం!



ఈ సమస్య ఒక విన్యాసాన్ని ఎల్లప్పుడూం సరిగ్గా ఉందా అని పరిశీలించడంలో బీజగణిత సమూనాల సామర్థ్యాన్ని చూపెడి ఒక ఉదాహరణ.

కింది ఆకారంలో ఉన్నట్లుగా సంఖ్యల ఒక గుంపును కేలండర్ నుండి (అంతం లేకుండా అడ్డ వరుసలు కల్గియుంది) పరిగణించండి.

	8	
14	15	16
	22	

? సంఖ్యలన్నింటి మొత్తాన్ని కనుగొనండి . మధ్యలోగల సంఖ్యతో దీనిని పోల్చండి : 15. ఈ ఆకారాన్ని రూపించడి సంఖ్యల మరొక గుంపుకు దీనిని పునరావర్తనం చేయండి. మీరు ఏమేమి గమనించారు?

మొత్తం ఎల్లప్పుడూ మధ్యలోగల సంఖ్యయొక 5 రెట్లు ఆయిందని మనం గమనిస్తాం.

? ఇది ఎల్లప్పుడూ అవుతుందా? మీరు దీనిని ఎలా చూపగలరు?

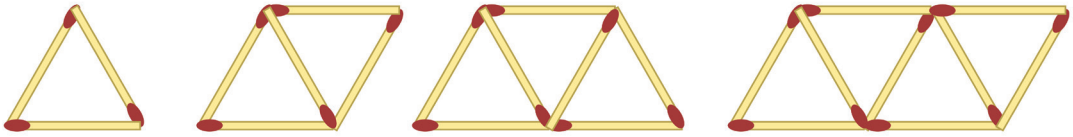
(**క్లూ :** ఈ ఆకారం రూపుగొనునట్లు సంఖ్యల సామాన్య గుంపును పరిగణించండి. మధ్యలోగల సంఖ్య 'a'గా తీసుకోండి. వేరే ఇతర సంఖ్యలను 'a'లో వ్యక్తపరచండి.)

ఆకారంలోపలి సంఖ్యల మొత్తం ఎల్లప్పుడూ సంఖ్యలలో ఒకదాని గుణకంగా ఉండునట్లు వేరే ఆకారాలను కనుగొనండి'

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

అగ్గిపుల్ల విన్యాసాలు

కింది చిత్రాలు గమనించండి. అవి అగ్గిపుల్లలతో అయిన ఒక విన్యాసం. ఏ విన్యాసం అని మీరు గుర్తించగలరా?



1 2 3 4

1వ దశ 1 త్రిభుజం, 2వ దశ 2 త్రిభుజాలు 3వ దశ 3 త్రిభుజాలు కల్గియుండుటను మనం చూస్తాం.

మరియు ఇది ఇదేవిధంగా కొనసాగుతుంది తరువాత దశలో ఎన్ని అగ్గిపుల్లలు ఉన్నాయో మీరు చెప్పగలరా? అది 11. మీరు కూడా దీనిని నిర్మించి చూడవచ్చు.

? దశ 33, దశ 84 మరియు దశ 108లో ఎన్ని అగ్గి పుల్లలు ఉంటాయి? సహజంగా మనం నిర్మించి లెక్కించవచ్చు. అయితే, ఇక్కడున్న విన్యాసం ఉపయోగించి జవాబులను త్వరగా కనుగొను విధానం ఉందా?

తరువాతి దశలోగల అగ్గిపుల్లలు సంఖ్యను కనుగొను సామాన్య నియమం ఏది? తరువాత దశ పొందడానికి ప్రతి దశలో 2 అగ్గిపుల్లలను ఉంచాల్సి ఉంటుందని మనం గమనించవచ్చు. అనగా, ప్రతిసారి అగ్గిపుల్లల సంఖ్య 2 పెరుగుతుంది.

దశల సంఖ్య	1	2	3	4	5	6
అగ్గిపుల్లల సంఖ్య	3	5	7	9	11	13

దశ 33 లోగల అగ్గిపుల్లల సంఖ్య కనుగొనడానికి ఒక విధానాన్ని ఆలోచించండి.(సంఖ్యలు రాయడాన్ని కొనసాగించడమైనది)

ప్రతిసారి 2 అగ్గిపుల్లలు జోడించడం ద్వారా దశ 33లో ఎన్ని 2 లను జోడించాలో కనుగొనడానికి సహాయ పడుతుండి. కింది పట్టికను గమనించి, కనుగొనడానికి ప్రయత్నించండి.

దేశల సంఖ్య	1	2	3	4	5	6
అగ్గిపుల్లల సంఖ్య	3	5	7	9	11	13
		3 + 2	3 + 2 + 2	3 + 2 + 2 + 2	3 + 2 + 2 + 2 + 2	

33 త్రిభుజాలు చేయడానికి కావలసిన అగ్గిపుల్లల సంఖ్య (దశ 33) _____ అదేవిధంగా, దశ 84 వ ఎరియు దశ 108 అను నిర్మించడానికి కావలసిన అగ్గిపుల్లలను కనుగొనండి.

ఏదైనా దశలో అగ్గిపుల్లల సంఖ్య కనుగొనడానికి నియమం/ సూత్రాన్ని వివరించెడి సమాసం ఏది?

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

అది 'y' కంటే ఒకటి తక్కువ (అనగా y-1) 2లు మరియు 3 అందువలన సమాసం.

$$3 + 2 \times (y - 1).$$

ఈ సమాసం (బీజోక్తి) దశలలోని అగ్గిపుల్లల సంఖ్యను ఇస్తుంది. ఇప్పుడు ఏదైనా దశలోని అగ్గిపుల్లల సంఖ్యను త్వరగా కనుగొనవచ్చు.

మొదటి దశలో కూడా 2 ఉండుటను మీరు ఇదివరకే గమనించి యుండవచ్చు 3= 1+2 దీనిని ఉపయోగించినప్పుడు మనకు సమాసం (బీజోక్తి) 2y+1 లభిస్తుంది.

? పై సమాసం ప్రతి దశలోని అగ్గిపుల్లలు సంఖ్యను కూడా సరిగ్గా ఇస్తుందా? ఈ సమాసాలు సమానమా?

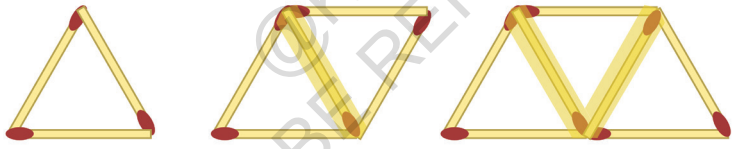
సమాసం $3 + 2 \times (y - 1)$ ను సూక్ష్మీకరించడం వలన పరిశీలించవచ్చు.

$$3 + 2 \times (y - 1) = 3 + 2y - 2$$

$$= 2y + 1.$$

రెండు సమాసాలు సమానంగా ఉన్నాయి.

లెక్కించడానికి మరొక విధానం ఒకటి ఉంది. లేదా విన్యాసాలను గమనించండి. చిత్రాలను మరోసారి గమనిద్దాం.



©KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

అగ్గిపుల్లలను రెండు దిక్కులలో — (a) మీద మరియు కింద అక్షంగా, మరియు (b) మధ్యలు వికర్ణంగా పెట్టడమైంది. ఉదాహరణకు, దశ2లో 2 అగ్గిపుల్లలను అడ్డంగా మరియు 3 అగ్గిపుల్లలను వికర్ణంగా పిట్టడమైంది.

? దశ 3 మరియు దశ4లో ఈ సంఖ్యలు ఏవి?

? ప్రతి దిక్కులో దశలు పెరిగేకొద్దీ, అగ్గిపుల్లల సంఖ్య ఎలా మారుతుంది? ప్రతి దిక్కులో దశ 'y' లోని అగ్గిపుల్లల సంఖ్యకు ఒక సమాసం రాయండి. రెండు సమాసాలు 2y + 1 కు చేరుతాయా?

? **వీటిని కనుగొనండి**

సరైన సమాసాన్ని కనుగొనడానికి కావలసినవి అని అడిగెడి సమస్యలకు, ముందుగా వివరించిన సన్నివేశాలలోని వివిధ పరిమాణాల మధ్యగల సంబంధాలను అర్థం చేసుకోవడానికి ప్రయత్నించండి అవసరమున్నచో అవ్యక్త పదాలకు కొన్ని విలువలను ఊహించుకొని, సంబంధాలు కనుగొనడానికి ప్రయత్నించండి

1. ఒక ప్లేటు జొన్న రొట్టెల వెల ₹ 30 మరియు ఒక ప్లేటు పలావ్ వెల ₹ 20. ఒక రోజులో **x** ప్లేట్ల జొన్న రొట్టెలు మరియు **y** ప్లేట్ల పలావ్‌కు అభ్యర్థించిన్నట్లయితే,

   ఏ సమాసం (సమసాలు) ఆ రోజటి సంపాదనను. (రూపాయలలో) వివరించునది?

   (a) $30x + 20y$ (b) $(30 + 20) \times (x + y)$

   (c) $20x + 30y$ (d) $(30 + 20) \times x + y$

   (e) $30x - 20y$

2. స్వాతంత్ర్య దినోత్సవం రోజు పుష్పిత సంపంగి మరియం చెండుమల్లె అను రెండు రకాల పూలను అమ్ముతుంది. **'p'** వినియోగదారులు సంపంగి పూలు మాత్రమే మరియు **'q'** వినియోగదారులు చెండుమల్లె పూలు మాత్రమే కొనుక్కున్నారు. అలాగే **'r'** వినియోగదారులు రెండింటినీ కొనుక్కున్నారు. అదే రోజు ఆమె ప్రతి వినియోగదారునికీ ఒక చిన్న జాతీయ జెండా ఇచ్చింది. ఆమె ఆరోజు వినియోగదారులకు ఎన్ని జెండాలు ఇచ్చింది?

   (a) $p + q + r$ (b) $p + q + 2r$

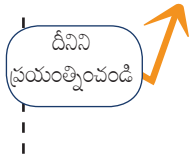
   (c) $2 \times (p + q + r)$ (d) $p + q + r + 2$

   (e) $p + q + r + 1$ (f) $2 \times (p + q)$

3. ఒక నత్త లోతైన బావి గోడ ద్వారా ఎక్కడానికి ప్రయత్నిస్తున్నది. పగటి పూట **'u' cm** అంత ఎక్కుతుంది. రాత్రిపూట **'d' cm** అంత జారిపోతుంది. అది 10 పగళ్ళు మరియు 10 రాత్రులవరకు జరుగుతుంది.

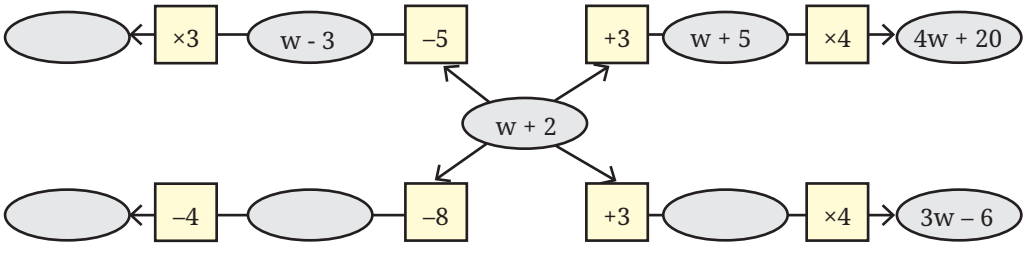
   a) నత్త తన ప్రారంభ స్థానం నుండి ఎంత దూరంలో ఉందో అనడానికి ఒక సమాసం రాయండి

   b) $d > u$ అయితే, నత్త ప్రమాణం గురించి మనం ఏమేమి చెప్పవచ్చు?

4. రాధా సైకిల్ రేసుకు తయారవుతోంది. ప్రతిరోజు అభ్యాసం చేస్తోంది. మొదటి వారం ఆమె ప్రతిరోజు **5 km** సైకిల్ సవారి చేస్తుంది. ఆమె ప్రతివారం నిత్య దూరాన్ని **'z' km** అంత పెంచుతుంది. రాధా 3 వారాల తరువాత ఎన్ని కిలోమీటర్లు సైకిల్ సవారి చేస్తుండేది?

5. కింది చిత్రంలో సమాసం $w + 2$ ఒకే మార్గంలో ఎలా $4w + 20$ అవుతుందో గమనించండి. మిగిలిన మార్గాలలో (పథం) వదిలివేయబడిన స్థలాలను నింపండి అండాకారాలు సమాసాలు కల్గియుంటాయి మరియు బాక్సులు క్రియలు కల్గియుంటాయి.



© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

6. ఒక లోకల్ రైలు యహాపూర్ నుండి వహాపూర్ వరకు దారిలోని సమాన అంతరంలోగల మూడు స్టేషన్లలో నిలబడుతుంది. ఒక స్టేషన్ నుండి మరొక స్టేషన్‌కు తీసుకొనెడి సమయం నిమిషాలలో ఒకటే అయివుంటుంది దీనిని t తో సూచించబడుతుంది రైలు ప్రతి మూడు స్టేషన్లలో 2 నిమిషాలు ఆగుతుంది.
   (a) $t = 4$ అయితే, యహాపూర్ నుండి వహాపూర్ వరకు ప్రయాణించడానికి తీసుకొనెడి సమయం ఎంతో ప్రయాణించడానికి తీసుకొనెడి సమయం ఎంత?
   (b) యహాపూర్ నుండి వహాపూర్ వరకు ప్రయాణించడానికి తీసుకొనెడి సమయానికి బీజగణిత సమాసం ఏది? (**క్లూ :** సన్నివేశాన్ని దృశ్యమానం చేయడానికి ఒక కచ్చా చిత్రం గీయండి)

7. కింది బీజగణిత సమాసాలను సూక్ష్మీకరించండి.
   (a) $3a + 9b - 6 + 8a - 4b - 7a + 16$
   (b) $3(3a - 3b) - 8a - 4b - 16$
   (c) $2(2x - 3) + 8x + 12$
   (d) $8x - (2x - 3) + 12$
   (e) $8h - (5 + 7h) + 9$
   (f) $23 + 4(6m - 3n) - 8n - 3m - 18$

8. కింద ఇచ్చిన బీజగణిత సమాసాలను కూడండి:
   (a) $4d - 7c + 9$ మరియు $8c - 11 + 9d$
   (b) $-6f + 19 - 8s$ మరియు $-23 + 13f + 12s$
   (c) $8d - 14c + 9$ మరియు $16c - (11 + 9d)$
   (d) $6f - 20 + 8s$ మరియు $23 - 13f - 12s$
   (e) $13m - 12n$ మరియు $12n - 13m$
   (f) $-26m + 24n$ మరియు $26m - 24n$

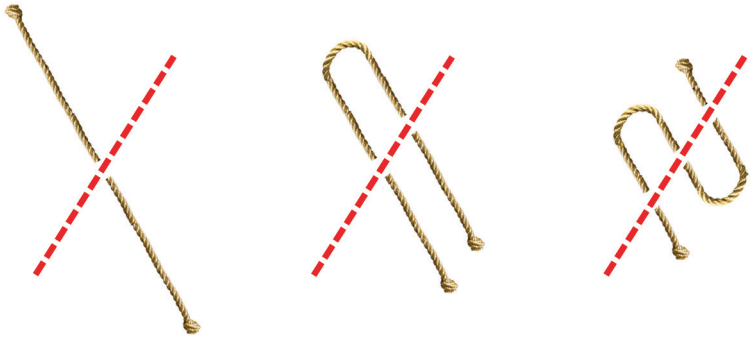
9. కింద ఇచ్చిన బీజగణిత సమాసాలను తీసివేయండి.
   (a) $9a - 6b + 14$ నుండి $6a + 9b - 18$
   (b) $-15x + 13 - 9y$ నుండి $7y - 10 + 3x$
   (c) $17g + 9 - 7h$ నుండి $11 - 10g + 3h$
   (d) $9a - 6b + 14$ నుండి $6a - (9b + 18)$
   (e) $10x + 2 + 10y$ నుండి $-3y + 8 - 3x$
   (f) $8g + 4h - 10$ నుండి $7h - 8g + 20$

10. కింద ఇచ్చిన బీజగణిత సమాసాలకు అనుగుణంగా సన్నివేశాలను వివరించండి.
   (a) $8x + 3y$
   (b) $15x - 2x$

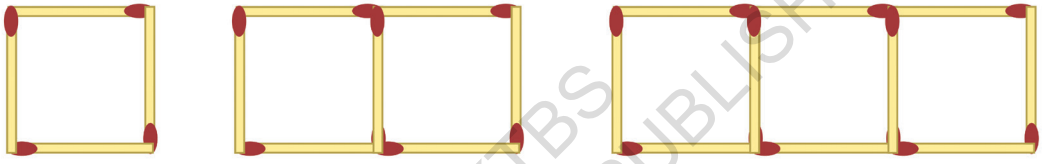
11. నేరుగానున్న పగ్గాన్ని ఊహించండి. చిత్రంలో చూపించినట్లుగా పగ్గాన్ని కత్తరించినచో, మనకు 2 భాగాలు లభిస్తాయి. పగ్గాన్ని ఒకసారి మడచి తరువాత చూపినట్లుగా కత్తరించినచో మనకు 3 భాగాలు లభిస్తాయి.

© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

విన్యాసాలను గమనించి, పగ్గాన్ని 10 సార్లు మడిచి కత్తరించినచో, లభించెడి భాగాల సంఖ్యను కనుగొనండి. పగ్గాన్ని 'r' సార్లు మడిచి కత్తరించినచో. లభించెడి భాగాల సంఖ్యకు బీజగణిత సమాసం ఏది?

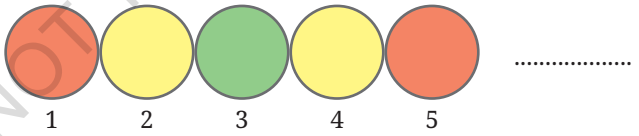


12. కింద ఇచ్చిన అగ్గిపుల్లల విన్యాసాలను గమనించండి మరియు విన్యాసాలను గుర్తించండి. ఇలాంటి 10 చతురస్రాలు నిర్మించడానికి ఎన్ని అగ్గిపుల్లల అవసరం ఉంది.

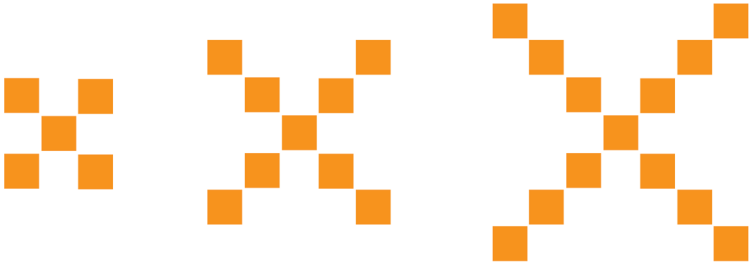


13. ట్రాఫిక్ సిగ్నళ్ళలో రంగుల మార్పు ఎలా జరుగుతుందో మీరు గమనించారా? రంగుల మార్పు వరుసక్రమాన్ని కింద చూపడమైనది.

90, 190 మరియు 343 ల స్థానంలో రంగులను కనుగొనండి. ప్రతి రంగు స్థానాన్ని వివరించెడి బీజగణిత సమాసాలు రాయండి.



14. కింది విన్యాసాలను గమనించండి – దశ 4, దశ 5, దశ 10లలో ఎన్ని చతురస్రాలు ఉన్నాయి ? సామాన్య సూత్రం రాయండి. చదురస్రాలన్నింటి శీర్షాల సంఖ్యను లెక్కించాలనుకున్నచో సూత్రం ఎలా మారుతుంది?.



NOT TO BE REPUBLISHED @KTBS

15. ఈ అంతులేని 4 నిలువు వరుసల గ్రిడ్‌లు సంఖ్యలను నిర్దిష్ట క్రమంలో రాయడమైనది.

1	2	3	4
1	2	3	4
5	6	7	8
9	10	11	12
13	14	15	16

a) (1, 2, 3, 4) నిలువవరుసలోని సంఖ్యలు సృష్టించడానికి బీజగణిత సమాసాల నివ్వండి.

b) కింది సంఖ్యలు ఏ అడ్డవరుస మరియు నిలువు వరుసలలో కనబడుతాయి.

(i) 124

(ii) 147

(iii) 201

c) అడ్డ వరుస r మరియు నిలువు వరుస c లో సంఖ్య ఉంటుంది?

d) 3 యొక్క గుణకాల స్థానాలను గమనించండి.

మీరు ఇందులో ఏదైనా విన్యాసం. గమనించారా? మీరు గమనించిన ఇతర విన్యాసాలను పట్టీ చేయం

గణితపు మాట

సారాంశం

- బీజగణిత సమాసాలను సూత్రాలలో విన్యాసాలను నిర్మించడం మరియు పరిమాణాల మధ్యగల గణితశాస్త్ర సంబంధాలను రచించడానికి మరియు ఊహించడానికి ఉపయోగిస్తారు'
- బీజగణిత సమాసాలు కేవలం సంఖ్యలేకాకుండా అక్షర- సంఖ్యలు కూడా అయ్యాయి. అంక గణిత సమాసాల నియమాలను అత్యల్ప మార్పుతోపాటు బీజగణిత సమాసాలకు అన్వయించవచ్చు. ఈ నియమాలు బీజగణిత సమాసాలను వాటి సూక్ష్మ (సరళ) రూపానికి తగ్గించడానికి ఉపయోగించవచ్చు.
- బీజగణిత సమాసాలను సామాన్య భాషలో వివరించవచ్చు మరియు సామాన్య భాషలో ఉండేదానిని బీజగణిత సమాస రూపంలో రాయవచ్చు. బీజగణితం ఉపయోగించి సామాన్య భాషలో సులభంగా రాయబడు విన్యాసం లేదా సంబంధాలు ధీర్ఘంగా ఉంటాయి మరియు సంకీర్ణంగా ఉంటాయి. ఇది బీజగణిత ఉపయోగాలలో ఒకటి.

© KSTBS NOT TO BE REPUBLISHED

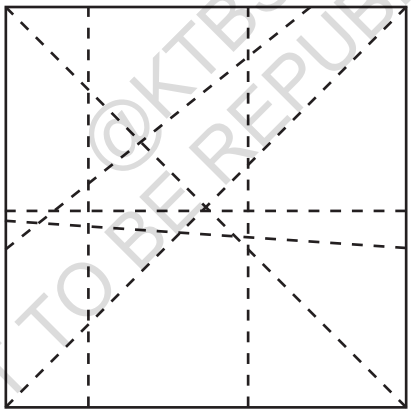
5 సమాంతర మరియు ఖండన రేఖలు (Parallel and Intersecting Lines)

W6A4M2

5.1 రేఖల వెంబడి (Across the Line)

ఒక చతురస్రాకార కాగితాన్ని తీసుకొని దానిని వివిధ రకాలుగా (మార్గాలము) మడవండి. ఇప్పుడు మడతల ద్వారా ఏర్పడిన మడతల కాగితం పై పెన్సిల్ మరియు స్కేలు ఉపయోగించి రేఖలను గీయండి. కాగితం పై మీరు వేర్వేరు రేఖలను గమనించవచ్చు. ఏదైనా రెండు రేఖలను ఎంచుకొని వాటి పరస్పర సంబంధాన్ని పరిశీలించండి. అవి కలుస్తాయా? అవి కాగితం లోపల కలవక పోతే అవి కాగితం దాటి విస్తరిస్తే అవి కలుస్తాయని మీరు అనుకుంటున్నారా?

©KTBS NOT TO BE REPUBLISHED



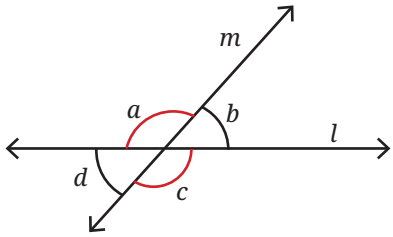
చిత్రం 5.1

ఈ అధ్యాయములో మనము **సమతల ఉపరితలంపై** రేఖల మధ్య సంబంధాన్ని అన్వేషిస్తాము. బల్ల ఉపరితలం, మీ కాగితం ముక్క ఉపరితలం, నల్లబల్ల మరియు బులెటిని బోర్డు ఇవన్నీ సమతల ఉపరితలాల ఉదాహరణాలు.

మనం కలిసే ఒక జంటరేఖలను గమనిద్దాం. అవి ఒక బిందువు వద్ద కలుస్తాయని మీరు గమనించవచ్చు. ఒక సమతల ఉపరితలంపై ఒక బిందువు వద్ద రెండు రేఖలు కలిసినప్పుడు ఆ రేఖలు ఒకదానికొకటి ఖండించుకొంటాయని అంటాము. రెండు రేఖలు ఖండించు కున్నప్పుడు ఏమి జరుగుతుందో గమనించండి.

? అవి ఎన్ని కోణాలను ఏర్పరుస్తాయి ?

చిత్రం 5.2లో రేఖ l రేఖ nను ఖండించేచోట, నాలుగు కోణాలు ఏర్పడటం మనం చూడవచ్చు.



చిత్రం 5.2

? రెండు సరళ రేఖలు ఒకటి కంటే ఎక్కువ బిందువుల వద్ద ఖండించు కోగలవా?

కార్యాచరణం 1 :

ఒక సాధారణ కాగితంపై రెండు రేఖలను గీయండి. తద్వారా అవి ఖండించుకుంటాయి. ఒక కోణమాపకం ద్వారా ఏర్పడిన నాలుగు కోణాలను కొలవండి. అటువంటి నాలుగు జతల ఖండన రేఖలను గీయండి. మరియు ఖండన బిందువుల వద్ద ఏర్పడిన కోణాలను కొలవండి .

? ఈ కోణాల మధ్య మీరు ఏ నమూనాలను గమనించారు?

? చిత్రం 5.2 లో $\angle a = 120^0$ అయితే, మీరు $\angle b$, $\angle c$ మరియు $\angle d$ కొలతలను గీయకుండా మరియు కొలవకుండానే గుర్తించగలరా?

$\angle a$ మరియు $\angle b$. 180^0 అని మనకు తెలుసు. ఎందుకంటే వీటిని కలిపినప్పుడు అవి 180^0 కొలిచే సరళతో కోణాన్ని ఏర్పరుస్తాయి. కాబట్టి $\angle a = 120^0$ అయితే $\angle b = 60^0$ ఉండాలి.

అదే విధంగా $\angle b$ మరియు కలిపి $\angle c$ 180^0 $\angle b = 60^0$ కాబట్ట $\angle c$ తప్పని సరిగా 120^0 వుండాలి. అలాగే $\angle c$, $\angle d = 180^0$ $\angle c = 120^0$ కాబట్టి $\angle d$ 60^0 తప్పని సరిగావుండాలి

కాబటి చిత్రం 05ఈ2లో $\angle a$ మరియు $\angle c$ 1200 కొలుస్తాలు. $\angle b$ మరియు $\angle d$ 60^0 అవుతుంది.

రెండు రేఖలు ఒకదాని కొకటి ఖండించుకొని, a, b, c, d గా గుర్తించిన నాలుగు కోణాలను ఏర్పరుస్తాయి. చిత్రం 5.2 లో ఉన్నట్లు గా $\angle a$ మరియు $\angle c$ సమానంగా ఉంటాయి మరియు $\angle b$ మరియు $\angle d$ సమానంగా ఉంటాయి.

? ఖండన రేఖల జతకు ఇది ఎల్లప్పుడూ వర్తిస్తుందా?

$\angle a$ యొక్క వివిధ కొలతల కోసం దీన్ని పరిశీలించండి/తనిఖీ చేయండి. ఈ కొలతలను ఉపయోగించి ఈ లక్షణం ఏదైనా $\angle a$? కొలతకు వర్తిస్తుందో లేదో మీరు తర్కించగలరా?

$\angle a$ విలువలను ఊహించకుండానే చిత్రం 5.2 కోసం. మన తర్కాన్ని (కారణాన్ని) సాధారణీకరించవచ్చు .

సరళ కోణాల మొత్తం 180^0 కాబట్టి, మనకు $\angle a + \angle b = \angle a + \angle d = 180^0$ ఉండాలి. కాబట్టి, $\angle a$ మరియు $\angle c$ సమానంగా ఉండాలి.

రెండు రేఖలు ఒకదానికొకటి ఖందించుకోవడం. ద్వారం ఏర్పడిన $\angle a$ మరియు $\angle b$ వంటి ప్రక్కనే వున్న కోణాలను **రేఖీయ జతలు** (ద్వయం) (Linear pairs) అంటారు. రేఖీయ జతలు ఎల్లప్పుడూ 180^0 వరకు ఉంటాయి.

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

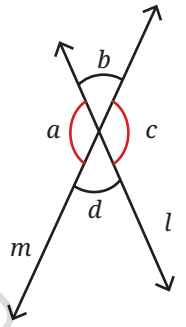
రెండు రేఖలు ఒకదానికొకటి ఖండించుకోవడం ద్వారా ఏర్పడిన $\angle b$ మరియు $\angle d$ వంటి వ్యతిరేక కోణాలను **నిలువుగా వ్యతిరేక కోణాలు** అంటారు. నిలువుగా వ్యతిరేక కోణాలు ఎల్లప్పుడూ ఒకదానికొకటి సమానంగా ఉంటాయి.

పై తార్కికం నుండి, రెండు రేఖలు ఖండించుకున్నప్పుడల్లా,శీర్షాభిముఖ కోణాలు (నిలువుగా వ్యతిరేక కోణాలు) సమానంగా ఉంటాయని మనం నిర్ధారించుకుంటాము. అటువంటి సమర్ధనను గణితంలో **రుజువు అంటారు.**

దీనిని కనుగొనండి

మీరు చిత్రం 5.3 లో గమనించిన అన్ని రేఖీయ జతలను మరియు శీర్షాభిముఖ కోణాలు (నిలువుగా వ్యతిరేక కోణాలను) జాబితా చేయండి:

లీనియర్ జతలు (రేఖీయ జతలు)	$\angle a$ మరియు $\angle b$, ...
శీర్షాభిముఖ కోణాల జతలు (నిలువుగా వ్యతిరేక కోణాల జతలు)	$\angle b$ మరియు $\angle d$, ...



చిత్రం 5.3

కొలతలు మరియు జ్యామితి

మీరు రేఖీయ (లీనియర్) జతలను కొలిచినప్పుడు, కొన్నిసార్లు అవి 180^0 వరకు ఉండకపోవచ్చని మీరు గమనించి ఉండవచ్చు. లేదా, మీరు నిలువుగా వ్యతిరేక కోణాలను కొలిచినప్పుడు అవి కొన్నిసార్లు అసమానంగా ఉండవచ్చు. దీనికి కారణాలు ఏమిటి? వివిధ కారణాలు ఉండవచ్చు:

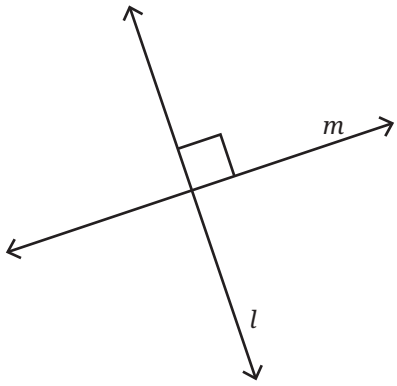
- కొలిచే పరికరాలను సరిగ్గా ఉపయోగించకపోవడం వల్ల కొలత లోపాలు – ఈ సందర్భంలో, ఒక ప్రొట్రాక్టర్ (కోణమాని)
- గీసినరేఖలమందంలోవైవిధ్యం.జ్యామితిలోఆదర్శరేఖకుఎటువంటిమందంఉండదు!కానీఎటువంటి మందం లేకుండా మనం రేఖలను గీయడం సాధ్యం కాదు..

జ్యామితిలో, మనం రేఖలు మరియు మన చుట్టూ మనం చూసే ఇతర ఆకారాల యొక్క ఆదర్శ సంస్కరణలను సృష్టిస్తాము మరియు వాటి మధ్య సంబంధాలను విశ్లేషిస్తాము. ఉదాహరణకు, ఒక సరళ రేఖ ద్వారా ఏర్పడిన కోణం 180^0 అని మనకు తెలుసు. కాబట్టి, మరొక రేఖ ఈ కోణాన్ని రెండు భాగాలుగా విభజిస్తే, రెండు భాగాలు కలిపితే 180^0 ఉండాలి. మనం దీనిని కొలత ద్వారా కాకుండా తార్కికం ద్వారా చేరుకుంటాము. మనం కొలిచినప్పుడు, పైన పేర్కొన్న కారణాల వల్ల అది సరిగ్గా అలా ఉండకపోవచ్చు. అయినప్పటికీ కొలతలు మనం అంచనా వేసిన దానికి చాలా దగ్గరగా వస్తాయి, దీని కారణంగా జ్యామితి భౌతిక శాస్త్రం, కళ, ఇంజనీరింగ్ మరియు వాస్తుశిల్పం వంటి వివిధ విభాగాలలో విస్తృత అనువర్తనాన్ని కనుగొంటుంది.

5.2 లంబ రేఖలు (Perpendicular lines)

నాలుగు కోణాలు సమానంగా ఉండేలా ఖండన రేఖల జతను గీయగలరా? ప్రతి కోణం యొక్క కొలత ఎంత ఉంటుందో మీరు గుర్తించగలరా?

@KTRC NOT TO BE REPUBLISHED



చిత్రం 5.4

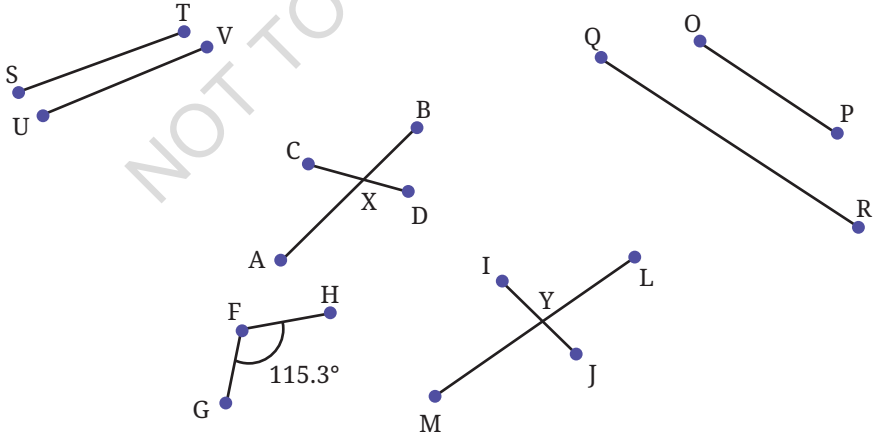
రెండు రేఖలు ఖండించుకుని, నాలుగు కోణాలు సమానంగా ఉంటే, అప్పుడు ప్రతి కోణం లంబ కోణం (90^{o}) అయి ఉండాలి.

లంబ రేఖలు అనేవి లంబ కోణాలలో (90^{o}) ఒకదానికొకటి ఖండించుకునే రేఖల జత. చిత్రం 5.4లో, l మరియు m రేఖలు ఒకదానికొకటి లంబంగా ఉన్నాయని మనం చెప్పవచ్చు.

5.3 రేఖలమధ్య (Between lines)

చిత్రం 5.5 ను గమనించి, ప్రతి సందర్భంలో రేఖాఖండాలు ఒకదానికొకటి కలిసి లేదా దాటి విధానాన్ని తగిన గణిత పదాలతో (ఒక బిందువు, ఒక ముగింపు బిందువు, మధ్య బిందువు, కలుస్తాయి, ఖండించుకుంటాయి) మరియు ప్రతి కోణం యొక్క డిగ్రీ కొలతతో వివరించండి.

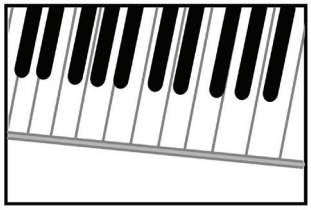
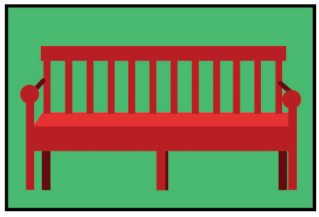
ఉదాహరణకు, FG మరియు FH రేఖా ఖండాలు 115.3^{o} కోణంలో ముగింపు బిందువు (తుదిబిందువు) F వద్ద కలుస్తాయి.



చిత్రం 5.5

ST మరియు UV రేఖా ఖండాలు విస్తరించినట్లయితే కలిసే అవకాశం ఉందా?
OP మరియు QR రేఖ విభాగాలు విస్తరించినట్లయితే కలిసే అవకాశం ఉందా?
మన చుట్టూ మనం గమనించే రేఖలకు కొన్ని ఉదాహరణలు ఇక్కడ ఉన్నాయి.

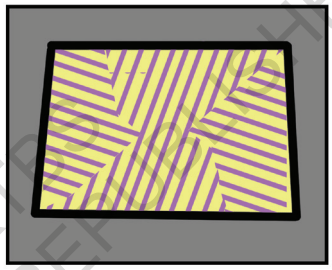
© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED


పై చిత్రాలలోని రేఖలకు ఉమ్మడిగా ఉన్నది ఏమిటి? అవి ఒకదానికొకటి ఖండించుకునే అవకాశం లేదు. అలాంటి రేఖలను సమాంతర రేఖలు అంటారు.

సమాంతర రేఖలు (Parallel lines) అంటే ఒకే సమతలంలో ఉండే రేఖల జత, మరియు మనం వాటిని రెండు చివర్లలో ఎంత దూరం విస్తరించినా కలుసుకోవు.

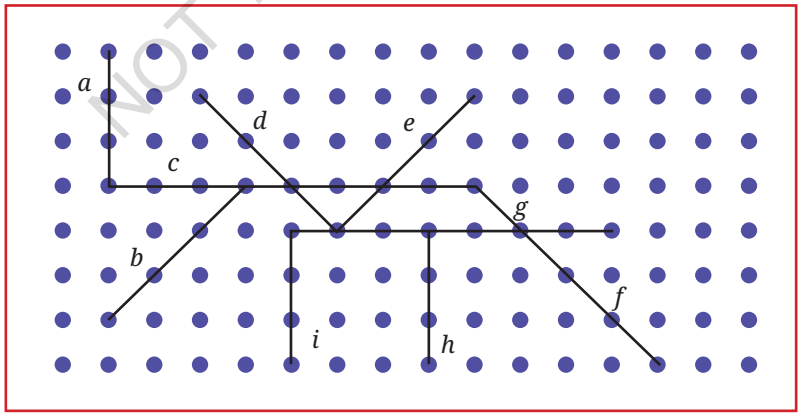
మీ తరగతి గదిలో మీరు గుర్తించగల కొన్ని సమాంతర రేఖలను పేర్కొనండి.

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

సమాంతర రేఖలను తరచుగా కళాకృతి మరియు పేడింగ్లో ఉపయోగిస్తారు.

? క్రింద ఉన్న చిత్రం 5.6 లో ఏ జతల రేఖలు సమాంతరంగా కనిపిస్తున్నాయి?



చిత్రం 5.6

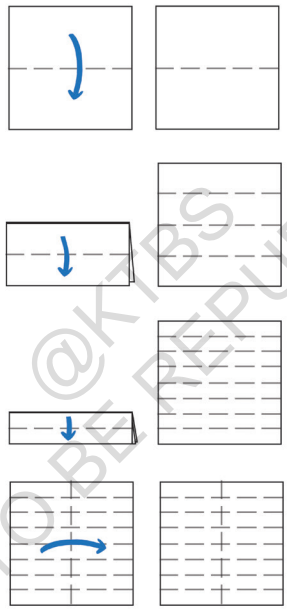
ఉపాధ్యాయులకు సూచన : రేఖలు ఒకే సమతలంలో ఉండటం ముఖ్యం. టేబుల్ మీద గీసిన గీత మరియు బోర్డు–మీద గీసిన గీత ఎప్పుడూ కలవకపోవచ్చు కానీ అది వాటిని సమాంతరంగా చేయదు.

5.4. కాగితం మడతలో సమాంతర మరియు లంబరేఖలు.

కార్యాచరణం 2

ఒక సాధారణ చతురస్రాకార కాగితం తీసుకోండి (ఈ కృత్యం కోసం వార్తాపత్రికను ఉపయోగించండి).

- కాగితం యొక్క వ్యతిరేక అంచులను మీరు ఎలా వివరిస్తారు? అవి ..... ఒకదానికొకటి ఉన్నాయి.
- కాగితం యొక్క ప్రక్కనే ఉన్న అంచులను (సమీప అంచులు) మీరు ఎలా వర్ణిస్తారు? ప్రక్కనే ఉన్న అంచులు ఒక బిందువు వద్ద కలుస్తాయి. అవి ఒకదానికొకటి లంబ కోణాలను ఏర్పరుస్తాయి.
- కాగితంను అడ్డంగా సగానికి మడవండి. కొత్త గీత ఏర్పడుతుంది (చిత్రం 5.7 చూడండి).
- ఇప్పుడు మీకు ఎన్ని సమాంతర రేఖలు కనిపిస్తున్నాయి? కొత్త రేఖా భాగం నిలువు భుజాలకు (Vertical sides) ఎలా సంబంధం కలిగి ఉంది?



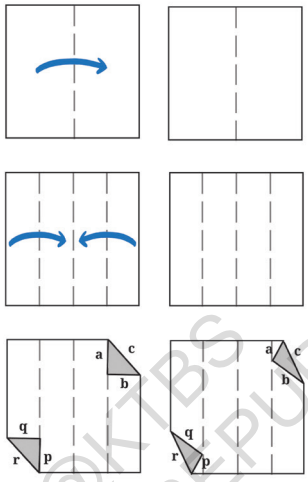
చిత్రం 5.7

NOT TO BE REPUBLISHED @KTBS

- మడిచిన కాగితంలో మరో క్షితిజ సమాంతరంగా మడత పెట్టండి. ఇప్పుడు మీకు ఎన్ని సమాంతర రేఖలు కనిపిస్తున్నాయి?
- మీరు మళ్ళీ ఒకసారి చేస్తే ఏమి జరుగుతుంది? మీకు ఎన్ని సమాంతర రేఖలు వస్తాయి? ఏదైనా నమూనా ఉందా? మీరు మరొక క్షితిజ సమాంతరంగా మడత చేస్తే, నమూనా మరింత విస్తరించి ఉందో లేదో తనిఖీ చేయండి.
- చతురస్రకార కాగితంలో నిలువుగా (లంబంగా) మడతపెట్టండి. ఈ క్రొత్త లంబరేఖ – మునుపటి క్షితిజ సమాంతర రేఖలకు ఉంటుంది .
- కాగితాన్ని ఒక కర్ణంగా మడవండి. కర్ణరేఖకు సమాంతరంగా ఒక రేఖను సృష్టించే మడతను మీరు కనుగొనగలరా ?

