கருநாடக அரசு

கணிதப் பிரகாசம்

ஏழாம் வகுப்புப் பாடநூல்

தமிழ் வழி

பாகம் 1

7

NOT TO BE REPUBLISHED
@KTBS

राष्ट्रीय शैक्षिक अनुसंधान और प्रशिक्षण परिषद्
NATIONAL COUNCIL OF EDUCATIONAL RESEARCH AND TRAINING

Karnataka Textbook Society (R.)
6th Cross, Malleshwaram,
Bengaluru - 560 003.

FOREWORD

The National Education Policy 2020 envisages a system of education in the country that is rooted in an Indian ethos and its civilisational accomplishments in all fields of knowledge and human endeavour. At the same time, it aims to prepare students to engage constructively with the opportunities and challenges of the 21st century. The basis for this aspirational vision has been well laid out by the National Curriculum Framework for School Education (NCF-SE) 2023 across curricular areas at all stages. By nurturing students' inherent abilities across all five planes of human existence (pañchakośhas), the Foundational and Preparatory Stages set the stage for further learning at Middle Stage. Spanning Grades 6 to 8, the Middle Stage serves as a critical three-year bridge between the Preparatory and Secondary Stages.

The NCF-SE 2023, at the Middle Stage, aims to equip students with the skills that are needed to grow, as they advance in their lives. It endeavours to enhance their analytical, descriptive, and narrative capabilities, and to prepare them for the challenges and opportunities that await them. A diverse curriculum, covering nine subjects ranging from three languages—including at least two languages native to India—to Science, Mathematics, Social Science, Art Education, Physical Education and Well-being, and Vocational Education promotes their holistic development.

Such a transformative learning culture requires certain essential conditions. One of them is to have appropriate textbooks in different curricular areas, as these textbooks will play a central role in mediating between content and pedagogy—a role that will strike a judicious balance between direct instruction and opportunities for exploration and inquiry. Among the other conditions, classrooWm arrangement and teacher preparation are crucial to establish conceptual connections both within and across curricular areas.

The National Council of Educational Research and Training, on its part, is committed to providing students with such high-quality textbooks. Various Curricular Area Groups, which have been constituted for this purpose, comprising notable subject-experts, pedagogues, and practising teachers as their members, have made all possible efforts to develop such textbooks. Ganita Prakash the textbook of Mathematics for Grade 7, Part I; aligns with the expectations of NEP 2020 and NCF-SE 2023, in respect of creating a spark for initiating mathematical thinking. This textbook designed for Grade 7 students, takes forward its journey through the world of mathematics that started in Grade 6. During this journey the concepts and problems emerge

©KTBS
NOT TO BE REPUBLISHED

from daily life situations and so it is expected that students will be able to relate to them with ease. The book makes efforts to encourage the students to observe and explore the patterns around them and discover mathematical concepts on their own. The content attempts to integrate mathematics with other subject areas such as science, social science with cross-cutting themes like environmental education, value education, inclusive education, and Indian Knowledge Systems (IKS). Colourful illustrations and interactive exercises form the basis of this textbook that would develop a strong foundation among children in understanding more complex mathematical concepts. Throughout the book, stories, conversations and anecdotes have been incorporated to make abstract mathematical concepts more relatable and accessible to young learners. Puzzles and innovative problems will not only engage the students in thoughtfully relating the mathematical concepts to the world around them and help them in deepening their understanding of mathematics, but also prepare them to understand the concepts of the emerging field of computational thinking.The focus is on collaboration and active engagement through student-centered approach to education.

However, in addition to this textbook, students at this stage should also be encouraged to explore various other learning resources. School libraries play a crucial role in making such resources available. Besides, the role of parents and teachers will also be invaluable in guiding and encouraging students to do so.

With this, I express my gratitude to all those who have been involved in the development of this textbook and hope that it will meet the expectations of all stakeholders. At the same time, I also invite suggestions and feedback from all its users for further improvement in the coming years.

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

DINESH PRASAD SAKLANI
Director
National Council of Educational
Research and Training

New Delhi
March, 2025

ABOUT THE BOOK

Mathematics helps students develop not only basic arithmetic skills, but also the crucial capacities of logical reasoning, creative problem solving, and clear and precise communication (both oral and written). Mathematical knowledge also plays a crucial role in understanding concepts in other school subjects, such as Science and Social Science, and even Arts, Physical Education, and Vocational Education. Learning Mathematics can also contribute to the development of capacities for making informed choices and decisions. Understanding numbers and quantitative arguments is necessary for effective and meaningful democratic and economic participation. Mathematics thus has an important role to play in achieving the overall aims of school education.

Mathematics at the Middle Stage is a major challenge and has to perform the dual role of being both close to the experience and environment of the child and being abstract. It must perform the dual role of developing intuition while also maintaining and emphasising rigour. It must perform the dual role of enhancing critical and logical thinking while also developing artistry and creativity and a sense of elegance and aesthetics. Finally, Mathematics must perform the dual role of providing students plenty of opportunities for exploration and discovery of concepts on their own while also teaching best-known methods in the global repertoire of mathematics.

The present textbook has made an attempt to address the above mentioned goals and challenges of learning mathematics. The writers of this book have aimed to strike a judicious balance between informal and formal definitions and methods to develop in students both intuition and rigour. The book also provides numerous opportunities for student-student and student–teacher interaction in the classroom to promote active and experiential learning. A number of questions, puzzles, and interactive exercises are posed throughout the book to encourage constant exploration. Many of the questions are open-ended to stimulate in-class discussion.

The first chapter of this book, 'Large Numbers Around Us', is an introduction to the world of lakhs and crores, and millions and billions through engaging explorations and contexts.

Chapter 2, 'arithmetic expressions', considers expressions having multiple operations and discusses how they can be written and read without ambiguity. Chapter 3, 'A Peek Beyond the Point', introduces the usage of decimal point and additions and subtractions involving decimal numbers. Chapter 4, 'Expressions using Letter-Numbers' builds on the chapter on Arithmetic

© NCERT NOT TO BE REPUBLISHED

Expressions to guide students to take the first steps into the world of algebra. The fundamental notions of letter-numbers and algebraic expressions are introduced. Chapter 5, 'Parallel and Intersecting Lines', introduces some fundamental building blocks of geometry and has a balance of engaging activities like paper folding and rigorous mathematical reasoning. Chapter 6, 'Number Play', covers aspects of computational thinking and problem solving through puzzles and concepts of parity, Virahanka-Fibonacci sequence, and cryptarithms. Chapter 7, 'A Tale of Three Intersecting Lines', explores some of the striking properties of a triangle related to the lengths of their sides and angles, through construction. Chapter 8, 'Working with Fractions', builds on the students' understanding of fractions, and explores the multiplication and division of fractions. The great Indian mathematician Brahmagupta's (628 C.E.) methods and formulas for performing these operations on fractions is brought alive with fresh examples and interesting puzzles. In all chapters, an attempt has been made to emphasis connections with other subjects including Art, History, and Science.

By weaving together storytelling and hands-on activities, we hope that an immersive learning experience will be created that ignites curiosity and fosters a love for mathematics. It is hoped that teachers would give children the opportunity to discuss, play, engage with each other, provide logical arguments for different ideas, and find loopholes in arguments presented. This is necessary for the learners to eventually develop the ability to understand what it means to prove something and also become confident about underlying concepts. The mathematics classroom should not expect a blind application of algorithms but should rather encourage children to find many different ways to solve problems.

As per the NEP 2020, computational thinking has also been gently introduced through puzzles, games, and interactive exercises that encourage such thinking. Indian rootedness has also been kept in mind while giving contexts for different concepts. The contributions of Indian mathematicians have been given as part of a problem-solving approach to make students aware of India's rich mathematical heritage and its global contributions to mathematics.

The concepts and problems are related to daily life situations. An attempt has been made to use contexts and materials with which the students are familiar. Learning material sheets have been given at the back of the book that may be photocopied and used. At many places, exercises or activities are given to encourage peer group efforts and discussions. The textbook intends to address the learning needs of a diverse group of students in the classroom.

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

We have tried to link concepts learnt in initial chapters with ideas in subsequent chapters to show the connectedness and unity of mathematics. We hope that teachers will use this as an opportunity to revise these concepts in a spiralling way so that children are able to appreciate the entire conceptual structure of mathematics. We hope that teachers may give more time to the ideas of fractions, negative numbers and other notions that are new to students. Many of these are the basis for further learning in mathematics.

Finally, this book aims to be more than just a textbook—it's a passport to a world of mathematical discovery and exploration. Whether used in the classroom or at home, we hope that it may inspire students to embark on their own mathematical adventures, empowering them to see the beauty and relevance of mathematics in everything around them. With its engaging approach and comprehensive coverage of Grade 7 mathematics concepts, this book hopes and aims to captivate young minds and set them on a lifelong journey of mathematical discovery.

I thank again all the writers of and contributors to this textbook for this important and valuable contribution and service to the nation's mathematics teachers, learners and enthusiasts.

We look forward to your comments and suggestions regarding the book and hope that you will send interesting exercises, activities and tasks that you develop during the course of teaching and learning, to be included in future editions.

@KTBS
NOT TO BE REPUBLISHED

Ashutosh Wazalwar

Professor, Academic Convener
Department of Education in
Science and Mathematics
National Council of Educational
Research and Training

NATIONAL SYLLABUS AND TEACHING LEARNING MATERIAL COMMITTEE (NSTC)

1. M.C. Pant, *Chancellor*, National Institute of Educational Planning and Administration (NIEPA), (***Chairperson***)
2. Manjul Bhargava, *Professor*, Princeton University, (***Co-Chairperson***)
3. Sudha Murty, Acclaimed Writer and Educationist
4. Bibek Debroy, *Chairperson*, Economic Advisory Council to the Prime Minister (EAC – PM)
5. Shekhar Mande, Former *Director General*, CSIR; *Distinguished Professor*, Savitribai Phule Pune University, Pune
6. Sujatha Ramdorai, *Professor*, University of British Columbia, Canada
7. Shankar Mahadevan, Music Maestro, Mumbai
8. U. Vimal Kumar, *Director*, Prakash Padukone Badminton Academy, Bengaluru
9. Michel Danino, Visiting Professor, IIT – Gandhinagar
10. Surina Rajan, IAS (Retd.), Haryana, Former *Director General*, HIPA
11. Chamu Krishna Shastri, *Chairperson*, Bharatiya Bhasha Samiti, Ministry of Education
12. Sanjeev Sanyal, Member, Economic Advisory Council to the Prime Minister (EAC – PM)
13. M.D. Srinivas, *Chairperson*, Centre for Policy Studies, Chennai
14. Gajanan Londhe, *Head*, Programme Office
15. Rabin Chhetri, *Director*, SCERT, Sikkim
16. Pratyusa Kumar Mandal, *Professor*, Department of Education in Social Sciences, NCERT, New Delhi
17. Dinesh Kumar, *Professor*, Department of Education in Science and Mathematics, NCERT, New Delhi
18. Kirti Kapur, *Professor*, Department of Education in Languages, NCERT, New Delhi
19. Ranjana Arora, *Professor* and *Head*, Department of Curriculum Studies and Development, NCERT (***Member-Secretary***)

NOT TO BE REPUBLISHED
©KTBS

TEXTBOOK DEVELOPMENT TEAM

Contributors

Aaloka Kanhere, *Project Scientific Officer*, Homi Bhabha Center for Science Education, Mumbai

Amartya Kumar Dutta, *Professor*, Stat-Math Unit, Indian Statistical Institute (ISI), Kolkata

Amritanshu Prasad, *Professor*, The Institute of Mathematical Sciences, Chennai

Anjali Gupte, *Principal* (Retd.), Vidya Bhavan Public school, Udaipur

Aparna Lalingakar, *Director*, Aksharbrahma Consultancy, Pune -**Team Leader**

Geetanjali Phatak, *Professor*, S.P College, Pune

H. S. Sharada, *TGT*, Government High School, HD Kote, Karnataka

K. V. Subrahmanyam, *Professor*, Chennai Mathematical Institute (CMI), Chennai

Kiran Barve, Faculty, Bhaskaryacharya Partisthan, Pune

Madhu B., *Assistant Professor*, Regional Institute of Education (RIE), Mysuru

Manjul Bhargava, *Professor*, Princeton University, and Co-Chairperson, NSTC

Padmapriya Shirali, *Former Principal*, Sahyadri School KFI, Pune

Patanjali Sharma, *Assistant Professor*, Regional Institute of Education, (RIE), Ajmer

Rakhi Bannerjee, *Associate Professor*, Azim Premji University, Bengaluru

Ramchandar krushnamurthy, *Principal*, Azim Premji School, Bengaluru

Shivkumar K. M, *Senior Consultant*, Programme Office, NSTC

Shravan S. K., *Senior Consultant*, Programme Office, NSTC

Sujatha Ramdorai, *Professor*, University of British Columbia, Canada, Member NSTC

S. Viswanath, *Professor*, Institute of Mathematical Sciences (IMSc), Chennai

VM Shonapurkar, *Assistant Professor*, Bhaskaryacharya Pratisthan, Pune

Vijayan K., *Professor*, Department of Curriculum Studies and Development, NCERT, New Delhi

Member-Coordinator, CAG (Mathematics)

Ashutosh Kedarnath Wazalwar, *Professor*, Department of Education in Science and Mathematics, NCERT, New Delhi

Reviewers

Anurag Behar, *Member*, National Curriculum Framework Oversight Committee

K. (Ravi) Subramaniam, *Professor* (Retd.), Homi Bhabha Centre for Science Education (HBCSE), Mumbai

Madhavan Mukund, *Director*, Chennai Mathematical Institute, Chennai

R. Ramanujam, *Professor* (Retd.), Institute of Mathematical Sciences (IMSc), Chennai

©KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

ACKNOWLEDGEMENTS

The National Council of Educational Research and Training (NCERT) acknowledges the guidance and support of the esteemed Chairperson and members of the Curricular Area Group (CAG): Mathematics and other concerned CAGs for their guidelines on cross-cutting themes in developing this textbook. During the development of this textbook, various workshops were organised and subject experts in Mathematics from different Institutions were invited. The NCERT acknowledges the valuable views and inputs given by subject experts— Shailesh A. Shirali, *Director*, Teacher Education Program Valley School, KFI Priyavrat Deshpande, *Associate Professor*, CMI, Chennai; Sadik Ali Shaikh, *Head*, Department of Mathematics, Maulana Azad College of Arts, Science and Commerce, Aurangabad,Maharashtra; Jaspal Kaur, *TGT* (Maths), School of Excellence,Delhi; Bina Prakash, *Sr. PGT* (Maths), Campion School, Bhopal; Mahendra Shankar, *Senior Lecturer* (Retd.), NCERT, New Delhi; Shaily Choudhary *TGT* Maths , GGSSS, Khajoori Khas, Delhi; Ravi Raxit Sharma, *TGT* Mathematics, GCMS, New Seelampur, Delhi; Poonam Arora, *PGT* Maths, Mentor Teacher, SBV, West Patel Nagar, New Delhi; Shalini Arora Bahri, *TGT* Maths, SKV No.1, Narela, Delhi; Sangeeta Solanki, *TGT* Maths, The Heritage School, Delhi; Sunita Sharma, *TGT* Maths, The Heritage School, Delhi, Dr. Rishikesh Kumar, *Assistant Professor,* DESM, NCERT, New Delhi; Tarun Choubisa, *Director*, Pedagogy and Innovation (Science), Seed2Sapling Education Foundation, Bengaluru for improving the content and pedagogy of the textbook.

The Council acknowledges the efforts of Nidhi M Shastri and Bhawana Upadhyay from the Programme Office.

The Council acknowledges the academic and administrative support of Sunita Farkya, *Professor* and *Head*, DESM, NCERT, New Delhi.

The Council appreciates the contributions of Sushmita Joshi, *Senior Research Associate*; Manju Mhar, *Senior Research Associate*; Department of Education in Science and Mathematics, NCERT, for providing support in the development of the textbook.