మీరు ప్రయత్నించడానికి ఇక్కడ మరొక కార్యాచరణం ఉంది.

- ఒక చదరపు కాగితాన్ని తీసుకొని, మధ్యలో మడిచి, విప్పండి.
- అందులను మధ్య రేఖ వైపు మడిచి, వాటిని విప్పండి.
- త్రిభుజాలను సృష్టించడానికి ఎగువ కుడి మరియు దిగువ ఎడమ మూలలను మడతపెట్టిన రేఖపై
- మడవండి. ఈ చిత్రం. 5.8 చూడండి.
- త్రిభుజాలు మడతల రేఖలను దాటకూడదు.
- a, b మరియు c వరుసగా p, q మరియు r లకు సమాంతరంగా ఉన్నాయా? ఎందుకు లేదా ఎందుకు కాదు?

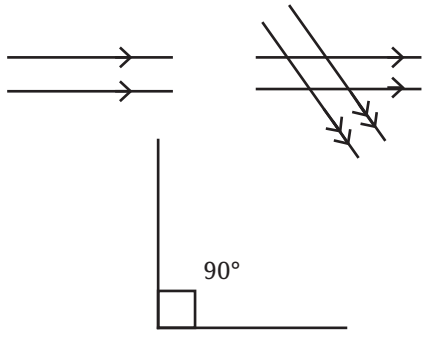


చిత్రం 5.8

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

సంకేతాలు (Notations)

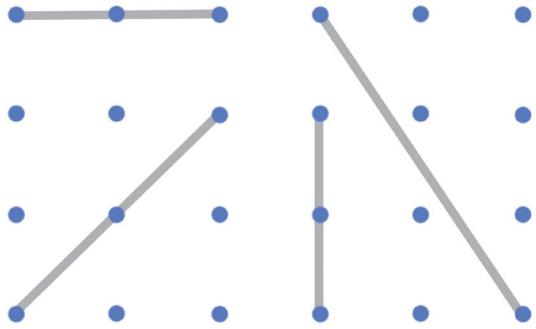
గణితంలో, ఒక రేఖల సమితి సమాంతరంగా ఉందని చూపించడానికి మనం బాణం గుర్తును (>) ఉపయోగిస్తాము. ఒకటి కంటే ఎక్కువ సమాంతర రేఖల సమితి ఉంటే (చిత్రం 5, 9లో ఉన్నట్లు), రెండవ సమితి రెండు బాణం గుర్తులతో చూపబడుతుంది మరియు మొదలైనవి. లంబ రేఖలను వాటి మధ్య చతురస్ర కోణంతో గుర్తించబడతాయి.



చిత్రం 5.9

వీటిని కనుగొనండి

1. చిత్రం 5.10 లో చుక్క కాగితంపై ఇచ్చిన రేఖలకు లంబంగా కొన్ని రేఖలను గీయండి.



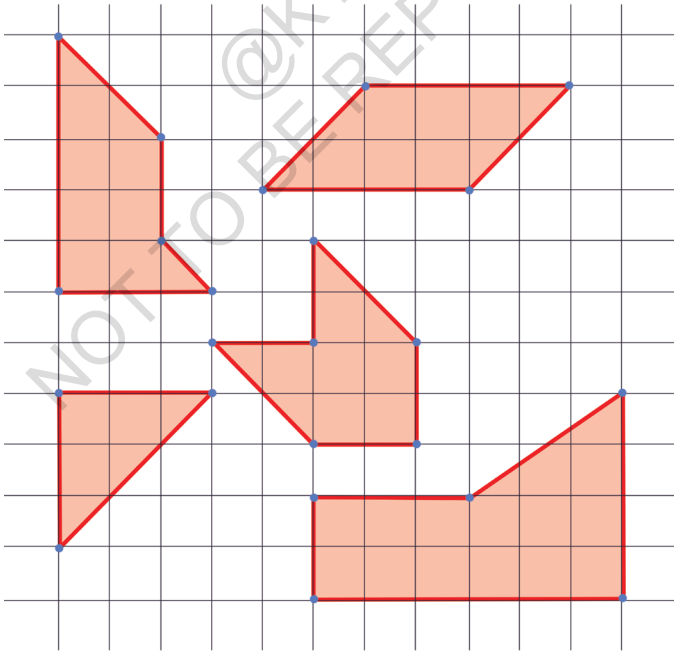
చిత్రం 5.10

2. చిత్రం 5.11లో, పైన ఇచ్చిన సంజ్ఞామానాన్ని (ఒకే బాణం, రెండు బాణాలు మొదలైనవి) ఉపయోగించి సమాంతర రేఖలను గుర్తించండి. లంబ రేఖల మధ్య కోణాన్ని చతురస్ర చిహ్నంతో గుర్తించండి.

   (a) మీరు లంబ రేఖలను ఎలా గుర్తించారు?

   (b) మీరు సమాంతర రేఖలను ఎలా గుర్తించారు?

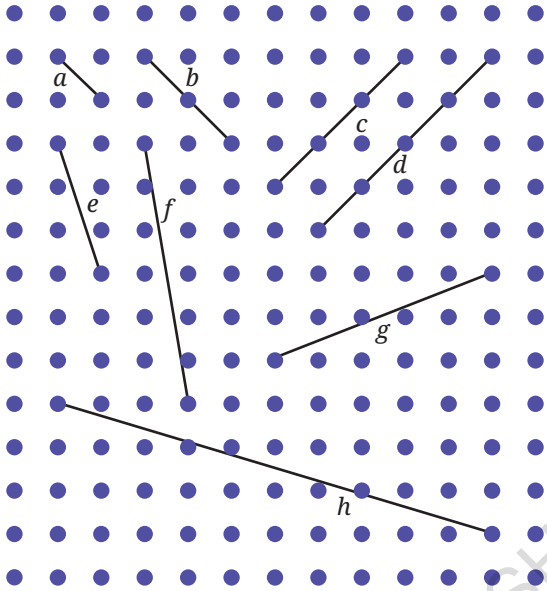
@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED



చిత్రం 5.11

3. కింది చుక్కల కాగితంలో వివిధ సెట్స్ (గుంపులను) సమాంతర రేఖలను గీయండి. రేఖా ఖండాల పొడవులు వేర్వేరుగా వుండవచ్చు కానీ తుదిబిందువులుగా (ముగింపు బిందువులుగా) చుక్కలను కలిగి ఉండాలి.

4. సమాంతర రేఖలు ఎలా కనిపిస్తాయో మీ అవగాహనను ఉపయోగించి, ఈ చుక్కల కాగితంపై రేఖా ఖండాలకు సమాంతరంగా గీతలను గీయడానికి ప్రయత్నించండి.



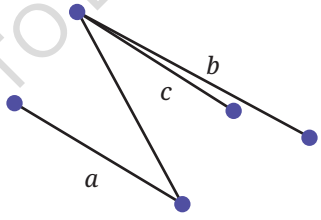
చిత్రం 5.12

(a) వాటిలో కొన్నింటిని గీయడం మీకు కష్టంగా అనిపించిందా?

(b) అవి ఏవి?

(c) మీరు దీన్ని ఎలా చేశారు?

5. చిత్రం 5.13లో, ఏ రేఖ a రేఖకు సమాంతరంగా ఉంది? రేఖ ... లేదా రేఖ c? మీరు దీనిని ఎలా నిర్ణయిస్తారు?



చిత్రం 5.13

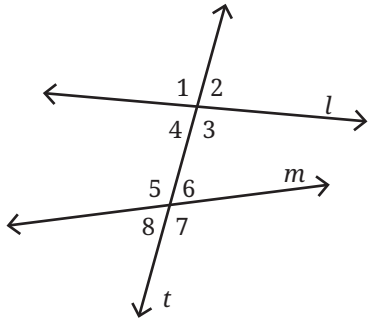
ఉపాధ్యాయులకు సూచన : నిలువు మరియు క్షితిజ సమాంతర రేఖలను మరియు 45 వద్ద వాలుగా ఉన్న వాటిని (దీర్ఘచతురస్రాకార చుక్కల షీట్లపై) గీయడం సులభం, కానీ భిన్నమైన ధోరణి ఉన్న దానికి సమాంతరంగా ఒక గీతను గీయడం కొంచెం కష్టం. దీని కోసం విద్యార్థులు తమ అంతర్ దృష్టిని ఉపయోగించనివ్వండి.

రెండు రేఖలు సమాంతరంగా ఉన్నాయో లేదో నిర్ధారించుకోవడం కొన్నిసార్లు కష్టమని మునుపటి అభ్యాసాల నుండి మనం గమనించాము. దీనిని నిర్ణయించడానికి మనం విలోమ రేఖల (తిర్యగరేఖ) ఆలోచనను ఉపయోగిస్తాము.

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

5.5 ఖండన రేఖలు (Transversals)

రెండు రేఖలు వేర్వేరు మార్గాల్లో ఖండించుకున్నప్పుడు ఏమి జరుగుతుందో మనం చూశాము. ఒక రేఖ రెండు వేర్వేరు రేఖలను ఖండించుకున్నప్పుడు ఏమి జరుగుతుందో మనం అన్వేషిద్దాం.



చిత్రం 5.14

చిత్రం 5.14లో, రేఖ t, l మరియు m రేఖలను ఖండిస్తుంది. t ని **అడ్డగీత అంటారు (ఖండనరేఖ)** ఒక రేఖ ఒక జత రేఖలను దాటినప్పుడు 8 కోణాలు ఏర్పడతాయని గమనించండి.

? ఎనిమిది కోణాలకు వేర్వేరు కొలతలు ఉండటం సాధ్యమేనా? ఎందుకు, ఎందుకు కాదు?

? ఐదు వేర్వేరు కోణాల సంగతి ఏమిటి ? 6, 5, 4, 3 మరియు 2?

చిత్రం 5.14లో, $\angle 1$ మరియు $\angle 3$ నిలువుగా వ్యతిరేక కోణాలు కాబట్టి, అవి సమానంగా ఉంటాయి. నిలువుగా వ్యతిరేక కోణాల ఇతర జతలేవైనా ఉన్నాయా? మొత్తం నాలుగు జతల నిలువుగా వ్యతిరేక కోణాలు ఉన్నాయని మరియు ప్రతి జతలో, కోణాలు ఒకదానికొకటి సమానంగా ఉన్నాయని మనం చూడవచ్చు.

అందువల్ల, ఒక అడ్డగీత (ఖండనరేఖ) రెండు రేఖలను ఖండించినప్పుడు, అది గరిష్టంగా నాలుగు విభిన్న కోణ కొలతలతో ఎనిమిది కోణాలను ఏర్పరుస్తుంది.

5.6. అనురూప కోణాలు (Corresponding Angles)

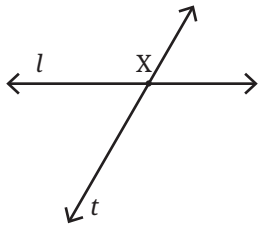
చిత్రం 5.14లో, విలోమ t రెండు సెట్ల కోణాలను ఏర్పరుస్తుందని మనం గమనించాము ఒకటి l రేఖతో మరియు మరొకటి m రేఖతో, మొదటి సెట్లో రెండవ సెట్లోని కోణాలకు అనుగుణంగా ఉండే కోణాలు వాటి స్థానం ఆధారంగా ఉన్నాయి. $\angle 1$ మరియు $\angle 5$ లను సంబంధిత కోణాలు అంటారు. అదేవిధంగా, $\angle 2$ మరియు $\angle 6$, $\angle 3$ మరియు $\angle 7$, $\angle 4$ మరియు $\angle 8$ అనేవి విలోమ t రేఖలను l మరియు m రేఖలను ఖండించినప్పుడు ఏర్పడే సంబంధిత కోణాలు.

? **కార్యాచరణం 3**

రెండు విభిన్న కోణాలను ఏర్పరిచేలా ఒక జత రేఖలు మరియు ఒక అడ్డగీతను గీయండి.

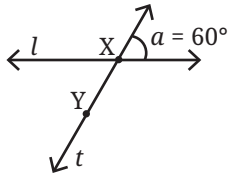
1వ దశ : X పాయింట్ వద్ద ఖండించే రేఖ l మరియు అడ్డంగా ఉండి t ను గీయండి.

© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED



చిత్రం 5.15

2వ దశ : *l* మరియు t రేఖల ద్వారా ఏర్పడిన ∠a ని కొలవండి (ఇది 60^{o} అనుకుందాం).

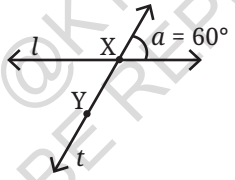


చిత్రం 5.16

ఇప్పుడు ఎన్ని విభిన్న కోణాలు ఏర్పడ్డాయి?
ఒక కోణం 60^{o} అయితే, రేఖీయ జత యొక్క మరొక కోణం 120^{o} ఉండాలి. కాబట్టి, మనకు ఇప్పటికే రెండు విభిన్న కోణాలు ఉన్నాయి.

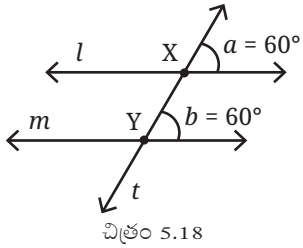
కాబట్టి, మనం విలోమ రేఖను ఖండించే మరొక గీతను గీసినప్పుడు, మనం 60^{o} మరియు 120^{o} అనే రెండు కోణాలను మాత్రమే ఏర్పరచాలనుకుంటున్నాము.

3వ దశ : t లైన్‌లో పాయింట్ Y ని గుర్తించండి.



చిత్రం 5.17

4వ దశ : పాయింట్ Y ద్వారా t రేఖకు 60^{o} కోణాన్ని ఏర్పరిచే ఒక గీత m ను గీయండి, దీనిని ట్రేసింగ్ పేపర్‌తో ∠a ను. కాపీ చేయడం ద్వారా చేయవచ్చు లేదా కోణాలను కొలవడాని మీరు ప్రోట్రాక్టర్‌ను (కోణమానిని) ఉపయోగించవచ్చు.



చిత్రం 5.18

l మరియు m రేఖల గురించి మీరు ఏమి గమనించారు? అవి ఒకదానికొకటి సమాంతరంగా కనిపిస్తున్నాయా?

అవును, అవి ఒకదానికొకటి సమాంతరంగా కనిపిస్తాయి.

l మరియు m రేఖలపై t అనే విలోమ రేఖ ద్వారా ఏర్పడిన కోణాలు, ∠a మరియు ∠b సంబంధిత కోణాలు. ఈ సంబంధిత కోణాలు ఒకదానికొకటి సమానంగా ఉంటాయి.

దీని నుండి మనం గమనించవచ్చు:

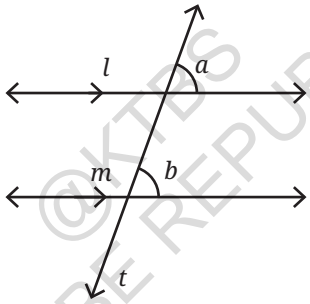
@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

ఒక జత రేఖలపై ఒక విలోమం ద్వారా ఏర్పడిన సంబంధిత కోణాలు ఒకదానికొకటి సమానంగా ఉన్నప్పుడు, ఆ రేఖల జత ఒకదానికొకటి సమాంతరంగా ఉంటుంది.

రెండు సమాంతర రేఖలను ఖండించే ఒక అడ్డ రేఖ ఉందని అనుకుందాం. సంబంధిత కోణాల గురించి ఏమి చెప్పవచ్చు?

కార్యాచరణం 4

చిత్రం 5.19 లో l మరియు m అనే సమాంతర రేఖలు ఉన్నాయి (చిత్రంలో అవి సమాంతరంగా ఉన్నాయని సూచించడానికి ఉపయోగించిన సంజ్ఞామానం ఏమిటి?) t అనే రేఖ ఈ రెండు రేఖల అంతటా విలోమ రేఖ. ∠a. మరియు ∠b అనేవి సంబంధిత కోణాలు. ఒక ట్రేసింగ్ పేపర్ తీసుకొని దానిపై ∠a ను ట్రేస్ చేయండి. ఇప్పుడు ఈ ట్రేసింగ్ పేపర్‌ను పైన ఉంచండి మరియు కోణాలు సరిగ్గా సమలేఖనం చేయబడి ఉన్నాయో లేదో చూడండి. కోణాలు సరిపోలుతున్నాయని మీరు గమనించవచ్చు. ప్రోట్రాక్టర్ (కోణమానిని) ఉపయోగించి చిత్రంలో ఇతర సంబంధిత కోణాలను తనిఖీ చేయండి. అన్ని సంబంధిత కోణాలు: కోణాలు ఒకదానికొకటి సమానంగా ఉన్నాయా?



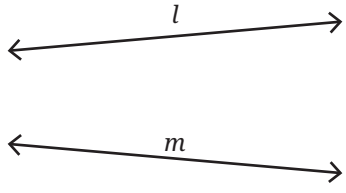
చిత్రం 5.19

© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

ఒక జత సమాంతర రేఖలను ఖండించే అడ్డగీత ద్వారా ఏర్పడిన సంబంధిత కోణాలు ఎల్లప్పుడూ ఒకదానికొకటి సమానంగా ఉంటాయి.

కార్యాచరణం 5

చిత్రం 5.20లో, l మరియు m రేఖలకు ఒక విలోమరేఖ t గీయండి, తద్వారా ఒక జత సంబంధిత కోణాలు సమానంగా ఉంటాయి. మీరు కోణమానితో కోణాలను కొలవవచ్చు.



చిత్రం 5.20

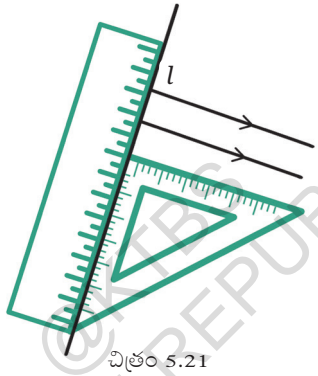
సంబంధిత కోణాలు సమానంగా ఉండేలా అడ్డంగా గీయడం మీకు కష్టంగా అనిపిస్తుందా?

ఒక జత రేఖలు ఒకదానికొకటి సమాంతరంగా లేనప్పుడు, ఒక విలోమం ద్వారా ఏర్పడిన సంబంధిత కోణాలు ఎప్పుడూ ఒకదానికొకటి సమానంగా ఉండవు.

5.7 సమాంతర రేఖలను గీయడం (Drawing Parallel lines)

మీరు రూలర్ (స్కేల్) మరియు సెట్ స్క్వేర్ ఉపయోగించి ఒక జత సమాంతర రేఖలను గీయగలరా?
మీరు దీన్ని ఎలా చేయవచ్చో చిత్రం 5.21 చూపిస్తుంది.
స్కేల్‌తో ! అనే గీతను గీయండి. మీ సెట్ స్క్వేర్ (మూలమట్టం)ను స్లైడ్ చేయడం ద్వారా మీరు రేఖకు లంబంగా రెండు గీతలను ఏర్పరచవచ్చు.

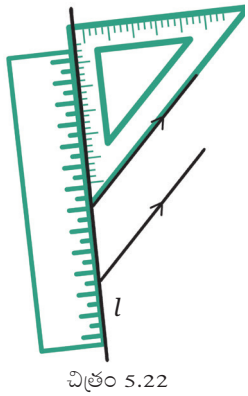
ఈ రెండు రేఖలు ఒకదానికొకటి సమాంతరంగా ఉన్నాయా? అవి ఒకదానికొకటి సమాంతరంగా ఉన్నాయని మనం ఎలా నిర్ధారించగలం? ఈ రేఖలు మరియు రేఖ మధ్య ఏ కోణాలు ఏర్పడతాయి?



చిత్రం 5.21

© KSEEB NOT TO BE REPUBLISHED

మనం ఒక సెట్ స్కేర్‌ను ఉపయోగించినందున, కోణాలు 90° కొలుస్తాయి. రేఖల స్థానం భిన్నంగా ఉంటుంది, కానీ అవి l తో ఒకే కోణాన్నే ఏర్పరుస్తాయి. పంక్తి 1ని రెండు కొత్త రేఖలకు అడ్డంగా చూస్తే, సంబంధిత కోణాలు 90° కొలుస్తాయి.



చిత్రం 5.22

ఇవి అనురూప కోణాలు మరియు సమానంగా ఉన్నాయని మనకు తెలుసు కాబట్టి, రేఖలు సమాంతరంగా ఉన్నాయని మనం నిర్ధారించుకోవచ్చు.

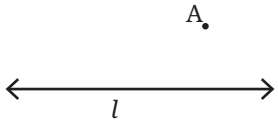
చిత్రం 5.22 లో చూపిన విధంగా సెట్ స్కేర్ (set square) యొక్క పొడవైన వైపు ఉపయోగించి మరో రెండు సమాంతర రేఖలను గీయండి.

ఈ రెండు రేఖలు సమాంతరంగా ఉన్నాయని మీకు ఎలా తెలుసు? సంబంధిత కోణాలు సమానంగా ఉన్నాయో లేదో మీరు తనిఖీ చేయగలరా?

ఉపాధ్యాయునికి గమనిక : విద్యార్థులు సంబంధిత కోణాల సమానత్వాన్ని టీసింగ్ పద్ధతిని ఉపయోగించడం ద్వారా మరియు కోణాలను కొలవడానికి ప్రోట్రాక్టర్లను ఉపయోగించడం ద్వారా తనిఖీ చేయమని ప్రోత్సహించాలి. సంబంధిత కోణాలు మరియు సమాంతర రేఖల మధ్య సంబంధాన్ని రూపొందించడానికి ఉపయోగించే భాషపై శ్రద్ధ వహించండి. రేఖల జత ఒకదానికొకటి సమాంతరంగా ఉండటానికి సంబంధిత కోణాల సమానత్వం అవసరం మరియు సరిపోతుంది.

వీటిని కనుగొనండి

పాయింట్ A గుండా వెళ్ళే l కు సమాంతరంగా ఒక గీతను గీయగలరా? మీ జ్యామితి పెట్టలోని సాధనాలతో మీరు దాన్ని ఎలా చేస్తారు? మీ పద్ధతిని వివరించండి.



చిత్రం 5.23

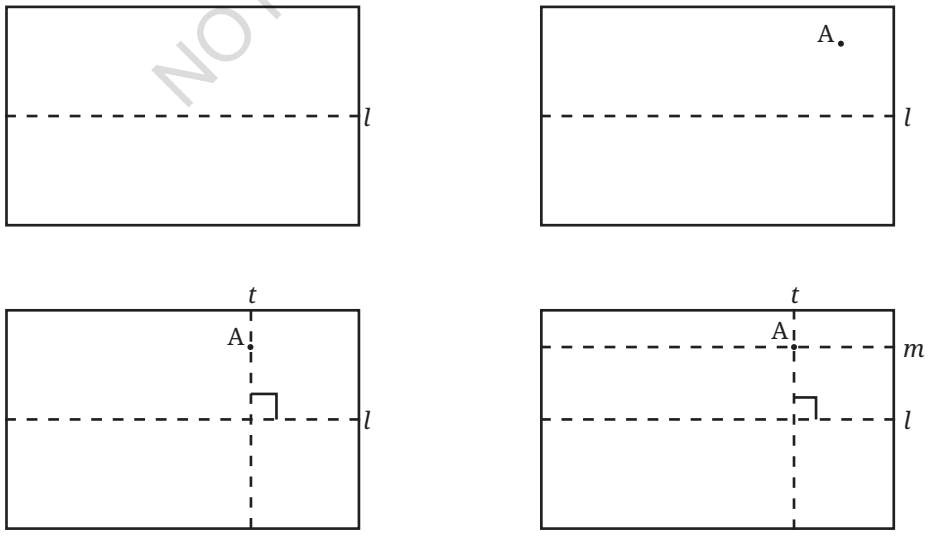
© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

కాగితం మడత (పేపర్ ఫోల్డింగ్) ద్వారా సమాంతర రేఖలను తయారు చేయడం :

కాగితం మడతపెట్టడంలోనూ మనం అలాగే చేయడానికి ప్రయత్నిద్దాం. lవ పంక్తికి (మడతగా ఇవ్వబడింది), పాయింట్ A గుండా వెళ్ళే విధంగా l కు సమాంతరంగా ఒక రేఖను ఎలా తయారు చేయాలి?

l కు లంబంగా ఒక గీత వచ్చేలా కాగితాన్ని ఎలా మడవాలో మనకు తెలుసు. ఇప్పుడు lకు కలంబంగా ఒక గీతను A పాయింట్ గుండా వెళ్ళేలా మడవడానికి ప్రయత్నించండి. ఈ కొత్త మడత (crease)ను t అని పిలుద్దాం.

ఇప్పుడు, A గుండా పోయే ఒక లంబ రేఖను మళ్ళీ మడవండి. ఈ రేఖను ఝ అని పిలుద్దాం. l మరియు m రేఖలు ఒకదానికొకటి సమాంతరంగా ఉంటాయి.

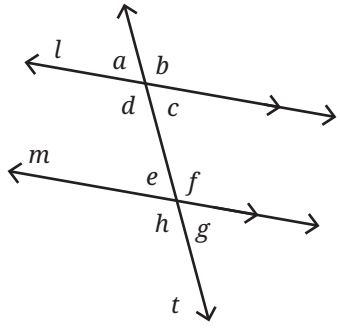


చిత్రం 5.24

? *l* మరియు m రేఖలు ఒకదానికొకటి సమాంతరంగా ఎందుకు ఉన్నాయి?

5.8 ప్రత్యామ్నాయ కోణాలు (Alternate Angles)

చిత్రం. 5.25లో, ∠a ని ∠f యొక్క ప్రత్యామ్నాయ కోణం అని పిలుస్తారు మరియు ∠c అనేది ∠e యొక్క ప్రత్యామ్నాయ కోణం.



చిత్రం 5.25

ఇచ్చిన కోణం యొక్క ప్రత్యామ్నాయ కోణాన్ని కనుగొనవచ్చు. ఉదాహరణకు ∠f ముందుగా ∠f యొక్క సంబంధిత కోణాన్ని కనుగొనడం ద్వారా, అది ∠b మరియు తరువాత ∠b యొక్క నిలువుగా వ్యతిరేక కోణాన్ని (శీర్షాభిముఖ కోణాలు) కనుగొనడం ద్వారా, అది ∠d అవుతుంది .

? **కార్యాచరణం 6**

చిత్రం 5.25లో ∠f 120^0 అయితే దాని ప్రత్యామ్నాయ కోణం ∠d యొక్క కొలత ఎంత?

b లంబంగా వ్యతిరేక కోణాలు కాబట్టి మనకు తెలిస్తే ∠d యొక్క కొలతను కనుగొనవచ్చు. గుర్తుంచుకోండి, శీర్షాభిముఖ కోణాలు (నిలువుగా వ్యతిరేక కోణాలు) సమానంగా ఉంటాయి.

∠b యొక్క కొలత ఎంత? ఇది 120^0 ఎందుకంటే ఇది 4f యొక్క సంబంధిత కోణం.

కాబట్టి, ∠d కూడా 120^0 కొలుస్తుంది.

నిజానికి, 2f యొక్క కొలతతో సంబంధం లేకుండా fb. ఎందుకు? ఎందుకంటే b అనేది ∠f యొక్క సంబంధిత కోణం (సదృశ్య కోణం)

అదేవిధంగా, b యొక్క కొలతతో సంబంధం లేకుండా b = ∠d. ఎందుకు? ఎందుకంటే ∠d అనేది b యొక్క శీర్షాభిముఖ (నిలువుగా వ్యతిరేక) కోణం. కాబట్టి, ఎటువంటి కొలతలు లేకుండా సంబంధిత కోణాల గురించి మన అవగాహనను సమర్థించాము.

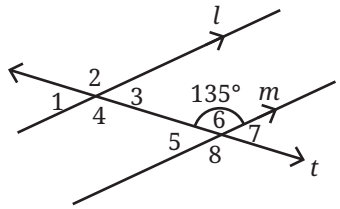
∠f = ∠d

ఉపయోగించి, ప్రత్యామ్నాయ కోణాలు ఎల్లప్పుడూ సమానంగా ఉంటాయని మనం సమర్థించాము.

ఒక జత సమాంతర రేఖలను ఖండించే తీర్యకొ ఖండన (అడ్డగీత)ద్వారా ఏర్పడిన ప్రత్యామ్నాయ కోణాలు ఎల్లప్పుడూ ఒకదానికొకటి సమానంగా ఉంటాయి.

? **ఉదాహరణ 1 :** చిత్రం 5.26లో, సమాంతర రేఖలు మరియు ఝ లను విలోమ t ద్వారా ఖండించబడ్డాయి. ∠6, 135^0 అయితే, ఇతర కోణాల కొలతలు ఏమిటి?

© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED



చిత్రం 5.26

సాధన : $\angle 6$ అనేది 135^0, కాబట్టి $\angle 2$ కూడా 135^0, ఎందుకంటే ఇది $\angle 6$ యొక్క సంబంధిత కోణం మరియు I మరియు m రేఖలు సమాంతరంగా ఉంటాయి.

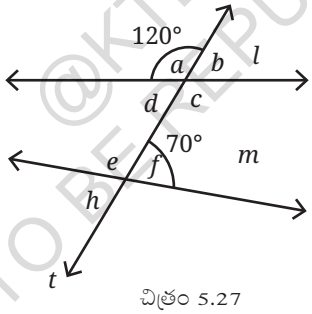
$\angle 8$ అనేది 135^0, ఎందుకంటే ఇది $\angle 6$ కి నిలువుగా వ్యతిరేక కోణం. $\angle 4$ అనేది 135^0 ఎందుకంటే ఇది $\angle 8$ కి సంబందిత కోణం.

$\angle 2$ అనేది 135^0 ఎందుకంటే ఇది $\angle 4$ యొక్క (నిలువుగా వ్యతిరేక కోణం) శీర్షాభిముఖ కోణం. కాబట్టి, $\angle 2, \angle 4, \angle 6$, $\angle 8$ అన్నీ 135^0, 135^0, అప్పుడు $\angle 5$ మరియు $\angle 6$ రేఖీయ జత, అవి కలిసి 180^0 కొలుస్తాయి. $\angle 6$ 135^0, ఆయితే.

$\angle 5 = 180 - 135 = 45°$

అదేవిధంగా $\angle 1$ $\angle 3$ మరియు $\angle 7$, 45^0 కొలుస్తాయని మనం కనుగొనవచ్చు.

ఉదాహరణ 2 : చిత్రం 5.27లో, *l* మరియు m రేఖలు t అనే విలోమ రేఖ ద్వారా ఖండించబడ్డాయి. $\angle a$ 120^0 మరియు $\angle f$ 170^0, అయితే, *l* మరియు m రేఖలు ఒకదానికొకటి సమాంతరంగా ఉన్నాయా?

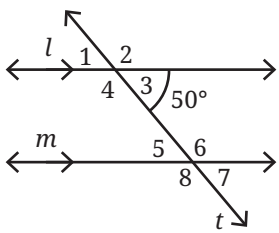


చిత్రం 5.27

సాధన : $\angle a$, 120^0, కాబట్టి $\angle b$ 60% ఎందుకంటే $\angle a$ మరియు $\angle b$ ఒక రేఖీయ జతను ఏర్పరుస్తాయి. $\angle b$ అనేది $\angle f$ యొక్క సంబంధిత కోణం. *l* మరియు m సమాంతరంగా ఉంటే, $\angle b$ $\angle f$ కి సమానంగా ఉండాలి. అయితే, అవి సమానంగా ఉండవు.

కాబట్టి, రేఖలు భూమి రు ఒకదానికొకటి సమాంతరంగా ఉండవు ఎందుకంటే విలోమ t ద్వారా ఏర్పడిన సంబంధిత కోణాలు ఒకదానికొకటి సమానంగా ఉండవు.

ఉదాహరణ 3 : చిత్రం 5.28లో, సమాంతర రేఖలు *l* మరియు m లను విలోమ t ద్వారా ఖండించబడ్డాయి. $\angle 3$, 50^0 అయితే, $\angle 6$ యొక్క కొలత ఎంత?



చిత్రం 5.28

© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

సాధన : $\angle 3$ అనేది 50^0 కాబట్టి, $\angle 2$ అనేది 130^0, ఎందుకంటే $\angle 2$ మరియు $\angle 3$ ఒక రేఖీయ జతను ఏర్పరుస్తాయి మరియు రేఖీయ జతలు ఎల్లప్పుడూ 180^0 వరకు ఉంటాయి.

$\angle 2$ మరియు $\angle 6$ అనురూప కోణాలు, మరియు మరియు ఝ రేఖలు సమాంతరంగా ఉన్నందున అవి సమానంగా ఉండాలి.

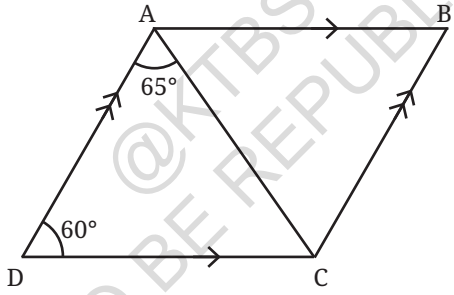
కాబట్టి, $\angle 6$ అంటే 130^0.

$\angle 3$ మరియు $\angle 6$ కోణాలను **అంతర్గత కోణాలు అంటారు.** (interiorangles)

$\angle 3$ మరియు $\angle 6$ మధ్య సంబంధం ఉందా? మీరు $\angle 3$ కి వేర్వేరు విలువలను తీసుకొని సంబంధాన్ని కనుగొనడానికి ప్రయత్నించవచ్చు మరియు $\angle 6$ అంటే ఏమిటో చూడవచ్చు. మీరు ఒక సంబంధాన్ని కనుగొన్న తర్వాత, దానిని సరిచూడానికి ప్రయత్నించండి లేదా ఈ సంబంధం ఎల్లప్పుడూ ఉంటుందని నిరూపించండి. విలోమ రేఖ యొక్క ఒకే వైపున ఉన్న అంతర్గత కోణాల మొత్తం ఎల్లప్పుడూ 180 వరకు ఉంటుందని మీరు కనుగొనగలరు .

ఉదాహరణ 4 : చిత్రం 5.29లో, AB రేఖాఖండం CD సమాంతరంగా మరియు AD BC కి సమాంతరంగా ఉంటుంది. $\angle DAC$ 65^0 మరియు $\angle ADC$ 60^0, $\angle CAB$, $\angle ABC$ మరియు $\angle BCD$ కోణాల కొలతలు ఏమిటి?

పరిష్కారం : AB మరియు CD అనే సమాంతర రేఖలను పరిశీలిద్దాం. AD అనేది ఈ రెండు రేఖల యొక్క (అడ్డంగా) విలోమంగా ఉంటుంది.



చిత్రం 5.29

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

ఒక జత సమాంతర రేఖలపై ఒక విలోమం ద్వారా ఏర్పడిన అంతర్గత కోణాల మొత్తం 180^0 అవుతుందని మనకు తెలుసు. కాబట్టి

$\angle ADC + \angle DAB = 180°$

$60° + \angle DAB = 180°.$

కాబట్టి $\angle DAB = 120°.$

దీనినుండి మనం $\angle CAB$ ను కనుగొనగలమా?

$\angle DAB = \angle DAC + \angle CAB.$

కాబట్టి $120° = 65° + \angle CAB.$

కాబట్టి $\angle CAB = 55°.$

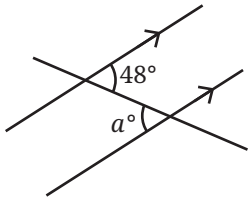
AD మరియు BC ల సమాంతర రేఖ విభాగాలను పరిశీలిద్దాం. అని ఒక విలోమ CD ద్వారా ఖండించబడ్డాయి. కాబట్టి, $\angle ADC + \angle BCD = 180^0$, ఎందుకంటే అవి విలోమ కోణాల యొక్క ఒకే వైపు అంతర్గత కోణాలు, $\angle ADC 60^0$ గా ఇచ్చినందున, $\angle BCD = 120^0$

అదేవిధంగా, మనం $\angle ABC = 60^0$ అని కనుగొంటాము

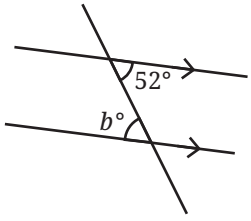
కాబట్టి, చిత్రం 5.29లో, $\angle CAB = 55^0$, $\angle ABC = 60^0$, మరియు $\angle BCD = 120^0$.

వీటిని కనుగొనండి.

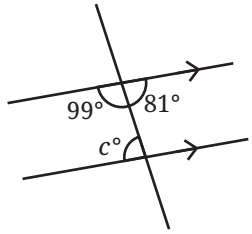
1. కింద గుర్తించబడిన కోణాలను కనుగొనండి.



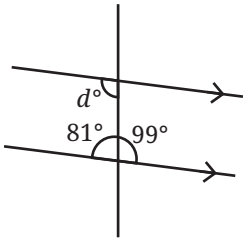
a= ☐



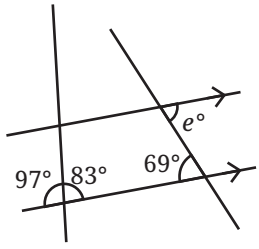
b= ☐



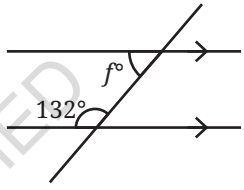
c= ☐



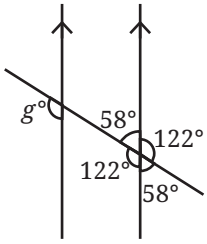
d= ☐



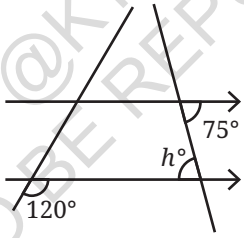
e= ☐



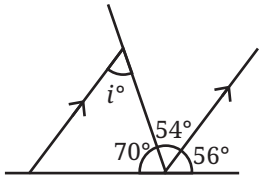
f= ☐



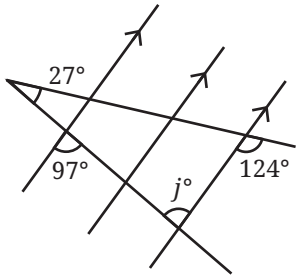
g= ☐



h= ☐



i= ☐

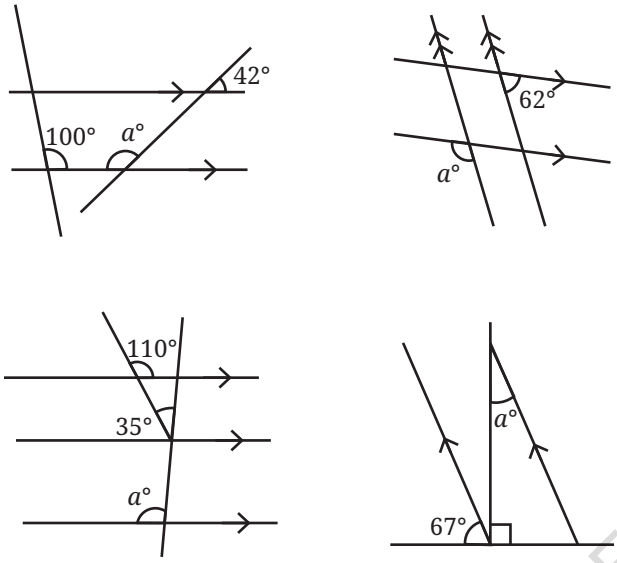


j= ☐

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

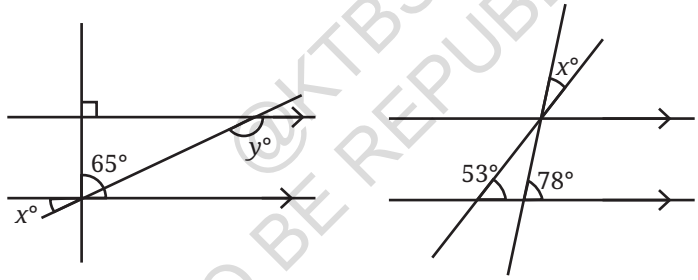
చిత్రం 5.30

2. a ద్వారా సూచించబడిన కోణాన్ని కనుగొనండి.



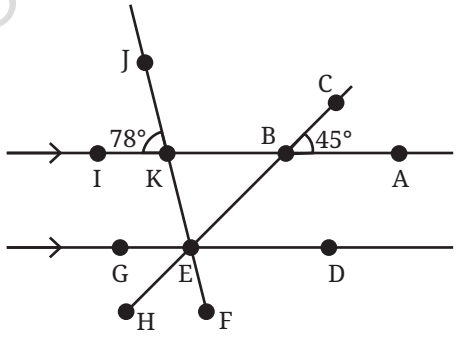
చిత్రం 5.31

3. కింద ఉన్న చిత్రాల లో x మరియు y ఏ కోణాలను సూచిస్తాయి?



చిత్రం 5.32

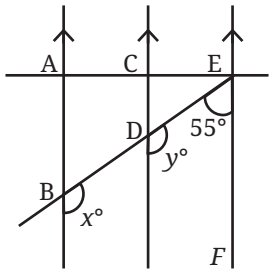
4. చిత్రం 5.33లో ..... = 45^{o} మరియు ..... =78^{o}. ∠GEH, ∠HEF, ∠FED. కోణాలను కనుగొనండి.