The contribution of Ilma Nasir, *Editor* (contractual); Publication Division is also appreciated. The NCERT gratefully acknowledges the contributions of Pawan Kumar Barriar, *In charge*, DTP Cell; Kishore Singhal and Vivek Mandal *DTP Operator* (contractual), Publication Division, NCERT for all his efforts in laying out this book.

© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

ಶಿಕ್ಷಕರಿಗೆ ಸೂಚನೆಗಳು

ಸಂತಸದಾಯಕ ಗಣಿತ ಕಲಿಕೆಯನ್ನು ಮುಂದಿನ ಪೀಳಿಗೆಗೆ ವರ್ಗಾಯಿಸುವ ಸಂಭ್ರಮದ ಗುರುತರ ಜವಾಬ್ದಾರಿ ನಿಮ್ಮೆದುರಿಗಿದೆ. ಇದನ್ನು ಸಾಧಿಸುವ ನಿಟ್ಟಿನಲ್ಲಿ, ಗಣಿತ ಪ್ರಕಾಶ ಪುಸ್ತಕವು ನಿಮಗೆ ಉತ್ತಮ ಬೆಂಬಲ ಮತ್ತು ಮಾರ್ಗದರ್ಶನವನ್ನು ನೀಡುತ್ತದೆ ಎಂದು ಆಶಿಸುತ್ತೇವೆ.

ಈ ಜವಾಬ್ದಾರಿಯನ್ನು ನಿಭಾಯಿಸಲು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಮನದಲ್ಲಿ ಗಣಿತೀಯ ಚಿಂತನೆಗಳು ಅರಳುವಂತಹ ಸಾರವತ್ತಾದ ಪರಿಸರವನ್ನು ಒದಗಿಸುವುದು ಬಹುಮುಖ್ಯವಾಗುತ್ತದೆ. ತರಗತಿ ಕೋಣೆಗಳಲ್ಲಿ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಕೇವಲ ಕೇಳಿಸಿಕೊಳ್ಳುವುದು, ಅವರಿಗೆ ಹೇಳಿದ್ದನ್ನು ಮತ್ತು ಕಪ್ಪುಹಲಗೆಯ ಮೇಲಿರುವುದನ್ನು ಬರೆದುಕೊಳ್ಳುವುದು ಗಣಿತ ಕಲಿಕೆಗೆ ಅಗತ್ಯವಿರುವ ವಾತಾವರಣವನ್ನು ಎಂದಿಗೂ ಒದಗಿಸುವುದಿಲ್ಲ. ಬದಲಾಗಿ ತರಗತಿ ಕೋಣೆಗಳು, ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಗಣಿತ ಪರಿಕಲ್ಪನೆಗಳೊಂದಿಗೆ ಆಡುತ್ತಾ ಕಲಿಯುವ, ವಿನ್ಯಾಸಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವ ಮತ್ತು ಚರ್ಚಿಸುವ ಮತ್ತು ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು ಬಿಡಿಸಲು ಎಲ್ಲರೂ ಒಟ್ಟಾಗಿ ಸೃಜನಶೀಲ ತಂತ್ರಗಳನ್ನು ಅಭಿವೃದ್ಧಿಪಡಿಸುವ ತಾಣಗಳಾಗಬೇಕಿವೆ. ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ತಮ್ಮ ತಮ್ಮಲ್ಲೇ ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು ಮಂಡಿಸಬೇಕು ಮತ್ತು ಸಂಭವನೀಯ ಪರಿಹಾರಗಳನ್ನು ಪರಸ್ಪರ ಚರ್ಚಿಸಬೇಕು. ವಾಸ್ತವವಾಗಿ, ಇದುವರೆಗೂ ಇಂತಹ ವಾತಾವರಣಗಳೇ ಇಡೀ ಗಣಿತ ಕ್ಷೇತ್ರದ ಬೆಳವಣಿಗೆಗೆ ಕಾರಣವಾಗಿವೆ. ಹಾಗಾಗಿ, ಈ ಪರಿಸ್ಥಿತಿಗಳಿಲ್ಲದೇ ಗಣಿತೀಯ ಚಿಂತನೆ ಮತ್ತು ಅರ್ಥೈಸುವಿಕೆಯನ್ನು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಗಳಿಸಿಕೊಳ್ಳುತ್ತಾರೆ. ಎಂಬುದನ್ನು ಯಾರೂ ನಿರೀಕ್ಷಿಸಲಾರರು.

ಅದೃಷ್ಟವಶಾತ್, ಈ ರೀತಿಯ ವಾತಾವರಣವನ್ನು ತರಗತಿ ಕೋಣೆಯಲ್ಲಿ ಸೃಜಿಸುವುದು ಅಂತಹ ಕಷ್ಟವೇನಲ್ಲ. ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಗೆ, ನಿಯಮಿತವಾಗಿ ಒಂದು ಆಸಕ್ತಿಕರವಾದ ಪ್ರಶ್ನೆ, ಸಮಸ್ಯೆ, ವಿನ್ಯಾಸ, ಅಥವಾ ಸವಾಲನ್ನು ಹಾಕುವುದು ಮತ್ತು ಅದರೊಂದಿಗೆ ಆಡಲು, ಚರ್ಚಿಸಲು ಮತ್ತು ಬಿಡಿಸಲು ಇಡೀ ತರಗತಿಗೆ ಅಥವಾ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಜೋಡಿಗಳಿಗೆ ಅಥವಾ ಗುಂಪುಗಳಿಗೆ ಸೂಕ್ತ ಸಮಯಾವಕಾಶವನ್ನು ಒದಗಿಸುವುದಷ್ಟೇ ಅಗತ್ಯ.

ಇದರೊಂದಿಗೆ, ತಪ್ಪುಗಳನ್ನು ಸ್ವೀಕರಿಸುವ ಮತ್ತು ಕಲಿಕೆಯಲ್ಲಿ ಅವುಗಳ ಮಹತ್ವವನ್ನು ಗುರುತಿಸುವ ವಾತಾವರಣವನ್ನು ಪೋಷಿಸಬೇಕಿದೆ.

ಗಣಿತೀಯ ಚಿಂತನೆಗಳು ಸ್ಫುರಿಸುವಂತೆ ಮಾಡುವುದು ಕಷ್ಟವಾಗದಿದ್ದರೂ. ಅದನ್ನು ಸುಸ್ಥಿರವಾಗಿ ಮುಂದುವರಿಸುವುದು ಸವಾಲಿನ ವಿಷಯವಾಗಬಹುದು ಮತ್ತು ಇದಕ್ಕಾಗಿ ನಿಮ್ಮ ಕಡೆಯಿಂದ ಪ್ರಯತ್ನಗಳು ಬೇಕಾಗಬಹುದು. ಅದೇನೇ ಇರಲಿ, ಮೊದಲ ಭಾಗವಾದ ಪ್ರಶ್ನೆ, ಸಮಸ್ಯೆ, ವಿನ್ಯಾಸ ಅಥವಾ ಸವಾಲನ್ನು ಕನಿಷ್ಠ ವಾರಕ್ಕೊಂದೆರಡು ಬಾರಿಯಾದರೂ ಕೇಳುವುದರಿಂದ ಹಾಗೂ ಇದರ ಜೊತೆಗೆ ಸಮಸ್ಯೆಯೊಂದಿಗೆ ಆಡಲು, ಚರ್ಚಿಸಲು, ಬಿಡಿಸಲು ಸಾಕಷ್ಟು ಸಮಯವನ್ನು ನೀವು ನೀಡಬೇಕಾಗುತ್ತದೆ. ಇದರಿಂದ ಮಕ್ಕಳು ಗಣಿತವನ್ನು ಹೇಗೆ ನೋಡುತ್ತಾರೆ ಮತ್ತು ಹೇಗೆ ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು ಬಿಡಿಸಲು ಮುಂದುವರೆಯುತ್ತಾರೆ ಎಂಬುದರ ಮೇಲೆ ಬಹು ದೊಡ್ಡ ಸಕಾರಾತ್ಮಕ ಪರಿಣಾಮವನ್ನು ಬೀರಬಹುದಾಗಿದೆ.

ಈ ರೀತಿಯ ಸಕಾರಾತ್ಮಕ ಪರಿಣಾಮವು ರಾತ್ರೋರಾತ್ರಿ ಉಂಟಾಗುವಂತಹದ್ದಲ್ಲ ಎಂಬುದನ್ನು ಗಮನಿಸಬೇಕು. ಇದು ಸಾಕಷ್ಟು ಸಮಯವನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳುತ್ತದೆ. ಅಲ್ಲದೇ, ನೀವು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಗೆ ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು ಪರಿಹರಿಸಲು ಕೊಡುವ ಅವಕಾಶಗಳು, ನಿಮ್ಮ ತಾಳ್ಮೆ ಮತ್ತು ನೀವು ನೀಡುವ ಪ್ರೋತ್ಸಾಹ ಮುಂತಾದ ಅನೇಕ ಅಂಶಗಳ ಮೇಲೆ ಅವಲಂಬಿತವಾಗಿರುತ್ತವೆ.

ನೀವು ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು ನೀಡಲು ಅನುವಾಗುವಂತೆ ಈ ಪುಸ್ತಕದಲ್ಲಿರುವ ಎಲ್ಲಾ ಲೆಕ್ಕಗಳು ಅಥವಾ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳನ್ನು ಸಂಕೇತದಿಂದ ? (icon) ಗುರುತಿಸಲಾಗಿದೆ. ಈ ಸಂಕೇತ, ತರಗತಿ ಕೋಣೆಯಲ್ಲಿ ಸಮಸ್ಯಾ ಪರಿಹಾರ ಪ್ರಕ್ರಿಯೆಯನ್ನು ಆರಂಭಿಸಲು ಮತ್ತು ಪರಿಶೋಧಿಸಲು ಸಮರ್ಥ ಅವಕಾಶದ ಒಂದು ಸೂಚಕವಾಗಿದೆ. ಕೆಲವು ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು ನೀವು ಗಣಿತದ ಮಾತು (math talk) – ಈ ಹೆಸರಿನಲ್ಲಿ ಕಾಣುತ್ತೀರಿ. ಈ ರೀತಿಯ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳನ್ನು ತರಗತಿ ಕೋಣೆಯಲ್ಲಿ ವಿಶೇಷವಾಗಿ ಚರ್ಚೆಯ ವಿಷಯವನ್ನಾಗಿ ಮಾಡಬಹುದು.

ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಲ್ಲಿ ಗಣಿತೀಯ ಚಿಂತನೆ ಮತ್ತು ಪರಿಕಲ್ಪನೆಗಳ ಅರ್ಥೈಸುವಿಕೆಯನ್ನು ಬೆಳೆಸಲು ಸಾಕಷ್ಟು ಸಂಖ್ಯೆಯ ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು ನೀಡಲಾಗಿದೆ. ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಗೆ ಈ ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು ಬಿಡಿಸಲು ಮತ್ತು ಚರ್ಚಿಸಲು ಗುಣಮಟ್ಟದ ಸಮಯವನ್ನು ನೀಡುವುದು. ಇದಕ್ಕಾಗಿ ಲಭ್ಯವಿರುವ ಸಮಯದಲ್ಲಿಯೇ ಎಲ್ಲಾ ಲೆಕ್ಕಗಳನ್ನು "ಪೂರ್ಣಗೊಳಿಸುವ" ಪ್ರಯತ್ನಗಳು ಆಗಬಾರದು.

ಪರಿಶೋಧನಾ ಸಮಸ್ಯೆಗಳು ಕೇವಲ ಸಮಸ್ಯಾ ಪರಿಹಾರ ಕೌಶಲವನ್ನು ವೃದ್ಧಿಸುವುದಕ್ಕಾಗಿ ಮಾತ್ರವಲ್ಲದೇ ಮಕ್ಕಳು ಪರಿಶೋಧನೆಯಲ್ಲಿ ತೊಡಗಿಸಿಕೊಂಡಾಗ ಅವರ ಕಾರ್ಯವಿಧಾನದ ನಿರರ್ಗಳತೆಯನ್ನು (Procedural Fluency) ಬಲಪಡಿಸುವಲ್ಲಿಯೂ ಸಹಾಯ ಮಾಡುತ್ತವೆ ಎಂಬುದನ್ನು ಅರ್ಥಮಾಡಿಕೊಳ್ಳುವುದು ಮುಖ್ಯವಾಗುತ್ತದೆ.

©KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳನ್ನು ಸ್ವತಂತ್ರವಾಗಿ ಕಲಿಯುವಂತೆ ಮಾಡಲು ಪ್ರಯತ್ನಗಳಾಗಬೇಕಿದೆ. ಇದಕ್ಕಾಗಿ ಅತ್ಯಾವಶ್ಯಕವಾದ ಒಂದು ಅಂಶವೆಂದರೆ, ಗಣಿತ ಪಠ್ಯವನ್ನು ಓದಿ ಅರ್ಥಮಾಡಿಕೊಳ್ಳುವುದು. ಈ ಕೌಶಲವನ್ನು ಬೆಳೆಸಲು, ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಪುಸ್ತಕವನ್ನು ತಾವಾಗಿಯೇ ಅಥವಾ ಗುಂಪುಗಳಲ್ಲಿ ಓದಲು ಪ್ರೋತ್ಸಾಹಿಸಬೇಕು. ಅವರು ಏನು ಓದಿದ್ದಾರೆ ಎಂಬುದನ್ನು ವಿವರಿಸಲು ಮತ್ತು ಇತರರಿಗೆ ಅದನ್ನು ಅಭಿವ್ಯಕ್ತಿಗೊಳಿಸಲು ಅವಕಾಶಗಳನ್ನು ನೀಡಿ. ಇದರಿಂದ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಗಣಿತವನ್ನು ಅಭಿವ್ಯಕ್ತಿಗೊಳಿಸಲು ಮತ್ತು ಹೇಳಿಕೆ ರೂಪದ ಸಮಸ್ಯೆಗಳಿಗೆ ವಿವರಣೆ ನೀಡಲು ಕಷ್ಟಪಡುವ ಸಮಸ್ಯೆಯನ್ನು ಪರಿಹರಿಸಲೂ ಸಾಧ್ಯವಾಗುತ್ತದೆ.

ಈ ಪುಸ್ತಕದಲ್ಲಿ ಹಲವು ಮುಕ್ತವಾದ ಸಮಸ್ಯೆಗಳಿವೆ. ಕೆಲವು ಪರಿಕಲ್ಪನೆಗಳನ್ನು ಹೊಸ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಪ್ರತಿಪಾದಿಸಲಾಗಿದೆ. ಅವುಗಳಲ್ಲಿ ಕೆಲವನ್ನು ನೀವು ತಕ್ಷಣ ಬಿಡಿಸಲು ಸಾಧ್ಯವಾಗದಿದ್ದರೆ ಅಥವಾ ಅರ್ಥವಾಗದಿದ್ದರೆ ಪರವಾಗಿಲ್ಲ!

ಎಲ್ಲರಿಗೂ ಎಲ್ಲವೂ ತಿಳಿದಿರಲು ಸಾಧ್ಯವಿಲ್ಲ. ಈ ರೀತಿಯ ವಿಷಯ ವಸ್ತುವನ್ನು ಅರ್ಥಮಾಡಿಕೊಳ್ಳಲು ಮತ್ತು ಅವಲೋಕಿಸಲು ಪ್ರಯತ್ನಿಸುವುದರ ಜೊತೆಗೆ ಇದನ್ನು ತರಗತಿ ಕೋಣೆಯಲ್ಲಿ ಚರ್ಚೆಗೆ ಒಳಪಡಿಸುವುದು ಉಪಯುಕ್ತವಾಗುತ್ತದೆ. ಚರ್ಚೆಯ ನಂತರ, ಸ್ಪಷ್ಟವಾಗಿ ಅರ್ಥವಾಗಿರುವುದು ಮತ್ತು ಸ್ಪಷ್ಟವಾಗಿ ಅರ್ಥವಾಗದಿರುವುದನ್ನು ನಿಸ್ಸಂದಿಗ್ಧವಾಗಿ ಸಾರಾಂಶೀಕರಿಸಬಹುದು. ಈ ಪ್ರಕ್ರಿಯೆಯೇ ವಿಷಯ ವಸ್ತುವಿನ ಮೇಲೆ ಸಾಕಷ್ಟು ಬೆಳಕನ್ನು ಚೆಲ್ಲಬಹುದು. ಈ ಚರ್ಚೆಗಳಲ್ಲಿ ನೀವೇ ವಿಷಯವನ್ನು ತಿಳಿದುಕೊಳ್ಳುವವರಾಗಿ ಪಾಲ್ಗೊಳ್ಳಬಹುದು. ಶಿಕ್ಷಕರೇ ವಿಷಯವನ್ನು ತಿಳಿದುಕೊಳ್ಳಲು ಮತ್ತು ಗ್ರಹಿಸಲು ಪ್ರಯತ್ನಿಸುವ ಸನ್ನಿವೇಶವು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಗೆ ಒಂದು ಅದ್ಭುತ ನಿದರ್ಶನವನ್ನು ಒದಗಿಸುತ್ತದೆ. ನೀವು ಮತ್ತು ನಿಮ್ಮ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಈ ಪುಸ್ತಕವನ್ನು ಉತ್ತಮವಾಗಿ ಮತ್ತು ಫಲಪ್ರದವಾಗಿ ಬಳಸಿಕೊಳ್ಳುತ್ತೀರಿ ಎಂದು ಆಶಿಸಲಾಗಿದೆ!

ಪ್ರಮುಖ ಅಂಶಗಳ ಸಾರಾಂಶ

ಪರಿಶೋಧನಾ ಸಮಯ

1. ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಗೆ ಹೊಸ ಸಮಸ್ಯೆಗಳು, ಪ್ರಶ್ನೆಗಳು, ವಿನ್ಯಾಸಗಳು ಅಥವಾ ಸವಾಲುಗಳನ್ನು ನಿಯಮಿತವಾಗಿ ನೀಡುವುದು ಮತ್ತು ವೈಯಕ್ತಿಕವಾಗಿ ಅಥವಾ ಗುಂಪಿನಲ್ಲಿ ಅವುಗಳೊಂದಿಗೆ ಆಡಲು, ಚರ್ಚಿಸಲು ಮತ್ತು ಅವುಗಳನ್ನು ಬಿಡಿಸಲು ಸಾಕಷ್ಟು ಸಮಯವನ್ನು ನೀಡುವುದು ಬಹಳ ಮುಖ್ಯ.
2. ಈ ಸಂದರ್ಭದಲ್ಲಿ ತಪ್ಪುಗಳನ್ನು ಸ್ವೀಕರಿಸುವ ಮತ್ತು ಕಲಿಕೆಯಲ್ಲಿ ತಪ್ಪುಗಳ ಪ್ರಾಮುಖ್ಯತೆಯನ್ನು ಗುರುತಿಸುವ ವಾತಾವರಣವನ್ನು ಪೋಷಿಸುವ ಅಗತ್ಯವಿದೆ.
3. ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ತಮ್ಮ ತಮ್ಮಲ್ಲಿಯೇ ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು ಹಾಕಿಕೊಳ್ಳುವ ಮತ್ತು ಅವುಗಳನ್ನು ಬಿಡಿಸಲು ಇರುವ ಹಲವು ವಿಧಾನಗಳ ಬಗ್ಗೆ ಪರಸ್ಪರ ಚರ್ಚಿಸುವ ಸಂಸ್ಕೃತಿ ನಿರ್ಮಾಣವಾಗಬೇಕು.

ಪಠ್ಯಪುಸ್ತಕದಲ್ಲಿರುವ ಸಮಸ್ಯೆಗಳ ಬಗ್ಗೆ

1. ಪುಸ್ತಕದಲ್ಲಿರುವ ಪರಿಶೋಧನಾ ಸಮಸ್ಯೆಗಳು ಕೇವಲ ಸಮಸ್ಯಾ ಪರಿಹಾರವನ್ನು ಉತ್ತೇಜಿಸುವುದಷ್ಟೇ ಅಲ್ಲದೇ ಮಕ್ಕಳು ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು ನಿರರ್ಗಳವಾಗಿ ಬಿಡಿಸುವುದನ್ನು ಬಲಪಡಿಸುವ ಗುರಿಯನ್ನು ಹೊಂದಿವೆ.
2. ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಗೆ ಈ ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು ಬಿಡಿಸಲು ಮತ್ತು ಚರ್ಚಿಸಲು ಗುಣಮಟ್ಟದ ಸಮಯವನ್ನು ಕೊಡತಕ್ಕದ್ದು; ಇದಕ್ಕಾಗಿ ಲಭ್ಯವಿರುವ ಸಮಯದಲ್ಲಿಯೇ ಎಲ್ಲಾ ಲೆಕ್ಕಗಳನ್ನು "ಪೂರ್ಣಗೊಳಿಸುವ" ಪ್ರಯತ್ನಗಳು ಆಗಬಾರದು.

ಓದುವಿಕೆ

1. ಮಕ್ಕಳು ವೈಯಕ್ತಿಕವಾಗಿ ಅಥವಾ ಗುಂಪಿನಲ್ಲಿ ಪುಸ್ತಕ ಓದುವುದನ್ನು ಪ್ರೋತ್ಸಾಹಿಸಿ.
2. ಅವರು ಓದಿರುವುದನ್ನು ವಿವರಿಸಲು ಮತ್ತು ಮತ್ತೊಬ್ಬರೊಂದಿಗೆ ಅಭಿವ್ಯಕ್ತಿಸಲು ಅವಕಾಶಗಳನ್ನು ನೀಡಿ.

ಅರ್ಥವಾಗದೇ ಇರುವುದು ಹಕ್ಕು (**Right of Not Knowing**)

1. ನಿಮಗೆ ಕೆಲವು ವಿಷಯ ವಸ್ತು ತಕ್ಷಣವೇ ಅರ್ಥವಾಗದಿದ್ದರೆ ಪರವಾಗಿಲ್ಲ! ಈ ರೀತಿಯ ವಿಷಯ ವಸ್ತುವನ್ನು ಅರ್ಥಮಾಡಿಕೊಳ್ಳಲು ಮತ್ತು ಅವಲೋಕಿಸಲು ಪ್ರಯತ್ನಿಸುವುದರ ಜೊತೆಗೆ ಇದನ್ನು ತರಗತಿ ಕೋಣೆಯಲ್ಲಿ ಚರ್ಚೆಗೆ ತೆರೆದಿಡಬಹುದು. ಈ ಚರ್ಚೆಗಳಲ್ಲಿ ನೀವೇ ವಿಷಯವನ್ನು ತಿಳಿದುಕೊಳ್ಳುವವರಾಗಿ ಪಾಲ್ಗೊಳ್ಳಬಹುದು. ಶಿಕ್ಷಕರೇ ವಿಷಯವನ್ನು ತಿಳಿದುಕೊಳ್ಳಲು ಮತ್ತು ಗ್ರಹಿಸಲು ಪ್ರಯತ್ನಿಸುವ ಸನ್ನಿವೇಶವು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಗೆ ಒಂದು ಅದ್ಭುತ ನಿದರ್ಶನವನ್ನು ಒದಗಿಸುತ್ತದೆ!
2. ಕಲಿಕೆಯು ನಿರಂತರ ಪ್ರಕ್ರಿಯೆಯಾಗಿದೆ. ನಿಜವಾಗಿ ಹೇಳಬೇಕೆಂದರೆ, ಗಣಿತದಲ್ಲಿ ಇನ್ನೂ ತಿಳಿಯದೇ ಇರುವ ಎಷ್ಟೋ ವಿಷಯಗಳಿವೆ ಮತ್ತು ಇವುಗಳನ್ನು ತಿಳಿಯಲು ಹೆಚ್ಚಿನ ಪರಿಶೋಧನೆಯ ಅಗತ್ಯವಿದೆ!

NOT TO BE REPUBLISHED ©KTBS

ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಗೆ ಟಿಪ್ಪಣಿ!

ಗಣಿತದ ಕಲೆಯನ್ನು ಪ್ರಶಂಸಿಸಲು ಕೇವಲ ವೀಕ್ಷಕನಾಗಿದ್ದರಷ್ಟೇ ಸಾಲದು, ಒಂದು ರಹಸ್ಯವನ್ನು ಭೇದಿಸಲು ಒಬ್ಬ ಪತ್ತೇದಾರನಾಗಿ ಕಾರ್ಯಪ್ರವೃತ್ತನಾಗುವಂತೆ ನೀವೇ ಅದರ ಪ್ರಕ್ರಿಯೆಯಲ್ಲಿ ತೊಡಗಿಸಿಕೊಳ್ಳಬೇಕಾಗಿದೆ.

ನೀವು ಹೊಸ ಪ್ರಶ್ನೆಯನ್ನು ನೋಡಿದಾಗ ಅಥವಾ ನಿಮ್ಮದೇ ಪ್ರಜ್ಞೆಯಿಂದ ಪ್ರಶ್ನೆ ಹುಟ್ಟಿಕೊಂಡಾಗ ಅಥವಾ ನೀವು ಹೊಸ ಸುಂದರ ವಿನ್ಯಾಸವನ್ನು ನೋಡಿದಾಗ ಇದು ವಿಶೇಷವಾಗಿ ಅಗತ್ಯವಾಗುತ್ತದೆ. ನೀವು ಇವುಗಳನ್ನು ಎದುರಿಸಿದಾಗ, ಓದುವುದನ್ನು ತಾತ್ಕಾಲಿಕವಾಗಿ ತಡೆ ಹಿಡಿದು, ಪ್ರಶ್ನೆಗಳನ್ನು ಬಿಡಿಸಲು ಅಥವಾ ಅರ್ಥೈಸಲು ಮತ್ತು ಪ್ರಶಂಸಿಸಲು ನಿಮ್ಮ ಸೃಜನಶೀಲತೆಯನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ.

ಕೆಲವು ಪ್ರಶ್ನೆಗಳು ಅವುಗಳ ಉತ್ತರಗಳೊಂದಿಗೆ ಇರುವುದನ್ನು ನೀವು ಕಾಣಬಹುದು. ಹಾಗಿದ್ದರೂ, ನೀವೇ ಅಥವಾ ಗುಂಪಿನಲ್ಲಿ ಉತ್ತರವನ್ನು ನೋಡುವುದಕ್ಕೆ ಮುಂಚಿತವಾಗಿ ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು ಬಿಡಿಸುವುದು ಉಪಯುಕ್ತವಾಗಿದೆ.

ಇದು ಪುಸ್ತಕವನ್ನು ಓದುವ ನಿಮ್ಮ ಅನುಭವವನ್ನು ಪುಷ್ಟೀಕರಿಸುತ್ತದೆ!

ಪ್ರಶ್ನೆಗಳು ಬಂದಾಗಲೆಲ್ಲಾ ನೀವು ಈ ? ಗುರುತನ್ನು ನೋಡುವಿರಿ. ಇದು ವಿಷಯಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವ ಸಮಯ ಎಂದು ಸೂಚಿಸುತ್ತದೆ! ಕೆಲವೊಮ್ಮೆ **'ಲೆಕ್ಕಾಚಾರ ಮಾಡಿ'** ಎಂಬ ಶೀರ್ಷಿಕೆಯಡಿಯಲ್ಲಿ ಒಂದೇ ಕಡೆ ಅನೇಕ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳನ್ನು ಸಂಗ್ರಹಿಸಿರುವುದನ್ನು ನೀವು ಗಮನಿಸಬಹುದು.

ಕೆಲವು ಪ್ರಶ್ನೆಗಳು **ಗಣಿತದ ಮಾತು** ಎಂಬುದಾಗಿ ಗುರುತಿಸಲ್ಪಟ್ಟಿವೆ. ಇವು ನಿಮ್ಮ ಸ್ನೇಹಿತರೊಂದಿಗೆ ಚರ್ಚಿಸಿ ಪರಿಹರಿಸಲು ನೀಡಲಾಗಿರುವ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳಾಗಿವೆ.

ಕೊನೆಯದಾಗಿ, **ಇವುಗಳನ್ನು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ** ಎಂಬುದಾಗಿ ಗುರುತಿಸಲಾದ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳಿವೆ. ಈ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳಿಗೆ ಉತ್ತರಿಸಲು ಹೆಚ್ಚಿನ ಸೃಜನಶೀಲತೆಯ ಅಗತ್ಯವಿರುತ್ತದೆ ಮತ್ತು ಅದರಿಂದ ಆಗಾಗ್ಗೆ ಪರಿಣಾಮಕಾರಿಯಾಗಿ ಉತ್ತರಿಸುವುದು ಹೆಚ್ಚು ಮೋಜಿನದಾಗಿರುತ್ತದೆ!

NOT TO BE REPUBLISHED @KTBS

ಮುನ್ನುಡಿ

'ಗಣಿತ ಪ್ರಕಾಶ' ಪಠ್ಯಪುಸ್ತಕವನ್ನುಎನ್.ಸಿ.ಆರ್.ಟಿ ಯು 2026–27 ನೇ ಶೈಕ್ಷಣಿಕ ಸಾಲಿನಿಂದ 7ನೇ ತರಗತಿ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಗಾಗಿ ಸಿದ್ಧಪಡಿಸಿದೆ. 2020 ರ ರಾಷ್ಟ್ರೀಯ ಶಿಕ್ಷಣ ನೀತಿಯು ಪ್ರಸ್ತಾಪಿಸಿರುವ ಪೂರ್ವ ಸಿದ್ಧತಾ ಹಂತ ಹಾಗೂ ಪ್ರೌಢ ಹಂತಗಳನ್ನು ಸಮರ್ಥವಾಗಿ ಬೆಸೆಯುವಲ್ಲಿ 6–8 ನೇ ತರಗತಿಯ ಮಧ್ಯಮ ಹಂತವು ಪರಿಣಾಮಕಾರಿಯಾದ ಪಾತ್ರವನ್ನು ವಹಿಸುತ್ತದೆ. ಹಾಗಾಗಿ ಈ ವಯೋಮಾನದ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಅಂತರ್ಗತ ಸಾಮರ್ಥ್ಯಗಳ ಅಭಿವೃದ್ಧಿಯೊಂದಿಗೆ 21 ನೇ ಶತಮಾನದ ಸವಾಲುಗಳನ್ನು ಎದುರಿಸಲು ಸಮರ್ಥರಾಗಿ ಅಗತ್ಯವಿರುವ ಕೌಶಲಗಳನ್ನು ದಕ್ಕಿಸಿಕೊಳ್ಳುವಂತೆ ಮಾಡುವುದು ತುಂಬಾ ಮುಖ್ಯವೆನಿಸುತ್ತದೆ. ವರ್ತಮಾನದ ಹಾಗೂ ಭವಿಷ್ಯದ ಸವಾಲುಗಳನ್ನು ಎದುರಿಸಿ, ಅವಕಾಶಗಳನ್ನು ಸದ್ಬಳಕೆ ಮಾಡಿಕೊಳ್ಳಲು ಸಿದ್ಧರಿರುವಂತೆ ಅವರ ವಿಶ್ಲೇಷಣಾತ್ಮಕ, ವಿವರಣಾತ್ಮಕ ಮತ್ತು ನಿರೂಪಣಾ ಸಾಮರ್ಥ್ಯಗಳನ್ನು ಪೋಷಿಸಿ, ಸಮಗ್ರ ಬೆಳವಣಿಗೆಗೆ ಪೂರಕವಾಗುವಂತೆ 2023ರ ರಾಷ್ಟ್ರೀಯ ಪಠ್ಯಕ್ರಮ ಚೌಕಟ್ಟು (ಶಾಲಾ ಶಿಕ್ಷಣ) ಆಧಾರಿತವಾಗಿ ಪಠ್ಯಕ್ರಮದಲ್ಲಿ ಬದಲಾವಣೆಗಳನ್ನು ತರಲಾಗಿದೆ. ಈ ಹಿನ್ನೆಲೆಯಲ್ಲಿ 'ಗಣಿತ ಪ್ರಕಾಶ' ಪಠ್ಯಪುಸ್ತಕ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಕಲಿಕೆಯಲ್ಲಿ ಮಹತ್ತರವಾದ ಪಾತ್ರವನ್ನು ವಹಿಸುತ್ತದೆ.