చిత్రం 5.33

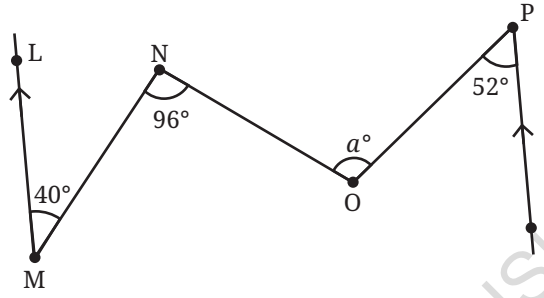
5. చిత్రం 5.34లో AB, CD కి సమాంతరంగా ఉంటుంది మరియు CD, EF కి సమాంతరంగా వుంటుంది. అలాగే, EA, AB కి లంబంగా ఉంటుంది. ∠BEF = 55^{o} అయితే, x మరియు y విలువలను కనుగొనండి.

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED



చిత్రం 5.34

6. చిత్రం 5.35 లో కోణం ∠NOP యొక్క కొలత ఎంత ?



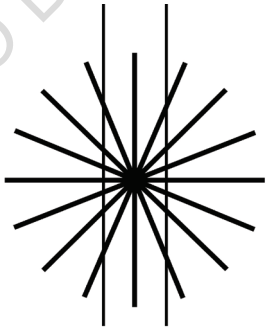
చిత్రం 5.35

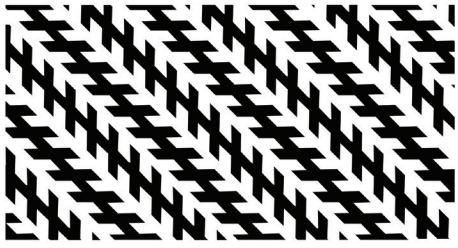
(**సూచన :** N మరియు O పాయింట్లు (బిందువుల) ద్వారా LM మరియు PQ లకు సమాంతరంగా రేఖలను గీయండి.

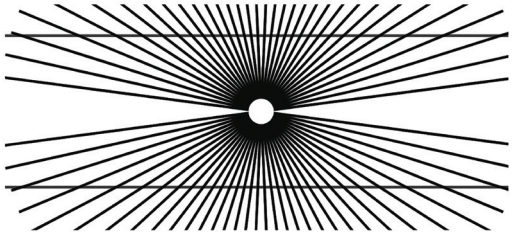
@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

5.9 సమాంతర భ్రమలు (parallel Illusions)

ఇక్కడ సమాంతర రేఖలు ఏవీ ఉన్నట్లు కనిపించడంలేదు. లేదా ఉన్నాయా ?







ఈ భ్రమలకు కారణమేమిటి?

సారాంశం

- రెండు రేఖలు ఖండించుకున్నప్పుడు, అవి నాలుగు కోణాలను ఏరుపుస్తాయి. శీర్షాభిముఖకోణాలు (నిలువుగా వ్యతిరేకకోణలు) సమానంగా ఉంటాయి మరియు రేఖీయ జతలు (రేఖీయధ్వయం) మొత్తం 180^{0} అవుతుంది .
- రెండు రేఖలు ఖండించుకున్నప్పుడు, మరియు ఏర్పడిన కోణాలు 90^{0} (అంటే, నాలుగు కోణాలు సమానంగా ఉంటాయి) అయినప్పుడు, ఆ రేఖలను ఒకదానికొకటి లంబంగా వుంది అని చెబుతారు.
- రెండు రేఖలు ఒక సమతలంలో ఎప్పుడూ ఖండించుకోనప్పుడు, వాటిని సమాంతర రేఖలు అంటారు.
- ఒక రేఖ t మరొక జత రేఖలను ఖండించినప్పుడు, దానిని విలోమరేఖ (తిర్యక్‌రేఖ) అంటారు మరియు ఇది 4 కోణాల 2 సెట్‌లను ఏర్పరుస్తుంది. మొదటి సెట్‌లోని 4 కోణాలలో ప్రతిదానికి రెండవ సెట్‌లో సంబధిత కోణం ఉంటుంది.
- ఒక విషమ రేఖ ఒక జత సమాంతర రేఖలను ఖండించినప్పుడు, సంబంధిత కోణాలు సమానంగా ఉంటాయి. ఒక విలోమ రేఖ ఒక జత రేఖలను ఖండించినప్పుడు మరియు సంబంధిత కోణాలు సమానంగా ఉన్నప్పుడు, ఆ రేఖల జత సమాంతరంగా ఉంటుంది.
- ఒక విలోమ రేఖ ఒక జత సమాంతర రేఖలను ఖండించినప్పుడు, ప్రత్యామ్నాయ కోణాలు సమానంగా ఉంటాయి.
- ఒక జత సమాంతర రేఖలను ఖండించే విలోమరేఖ నుండి ఏర్పడిన ఒక వైపున వున్న అంతర్గత కోణాల మొత్తం. ఎల్లప్పుడూ 180^{0} అవుతుంది.

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

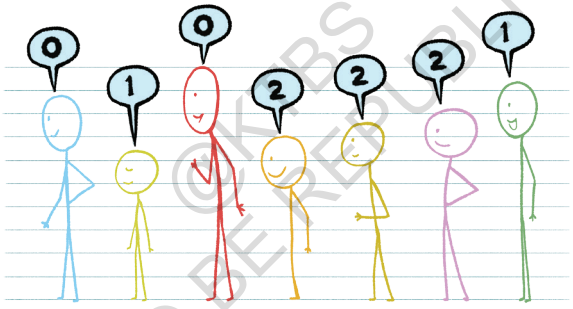
6 సంఖ్యల ఆట (Number Play)

J9N9X6

6.1 సంఖ్యలు మనకు విషయాలు తెలుపుతాయి.

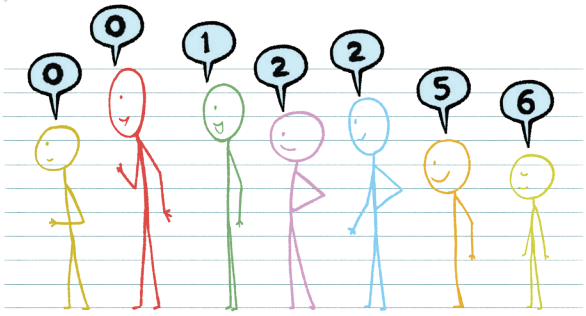
? చిత్రంలోని సంఖ్యలు ఏమేమి తెలుపుతాయి.

6వ తరగతి యొక్క గణితం పాఠ్యపుస్తకంలోని పిల్లలను జ్ఞాపకంచేసుకోండి. ఇప్పుడు వారు వేరె నియమాలను ఉపయోగించుకొని సంఖ్యలను పిలుస్తున్నారు.



? ఈ సంఖ్యల అర్థం ఏమిటి అని ఆలోచిస్తున్నారు?

పిల్లలు తమలోనే తిరిగి అమర్చబడి ప్రతియొక్కరు అమరిక ఆధారంగా ఒక సంఖ్య చెబుతారు.

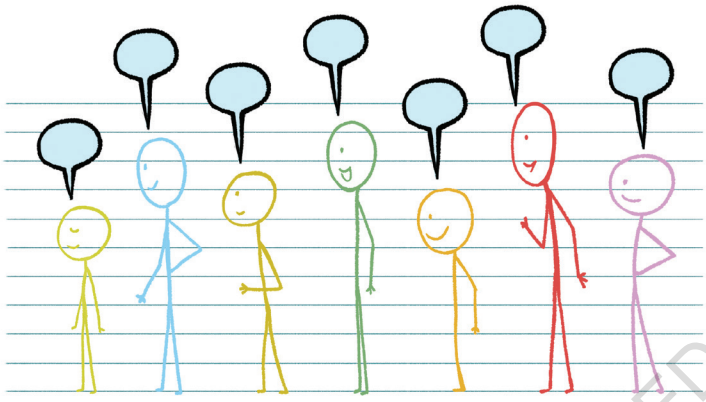


? ఈ సంఖ్యలు ఏమేమి తెలియజేస్తున్నాయో కనుగొనగలరా? వీక్షించండి మరియు కనుగొనడానికి ప్రయత్నించండి.

© KSRS NOT TO BE REPUBLISHED

నియమం ఏమిటనగా ప్రతి విద్యార్థి తను ముందు తనకంటే ఎత్తుగల పిల్లల సంఖ్యను చెబుతాడు. ప్రతి విద్యార్థి ఈ సంఖ్య రెండు అమరికలలోని నియమాలను సరిపోతుందా పరిశీలించండి.

? కింద ఇచ్చిన అమరికకు ఈ నియమాన్ని అనుసరించి, ప్రతి విద్యార్థి చెప్పవలసిన సంఖ్య రాయండి



? వీటిని కనుగొనండి.

1. పుస్తకం చివరిలో ఇచ్చిన పుల్ల (కర్ర) చిత్రాల కటౌట్లను అమర్చండి లేదా ఎత్తైన అమరికను కింద ఇవ్వబడిన వరుసక్రమంలాగా చిత్రీకరించండి.

   (a) 0, 1, 1, 2, 4, 1, 5

   (b) 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0

   (c) 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6

   (d) 0, 1, 0, 1, 0, 1, 0

   (e) 0, 1, 1, 1, 1, 1, 1

   (f) 0, 0, 0, 3, 3, 3, 3

2. కింద ఇవ్వబడిన ప్రతి వ్యాఖ్యానం కూడా ఎల్లప్పుడూ సత్యం. ఒక్కొక్కసారి సరి లేదా తప్పు అని ఆలోచించండి మరియు గుర్తించండి. మీ కారణాలను పంచుకోండి.

   (a) ఒక వ్యక్తి '0' అని చెప్పితే అప్పుడు వారందరూ గుంపులో చాలా ఎత్తైన వాడైయుంటారు.

   (b) ఒక వ్యక్తి చాలా ఎత్తుగా ఉన్నచో, అప్పుడు అతని సంఖ్య '0'

   (c) మొదటి వ్యక్తి సంఖ్య '0'.

   (d) ఒక వరుసలు ఒక వ్యక్తి మొదటివాడు లేదా చివరివాడు కానిచో అనగా వారందరూ వరుసలో వరుసలోఎక్కడో మధ్యలో నిల్చొన్నచో) అతడు '0' అని చెప్పబడదు.

   (e) చాలా పెద్ద సంఖ్యను చెప్పెడి వ్యక్తి చాలా పొట్టిగా ఉంటాడు.

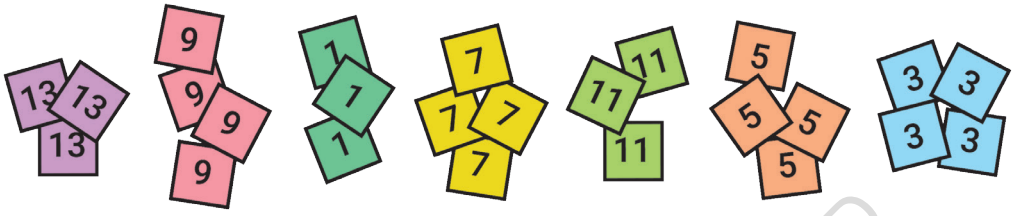
   (f) 8 మంది ఒక గుంపులో సాధ్యమగు చాలా పెద్ద సంఖ్య ఏది?

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

6.2 సమానత్వాన్ని ఎంచుకోవడం

కిశోర్ దగ్గర కొన్ని సంఖ్యల కార్డులు ఉన్నాయి. అతడు ఒక పజిల్ గురించి ఆలోచిస్తున్నాడు. అక్కడ 5 బాక్సులు ఉండి, ప్రతిదానిలో ఒక కార్డు మాత్రమే ఉండాలి. బాక్సులోగల సంఖ్యల మొత్తం 30 అయి ఉండాలి. దానిని చేసే ఒక విధానం గురించి అతనికి సహాయపడగలరా?

☐ + ☐ + ☐ + ☐ + ☐ = 30



ఏ 5 కార్డులలోని సంఖ్యను కూడినచో 30 అవుతుందో కనుగొనగలరా?.

ఈ సేకరణ నుండి 5 కార్డులను ఎంచుకోవడానికి చాలారకాల విధానాలున్నాయి. అవకాశాన్నింటిని పరిశీలించకుండా దీనికి పరిష్కారం కనుగొనెడి ఏదైనా విధానం ఉందా? దానిని కనుగొందాం.

? కొన్ని సరి సంఖ్యలను కలిపి కూడండి. ఎలాంటి సంఖ్య పొందారు? ఇక్కడ ఎన్ని సంఖ్యలను కూడినాము అనేది ముఖ్యమా?

ఏదైనా సరి సంఖ్యను ఎటువంటి సంఖ్యా మిగలకుండా జతలుగా అమర్చవచ్చు.

జతలుగా నిర్వహించిన కొన్ని సరిసంఖ్యలు కింద చూపబడినవి



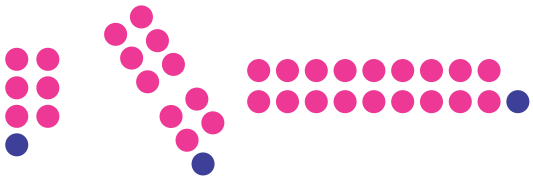
మనం చిత్రంలో చూసినట్లుగా ఎన్ని సంఖ్యల సరి సంఖ్యలను కూడిననూ వాటి నుండి వచ్చెడి ఫలితం ఒక సంఖ్యయైయుండి, దానిని ఏ సంఖ్య కూడా మిగలకుండా జతలలో అమర్చవచ్చు వేరే విధానంలో చెప్పాలంటే మొత్తం ఎల్లప్పుడూ ఒక సరిసంఖ్య అయివుంటుంది.



? ఇప్పుడు కొన్ని బేసి సంఖ్యలను కలిపి కూడండి ఎలాంటి సంఖ్యను పొందుతాం? ఎన్ని బేసి సంఖ్యలను కూడినాము అనేది ముఖ్యం అవుదుందా?

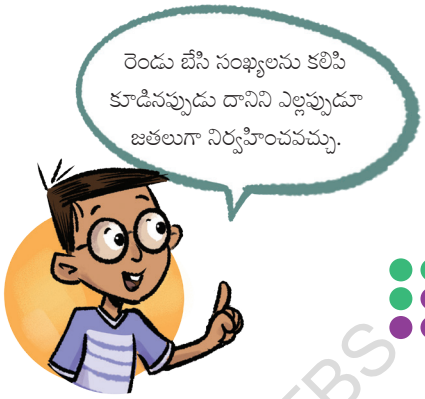
బేసి సంఖ్యలను జతలుగా నిర్వహించబడదు. బేసి సంఖ్య జతల సేకరణకంటే ఒకటి ఎక్కువగా ఉంటుంది. కొన్ని బేసి సంఖ్యలను కింద చూపడమైనది.

NOT TO BE REPUBLISHED @KTBS



ఒక బేసి సంఖ్య తక్కువగాగల. సేకరణగా మనం ఆలోచించవచ్చా?

ఈ చిత్రం రెండు బేసి సంఖ్యల మొత్తం ఎల్లప్పుడూ సరి సంఖ్య అయివుంటుందని సూచిస్తున్నది! దీనితోపాటుగల మరి కొన్ని చిత్రాల ఉదాహరణలు **సాక్ష్యాలు!**





? 3 బేసి సంఖ్యలను కూడినచో ఏమవుతుంది? ఫలితం మొత్తాన్ని జతలుగా నిర్వహించవచ్చా? కాదు.

? కిందివాటిని పరిశీలించండి : (a) నాలుగు బేసి సంఖ్యల మొత్తం (b) 5 బేసి సంఖ్యల మొత్తం (c) 6 బేసి సంఖ్యల మొత్తం'

కిశోర్ పరిష్కరించడానికి ప్రయత్నిస్తున్న పజిల్‌కు వెనుతిరుగుదాం. 5 ఖాళీ బాక్సులున్నాయి అనగా అతని దగ్గర బేసి సంఖ్యల బాక్సులున్నాయి. సంఖ్యా కార్డులన్నింటిలో బేసి సంఖ్యలున్నాయి.

వాటి మొత్తం 30 అనగా సరి సంఖ్య కావాలి. అయితే, ఏదైనా 5 బేసి సంఖ్యలను కూడటం వలన సరిసంఖ్య లభించెడి అవకాశమే లేనందున, కిశోర్‌కు ఈ కార్డులను మొత్తం 30 అగునట్లు బాక్సులలో నిర్వహించడానికి అవకాశం లేదు.

? ఇద్దరు తోబుట్టువులు మార్టిన్ మరియు మారియా మరియు వారు సరిగ్గా ఒక సంవత్సరం అంతరంలో జన్మించారు. వారు నేడు జన్మదినోత్సవం జరుపుకొంటున్నారు. మారియా తమ ఇద్దరి వయస్సుల మొత్తం 112 అని మాట్లాడుతోంది. ఇది సాధ్యమా? అవును లేదా ఎందుకు కాదు?

వారిద్దరు ఒక సంవత్సరం అంతరంలో జన్మించినందున వారి వయస్సులు (రెండు) క్రమ సంఖ్యలు. వారి వయస్సులు 51 మరియు 52 కావచ్చా? 52+51= 103. వేరే కొన్ని క్రమ సంఖ్యలతో ప్రయత్నించండి. వాటి మొత్తం 112 అవుతాయా?

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

లెక్కింపు సంఖ్య 1,2,3,4,5,.....లలో సరి సంఖ్యలు మరియు బేసి సంఖ్యలు పర్యాయంగా వస్తాయి. ఏవైనా రెండు క్రమ సంఖ్యలలో ఎల్లప్పుడూ ఒక సరి. సఖ్య మరియు బేసి సంఖ్య అయివుంటుంది !

ఒక సరిసంఖ్య మరియు ఒక బేసి సంఖ్యల మొత్తం ఏమైవుంటుంది? వాటి మొత్తాన్ని జతలలో అమర్చబడవు. అందువలన అది ఒక బేసి సంఖ్య అయివుంటుంది.

112 ఒక సరిసంఖ్య అయినందువలన మార్టిన్ మరియు మారియాగార్ల వయుస్సులు క్రమ సంఖ్యలు అయినందువలన వాటి మొత్తం 112 కావు.

సమానత్వం – ఈ పదాన్ని సరి లేదా బేసి సంఖ్వగాగల లక్షణాన్ని సూచించడానికి ఉపయోగిస్తాం ఉదాహరణకు రెండు క్రమసంఖ్వల సమానత్వం మొత్తం బేసి సంఖ్యగా ఉంటుంది. ఇదేవిధంగా ఏవైనా రెండు బేసి సంఖ్యల సమానత్వం మొత్తం సమానంగా ఉంటుంది.

? వీటిని కనుగొనండి

1. చిత్రంలో చూపెడి సరి సంఖ్య మరియు సరి సంఖ్యల గురించి మీ అవగాహనను ఉపయోగించుకొని కింది మొత్తాల సమానత్వాన్ని కనుగొనండి
   (a) రెండు సరి సంఖ్యలు మరియు రెండు బేసి సంఖ్యల మొత్తం (ఉదాహరణకు, సరి + సరి + బేసి + బేసి)
   (b) రెండు బేసి సంఖ్యలు మరియు 3 సరి సంఖ్యల మొత్తం.
   (c) 5 సరిసంఖ్యల మొత్తం
   (d) 8 బేసి సంఖ్యల మొత్తం

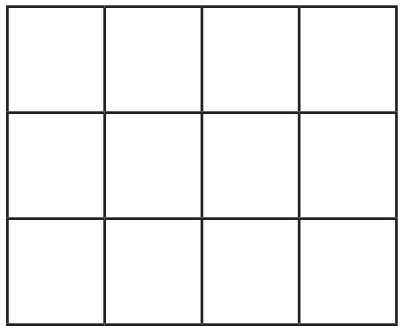
2. లక్ష్మి తన పిగ్గి బ్యాంకులో బేసి సంఖ్యల ₹1 నాణెములు ₹5 నాణెములు మరియు సరి సంఖ్యల ₹10 నాణెములు ఉన్నాయి. అతడు మొత్తాన్ని లెక్కించి ₹ 205 పొందాడు. అతడు తప్పు చేశాడా? అతను. తప్పు చేసినచో ఎందుకో వివరించండి . అతడు తప్పు చేయనిచో అతని దగ్గర ప్రతి రకం నాణెములు ఎన్ని ఉండాలి?

3. మీకు తెలిసినట్లుగా
   (a) సరి సంఖ్య + సరి సంఖ్య = సరి సంఖ్య
   (b) బేసిసంఖ్య + బేసిసంఖ్య = సరి సంఖ్య
   (c) సరి సంఖ్య + బేసిసంఖ్య = బేసిసంఖ్య

   ఇదే విధంగా కింది సందర్భాలలో సమానత్వాన్ని కనుగొనండి.
   (a) సరి సంఖ్య – సరి సంఖ్య =_____
   (b) బేసిసంఖ్య – బేసిసంఖ్య = _____
   (c) సరి సంఖ్య – బేసిసంఖ్య = _____
   (d) బేసిసంఖ్య – సరి సంఖ్య = _____

@KTRS NOT TO BE REPUBLISHED

గ్రిడ్‌లలో చిన్న చతురస్రాలు



3 × 3 గ్రిడ్‌లో 9 చిన్న చతురస్రాలుండి, అది బేసి సంఖ్య అవుతుంది. అదేవిధంగా 3×4 గ్రిడ్‌లో 12 చిన్న చతుస్రాలుండి, అది సరి సంఖ్య అవుతుంది.

? ఒక గ్రిడ్ యొక్క కొలతలు ఇచ్చినప్పుడు గుణలబ్ధం లెక్కించకుండా, అందులోని చిన్న చతురస్రాల సమానత్వం గురించి మీరు చెప్పగలరా?

? కింది గ్రిడ్‌లలోగల చిన్న చతురస్రాల సమానత్వాన్ని కనుగొనండి.

(a) 27 × 13
(b) 42 × 78
(c) 135 × 654

బీజగణిత సమాసాల సమానత్వం

బీజగణిత సమాసం 3n+4ను పరిగణించండి n యొక్క వివిధ రకాల విలువలకు బీజగణిత సమానాలు వివిధ రకాల సమానత్వం కలిగియుంటాయి.

n	3n + 4 విలువ	సమానత్వ విలువ
3	13	బేసి సంఖ్య
8	28	సరి సంఖ్య
10	34	సరి సంఖ్య

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

? ఎల్లప్పుడూ సరి సమానత్వం కల్గియున్న ఒక బీజీయపదాన్ని పొందండి.

కొన్ని ఉదాహరణలు : 100p మరియు 48W – 2, ఇంకా ఎక్కువ కనుగొనడానికి ప్రయత్నించండి.

? ఎల్లప్పుడూ బేసి సమానత్వం కల్గి యున్న ఒక బీజగణిత సమాసం పొందండి.

? 3n +4 లాంటి సరి లేదా బేసి సమానత్వాన్ని కల్గియున్న ఇతర బీజోక్తులను (బీజీయ పదాలు) పొందండి

? బీజేయ పదం 6k +2 విలువలు 8, 14, 20..... (k = 1,2,3,---- అయినప్పుడు) – ఇక్కడ కొన్ని సరి సంఖ్యలు వదిలివేయబడ్డాయి.

? సరి సంఖ్యలన్నింటిని పట్టి చేయడానికి సాధ్యమయ్యే బీజగణిత సమాసాలు ఉన్నాయా?

క్లూ : సరి సంఖ్యలన్నింటిలో 2 ఒక కారణాంకంగా ఉంటుంది.

? బేసి సంఖ్యలన్నింటిని పట్టి చేయడానికి సాధ్యమగు బీజీయపదాలు ఉన్నాయా ?

4 యొక్క గుణిజాల శ్రేఢిలో nవ పదాన్ని ఎలా వ్యక్తపరచవచ్చో మనం ముందుగానే తెలుసుకున్నాం ఇక్కడ n పదపు సంఖ్యమైయుండి, శ్రేఢిలో ఒక స్థానాన్ని సూచిస్తుంది. (ఉదాహరణకు మొదటి, ఇరవైమూడవ, వంద మరియు పరిహేడవ ఇత్యాది)

? 2 యొక్క గుణిజాలలో 2వ పదం ఏదైయుంటుంది? లేదా nవ సరి సంఖ్య ఏది?

బేసి సంఖ్యలను పరిగణిద్దాం.

? 100వ బేసి సంఖ్య ఏది?

ఈ ప్రశ్నకు జవాబివ్వడానికి కింది ప్రశ్నను పరిగణించండి.

? 100వ సరిసంఖ్య ఏది?

ఇది $2 \times 100 = 200$

ఇది 100వ బేసి సంఖ్యను కనుగొనడాకి ఉపయోగపడుతుందా? సరి మరియు బేసి పదాల శ్రేఢిని పోల్చుదాం.

సరిసంఖ్యలు : 2, 4, 6, 8, 10, 12

బేసి సంఖ్యలు : 1, 3, 5, 7, 9, 16

ఏ స్థానంలోనైనా బేసి సంఖ్య శ్రేఢియొక్క విలువ అదే స్థానంలోని సరి సంఖ్య శ్రేఢిలోని విలువ కంటే ఒకటి తక్కువగా ఉంటుందని మనం గమనిస్తాం. ఎలా, 100వ బేసి సంఖ్య $200-1=199$.

? nవ బేసి సంఖ్యను కనుగొనడానికి ఒక సూత్రం రాయండి.

ఒక దత్త స్థానంలోని బేసి సంఖ్యను కనుగొను విధానాన్ని ముందుగా వివరిద్దాం.

(a) ఆ స్థానంలోని సరి1 సంఖ్యను కనుగొనండి. అది ఆ స్థానంలోని సంఖ్యయొక్క 2 రెట్లు ఉంటుంది

(b) తరువాత ఆ సరిసంఖ్య నుండి తీసివేయండి దీనిని బీజగణిత సమాసాలలో రాసినప్పుడు, మనం

(a) $2n$

(b) $2n - 1$ పొందుతాం

ఇదే విధంగా, nవ సరిసంఖ్యను ఇచ్చెడి సూత్రం $2n$ మరియు nవ బేసి సంఖ్యను ఇచ్చెడి సూత్రం $2n-1$

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

6.3 గ్రిడ్‌లలో కొన్ని పరిశోధనలు

ఇక్కడ ఇచ్చిన 3×3 గ్రిడ్‌ను గమనించండి. దానిని ఒక సులభ నియమాన్ని అనుసరించి, 1 నుండి 9 వరకుగల సంఖ్యలను ఉపయోగించి, ఎటువంటి సంఖ్య పునరావర్తనం కాకుండా నింపబడింది గ్రిడ్‌కు వెలుపల కొన్ని సంఖ్యలకు వృత్తం గీయబడినవి.

4	7	5	16
6	1	2	9
3	9	8	20
13	17	15	

? వృత్తంలోగల సంఖ్యలు ఏమేమి సూచిస్తాయో గమనించడానికి సాధ్యపడిందా?

పసుపు రంగు వృత్తంలోని సంఖ్యలు సంబంధించిన అడ్డ వరుసలు మరియు నిలువు వరుసలలోని మొత్తాలు అవుతాయి.

పైన సూచించిన నియమాలను అనుసరించి కింది గ్రిడ్‌లను పూరించండి.

9			13
			14
		5	18
24	9	12	

			24
4			15
		3	6
12	16	17	

? ఇదేవిధంగా కొన్ని ప్రశ్నలను మీశైలిలో చేయండి మరియు మీ సహపాఠకులకు సవాలు వేయండి.

కింద ఇచ్చిన సమస్యను పరిష్కరించడానికి ప్రయత్నించండి.

			5
		6	21
			19
9	11	26	

? ఈ గ్రిడ్ పరిష్కారాన్ని కనుగొనడానికి సాధ్యం కాదని మీరు ఇదివరకే గుర్తించియుండవచ్చు. ఇది ఎలా, ఎందుకు? సాధ్యమగు చాలా చిన్న మొత్తం 6 = 1+2+3.

సాధ్యమగు చాలా పెద్ద మొత్తం 24= 9+8+ 7 వృత్తంలోగల ఏదైనా సంఖ్య 6 కంటే తక్కువ లేదా 24 కంటే ఎక్కువగా ఉండటానికి అవకాశమే లేదని స్పష్టం. గ్రిడ్‌లోని మొత్తాలు 5 మరియు 26 అందువలన ఇది అసాధ్యం. మనం పరిష్కరించిన వెనుకటి గ్రిడ్‌లలో వృత్తాలలోని సంఖ్యలన్నింటి మొత్తం ఎల్లప్పుడూ 90 అని కిశోర్ గమనించాడు. అంతేగాక, అన్ని మూడు అడ్డవరుసలు లేదా అన్ని మూడు నిలువు వరుసలకు వృత్తంలోని సంఖ్యల మొత్తం ఎల్లప్పుడూ 45 అని విద్యా గమనించింది. మీరు పరిష్కరించిన వెనుకటి గ్రిడ్‌లకు ఇది సత్యమా అని పరిశీలించండి

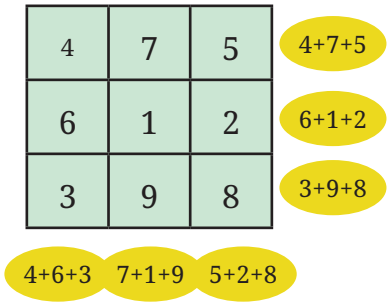


@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

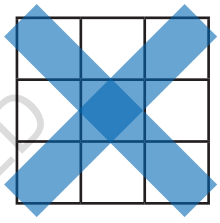
? అడ్డ వరుసల మొత్తం మరియు నిలువు వరుసల మొత్తం ఎల్లప్పుడూ 45 ఎందుకు అయివుంటుంది?

ఈ గ్రిడ్ నుండి అన్ని అడ్డవరుసల మొత్తం 1-9 వరకుగల సంఖ్యల మొత్తానికి సమానంగా ఉంటుందని గమనించవచ్చు. దీనినే నిలువు వరుసల మొత్తానికి కూడా గమనించవచ్చు. 1-9 వరకుగల సంఖ్యల మొత్తం

$$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 = 45.$$



సంఖ్యలు కల్గియున్న చతురస్ర గ్రిడ్‌లో ప్రతి అడ్డ వరుస, ప్రతి నిలువు వరుస మరియు ప్రతి వికర్ణంలోని సంఖ్యల మొత్తం ఒకటే అయినచో దానిని **మాయా చదరం** అని అంటారు. ఆ సంఖ్యను **మాయా మొత్తం** అంటారు. చిత్రంలో వికర్ణాలు చూపబడినవి.



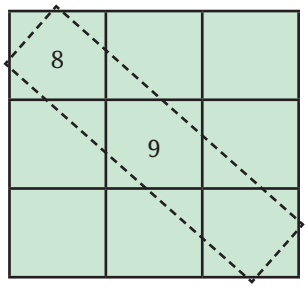
గ్రిడ్‌లను యాదృచ్ఛికంగా సంఖ్యలతో నింపి మాయా చదరం సృష్టించడానికి ప్రయత్నించడం కష్టంకావచ్చు! దీనికి కారణం 1-9 వరకుగల సంఖ్యలు పునరావర్తనం కాకుండా 3 × 3 గ్రిడ్‌ను నింపెడి చాలా విధానాలున్నాయి. నిజమైన విషయం ఏమిటనగా, నిఖరంగా అలాంటి 3, 62,880 విధానాలున్నాయని కనుగొనవచ్చు. అదేవిధంగా ఆశ్చర్యకరంగా గ్రిడ్‌లను నింపెడి విధానాల సంఖ్యను వాటన్నింటినీ పట్టి చేయకుండా కనుగొనవచ్చు. దీనిని ఎలా చేయవచ్చో తరువాత సంవత్సరాలలో చూద్దాం.

బదులుగా, మనం ఒక మాయా చదరాన్ని క్రమబద్ధంగా తయారుచేయడానికి కొనసాగుదాం. దీని కొరకు కొన్ని ప్రశ్నలు మనలోనే అడుక్కుందాం

1. మాయా మొత్తం ఏమైయుండవచ్చు? అది ఏదైనా సంఖ్య అయివుండవచ్చా?

ఈ క్షణానికి అడ్డవరుసలోని మొత్తాల గురించి మాత్రమే గమనిద్దాం. గ్రిడ్‌లో 1-9 వరకుగల సంఖ్యల 3×3 గ్రిడ్‌లో అడ్డవరుసలోని మొత్తం ఎల్లప్పుడూ 45 అయివుంటుందని గమనించాం మాయా చదరంలో అన్ని అడ్డవరుసల మొత్తం సమానంగా ఉండి, వీటి మొత్తం 45 అయినందున, వాటి ప్రతి యొక్కటి 15 అయివుండాలి దీనినుండి మనమెలా పరిశీలించవచ్చు.

పరిశీలన 1 : 1-9 వరకుగల సంఖ్యలను ఉపయోగించిన మాయా చదరంలో మాయా మొత్తం 15 అయివుండాలి.



2. మాయా చదరం మధ్యలో వచ్చెడి సాధ్యమగు అన్ని సంఖ్యలు ఏవి?

ఇలాంటి అవకాశాలను ఒక్కొక్కటిగా పరిగణిద్దాం. మధ్య సంఖ్య 9 కావచ్చా? ఔను అయితే, 8 ఇతర ఏవైనా చదరాలలో రావాలి. ఉదాహరణకు.

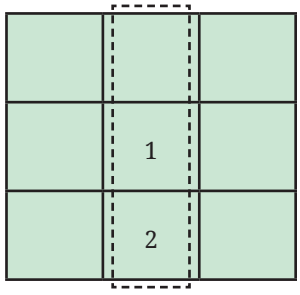
ఈ సందర్భంలో 8+9+ మరొక సంఖ్య = 15 కావాలి.

అయితే, అది సాధ్యం కాదు ! 8ని ఏదైనా చదరంలో రాసిననూ ఇదే సమస్య ఎదురవుతుంది.

అందువలన 9 మధ్యలో ఉండటానికి సాధ్యంకాదు మధ్య సంఖ్య 1 అయివుండవచ్చా?

ఔను అయితే, 2 ఇతర ఏదైనా చదరాలలో రావాలి.

ఇక్కడ 2+1+ మరొక సంఖ్య = 15 కావాలి.



© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

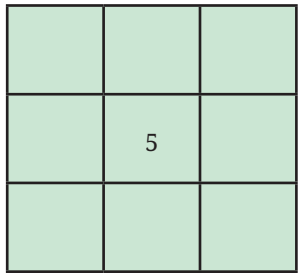
అయితే, ఇది సాధ్యంకాదు. ఎందుకనగా ఇక్కడ మనం 1–9 వరకుగల సంఖ్యలను మాత్రమే ఉపయోగిస్తున్నాం. 1ని ఏ చదరంలో రాసినను ఇదే సమస్య ఎదురవుతుంది అందువలన 1 కూడా మధ్య భాగంలో రావడానికి సాధ్యం కాదు

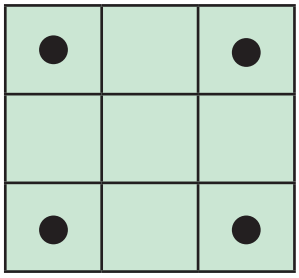
? అంలాంటి కారణాలను ఉపయోగించుకొని 1–9 వరకుగల సంఖ్యలలో ఏది మధ్యభాగంలో రావడానికి సాధ్యం కాదో కనుగొనండి.

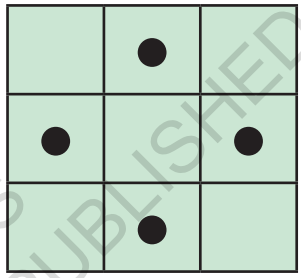
ఈ పరిశీలన మనకు తరువాతి ఆసక్తిదాయక పరిశీలన చేయడానికి అవ కాశం కల్పిస్తుంది.

పరిశీలన 2 : 1–9 వరకుగల సంఖ్యలతో చేసిన ఒక మాయాచదరంలో దాని మధ్యభాగంలో వచ్చెడి సంఖ్య 5 అయివుండాలి

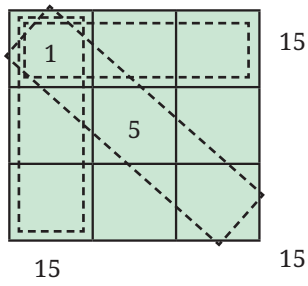
ఇప్పుడు మాయాచదరంలో చాలా చిన్న సంఖ్య 1 మరియు చాలా పెద్ద సంఖ్య 9 ఎక్కడ రావాలో చూద్దాం. మన రెండవ పరిశీలన వాటి అంచు స్థానాలలో రావాలని తెలుపుతోంది. ఈ స్థానాలను రెండు వర్గాలలో వర్గీకరిద్దాం'







1 మూల స్థానంలో రావచ్చా? ఉదాహరణకు దానిని ఇలా ఉంచవచ్చా?,



? ఔను అనేటట్లయితే, 1 తో పాటు ఇంకా రెండు సంఖ్యలను కూడినప్పుడు మొత్తం 15 వచ్చెడి 3 విధాలుగా ఉండాలి. అప్పుడు 1+5+9=1+6+8 = 15 కావాలి. వేరే ఏదైనా కలిపెడి (సంయోజనం) అవకాశం ఉందా?

? ఇదే విధంగా 9 ని మూల స్థానంలో ఉంచవచ్చా?

పరిశీలన 3 : సంఖ్య 1 మరియు 9 ఏదైనా మూలలో రావడానికి సాధ్యం కాదు. అందువలన అవి ఏదైనా ఒక మధ్య స్థానంలోనే రావాలి.

? 1 మరియు 9 కి సాధ్యమగు వేరే స్థానాలను కనుగొనగలరా?

1	5	9

	1	
	5	
	9	

మనకిప్పుడు మాయా చదరంలోని ఒక పూర్తి అడ్డ వరుస లేదా నిలువు వరుస ఉంది! దాని పూర్తిచేయడానికి ప్రయత్నించండి.

(**క్లూ :** 1 మరియు 90 కల్గియున్న అడ్డవరుస లేదా నిలువు వరుసను ముందుగా నింపండి)

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

వీటిని కనుగొనండి

1. 1–9 వరకుగల సంఖ్యలను ఉపయోగించుకొని ఎన్ని విభిన్నమైన మాయాచదరాలు చేయవచ్చు?

గణితపు మాట

2. 2–10 వరకుగల సంఖ్యలను ఉపయోగించుకొని ఒక మాయా చదరాన్ని సృష్టించండి. దీనికి ఏ మార్గోపాయాలు ఉపయోగిస్తారు? దీనిని 1–9 సంఖ్యలకు చేసిన మాయాచదరంతో పోల్చండి.
3. ప్రతి మాయాచదరం తీసుకోండి. అందులో
   a) ప్రతి సంఖ్యకు 1 పెంచండి.
   b) ప్రతి సంఖ్యను రెట్టింపుచేయండి.

ప్రతి సందర్భంలో కూడా ఏర్పడు గ్రిడ్ కూడా ఒక మాయా చదరమా? ఈ మాయా మొత్తాలు ప్రతి సందర్భంలో కూడా ఎలా మారుతాయి?

గణితపు మాట

4. ఒక మాయాచదరం మరొక మాయా చదరం ఇచ్చేటట్లు వేరే ఏమేమి క్రియలు చేయవచ్చు.
5. ఏదైనా 9 క్రమ సంఖ్యలను (2–10, 3–11, 9–17 ఇత్యాది) ఉపయోగించుకొని మాయాచదరాన్ని సృష్టించెడి విధానాలను చర్చించండి.

3 × 3 మాయాచదరాన్ని సామాన్యీకరించడం.

మాయా చదరంలోని సంఖ్యలు ఎలా ఒకదానికొకటి సంబంధం కల్గియున్నాయో మనం వివరించవచ్చు. అనగా ఒక మాయా చదరపు విన్యాసం.

	m	

క్రమసంఖ్యలను ఉపయోగించి, మీరు ఇప్పటివరకు చేసిన ఏదైనా మాయా చదరాన్ని ఎంచుకోండి. m మధ్యలో వచ్చెడి సంఖ్య – అక్షరమైనచో ఇతర సంఖ్యలు mను ఎలా సంబంధించినవో వ్యక్తపరచండి. అనగా ఆ సంఖ్యలు m కంటే ఎంత ఎక్కువ లేదా తక్కువ.

(క్లూ : బీజీయ పదాలు అధ్యాయంలో ఒక క్యాలెండర్ నెలను 2×2 గ్రిడ్‌లో. ఎలా వివరిస్తామో జ్ఞాపకం చేసుకోండి.)

ఒక సామాన్యీకరణ రూపం పొందిన తరువాత మీ పరిశీలనలను తరగతిలో పంచుకోండి.

వీటిని కనుగొనండి

1. సామాన్యీకరించిన ఈ రూపాన్ని ఉపయోగించుకని మధ్య సంఖ్య 25 అయిన ఒక మాయా చదరం కనుగొనండి –
2. ఏదైనా అడ్డ వరుస లేదా వికర్ణపు 3 సంఖ్యలను కూడినప్పుడు వచ్చెడి బీజపదం ఏమిటి?
3. కింది వాటి నుండి పొందిన ఫలితాలను రాయండి.
   (a) సామాన్యీకరించిన రూపంలో ప్రతి పదానికి 1ని కూడినప్పుడు.
   (b) సామాన్యీకరించిన రూపంలో ప్రతి పదాన్ని రెట్టింపు చేసినప్పుడు.
4) మాయా మొత్తం 60 అయివుండునట్లు ఒక మాయా చదరం పొందడానికి సాధ్యమా?

గణితపు మాట

5) 9 వరుసగా లేని సంఖ్యలు నింపడం ద్వారా మాయాచదరం పొందవచ్చా?

© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

మొట్టమొదటి 4×4 మాయాచదరం

చౌతిస యంత్రంగా పరిచితమైన మొట్టమొదటి 4×4 మాయా చదరం భారతదేశ ఖజురాహోలోని శాసనంలో 10వ శతాబ్ధపు పార్శ్వనాథ్ జైన్ మందిరపు రాతలో నమోదు అయింది.