ಪಠ್ಯವಸ್ತು ಹಾಗೂ ಬೋಧನಾ ಶಾಸ್ತ್ರವನ್ನು ಸೂಕ್ತವಾಗಿ ಸಮನ್ವಯಗೊಳಿಸಿರುವ ಈ ಪಠ್ಯಪುಸ್ತಕದಲ್ಲಿ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಕುತೂಹಲಕ್ಕೆ ನೀರು ಎರೆಯುತ್ತಾ, ಅವರ ವಿಚಾರಣಾ ಸಾಮರ್ಥ್ಯವನ್ನು ವೃದ್ಧಿಸಿ, ಅನ್ವೇಷಣಾ ಮಾರ್ಗದಲ್ಲಿ ಜ್ಞಾನ ಕಟ್ಟಿಕೊಳ್ಳಲು ಹೇರಳ ಅವಕಾಶವನ್ನು ನೀಡಲಾಗಿದೆ. ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿ ತನ್ನ ಸುತ್ತಮುತ್ತಲಿನ ಪ್ರಪಂಚವನ್ನು ಗಮನಿಸಿ, ಶೋಧಿಸಿ ಅಲ್ಲಿ ಅನುಭವಿಸುವ ಗಣಿತೀಯ ಪರಿಕಲ್ಪನೆಗಳನ್ನು ಪರಿಚಯಿಸಲಾಗಿದೆ. ಇಲ್ಲಿ ಬಳಕೆಯಾಗಿರುವ ವರ್ಣರಂಜಿತ ಉದಾಹರಣೆಗಳು, ಸಂವಾದಾತ್ಮಕ ಅಭ್ಯಾಸಗಳು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಲೆಕ್ಕಾಚಾರದ ಬುನಾದಿಯನ್ನು ಬಲಿಷ್ಠಗೊಳಿಸಿ ಸಂಕೀರ್ಣ ಗಣಿತೀಯ ಪರಿಕಲ್ಪನೆಗಳ ಕಲಿಕೆಯನ್ನು ಸರಳಗೊಳಿಸುತ್ತವೆ. ಪರಿಕಲ್ಪನೆಗಳನ್ನು ಅರ್ಥೈಯಿಸಲು ಪಠ್ಯಗಳಲ್ಲಿ ಅಳವಡಿಸಿಕೊಂಡಿರುವ ಕಥೆಗಳು, ಸಂವಾದಗಳು ಕಲಿಕಾರ್ಥಿಗಳ ಸಹಜ, ಸರಳ ಕಲಿಕೆಗೆ ಪೂರಕವಾಗಿವೆ. ಅಭ್ಯಾಸಕ್ಕಾಗಿ ನಾವೀನ್ಯ ಸಮಸ್ಯೆಗಳು ಹಾಗೂ ಒಗಟುಗಳನ್ನು ಪರಿಣಾಮಕಾರಿಯಾಗಿ ಬಳಸಿಕೊಂಡಿರುವುದರಿಂದ ಕಲಿಕಾರ್ಥಿಗಳು ಗಮನವನ್ನು ಕಲಿಕೆಯ ಮೇಲೆ ಕೇಂದ್ರೀಕರಿಸಲು ಹಾಗೂ ಗಣಿತೀಯ ಪರಿಕಲ್ಪನೆಗಳನ್ನು ಆಳವಾಗಿ ಅರ್ಥೈಯಿಸಿಕೊಂಡು ಅನ್ವಯ ಮಾಡಿಕೊಳ್ಳಲು ಸಹಾಯ ಮಾಡುತ್ತವೆ. ಈ ಮೂಲಕ ತಮ್ಮ ಗಣಿತೀಯ ಅಲೋಚನಾ (Mathematical Thinking) ಸಾಮರ್ಥ್ಯವನ್ನು ವೃದ್ಧಿಸಿಕೊಳ್ಳಲು ಪ್ರೇರಣೆ ನೀಡುತ್ತವೆ. ಗಣಿತೀಯ ಪರಿಕಲ್ಪನೆಗಳನ್ನು ಅರ್ಥ ಮಾಡಿಕೊಳ್ಳುತ್ತಾ ಅನ್ವಯ ಮಾಡಿಕೊಂಡು ಸಂವಹನ ಮಾಡಲು ಸಮರ್ಥರಾಗುವಂತೆ ತಮ್ಮ ಆಲೋಚನಾ ಸಾಮರ್ಥ್ಯಗಳನ್ನು ಅಭಿವೃದ್ಧಿಗೊಳಿಸಲು ಇದರಿಂದ ಸಾಧ್ಯವಾಗುತ್ತದೆ.

ಪರಿಚಯಿಸಲಾದ ಪರಿಕಲ್ಪನೆಗಳು ಹಾಗೂ ಬಳಸಿರುವ ಸಮಸ್ಯೆಗಳು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ನಿತ್ಯಜೀವನಕ್ಕೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿರುವುದರಿಂದ ಪರಿಕಲ್ಪನೆಗಳ ಅನ್ವಯ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಗೆ ಸರಳವಾಗುತ್ತದೆ. ಎಲ್ಲಾ ಅಧ್ಯಾಯಗಳಲ್ಲೂ ಕಲೆ, ಇತಿಹಾಸ, ವಿಜ್ಞಾನ ಇತ್ಯಾದಿ ವಿಷಯಗಳನ್ನು ಸಮ್ಮಿಳನಗೊಳಿಸಿರುವುದರಿಂದ ಬಹುಶಿಸ್ತೀಯ ಕಲಿಕೆಗೆ ಅನುಕೂಲವಾಗುತ್ತದೆ. ಪರಿಕಲ್ಪನೆಗಳನ್ನು ಕಥನ ಶೈಲಿಯಲ್ಲಿ ಹಾಗೂ ಮಾಡಿ ಕಲಿ ತತ್ತ್ವದಡಿಯಲ್ಲಿ ಕಲಿಸಲು ಹಾಗೂ ಕಲಿಯಲು ಅವಕಾಶ ನೀಡಿರುವುದು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಲ್ಲಿ ಗಣಿತದ ಬಗ್ಗೆ ಕುತೂಹಲ ಮತ್ತು ಆಸಕ್ತಿ ಹೆಚ್ಚಿಸುವುದಕ್ಕೆ ಸಾಕಷ್ಟು ಅವಕಾಶ ನೀಡಲಾಗಿದೆ.

©KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

ಇಷ್ಟೆಲ್ಲ ವಿಶೇಷ ಗುಣಲಕ್ಷಣಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ 'ಗಣಿತ ಪ್ರಕಾಶ' ಪುಸ್ತಕವನ್ನು ತರಗತಿ ಪ್ರಕ್ರಿಯೆಯಲ್ಲಿ ಅಳವಡಿಸಿಕೊಳ್ಳಲು ಸುಗಮಕಾರರು ತಮ್ಮ ತರಗತಿಯನ್ನು ಅದಕ್ಕೆ ಪೂರಕವಾಗುವಂತೆ ವ್ಯವಸ್ಥೆಗೊಳಿಸಿಕೊಳ್ಳುವುದು ಹಾಗೂ ಪೂರ್ವಭಾವಿ ಸಿದ್ಧತೆಯೊಂದಿಗೆ ತರಗತಿ ನಿರ್ವಹಣೆ ಮಾಡುವುದು ತುಂಬಾ ಅಗತ್ಯವೆನಿಸುತ್ತದೆ. ಕರುಡು ಲೆಕ್ಕಾಚರದ ಬದಲಿಗೆ ಒಗಟು, ಚರ್ಚೆ, ಸಂವಾದ, ಆಟ, ಪರಸ್ಪರ ತೊಡಗಿಸಿಕೊಳ್ಳುವಿಕೆ, ತಾರ್ಕಿಕವಾಗಿ ಆಲೋಚಿಸಲು ಸಾಧ್ಯವಾಗುವಂತಹ ಚಟುವಟಿಕೆಗಳು ಒಳಗೊಂಡ ಸುಗಮಗಾರಿಕೆಯನ್ನು ಈ ಪಠ್ಯಪುಸ್ತಕ ನಿರೀಕ್ಷೆ ಮಾಡುತ್ತದೆ. ಗಣಿತ ಪ್ರಕಾಶ ಪಠ್ಯಪುಸ್ತಕವನ್ನು ಕೇವಲ ಪಠ್ಯಪುಸ್ತಕವೆಂದು ಪರಿಗಣಿಸದೆ ಗಣಿತ ಪ್ರಪಂಚದ ಅನ್ವೇಷಣೆಗೆ ದಕ್ಕಿರುವ ಸುವರ್ಣ ಅವಕಾಶ ಎಂದು ಶಿಕ್ಷಕರು ಮತ್ತು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಭಾವಿಸಬೇಕು. ಇದರಿಂದ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ತಮ್ಮ ಭವಿಷ್ಯವನ್ನು ರೂಪಿಸಿಕೊಳ್ಳಲು ಅಗತ್ಯವಿರುವ ಮನಸ್ಥಿತಿಯನ್ನು ಸಿದ್ಧಗೊಳಿಸಲು ಸಾಧ್ಯವಾಗುತ್ತದೆ. ಈ ನಿರೀಕ್ಷೆಯನ್ನು ನಮ್ಮ ಸುಗಮಕಾರರು ಹುಸಿ ಮಾಡುವುದಿಲ್ಲ ಎಂಬ ನಂಬಿಕೆ ರಾಜ್ಯ ಶಿಕ್ಷಣ ಇಲಾಖೆಯದ್ದಾಗಿದೆ.

ಎನ್.ಸಿ.ಆರ್.ಟಿ ಪ್ರಕಟಿಸಿರುವ ಈ ಪಠ್ಯಪುಸ್ತಕವನ್ನು ಕರ್ನಾಟಕ ರಾಜ್ಯದ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ರಾಷ್ಟ್ರಮಟ್ಟದ ಎಲ್ಲಾ ಅವಕಾಶಗಳನ್ನು ತನ್ನದಾಗಿಸಿಕೊಳ್ಳಬೇಕು ಎಂಬ ಆಶಯದೊಂದಿಗೆ 2026–27 ನೇ ಶೈಕ್ಷಣಿಕ ಸಾಲಿನಿಂದ ಅಳವಡಿಸಿಕೊಳ್ಳಲು ಅನುಮತಿ ನೀಡಿದ ಕರ್ನಾಟಕ ಸರ್ಕಾರದ ಶಿಕ್ಷಣ ಇಲಾಖೆಯ ಎಲ್ಲಾ ಹಂತದ ಅಧಿಕಾರಿಗಳಿಗೆ ಹಾಗೂ ಪಠ್ಯಪುಸ್ತಕ ಬಳಕೆಗೆ ಅವಕಾಶ ನೀಡಿದ ಎನ್.ಸಿ.ಆರ್.ಟಿ ಯ ಎಲ್ಲಾ ಹಂತದ ಅಧಿಕಾರಿಗಳಿಗೆ ಹಾಗೂ ಪ್ರಕಾಶನ ವಿಭಾಗಕ್ಕೆ ಹೃತ್ಪೂರ್ವಕ ಧನ್ಯವಾದಗಳು.

ಈ ಪಠ್ಯಪುಸ್ತಕವನ್ನು ಕನ್ನಡ, ಮರಾಠಿ, ತೆಲುಗು ಮತ್ತು ತಮಿಳು ಮಾಧ್ಯಮಗಳಿಗೆ ಅನುವಾದಿಸಿದ ಎಲ್ಲಾ ಸಂಪನ್ಮೂಲ ವ್ಯಕ್ತಿಗಳಿಗೆ, ಕಾರ್ಯಕ್ರಮ ಸಂಯೋಜನೆ ಮಾಡಿದ ಕಾರ್ಯಕ್ರಮಾಧಿಕಾರಿಗಳಿಗೆ, ಡಿ.ಟಿ.ಪಿ ಆಪರೇಟರ್‌ಗಳಿಗೆ ಹಾಗೂ ಮುದ್ರಕರಿಗೆ ಕರ್ನಾಟಕ ಪಠ್ಯಪುಸ್ತಕ ಸಂಘ ಕೃತಜ್ಞತೆಗಳನ್ನು ಸಲ್ಲಿಸುತ್ತದೆ.

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

ಶ್ರೀ ಎಂ.ಪಿ. ಮಾದೇಗೌಡ
ವ್ಯವಸ್ಥಾಪಕ ನಿರ್ದೇಶಕರು
ಕರ್ನಾಟಕ ಪಠ್ಯಪುಸ್ತಕ ಸಂಘ (ರಿ.)
ಬೆಂಗಳೂರು.

Translation Committee

Smt. Beena. K, H.M, GT&EHPS, Coxtown, Bengaluru-05

Smt. Margaret Mary. S. A.M, GTHPS, Puduparacheri, Bengaluru-27

Smt Nirmala. S, Rtd-Teacher, GTHPS, Belimutt, Bengaluru-23.

Chief Advisors

Sri M. P. Madegowda., Managing Director, Karnataka Textbooks Society, 6th Cross, Malleshwaram, Bengaluru-03.

Smt M. D. Usha, Deputy Driector, Karnataka Textbooks Society, 6th Cross, Malleshwaram, Bengaluru-03.

©KTBS
NOT TO BE REPUBLISHED

Programme co-ordinator

Smt. Meenakshi A Ganiger, Asst.Director, Karnataka Textbooks Society, 6th Cross, Malleshwaram, Bengaluru-03

உள்ளடக்கம்

பாகம் - 1

1.	நம்மைச் சுற்றியுள்ள பெரிய எண்கள் Large Numbers Around Us	1 - 29
2.	எண்கணித சமன்பாடுகள் (Arithmetic Expressions)	30 - 58
3.	புள்ளிக்குப் பின் ஒரு பார்வை A Peek Beyond the Point	59 - 99
4.	சமன்பாடுகளுக்கு எழுத்து-எண்களைப் பயன்படுத்துதல் Expressions using Letter-Numbers	100 - 131
5.	இணை மற்றும் குறுக்கு வெட்டுக் கோடுகள் Parallel and Intersecting Lines	132 - 156
6.	எண் விளையாட்டு Number Play	157 - 182
7.	மூன்று வெட்டுக் கோடுகளின் கதை A Tale of Three Intersecting Lines	183 - 215
8.	பின்னங்களோடு செயல்படுதல் Working with Fractions	216 - 247
9.	கற்றல் பொருட்களின் தாள்கள் Learning Material Sheets	

NOT TO BE REPUBLISHED
@KTBS

1 நம்மைச் சுற்றியுள்ள பெரிய எண்கள்

Large Numbers Around Us

V1R2V3

NOT TO BE REPUBLISHED
© KTBS

1.1 ஒரு லட்ச வகைகள்!

கருநாடகத்தில் உள்ள சிந்தாமணி என்ற ஊரில் ஈஷ்வரப்பா ஒரு விவசாயி ஆவார். அவருடைய நெல் வயலுக்குத் தேவையான விதைகளை வாங்க அவர் அடிக்கடி சந்தைக்குச் செல்வார். ஒரு முறை அவ்வாறு செல்கையில் இராமண்ணா மற்றும் இலட்சுமண்ணா விற்கிடையே நடந்த உரையாடலைக் கேட்டார். ''முற்காலத்தில் இந்தியா ஒரு இலட்சம் நெல் வகைகளைப் பெற்றிருந்தது. விவசாயிகள் வெவ்வேறு வகையான விதைகளைப் பாதுகாத்து நெல்லை விளையப் பயன்படுத்தினர். இப்பொழுது நம்மிடம் ஒரு கையளவு நெல் வகைகள் மட்டுமே உள்ளன. மேலும் விவசாயிகள் விதைகளை வாங்க சந்தைக்கு வரவேண்டும்'', என்று இராமண்ணா கூறினார்

இலட்சுமண்ணா, ''எனது வீட்டிற்கு அருகில் விதை வங்கி ஒன்று உள்ளது. இங்கு இது வரை, வெவ்வேறு இடங்களிலிருந்து சுமார் நூறு வகையான நாட்டு நெல் வகைகளை சேகரித்துள்ளனர், அங்கிருந்து நீங்களும் விதைகளை வாங்க முடியும்'' என்று கூறினார்.

'இலட்சம்' என்ற சொல்லை நீங்கள் முன்பு கேட்டிருப்பீர்கள். ஒரு இலட்சம் எவ்வளவு பெரியது என்பது உங்களுக்குத் தெரியுமா? கண்டுபிடிப்போம்.

ஈஷ்வரய்யா இந்நிகழ்வைப் பற்றி அவருடைய மகள் ராக்ஸி மற்றும் மகன் எஸ்துவிடம் சொன்னார்.

நமது நாட்டில் ஒரு இலட்சம் நெல் வகைகள் இருந்தன என்பதை அறிந்து எஸ்து வியப்படைந்தார். 'ஒரு இலட்சமா! இதுவரை நான் 3 வகைகளை மட்டுமே சுவைத்துப் பார்த்துள்ளேன், 100 வருட வாழ்க்கையில் ஒரு நாளுக்கு ஒரு நெல் வகை என்ற வீச்சில் அனைத்து வகைகளையும் சுவைத்து முடிக்குமளவினை அவர் நெருங்க முடியாது,' என்று வியந்தார். நீங்கள் என்ன நினைக்கிறீர்கள்? கணித்துக் கூறுக.

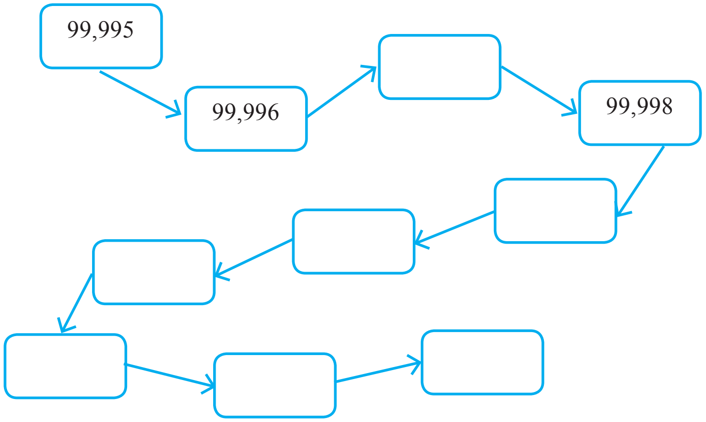
ஆனால் ஒரு இலட்சம் என்பது எவ்வளவு?

வடிவமைப்பைக் கவனித்து கீழ்க்காணும் இடங்களை நிரப்புக.

மிகப்பெரிய 3 - இலக்க எண் ஆவது	999	
மிகச்சிறிய 4 - இலக்க எண் ஆவது		+1
மிகப் பெரிய 4 - இலக்க எண் ஆவது		
மிகச் சிறிய 5 - இலக்க எண் ஆவது		+1
மிகப் பெரிய 5 - இலக்க எண் ஆவது		
மிகச் சிறிய 6 இலக்க எண் ஆவது	1,00,000	+1

NOT TO BE REPUBLISHED @KTBS

1,00,000 ஒரு இலட்சம் என்று வாசிக்கப்படுகிறது.



ராக்ஸியும் எஸ்துவும் ஒரு நாளைக்கு ஒரு வகை அரிசியை சுவைத்தாலும், வாழ் நாளில் ஒரு இலட்சத்திற்கு அருகில் வர இயலாது என்று கண்டுபிடித்தனர்! ராக்ஸி, ''ஒரு நாளுக்கு 2 நெல் வகைகளை சுவைத்தால் என்ன? அவ்வாறெனில், 100 வருடங்களில் நம்மால் 1 இலட்ச வகைகளை நம்மால் உண்ண முடியுமா?'' என்று கூறினார்.

? ஒருவர் ஒரு நாளுக்கு 3 நெல் வகைகளை உண்டால் என்ன ஆகும்? 100 வருட வாழ்நாட்களில் அவர்களால் இவ்வனைத்து ஒரு இலட்ச நெல் வகைகளையும் சுவைக்க முடியுமா? கண்டுபிடிக்க.

''ஒரு வருடத்தில் எத்தனை நாட்கள் உள்ளன என்று நமக்குத் தெரியும் - 365, மிகை நாளாண்டினைக் கைவிட்டால், நாம் y ஆண்டுகள் வாழ்கிறோம் என்றால், நம்முடைய வாழ்நாட்களில் உள்ள நாட்களின் எண்ணிக்கை $365 \times y$ ஆகும்'' என்று எஸ்து கூறினார்.

? yக்கு ஒரு எண்ணைத் தேர்ந்தெடுக்க, y என்ற உங்களுக்கான தெரிவிற்கு, y ஆண்டுகளில், நாட்களின் எண்ணிக்கை ஆனது ஒரு இலட்சத்திற்கு எவ்வளவு அருகில் இருக்கும்.

©KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

? இதனைக் கண்டறிக

1. 2011 தேர்தலின்படி, சிந்தாமணி நகரத்தின் மக்கட் தொகை சுமார் 75,000 ஆகும். ஒரு இலட்சத்தை விட 75,000 எவ்வளவு அதிகம் ஆகும். ஒரு இலட்ச த்தை விட 75,000 எவ்வளவு குறைவாக உள்ளது?
2. 2024 ஆம் ஆண்டில், சிந்தாமணியின் தோராய மக்கட்தொகை 1,06,000 ஆகும். ஒரு இலட்சத்தை விட 1,06,000 எவ்வளவு அதிகமாகும்?
3. 2011 இலிருந்து 2024 வரை சிந்தாமணியின் மக்கட்தொகை எவ்வளவு அதிகமானது?

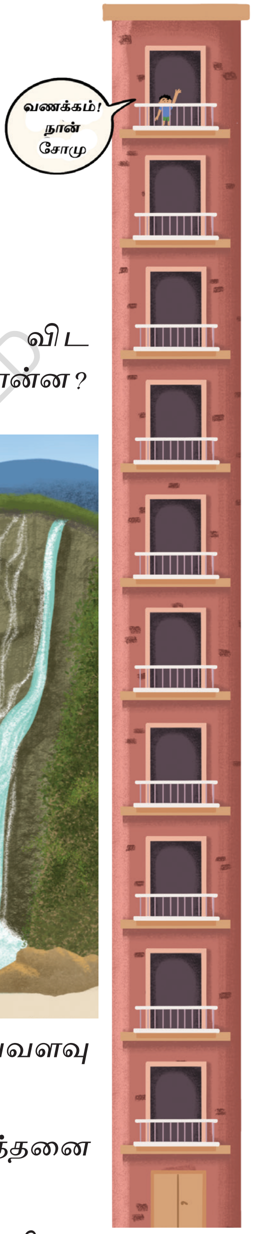
பெரிய எண்களின் உணர்வைப் பெறுதல்

கீழ்கண்ட இத்தகைய சுவாரஸ்யமான சில உண்மைகளைப் பற்றி நீங்கள் கேட்டிருப்பீர்கள்.

★ சர்தார் வல்லபாய் படேல் அவர்களை சித்தரிக்கும் உலகின் மிக உயரமான சிலை குஜராத்தில் இருக்கும் ''ஒற்றுமையின் சிலை'' (State of unity) ஆகும். அதனுடைய உயரம் சுமார் 180 மீட்டர் ஆகும்.

★ கருநாடகத்தில் உள்ள கன்சிக்கல் நீர்வீழ்ச்சி சுமார் 450 மீட்டர் உயரத்திலிருந்து பாய்கிறது.

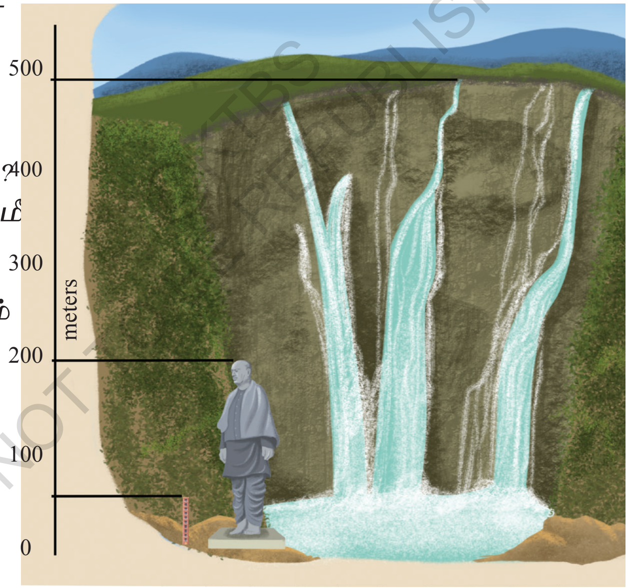
இவ்வளவுகள் எவ்வளவு பெரியவை என்ற உணர்வினைப் பெறுவது எப்பொழுதுமே எளிதல்ல. ஆனால், நமக்குத் தெரிந்த ஒன்றுடன் அவற்றை ஒப்பிடும் போது நாம் அவற்றின் அளவுகள் குறித்த உணர்வை நன்கு பெறலாம். ஒரு எடுத்துக்காட்டினைக் காண்போம்.



வலதுபுறம் உள்ள படத்தைக் காண்க. சோமுவின் உயரம் 1 மீட்டர் ஆகும். ஒவ்வொரு அடுக்கின் உயரமும் சோமுவின் உயரத்தை விட சுமார் நான்கு மடங்கு எனில், கட்டிடத்தின் தோராய உயரம் என்ன?

★ எது உயரமானது - ஒற்றுமையின் சிலையா அல்லது இக்கட்டிடமா? எவ்வளவு உயரம் ? .... மீ

ஒற்றுமையின் சிலையின் உயரம் சோமுவின் கட்டிடத்தின் உயரத்தை விட 4 மடங்காக இருப்பதை நாம் காண்கிறோம்.



★ சோமுவின் கட்டிடத்தை விட கன்சிக்கல் நீர்வீழ்ச்சி எவ்வளவு உயரமாகும்?

★ சோமுவின் கட்டிடம், நீர்வீழ்ச்சியைப் போல இருக்க எத்தனை தளங்கள் உயரமாக இருக்க வேண்டும்? ....

ஒரு இலட்சம் மிகப் பெரிய எண்ணா? ஈஷ்வரப்பா, ராக்ஸி மற்றும் எஸ்துவிடம், ''ஒரு இலட்சம் பெரியதா அல்லது சிறியதா'' எனக் கேட்டார்.

© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

ராக்ஸிக்கு ஒரு இலட்சம் பெரிய எண்ணாகத் தோன்றுகிறது.

★ ''நம்மிடம் ஒரு இலட்ச நெல் வகைகள் இருந்தன அது மிகவும் அதிகமாகும்''

''1 இலட்சம் நாட்கள் வரை வாழ்வது என்பது 274 ஆண்டுகள் வரை வாழ்வது என்று பொருள் உண்மையிலேயே இது வெகுகாலமாகும்!''

''ஒரு இலட்ச மனிதர்கள் ஒரு கோட்டில் தோளோடு தோளாக நின்றால் அவர்கள் 38 கிலோமீட்டர் தொலைவு வரை நீட்டிக்கலாம் எனினும் எஸ்து இதனை அவ்வளவு பெரியதாக எண்ணவில்லை.''

★ ''அகமதாபாதில் உள்ள கிரிக்கெட் ஸ்டேடியம் 1 இலட்சத்திற்கும் அதிகமான இருக்கை வசதியைப் பெற்றுள்ளது என்பது உங்களுக்குத் தெரியுமா? இவ்வளவு சிறிய பரப்பளவில் ஒரு இலட்சம் மக்களா!''

★ ''பெரும்பாலானோர் அவர்களின் தலையில் 80,000 முதல் 1,20,000 வரை முடிகளைப் பெற்றுள்ளனர். 1 இலட்சம் முடிகள் இவ்வளவு சிறிய இடத்தில் பொருந்துகின்றன!'' என்பதைக் கற்பனை செய்க.

★ ''சில வகை மீன் இனங்களில், ஒரு வகைப் பெண் இன மீனானது ஒரே நேரத்தில் மிக எளிதாக 1 இலட்ச முட்டைகளை இடும் என்று நான் கேள்விப்பட்டேன். சில மீன்கள் ஒரு முறைக்குப் பத்து இலட்ச முட்டைகளையும் இடும்''

★ ஒரு இலட்சத்தை நீங்கள் எப்படி பார்க்கிறீர்கள்?- ஒரு இலட்சம் பெரியதா அல்லது சிறியதா?

NOT TO BE REPUBLISHED ©KTBS

எண்களைப் படித்தலும் எழுதுதலும்

இந்திய இடமதிப்பு எண் முறையில் 45,830 என்ற 5 இலக்க எண்களுக்கு நாம் காற்புள்ளிகளைப் பயன்படுத்தி வந்துள்ளோம். எண்கள் பெரியதாக இருந்தால் அவ்வெண்களைப் படிப்பதை காற்புள்ளிகளின் பயன்பாடு எளிதாக்குகிறது. ஒரு இலட்சம் பத்து ஆயிரங்கள் இவற்றைக் குறிக்கும் இலக்கங்களுக்கிடையே 1,00,000 முன்பு கண்டது போல நாம் காற்புள்ளிகளைப் பயன்படுத்துகிறோம்.

12,78,830 இன் எண் பெயர் பன்னிரண்டு இலட்சத்து எழுபத்து எட்டாயிரத்து எண்ணூற்று முப்பது ஆகும். அதேபோல எண் 15,75,000 ஐப் பதினைந்து இலட்சத்து எழுபத்து ஐந்தாயிரம் என சொற்களால் எழுதுகிறோம்.

கீழ்காணும் ஒவ்வொரு எண்ணையும் சொற்களால் எழுதுக.

(a) 3,00,600

(b) 5,04,085

(c) 27,30,000

(d) 70,53,138

கீழ்க்கண்ட ஒவ்வொரு எண்ணிற்கும் பொருத்தமான எண்ணை இந்திய எண் முறைமையில் எழுதுக.

(அ) ஒரு இலட்சத்து இருபத்து மூன்றாயிரத்து நானூற்று ஐம்பத்தாறு.

(ஆ) நான்கு இலட்சத்து ஏழாயிரத்து எழுநூற்று நான்கு.

(இ) ஐம்பது இலட்சத்து ஐந்தாயிரத்து ஐம்பது.

(ஈ) பத்து இலட்சத்து இருநூற்று முப்பத்து ஐந்து.

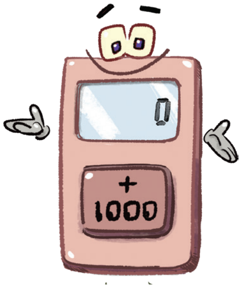
@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

ஆசிரியருக்கான குறிப்பு : இவ்வுண்மைகளுக்கு இடையே தொடர்புகளை உருவாக்க மாணவர்களை ஊக்குவிக்கவும். எடுத்துக்காட்டாக சிந்தாமணியின் முழு மக்கட்தொகையும் ஸ்டேடியத்திற்குள் பொருந்துவனரா? ஸ்டேடியத்தில், ஒரு இலட்சம் பேர், ஒருவர் பக்கத்தில் ஒவ்வொரு 38 கி.மீ வரிசையாக அமர்ந்துள்ளதை நீங்கள் எப்படி கற்பனை செய்வீர்கள்?

1.2 பத்துக்களின் தளம்.

பத்துக்களின் தளத்தில் சிறப்பு பட்டன்களுடைய சிறப்பு கால்குலேட்டர்கள் உள்ளன

1. சிந்தனையார்ந்த ஆயிரங்கள் மட்டுமே +1000 பட்டன்களைப் பெற்றுள்ளன. கீழே கொடுத்துள்ள வற்றைக் காட்ட அது எத்தனை முறை அழுத்தப்பட வேண்டும்.



(அ) மூன்றாயிரம்? 3 முறை

(ஆ) 10,000? ______________

(இ) ஐம்பத்து மூன்றாயிரம் ? ______________

(ஈ) 90,000? ______________

(உ) ஒரு இலட்சம் ? -

(ஊ) ______________? 153 முறை

(எ) ஒரு இலட்சம் ஆக எத்தனை ஆயிரங்கள் தேவைப்படும்?