7	12	1	14
2	13	8	11
16	3	10	5
9	6	15	4

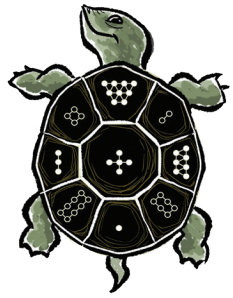
భారతదేశ ఖజురాహోలో మొట్టమొదట నమోదైన చౌతిస యంత్రం 4×4 మాయా చదరం

చౌతిస అనగా 34 దానిని వారు చౌతిస యంత్రం అని పిలవడానికి కారణమేమి?

ఈ మాయా చదరంలో ప్రతి అడ్డవరుస, నిలుపు వరుస మరియు వికర్ణపు సంఖ్యలను కూడినప్పుడు. మొత్తం 34 అవుతుంది. చదరంలో మొత్తం 34 వచ్చునట్లు నాలుగు సంఖ్యల వేరే విన్యాసాలను మీరు కనుగొన గలరా?

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

చరిత్ర మరియు సంస్కృతిలో మాయా చదరాలు



మొదటిసారి నమోదైన మాయచదరం లో శు చదరం (Lo shu Square) 2000 సంవత్సరాలు వెనుకటి ప్రాచీన చైనాలో కనబడింది పురాణాల ప్రకారం లో (LO) నదిలో వరద ఏర్పడిన సమయంలో ప్రజలను కాపాడటానికి దేవుడు పంపిన తాబేలు అని సమ్మడమైంది. ఆ తాబేలు తన వెన్నుమీద 3 × 3 గ్రిడ్ కల్గియుండి, అందులు 1 నుండి 9 వరకుగల సంఖ్యలను ఒక మాయా విన్యాసంలో నిర్వహించబడేది..

2	7	6
9	5	1
4	3	8

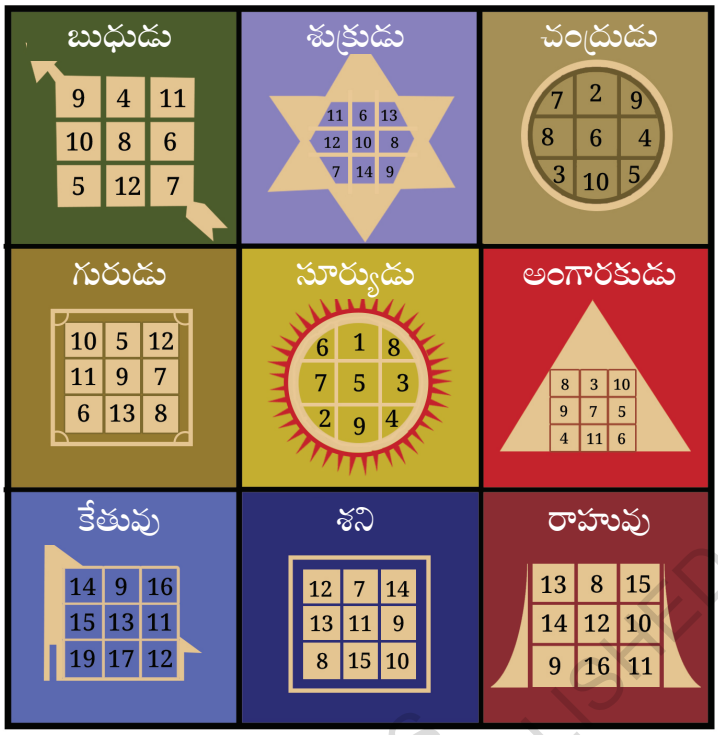
మాయా చదరాల గురించి భారతదేశంతోపాటు ప్రపంచంలోని వివిధ దేశాలైన జపాన్, మధ్య ఆసియా మరియు యూరప్‌లలో వేర్వేరు సమయాలలో అధ్యయనం చేయ బడింది.

భారతీయ గణితనిపుణులు మాయా చదరాల గురించి విస్తారంగా అధ్యయనంచేసి, వాటిని నిర్మాణం చేయు సామాన్య విధానాల గురించి వివరణ ఇచ్చారు. భారతీయ గణిత నిపుణుల కార్యం మనమీద పరిగణించబడిన కేవలం 3×3 మరియు 4×4 గ్రిడ్‌ల గురించి మాత్రమే సంబంధించినది కాదు. వారు వాటిని 5×5 మరియు ఇతర పెద్ద చదరపు గ్రిడ్‌లకు కూడా విస్తరించారు. పై తరగతులలో వాటి గురించి మనం ఇంకా ఎక్కువగా నేర్చుకుంటాం.

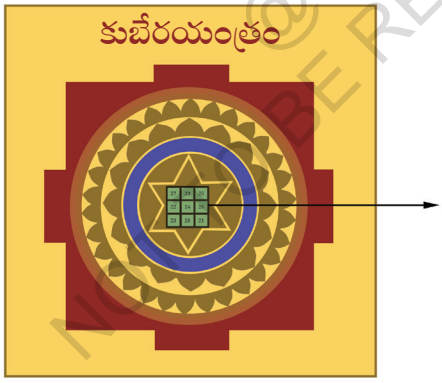


మాయా చదరాల ఔచిత్యం గణిత శాస్త్ర పాండిత్యానికి మాత్రమే పరిమితంకాలేదు. భారతదేశంలోని చాలా స్థలాలలో అది కనబడింది కుడిభాగంలోగల 3×3 మాయా చదరం తమిళనాడులోని పళనిలోని దేవస్థానపు ఒక స్తంభంలో కనబడింది. ఆ దేవస్థానం క్రీ.పూ. 8వ శతాబ్ధానికి సంబంధించినది.

భారతదేశంలో 3×3 మాయా చదరాలను ఇండ్లు మరియు అంగళ్ళలో కూడా కనబడుతుంది. అలాంటి ఒక నవగ్రహ యంత్రపు ఉదాహరణను కింద ఇవ్వబడినది.



ప్రతి గ్రహంతోపాటు సంబంధించిన విభిన్న మొత్తాన్ని గమనించండి. కుబేర యంత్రపు ఒక చిత్రం కింద చూపబడింది.



27	20	25
22	24	26
23	28	21

© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

6.4 ప్రకృతి మెచ్చిన శ్రేఢి ; విరహంక-ఫిబోనాక్సి (Virahanka & Fibonacci) సంఖ్యలు!

శ్రేఢి 1,2,3,5, 8, 13, 21, 34, ... (విరహంక – ఫిబోనాక్సి సంఖ్యలు) అన్నీ గణితంలో చాలా ఎక్కువ జరుపుకున్న శ్రేఢి. అది ప్రపంచమంతటా కళ, విజ్ఞానం మరియు గణితంలో కనబడుతున్నది. విజ్ఞానంలో ఈ సంఖ్యలు అప్పుడప్పుడు కనబడినప్పటికీ, ఈ సంఖ్యలను కళలలో (Arts) (విశేషంగా పద్యాలు) ముందుగా కనుగొన బడిందని గమనించదగ్గ విషయం!

ఇదేవిధంగా **విరహంక – ఫిబోనాక్సి సంఖ్యలు** కళ, విజ్ఞానం మరియు గణిత విషయాలకు దగ్గరి సంబంధాలను కల్పించెడి ఒక అందమైన దృష్టాంతాలు.

విరహాంక సంఖ్యల పరిశోధన

విరహాంక సంఖ్యలు మొదటిసారి వేలాది సంవత్సరాల వెనుక సంస్కృతం మరియు ప్రకృతి భాషాకారుల కవిత్వపు అధ్యయనంలో కనబడ్డాయి!

ప్రకృత్, సంస్కృతం, మరాఠి, మలయాళం, తమిళం మరియు తెలుగు భాషలతోపాటు భారత దేశంలోని చాలా భాషల పద్యాలలో ప్రతి అక్షరం ఉచ్చారణను **హ్రస్వ లేదా దీర్ఘ అక్షరాలుగా** వర్గీకరించవచ్చు.

ఒక దీర్ఘాక్షరాన్ని హ్రస్వాక్షరం కంటే ఎక్కువ దీర్ఘావధి వరకు ఉచ్చరించవచ్చు. అనగా హ్రస్వపు రెండింతలు అలాంటి పద్యాలు పాడేటప్పుడు హ్రస్వాక్షరం ఒక బీట్ అంత చిన్నగా వుండగా, ధీర్ఘాక్షరం రెండు బీట్‌లంత సమయాన్ని తీసుకొంటుంది.

పురాతన కవులు ఈ భాషలలో విస్తారంగా పరిగణించిన చాలా గణితశాస్త్ర ప్రశ్నలకు ఇది కారణమవుతుంది. పద్యానికి సంబంధించిన అనేక ప్రశ్నలను అడగటం వలన మరియు జవాబివ్వడం వలన గణితశాస్త్ర పరిశోధనలు చేయడానికి దానినుండి సాధ్యమయింది. ఇది వాటిలో ముఖ్యమైన ఒక నిర్దిష్ట ప్రశ్న.

హ్రస్వాక్షరాలు (1 బీట్) మరియు దీర్ఘాక్షరాలు (2 బీట్‌లు) కల్గియున్న 8 బీట్‌లలో ఎన్ని లయ (rhythm) లుంటాయి? అనగా ఎన్ని విధాలలో 8 బీట్‌లను హ్రస్వాక్షరాలు మరియు ధీర్ఘాక్షరాలు నింపవచ్చు? ఇక్కడ ఒక హ్రస్వాక్షరం 1 బీట్ మరియు ధీర్ఘాక్షరం 2 బీట్‌లు అంత సమయాన్ని తీసుకొంటుంది.

కొన్ని అలాంటి అవకాశాలు ఇక్కడ ఉన్నాయి.

ధీర్ఘ ధీర్ఘ ధీర్ఘ ధీర్ఘ

హ్రస్వ హ్రస్వ హ్రస్వ హ్రస్వ హ్రస్వ హ్రస్వ హ్రస్వ హ్రస్వ

హ్రస్వ **ధీర్ఘ ధీర్ఘ** హ్రస్వ **ధీర్ఘ**

ధీర్ఘ ధీర్ఘ హ్రస్వ హ్రస్వ **ధీర్ఘ**

.

.

.

వేరే వాటిని మీరు కనుగొనగలరా?

గణిత శాస్త్ర పరంగా వీటిని వ్యక్తపరచినప్పుడు ఒక సంఖ్య ఉదాహరణకు 8ని 1 మరియు 2ల మొత్తంగా ఎన్ని విధాలలో రాయవచ్చు?

ఉదాహరణకు కిందివిధంగా రాయవచ్చు.

$8 = 2 + 2 + 2 + 2,$
$8 = 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1,$
$8 = 1 + 2 + 2 + 1 + 2,$
$8 = 2 + 2 + 1 + 1 + 2,$ ఇత్యాది.

ఇతర విధానాలను మీరు గమనించారా?

ప్రతి 1, 2, 3 మరియు 4 ను, 1 మరియు 2ల మొత్తంగా రాసెడి అన్ని విధానాలు కింద ఉన్నాయి.

	వివిధ విధానాలు	విధానాల సంఖ్య
n = 1	1	1
n = 2	1 + 1 2	2
n = 3	1 + 1 + 1 1 + 2 2 + 1	3
n = 4	1 + 1 + 1 + 1 1 + 1 + 2 1 + 2 + 1 2 + 1 + 1 2 + 2	5

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

5ను 1 మరియు 2ల మొత్తాలుగా రాసెడి సాధ్యమైన అని విధానాలను మీ నోటుపుస్తకంలో రాయడానికి ప్రయత్నించండి! ఎన్ని విధానాలు కానుగొన్నారు? (మీరు 8 వివిధ విధానాలను కనుగొనియుండాలి) అన్ని అవకాశాలను (సాధ్యతలు) రాసి పట్టీ చేయకుండా) జవాబు చెప్పగలరా? దీనినీ మీరు n=8 కు ప్రయత్నించగలరా?

5 బీట్‌లు కల్గియున్న హ్రస్వాక్షరాలు మరియు ధీర్ఘాక్షరాలకు అన్ని లయలను రాసెడి క్రమబద్ధమైన విధానం ఇక్కడ ఉంది. 4 బీట్‌లు కల్గియున్న అన్ని లయల ముందు '1+' అని మరియు 3 బీట్‌లు కల్గియున్న అన్ని లయల ముందు '2+' అని రాయండి అది 5 బీట్‌లు కల్గియున్న అన్ని లయలను ఇస్తుంది.

n = 5	1 + 1 + 1 + 1 + 1 1 + 1 + 1 + 2 1 + 1 + 2 + 1 1 + 2 + 1 + 1 1 + 2 + 2	2 + 1 + 1 + 1 2 + 1 + 2 2 + 2 + 1

ఈ విధంగా 5 బీట్‌లలో 8 లయలు ఉన్నాయి.

ఈ విధానం ప్రతి 5 బీట్‌ల లయ '1+' లేదా '2+' నుండి ప్రారంభం కావాలనే దాని ఆధారంగా ఉంటుంది. అది '1+' నుండి ప్రారంభమయినచో, మిగిలిన సంఖ్యలు 4– బీట్ లయాన్ని ఇవ్వాలి మరియు మనం వాటన్నింటిని రాయవచ్చు. అది 2+ బీట్ నుండి ప్రారంభమయినచో మిగిలిన సంఖ్యలు 3 – బీట్‌ల లయాన్ని ఇవ్వాలి. మీరు వాటన్నింటినీ రాయవచ్చు. అందువలన 5– బీట్‌ల లయల సంఖ్య, 4–బీట్‌ల లయలు మరియు 3–బీట్‌ల లయల సంఖ్యయొక్క మొత్తం అవుతుంది.

6– బీట్ లయలు ఎన్ని ఉన్నాయి ? దీని కారణంగా, అవి 5–బీట్ లయల సంఖ్య మరియు 4– బీట్ లయల సంఖ్య యొక్క మొత్తంగా ఉంటుంది అనగా, 8+5 = 13. ఇదేవిధంగా 6 బీట్‌లు కల్గియున్న 13 లయలు ఉంటాయి.

? 6– బీట్ లయలు రాయడానికి క్రమబద్ధమైన విధానాలు ఉపయోగించండి. అనగా, 6ను 1 మరియు 2 ల మొతమైన అన్ని సాధ్యమైన విధానాలలో రాయండి. మీరు 13 విధానాలను పొందారా?

దత్త సంఖ్యయొక్క బీట్‌లలో హ్రస్వాక్షరాలు మరియు ధీర్ఘాక్షరాల లయలన్నింటినీ లెక్కించెడి ఈ సుందరమైన విధానాలను సుమారు క్రీ.శ. 700 లలో ప్రకృతి విద్వాంసుడు **'విరహంక'** గారు మొదటి సారి ఇచ్చారు. వారు తమ విధానాలను ఒక ప్రకృతి పద్యంలో ఇచ్చారు. దీనికారణంగా, శ్రేణి 1,2,3,5,8,13,21,34–– శ్రేఢిని **విరహంక శ్రేఢి** అంటారు. ఈ శ్రేఢిలోని సంఖ్యలను **విరహంక సంఖ్యలు** అంటారు. చరిత్రలో విరహంకగారు ఈ ప్రధాన సంఖ్యల ప్రాముఖ్యతను స్పష్టంగా మొదటిసారి పరిగణించి, వాటి నిర్మాణానికి నియమాలు రూపించిన వారయ్యారు.

భారతదేశ వేరే విద్వాంసులు కూడా ఈ సంఖ్యలను అదే కవిత్మాత్మక సన్నివేశాలలో పరిగణించారు. సుమారు క్రీ.పూ. 300లో జీవించిన సంస్కృత విద్వాంసుడు పింగళ గారి వెనుకటి కార్యాల నుండి విరహంక గారు స్ఫూర్తి పొందారు. **విరహంకగారి**. తరువాత, ఈ సంఖ్యలను గోపాల్ (C. 1150 CE) మరియు తరువాత హేమచంద్ర (C 1150 CE) గారు కూడా రాశారు..

పాశ్చిమాత్యలో ఈ సంఖ్యలను సుమారు 1202 CE లో రాసిన ఇటాలియన్ గణిత నిపుణుడు ఫిబోనాక్సి పేరుతో **ఫిబోనాక్సి సంఖ్యలుగా** ప్రసిద్ధిచెందాయి. ఇది విరహంక తరువాతి 500 సంవత్సరాలలో

© KSTBS NOT TO BE REPUBLISHED

రాయడమైనది మనం గమనించినట్లుగా ఫిబోనాక్సిగారు ఈ సంఖ్యలను రాసినవారిలో మొదటివారు. రెండవవారు లేదా మూడవ వారు కూడా కాదు!

కొన్ని సార్లు '**విరహంక – ఫిబోనాక్సి సంఖ్యలు**' పదాలను మనం దేనికి చెప్పుతునామో అనేదానిని ప్రతియొక్కరూ అర్థం చేసుకోవాలని ఉపయోగిస్తున్నాం.

అందువలన 8 బీట్లలలో హ్రస్వాక్షరం మరియు ధీర్ఘాక్షరాలుగల ఎన్ని లయలున్నాయి? మనం సరళంగా విరహంక శ్రేఢిలోని 8వ పదాన్ని తీసుకోవచ్చు.

1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, ...

ఇదేవిధంగా అక్కడ 8 బీట్‌లకుగల 34 లయలు ఉన్నాయి.

శ్రేఢిలో 55 తరువాత సంఖ్య రాయండి.

శ్రేఢిలోని తరువాత సంఖ్య వెనుకటి రెండు సంఖ్యల మొత్తంగా ఉంటుందని గమనించాం. పైన ఇచ్చిన సంఖ్యలకు ఈ నియమం అన్వయిస్తుందాయని పరిశీలించండి తరువాతి సంఖ్య 34+55=89

? ఈ శ్రేణిలో తరువాత 3 సంఖ్యలను రాయండి.

1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34 , 55, 89, ____, ____, ____, ...

శ్రేఢిలో మీరు మరొక సంఖ్యలో రాయాలంటే అది సరిసంఖ్య లేదా బేసిసంఖ్య అయిందా అని చెప్పగలరా? (వెనుకటి రెండు సంఖ్యలను కూడకుండా)

? ఈ శ్రేఢిలో ప్రతి సంఖ్యయొక్క సమానత్వం ఏమిటి? సమానత్వాల శ్రేఢిలో ఏదైనా విన్యాసం గుర్తించారా?

ప్రస్తుతం, **విరహంక-ఫిబో నాక్సి సంఖ్యలు** అనేక గణితశాస్త్ర మరియు కలాత్మక సిద్ధాంతాలు, పద్యం నుండి డ్రమ్మింగ్‌లకు దృశ్య కళ మరియు వాస్తుశిల్పాలకు పునాది అయ్యాయి. బహుశ: ఈ సంఖ్యల అత్యంత ఆశ్చర్య కరమైన ఘటనలు ప్రకృతిలో ఉన్నాయి. ఉదాహరణకు అపరంజి (daisy) పుష్పంలో విరహంక సంఖ్యయొక్క దళములు.

కింది ప్రతి పుష్పాలలో ఎన్ని దళములు గమనించగలరు?



13 దళముల డైసి



21 దళముల డైసి



34 దళములుగల డైసి

విరహంక – ఫిబోనాక్సి సంఖ్యలకు చాలా గమనించదగిన గణితశాస్త్ర లక్షణాలు వాటిని తరువాత గణితం మరియు ఇతర విషయాలలో గమనిస్తుంటాం.

ఈ సంఖ్యలు నిజంగా కళ, విజ్ఞానం వ ఎరియు గణితాలలోని సమీప సంబంధాలను ఉదాహరణలు.



@KIBS NOT TO BE REPUBLISHED

6.5 వేషం మార్చుకున్న అంకెలు

మీరు సంఖ్యలతో అంకగణిత క్రియలు చేశారు. దీనినే అక్షరాలతో చేయవచ్చా?

కింద ఇచ్చిన లెక్కలలో అంకెలను అక్షరాలలో మార్చబడింది. ప్రతి అక్షరం ఒక నిర్దిష్ట అంకెకు (0 నుండి 9 వరకు) సంబంధించినది. ప్రతి అక్షరం ఏ సంఖ్యకు సంబంధించినదో మీరు కనుగొనాలి

$$\begin{array}{r} T \\ T \\ +\ T \\ \hline UT \end{array}$$

ఇక్కడ ఒక అంకె సంఖ్యఉంది. దానిని రెండు సార్లు కూడినప్పుడు 2– అంకెల మొత్తాన్ని కూడుతుంది. మొత్తం అంకెల ఒకట్ల స్థానంలోని అంకె కూడబడిన ఒక అంకె అంత అయివుంటుంది.

? U మరియు T ఎంత అయి ఉండవచ్చు ? T అనునది 2 కావచ్చా? అది 3 కావచ్చా?? మీరు పరిశీలించినప్పుడు T = 5 మరియు UT = 15 అనేదానిని గమనించగలరు.

కుడిభాగంలో చూపిన మరొక ఉదాహరణను గమనిద్దాం. ఇక్కడ K2 అనగా అది 2– అంకెల సంఖ్యమైయుండి, ఒకట్ల స్థానంలో అంకె 2 ఉంటుంది మరియు 'K' పదుల స్థానంలో ఉంటుంది K_2 ను దానితో కూడినప్పుడు 3– అంకెల మొత్తం HMM ఇస్తుంది. అక్షరం Mకు సంబంధించిన అంకె ఏది?

$$\begin{array}{r} K2 \\ +\ K2 \\ \hline HMM \end{array}$$

మొత్తంలోని పదులు మరియు ఒకట్ల స్థానాలలోగల అంకెలు అదే అంకెలు కల్గియుంటాయి.

? H ఎంత? అది 2 కావచ్చా ? అది 3 కావచ్చా?

ఇలాంటి ప్రశ్నలు ఆసక్తిదాయకంగా వుండి, వాటిని సాధించడం సరదాగా ఉంటుంది. ఇక్కడ మీరు ప్రయత్నించాల్సిన ఈ విధమైన ఇంకా కొన్ని ప్రశ్నలున్నాయి. ప్రతి అక్షరం ఏ సంఖ్యకు సంబంధించినదో కనుగొనండి.

ప్రతి ప్రశ్న గురించి మీరు ఏమి ఆలోచించారో మీ సహపాఠకులతో పంచుకోండి. మీకు కొన్ని క్రొత్త విధానాలు కనుగొనవచ్చు.

$$\begin{array}{r} YY \\ +\ Z \\ \hline ZOO \end{array} \qquad \begin{array}{r} B5 \\ +\ 3D \\ \hline ED5 \end{array} \qquad \begin{array}{r} KP \\ +\ KP \\ \hline PRR \end{array} \qquad \begin{array}{r} C1 \\ +\ C \\ \hline 1FF \end{array}$$

ఇలాంటి ప్రశ్నలను గూఢ లిపి శాస్త్రాలు లేదా 'ఆల్ఫా మెటిక్స్' (Cryptarithms or Alphametics) అని అంటారు.

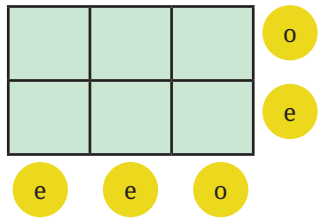
? **వీటిని కనుగొనండి.**

1. ఒక కాంతి దీపం వెలుగుతోంది. దోర్జి దాని స్విచ్‌ను 77 సార్లు ఆన్ మరియు ఆఫ్ చేశాడు. (on and off). బల్బు వెలుగుతుందా లేదా ఆఫ్ అవుతుందా? ఎందుకు.

© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

2. లిస్విని దగ్గర పెద్ద పాత విశ్వకోశం ఉంది. ఆమె దానిని తెరచినప్పుడు అందులో పదులుగానున్న చాలా కాగితాలు బయటికొచ్చాయి. ఆమె రెండు వైపుల ముద్రించబడిన మొత్తం 50 కాగితాలను లెక్కించింది. ఆ కాగితాల మొత్తం 6000 అయివుండవచ్చా? అవును లేదా ఎందుకు కాదు?

3. ఇక్కడ ఒక 2×2 గ్రిడ్ ఉంది. ప్రతి అడ్డవరుస మరియు నిలువు వరుస సమానత్వ మొత్తాన్ని వృత్తంలో రాయడమైనది. 'e' సరిసంఖ్యల మొత్తం మరియు బేసి సంఖ్యల మొత్తాన్ని 'O' అని రాయబడింది. 6 బాక్సులను 3 బేసి సంఖ్యలు మరియు 3 సరి సంఖ్యలు ('O') లతో నింపండి. అది అడ్డవరుస మరియు నిలువువరుసల మొత్తాల సమానత్వాన్ని పూరించునట్లు ఉండాలి.



4. మాయా మొత్తం 'O' అగునట్లు ఒక 3×3 మాయా చదరం చేయండి. ఆ సంఖ్యలన్నీ సున్నా అయివుండ కూడదు. అవసరమైనప్పుడు ఋణ సంఖ్యలు ఉపయోగించండి.

5. "సరి సంఖ్యలు" లేదా "బేసి సంఖ్యల" నుండి కిందివాటిలో ఖాళీ స్థలాలను పూరించండి.
   a) బేసి సంఖ్యలంత సరి సంఖ్యల మొత్తం .....
   b) సరి సంఖ్యలంత బేసి సంఖ్యల మొత్తం .....
   c) సరి సంఖ్యలంత సరి సంఖ్యల మొత్తం .....
   d) బేసి సంఖ్యలంత బేసి సంఖ్యల మొత్తం .....

6. 1 నుండి 100 వరకుగల సంఖ్యల మొత్తపు సమానత్వం ఏమిటి?

7. విరహంక శ్రేఢిలోని రెండు సంఖ్యలు 987 మరియు 1579 శ్రేఢిలోని తరువాత 2 సంఖ్యలు ఏవి? శ్రేఢిలో వాటి వెనుకటి 2 సంఖ్యలు ఏవి?

8. అంగాన్ 8 మెట్లు ఎక్కాలనుకున్నాడు. అతని ఆట నియమం ఏమిటనగా అతడు ఒక్కోసారి 1 మెట్టు లేదా 2 మెట్లు ఎక్కాలి . ఉదాహరణకు అతని ఒక పథం 1, 2, 2, 1, 2. అతడు ఎన్ని విధాలలో తుదిని చేరవచ్చు?

9. విరహంక శ్రేఢిలో 20వ పదం యొక్క సమానత్వం ఏమిటి?

10. సరిగ్గానున్న వ్యాఖ్యానాలను గుర్తించండి.
   a) బీజేయపదం 4m –1 ఎల్లప్పుడూ బేసిసంఖ్యలను ఇస్తుంది
   b) సరి సంఖ్యలన్నింటిని 6j–4 అని వ్యక్త పరచవచ్చు.
   c) 2P+1 మరియు 2q-1 ఈ రెండు బీజీయ పదాలు ఎల్లప్పుడూ బేసి సంఖ్యలనే సూచిస్తాయి.
   d) బీజేయపదం 2f+3 సరిసంఖ్య మరియు బేసి సంఖ్య రెండింటినీ ఇస్తుంది.

11. కింది గూఢ లిపి శాస్త్రాలను సాధించండి.

$$\begin{array}{r} UT \\ +\ TA \\ \hline \end{array}$$

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

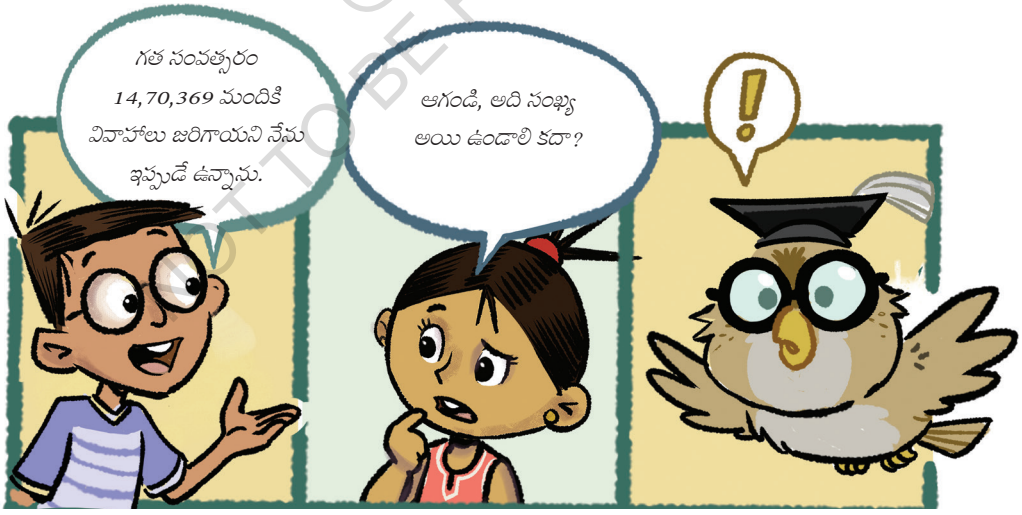
TAT

సారాంశం

మన ఈ అధ్యాయంలో మనం వీటిని పరిశీలించాం

- మొదటి కార్యాచరణంలో నిజమైన సంఖ్యలను తెలియకుండా, ఒక శ్రేఢిలోని సంఖ్యలను ఎలా అమర్చవచ్చు (ఉదాహరణకు, ఎత్తైన కొలతలు) అని నేర్చుకున్నాము.
- సమానత్వ కల్పన – జతలుగా అమర్చదగు సంఖ్యలు (సరి సంఖ్యలు) మరియు జతలుగా నిర్వహించడానికి సాధ్యం కాని సంఖ్యల (బేసి సంఖ్యలు) గురించి నేర్చుకున్నాం.
- మొత్తాలు మరియు గుణలబ్ధం జతల సమానత్వాన్ని నిర్ధారించడం గురించి నేర్చుకున్నాం.
- గ్రీడ్‌లలో మొత్తాలను పరిశీలించినప్పుడు అడ్డ వరుస మరియు నిలువు వరుసల మొత్తాలను గమనించండి. ఒక గ్రిడ్ నింపడం అసాధ్యమని నిర్ధారించడం గురించి నేర్చుకున్నాం. మాయా చదరాలు నిర్మాణం చేయడానికి దీనిని విస్తరించాం.
- కళల ద్వారా మొదట విరహంక సంఖ్యలను ఎలా కనుగొన్నారో తెలుసుకున్నాం 1,2,3,5,8,13,21,34,55 ..... ఇవి విరహంక వరుస క్రమం
- అంకెలను అక్షరాలుగా మార్చెడి గూఢలిపి (డిటెక్టివ్‌లు) శాస్త్రాల ద్వారా మనం గణిత గుర్తింపుదార్లు అయ్యాం.

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED



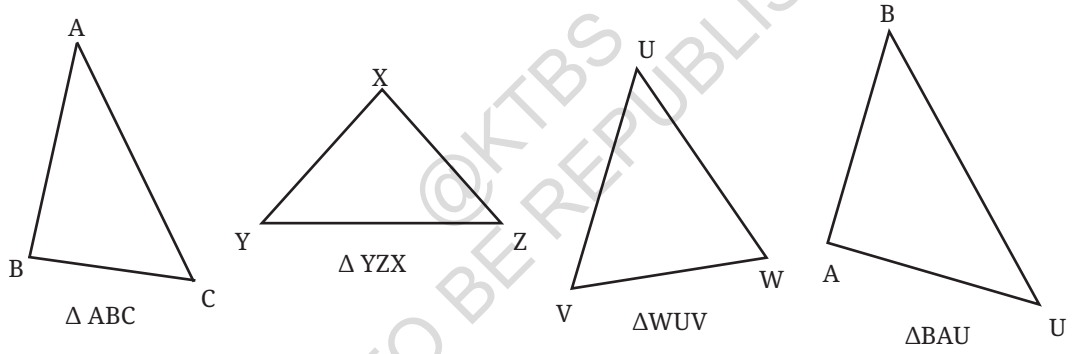
7 మూడు ఖండన రేఖల కథ

(A Tale of Three Intersecting Lines)

F1Q5S6

ఒక త్రిభుజం అత్యంత ప్రాథమిక ఆవృత (కప్పబడిన) ఆకారం. మనకు తెలిసినట్లుగా అది వాటితో కూడియుంది.

- త్రిభుజ శీర్షం అని పిలువబడు మూడు మూలల బిందువులు మరియు
- శీర్షాల జతలను కలిపెడి మూడు రేఖా ఖండాలు లేదా త్రిభుజపుభుజాలు. త్రిభుజాలు వివిధ ఆకారాలలో ఉంటాయి. వాటిలో కొన్నింటిని కింద చూపడమైంది.



©KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

త్రిభుజాన్ని సూచించడానికి ఉపయోగించెడి సంకేతం మరియు త్రిభుజాల శీర్షాలను ఉపయోగించుకొని, వాటిని ఎలా పేర్కొనబడినవో గమనించండి. త్రిభుజాన్ని పేర్కొనేటప్పుడు శీర్షాలు ఏ క్రమంలోనైనా రావచ్చు.

మూలలలో ఖండించెడి మూడు భుజాలు మూడు కోణాలను ఏర్పరుస్తాయి. వాటిని మనం త్రిభుజపు కోణాలు అని అంటాం. ఉదాహరణకు ΔABC లో ఈ కోణాలు $\angle CAB$, $\angle ABC$, $\angle BCA$ వాటిని మనం క్రమంగా $\angle A$, $\angle B$ మరియు $\angle C$ అని సూచిస్తాం.

? మూడు శీర్షాలు ఒకే సరల రేఖమీద ఉన్నప్పుడు ఏమవుతుంది?

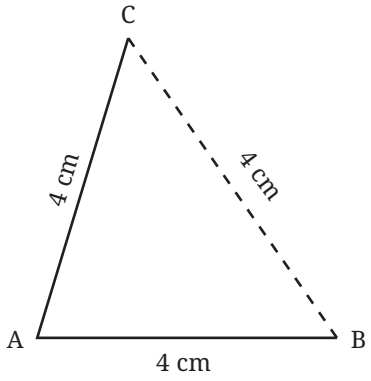
7.1 సమబాహు త్రిభుజాలు

త్రిభుజాలన్నింటిలో సమబాహు త్రిభుజాలు చాల సమరూపంగా ఉంటాయి. అవి భుజాలన్నీ సమానపొడవులు కలిగియున్న త్రిభుజాలు. మనం వాటిని నిర్మించడానికి ప్రయత్నిద్దాం.

? భుజాలన్నింటి పొడవు 4 cm గల ఒక త్రిభుజం నిర్మించండి.

మీరు ఈ త్రిభుజం ఎలా నిర్మించారు మరియు ఏ సాధనాలు/ఉపకరణాలు ఉపయోగించారు? ఈ నిర్మాణాన్ని కొలతబద్ద/స్కేలు (మరియు పెన్సిల్) ఉపయోగించి మాత్రమే చేయవచ్చా?

ఈ త్రిభుజం కేవలం ఒక కొలతబద్ద ఉపయోగించి నిర్మించడం ఖచ్చితంగా సాధ్యం. అయితే, దీనికి చాలా ప్రయత్నాలు కావాల్సిరావచ్చు. మనం AB=4cm పొడవుగల (కింది చిత్రం చూడండి) ఆధారాన్ని ఏర్పరుస్తాం అనుకుందాం మరియు AC = 4cm ఉండునట్లు కొలతబద్ద ఉపయోగించి మూడవ బిందువు, C ని గుర్తించండి. అది BC. పొడవు 4cm ఉండునట్లు చేయడానికి కాకపోవచ్చు. ఈ విధంగా అయితే, BC పొడవు 4cm అయ్యేవరకు cని గుర్తించడానికి ప్రయత్నిస్తూ ఉండాలి.

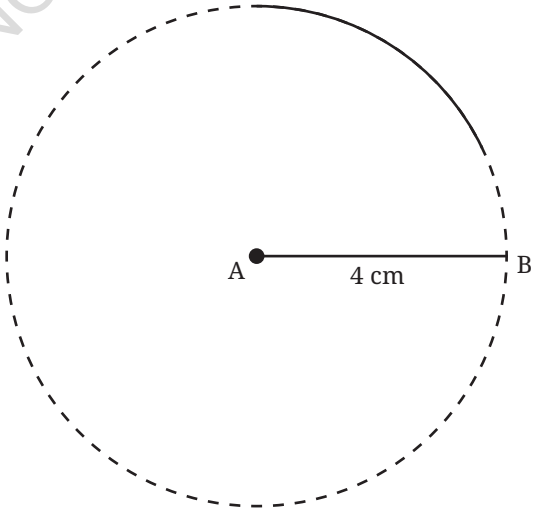


ఈ నిర్మాణాన్ని మనం ఎక్కువ సరిగ్గా ఎలా చేయవచ్చు?

గత సంవత్సరం కాంపాస్ ఉపయోగించి ఇదేవిధమైన సమస్యను పరిష్కరించియుండుటను గుర్తు చేసుకోండి. (నిర్మాణంతో ఆట్లాడటం అధ్యాయంలో మనం 'ఇంటి' మీది బిందువును గుర్తించాలి. అది ఇతర రెండు బిందువుల నుండి 5 cm దూరంలో ఉండేది. ఆ బిందువును పొందడానికి మనం ఉపయోగించిన విధానాన్ని ఇక్కడ కూడా ఉపయోగించవచ్చు.

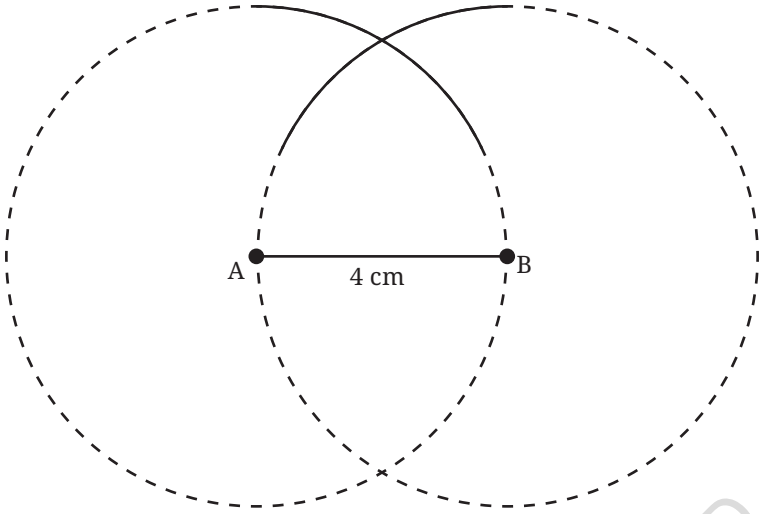
AB = 4 cm నిర్మించిన తరువాత, మనం ఈ కిందివాటిని చేయవచ్చు.

1వ దశ : చిత్రంలో చూపినట్లుగా కాంపాస్ ఉపయోగించి A నుండి 4cm వ్యాసార్ధంగల తగిన పొడవాటి చాపం గీయండి. C బిందువు ఈ చాపం మీద ఎక్కడో ఉంటుంది. మనం దానిని గుర్తించడం ఎలా?



© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

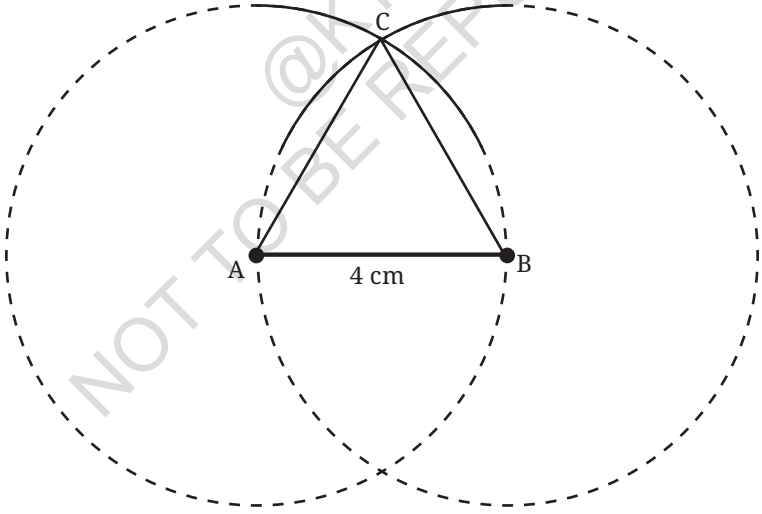
2వ దశ : B నుండి 4 cm వ్యాసార్ధంగల మరొక కంసం గీయండి.



చాపాలను ఖండించెడి బిందువు C అయివుండాలి.

? ఈ నిర్మాణం AC మరియు BC రెండూ 4 cm పొడవు ఉండుటను నిర్ధారిస్తుంది. ఎందుకో మీకు అర్థమవుతోందా?

3వ దశ : అవసరంగల సమబాహు త్రిభుజం పొందడానికి AC మరియు BCలను కలపండి



@KTRS NOT TO BE REPUBLISHED

7.2 భుజాలు (బాహువులు) ఇచ్చినప్పుడు త్రిభుజం నిర్మించడం.

సమబాహువుకాని త్రిభుజాలను మనం ఎలా గీస్తాం?

? భుజాల పొడవు 4 cm, 5 cm మరియు 6 cm గల త్రిభుజం గీయండి.

వెనుకటి సందర్భంలో కొలతబద్ద ఉపయోగించి ఈ త్రిభుజం గీయవచ్చు. అయితే, అది చాలా ప్రయత్నాలతో కూడియుంటుంది.

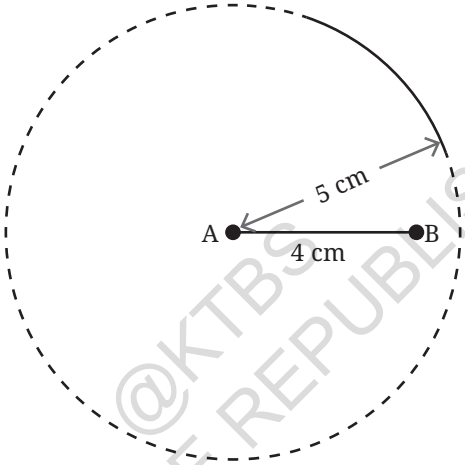
ఈ త్రిభుజాన్ని మనం మరింత సముచితంగా ఎలా నిర్మించగలం?