2. அரிய பத்துகள், +10 பட்டன்களை மட்டுமே பெற்றுள்ளன. கீழ்கண்டவற்றைக் காட்ட இது எத்தனை முறை அழுத்தப்பட வேண்டும்?

(அ) ஐநூறு ? ______________

(ஆ) 780? ______________

(இ) 1000? ______________

(ஈ) 3700? ______________

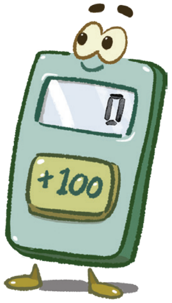
(உ) 10,000? ______________

(ஊ) ஒரு இலட்சம்? ______________

(எ) ______________? 435 முறை

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

3. அருகிலுள்ள நூறுகள் +100 பட்டன்களை மட்டுமே பெற்றுள்ளன. கீழ்கண்டவற்றை காட்ட அது எத்தனை முறை அழுத்தப்பட வேண்டும்?



(அ) நான்கு நூறுகள் ? ______________ முறை

(ஆ) 3700? ______________

(இ) 10,000? ______________

(ஈ) ஐம்பத்து மூன்று ஆயிரம்? ______________

(உ) 90,000? ______________

(ஊ) 97,600? ______________

(எ) 1,00,000? ______________

(ஏ) ______________? 582 முறை

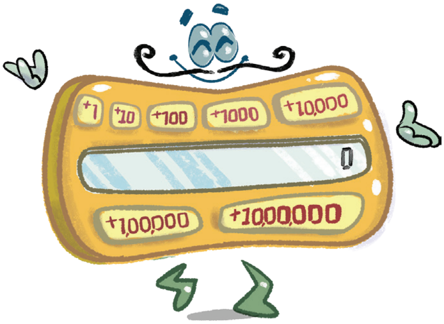
(ஐ) பத்து ஆயிரத்தை உருவாக்க எத்தனை நூறுகள் தேவை?

(ஒ) ஒரு இலட்சத்தை உருவாக்க எத்தனை நூறுகள் தேவை?

(ஓ) அருகிலுள்ள நூறுகள், ''அரிய பத்துகளும் சிந்தனையார்ந்த.

ஆயிரங்களும் காட்ட இயலாத எண்கள் சில உள்ளன! ஆனால் என்னால் முடியும்'' என்று கூறின.

4. ஆக்கப்பூர்வமான சிட்டி ஒரு மாறுபட்ட வகையான கால்குலேட்டர் ஆகும். அது கீழ்க்காணும் பட்டன்களைப் பெற்றுள்ளது. +1, +10, +100, +1000, +10000, +100000 மற்றும் +1000000. இதை செய்வதற்கு நம்மிடம் பல மடங்கு வழிகள் உள்ளன.



'இது எப்படி', என்று நீங்கள் கேட்கலாம்.
321 என்ற எண்ணைப் பெற, அது +10ஐ முப்பத்து இரண்டு முறைகளும் +1 ஐ ஒரு முறையும் அழுத்துகிறது. 321 ஐ இது பெறுமா? மாறாக, +100ஐ இரண்டு முறையும், +10ஐ பன்னிரண்டு முறையும் +1 ஒரு முறையும் அழுத்தலாம்.

5. 5072 ஐப் பெறுகின்ற பல வழிமுறைகளில் இரண்டு முறைகள் கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளன. இவ்விரண்டு வழிகள் இவ்வாறு குறிப்பிடப்படலாம்.

(a) $(50 \times 100) + (7 \times 10) + (2 \times 1) = 5072$

(b) $(3\times1000) + (20\times100) + (72 \times1) = 5072$

பட்டனகள்	5072	
+10,00,000		
+1,00,000		
+10,000		
+1,000		3
+100	50	20
+10	7	
+1	2	72

? 5072 ஐப் பெறக்கூடிய வெவ்வேறு வழிகளைக் கண்டுபிடிக்க மற்றும் அதற்கு ஒரு கோவையை எழுதுக.

? இதனைக் கண்டறிக

கீழே கொடுத்துள்ள ஒவ்வொரு எண்ணிற்கும், பட்டன்களை அழுத்துவதன் மூலம் எண்ணைப் பெறுவதற்கு இரண்டு வெவ்வேறு வழிமுறைகளுக்காகவது கோவைகளை எழுதுக. சிட்டியைப் போல சிந்தித்து ஆக்கப்பூர்வமாகுக.

(a) 8300

(b) 40629 (c) 56354

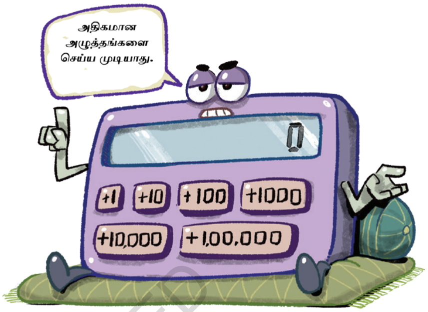
(d) 66666 (e) 367813

©KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

ஆக்கப்பூர்வமான சிட்டி உங்களுக்காக சில வினாக்களைப் பெற்றுள்ளது.

(அ) நீங்கள் சரியாக 30 பட்டன்களை அழுத்த வேண்டும். நீங்கள் அமைக்கக்கூடிய மிகப் பெரிய 3-இலக்க எண் யாது? நீங்கள் அமைக்கக்கூடிய மிகச்சிறிய 3 -இலக்க எண் யாது?

(ஆ) 25 அழுத்தங்களில் 997 அமைக்கப்படலாம் வெவ்வேறு எண் அழுத்தங்களில் உங்களால் 997 ஐ அமைக்க முடியுமா?



இத்தகைய வினாக்களை உருவாக்கி உங்கள் வகுப்பினருக்கு சவால் விடுக. முறைப்படியான சிப்பி ஒரு வித்தியாசமான கால்குலேட்டர் ஆகும். அது +1, +10, +100, +1000, +10000, +100000.ப் பெற்றுள்ளது. எவ்வளவு குறைவாகப் பயன்படுத்த முடியுமோ அவ்வளவு குறைவாக இது பயன்படுத்தப்பட விழைகிறது.

முடிந்தளவு பட்டன் அழுத்தங்களைப் பயன்படுத்தி நம்மால் (a) 5072 and (b) 8300, என்ற எண்களை எவ்வாறு பெற முடியும்? அட்டவணையில் கொடுத்துள்ள எண்களைப் பெற எந்த பட்டன்கள் எத்தனை முறை அழுத்தப்பட வேண்டுமெனக் கண்டுபிடிக்க.

பட்டன்கள்	5072
+10,00,000	
+1,00,000	
+10,000	
+1,000	5
+100	0
+10	6
+1	12

5072 ஐப் பெறுவதற்கான ஒரு முறை இங்குள்ளது. இந்த வழிமுறை மொத்தம் 23 பட்டன் அழுத்தங்களுக்கும் குறைவான அழுத்தங்களைப் பயன்படுத்தி 5072 ஐப் பெறுவதற்கான இன்னொரு முறை உள்ளதா?

இதனைக் கண்டறிக

1. கடந்த பயிற்சிகளில் உள்ள எண்களுக்கு, மிகக் குறைவான பட்டன் அழுத்தங்களைச் செய்வதால் ஒவ்வொரு எண்ணையும் எவ்வாறு பெற முடியுமெனக் கண்டுபிடிக்க.

© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

2. ஒவ்வொரு எண் மற்றும் பொருத்தமான மிகச்சிறிய பட்டன் அழுத்தங்களின் எண்ணிக்கைக்கு இடையே ஏதேனும் ஒரு தொடர்பு உண்டா?

3. நீங்கள் கவனித்தால், குறைந்த பட்ச பட்டன் அழுத்தங்களுக்கான கோவைகளும் அவ்வெண்களின் இந்திய எண் முறைமைக் குறியீடுகளைக் கொடுக்கிறது.

+10,00,000 பட்டனைப் பத்து முறை அழுத்தினால் என்னவாகும்? என்ன எண் கிடைக்கப்பெறும்? அது எத்தனை பூஜ்ஜியங்களைப் பெற்றிருக்கும்? அதை நாம் என்னவென்று அழைக்க வேண்டும்? அவ்வெண் 100 இலட்சங்களாகும், இது ஒரு கோடி என்றும் அழைக்கப்படலாம். ஒரு கோடி 1,00,000 என்று அழைக்கப்படுகிறது, இது 1ஐத் தொடர்ந்து ஏழு பூஜ்ஜியங்களைப் பெற்றுள்ளது.

1.3 கோடிகளைக் குறித்தும் கோடிகளும்

எண்களைப் பெயரிடுவதற்கும் காற்புள்ளிகளை இடும் இரு எண்மான முறைமைகளான இந்திய முறை மற்றும் அமெரிக்க முறைகளில் (அனைத்துலக முறை என்றும் அழைக்கப்படும்) சில எண்களை கீழ்வரும் இவ்வட்டவணை குறிப்பிடுகிறது. இரு முறைகளிலும் காற்புள்ளிகளிலிருக்கும் இடங்களைக் கவனிக்க.

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

இந்திய முறை		அமெரிக்க முறை	
1,000	ஓராயிரம்,	1,000	ஓராயிரம்,
10,000	பத்தாயிரம்,	10,000	பத்தாயிரம்,
1,00,000	ஒரு இலட்சம்,	100,000	நூறு ஆயிரங்கள்
10,00,000	பத்து இலட்சங்கள்,	1,000,000	ஒரு மில்லியன்
1,00,00,000	ஒரு கோடி,	10,000,000	பத்து மில்லியன்கள்
10,00,00,000	பத்து கோடிகள்,	100,000,000	நூறு மில்லியன்
1,00,00,00,000	ஒரு அரபு அல்லது நூறு கோடிகள்	1,000,000,000	ஒரு பில்லியன்கள்

இந்திய முறையில் இலக்கங்கள் 3 - 2 - 2 - 2 வடிவமைப்பில் வலதிலிருந்து இடம் (ஆயிரங்கள், இலட்சங்கள், கோடிகள் முதலியன) நோக்கி காற்புள்ளிகள் இடப்படுகின்றன. அமெரிக்க முறைமையில் காற்புள்ளிகள் 3 - 3 - 3 - 3 வடிவமைப்பில் இலக்கங்கள் சீராக வலதிலிருந்து இடம் நோக்கி (ஆயிரங்கள், மில்லியன்கள், பில்லியன்கள் முதலியன) இடப்படுகின்றன.

இந்திய முறையில் எண்களைப் பெயரிடும் முறை, பூதான், நேபாளம், இலங்கை, பாகிஸ்தான், வங்காளதேசம், மாலத்தீவுகள், அப்கானிஸ்தான் மற்றும் மியான்மாரில் பயன்படுத்தப்படுகிறது, 'இலட்சம்' மற்றும் '''கோடி' என்ற சொற்கள் ''இலக்ஷா'' மற்றும் ''கோடி'' என்ற சமஸ்கிருத சொற்களிலிருந்து பிறந்தன. அமெரிக்க முறையும் பல நாடுகளில் பயன்படுத்தப்படுகிறது.

ஒரு இலட்சம் மற்றும் ஒரு கோடியில் இருக்கும் பூஜ்ஜியங்களைக் கவனிக்க 1 இலட்சம், எண்ணால் எழுதப்படும் போது அது 1ஐத் தொடர்ந்து 5 பூஜ்ஜியங்கள் ஆகும்.

1 கோடி, எண்ணால் எழுதப்படும் போது அது 1 ஐத் தொடர்ந்து 7 பூஜ்ஜியங்கள் ஆகும்.

ஒரு இலட்சம் என்பது ஒரு ஆயிரத்தின் நூறு மடங்குகள் ஆகும், ஒரு கோடி ஒரு இலட்சத்தின் நூறு மடங்குகள் ஆகும் மற்றும் ஒரு அரபு ஒரு கோடியின் நூறு மடங்குகள் ஆகும் (அதாவது நூறு ஆயிரம் 1 இலட்சம், 100 இலட்சங்கள் 1 கோடி மற்றும் 1 அரபு 100 கோடிகள் ஆகும்.)

? ஆயிரம் இலட்சங்கள் எத்தனைப் பூஜ்ஜியங்களைப் பெற்றுள்ளன? ____________

? ஒரு நூறு அயிரம் எத்தனைப் பூஜ்ஜியங்களைப் பெற்றுள்ளது? ____________

எண் 9876501234க்கு காற்புள்ளிகள் இடப்படுவதால் அது எளிதாகப் படிக்கப்படுகிறது.

(அ) 9, 87, 65, 01, 234 – 9 அரபு 87 கோடி 65 இலட்சங்கள் 1 ஆயிரம் மற்றும் 234 அல்லது 987 கோடி 65 இலட்சம் 1 ஆயிரம் 234 (இந்திய முறையில்)

(ஆ) 9, 876, 501, 234 – 9 பில்லியன் 876 மில்லியன் 501 ஆயிரம் 234 (அமெரிக்க முறையில்)

?

இதனைக் கண்டறிக

1. கீழ்காணும் எண்களை இந்திய இடமதிப்புக் குறியீட்டு முறைகளில் படிக்க மற்றும் அவற்றின் எண் பெயர்களை இந்திய மற்றும் அமெரிக்க முறைகள் இரண்டிலும் எழுதுக

(a) 4050678	(b) 48121620
(c) 20022002	(d) 246813579
(e) 345000543	(f) 1020304050

2. கீழ்காணும் எண்களை இந்திய இட மதிப்பு குறியீட்டு முறையில் எழுதுக.

NOT TO BE REPUBLISHED @KTBS

(அ) ஒரு கோடி ஒரு இலட்சம் ஓராயிரத்து பத்து.

(ஆ) ஒரு பில்லியன் ஒரு மில்லியன் ஓராயிரத்து ஒன்று.

(இ) பத்து, கோடி இருபது இலட்சத்து முப்பதாயிரத்து நாற்பது.

(ஈ) ஒன்பது பில்லியன் எண்பது மில்லியன் எழுநூறு ஆயிரத்து அறுநூறு.

3. ஒப்பிட்டு '<', '>' அல்லது '=' ஐ எழுதுக.

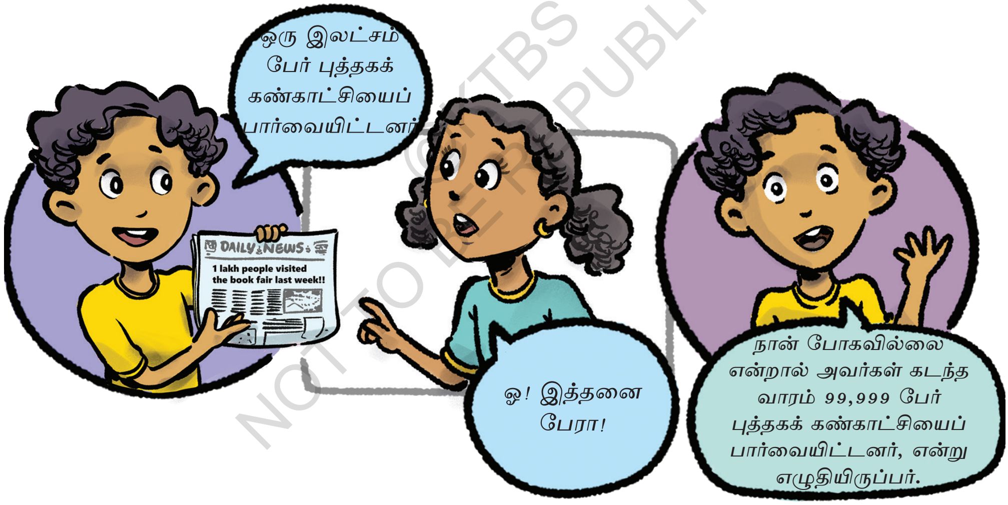
(அ) 30 ஆயிரம் ________ 3 இலட்சங்கள்.

(ஆ) 500 இலட்சங்கள் ________ 5 மில்லியன்.

(இ) 800 ஆயிரம் ________ 8 மில்லியன்.

(ஈ) 640 கோடி ________ 60 பில்லியன்.