ఇచ్చిన పొడవులలో ఒకదానిని త్రిభుజం ఆధ్మారంగా ఎన్నుకోండి: 4 cm అయివుండాలి ఆధారం గీయండి A మరియు B ఆధారపు శీర్షాలు ఆయివుండాలి మరియు మూడవ శీర్షం C గా పిలవండి AC = 5 cm మరియు BC = 6 cm అయివుండాలి.



చిత్ర 7.1

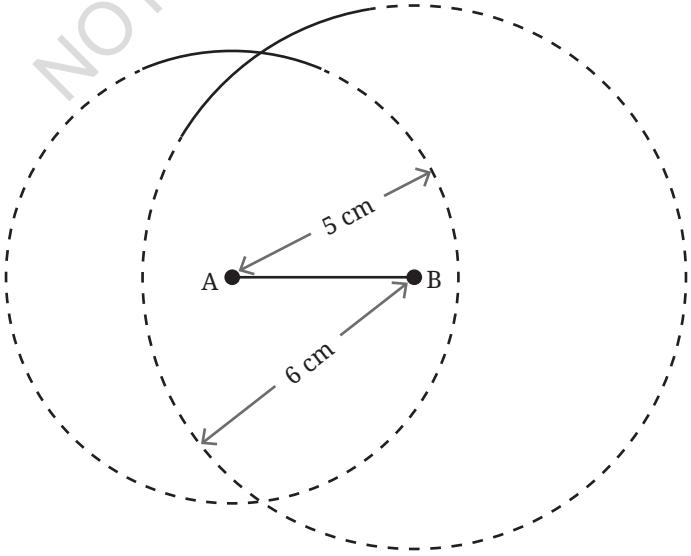
సమబాహు త్రిభుజాల సందర్భంలో మనం చేసినట్లుగా ముందుగా A నుండి 5 cm దూరంలోగల బిందువులన్నింటిని పొందుదాం. ఈ బిందువులు కేంద్రం A మరియు 5 cm వ్యాసార్ధం కల్గియున్న వృత్తం మీద ఉంటుంది. C బిందువు ఈ వృత్తం మీద ఎక్కడో ఉండాలి. మనం దానిని ఎలా కనుగొనవచ్చు?



@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

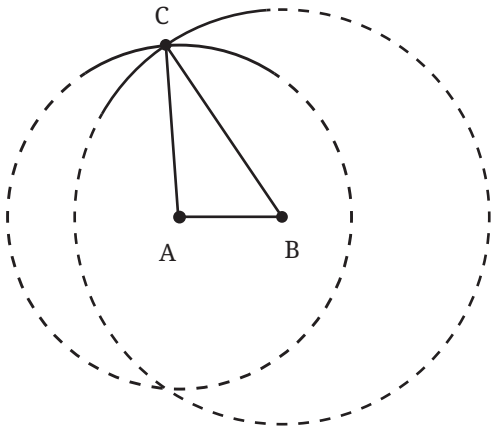
చిత్రం 7.2

C బిందువు B నుండి 6 cm దూరంలో ఉంది అనెది అంశాన్ని మనం ఉపయోగించుకొంటాం. B నుండి 6 cm వ్యాసార్ధంగల ఒక చాపం గీయండి.



చిత్రం 7.3

రెండు వృత్తాల ఖండన బిందువులలో అవసరంగల ఒక బిందువు C అయివుంటుంది.



ఖండన బిందువు మూడవ శీర్షంగా ఉండటానికి కారణం సమబాహు త్రిభుజం లాగనే అయింది ఈ బిందువు రెండు వృత్తాల మీద ఉంటుంది. అందువలన A నుండి దాని దూరం A కేంద్రంగల వృత్త వ్యాసార్ధం మంత (5 cm) ఉంటుంది. మరియు B నుండి దాని దూరం B కేంద్రంగల వృత్త వ్యాసార్ధమంత (6 cm) ఉంటుంది మరియు B నుండి దాని దూరం B కేంద్రం గల వృత్త వ్యాసార్ధం అంత (6 cm) ఉంటుంది. మూడవ శీర్షాన్ని పొందడానికి పూర్ణ వృత్తాలు గీయవలసిన అవసరం లేదు అని గమనించండి.

నిర్మాణ దశలను సంక్షిప్తంగా తెలుసుకుందాం. (చిత్రం 7.2 మరియు 7.3 చూడండి)

1వ దశ : ఆధారం AB ని ఒక వైపు పొడవు నుండి గీయండి. AB = 4 cm ఎంపిక చేసుకొందాం (చిత్రం 7.1 చూడండి)

2వ దశ : A నుండి 5 cm వ్యాసార్ధపు తగిన పొడవుగల చాపం గీయండి (చిత్రం 7.2 చూడండి)

3వ దశ : B నుండి మొదట చాపాన్ని ఖండించునట్లు 6 cm వ్యాసార్ధపు చాపం గీయండి. (చిత్రం 7.3 చూడండి)

4వ దశ : రెండు చాపాలు ఖండించెడి బిందువు అవసరంగల మూడవ శీర్షం C అవుతుంది. ΔABC పొందడానికి AC మరియు BCలను కలపండి.

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

నిర్మించండి

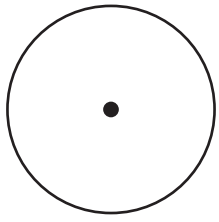
? కిందివిధంగా భుజాల పొడవులు కలిగిన త్రిభుజాలు గీయండి (ప్రమాణాలన్నీ cm లలో ఉన్నాయి.

(a) 4, 4, 6
(b) 3, 4, 5
(c) 1, 5, 5
(d) 4, 6, 8
(e) 3.5, 3.5, 3.5

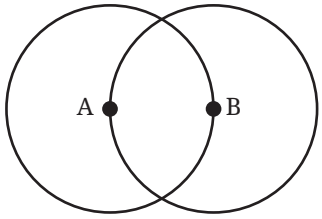
మూడు సమాన భూజాలు కల్గియున్న త్రిభుజాలను సమబాహు త్రిభుజాలు అంటారు మరియు రెండు సమాన భుజాలు కల్గియున్న త్రిభుజాలను **సమద్విబాహు త్రిభుజాలు** అంటారని మనకు తెలిసింది.

? వీటిని కనుగొనండి

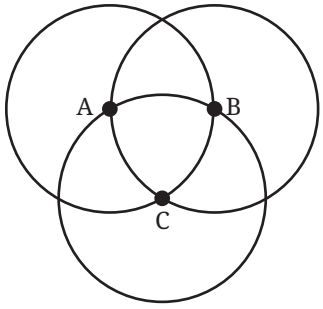
1. వృత్తం మీదగల బిందువులను మరియు / లేదా కేంద్రాన్ని ఉపయోగించి సమద్విబాపు త్రిభుజాలు నిర్మించండి.



2. వృత్తం మీదగల బిందువులను మరియు / లేదా కేంద్రాలు ఉపయోగించి, సమద్విబాహు త్రిభుజాలు నిర్మించండి



A మరియు B ఒకే పరిమాణంగం వృత్తాల కేంద్రాలు



A, B మరియు C ఒకే పరిమాణంగల వృత్తాల కేంద్రాలు

త్రిభుజాలు ఏ పొడవుల నిర్మాణానికైనా సాధ్యమేనా?.

ఇచ్చిన భుజాల కొలతలు ఎంత ఉన్నప్పటికీ త్రిభుజాలు గీయవచ్చా? త్రిభుజం నిర్మించడానికి అసాధ్యమైన పొడవులున్నాయా? దీనిని మనం అన్వేషిద్దాం.

? 3 cm, 4 cm మరియు 8 cm పొడవుగల భుజాలు కల్గియున్న త్రిభుజం నిర్మించండి. ఏమవుతుంది? మీరు త్రిభుజం నిర్మించడానికి సాధ్యమా?

? ఇక్కడ భుజాల కొలతలు మరొక గుంపు ఉంది: 2 cm, 3 cm మరియు 6 cm ఈ భుజాల పొడవులకు త్రిభుజం ఉండటానికి సాధ్యమా అని పరిశీలించండి.

? తిభుజ నిర్మాణానికి అసాధ్యంగల పొడవుల ఎక్కువ గుంపులు కనుగొనడానికి ప్రయత్నించండి. వాటిలో ఏదైనా వినాసం ఉందా అని మీరు కనుగొనగలరా?

గణితపు మాట

కొన్ని పొడవుల గుంపుకు త్రిభుజ నిర్మాణం సాధ్యం మరియు ఇచ్చిన కొన్నింటికి సాధ్యంకాదని మనం చూస్తాం. ఇచ్చిన పొడవుల గుంపుకు త్రిభుజం ఉనికిలో ఉందా అని మనమెలా పరిశీలిస్తాం? ఒక మార్గం అన గా త్రిభుజం నిర్మించడానికి ప్రయత్నించడం. దానిని పరిశీలించడానికి ఎక్కువ పరిణామక్రమం ఉందా?

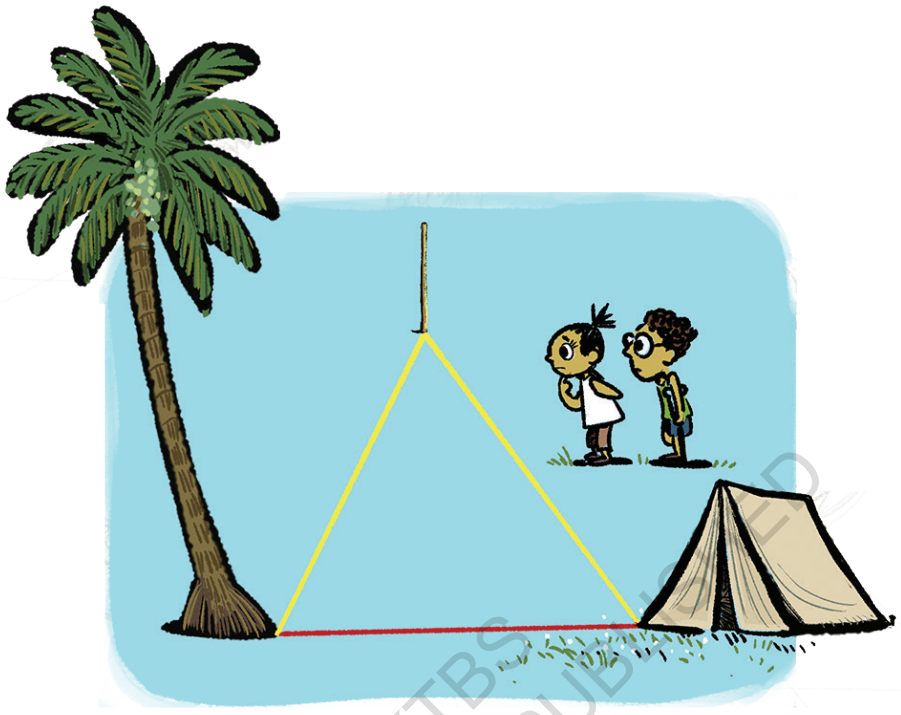
త్రిభుజ అసమానత్వం

10 cm, 15 cm మరియు 30 cm పొడవులను పరిగణించండి. వాటిని భుజాల పొడవులుగా కల్గియున్న త్రిభుజం ఉందా?

ఈ ప్రశ్న పరిష్కరించడానికి మనం త్రిభుజాల లక్షణాలను అధ్యయనం చేద్దాం. ఒక చిన్న మైదాన భూమిలో ఒక డేరా, ఒక చెట్టు మరియు ఒక స్తంభం ఉందని ఊహించుకోండి. మీరు డేరా ప్రవేశ ద్వారంలో ఉన్నారు మరియు చెట్టు దగ్గరకు వెళ్ళాలని ఊహించుకోండి. ఈ క్రిందివాటిలో ఏది సమీప దారి : (i) చెట్టుకు సరళ రేఖ మార్గం (పరుపు మార్గం) లేదా (ii) డేరా నుండి స్తంభానికి సరళరేఖ మార్గం తరువాత స్తంభం నుండి చెట్టుకు సరళరేఖ మార్గం (పసుపు రంగు మార్గం) ?

© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

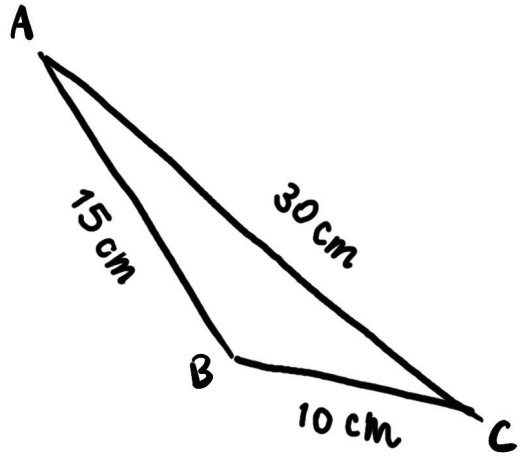
స్పష్టంగా డేరా నుండి చెట్టుకు సరరేఖ మార్గం, స్తంభాన్ని చేరి వచ్చెడి మార్గం కంటే చిన్నది. వాస్తవంగా, లంబ సరళ రేఖ మార్గం డేరా నుండి చెట్టుకు సాధ్యమైనంత చాలా తక్కువ దూరంగాగల మార్గం అవుతుంది.



ఏవైనా రెండు బిందువుల మధ్యగల ప్రత్యక్ష మార్గం మూడవ బిందువు ద్వారా చుట్టి వచ్చెడి మార్గం కంటే చిన్నదిగా ఉందా? స్పష్టంగా జవాబు ఔను.

? ఈ అవగాహనను ఉపయోగించుకొని 10 cm, 15 cm మరియు 30 cm పొడవుగల భుజాలు కల్గియున్న త్రిభుజపు ఉనికి గురించి ఏమైనా చెప్పవచ్చా?

ఈ పొడవుల గుంపుకు ఒక త్రిభుజం ఉండని అనుకుందాం. ఈ దశలో మనకు త్రిభుజపు ఉనికి గురించి నిర్ధారణ లేదు. అయితే, అది ఉనికిలో ఉంది అని మాత్రమే మనం అనుకున్నామని గుర్తుంచుకోండి. ఒక చిత్తు రేఖాచిత్రం నీద్దాం.



చిత్రం 7.4

NOT TO BE REPUBLISHED @KTBS

ఈ త్రిభుజంలో అన్నీ సరిగ్గా ఉన్నాయనిపిస్తున్నదా?

ఈ త్రిభుజం సాధ్యమైనప్పుడు ఏవైనా రెండు శీర్షాల మధ్యగల ప్రత్యక్ష మార్గం మూడవ శీర్షం ద్వారా చుట్టి వచ్చెడి మార్గం కంటే చిన్నదిగా ఉండాలి. మన చిత్తురేఖా చిత్రానికి ఇది నిజమా?

B మరియు C ల మధ్యగల మార్గాలను పరిగణిద్దాం.

ప్రత్యక్ష మార్గం పొడవు BC = 10 cm

A శీర్షం ద్వారా చుట్టి వచ్చెడి మాగపు పొడవు ఎంత? అది BA మరియు AC రేఖాఖండాల పొడవుల మొత్తం.

చుట్టి వచ్చెడి మార్గం పొడవు = BA + AC = 15 cm + 30 cm = 45 cm

ప్రత్యక్ష మార్గం పొడవు మరియు మార్గపు పొడవు కంటే తక్కువ ఉందా? ఔను. ఇప్పుడు మనం A మరియు B మధ్యగల మార్గాలను పరిగణిద్దాం.

ప్రత్యక్ష మార్గపు పొడవు = AB = 15 cm

C శీర్షం ద్వారా చుట్టెడి మార్గపు పొడవును కనుగొన్నప్పుడు మనకు లభించునది చుట్టెడి మార్గపు పొడవు = AC + CB = 30 cm + 10 cm = 40 cm

ప్రత్యక్ష మార్గం పొడవు చుట్టెడి మార్గపు పొడవు కంటే తక్కువ ఉందా? ఔను. చివరగా C మరియు A మధ్యగల మార్గాలను పరిగణించండి

ప్రత్యక్ష మార్గపు పొడవు = CA = 30 cm

చుట్టెడి మార్గపు పొడవు = CB + BA = 10 cm + 15 cm = 25 cm

ప్రత్యక్ష (నేరు) మార్గపు పొడవు చుట్టు మార్గపు పొడవు కంటే తక్కువగా ఉందా? ఈ సందర్భంలో ప్రత్యక్ష (నేరు) మార్గం పొడవుగా ఉంది. ఇది అసంబద్ధం. అలాంటి త్రిభుజం ఉనికిలో ఉండవచ్చా? లేదు. అందువలన.

భుజాల పొడవు 10 cm, 15 cm మరియు 30 cm గల త్రిభుజం ఉనికిలో ఉండటానికి ఆవకాశం లేదు.

అందువలన 10 cm, 15 cm మరియు 30 cm పొడవుల గుంపుకు త్రిభుజం ఎందుకు ఉనికిలోలేదో మనం నిర్మించ కుండా తెలుసుకోవడానికి సాధ్యమవుతుంది. అంతర్‌దృష్టి మరియు తార్కికం ద్వారా మనం దానిని కనుగొనడానికి సాధ్యమయింది.

ఖండించెడి మరియు సమాంతర రేఖల లక్షణాలను కనుగొనడానికి మనం అదేవిధమైన అంతరదృష్టి మరియు తార్కికంను ఎలా ఉపయోగించామో అనేదానిని గుర్తు చేసుకోండి. మనం జ్యామితిని అన్వేషించేటప్పుడు దానిని కొనసాగిస్తాం.

? భుజాల పొడవు 3 cm, 3 cm మరియు 7 cm కల్గియున్న త్రిభుజపు ఉనికి గురించి మనం ఏమైనా చెప్పవచ్చా? మీ జవాబును నిర్మాణం ద్వారా పరిశీలించండి.

? చిత్రం 7.4లోగల చిత్తు రేఖా చిత్రంలో నేరు (ప్రత్యక్ష) మార్గాలు ఎల్లప్పుడూ చుట్టు మార్గాల కంటే చిన్నదిగా బయటకొచ్చేటట్లు వేరేవిధానంలో పొడవులు ఇవ్వడానికి సాధ్యమా? అది సాధ్యమైనచో ఒక త్రిభుజం ఉనికిలో ఉండవచ్చు.



? త్రిభుజంలో అలాంటి పొడవుల తిరిగి ఆమర్చడం సాధ్యమా?

? వీటిని కనుగొనండి

1. మనం నిర్మాణం ద్వారా పరిశీలించినప్పుడు భుజాలు పొడవు 3 cm, 4 cm మరియు 8 cm అలాగే 2 cm, 3 cm మరియు 6 cm ఏ త్రిభుజాలు లేవని కనుగొనబడింది. త్రిభుజం నిర్మించడానికి ప్రయత్నించకుండానే మీరు దానిని కనుగొనవచ్చానని పరిశీలించండి.

© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

2. కింది ప్రతి పొడవుల గుంపుకు త్రిభుజపు ఉనికి గురించి మనం ఏమైనా చెప్పవచ్చా?.

(a) 10 km, 10 km మరియు 25 km

(b) 5 mm, 10 mm మరియు 20 mm

(c) 12 cm, 20 cm మరియు 40 cm

మీరు చిత్తు చిత్రం ఉపయోగించి నేరు మార్గపు పొడవులను వాటి అనుగుణమైన చుట్టు మార్గపు పొడవులతో పోల్చవచ్చు. ప్రతిపొడవును ఇతర రెండు పొడవుల మొత్తంతో పోల్చడానికి సమానమైంది అని మీరు గ్రహించియుండవచ్చు. అలాంటి మూడు పోలికలను చేయాలి.

3. ఇప్పటివరకు చూసిన ప్రతి పొడవుల గుంపుకు కనీసం రెండు పోలికలలో నేరు పొడవు ఇతర రెండు పొడవుల మొత్తం కంటే తక్కువ ఉండుటను మీరు గమనించి యుండవచ్చు. (తేనట్లయితే మరొకసారి పరిశీలించండి)ఉదాహరణకు 10 cm, 15 cm మరియు 30cm పొడవుల గుంపుకు అది సంభవించేడి రెండు పోలికలు ఉన్నాయి.

గణితపు మాట

$$10 < 15 + 30$$

$$15 < 10 + 30$$

అయితే, అది మూడవ పొడవుకు కాదు $30 > 10 + 15$.

? అది ఎల్లప్పుడూ అవుతుందా? అనగా, ఏదైనా పొడవుల గుంపుకు, నేరు (ప్రత్యక్ష) పొడవు ఇతర రెండు పొడవుల మొత్తం కంటే కనీసం రెండు పోలికలు ఉంటాయా? విభిన్న పొడవుల గుంపుల కొరకు అన్వేషించండి

? ఇదేకాకుండా, నిర్దిష్టపొడవుల గుంపుకు, ఏ పొడవులు ఇతర రెండు పొడవుల ముత్తం కంటే తక్కువ ఉంటాయనేది లెక్క లేకుండా గుర్తించడానికి సాధ్యమా?

(**క్లూ :** నేరు పొడవులను ఆరోహణా క్రమంలో పరిగణించండి)

? మూడు భుజాల పొడవులు ఇచ్చినప్పుడు, త్రిభుజపు ఉనికిని పరిశీలించడానికి మనం దీనిని పోల్చాలి?

ప్రతిపొడవు ఇతర రెండింటి మొత్తం కంటే తక్కువ ఉన్నప్పుడు పొడవులు త్రిభుజపు అసమానత్వాన్ని పూరిస్తాయని మనం చెప్పుతాం. ఉదాహరణకు 3, 4, 5ల సమితి **త్రిభుజపు అసమానత్వాన్ని** తీరుస్తాయి. అయితే, 10, 15, 30 ల సమితి అసమానత్వాన్ని తీర్చదు.

త్రిభుజపు అసమానత్వాన్ని తీర్చని 10, 15, 30 లాంటి పొడవులు త్రిభుజపు భుజాలుగా లేకుండా సాధ్యం కాదని మనం చూశాం.

4 cm, 5 cm మరియు 8 cm పొడవు భుజాలు కల్గియున్న త్రిభుజం ఉంటుందా?

అది త్రిభుజపు అసమానత్వాన్ని పూరిస్తుంది.

$$8 < 4 + 5 = 9$$

© KSCERT NOT TO BE REPUBLISHED

? మనం ఇంకా రెండు భుజాలను ఎందుకు పరిశీలించాల్సిన అవసరం లేదు ?

దీని అర్థం అన్ని నేరు మార్గపు పాడవులు మరియు మార్గపు పాడవులకంటే తక్కవ ఉంటాయి. అది త్రిభుజపు ఉనికిని నిర్ధారిస్తుందా?

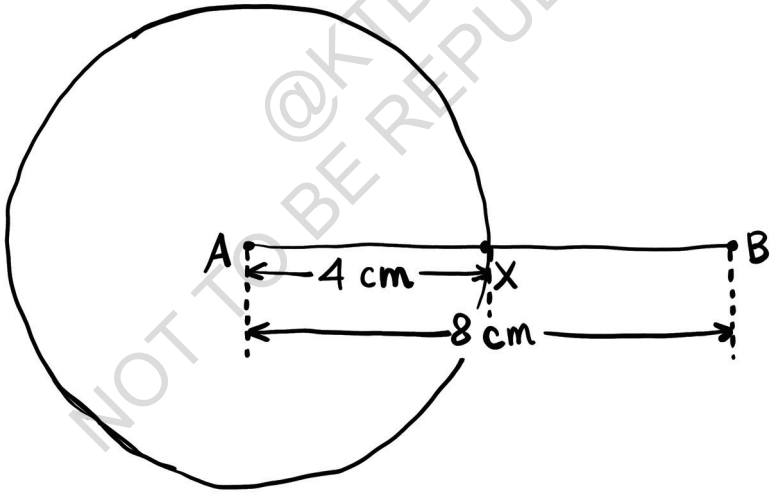
నేరు మార్గపు పాడవులలో ఒకటి ఎక్కువ పాడవుగానున్నచో, త్రిభుజం ఖచ్చితంగా ఉనికిలో లేదు అని మనం నిర్ధారించవచ్చు. అయితే, ఈ ప్రకరణలో త్రిభుజం ఉనికిలో ఉండవచ్చు లేదా ఉండకపోవచ్చు అని మాత్రమే మనం చెప్పవచ్చు.

త్రిభుజం ఉనికిలో లేకుండుటకు, మూడవ శీర్షం పొందడానికి మనం నిర్మించెడి చాపములు ఖండించాలి. వాస్తవంగా నిర్మాణాన్ని చేపట్టకుండానే అది సంభవిస్తుందని నిర్ధారించడానికి సాధ్యమా?

వృత్తాల నిర్మాణాన్ని దృశ్యమానం చేయడం

చాలా పొడవైన భుజం ఆధారంగా నిర్మించడం ద్వారా నిర్మాణం ప్రారంభిస్తామని ఊహించుకుందాం. ఆధారం AB పొడవు 8 cm ఉండాలి. తరువాతి దశ ఇతర రెండు పొడవులకు అనుగుణంగా తగినంత పొడవుగల చాపాల నిర్మాణం 4 cm మరియు 5 cm

కేవలం చాపాలను నిర్మించడానికి బదులు సంపూర్ణ వృత్తాలు నిర్మిద్దాం మనం A కేంద్రంగా పెట్టుకొని 4 cm వ్యాసార్ధంగల వృత్తం నిర్మిస్తామని అనుకుందాం.

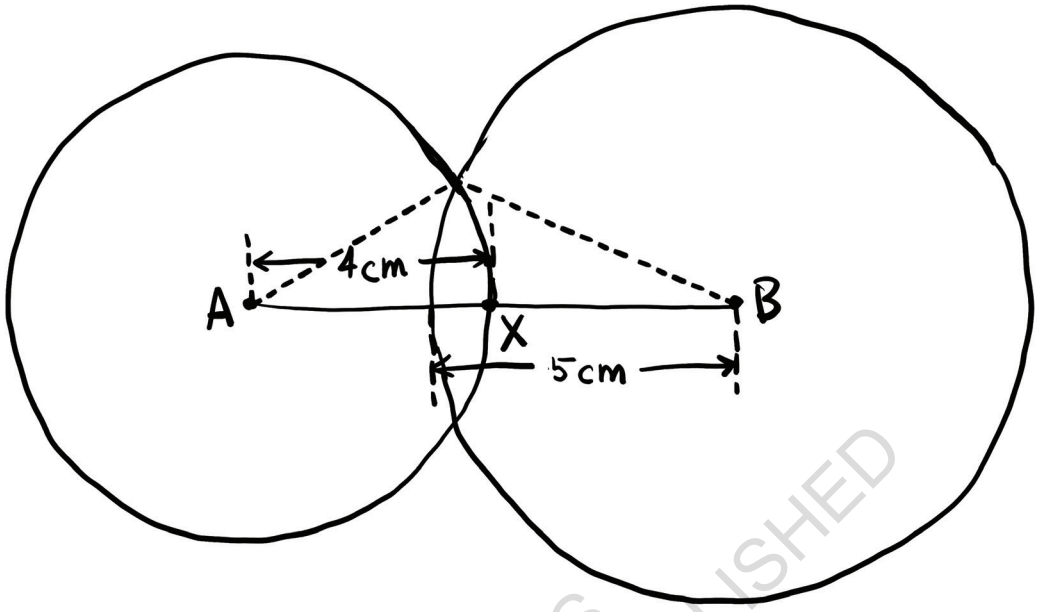


@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

? ఇప్పుడు B కేంద్రంగా పెట్టుకొని, 5 cm వ్యాసార్ధంగల వృత్తం నిర్మించబడిందని అనుకుందాం. లభించెడి. ఆకృతి యొక్క చిత్తు రేఖా చిత్రం మీరు గీయవచ్చా?

కింది చిత్రంలో AX = 4 cm మరియు AB = 8 cm అనేదానిని గమనించండి. అలాగయితే, BX ఎంత? ఈ పొడవు లభించెడి ఆకృతిని దృశ్యమానం చేయడానికి సహాయపడుతుందా?

BX = 4 cm మరియు B కేంద్రంగాగల వృత్త వ్యాసార్ధం 5 cm అయినందువలన వృత్తాలు రెండు బిందువులలో పరస్పరం ఖండించుకొంటాయని స్పష్టమైంది



చిత్రం 7.5

చిత్రం 7.5 రెండు బిందువులలో పరస్పర ఖండించుకొంటున్న వృత్తాలు.

ఇది త్రిభుజపు ఉనికి గురించి మనకేమి తెలుపుతున్నది? వృత్తాల ఖండన బిందువులతో A మరియు B బిందువులు మనకు అవసరమున్న త్రిభుజాలనిస్తాయి. దీనివలన 4 cm, 5 cm మరియు 8 cm భుజాల పొడవు కలిగియున్న త్రిభుజం ఉంటుంది.

? వీటిని కనుగొనండి

1. కింది ఏ పొడవులు త్రిభుజపు భుజాలు పొడవులు అయివుండవచ్చు? మీ జవాబులను వివరించండి. ప్రతి గుంపులోగల మూడు పొడవులు ఒకే కొలతయొక్క ప్రమాణం కల్గియుంటాయి.

(a) 2, 2, 5 (b) 3, 4, 6

(c) 2, 4, 8 (d) 5, 5, 8

(e) 10, 20, 25 (f) 10, 20, 35

(g) 24, 26, 28

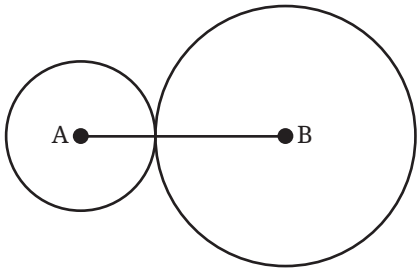
మనం వెనుకటి సమస్యలనుండి గమనించేదేమిటనగా, త్రిభుజపు అసమానత్వాన్ని పూరించెడి పొడవుల గుంపు ఉన్నప్పుడంతా (ప్రతి పొడవు < ఇతర రెండు పొడవుల మొత్తం). ఆ మూడు పొడవులు భుజాలు పొడవులు అయినటు వంటి ఒక త్రిభుజం ఉంటుంది.

? పొడవుల గుంపు త్రిభుజపు అసమానత్వాన్ని పూరించినప్పుడు, త్రిభుజాలు ఎల్లప్పుడూ ఉనికిలో ఉంటాయా? మనమెలా ఖచ్చితంగా చెప్పవచ్చు ?

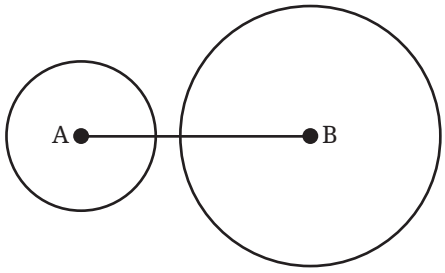
© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

త్రిభుజపు అసమానత్వం పూరించి (తీర్చి)నప్పుడు వృత్తాలు అంతర్గతంగా ఖండించుకొంటాయని (చిత్రం 7.5లో ఉన్నట్లు) చూపించినచో మాత్రమే త్రిభుజపు ఉనికి గురించి మనకు నిర్ధారణకావచ్చు. అయితే. రెండు వృత్తాలు నిర్మించినప్పుడు వేరే సాధ్యతలున్నాయా? మనం వాటిని దృశ్యమానం చేసి, అధ్యయనం చేద్దాం .

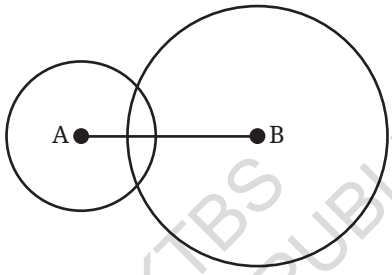
కింది విభిన్న ప్రకరణలను ఊహించుకోవచ్చు.



ప్రకరణ 1 : వృత్తాలు పరస్పరం స్పర్శించుకొంటాయి.



ప్రకరణ 2 : వృత్తాలు ఖండించుకోవు



ప్రకరణ 3 : వృత్తాలు పరస్పరం అంతర్గతంగా ఖండించుకొంటాయి.

©KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

మనం వృత్తాలు నిర్మించేటప్పుడు,

(a) AB = ఆధారపు పొడవు = ఇచ్చిన పొడవులలో చాల పొడవైనది.

(b) వృత్తాల వ్యాసార్ధాలు రెండు చిన్న పొడవులుగా ఉండుటను తీసుకొంటాయని గమనించండి.

పైన తెలిపిన ఏ ప్రకరణలు త్రిభుజ నిర్మాణానికి కారణమవుతుంది? స్పష్టంగా వృత్తాలు పరస్పరం అంతర్గతంగా ఖండించుకొన్నప్పుడు మాత్రమే త్రిభుజాలు ఏర్పడుతాయి (ప్రకరణ 3)

? ఈ ప్రతి ప్రకరణను వ్యాసార్ధాలు (రెండు చిన్న పొడవులు) మరియు AB (చాలా పొడవైనది) మధ్యగల సంబంధాన్ని కనుగొనడం ద్వారా అధ్యయనం చేద్దాం.

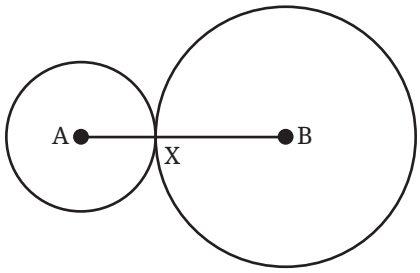
ప్రకరణ 1 : వృత్తాలు ఒక బిందువులో పరస్పరం స్పర్శించుకొంటాయి.

ఈ ప్రకరణ జరగడానికి

రెండు వ్యాసార్ధాల మొత్తం = AB

లేదా

రెండు చిన్న పొడవుల మొత్తం = చాలా పొడవైనది.



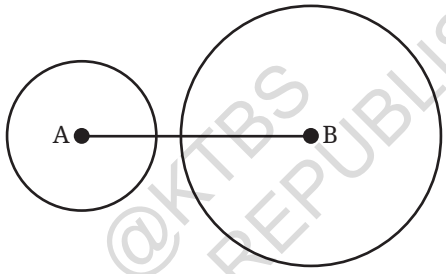
ప్రకరణ 2: వృత్తాలు అంతర్గతంగా ఖండించుకోవు.

ఈ ప్రకరణ సంభవించాలంటే వ్యాసార్ధం మరియు AB మధ్యగల సంబంధం ఏమైయుండవచ్చు?

రెండు వ్యాసార్ధాల మొత్తం < AB అని చిత్రంలో గమనించవచ్చు.

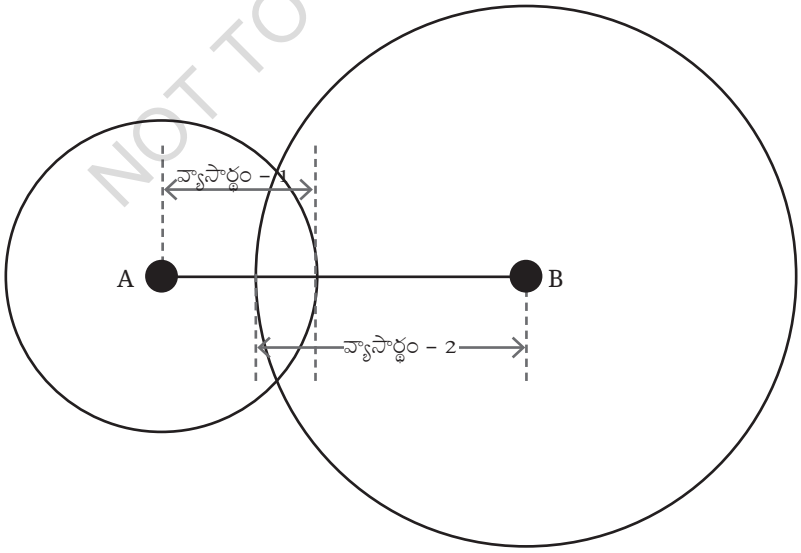
లేదా

రెండు చిన్న పొడవుల మొత్తం < చాలా పొడవైనది



NOT TO BE REPUBLISHED @KTBS

ప్రకరణ 3 : వృత్తాలు పరస్పరం ఖండించుకొంటాయి.



AB ఆనునది ఒక వ్యాసార్ధం మరియు మరొకదాని ఒక భాగం కలిగియుంది.

అందువలన రెండు వ్యాసార్ధాల మొత్తం > AB

లేదా

రెండు చిన్న పొడవుల మొత్తం > చాలా పొడవైనది.

? పొడవులు త్రిభుజపు అసమానత్వాన్ని పూరించినప్పుడు త్రిభుజం ఉనికిలో ఉందని చెప్పడానికి మనం ఈ విశ్లేషణ పొందవచ్చా?

ఇచ్చిన పొడవులు త్రిభుజపు అసమానత్వాన్ని పూరించినచో రెండు చిన్న పొడవుల మొత్తం చాలా పొడవుకంటే ఎక్కువగా ఉంటుంది. దీని అర్థం అవి వృత్తాలు. అంతర్గతంగా ఖండించుకొనెడి ప్రకరణ 3కు కారణమవుతుంది. అందువలన త్రిభుజం ఉనికిలో ఉంటుంది.

? త్రిభుజపు అసమానత్వాన్ని పూరించని పొడవుల గుంపుకు రెండు వృత్తాలు ఎలా మారుతాయి?

a) వృత్తాలు ఒక బిందువులో పరస్పరం స్పర్శించడం
b) వృత్తాలు ఖండించుకోకపోవడం వీటికి పొడవుల గుంపుకు 3 ఉదాహరణలు కనుగొనండి.

? త్రిభుజపు ఉనికిని పరిశీలించడానికి ఉపయోగించదగు సంపూర్ణ కార్యవిధానాన్ని నిర్మించండి.

నిర్ధారణ (తీర్మానం).

ఇచ్చిన మూడు పొడవుల గుంపు త్రిభుజపు అసమానత్వాన్ని పూరించినచో, వాటిని భుజాల పొడవులుగా కల్గియున్న త్రిభుజం ఉనికిలో ఉంటుంది. పొడవుల గుంపు త్రిభుజపు అసమానత్వాన్ని పూరించనిచో, ఆ పొడవులను భుజాలుగా కలిగియున్న త్రిభుజం ఉనికిలో ఉండదు.

? **వీటిని కనుగొనండి**

1. కింది ప్రతి పొడవుల గుంపుకు త్రిభుజం ఉనికిలో ఉందా అని పరిశీలించండి.

   (a) 1, 100, 100 (b) 3, 6, 9

   (c) 1, 1, 5 (d) 5, 10, 12

2. భుజాల పొడవు 50, 50, 50 గల సమబాహు త్రిభుజం ఉంటుందా? సాధారణంగా, ఏదైనా భుజపు పొడవుగల సమబాహు త్రిభుజం ఉంటుందా? మీ జవాబును సమర్థించండి.

3. కిందివాటిలో ప్రతిదానికీ మూడవ పొడవుకు కనీసం 5 సాధ్యమైన విలువలనివ్వండి. దీనినుండి వాటిని భుజాలుగా కల్గియున్న త్రిభుజం ఉనికిలో ఉంటుంది. (దశాంశ విలువలను కూడా చేసుకోవచ్చు).

   (a) 1, 100

   (b) 5, 5

   (c) 3, 7

©KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

ప్రతి సందర్భంలో మూడవ భుజం యొక్క అన్ని సాధ్యమైన పొడవులు మీరు వివరించవచ్చా అని చూడండి. దీనినుండి పొడవులతో త్రిభుజం ఉనికిలో ఉంటుంది ఉదాహరణకు (a) సందర్భంలో 99 మరియు 101 ల మధ్యగల అన్ని సంఖ్యలు సాధ్యమే

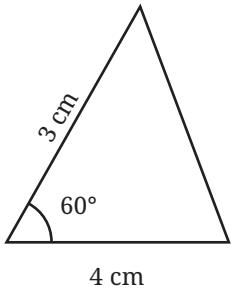
దీనిని ప్రయత్నించండి

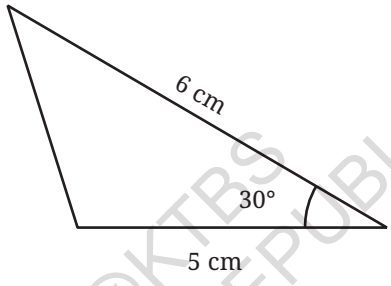
7.3 కొన్ని భుజాలు మరియు కోణాలు ఇచ్చినప్పుడు త్రిభుజాల నిర్మాణం.

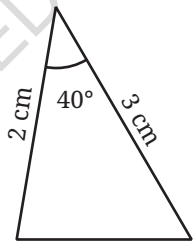
రెండు భుజాలు మరియు వాటితోకూడిన కోణం ఇచ్చినప్పుడు మనం త్రిభుజాన్ని ఎలా నిర్మిస్తాం? చేర్చబడిన కోణాన్ని చూపెడి కొలతల కొన్ని ఉదాహరణలు కింద చూపబడినవి.

రెండు భుజాలు మరియు చేర్చబడిన కోణం

మనం రెండు భుజాలు గల త్రిభుజం ఎలా నిర్మిస్తాం మరియు చేర్చబడిన కోణం వాటి మధ్య ఇచ్చినప్పుడు? ఇక్కడ కొన్ని ఉదాహరణలు కొలతలతో చేర్చబడిన కోణం చూపుతున్నది.



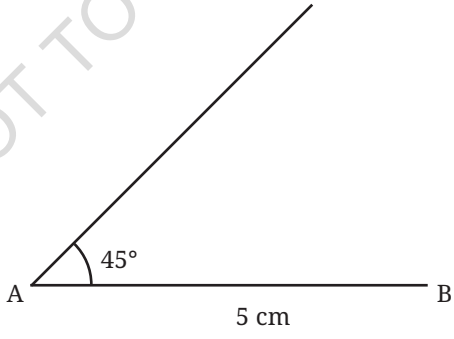




@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

? AB = 5 cm, AC = 4 cm మరియు ∠A= 45° గల ABC త్రిభుజం నిర్మించండి.