1.4 சரியான மற்றும் தோராய மதிப்புகள்



© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

இந்தக் கலந்துரையாடலைப் பற்றி நீங்கள் என்ன நினைக்கிறீர்கள்? இத்தகைய தலைப்புகள் அல்லது அறிக்கைகளைக் குறித்து படித்துள்ளீர்களா அல்லது கேட்டிருக்கிறீர்களா?

பல சமயங்களில் சரியான எண்கள் நமக்கு தேவைப்படாது, தோராய மதிப்பு போதுமானதாகும். எடுத்துக்காட்டு : 2011 கணக்கெடுப்பின் படி சிந்தாமணி நகரத்தின் மக்கட்தொகை 76,068 ஆகும். மக்கள் தொகை சுமார் 75,000 என்பது அந்த அளவு எவ்வளவு பெரியது என்பதனைப் பற்றிய ஒரு புரிதலைக் கொடுக்கப் போதுமானதாகும்.

© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

(மேல் நோக்கித் தோராயமாக்குதல்)

ஒரு எண்ணை முழுமையாக்குதல் பொருளுள்ளதாக்கும் சூழ்நிலைகள் உள்ளன (ஒரு எண் அசல் எண்ணை விட அதிகமாக இருக்கும் பொழுது தோராயமாக்குதல் சாத்தியமாகும்.) எ.கா: ஒரு பள்ளி மாணவர்கள், ஆசிரியர்கள் மற்றும் மற்ற பணியாளர்கள் உள்பட 732 பேரைப் பெற்றுள்ளது எனில் தலைமை ஆசிரியர் 700 இனிப்புகளுக்கு பதிலாக 750 இனிப்புகளை வாங்க வேண்டும்.

கீழ்நோக்கிக் கணிப்பது (குறைத்தல்) சிறந்து விளங்கும் சூழ்நிலைகளும் உண்டு. (ஒரு எண் அசல் எண்ணை விடக் குறைவாக இருக்கும் பொழுது கீழ்நோக்கித் தோராயமாக்குதல் சாத்தியமாகும்) எ.கா: ஒரு பொருளின் விலை ரூ470 எனில், கடைக்காரர் பொருளின் விலையை ரூ. 500க்கு பதிலாக ரூ. 450 எனக் கூறலாம்.

? (1) மேல் நோக்கித் தோராயமாக்குதல். (2) கீழ்நோக்கித் தோராயமாக்குதல் (3) மேல்நோக்கித் தோராயமாக்குதல் சரியா அல்லது கீழ்நோக்கித் தோராயமாக்குதல் சரியா மற்றும் (4) சரியான எண்கள் தேவைப்படுதல் இவற்றினை சரியாகப் பயன்படுத்தும் சூழ்நிலைகளைப் பற்றி சிந்திக்க மற்றும் பகிர்க.

அருகிலுள்ள அயலவர்கள்

பெரிய எண்களுக்கு , அருகிலுள்ள ஆயிரம், இலட்சம் அல்லது கோடியை அறிந்துக் கொள்வது பயனுள்ளதாக அமையும். எ.கா: எண் 6, 72, 85, 183 க்கு அருகிலுள்ள அயலவர்கள் கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளன.

அருகிலுள்ள ஆயிரம்	6,72,85,000
அருகிலுள்ள பத்தாயிரம்	6,72,90,000
அருகிலுள்ள இலட்சம்	6,73,00,000
அருகிலுள்ள பத்து இலட்சம்	6,70,00,000
அருகிலுள்ள ஆயிரம்	7,00,00,000

? அதேபோல, இவ்வெண்களுக்கு ஐந்து அருகிலுள்ள அயலவர்களை எழுதுக.

(a) 3,87,69,957

(b) 29,05,32,481

? அனைத்து ஐந்து அருகிலுள்ள அயலவர்கள் அனைவரும் 5,00,00,000 ஆக இருக்கும் ஒரு எண் என்னிடம் உள்ளது. அத்தகைய எண்கள் எத்தனை உள்ளன?

கணித பேச்சு

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

ராக்ஸியும் எஸ்துவும் எளிய கோவைகளின் மதிப்புகளைத் தோராயமாக்குகின்றனர்.

1. 4, 63, 128 + 4, 19, 682.

ராக்ஸி : கூட்டுத் தொகை 8,00,000 க்கு

அருகிலுள்ளது மற்றும் 8,00,000 க்கும் குறைவாக உள்ளது.

எஸ்து : கூட்டுத்தொகை 9,00,000 க்கு

அருகில் உள்ளது மற்றும் 9,00,000 க்கும் குறைவாக உள்ளது

(அ) இத்தோராயங்கள் சரியா? யாருடைய தோராயங்கள் கூட்டுத் தொகைக்கு அருகில் உள்ளன?

(ஆ) கூட்டுத்தொகை 8,50,000 ஐ விட அதிகமாக இருக்குமா அல்லது 8,50,000 க்கும் குறைவாக இருக்குமா? இது ஏன் என்று நீங்கள் நினைக்கிறீர்கள்.

(இ) கூட்டுத்தொகை 8,83,128 ஐ விட அதிகமாக இருக்குமா அல்லது 8,83,128 க்கும் குறைவாக இருக்குமா? ஏன் என்று சிந்திக்க?

(ஈ) 4, 63, 128 + 4, 19, 682 = ______________ இதன் சரியான மதிப்பு என்ன?

2. 14, 68, 128 – 4,90, 020.

ராக்ஸி : ''வித்தியாசம் 10,00,000 க்கு அருகில் உள்ளது மற்றும் 10,00, 000க்கும் குறைவாக உள்ளது.''

எஸ்து: ''வித்தியாசம் 9,00,000 க்கு அருகில் உள்ளது மற்றும் 9,00,000 க்கும் அதிகமாக உள்ளது

(அ) இத்தோராயங்கள் சரியா? யாருடைய தோராயம் வித்தியாசத்திற்கு அருகில் உள்ளது?

(ஆ) வித்தியாசம் 9,50,000 க்கும் அதிகமாக உள்ளது அல்லது 9,50,000 க்கும் குறைவாக உள்ளது? ஏன் என்று சிந்திக்க?

(இ) வித்தியாசம் 9,63,128 க்கும் அதிகமாக இருக்குமா அல்லது 9,63,128 க்கும் குறைவாக இருக்குமா? ஏன் என்று சிந்திக்க?

(ஈ) 14, 63, 128 – 4,90,020 இன் சரியான மதிப்பு ______________

ஆசிரியருக்கான குறிப்பு : மாணவர்களிடம் இத்தகைய வினாக்களைக் கேட்கவும் கூட்டுத்தொகை 8,50,000 க்கும் குறைவாக இருக்கவேண்டுமெனில் எண்கள் என்னவாக இருக்கும்.

NOT TO BE REPUBLISHED ©KTBS

நகரங்களின் மக்கட்தொகை

சில இந்திய நகரங்களின் மக்கட்தொகைகளை கீழுள்ள அட்டவணையில் கவனிக்க.

Rank	நகரம்	மக்கட்தொகை (2011)	மக்கட்தொகை (2000)
1.	மும்பை	1,24,42,373	1,19,78,450
2.	புது தில்லி	1,10,07,835	98,79,172
3.	பெங்களூரு	84,25,970	43,01,326
4.	ஹைதராபாத்	68,09,970	36,37,483
5.	அகமதாபாத்	55,70,585	35,20,085
6.	சென்னை	46,81,087	43,43,645

7.	கொல்கத்தா	44,86,679	45,72,876
8.	சூரத்	44,67,797	24,33,835
9.	வதோத்ரா	35,52,371	16,90,000
10.	பூனே	31,15,431	25,38,473
11.	ஜெய்பூர்	30,46,163	23,22,575
12.	லக்னவ்	28,15,601	21,85,927
13.	கான்பூர்	27,67,031	25,51,337
14.	நாக்பூர்	24,05,665	20,52,066
15.	இன்டோர்	19,60,631	14,74,968
16.	தானெ	18,18,872	12,62,551
17.	போபால்	17,98,218	14,37,354
18.	விஷாகபட்டினம்	17,28,128	13,45,938
19.	பிம்ப்ரி சின்ச்வாட்	17,27,692	10,12,472
20.	பாட்னா	16,84,222	13,66,444

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

மேற்காணும் அட்டவணையில் கொடுத்துள்ள விவரத்திலிருந்து தோராயமாக்குவதன் மூலம் கீழ்காணும் வினாக்களுக்கு விடையளிக்க.

1. இவ்விவரத்தைக் குறித்து உங்களுடைய நோக்கீடு என்ன?
2. மேற்காணும் அட்டவணைக்கு ஒரு சரியான தலைப்பினைக் கூறுக.
3. 2011 இல் பூனேயின் மக்கட்தொகை என்ன? 2001 உடன் ஒப்பிடும்போது மக்கட்தொகை தோராயமாக எவ்வளவு அதிகரித்துள்ளது?
4. 2001 மற்றும் 2011க்கு இடையே எந்த நகரத்தில் மக்கட்தொகை பெரும்பாலும் அதிகரித்தது?
5. மக்கட்தொகை தோராயமாக இருமடங்கு ஆகியுள்ள நகரங்கள் உள்ளனவா? அவை யாவை?

6. மும்பையின் மக்கட்தொகைக்கு அருகில் உள்ள மக்கட்தொகையைப் பெற பாட்னாவின் மக்கட்தொகையுடன் பெருக்கப்பட வேண்டிய எண் யாது?

1.5 பெருக்குத் தொகைகளில் வடிவமைப்புகள்

ராக்ஸியும் எஸ்துவும் பெருக்கலுடன் விளையாடுகின்றனர். ஒரு எண்ணை 10,100,1000 மற்றும் இன்ன பிற எண்களோடு பெருக்க அவர்கள் ஒரு சுவராஸ்யமான நுட்பத்தை எதிர்கொண்டனர்.

பெருக்கலுக்கான குறுக்கு வழி

கீழ்காணும் முறையில் ராக்ஸி 116 × 5 ஐ மதிப்பிட்டாள்

$$116 \times 5 = \overset{58}{\cancel{116}} \times \frac{10}{\cancel{2}}$$

$$= 58 \times 10$$

$$= 580$$

எஸ்து 824 × 25 என மதிப்பிட்டார்

$$824 \times 25 = \overset{206}{\cancel{824}} \times \frac{100}{\cancel{4}}$$

$$= 20600$$

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

? பெருக்கல் மற்றும் வகுத்தலின் பொருளினைப் பயன்படுத்தி, ஏன் 5 இனால் பெருக்கப்படுவது 2 இனால் வகுபடுத்துவதற்கும் 10 இனால் பெருக்கப்படுவதற்கும் சமம் ஆகிறது என்பதை உம்மால் விளக்க முடியுமா?

? இதனைக் கண்டறிக

1. இப்பெருக்குத் தொகைகளைக் கணக்கிட விரைவான வழிகளைக் கண்டுபிடிக்க.

   (a) 2 × 1768 × 50

   (b) 72 × 125 [குறிப்பு $125 = \frac{1000}{8}$]

   (c) 125 × 40 × 8 × 25

2. இப்பெருக்குத் தொகைகளை வேகமாகக் கணக்கிடுக.

   (a) 25 × 12 = ____________

(b) 25 × 240 = ____________

(c) 250 × 120 = ____________

(d) 2500 × 12 = ____________

(e) ______ × ______ = 120000000

பெருக்குத்தொகை எவ்வளவு நீளமாக உள்ளது?

கீழ்காணும் ஒவ்வொரு பெட்டியிலும், பெருக்கல்கள் சுவாரஸ்யமான வடிவமைப்புகளை அமைக்கின்றன. வடிவமைப்புகளைக் கண்டுபிடிக்க அவற்றைக் கணக்கிடுக. கவனித்த வடிவமைப்புகளின் அடிப்படையில் பெருக்கல்களை நீட்டிக்க.

11 × 11 =	66 × 61 =
111 × 111 =	666 × 661 =
1111 × 1111 =	6666 × 6661 =

© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

? ஒவ்வொரு நிலையிலும் பெருக்கப்படும் இரண்டு எண்கள் மற்றும் அவற்றின் பெருக்குத் தொகையில் கிடைக்கப்பெறும் இலக்கங்களின் எண்ணிக்கையை கவனிக்க. பெருக்கப்படும் எண்கள் மற்றும் பெருக்குத் தொகையில் பெறப்படும் இலக்கங்களின் எண்ணிக்கையின் இடையே ஏதேனும் தொடர்பு உண்டா.

? "இரண்டு 2-இலக்க எண்களின் பெருக்குத் தொகை எப்பொழுதும் ஒரு 3-இலக்க எண் அல்லது 4 - இலக்க எண்ணாக மட்டுமே இருக்கும்", என்று ராக்ஸி கூறுகிறார்.

சாத்தியமான அளவு 2-இலக்க எண்களின் பெருக்கல்களைச் செய்து ராக்ஸி கூறுவது சரியா எனக் கூற முயற்சிக்க வேண்டுமா? அல்லது அதனைக் கண்டுபிடிக்க வேறு சிறந்த வழிமுறை ஏதேனும் உண்டா?

அவர் தமது காரணத்தை இவ்வாறு விளக்குகிறார், "இரண்டு 2-இலக்க எண்களின் பெருக்குத் தொகையில் உள்ள இலக்கங்களின் எண்ணிக்கையைப் பற்றி நாம் அறிந்துக் கொள்ள வேண்டும். அத்தகைய மிகச்சிறிய பெருக்குத் தொகையைப் பற்றி அறிய நான் 10 × 10 ஐ எடுத்துக் கொண்டேன், ஆகவே அனைத்து பெருக்குத் தொகைகளும் 100 ஐ விட அதிகமாக இருக்கும்"

? ஒரு 3 -இலக்க எண்ணை இன்னொரு 3-இலக்க எண்ணோடு பெருக்கினால் அது 4-இலக்க எண்ணைத் தருமா?

? ஒரு 4 - இலக்க எண்ணை ஒரு 2 - இலக்க எண்ணுடன் பெருக்கினால் அது ஒரு 5 - இலக்க எண்ணைத் தருமா?

? கீழ்காணும் பெருக்கல் அறிக்கைகளை கவனிக்க. நீங்கள் ஏதேனும் வடிவமைப்புகளைக் காண்கிறீர்களா? இவ்வடிவமைப்பு மற்ற எண்களுக்கும் தொடருமா? எனப் பார்க்க.