ఇచ్చిన భుజాలలో ఒకటైన ABని త్రిభుజ పాదంగా తీసుకొందాం.

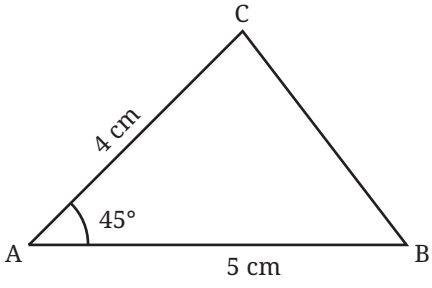


1వ దశ : AB పొడవుగల 5 cm భుజం నిర్మించండి.

2వ దశ : కోణానికి మరొక కోణం గీయడం ద్వారా ∠A = 45° ను నిర్మించండి.

3వ దశ : AC = 4 cm ఉండునట్లు మరొక వైపు C బిందువు గుర్తించండి.

4వ దశ : అవసరంగల భుజం పొందడానికి BC ని కలపండి.



కింది నిర్మాణాలు చేయండి

1. భుజాలు మరియు భుజాల మధ్యగల కోణం ఇచ్చినప్పుడు కింది కొలతలకు త్రిభుజాలు నిర్మించండి.

   (a) 3 cm, 75°, 7 cm

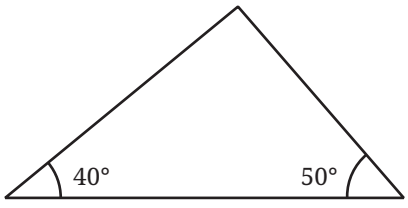
   (b) 6 cm, 25°, 3 cm

   (c) 3 cm, 120°, 8 cm

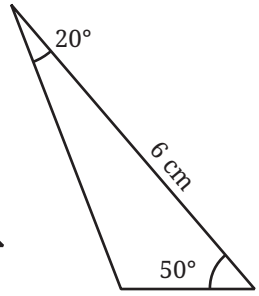
భుజాలన్నింటి పొడవుల గుంపుకు త్రిభుజాలు ఉనికిలో ఉండవని మనం తెలుసుకున్నాం. రెండు భుజాలు మరియు భుజాలతో కూడిన కోణం ఇచ్చినప్పుడు త్రిభుజ నిర్మాణం సాధ్యంకాని కొలతల కలయిక ఉందా? నిర్మాణం చేసేటప్పుడు మీరు గమనించినదానిని ఉపయోగించుకొని మీ జవాబును సమర్థించండి.

రెండు కోణాలు మరియు చేర్చబడిన భుజం.

ఈ సందర్భంలో మనకు రెండు కోణాలు మరియు రెండుకోణాల భాగంగానున్న భుజం ఇవ్వబడినది. దానిని మనం చేర్చబడిన భుజం అని అంటాం. అలాంటి కొలతల కొన్ని ఉదాహరణలు కింద ఇవ్వబడినవి .



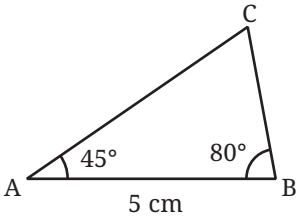




@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

AB = 5 cm, ∠A = 45° మరియు ∠B = 80° ఉన్న ABC త్రిభుజం నిర్మించండి.

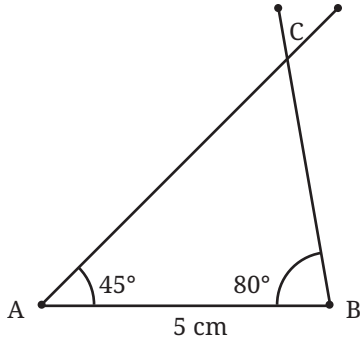
ఇచ్చిన భుజాన్ని పాదంగా తీసుకొందాం.



1వ దశ : 5 cm పొడవుగల AB పాదం గీయండి.

2వ దశ : వరుసగా 45^0 మరియు 80^0 కొలతగల ∠A మరియు ∠B లను నిర్మించండి.

3వ దశ : రెండు కొత్త రేఖా ఖండాల ఖండన బిందువు మూడవ శీర్షం అవుతుంది.



నిర్మించండి :

1. కిందివాటికి త్రిభుజాలు నిర్మించండి

   (a) 75°, 5 cm, 75°

   (b) 25°, 3 cm, 60°

   (c) 120°, 6 cm, 30°

త్రిభుజాలు ఎల్లప్పుడూ ఉనికిలో ఉంటాయి?

రెండు కోణాలు మరియు వాటితో కూడిన భుజపు ప్రతి కలయికను త్రిభుజాలు ఉనికిలో ఉన్నాయా? అన్వేషించండి.

గణితపు మాట

మనకు అన్ని మూడు భుజాలు ఇచ్చినప్పుడు, రెండు కోణాలు మరియు వాటితోకూడిన భుజం యొక్క ప్రతి కలియికకూ ఎల్లప్పుడూ త్రిభుజం ఉండదని తెలుస్తున్నది.

రెండు కోణాలు మరియు వాటితోకూడిన భుజపు కొలతకు, త్రిభుజం ఏర్పడటానికి సాధ్యం కాకుండుటకు ఉదాహరణలు కనుగొనండి.

అలాంటి సందర్భాలను దృశ్యమానం చేయడానికి ప్రయత్నిద్దాం. పాదం గీచిన తరువాత ఇతర భుజాలు ఖండించుకోకుండా ఎలా ఉండాలో ఊహించడానికి ప్రయత్నించండి.

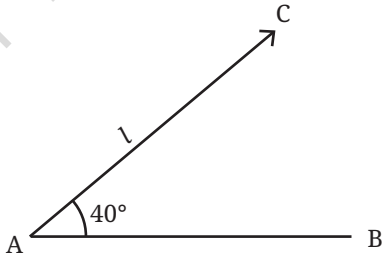
కొన్ని స్పష్టమైన ఉదాహరణలు కింద ఇవ్వబడినవి.



@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

రెండు కోణాలు లంబ కోణం (90^0) కంటే ఎక్కువగా నున్నచో లేదా సమానంగానున్నచో, త్రిభుజం సాధ్యం కాదని స్పష్టమవుతున్నది.

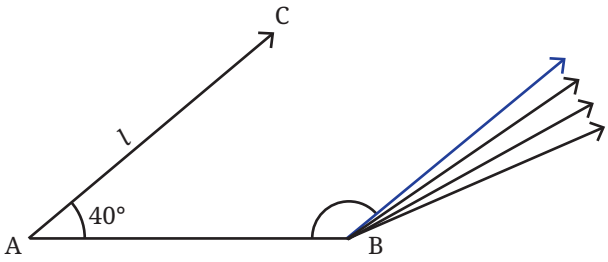
ఇప్పుడు మనం పాదపు కోణాలలో ఒకదానిని లఘుకోణంగా చేస్తాం. 40^0 అనుకుందాం. రేఖలు ఖండించుకోకుండా మరొక కోణం తీసుకోవలసిన సాధ్యంగల విలువలు ఏవి?



B నుండి వచ్చెడి రేఖ కుడివైపు తగినంత ఏటవాలుగా ఉన్నచో, అది l రేఖను ఖండించదని స్పష్టమవుతోంది.

a) ఇది సంభవించడానికి సాధ్యంగల $\angle B$ ని (చిత్రంలో గుర్తించబడినది) కనుగొనడానికి ప్రయత్నించండి.

b) రేఖలు ఖండించుకోకుండా ఉండటానికి $\angle B$ యొక్క చాలా చిన్న విలువ ఏది?



నీలం రేఖ 'l' రేఖను ఖండించని కనిష్ట కుడికి వంగెడి రేఖ. చాలా చిన్న ∠B ని ఏర్పరచు రేఖ l కు సమాంతరంగా ఉండాలని పరిశీలన నుండి స్పష్టమవుతోంది. ఈ సమాంతర రేఖను m అని పిలుద్దాం.

ఈ సందర్భంలో ∠B యొక్క నిజమైన విలువ ఎంత వుందో మీరు చెప్పగలరా?

(**క్లూ :** ..... ఖండనం అని గమనించండి)

రెండు రేఖలు సమాంతరంగా ఉన్నప్పుడు ఖండన రేఖ ఒకేవైపుగల అంతర్గత కోణాల మొత్తం 180^{o} అని మనకు తెలిసింది. అందువలన ∠B = 140°

అలాగయితే, ∠B యొక్క ఏ విలువలకు త్రిభుజం ఉనికిలో ఉండదు? AB పొడవు ఇక్కడ ఏదైనా పాత్ర వహిస్తుందా?

పై చర్చనుండి AB పొడవు త్రిభుజపు ఉనికిని నిర్ధారించడంలో ఎటువంటి పాత్ర వహించదని చూడవచ్చు. ∠B యొక్క విలువ 140^{o} కంటే ఎక్కువగానున్నచో లేదా సమానంగా నున్నచో త్రిభుజం ఉనికిలేదు అని మనం చెప్పవచ్చు.

వీటిని కనుగొనండి

1. కింది ప్రతి కోణానికి ఒక త్రిభుజం (a) సాధ్యంగల, (b) సాధ్యం కాని మరొక కోణం కనుగొనండి. ప్రతి దానికీ కనీసం రెండు విభిన్న కోణాలు కనుగొనండి.
   (a) 30°
   (b) 70°
   (c) 54°
   (d) 144°
2. కింది ఏ జతలు త్రిభుజ కోణాలైయుండవచ్చు మరియు ఏది కాదో నిర్ధారించండి.
   (a) 35°, 150°
   (b) 70°, 30°
   (c) 90°, 85°
   (d) 50°, 150°

త్రిభుజపు అసమానత్వంలాగా, త్రిభుజం సాధ్యంగల రెండు కోణాలను వివరించెడి నియమాలను మీరు నిర్మించవచ్చా?

ఈ నియమాలను రూపించడానికి రెండు కోణాల మొత్తాన్ని ఉపయోగించవచ్చా?

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

ఇచ్చిన రెండు కోణాల మొత్తం 180^0 కంటే తక్కువ ఉన్నప్పుడు, ఈ కోణాల నుండి ఒక త్రిభుజం ఉనికిలో ఉంటుంది. మొత్తం 180^0 కంటే ఎక్కువ లేదా సమానంగా ఉన్నప్పుడు ఈ కోణాలతో త్రిభుజం ఉండదు.

మనం 60^0 మరియు 70^0 కోణాలు తీసుకొందాం వాటి మొత్తం 180^0 కంటే తక్కువ ఉంది. చేర్చబడిన భుజం 5 cm ఉండాలి.

? మూడవ కోణపు కొలత ఏమైయుండవచ్చు? పాదపు పొడవును వేరే ఏదైనా విలువకు అనగా, 7 cmకు మార్చినచో, కోణపు కొలత మారుతుందా? నిర్మించండి మరియు కనుగొనండి.

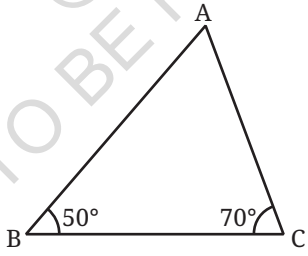
? సాధారణంగా రెండు కోణాలను స్థిరంగా ఉంచిన తరువాత మూడవ కోణం చేర్చబడిన భుజం పొడవును ఆధారపడిందా? విభిన్న కోణాల జత మరియు పొడవులతో ప్రయత్నించండి.

భుజపు పొడవు మూడవ కోణం మీద ఎటువంటి పరిణామం చూపదు (లేదా చాలా చిన్న పరిణామం) అని కొలతలు చూపవచ్చు. ఈ పరిశీలనతోపాటు నిర్మాణం మరియు కొలతను చేపట్టుతుంది. మనం మూడవ కోణం కనుగొనవచ్చా అని చూద్దాం.

? ఏదైనా రెండు కోణాలు మరియు మూడవ కోణం మధ్య సంబంధం ఉందా అని తెలుసుకోవడానికి విభిన్నత్రిభుజాలతో ప్రయోగించడానికిప్రయత్నంచండి.ఈసంబంధాన్నికనుగొనడానికిమీరుఏదత్తాంశాలను అనుసరిస్తారు మరియు మీరు సేకరించెడి దత్తాంశాలను ఎలా విశ్లేషిస్తారు?

గణితపు మాట

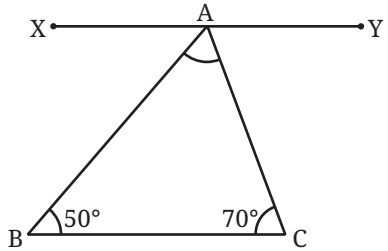
? $\angle B = 50°$ మరియు $\angle C = 70°$ గల ABC త్రిభుజాన్ని పరిగణించండి. నిర్మాణం చేయకుండానే మనం $\angle A$ ని ఎలా కనుగొనవచ్చో చూద్దాం.



@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

త్రిభుజపు ఏవైనా రెండు కోణాల మొత్తం 180^0 కంటే తక్కువ అని నిర్ధారించడానికి సమాంతర రేఖల కల్పన ఉపయోగపడిందని మనం చూశాం. మూడవ కోణం, $\angle BAC$ ని కనుగొనడానికి సమాంతర రేఖలు ఉపయోగించవచ్చు.

మనం A శీర్షం ద్వారా BC కి సమాంతరంగా XY రేఖను నిర్మిస్తామని అనుకందాం.



చిత్రం 7.6

? మనం ఇక్కడ క్రొత్త కోణాలు ఏర్పడియుండుటను చూడవచ్చు $\angle XAB$ మరియు $\angle YAC$ వాటి విలువలు ఏవి?

XY రేఖ BC కి సమాంతరంగా ఉండుటవలన

$\angle XAB = \angle B$ మరియు $\angle YAC = \angle C$ ఎందుకనగా, అవి AB మరియు AC ఖండన రేఖల పర్యాయ కోణాలు.

అందువలన $\angle XAB = 50°$ మరియు $\angle YAC = 70°$ దీనినుండి మనం $\angle BAC$ ని కనుగొనవచ్చా? $\angle XAB$, $\angle YAC$ మరియు $\angle BAC$ కలిసి 180^0లను ఏర్పరుస్తుందని మనకు తెలిసింది.

$$\angle XAB + \angle YAC + \angle BAC = 180°$$

$$50° + \angle BAC + 70° = 180°$$

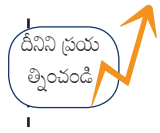
$$120° + \angle BAC = 180°$$

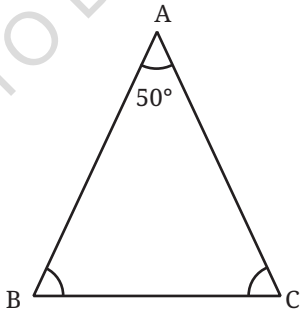
అందువలన, $\angle BAC = 60°$

ఇప్పుడు ఒక త్రిభుజం నిర్మించండి (BC ని ఏదైనా సరైన పొడవు అని పరిగణించండి) మరియు అది నిజమైందా అని పరిశీలించండి.

? వీటిని కనుగొనండి.

1. రెండు కోణాలు కిందివిధంగానున్నచో (సమాంతర రేఖను ఉపయోగించండి) త్రిభుజపు మూడవ కోణం కనుగొనండి
   (a) $36°, 72°$
   (b) $150°, 15°$
   (c) $90°, 30°$
   (d) $75°, 45°$
2. కోణాలన్నీ 70^0 కు సమానంగానున్న త్రిభుజాన్ని మీరు నిర్మించవచ్చా? రెండు కోణాలు 70^0 అయినచో, మూడవ కోణం ఎంత ఉంటుంది ? త్రిభుజంలోగల కోణాలన్నీ సమానంగా ఉండాలంటే, వాటి కొలత ఏమై ఉండాలి? అన్వేషించండి మరియు కనుగొనండి?
3. ఇక్కడ ఒక త్రిభుజం ఉంది, అందులో $\angle B = \angle C$ మరియు $\angle A = 50°$ అని మనకు తెలిసిందె మీరు $\angle B$ మరియు $\angle C$ని కనుగొనగలరా?





© NCERT NOT TO BE REPUBLISHED

కోణాల మొత్తం లక్షణాలు

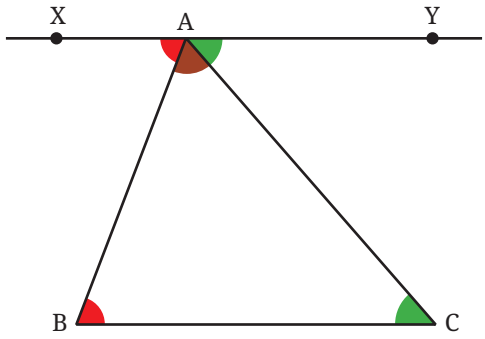
? ఏదైనా త్రిభుజపు కోణాల మొత్తం గురించి మనం ఏమి చెప్పవచ్చు?

త్రిభుజం ABCని పరిగణించండి. దాని కోణాల మొత్తం కనుగొనడానికి మనం పాదానికి సమాంతరంగా రేఖ గీచెడి ఏదైనా విధానాన్ని ఉపయోగించవచ్చు. A ద్వారా BCకి సమాంతరంగానున్న రేఖ నిర్మించండి మనం $\angle A + \angle B + \angle C$. ని కనుగొనాలి.

$\angle B = \angle XAB$, $\angle C = \angle YAC$ అని మనకు తెలిసింది

అందువలన, $\angle A + \angle B + \angle C = \angle A + \angle XAB + \angle YAC = 180^0$

కలిసి అవి సరళ కోణం ఏర్పరుస్తాయి అందువలన మనం ఏదైనా త్రిభుజంలో మూడు కోణాల మొత్తం 180^0 అని సాధించాం! ఈ ఆశ్చర్యకరమైన ఫలితాలను **త్రిభుజాల కోణాల మొత్తం లక్షణాలు** అని అంటారు.

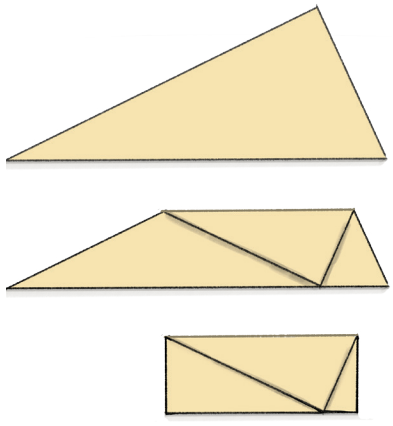


చిత్రం 7.7

కోణాల మొత్తం లక్షణాలను మనమెలా కనుగొన్నామో అనేదాని గురించి కొద్ది సమయం ఆలోచించండి. ప్రారంభంలో మూడవ కోణం మరియు ఇతర రెండు కోణాల మధ్యగల సంబంధం స్పష్టంగా లేదు. అయితే, పై శీర్షం ద్వార పాదానికి సమాంతరంగా రేఖ గీచెడి సరళ కల్పన (చిత్రం 7.7లో ఉన్నట్లు) వెంటనే సంబంధాన్ని స్పష్టపరచింది ఈ చమత్కారమైన ఆలోచనను గణిత శాస్త్రపు చరిత్రలో చాలా ఆకట్టుకునే పుస్తకమైన ''ది ఎలిమెంట్స్''లో చూడవచ్చు. ఈ పుస్తకాన్ని గ్రీకు గణితనిపుణుడు యూక్లిడ్ రాశారని చెప్పబడుతోంది. వారు BCE లో జీవించారు.

గణితంలో సృజనశీల ఆలోచనకు ఎలా ప్రముఖ పాత్ర వహిస్తుందో అనడానికి ఈ పరిష్కారం మరొక ఉదాహరణ.

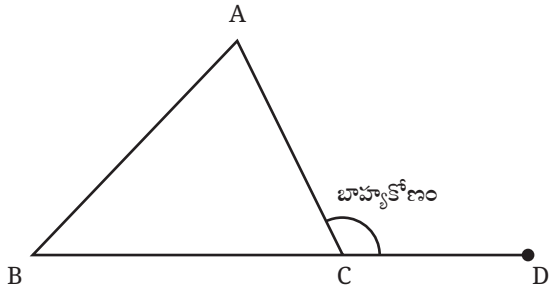
కాగితం నుండి కత్తరించి తీసిన త్రిభుజాన్ని మడచడం ద్వారా కోణాల మొత్తం లక్షణాలను పరిశీలించడానికి ఒక అనుకూలకరమైన విధానం ఉంది ఇలా కత్తరించి తీసిన త్రిభుజంలో కోణాల మొత్తం 180^0 అని, ఇదెలా చూపుతున్నది?



NOT TO BE REPUBLISHED @KSTBS

బాహ్య కోణాలు

త్రిభుజపు ఒక భుజాన్ని విస్తరించినప్పుడు, ఆ భుజం మరియు మరొక భుజానికి మధ్య ఏర్పడు కోణాన్ని త్రిభుజపు బాహ్య కోణం అంటారు. ఈ కింది చిత్రంలో ∠ACD ఒక బాహ్యకోణం.



∠A = 50° మరియు ∠B = 60° అయినచో, ∠ACDని కనుగొనండి.

కోణాల మొత్తం లక్షణం నుండి మనకు తెలిసినది

$$50° + 60° + \angle ACB = 180°$$

$$110° + \angle ACB = 180°$$

అందువలన, ∠ACB = 70°

అందువలన, ∠ACD = 180 °– 70° = 110°,

ఎందుకనగా, ∠ACB మరియు ∠ACD కలిసి సరళ కోణం ఏర్పరుస్తాయి.

∠A మరియు ∠B ల విభిన్న కొలతలకు బాహ్య కోణం కనుగొనండి. బాహ్యకోణం మరియు ఈ రెండు కోణాల మధ్య ఏదైనా సంబంధం కనబడుతున్నదా?

(**క్లూ :** కోణాల మొత్తం లక్షణం నుండి ∠A + ∠B + ∠ACB = 180°)

∠ACD + ∠ACB = 180° అని మనకు తెలిసింది. ఎందుకంగా, అవి సరళ కోణాలను ఏర్పరుస్తాయి. ఇది ఏమి చూపుతున్నది?

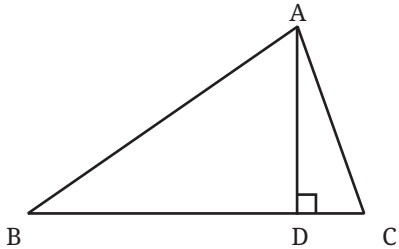
©KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

7.4 త్రిభుజాల ఎత్తుకు సంబంధించిన నిర్మాణాలు.

త్రిభుజానికి సంబంధించి మరొక ఉపయోగకరమైన కొలత ఉంది– అభిముఖ (ఎదురెదురు) భుజాలకు సంబంధించి త్రిభుజపు ప్రతి శీర్షపు ఎత్తు మన చుట్టు పక్కలి ప్రపంచంలో మనం వివిధ వస్తువుల ఎత్తుల గురించి మాట్లాడుతుంటాం. వ్యక్తియొక్క ఎత్తు, వృక్షపు ఎత్తు భవనపు ఎత్తు మొదలగునవి. ఎత్తు అను పదానికి అర్థమేమిటి?

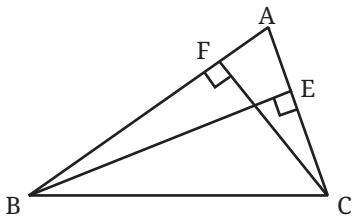
ABC త్రిభుజాన్ని పరిగణించండి. A శీర్షపు ఎత్తు దాని అభిముఖ భుజం BC నుండి ఎంత ఉంది మరియు దానిని ఎలా కొలువవచ్చు?

A నుండి BC కి లంబంగా గీచిన రేఖాఖండం AD అయివుండాలి. AD పొడవు BC నుండి A శీర్షపు ఎత్తు అవుతుంది.



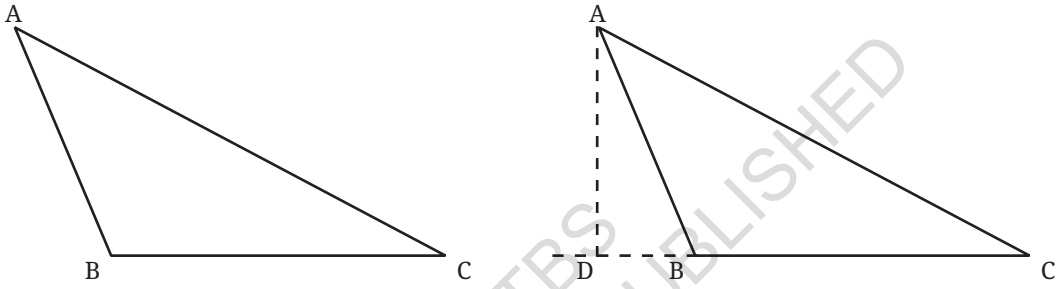
చిత్రం 7.8

త్రిభుజపు ఎత్తులో ఒకటి AD రేఖాఖండపు ఎత్తు అని చెప్పబడుతున్నది . కింది చిత్రంలో ఇతర ఎత్తులు BE మరియు CF ఇతర శీర్షాలనుండి వాటి అభిముఖ భుజాలకు గీచిన లంబములు.



త్రిభుజపు ఎత్తు అను పదాన్ని మనం ఉపయోగించేటప్పుడంతా మనం సాధారణంగా, ఏ భుజాన్ని పాదం గా పరిగణిస్తామో, ఆ పాదానికిగల ఎత్తు యొక్క పొడవు అవుతుంది. (చిత్రం 7.8లో ఈ ఎత్తు AD అవుతుంది)

ఈ త్రిభుజంలో A నుండి BC కి గల ఎత్తు ఏమైయుండవచ్చు?



మనం BC ని విస్తరిస్తున్నాం (వృద్ధి చేస్తున్నాం) మరియు తరువాత A నుండి ఈ రేఖకు లంబాన్ని గీస్తాం.

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

కాగితం మడచడాన్ని ఉపయోగించి ఎత్తులు

? ఒక కాగితపు త్రిభుజాన్ని కత్తరించి తొలగించండి. ఒక వైపునుపాదంగా పెట్టి, కాగితాన్ని మడచండి. మడచిన గీత, పై శీర్షం నుండి పాదానికి ఎత్తుగానున్న రీతిలో ఉండాలి. ఏర్పడిన మడచిన గీత పాదానికి లంబంగా ఉండాలి ఎందుకు? సమర్థించండి.

త్రిభుజపు ఎత్తుల నిర్మాణం

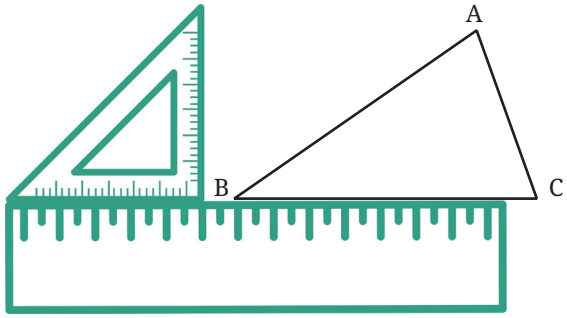
మీదే అయిన ఒక త్రిభుజం నిర్మించండి A, B, C ని పాదంగా పరిగణించండి BC శీర్షాలను గుర్తించండి.

? A నుండి BC కి గల ఎత్తును నిర్మించండి

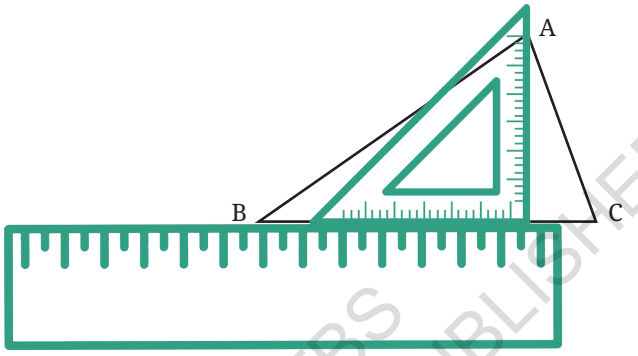
కేవలం కొలతబద్ద ఉపయోగించి నిర్మించడం ఖచ్చితంగా ఉండదు. ఎక్కువ ఖచ్చితమైన 90^0 కోణం పొందడానికి మనం కొలతబద్దతోపాటు మూలమట్టం (సెట్ స్క్వయర్) ను ఉపయోగిస్తాం.

? దీనిని ఎలా చేయాలో మీకు తెలుసా?

1వ దశ : కొలత బద్దను పాదంతో అమర్చండి. కింద చూపినట్లుగా మూలమట్టంను కొలత బద్ధ మీద పెట్టండి దానినుండి లంబకోణపు ఒక అంచు కొలత బద్దను స్పర్శిస్తుంది.



2వ దశ : మూలమట్టం యొక్క లంబపు అంచు A శీర్షాన్ని స్పర్శించేవరకు కొలత బద్ద పొడవునా మూలమట్టం కలపండి.



3వ దశ : మూలమట్టం యొక్క లంబం అంచును ఉపయోగించి BC ద్వారా A కి ఎత్తును గీయండి

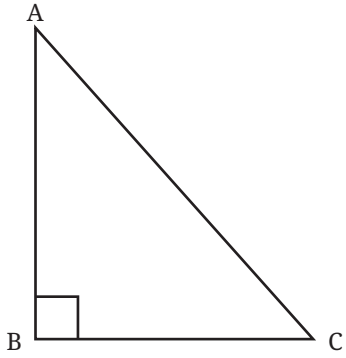
? త్రిభుజపు ఒక భుజం ఎత్తుగానున్న త్రిభుజం ఉంటుందా?

అలాంటి త్రిభుజాన్ని ఊహించుకోండి మరియు చిత్తు రేఖాచిత్రం నిర్మించండి.

ఒక కోణం లంబ కోణంగా గల త్రిభుజాలలో అది సంభవిస్తుందని మనం చూస్తాం.

ఒక లంబ కోణం కల్గియున్న త్రిభుజాలను **లంబకోణ త్రిభుజాలు** లేదా **సరళంగా లంబ త్రిభుజాలు** అంటారు.

A నుండి BC కి గల ఎత్తు



@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

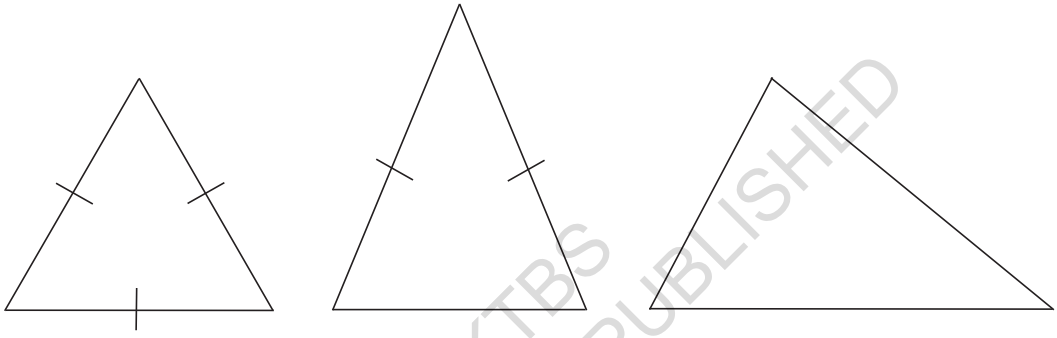
7.5 త్రిభుజాల రకాలు

త్రిభుజాలను మన అధ్యయనంలో మనం కింది రకాల త్రిభుజాలను తెలుసుకున్నాం. సమబాహు, సమద్విబాహు, అసమబాహు మరియు లంబకోణ త్రిభుజాలు.

? మీరు వేరే ఏదైనా రకాల త్రిభుజాన్ని గుర్తించారా?

త్రిభుజాలను సమబాహు మరియు సమద్విబాహు త్రిభుజాలుగా వర్గీకరించడం భుజాల సమానత్వాన్ని ఆధారపడింది.

సమబాహు త్రిభుజాలు సమాన పొడవులు కలిగియుంటాయి. సమద్విబాహు త్రిభుజాల రెండు భుజాలు సమాన పొడవులు కలిగియుంటాయి. విషమబాహు త్రిభుజాలు మూడు వేర్వేరు పొడవులు కల్గియుంటాయి.



సమబాహు త్రిభుజం | సమద్విబాహు త్రిభుజం | విషమబాహు త్రిభుజం

NOT TO BE REPUBLISHED @KTBS

కోణాల సమానత్వం ఆధారంగా ఇదే విధమైన వర్గీకరణ చేయవచ్చా? ఈ రెండు వర్గీకరణల మధ్య ఏమైనా సంబంధం ఉందా? మనం ఈ ప్రశ్నలకు తరువాత అధ్యాయంలో సమాధానమిస్తాం.

త్రిభుజాన్ని లంబకోణ త్రిభుజం అని వర్గీకరించేటప్పుడు మనం కొలతను ఉపయోగించాం

? కోణాల కొలతల ఆధారంగా ఇతర ఏ విధమైన త్రిభుజాలు ఉన్నాయి?

కోణాల కొలతల ఆధారంగా త్రిభుజాల వర్గీకరణ లఘుకోణం, లంబకోణం మరియు అధిక కోణం త్రిభుజాలున్నాయి. లంబకోణ త్రిభుజం అనగానేమో మనం ఇదివరకే తెలుసుకొన్నాం. అది ఒక లంబకోణం కలిగియున్న త్రిభుజం అదేవిధంగా అధిక (విశాల) కోణ త్రిభుజం ఒక అధిక కోణం కల్గియుంటుంది

? లఘుకోణ త్రిభుజం ఏమైయుండవచ్చు? మనం దానిని ఒక లఘు కోణం కలిగియున్న త్రిభుజం అని వ్యాఖ్యానించవచ్చా ? ఎందుకు సాధ్యం కాదు?

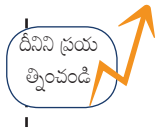
గణితపు మాట

ఒక **లఘు కోణ (త్రిభుజంలో** మూడు కోణాలన్నియు లఘుకోణాలవుతాయి'

? **నిర్మించండి**

1. BC = 5 cm, AB = 6 cm, CA = 5 cm గల ABC త్రిభుజం నిర్మించండి . A నుండి BC కి ఎత్తును నిర్మించండి.

2. $RY = 4\ cm$, $TR = 7\ cm$, $\angle R = 140°$ త్రిభుజం నిర్మించండి. T నుండి RY కి ఎత్తును నిర్మించండి.



3. $\angle B = 90°$, $AC = 5\ cm$ గల లంబకోణ త్రిభుజం, $\angle ABC$ ని నిర్మించండి. ఈ కొలతలతో ఎన్ని విభిన్న త్రిభుజాలు ఉనికిలో ఉన్నాయి?

(**క్లూ :** ఇతర కొలతలు ఏవైనా విలువలను తీసుకోవచ్చునని గమనించండి. AC ని పాదంగా తీసుకోండి ఇతర కోణం 90^o అయ్యేటట్లు $\angle A$ మరియు $\angle C$ ఏ విలువలు తీసుకోవచ్చు ?

4. నిర్మించడం ద్వారా, (i) లంబకోణం (ii) అధికకోణం కలిగియున్న సమబాహు త్రిభుజం నిర్మించడానికి సాధ్యమా? అన్వేషించండి. (i) లంబకోణం (ii) అధిక కోణం కలిగియున్న సమద్విబాహు త్రిభుజం నిర్మించండి.

సారాంశం

- భుజాల పొడవులు ఇచ్చినప్పుడు కాంపాస్ వినియోగం త్రిభుజాల నిర్మాణాన్ని సరళీకరిస్తుంది.
- మూడు పొడవుల గుంపులో ప్రతిదాని పొడవు. ఇతర రెండింటి మొత్తం కంటే చిన్నదిగానున్నచో,అది త్రిభుజపు అసమానత్వాన్ని పూరిస్తుందని చెప్పబడుతున్నది.
- త్రిభులపు భుజాల పొడవులు త్రిభుజపు అసమానత్వాన్ని పూరిస్తాయి మరియు నిర్దిష్ట పొడవుల గుంపు త్రిభుజపు అసమానత్వాన్ని పురించినచో, ఆ భుజాల పొడవులతో త్రిభుజం నిర్మించవచ్చు.
- ఈ కింది కొలతలు ఇచ్చినప్పుడు త్రిభుజాలు నిర్మించవచ్చు
  a) రెండు భుజాలు మరియు వాటితో కూడియున్న కోణం
  b) రెండు కోణాలు మరియు వాటితో కూడియున్న భుజం
- త్రిభుజపు కోణాల మొత్తం ఎల్లప్పుడూ 180^o అయివుంటుంది.
- త్రిభుజంలో ఒక శీర్షం నుండి దాని అభిముఖ (ఎదురెదురు) భుజానికి లంబంగానున్న రేఖా ఖండం త్రిభుజపు ఎత్తుగానుంటుంది.
- సమబాహు త్రిభుజాలలో సమాన పొడవుగల భుజాలు ఉంటాయి. సమద్విబాహు త్రిభుజాలలో సమాన పొడవుగల రెండు భుజాలుంటాయి. విషమబాహు (అసమ) త్రిభుజాలలో మూడు విభిన్న పొడవులుగల భుజాలు ఉంటాయి.
- త్రిభుజాలను వాటి కోణాల కొలతల ఆధారంగా లఘుకోణ త్రిభుజం, అంబకోణ త్రిభుజం మరియు అధిక (విశాల) కోణ త్రిభుజాలుగా వర్గీకరించడమైనది.

© SCERT NOT TO BE REPUBLISHED

పజిల్ సమయం !

బాక్సులు (పెట్టె) అతి చిన్న మార్గం

బాక్సులో ఒక మూలలో ఒక సాలీడు ఉంది. అది చాలా దూరంగానున్న ఎదురు మూలను చేరాలనుకుంది (చిత్రంలో గుర్తించబడింది) అది ఎగరడానికి సాధ్యంకాని కారణంగా బాక్సు ఉపరితలం మీద నడవడం ద్వారా మాత్రమే ఎదురు బిందువును చేరగలరు. అది తీసుకొనెడి చాలు చిన్న పొడవు మార్గం ఏది?



ఒక అట్ట పెట్టె తీసుకుని, ఒకమూల ఎదురు నుండి దాని ఎదురు మూలకు వెళ్ళెడి మార్గం చాలా చిన్నదిగా ఉందని మీరు భావించెడి మార్గాన్ని గుర్తించండి. ఈ మార్గపు పొడవును మీ స్నేహితులు చేసిన మార్గాల పొడవుతో పోల్చండి.





NOT FOR REPUBLISHED @KTBS

8 భిన్నాలతో పని చేయడం
(Working with Fractions)

B7S4K7

8.1 భిన్నాల గుణకారం

ఆరోన్ ఒక గంటలో 3 కిలోమీటర్లు నడిచాడు అతను 5 గంటల్లో ఎంత దూరం నడవగలడు?

ఇది చాలా సులభమైన ప్రశ్న. దూరాన్ని కనుగొనడానికి, మనం 5 మరియు 3 ల లబ్ధాన్ని కనుగొనాలని మనకు తెలుసు. అంటే, మనం 5 మరియు 3 లను గుణించాలి

1 గంటలో ప్రమాణించిన దూరం = 3 km

కాబట్టి,

5 గంటల్లో ప్రయాణించిన దూరం .....

$= 5 \times 3$ km

$= 3 + 3 + 3 + 3 + 3$ km

$= 15$ km.

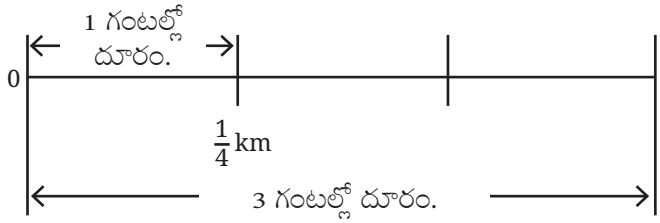


@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

? ఆరోన్ పెంపుడు తాబేలు చాలా నెమ్మదిగా నడుస్తుంది.

అది 1 గంటలో $\frac{1}{4}$ కిలో మీటర్లు మాత్రమే నడవగలదు అది 3 గంటల్లో ఎంత దూరం నడవగలదు?

ఇక్కడ ఒక గంటలో ప్రయాణించిన దూరం ఒక భిన్నం. ఇది పెద్ద విషయం కాదు. అదేవిధంగా, మొత్తం ప్రయాణించిన దూరాన్ని గుణాకారం వలెనే లెక్కిస్తాము.



1 గంటంలో ప్రయాణించిన దూరం = $\frac{1}{4}$ km

కాబట్టి, 3 గంటల్లో ప్రయాణించిన దూరం = $= 3 \times \frac{1}{4}$ km

$= \frac{1}{4} \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{4}$ km

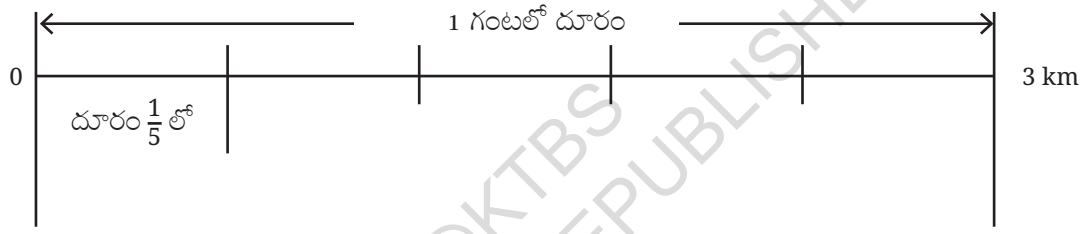
$= \frac{1}{4}$ km.

తాబేలు 3 గంటల్లో $\frac{3}{4}$ km నడవగలదు.

నడవడానికి పట్టే సమయం గంటలో ఒక భాగం అనే సందర్భాన్ని పరిగణిద్దాం

? ఆరోన్ 1 గంటల్లో 3 కిలోమీటర్లు నడవగలడని మనం చూశాము. అతను $\frac{1}{5}$ గంటలలో ఎంత దూరం నడవగలడు?

గుణకారం ద్వారా ప్రయాణించిన మొత్తం దూరాన్ని లెక్కించడానికి మనం ముందుకు సాగుతాము.



$\frac{1}{5}$ గంటలలో ప్రయాణిం చిన దూరం = $\frac{1}{5} \times 3$ km

గుణలబ్ధాన్ని కనుగొనడం.

1 గంటలో ప్రయాణించిన దూరం = 3 km

$\frac{1}{5}$ గంటలలో ప్రయాణించిన దూరం 3 km ను 5 సమభాగాలుగా చేసినప్పుడు పొందిన పాడవుకు సమానంగా ఉంటుంది.

అంటే $\frac{3}{5}$ km.

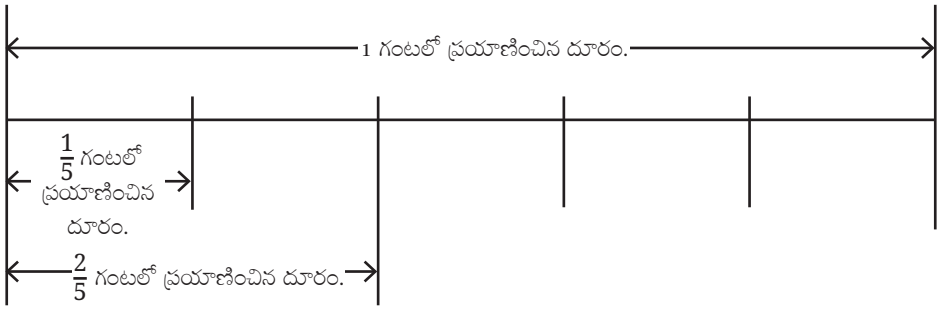
ఇది మనకు $\frac{1}{5} \times 3 = \frac{3}{5}$ అని చెబుతుంది.

? ఆరోన్ $\frac{2}{5}$ గంటలలో ఎంత దూరం నడవగలడు ?

మారోసారి —

ప్రయాణించిన దూరం = $\frac{2}{5} \times 3$ km మనకు లభిస్తుంది .

NOT TO BE REPUBLISHED @KTBS



గుణలబ్ధం కనుగొనండి

1. మొదలు మనం $\frac{1}{5}$ గంటలలో ప్రయాణించిన దూరాన్ని కనుగొంటాము
2. $\frac{2}{5}$ గంటలలో ప్రయాణించిన దూరం $\frac{1}{5}$ గంటలలో ప్రయాణించిన దూరానికి రెండింతలు కాబట్టి ప్రయాణించిన మొత్తం దూరాన్ని పొందుటకు మనం ఈ దూరాన్ని 2 తో గుణిస్తాము .

గణన/లెక్కింపు ఇలా ఉంటుంది .

1. గంటలో ప్రయంణించిన దూరం = 3 km

a) $\frac{1}{5}$ గంటలో ప్రయాణించిన దూరం

= 3 km లను 5 నయాన భాగాలుగా విభజించగా మనకు లభించే దూరం

= $\frac{3}{5}$ km.

2. ఈ దూరాన్ని 2 లో గుణిస్తే, మనకు

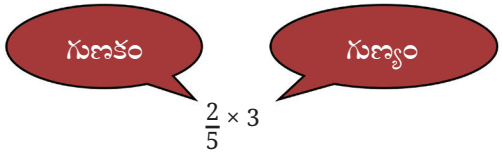
$$2 \times \frac{3}{5} = \frac{6}{5} \text{ km.}$$ లభిస్తుంది

దీనినుండి

$\frac{2}{5} \times 3 = \frac{6}{5}$. అని మనం గమనించవచ్చు.

చర్చ

మనం గుణకారాన్ని ఈ విధంగా చేశాం.

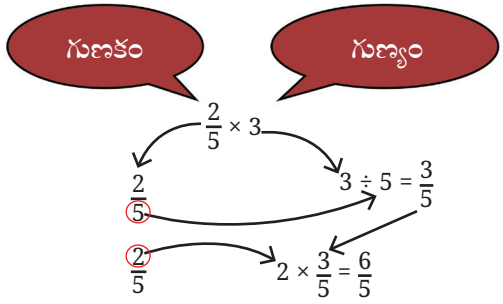


- ముందుగా, $\frac{3}{5}$ ను పొందడానికి, మనం గుణనీయా 3 ను గుణకం యొక్క హారం ద్వారా భాగించాము.

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

- $\frac{6}{5}$ ను పొందుటకు మనం పతితాంశాన్ని గుణకం యొక్క లవం 2చే గుణించాము.

కాబట్టి మనకు అవసరమైనప్పుడు ఒక భిన్నం మరియు పూర్ణ సంఖ్యను గుణించడానికి మనం పై దశలను అనుసరిస్తాము.



ఉదాహరణ 1 : ఒక రైతుకు 5 గురు మనవళ్ళు ఉన్నారు. ఆమె తన మనవళ్ళకు ఒక్కొక్కరికి $\frac{2}{3}$ ఎకరం భూమిని పంచింది.

ఆమె తన మనవళ్ళకు మొత్తం ఎంత భూమి ఇచ్చింది?

$$5 \times \frac{2}{3} = \frac{2}{3} + \frac{2}{3} + \frac{2}{3} + \frac{2}{3} + \frac{2}{3} = \frac{10}{3}.$$

ఉదాహరణ 2 : 1 గంటకు ఇంటర్‌నెట్ ఖర్చు ₹8. $1\frac{1}{4}$ గంటల కాలపు ఇంటర్‌నెట్ ఖర్చుధర ఎంత?

$1\frac{1}{4}$ గంటలు అంటే $\frac{5}{4}$(మిశ్ర భిన్నం నుండి మార్చినపుడు)

$\frac{5}{4}$ గంటల కాలపు ఇంటర్‌నెట్ ఖర్చు $= \frac{5}{4} \times 8$

$= 5 \times \frac{8}{4}$

$= 5 \times 2$

$= 10.$

$1\frac{1}{4}$ గంటల కాలపు ఇంటర్‌నెట్ ఖర్చు ₹10

వీటిని కనుగొనండి.

1. టెన్జిన్ ప్రతిరోజూ $\frac{1}{2}$ గ్లాసు పాలు తాగుతాడు. ఒక వారం అతను ఎన్ని గ్లాసుల పాలు తాగుతాడు? జనవరి నెలలో అతను ఎన్ని గ్లాసులు పాలు తాగాడు?
2. ఒక కార్మికుల బృందం 8 రోజుల్లో 1 km నీటి కాలువను నిర్మించగలరు. కాబట్టి ఒక రోజులో ఆ బృందం ___ km నీటి కాలువను నిర్మించగలదు. వారు వారంలో 5 రోజులు పని చేస్తే, వారు ఒక వారంలో ___ km నీటి కాలువను నిర్మించగలరు.
3. మంజు మరియు ఆమె ఇద్దరు పొరుగువారు ప్రతి వారం 5 లీటర్ల నూనె కొంటారు. దానిని 3 కుటుంబాలకు, సమానంగా పంచుతారు. ప్రతి కుటుంబానికి ఒక వారంలో ఎంత నూనెను పొందుతుంది? 4 వారాలు ఒక కుటుంబానికి ఎంత నూనెను పొందుతుంది?

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

4. సోమవారం రాత్రి 10 గంటలకు సఫియా చంద్రుడు. అస్తమించడాన్ని చూసింది. ఆమె తల్లి, ఒక శాస్త్రవేత్త ప్రతిరోజు చంద్రుడు మునుపటి రోజుకంటే $\frac{5}{6}$ గంటలు ఆలస్యంగా అస్తమిస్తాడని చెప్పారు. గురువారం రాత్రి 10 గంటల తరువాత ఎన్ని గంటల్లో అస్తమిస్తాడు?

5. గుణించి మిశ్రమ భిన్నంలోకి మార్చండి .

(a) $7 \times \frac{3}{5}$

(b) $4 \times \frac{1}{3}$

(c) $\frac{9}{7} \times 6$

(d) $\frac{13}{11} \times 6$

ఇప్పటి వరకు మనం ఒక పూర్ణ సంఖ్యను భిన్నంతో గుణించడం, ఒక భిన్నాన్ని పూర్ణ సంఖ్యతో గుణించడం నేర్చుకున్నాము. గుణకారంలో రెండు సంఖ్యలు భిన్నాలు అయినప్పుడు, ఏమి జరుగుతుంది?

రెండు భిన్నాల గుణకారం చేయడం

? మనకు తెలుసు ఆరోన్ పెంపుడు తాబేలు $\frac{1}{4}$ km మంత్రమే 1 గంటలో నడవగలదు. అర్ధ గంటలో ఎంత దూరం నడువగలదు? ఇటువంటి సమస్యలను పరిష్కరించడానికి గుణకారాన్ని ఉపయోగించే మన విధానాన్ని అనుసరించినపుడు

$\frac{1}{2}$ గంటలో ప్రయాణించిన దూరం = $\frac{1}{2} \times \frac{1}{4}$ km

గంట	దూరం
1	$\frac{1}{4}$
$\frac{1}{2}$	?

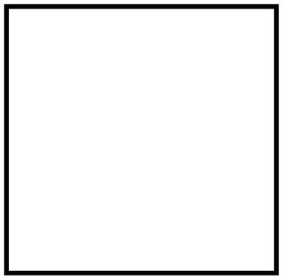
గుణలబ్ధాన్ని కనుగొనడం.

1 గంటలో ప్రయాణించిన దూరం = $\frac{1}{4}$ km

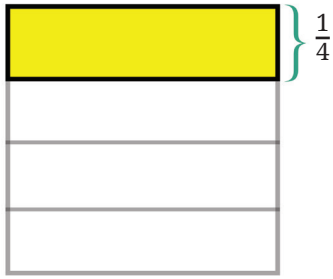
కాబట్టి, $\frac{1}{4}$ ను 2 సమ భాగాలుగా విభజించినపుడు పొందే పాడువు $\frac{1}{2}$ గంటలో ప్రయాణించిన దూరం అవుతుంది.

NOT TO BE REPUBLISHED @KSBS

దీనిని కనుగొనడానికి, 'మొత్తం' ను సూచించడానికి యూనిట్ స్క్వేర్‌ను ఉపయోగించి భిన్నాలను సూచించడం ఉపయోగకరంగా ఉంటుంది.



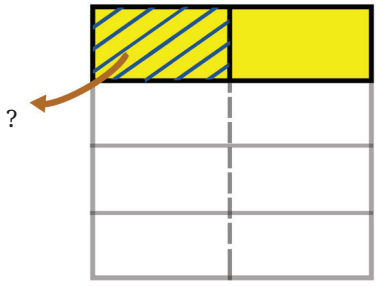
"మొత్తం" గా యూనిట్ స్క్వేర్



$\frac{1}{4}$ మొత్తం

ఇప్పుడు మనం $\frac{1}{4}$ ను 2 సమ భాగాలుగా విభజిస్తాము మనకు ఏమి లభిస్తుంది ?

మొత్తంలో ఎంత భాగం (రంగు) షేడ్ చేయబడింది?



$\frac{1}{4}$ ను 2 సమభాగాలుగా విభజించబడింది

మొత్తం ను 8 సమభాగాలుగా విభజించడంవలన మరియు ఒక భాగానికి రంగు/షేడ్ చేయబడింది అని మనం చెప్పవచ్చును కాబట్టి తాబేలు అర్ధగంటలో ప్రయాణించిన దూరం $\frac{1}{8}$ km.

$\frac{1}{2} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{8}$. అని ఇది తెలుపుతుంది /సూచిస్తుంది.

? తాబేలు వేగంగా నడిచే 1 గంటలో $\frac{2}{5}$ km ప్రయాణిస్తే $\frac{3}{4}$ గంటలలో ఎంత దూరం నడవగలదు ?

ప్రయాణించిన దూరం = $\frac{3}{4} \times \frac{2}{5}$.

గుణలబ్ధాన్ని కనిపెట్టడం :

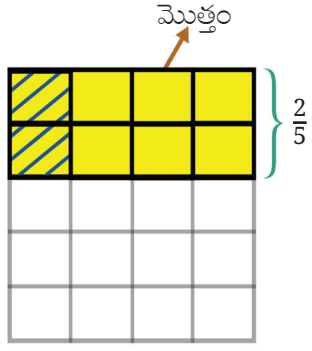
(i) మొదలు $\frac{1}{4}$ గంటలో ప్రయాణించిన దూరం ను కనిపెట్టండి.

(ii) $\frac{3}{4}$ గంటలో ప్రయాణించిన దూరాన్ని పొందుటకు, వచ్చిన ఫలితాంశాన్ని 3 తో గుణించండి.

(iii) $\frac{1}{4}$ గంటలో ప్రయాణించిన దూరం km లలో

= $\frac{2}{5}$ ను 4 సమభాగాలుగా విభజించడంవలన లభించే ప్రమాణం.

యూనిట్‌స్క్వేర్ (యూనిట్ చతురస్రాన్ని) ను మొత్తంగా తీసుకొంటే, షేడ్ చేయబడిన భాగం (చిత్రం 8.1) $\frac{2}{5}$ ను 4 సమాన భాగాలుగా విభజించినపుడు లభించే ప్రదేశం/ప్రాంతం.



చిత్రం 8.1

ఇది మొత్తంలో ఎంత భాగం?

మొత్తం 5 అడ్డ వరుసలు

మరియు 4 నిలువ వరుసలుగా విభజించబడింది.

$5 \times 4 = 20$ సమాన భాగాలను సృష్టించింది.

ఈ షేడ్ చేయబడిన భాగాల సంఖ్య = 2 కాబట్టి

$\frac{1}{4}$ గంటలో ప్రయాణించిన దూరం = $\frac{2}{20}$

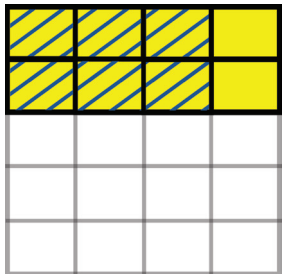
© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

(ii) ఇప్పుడు మనం $\frac{2}{20}$ ను 3 తో

గుణించాలి $\frac{3}{4}$ గంటలో ప్రయాణించిన దూరం = $3 \times \frac{2}{20}$

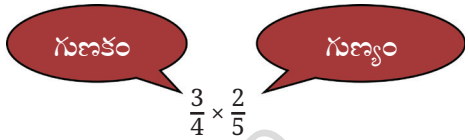
$= \frac{6}{20}$.

కాబట్టి, $\frac{3}{4} \times \frac{2}{5} = \frac{6}{20} = \frac{3}{10}$.



చర్చ

ఒక భిన్నాన్ని మరొక భిన్నంతో గుణించే సందర్భంలో, మనం ఒక భిన్నాన్ని పూర్ణ సంఖ్యతో గుణించినపుడు ఉపయోగించిన పద్ధతిని పోలిన పద్ధతిని అనుసరిస్తాము. మనం ఈ కింది విధంగా గుణిస్తాము



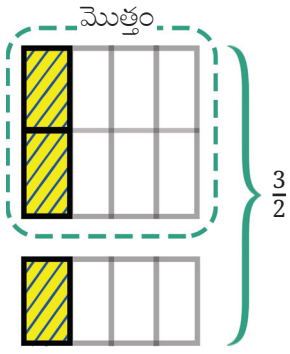
$\frac{3}{4}$ $\frac{2}{5} \div 4 = \frac{3}{20}$ గుణ్యాన్ని 4తో భాగించండి.

$\frac{3}{4}$ $3 \times \frac{3}{20} = \frac{6}{20}$ = గుణ్యాన్ని 6తో భాగించండి.

ఈ అవగాహనను ఉపయోగించి, $\frac{5}{4} \times \frac{3}{2}$ గుణించండి.



ముందుగా, యూనిట్ చతురస్రాన్ని మొత్తంగా తీసుకుంటూ మనం $\frac{3}{2}$, ను ప్రాతినిధ్యం వహిస్తాము. భిన్నం $\frac{3}{2}$ ఒక మొత్తం మరియు అర్ధం అయినందువల్లదానిని ఈ క్రింది విధంగా చూడవచ్చు:



చిత్రం 8.2

గుణకారం యొక్క దశలను అనుసరించి, మనం మొదటి ఈ $\frac{3}{2}$ భిన్నాన్ని 4 సమాన భాగాలుగా విభజించాలి. చిత్రం 8.2 లో చూపిన విధంగా పసుపు రంగులో ఉన్న ప్రాంతం భిన్నం $\frac{3}{2}$ ను 4 సమాన భాగాలుగా విభజించడం ద్వారా పొందిన భిన్నాన్ని సూచిస్తుంది. దాని విలువ ఎంత?

మొత్తం 2 వరుసలు మరియు 4 నిలువు

వరుసలుగా విభజించబడి,

$2 \times 4 = 8$ సమాన భాగాలుగా సృష్టించబడిందని మనం చూస్తాము.

షేడ్ చేయబడిన భాగాల సంఖ్య = 3

కాబట్టి పసుపు రంగులో ఉన్న భాగం = $\frac{3}{8}$

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

ఇప్పుడు, తదుపరి దశ ఈ ఫలితాన్ని 5 తో గుణించడం జరిగింది. ఇది $\frac{5}{4}$ మరియు $\frac{3}{2}$ వీటి గుణలబ్ధాన్ని ఇస్తుంది.

$$\frac{5}{4} \times \frac{3}{2} = 5 \times \frac{3}{8} = \frac{15}{8}.$$

దీర్ఘచతురస్రం యొక్క వైశాల్యం మరియు భిన్నం గుణకారం మధ్య సంబంధం

చిత్రం 8.3 లో, షేడ్ చేయబడిన దీర్ఘచతురస్రం యొక్క పొడవు మరియు వెడల్పు ఎంత? మనం యూనిట్ చతురస్రంతో (భుజం 1 ప్రమాణంగల) నుండి ప్రారంభించి నప్పటి నుండి, పొడవు మరియు వెడల్పులు $\frac{1}{2}$ యూనిట్ మరియు $\frac{1}{4}$ యూనిట్లు.



చిత్రం 8.1

ఈ దీర్ఘచతురస్రం యొక్క వైశాల్యం ఎంత? అటువంటి 8 దీర్ఘచతురస్రాలు వైశాల్యం యొక్క వర్గానికి 1 చదరపు యూనిట్ అని మనం చూస్తాము. కాబట్టి, ప్రతి దీర్ఘచతురస్రం యొక్క వైశాల్యం $\frac{1}{8}$ చదరపు యూనిట్లు.

? వైశాల్యం మరియు పొడవు మరియు వెడల్పుల గుణ లబ్ధం మధ్య మీకు ఏదైనా సంబంధం కనిపించిందా?

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

భిన్న భుజాలు కలిగిన దీర్ఘచతురస్రం యొక్క వైశాల్యం దాని భుజాల గుణలబ్ధానికి సమానంగా వుంటుంది.

సాధారణంగా, మనం రెండు భిన్నాల లబ్ధాన్ని కనుగొనాలనుకుంటే, రెండు భిన్నాలను భుజాలుగా చేసుకుని ఏర్పడిన దీర్ఘచతురస్రం యొక్క వైశాల్యాన్ని కనుగొనవచ్చు.

? **వీటిని కనుగొనండి**

1. కింది గుణలబ్ధాలను కనుగొనండి. భిన్నాలను సూచించడానికి మొత్తంగా యూనిట్ స్క్వేర్ను ఉపయోగించండి:

   (a) $\frac{1}{3} \times \frac{1}{5}$

   (b) $\frac{1}{4} \times \frac{1}{3}$

   (c) $\frac{1}{5} \times \frac{1}{2}$

   (d) $\frac{1}{6} \times \frac{1}{5}$

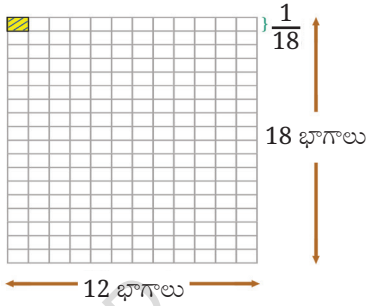
   ఇప్పుడు, కనుగొనండి $\frac{1}{12} \times \frac{1}{18}$.

యూనిట్ స్క్వేర్ ఉపయోగించి భిన్నాలను సూచించడం కష్టం. పైన పేర్కొన్న సందర్భాలలో మనం ఏమి చేసామో గమనించడం ద్వారా గుణ లబ్ధాన్ని కనుగొందాం.

ప్రతి సందర్భంలో, మొత్తం అడ్డ వరుసలు మరియు నిలువు వరుసలుగా విభజించబడింది.

అడ్డ వరుసల సంఖ్య గుణకారం యొక్క హారం, ఈ సందర్భంలో ఇది 18 అయింది.

నిలువు వరుసల సంఖ్య గుణకం యొక్క హారం, ఈ సందర్భంలో ఇది 12 అయింది.



అందువలన మొత్త 18×12 సమాన భాగాలుగా విభజించబడింది.

కాబట్టి, $\frac{1}{18} \times \frac{1}{12} = \frac{1}{(18\times12)} = \frac{1}{216}$.

అందువలన, రెండు భిన్నభాగాలను గుణించినప్పుడు, వాటి గుణలబ్ధం

$$\frac{1}{\text{(హారంల గుణలబ్ధం)}}$$

మనం దీనిని ఈ విధంగా వ్యక్తపరుస్తాము .

$$\frac{1}{b} \times \frac{1}{d} = \frac{1}{(b \times d)}.$$

2. కింది గుణలబ్ధాలను కనుగొనండి. భిన్నాలను సూచించడానికి మరియు కార్యకలాపాలను నిర్వహించడానికి మొత్తం యూనిట్ చతురస్రాన్ని ఉపయోగించండి.

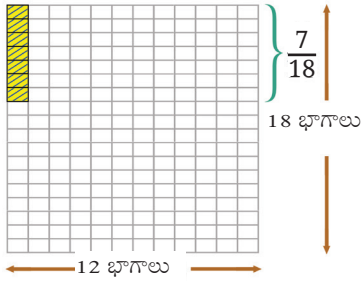
(a) $\frac{2}{3} \times \frac{4}{5}$ (b) $\frac{1}{4} \times \frac{2}{3}$

(c) $\frac{3}{5} \times \frac{1}{2}$ (d) $\frac{4}{6} \times \frac{3}{5}$

లవం మరియు హారాలను గుణించడం

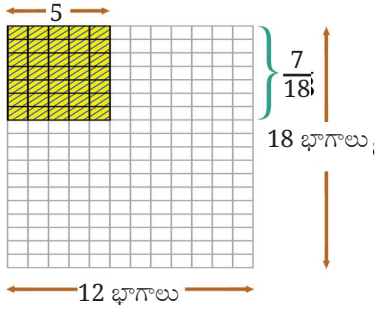
ఇప్పుడు, కనుగొనండి $\frac{5}{12} \times \frac{7}{18}$.

ముసుపటి సందర్భంలో లాగానే, గుణకారాన్ని దశలవారీగా నిర్వహించడం ద్వారా గుణలబ్ధాన్ని కనుగొందాం. ముందుగా, మొత్తాన్ని 18 అడ్డ వరుసలుగా మరియు 12 నిలువు వరుసలుగా విభజించి 12×18 సమాన భాగాలను సృష్టిస్తాము. 18 అడ్డ వరుసలు మరియు 12 నిలువవ రుసలను విభాగించండి.



$\frac{7}{18}$ ని 12 సమాన భాగాలుగా చేసినపుడు మనకు లభించే విలువ $\frac{7}{(12 \times 18)}$

© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED



తరువాత, గుణలబ్ధాన్ని పొందుటకు ఈ ఫలితాంశాన్ని 5 లో గుణిస్తాము. అది $\frac{(5 \times 7)}{(12 \times 18)}$

కాబట్టి, $\frac{5}{12} \times \frac{7}{8} = \frac{(5 \times 7)}{(12 \times 18)} = \frac{35}{216}$.

దీనినుండి, సాధారణంగా

$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{(a \times c)}{(b \times d)}$ అని తెలుసుకోవచ్చు.

ఈ సూత్రాన్ని మొదట బ్రహ్మగుప్తుడు క్రీ.శ. 628 లో తన బ్రహ్మస్ఫుటసిద్ధాంతంలో ఈ సాధారణ రూపంలో పేర్కొన్నాడు. పైన పేర్కొన్న సూత్రం గుణకం లేదా గుణ్యం అయినప్పుడు కూడా పనిచేస్తుంది. మనం పూర్ణ సంఖ్యను హారం 1 భిన్నం వలె ని పొందియున్న సరళంగా తిరిగి వ్రాయవచ్చు. ఉదాహరణకు,

$3 \times \frac{3}{4}$ ని $\frac{3}{1} \times \frac{3}{4}$ అని రాయవచ్చు.

$= \frac{3 \times 3}{1 \times 4} = \frac{9}{4}$.

మరియు

$\frac{3}{5} \times 4$ ను $\frac{3}{5} \times \frac{4}{1}$ అని రాయవచ్చు.

$= \frac{3 \times 4}{5 \times 1} = \frac{12}{5}$.

భిన్నాల గుణకారం – సరళరూపానికి సూక్ష్మీకరించడం (అత్యల్ప రూపానికి సరళీకరించడం).

? కింది భిన్నాలను గుణించి, లబ్ధాన్ని దాని అత్యల్ప రూపంలో వ్యక్తపరచండి:

$$\frac{12}{7} \times \frac{5}{24}$$

ముందుగా లవం (12 మరియు 5) మరియు హారం (7 మరియు 24) లను గుణించి, తరువాత సరళీకరించడానికి బదులుగా, మనం ఈ క్రింది వాటిని చేయవచ్చు:

$$\frac{12}{7} \times \frac{5}{24} = \frac{\textcircled{12} \times 5}{7 \times \textcircled{24}}$$

వృత్తంలో ఉన్న రెండు సంఖ్యలకు 12 ఉమ్మడి కారకం (కారణాంకం) ఉందని మనం గమనించవచ్చు. లవం మరియు హారంను ఉమ్మడి కారకంతో భాగించినప్పుడు భిన్నం అలాగే ఉంటుందని మనకు తెలుసు. ఈ

NOT TO BE REPUBLISHED @KSBS

సందర్భంలో, మనం వాటిని 12తో భాగించవచ్చు.

$$\frac{\overset{1}{\cancel{12} \times 5}}{7 \times \underset{2}{\cancel{24}}} \times \frac{1 \times 5}{7 \times 2} = \frac{5}{14}$$

మరొక గుణకారం చేయడానికి అదే పద్ధతిని ఉపయోగిస్తాము.

$$\frac{14}{15} \times \frac{25}{42}$$

$$\frac{\overset{1}{\cancel{14}} \times \overset{5}{\cancel{25}}}{\underset{3}{\cancel{15}} \times \underset{3}{\cancel{42}}} = \frac{1 \times 5}{3 \times 3} = \frac{5}{9}$$

భిన్నాలను గుణించేటప్పుడు, మనం మొదట లవం మరియు హారంలను వాటి సాధారణ కారకాలతో భాగించి, తరువాత లవం మరియు హారంలను గుణించవచ్చు. దీనిని సాధారణ కారకాలను రద్దు చేయడం అంటారు.

ఒక చిటికెడు చరిత్ర

భారతదేశంలో, ఒక భిన్నాన్ని దాని అత్యల్ప పదాలకు తగ్గించే ప్రక్రియ – అపవర్తన అని పిలుస్తారు ఇది ఎంత ప్రసిద్ధి చెందిందంటే, గణితేతర రచనలలో కూడా దీని ప్రస్తావన కనిపిస్తుంది. జైన పండితురాలు ఉమాస్వతి (సుమారుగా 150 క్రీ.శ) దీనిని ఒక తాత్విక రచనలో (తత్వ శాస్త్రగ్రంథం) ఉపమానంగా ఉపయోగించారు.

వీటిని కనుగొనండి

1. ఒక నీటి తొట్టిని ఒక కుళాయి నుండి నింపుతారు. కుళాయి 1 గంటసేపు తెరిచి ఉంటే, తొట్టిలో $\frac{7}{10}$ భాగం నిండిపోతుంది. కుళాయి తెరిచి ఉంటే తొట్టిలో ఎంత భాగం నిండి ఉంటుంది?

   (a) $\frac{1}{3}$ గంట _____

   (b) $\frac{2}{3}$ గంట _____

   (c) $\frac{3}{4}$ గంట _____

   (d) $\frac{7}{10}$ గంట _____

   (e) ట్యాంక్ పూర్తిగా నిండాలంటే ఎంతసేపు కుళాయి తెరచివుండాలి?



2. ప్రభుత్వం రోడ్డు నిర్మించడానికి సోము భూమిని $\frac{1}{6}$ భాగాన్ని తీసుకుంది. ఇప్పుడు సోము వద్ద ఉన్న భూమిలో ఎంత భాగం మిగిలి ఉంది? ఆమె మిగిలిన భూమి అర్ధ భాగాన్ని తన కుమార్తె కృష్ణకు మరికొంత $\frac{1}{3}$

© KEBS NOT TO BE REPUBLISHED

భాగాన్ని ఆమె కుమారుడు బోరాకు అప్పగించింది. వారికి వారి వాటాలు ఇచ్చిన తర్వాత, మిగిలిన భూమిని ఆమె తన వద్ద ఉంచుకుంది.

(a) కృష్ణకు అసలు భూమిలో ఎంత భాగం లభించింది?

(b) బోరా అసలు భూమిలో ఎంత భాగాన్ని పొందాడు?

(c) సోము తన కోసం అసలు భూమిలో ఎంత భాగాన్ని ఉంచుకుంది?

3. 33 అడుగులు మరియు 9 అడుగులు భుజాలు కలిగిన దీర్ఘచతురస్రం యొక్క వైశాల్యాన్ని కనుగొనండి.

4. త్సేవాంగ్ తన తోటలో వరుసగా నాలుగు మొక్కలను నాటాడు. రెండు మొక్కల మధ్య దూరం $\frac{3}{4}$ m మొదటి మరియు చివరి మొక్కల మధ్య దూరాన్ని కనుగొనండి. (సూచన: రెండు మొక్కల మధ్య దూరం $\frac{3}{4}$ m వున్నట్లు నాలుగు మొక్కల రఫ్ చిత్రాన్ని గీయండి)

5. ఏది బరువైనది: 500 గ్రాములలో $\frac{12}{15}$ లేదా 500, 4 kg యొక్క $\frac{3}{20}$?

గుణించిన సంఖ్యల కంటే గుణలబ్ధం ఎల్లప్పుడూ ఎక్కువగా ఉంటుందా?

ఒక సంఖ్యను 1 తో గుణించినప్పుడు, గుణలబ్ధం మారదని మనకు తెలుసు కాబట్టి, రెండూ 1 కాని సంఖ్యల జతలను గుణించడం గురించి మనం పరిశీలిస్తాము.

మనం 1 కంటే పెద్ద రెండు లెక్కింపు సంఖ్యలను గుణించినప్పుడు, 3 మరియు 5 అనుకుందాం, గుణించబడిన రెండు సంఖ్యల కంటే గుణలబ్ధం ఎక్కువగా వుంటుంది.

$$3 \times 5 = 15$$

గుణలబ్ధం, 15, 3 మరియు 5 రెండింటి కంటే పెద్దది.

కానీ మన్సం $\frac{1}{4}$ మరియు 8 ని గుణించినప్పుడు ఏమి జరుగుతుంది?

$$\frac{1}{4} \times 8 = 2$$

పై గుణకారంలో గుణలబ్ధ 02, $\frac{1}{4}$, కంటే పెద్దది. అయితే 8 కంటే చిన్నదిగా ఉంది.

మనం $\frac{3}{4}$ మరియు $\frac{2}{5}$గుణించినప్పుడు ఏమి జరుగుతుంది?

$$\frac{3}{4} \times \frac{2}{5} = \frac{6}{20}$$

ఈ గుణలబ్ధం $\frac{6}{20}$ ని సంఖ్యలు $\frac{3}{4}$ మరియు $\frac{2}{5}$లతో పోల్చి చూద్దాం. దీనికోసం $\frac{3}{4}$ ను $\frac{15}{20}$ మరియు $\frac{2}{5}$ ను $\frac{8}{20}$ అని వ్యక్తపరుస్తాం.

© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

దీని నుండి మనం రెండు సంఖ్యల కంటే గుణలబ్ధం తక్కువ అని చూడవచ్చు.

రెండు సంఖ్యలను గుణించిన దాని కంటే లబ్ధం ఎప్పుడు ఎక్కువ అని మీరు అనుకుంటున్నారు, ఎప్పుడు రెండు సంఖ్యల మధ్య ఉంటుంది మరియు ఎప్పుడు రెండింటి కంటే చిన్నదిగా ఉంటుంది?

(సూచన: గుణించబడిన సంఖ్యలకు మరియు గుణలబ్ధానికి మధ్య సంబంధం అవి 0 మరియు 1 మధ్య ఉన్నాయా లేదా 1 కంటే పెద్దవా అనే దానిపై ఆధారపడి ఉంటుంది. వేర్వేరు జతల సంఖ్యలను తీసుకొని వాటి లబ్ధాన్ని గమనించండి. ప్రతి గుణకారానికి, ఈ క్రింది ప్రశ్నలను పరిగణించండి.)

సందర్భం	గుణకారం	సంబంధం
సందర్భం–1	రెండు సంఖ్యలు 1 కంటే పెద్దవి గావుంటుంది. (ఉదా $\frac{4}{3} \times 4$)	గుణ లబ్ధం ($\frac{16}{3}$) రెండు సంఖ్యల కంటే పెద్దవి గా వుంటుంది.
సందర్భం–2	రెండు సంఖ్యలు 0 మరియు 1 మధ్య ఉన్నాయి. (ఉదా : $\frac{3}{4} \times \frac{2}{5}$)	గుణ లబ్ధం ($\frac{3}{10}$) రెండు సంఖ్యల కంటే చిన్నది.
సందర్భం–3	ఒక సంఖ్య 0 మరియు 1 ల మధ్య ఉంది మరియు ఒక సంఖ్య 1 కంటే పెద్దది. (ఉదా : $\frac{3}{4} \times 5$)	గుణ లబ్ధం ($\frac{15}{4}$) సంఖ్య కంటే చిన్నదిగా 1 కంటే పెద్దదిగా వుంటుంది మరియు 0 మరియు 1 మధ్య ఉన్న సంఖ్య కంటే పెద్దదిగా వుంటుంది.

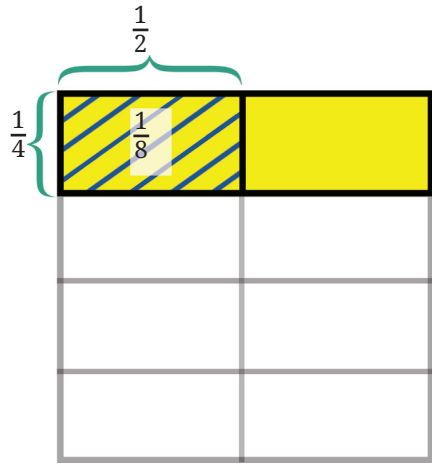
©KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

ప్రతి సందర్భానికి (పరిస్థితికి) ఇలాంటి మరిన్ని ఉదాహరణలను సృష్టించండి మరియు గుణించబడుతున్న సంఖ్యలకు మరియు గుణలబ్ధానికి మధ్య సంబంధాన్ని గమనించండి.

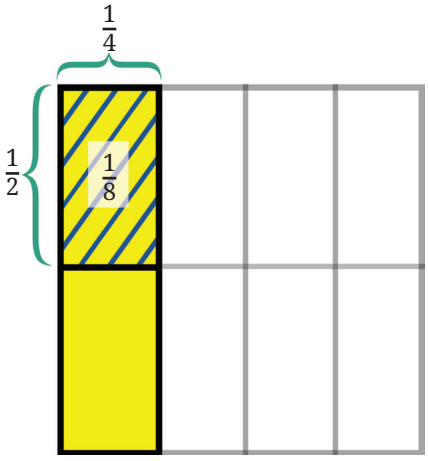
? గుణించిన సంఖ్యలకు మరియు గుణలబ్ధానికి మధ్య సంబంధం గురించి మీరు ఏమి తేల్చగలరు? ఖాళీలను పూరించండి:

- గణించబడుతున్న సంఖ్యలలో ఒక సంఖ్య 0 మరియు 1 మధ్య ఉన్నప్పుడు, గుణలబ్ధం మరొక సంఖ్య కంటే _____ (ఎక్కువ/తక్కువ) అయివుంటుంది.
- గుణించబడుతున్న సంఖ్యలలో ఒక సంఖ్య 1 కంటే పెద్దది అయినప్పుడు, ఆ సంఖ్య యొక్క గుణలబ్ధం మరొక సంఖ్య కంటే _____ (ఎక్కువ/తక్కువ) అవుతుంది.

గుణకారం యొక్క క్రమం



$\frac{1}{2} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{8}$ అని మనం తెలుసుకున్నాం.



ఇప్పుడు, $\frac{1}{4} \times \frac{1}{2}$ అంటే ఎంత ?

అది కూడా $\frac{1}{8}$ అయింది.

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

సాధారణంగా, పొడవు మరియు వెడల్పు పరస్పరం మార్చుకున్నప్పటికీ దీర్ఘచతురస్రం యొక్క వైశాల్యం అలాగే ఉంటుందని గమనించండి.

గుణకార క్రమం ముఖ్యం కాదు. అందువలన,

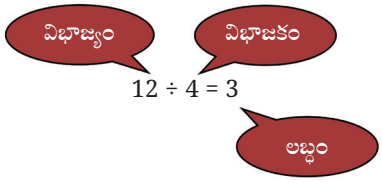
$$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{c}{d} \times \frac{a}{b}.$$

భిన్నాలను గుణించడానికి బ్రహ్మగుప్తుని సూత్రం నుండి కూడా దీనిని చూడవచ్చు.

8.2 భిన్నాల భాగా హారం

$12 \div 4$ అంటే ఎంత? మీకు ఇది ఇప్పటికే తెలుసు.
కానీ ఈ సమస్యను గుణకార సమస్యగా తిరిగి చెప్పవచ్చా?
12 లభించాలంటే 4తో దీనిని గుణించాలి? అది

$$4 \times ? = 12$$



భిన్నాలను విభజించడానికి భాగహారాన్ని గుణకార సమస్యలుగా మార్చే ఈ సాంకేతికతను మనం ఉపయోగించవచ్చు.

$1 \div \frac{2}{3}$ అంటే ఏమిటి?

దీనిని గుణకార సమస్యగా తిరిగి రాద్దాం.

$$\frac{2}{3} \times ? = 1$$

గుణలబ్ధం 1 ని పొందడానికి $\frac{2}{3}$ ను దేనితో గుణించాలి?

మనం ఏదో విధంగా 2 మరియు 3 లను రద్దు చేస్తే, మనకు 1 మిగిలి ఉంటుంది.

$\frac{\cancel{2}}{\cancel{3}} \times \boxed{\frac{\cancel{3}}{\cancel{2}}} = 1$

సమాధానం

కాబట్టి,

$$1 \div \frac{2}{3} = \frac{3}{2}.$$

మనం మరొక సమస్యను ప్రయత్నిద్దాం : ఇది

$$3 \div \frac{2}{3}.$$

పై లాగా ఒకటే

$$\frac{2}{3} \times ? = 3.$$

మీరు సమాధానం కనుగొనగలరా?

1 ను పొందడానికి $\frac{2}{3}$ ను దేనితో గుణించాలో మనకు తెలుసు మనం 3ను పొందడానికి దానిని 3 తో గుణించాలి. కాబట్టి,

$\frac{\cancel{2}}{\cancel{3}} \times \boxed{\frac{\cancel{3}}{\cancel{2}} \times 3} = 3$

సమాధానం

కాబట్టి,

$$3 \div \frac{2}{3} = \frac{3}{2} \times 3 = \frac{9}{2}.$$

$\frac{1}{5} \div \frac{1}{2}$ అంటే ఎంత?

దీనిని గుణకార సమస్యగా తిరిగి రాస్తే, మనకు

$$\frac{1}{2} \times ? = \frac{1}{5}.$$

@KTDS NOT TO BE REPUBLISHED

దీన్ని మనం ఎట పరిష్కరిస్తాము?

$$\frac{1}{2} \times \boxed{2 \times \frac{1}{5}} = \frac{1}{5}$$

సమాధానం

కాబట్టి,

$$\frac{1}{5} \div \frac{1}{2} = 2 \times \frac{1}{5} = \frac{2}{5}.$$

$\frac{2}{3} \div \frac{3}{5}$ అంటే ఎంత?

దీనిని గుణకారంగా తిరిగి రాస్తే మనకు

$$\frac{3}{5} \times ? = \frac{2}{3}.$$

మనం దీన్ని ఎలా సాధిస్తాం ?

$$\frac{3}{5} \times \boxed{\frac{5}{3} \times \frac{2}{3}} = \frac{2}{3}$$

సమాధానం

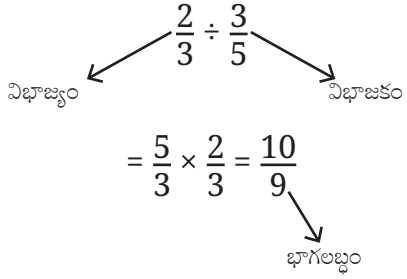
కాబట్టి,

$$\frac{2}{3} \div \frac{3}{5} = \frac{5}{3} \times \frac{2}{3} = \frac{10}{9}.$$

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

చర్చ

పైన ఉన్న ప్రతి భాగహార సమస్యలో, మనం సమాధానం ఎలా కనుగొన్నామో గమనించండి. రెండు భిన్నాలను ఎలా విభజించాలో చెప్పే నియమాన్ని మనం రూపొందించగలమా? ముందుపటి సమస్యను పరిశీలిద్దాం.



ప్రతి భాగహార సమస్యలో మనకు ఒక విభాజ్యం, విభాజకం మరియు భాగంబ్ధం ఉంటాయి భాగలబ్ధాని పొందడానికి మనం ఉపయోగిస్తున్న సాంకేతికత:

1. ముందుగా, భాజకంతో గుణించినప్పుడు 1 వచ్చే సంఖ్యను కనుగొనండి. ఫలిత సంఖ్య భిన్నం అని, దాని లవం భాజకం యొక్క హారం మరియు హారం భాజకం యొక్క లవం అని మనం చూస్తాము.

   భాజకం $\frac{3}{5}$ కు భిన్నం $\frac{5}{3}$, $\frac{5}{3}$ ను $\frac{3}{5}$ **విలోమం** అని పిలుస్తారు. మనం ఒక భిన్నాన్ని దాని విలోమంతో గుణించినప్పుడు, మనకు 1 వస్తుంది. కాబట్టి, మన సాంకేతికతలో మొదటి దశ భాజకం యొక్క విలోమాన్ని కనుగొనడం.

2. తరువాత భాగలబ్ధంను పొందడానికి మనం విభాజ్యాన్ని భాజకం యొక్క విలోమంతో గుణిస్తాము.

సంక్షిప్తంగా రెండు భిన్నాలను భాగించడానికి :

- భాజకం యొక్క విలోమ సంఖ్యను కనుగొనండి.
- భాగలబ్ధం పొందడానికి దీనిని విభాజ్యంతో గుణించండి.

$$\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{d}{c} \times \frac{a}{b} = \frac{d \times a}{c \times b}.$$

దీనిని ఇలా తిరిగి వ్రాయవచ్చు :

$$\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c} = \frac{a \times d}{b \times c}.$$

మీరు ఇంతకు ముందు నేర్చుకున్న భిన్నాల కూడిక, తీసివేత మరియు గుణకారానికి సంబంధించిన పద్ధతులు మరియు సూత్రాల మాదిరిగానే, భిన్నాల విభజనకు సంబంధించిన ఈ పద్ధతి మరియు సూత్రాన్ని, ఈ సాధారణ రూపంలో, మొదట బ్రహ్మగుప్తుడు తన బ్రహ్మస్ఫుటసిద్ధాంతంలో (క్రి.శ.628) స్పష్టంగా చెప్పాడు.

కాబట్టి, ఉదాహరణకు, $\frac{2}{3} \div \frac{3}{5}$ పైన ఉన్న బ్రహ్మగుప్త సూత్రాన్ని ఉపయోగించి మూల్యాంకనం చేయడానికి, మనం ఇలా వ్రాస్తాము:

$$\frac{2}{3} \div \frac{3}{5} = \frac{2}{3} \times \frac{5}{3} = \frac{2 \times 5}{3 \times 3} = \frac{10}{9}.$$

©KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

విభాజ్యం, విభాజకం మరియు భాగలబ్ధం

మనం రెండు పూర్ణ సంఖ్యలను భాగించినప్పుడు, $6 \div 3$ అనుకుందాం, మనకు భాగలబ్ధం బణం 2 వస్తుంది ఇక్కడ భాగహార గుణకం (భాగలబ్ధం) విభాజానికి (డివిడెండ్) కంటే తక్కువగా ఉంటుంది.

$$6 \div 3 = 2,\ 2 < 6$$

కానీ మనం 6ని $\frac{1}{4}$ తో భాగిస్తే ఏమి జరుగుతుంది!

$$6 \div \frac{1}{4} = 24.$$

ఇక్కడ భాగలబ్ధం, భాజకం (డివిడెండ్) కంటే పెద్దది!

మనం భాగించినప్పుడు ఏమి జరుగుతుంది? $\frac{1}{8}$ ని $\frac{1}{4}$ లో భాగించినప్పుడు ఏమి జరుగుతుంది?

$$\frac{1}{8} \div \frac{1}{4} = \frac{1}{2}.$$

ఇక్కడ కూడా భాగలబ్ధం విభాజ్యకం కంటే పెద్దదిగా ఉంటుంది.

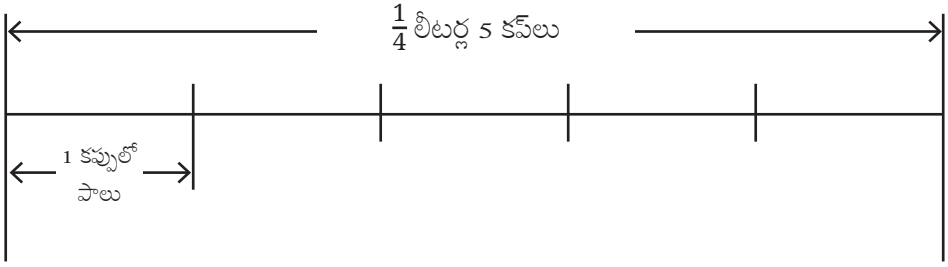
ఎప్పుడు భాగలబ్ధం విభాజ్యం (డివిడెండ్) కంటే తక్కువగా ఉంటుంది మరియు ఎప్పుడు అది విభాజ్యం (డివిడెండ్) కంటే ఎక్కువగా ఉంటుంది అని మీరు అనుకుంటున్నారు?

భాజకం మరియు భాగలబ్ధం మధ్య ఇలాంటి సంబంధం ఉందా?

పై ప్రశ్నలకు సమాధానమివ్వడానికి గుణకారంలో అటువంటి సంబంధాల గురించి మీకున్న అవగాహనను ఉపయోగించండి.

8.3 భిన్నాలతో కూడిన కొన్ని సమస్యలు

ఉదాహరణ 3 : లీనా 5 కప్పుల టీ తయారు చేసింది. దీని కోసం ఆమె $\frac{1}{4}$ లీటరు పాలు ఉపయోగించింది. ప్రతి కప్పు టీలో ఎంత పాలు ఉన్నాయి?



లీనా 5 కప్పుల టీ చేయడానికి $\frac{1}{4}$ లీటర్ పాలు ఉపయోగించింది. కాబట్టి, 1 కప్పు టీలో పాల పరిమాణం ఇలా ఉండాలి:

$$\frac{1}{4} \div 5.$$

దీనిని గుణకారంగా రాసినపుడు

$$5 \times (\text{పాలు ప్రతి కప్పుకు}) = \frac{1}{4}.$$

బ్రహ్మగుప్త పద్ధతి ప్రకారం మనం భాగహారంను కింది విధంగా చేయవచ్చు.

5 (భాజకం) యొక్క విలోమం $\frac{1}{5}$ ఈ విలోమాన్ని విభాజకంతో గుణిస్తే

ఈ విలోమాన్ని విభాజకంతో గుణిస్తే

$$\frac{1}{5} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{20} \text{ లభిస్తుంది.}$$

కావున ప్రతి కప్పు టీలో $\frac{1}{20}$ లీటర్ల పాలుపుంటుంది .

ఉదాహరణ 4 : యూనిట్ కాని భిన్నాలతో పనిచేయడానికి కొన్ని పురాతన ఉదాహరణలు మానవాళి యొక్క పురాతన జ్యామితి గ్రంథాలు అయిన శుల్బసూత్రంలో కనిపిస్తాయి. బౌధాయనుడి శుల్బసూత్రం (సుమారుగా, క్రి.పూ. 800) నుండి ఒక ఉదాహరణ ఇక్కడ ఉంది.

$7\frac{1}{2}$ చదరపు యూనిట్ల వైశాల్యాన్ని చదరపు ఇటుకలతో కప్పండి. దాని భుజాలు యూనిట్లుగా $\frac{1}{5}$ ఉండాలి.

అలాంటి చదరపు ఇటుకలు ఎన్ని అవసరం?

ప్రతి చదరపు ఇటుక వైశాల్యం $\frac{1}{5} \times \frac{1}{5} = \frac{1}{25}$ చదరపు యూనిట్లు ఉంటుంది.

కవర్ చేయవలసిన మొత్తం వైశాల్యం $7\frac{1}{2}$ చదరపు యూనిట్లు = $\frac{15}{2}$ చదరపు యూనిట్‌లు

(ఇటుకల సంఖ్య) × (ఒక ఇటుక వైశాల్యం) = మొత్తం వైశాల్యం

$$\text{ఇటుకల సంఖ్య} = \frac{15}{2} \div \frac{1}{25}$$

@KIBS NOT TO BE REPUBLISHED

భాజకం యొక్క విలోమం 25.

విలోమాన్ని విభాజకంలో (డివిడెండ్) తో గుణిస్తే,

$$25 \times \frac{25}{2} = \frac{25 \times 15}{2} = \frac{375}{2}$$ మనకు లభిస్తుంది.

ఉదాహరణ 5: ఈ సమస్యను చతుర్వేద పృథ్యూదకస్వామి (c. 860 క్రీ.శ.) బ్రహ్మగుప్తుని బ్రహ్మస్ఫుటసిద్ధాంతం అనే పుస్తకానికి తన వ్యాఖ్యానంలో తెలిపారు.

నాలుగు ఫౌంటెన్లు ఒక తొట్టిని నింపుతాయి. మొదటి ఫౌంటెన్ ఒక రోజులో తొట్టిని నింపగలదు. రెండవది సగం రోజులో నింపగలదు. మూడవది పావు రోజులో నింపగలదు. నాల్గవది ఒక రోజులో ఐదవ వంతులో తొట్టిని నింపగలదు. అవన్నీ కలిసి ప్రవహిస్తే, అవి ఎంత సమయంలో తొట్టిని నింపుతాయి?[]

ఈ సమస్యను దశలవారీగా పరిష్కరిద్దాం.

ఒక రోజులో, ఎన్నిసార్లు –

- మొదటి ఫౌంటెన్ తొట్టిని $1 \div 1 = 1$ సార్లు నింపుతుంది .
- రెండవ ఫౌంటెన్ తొట్టిని నింపుతుంది $1 \div \frac{1}{2}$ = _____ సార్లు నింపుతుంది .
- మూడవ ఫౌంటెన్ తొట్టిని $1 \div \frac{1}{4}$= _____ సార్లు నింపుతుంది.
- నాల్గవ ఫౌంటెన్ నీటి తొట్టిని $1 \div \frac{1}{5}$ = _____ సార్లు నింపుతుంది

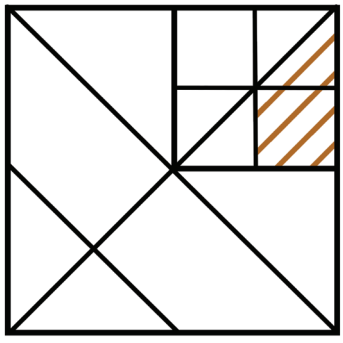
నాలుగు ఫౌంటెన్లు కలిసి ఒక రోజులో ____ + ____ + ____ + ____ = 12 సార్లు నింపుతుంది.

ఈ విధంగా, నాలుగు ఫౌంటెన్లు కలిసి తొట్టిని నింపడానికి పట్టే మొత్తం సమయం $\frac{1}{12}$ రోజులు.

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

భిన్నాల సంబంధాలు

ఇక్కడ ఒక చతురస్రం ఉంది, దాని లోపల కొన్ని గీతలు గీయబడింది.



చిత్రం 8.4

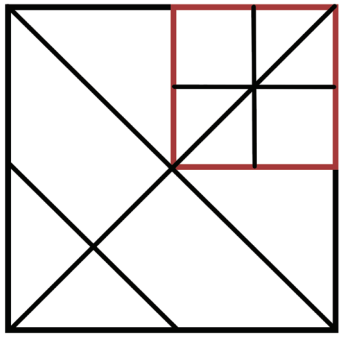
మొత్తం చతురస్రంలో షేడ్ చేసిన (నీడ ఉన్న) ప్రాంతం ఎంత భాగాన్ని ఆక్రమించింది?

గణితపు మాట

ఈ సమస్యను పరిష్కరించడానికి వివిధ మార్గాలు ఉన్నాయి. వాటిలో ఒకటి ఇక్కడ ఉంది:

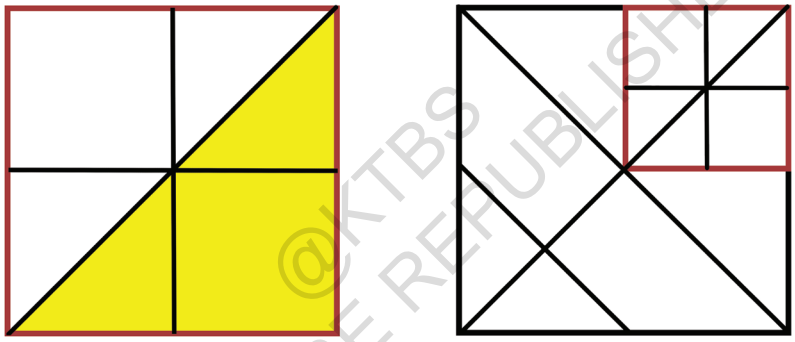
మొత్తం చతురస్రం యొక్క వైశాల్యం 1 చదరపు యూనిట్ అనుకుందాం.

పైన కుడివైపున ఉన్న చతురస్రం (చిత్రం 8.5 లో), మొత్తం చతురస్రం యొక్క $\frac{1}{4}$ భాగం వైశాల్యాన్ని ఆక్రమించిందని మనం చూడవచ్చు.



చిత్రం 8.5

ఎరుపు చదరపు వైశాల్యం = $\frac{1}{4}$ చదరపు యూనిట్లు



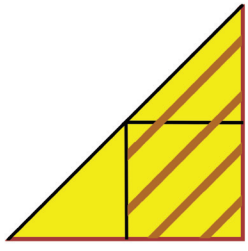
చిత్రం 8.6

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

ఈ ఎరుపు చతురస్రాన్ని చూద్దాం. దాని లోపల ఉన్న త్రిభుజం వైశాల్యం (పసుపు రంగు) ఎరుపు చతురస్రం వైశాల్యంలో సగం. కాబట్టి,

పసుపు త్రిభుజం వైశాల్యం = $\frac{1}{2} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{8}$ చదరపు యూనిట్లు.

ఈ పసుపు త్రిభుజంలో ఏ భిన్నం షేడ్ చేయబడి ఉంది?

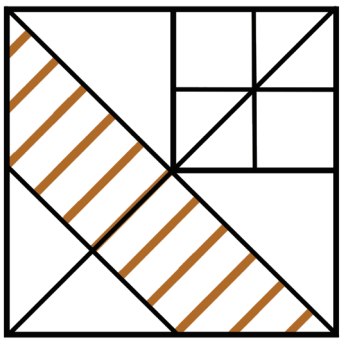


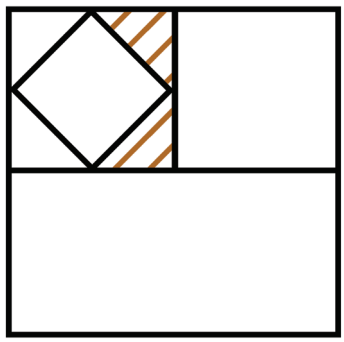
పసుపు త్రిభుజం యొక్క వైశాల్యంలో $\frac{3}{4}$ భాగాన్ని ఆవరించివుంది. ఎందుకు అని మీరు గమనించారా?

షేడెడ్ భాగం యొక్క వైశాల్యం = $\frac{3}{4} \times \frac{1}{8} = \frac{3}{32}$ చదరపు యూనిట్లు.

అందువలన, షేడ్ చేయబడి ఉన్న ప్రాంతం మొత్తం చతురస్రం యొక్క వైశాల్యాన్ని $\frac{3}{32}$ భాగాన్ని ఆవరించివుంది .

? క్రింద ఇవ్వబడిన ప్రతి బొమ్మలో, షేడ్ చేయండి. ఉన్న ప్రాంతం ఆక్రమించివున్న పెద్ద చతురస్రం యొక్క భిన్నాన్ని కనుగొనండి.





ఈ రకమైన మరిన్ని ఆసక్తికరమైన సమస్యలను మనం తరువాతి అధ్యాయంలో పరిష్కరిస్తాము.

నాటకీయ (డ్రమ్మ – టిక్) విరాళం (A Dramma - tic - Donation)

ఈ క్రింది సమస్య క్రి.శ. 1150 లో వ్రాయబడిన భాస్కరాచార్య (భాస్కరా *II*) పుస్తకం లీలావతి నుండి అనువదించబడింది.

ఓ జ్ఞాని! ఒక పిసినారి ఒక బిచ్చగాడికి $\frac{1}{5}$ లలో $\frac{1}{16}$ లలో $\frac{1}{4}$ లలో $\frac{1}{2}$ లలో $\frac{2}{3}$ లలో $\frac{3}{4}$ లలో డ్రమ్మా ఇచ్చాడు. నీకు భిన్నాల గణితం బాగా తెలిస్తే, ఓ బిడ్డా, పిసినారి బిచ్చగాడికి ఎన్ని కౌరీ షెల్స్ ఇచ్చాడో చెప్పు.

ఆ కాలంలో ఉపయోగించిన వెండి నాణెం డ్రమ్మా అని సూచిస్తుంది. 1 డ్రమ్మా 1280 కౌరీ షెల్స్‌కు సమానమని కథ చెబుతుంది. ఆ వ్యక్తి ఇచ్చిన డ్రమ్మాలో ఏ భాగామో చూద్దాం:

$$\text{డ్రమ్మా యొక్క } \left(\frac{1}{2}\times\frac{2}{3}\times\frac{3}{4}\times\frac{1}{5}\times\frac{1}{16}\times\frac{1}{4}\right)\text{వ భాగం.}$$

దీనిని మూల్యాంకనం (లెక్కిస్తే) $\frac{6}{7680}$ లభిస్తుంది.

దాని అత్యల్ప రూపానికి సరళీకరించిన తరువాత, మనకు లభిస్తుంది.

$$\frac{6}{7680} = \frac{1}{1280}.$$

కాబట్టి, ఒక కౌరీ షెల్ ఆ బిచ్చగాడికి ఇవ్వబడింది.

ఆ సమాధానంలో భాస్కరాచార్యుని హాస్యం కనిపిస్తుంది! ఆ పిశుద్ధుడు ఆ బిచ్చ గాడికి అతి తక్కువ విలువ కలిగిన ఒక నాణెం (కౌరి) మాత్రమే ఇచ్చాడు.

12వ శతాబ్దం నాటికి, భారత ఉపఖండంలోని వివిధ రాజ్యాలలో అనేక రకాల నాణేలు వాడుకలో ఉన్నాయి. సాధారణంగా ఉపయోగించేవి బంగారు నాణేలు (దీనార్లు/గద్యానాలు మరియు హునాలు అని పిలుస్తారు), వెండి నాణేలు ((డ్రమ్మాలు/టంకాలు అని పిలుస్తారు), రాగి నాణేలు (కాసులు/పనాలు మరియు మషాకాలు అని పిలుస్తారు) మరియు కౌరీ షెల్లు. ఈ నాణేల మధ్య ఖచ్చితమైన మార్పిడి రేట్లు ప్రాంతం, కాల వ్యవధి, ఆర్థిక పరిస్థితులు, నాణేల బరువులు మరియు వాటి స్వచ్ఛతను బట్టి మారుతూ ఉంటాయి.

బంగారు నాణేలు అధిక విలువను కలిగి ఉండేవి మరియు పెద్ద లావాదేవీలలో మరియు సంపదను నిల్వ చేయడానికి ఉపయోగించబడేవి. వెండి నాణేలు రోజువారీ లావాదేవీలలో ఎక్కువగా ఉపయోగించబడేవి. రాగి నాణేలు తక్కువ విలువను కలిగి ఉండేవి మరియు చిన్న లావాదేవీలలో ఉపయోగించబడేవి. కౌరీ షెల్లు అత్యల్ప విలువ కలిగినవి మరియు చాలా చిన్న లావాదేవీలలో మరియు మార్పిడిగా ఉపయోగించబడేవి.

© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

మనం 1 బంగారు దీనార్=12 వెండి డ్రమ్ములు, 1 వెండి డ్రమ్ము = 4 రాగి పనాలు, 1 రాగి పనా = 6 మషాకాలు, మరియు 1 పనాం = 30 కారీ షెల్స్ అని అనుకుంటే,

$$1 \text{ రాగి పనా} = \frac{1}{48} \text{ బంగారు దినార్} \left(\frac{1}{12} \times \frac{1}{4}\right)$$

1 కౌరీ షెల్ = _____ రాగి పనా

1 కౌరీషెల్ = _____ బంగారు దినార్

ఒక చిటికెడు చరిత్ర : (A Pinch of History)

మీరు చూసినట్లుగా, భిన్నాలు ఒక ముఖ్యమైన రకం సంఖ్య, ఇవి పరిమాణాలను సమానంగా పంచుకోవడం మరియు విభజించడం వంటి వివిధ రోజువారీ సమస్యలలో కీలక పాత్ర పోషిస్తాయి. నేడు మనం ఉపయోగిస్తున్న యూనిట్ కాని భిన్నాల యొక్క సాధారణ భావన – కూడిక, తీసివేత, గుణకారం మరియు భాగహారం యొక్క అంకగణిత కార్యకలాపాలతో అమర్చబడి – భారతదేశంలో ఎక్కువగా అభివృద్ధి చెందింది. శుల్బసూత్ర అని పిలువబడే పురాతన భారతీయ జ్యామితి గ్రంథాలు – ఇవి క్రీస్తుపూర్వం 800 నాటివి మరియు ఆచారాల కోసం అగ్ని బలిపీఠాల నిర్మాణంతో సంబంధం కలిగి ఉన్నాయి –సాధారణ యూనిట్ కాని భిన్నాలను విస్తృతంగా ఉపయోగించాయి. ఉదాహరణ 3 లో మనం చూసినట్లుగా భిన్నాల భాగాహారం నిర్వహించడంతో సహా. పొందియున్నది.

క్రీ. ష. 150 నాటికే భారతదేశ ప్రసిద్ధ సంస్కృతిలో భిన్నాలు సర్వసాధారణంగా మారాయి, గౌరవనీయ జైన పండితురాలు ఉమాస్వతి తాత్విక రచనలో భిన్నాలను అత్యల్ప పదాలకు తగ్గించడం గురించి ఒక యాదృచ్ఛిక సూచన ద్వారా ఇది రుజువు అవుతుంది.

భిన్నాలపై అంకగణిత క్రియలను నిర్వహించడానికి సాధారణ నియమాలను మనం నేడు నిర్వహిస్తున్న ఆధునిక రూపంలో మొదట బ్రహ్మగుప్తుడు క్రి.శ. 628 లో తన బ్రహ్మస్ఫుటసిద్ధాంతంలో క్రోడీకరించాడు. సాధారణ భిన్నాలను జోడించడం మరియు తీసివేయడం కోసం ఆయన పద్ధతులను మనం ఇప్పటికే చూశాము. సాధారణ భిన్నాలను గుణించడం కోసం, బ్రహ్మగుప్తుడు ఇలా వ్రాశాడు:

''రెండు లేదా అంతకంటే ఎక్కువ భిన్నాల గుణకారం, సంఖ్యల లబ్ధాన్ని హారం లబ్ధంతో భాగించినప్పుడు లభిస్తుంది''. (బ్రహ్మస్ఫుటసిద్ధాంతం శ్లోకం 12.1.3)

అంటే, $\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d}$

సాధారణ భిన్నాల భాగాహారం కోసం, బ్రహ్మగుప్తుడు ఇలా వ్రాశాడు:

భిన్నాల భాగహారం అనేది భాగహారం యొక్క లవం మరియు హారం పరస్పరం మార్చుకోవడం ద్వారా నిర్వహించబడుతుంది; అప్పుడు డివిడెండ్ యొక్క లవం (కొత్త) లవం ద్వారా గుణించబడుతుంది మరియు హారం (కొత్త) హారం ద్వారా గుణించబడుతుంది.

క్రీ.శ 1150 లో తన 'లీలావతి' అనే పుస్తకంలో భాస్కర 1150 CE అన్యోన్య భావన పరంగా బ్రహ్మగుప్తుడి ప్రకటనను మరింత స్పష్టం చేశాడు:

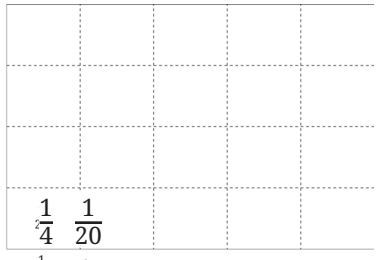
''ఒక భిన్నాన్ని మరొక భిన్నంతో భాగించడం అంటే మొదటి భిన్నాన్ని రెండవ భిన్నంతో గుణించడంతో సమానం''.

@KTRS NOT TO BE REPUBLISHED

(లీలావతి, శ్లోకం 2.3.40) ఈ రెండు శ్లోకాలు సూత్రానికి సమానం :

$$\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c} = \frac{a \times d}{b \times c}$$

భాస్కర 1, ఆర్యభట్టు 499 CE రచనపై తన 629 CE ఆర్యభట్ట్య భాష్య వ్యాఖ్యానంలో, భిన్నాల గుణకారం యొక్క రేఖాగణిత వివరణను (మనం ఇంతకు ముందు చూసినట్లుగా) పొడవు మరియు వెడల్పుతో సమాన విభజనల ద్వారా ఒక చతురస్రాన్ని దీర్ఘచతురస్రాలుగా విభజించడం పరంగా వివరించాడు.



భాస్కర యొక్క దృశ్య వివరణ అది

$\frac{1}{5} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{20}$

భాస్కర II యొక్క దృశ్య వివరణ అధి (c. 750 CE శ్రీధరాచార్య (c. 850 CE), మహావీరాచార్య (c. 850 CE),, చతుర్వేద పృథూదకస్వామి (c. 860 CE), మరియు భాస్కర II (c. 1150 CE) వంటి అనేక మంది భారతీయ గణిత శాస్త్రజ్ఞులు భిన్నాల అంకగణిత వాడకాన్ని గణనీయంగా మరింత అభివృద్ధి చేశారు. భిన్నాలు మరియు వాటిపై అంకగణిత కార్యకలాపాల యొక్క భారతీయ సిద్ధాంతం మొరాకోకు చెందిన అల్-హస్సార్ (c. 1192 CE) వంటి అరబ్ మరియు ఆఫ్రికన్ గణిత శాస్త్రవేత్తల ద్వారా ప్రసారం చేయబడింది మరియు దాని ఉపయోగం మరింత అభివృద్ధి చేయబడింది. తరువాత ఈ సిద్ధాంతం తరువాతికొన్ని సంవత్సరాలలో అరబ్బుల ద్వారా యూరప్‌కు ప్రసారం చేయబడింది. శతాబ్దాలుగా ఉండేది, మరియు 17వ శతాబ్దంలో మాత్రమే ఐరోపాలో సాధారణ ఉపయోగంలోకి వచ్చింది. ఆ తర్వాత అది ప్రపంచవ్యాప్తంగా వ్యాపించింది. ఆధునిక గణితంలో ఈ సిద్ధాంతం నేడు చాలా అవసరం.

© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

వీటిని కనుగొనండి

1. కింది వాటిని మూల్యాంకనం చేయండి : (లెక్కించండి)

$3 \div \frac{7}{9}$	$\frac{14}{4} \div 2$	$\frac{2}{3} \div \frac{2}{3}$	$\frac{14}{6} \div \frac{7}{3}$
$\frac{4}{3} \div \frac{3}{4}$	$\frac{7}{4} \div \frac{1}{7}$	$\frac{8}{2} \div \frac{4}{15}$	
$\frac{1}{5} \div \frac{1}{9}$	$\frac{1}{6} \div \frac{11}{12}$	$3\frac{2}{3} \div 1\frac{3}{8}$	

2. క్రింద ఇవ్వబడిన ప్రతి ప్రశ్నకు, పరిష్కారాన్ని వివరించే వ్యక్తీకరణను ఎంచుకోండి. తరువాత దానిని సరళీకరించండి.

(a) మరియా పాఠశాల కోసం తయారు చేసిన సంచులను అలంకరించడానికి 8 మీటర్ల లేస్‌ను కొనుగోలు చేసింది. ఆమె ప్రతి సంచికి $\frac{1}{4}$ mఉపయోగించి లేస్‌ను పూర్తి చేసింది. ఆమె ఎన్ని సంచులను అలంకరించింది?

(i) $8 \times \frac{1}{4}$ (ii) $\frac{1}{8} \times \frac{1}{4}$

(iii) $8 \div \frac{1}{4}$ (iv) $\frac{1}{4} \div 8$

(b) 8 బ్యాడ్జ్‌లను తయారు చేయడానికి $\frac{1}{2}$ మీటర్ రిబ్బన్‌ను ఉపయోగిస్తారు. ప్రతి బ్యాడ్జ్‌కు ఉపయోగించే రిబ్బన్ పొడవు ఎంత?

(i) $8 \times \frac{1}{2}$ (ii) $\frac{1}{2} \div \frac{1}{8}$

(iii) $8 \div \frac{1}{2}$ (iv) $\frac{1}{2} \div 8$

(c) ఒక రొట్టె తయారు చేయడానికి బేకర్‌కు $\frac{1}{6}$ kg పిండి అవసరం. అతని వద్ద 5 కిలోల పిండి ఉంది. అతను ఎన్ని రొట్టెలు తయారు చేయగలడు?

(i) $5 \times \frac{1}{6}$ (ii) $\frac{1}{6} \div 5$

(iii) $5 \div \frac{1}{6}$ (iv) 5×6

3. 12 రోటీలు తయారు చేయడానికి $\frac{1}{4}$ kg పిండిని ఉపయోగిస్తే, 6 రోటీలు తయారు చేయడానికి ఎంత పిండిని ఉపయోగిస్తారు?

4. 9వ శతాబ్దం C.E. శ్రీధరాచార్య రాసిన "పాటిగణిత" అనే పుస్తకం ఈ సమస్యను ప్రస్తావిస్తుంది. మిత్రమా, ఆలోచించిన తర్వాత, $1 \div \frac{1}{6}$, $1 \div \frac{1}{10}$, $1 \div \frac{1}{13}$, $1 \div \frac{1}{9}$, మరియు $1 \div \frac{1}{2}$ ఒకలిపితే ఎంత మొత్తం వస్తుంది. స్నేహితుడు ఏమి చెప్పాలి?

5. మీరా 400 పేజీలు ఉన్న నవల చదువుతోంది. ఆమె నిన్నటి $\frac{1}{5}$ అంత పేజీలను మరియు $\frac{3}{10}$ పేజీలలో కొన్ని, ఈరోజు చదివింది. నవల పూర్తి చేయడానికి ఆమె ఇంకా ఎన్ని పేజీలు చదవాలి?

6. ఒక కారు 1 లీటరు పెట్రోల్‌తో 16 కి. మీ) నడుస్తుంది. $2\frac{3}{4}$ లీటర్ల పెట్రోల్‌తో ఎంత దూరం వెళ్తుంది?

7. అమృత్‌పాల్ తన సెలవులకు పోవు స్థలాన్ని నిర్ణయించుకుంటాడు. అతను రైలులో వెళితే, అక్కడికి చేరుకోవడానికి $5\frac{1}{6}$ గంటలు పడుతుంది. అతను విమానంలో వెళితే, అతనికి $\frac{1}{2}$ గంట సమయం పడుతుంది. విమానం ఎన్ని గంటలు ఆదా చేస్తుంది?

NOT TO BE REPUBLISHED @KTBS

8. మరియం అమ్మమ్మ ఒక కేక్ బేక్ చేసింది మరియం మరియు ఆమె బంధువులు $\frac{4}{5}$ అంత భాగం కేక్ పూర్తి చేశారు. మిగిలిన కేక్‌ను మరియం ముగ్గురు స్నేహితులు సమానంగా పంచుకున్నారు. ప్రతి స్నేహితుడికి కేక్‌లో ఎంత వచ్చింది?

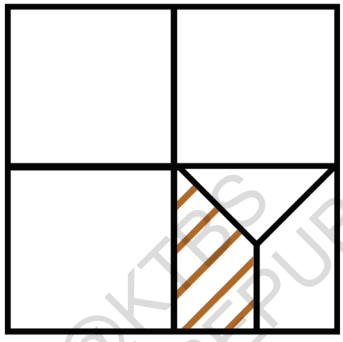
9. $\left(\frac{565}{465} \times \frac{707}{676}\right)$ ఈ గుణలబ్ధాలను వివరించే ఎంపిక(లు) ఎంచుకోండి.

(a) $> \frac{565}{465}$ (b) $< \frac{565}{465}$

(c) $> \frac{707}{676}$ (d) $< \frac{707}{676}$

(e) > 1 (f) < 1

10. మొత్తం చతురస్రంలో ఏ భిన్నం షేడ్ చేయబడింది?



@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

11. ఆహారం కోసం వెతుకుతూ చీమల సమూహం బయలుదేరింది. అవి వెతుకుతున్నప్పుడు, అవి ప్రతి బిందువు వద్ద సమానంగా విడిపోతూ ఉంటాయి (చిత్రం 8.7 లో చూపిన విధంగా) మరియు రెండు ఆహార వనరులను చేరుకుంటాయి, ఒకటి మామిడి చెట్టు దగ్గర మరియు మరొకటి చెరకు తోట దగ్గర. అసలు సమూహంలోని ఏ భాగం ప్రతి ఆహార వనరులను చేరుకుంది?

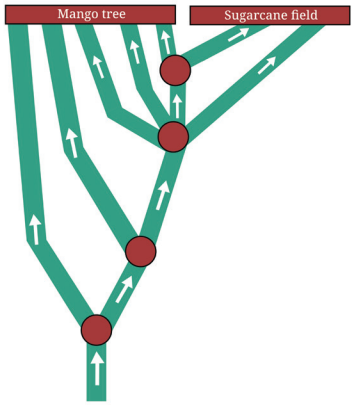


Fig. 8.7

12. ఇది ఏమిటి? $1 - \frac{1}{2}$?

$\left(1 - \frac{1}{2}\right) \times \left(1 - \frac{1}{3}\right)$?

$\left(1 - \frac{1}{2}\right) \times \left(1 - \frac{1}{3}\right) \times \left(1 - \frac{1}{4}\right) \times \left(1 - \frac{1}{5}\right)$?

$\left(1 - \frac{1}{2}\right) \times \left(1 - \frac{1}{3}\right) \times \left(1 - \frac{1}{4}\right) \times \left(1 - \frac{1}{5}\right) \times \left(1 - \frac{1}{6}\right) \times \left(1 - \frac{1}{7}\right) \times \left(1 - \frac{1}{8}\right) \times \left(1 - \frac{1}{9}\right) \times \left(1 - \frac{1}{10}\right) \times 6$?

ఒక సాధారణ ప్రకటన చేసి వివరించండి.

సారాంశం

- భిన్నాల గుణకారానికి బ్రహ్మగుప్తుని సూత్రం

$$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d}.$$

- భిన్నాలను గుణించేటప్పుడు, లవంలు మరియు హారంలకు కొన్ని సాధారణ కారకాలు ఉంటే, లవంలు మరియు హారంలను గుణించే ముందు మనం వాటిని మొదట రద్దు చేయవచ్చు.
- గుణించబడే సంఖ్యలలో ఒకటి 0 మరియు 1 మధ్య ఉన్నప్పుడు గుణకారంలో, లబ్ధం మరొక సంఖ్య కంటే తక్కువ గా ఉంటుంది. గుణించబడే సంఖ్యలలో ఒకటి 1 కంటే పెద్దది అయితే, లబ్ధం మరొక సంఖ్య కంటే పెద్దది.
- $\frac{a}{b}$ ఒక భిన్నం యొక్క విలోమం $\frac{b}{a}$ మనం ఒక భిన్నాన్ని దాని విలోమంతో గుణించినప్పుడు, లబ్ధం 1 అవుతుంది.
- భిన్నాల భాగాహారానికి బ్రహ్మగుప్త సూత్రం :

$$\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c} = \frac{a \times d}{b \times c}.$$

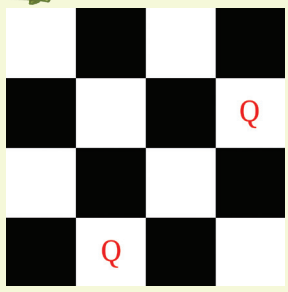
- భాగహారంలో – భాజకం 0 మరియు 1 మధ్య ఉన్నప్పుడు, భాగలబ్ధ విభాజ్య కంటే ఎక్కువగా ఉంటుంది. విభాజకం 1 కంటే ఎక్కువగా ఉన్నప్పుడు భాగలబ్ధం, విభాజకం కంటే తక్కువగా ఉంటుంది.



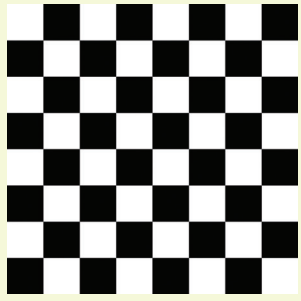
పజిల్ సమయం !

చదరంగం పజిల్స్ దాడి చేయని రాణులు

చదరంగం ఒక ప్రసిద్ధ 2– ఆటగాళ్ల వ్యూహాత్మక ఆట. ఈ ఆట భారతదేశం లోనే ఉద్భవించింది. ఇది 8 × 8 గీసిన గ్లిడ్‌లో ఆడబడుతుంది. ప్రతి ఆటగాడికి 2 సెట్ల ముక్కలు (పావులు) ఉన్నాయి – నలుపు మరియు తెలుపు – ఒక సెట్. ప్రతి పావు ఎలా కదలాలి మరియు ఆట నియమాలన ు కనుక్కోండి.)



ఇక్కడ ఒక ప్రసిద్ధ చదరంగం ఆధారిత పజిల్ ఉంది. దాని ప్రస్తుత స్థానం నుండి, ఒక క్వీన్ (రాణి) ముక్కక్షితిజ సమాంతరంగా, నిలువుగా లేదా వికర్ణం గా కదలగలదు. 2 క్వీన్లు (రాణులు) ఒకరిపై ఒకరు దాడి చేసుకోకుండా 4 రాణులను (క్వీన్‌లను) ఉంచండి. ఉదాహరణకు, రాణులు ఈ వరుసలో ఉన్నందున క్రింద ఉన్న అమరిక చెల్లదు ఎందుకనగా పరస్పరం దాడి వరసలో వుంటుంది



ఇప్పుడు, 8 × 8 గ్రిడ్లో 8 రాణులను ఉంచండి, తద్వారా ఏ 2 రాణులు ఒకరిపై ఒకరు దాడి చేసుకోకూడదు!

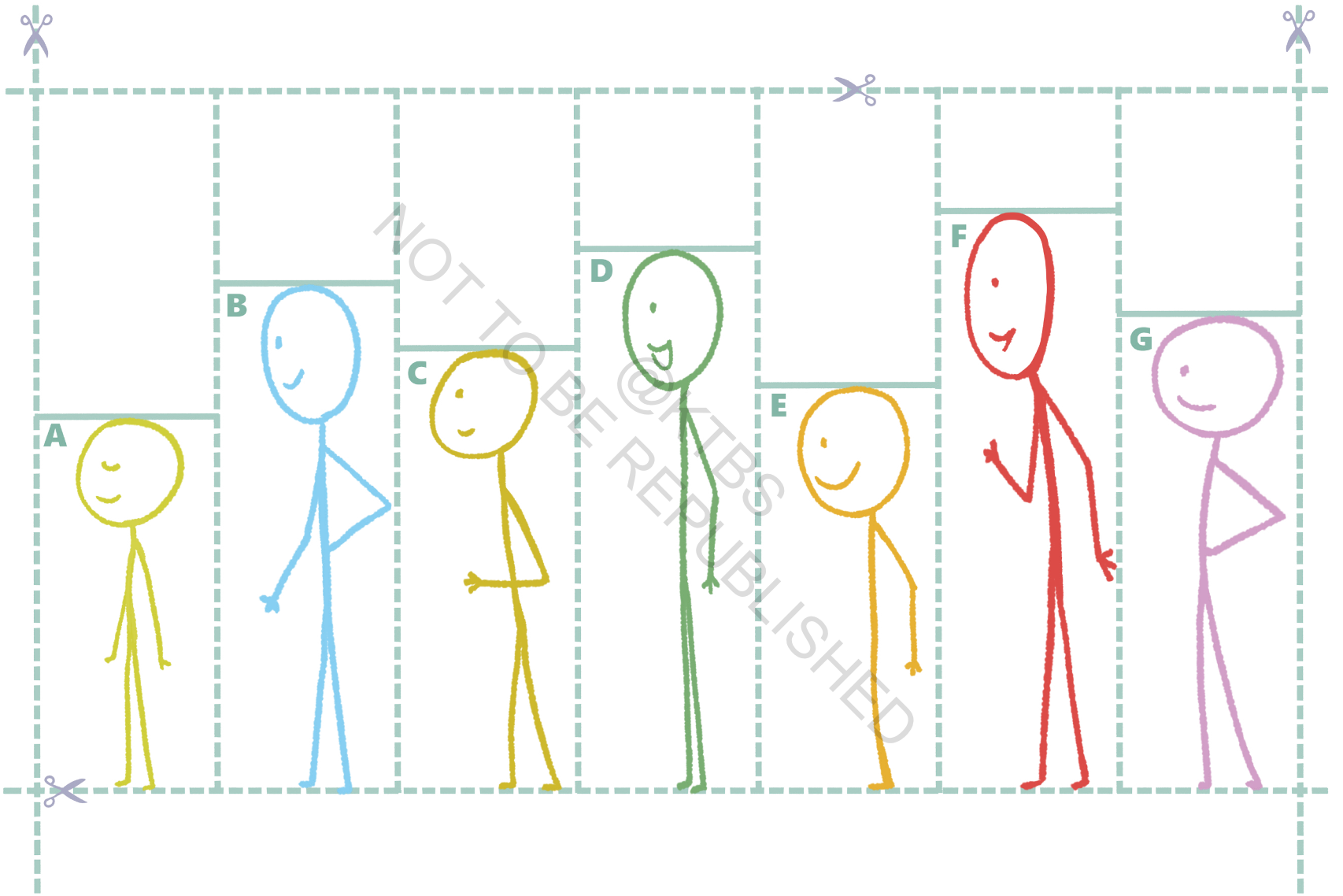


© NCERT NOT TO BE REPUBLISHED



Learning Material Sheets

@KTBS
NOT TO BE REPUBLISHED



NOT TO BE REPUBLISHED @KTBS