1-இலக்கம்	×	1-இலக்கம்	=	1-இலக்கம்	or	2-இலக்கம்
2-இலக்கம்	×	1-இலக்கம்	=	2-இலக்கம்	or	3-இலக்கம்
2-இலக்கம்	×	2-இலக்கம்	=	3-இலக்கம்	or	4-இலக்கம்
3-இலக்கம்	×	3-இலக்கம்	=	5-இலக்கம்	or	6-இலக்கம்
5-இலக்கம்	×	5-இலக்கம்	=		or	
8-இலக்கம்	×	3-இலக்கம்	=		or	
12-இலக்கம்	×	13-இலக்கம்	=		or	

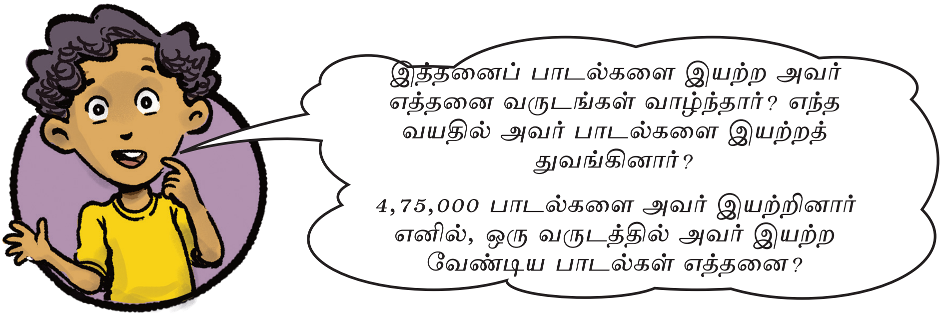
NOT TO BE REPUBLISHED @KTBS

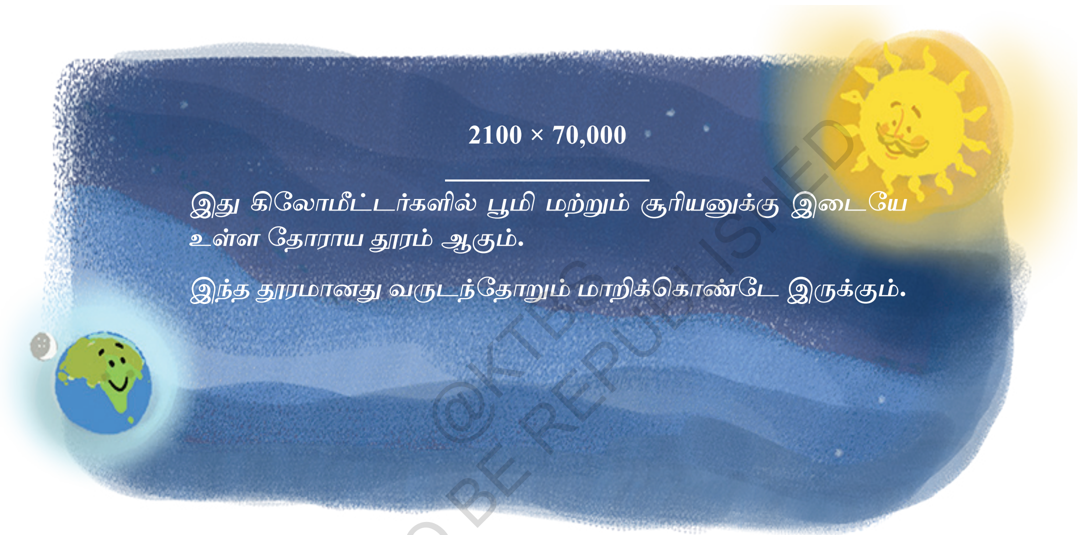
பெரிய எண்களைக் குறித்த சுவாரஸ்யமான தகவல்கள்.

பெரிய எண்களைக் குறித்த சுவராஸ்யமான உண்மைகள் கீழே மறைந்துள்ளன. இவ்வமைப்புகளைக் கண்டுபிடிக்க பெருக்குத்தொகை அல்லது ஈவினைக் கணக்கிடுக. பெருக்குத் தொகை அல்லது ஈவினைக் கண்டுபிடித்தவுடன் அவ்வெண்ணை இந்திய மற்றும் அமெரிக்க எண்மான முறையில் படிக்க. ஒவ்வொரு எண்ணையும் கண்டுபிடித்த பிறகு, உண்மையைப் பற்றிய உங்களுடைய சிந்தனைகளையும் கேள்விகளையும் பகிர்ந்துக் கொள்க.

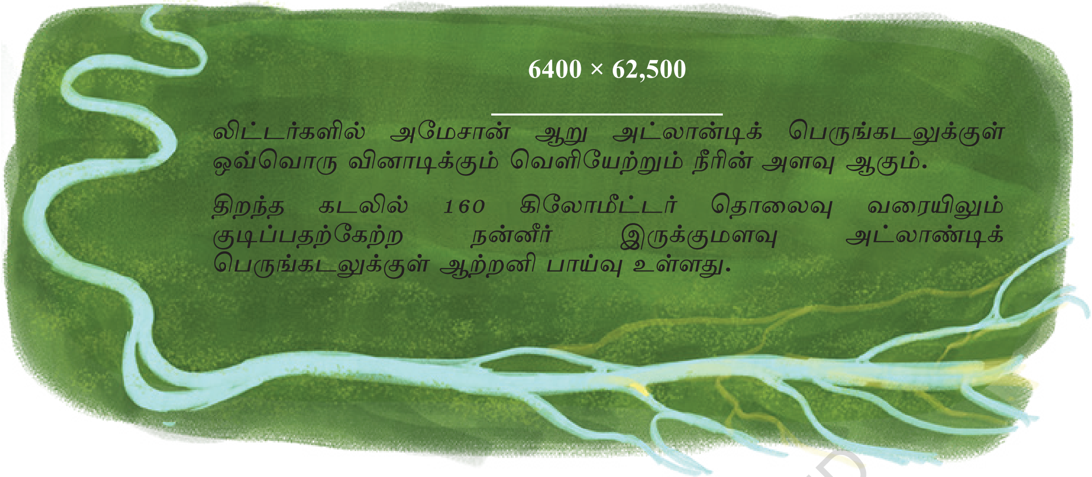
1250×380

புனைவுகளின் படி இவ்வெண் புரந்தரதாசரால் இயற்றப்பட்ட கீர்த்தனைகள் ஆகும். புரந்தரதாசர், 15 ஆம் நூற்றாண்டில் இருந்த இசையமைப்பாளரும் பாடகரும் ஆவார். அவருடைய கீர்த்தனைகள் சமூகத் சீர்த்திருத்ததையும் பக்தியையும் ஆன்மீகத்தையும் பரவச் செய்தது. தற்காலத்தில் பின்பற்றப்படும் கர்நாடக இசையைக் கற்பித்தலுக்கான முறைகளை முறைப்படுத்தினார்.





@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED



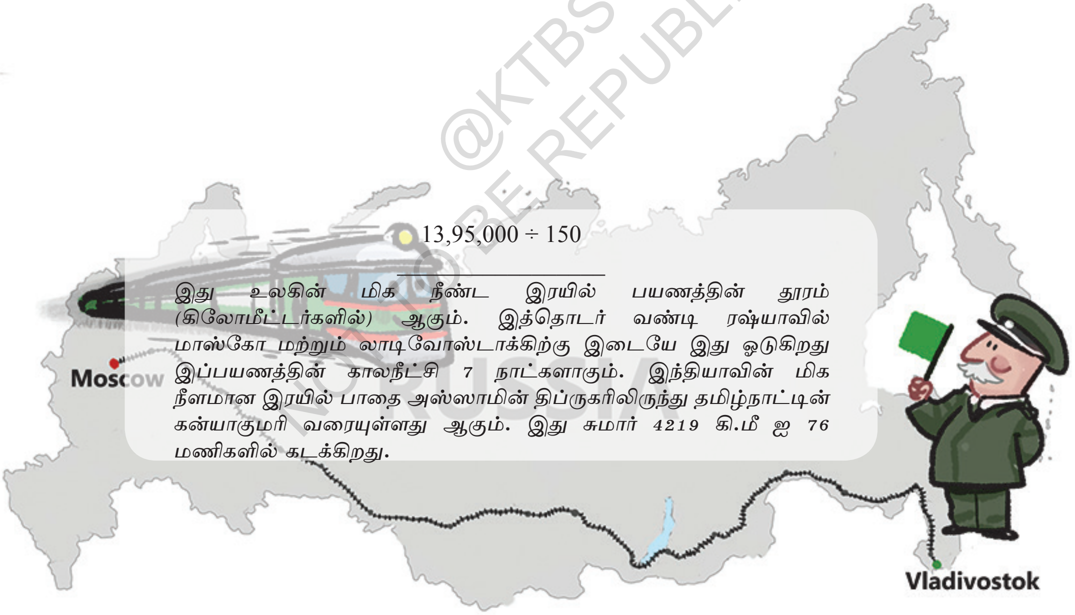
6400 × 62,500

________________ லிட்டர்களில் அமேசான் ஆறு அட்லான்டிக் பெருங்கடலுக்குள் ஒவ்வொரு வினாடிக்கும் வெளியேற்றும் நீரின் அளவு ஆகும்.

திறந்த கடலில் 160 கிலோமீட்டர் தொலைவு வரையிலும் குடிப்பதற்கேற்ற நன்னீர் இருக்குமளவு அட்லாண்டிக் பெருங்கடலுக்குள் ஆற்றனி பாய்வு உள்ளது.

முன்பு செய்தது போல, வகுத்தல் பற்றிய சுவாரஸ்யமான உண்மைகளை வெளிச்சத்திற்கு கொண்டு வரக் கொடுத்துள்ள எண்களை வகுக்க.

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED



13,95,000 ÷ 150

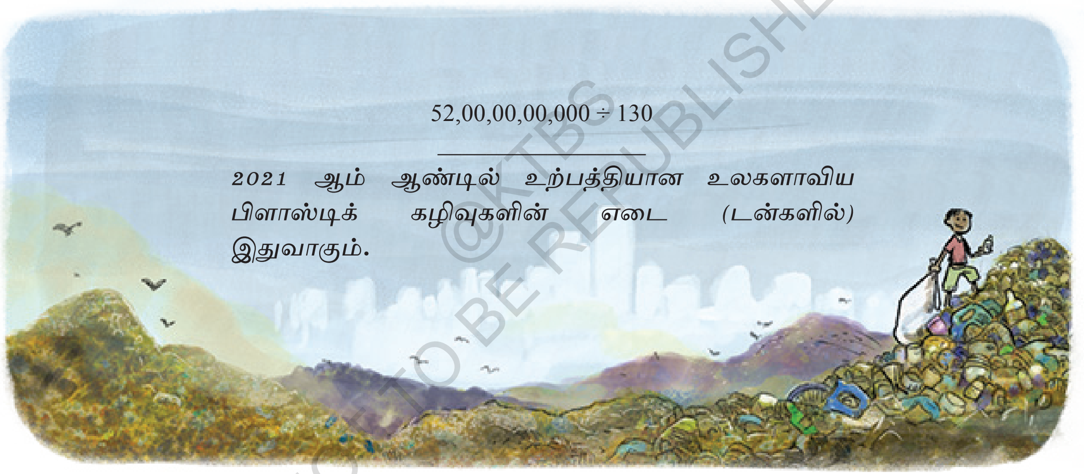
________________ இது உலகின் மிக நீண்ட இரயில் பயணத்தின் தூரம் (கிலோமீட்டர்களில்) ஆகும். இத்தொடர் வண்டி ரஷ்யாவில் மாஸ்கோ மற்றும் லாடிவோஸ்டாக்கிற்கு இடையே இது ஓடுகிறது இப்பயணத்தின் காலநீட்சி 7 நாட்களாகும். இந்தியாவின் மிக நீளமான இரயில் பாதை அஸ்ஸாமின் திப்ருகரிலிருந்து தமிழ்நாட்டின் கன்யாகுமரி வரையுள்ளது ஆகும். இது சுமார் 4219 கி.மீ ஐ 76 மணிகளில் கடக்கிறது.

வளர்வுற்ற நீலத் திமிலங்களின் எடை

$10,50,00,000 \div 700$ கிகி ஐ விட அதிகமாகும்.

____

பிறந்த நீலத் திமிங்கலம் ஒரு வளர்வுற்ற காண்டா மிருகத்தின் சராசரி எடையான 2700 கிகி க்கு ஒத்தது, நீலத் திமிங்கலத்தின் இருதயத்தின் எடை 700 கிகி எனப் பதிவிடப்பட்டது. ஒரு நீலத் திமிங்கலத்தின் நாவின் எடை ஒரு யானைக்கு சமம். நீலத் திமிலங்கலம் ஒவ்வொரு நாளும் 3500 கி.கி. கிரில்களை உண்ண முடியும். அர்ஜென்டினோசாரஸ் என்ற மிகப் பெரிய நிலவாழ் விலங்கின் தோராய எடை 90,000 கிகி ஆகும்.



$52,00,00,00,000 \div 130$

____

2021 ஆம் ஆண்டில் உற்பத்தியான உலகளாவிய பிளாஸ்டிக் கழிவுகளின் எடை (டன்களில்) இதுவாகும்.

©KTBS
NOT TO BE REPUBLISHED

பெரியளவு உண்மை

ஒரு கிராம் அளவு ஆரோக்கியமான மண்ணில் 100 மில்லியனிலிருந்து 1 பில்லியன் பாக்டீரியா இருக்கலாம், 1 இலட்சத்திலிருந்து 1 மில்லியன் பூஞ்சைகள் (fungi) உள்ளன. இது தாவரத்தின் வளர்ச்சிக்கும் ஆரோக்கியத்திற்கும் உதவும்.

நீங்கள் அறிந்த இத்தகைய பெரியளவு உண்மைகளை வகுப்பினருடன் பகிர்ந்துக்கொள்க.

1.6 இது குறித்து எப்பொழுதாவது வியந்துள்ளீர்களா?

பெரிய எண்கள் குறித்த இவ்வாக்கப் பூர்வமான உண்மைகளை அறிந்து எஸ்து வியந்தார். இவற்றைப் பற்றி சிந்திக்கும் பொழுது அவர் இந்த வழக்கத்திற்கு

மாறான வினாவைக் கேட்டார். அதாவது ''மும்பையின் மொத்த மக்கட்தொகையும் ஒரு இலட்ச பஸ்களில் அடங்குவார்களா? நீங்கள் என்ன நினைக்கிறீர்கள்? அதை நாம் எப்படிக் கண்டறியலாம்? ஒரு பஸ் 50 பேரைக் கொள்ளும் என எடுத்துக் கொள்வோம். அவ்வாறெனில் 1 இலட்சம் பஸ்கள் 1 இலட்சம் × 50 = 50 லட்ச மக்களை இடங்கொள்ளும்''

மும்பையின் மக்கட்தொகை 1 கோடி 24 இலட்சங்களை விட அதிகமாகும் (இதை நாம் முந்தைய அட்டவணையில் பார்த்தோம்) ஆகவே, மும்பையின் மொத்த மக்கட்தொகையும் 1 இலட்சம் பஸ்களில் அடங்க முடியாது.

? RMS டைடானிக் கப்பல், சுமார் 2500 பயணிகளை ஏற்றிச் சென்றது. மும்பையின் மக்கட்தொகையை இத்தகைய 5000 கப்பல்கள் இடங்கொள்ளுமா?

NOT TO BE PUBLISHED

? இப்புதிய வினாவால் ஊக்கமடைந்து ராக்ஸி, ''ஒவ்வொரு நாளும் நான் 100 கிலோமீட்டர்கள் பயணித்தால், 10 வருடங்களில் நான் சந்திரனைச் சென்றடைய முடியுமா?'' (பூமி மற்றும் சந்திரனுக்கு இடையே உள்ள தூரம் 3,84,000 கி.மீ. ஆகும்)

ஒரு வருடத்தில் அவரால் எவ்வளவு தூரம் பயணிக்க முடிந்திருக்கும்?

10 வருடங்களில் அவரால் எவ்வளவு தூரம் பயணிக்க முடிந்திருக்கும்?

இக்கணக்கீடுகளை படிநிலைகளில் செய்வது எளிதல்ல. இவ்வழிமுறையை பெரிய கணக்கீடுகளைச் செய்ய நீங்கள் பயன்படுத்தலாம்.

? ஒவ்வொரு நாளும் நீங்கள் 1000 கிலோமீட்டர்கள் பயணித்தால், உங்கள் வாழ்நாளில் உங்களால் சூரியனை சென்றடைய முடியுமா எனக் கண்டுபிடிக்க (கடந்தப் பயிற்சியில் பூமி மற்றும் சூரியனுக்கு இடையே உள்ள தூரத்தை நீங்கள் எழுதினீர்கள்)

? தேவையான கருத்துள்ள அனுமானங்களைச் செய்து கீழ்காணும் வினாக்களுக்கு விடையளிக்க.

(அ) ஒரு காகிதத் தாளின் எடை 5 கிராம்கள் எனில், ஒரே நேரத்தில் ஒரு இலட்சம் காகிதத் தாள்களை ஒருங்கே இணைத்து உங்களால் தூக்க முடியுமா?

(ஆ) ஒவ்வொரு நிமிடமும் உலகம் முழுதும் 250 குழந்தைகள் பிறக்கின்றனர் எனில், ஒரு நாளில் ஒரு மில்லியன் குழந்தைகள் பிறப்பார்களா?

(இ) ஒரு நாளில் 1 மில்லியன் நாணயங்களை உம்மால் எண்ண முடியுமா? ஒவ்வொரு வினாடிக்கும் நீங்கள் ஒரு நாணயத்தை எண்ண முடியுமென எடுத்துக்கொள்க.

? இத்தகைய விகட வினாக்களை சிந்தித்து உருவாக்கி அவற்றை உங்கள் வகுப்பினரோடு பகிர்ந்து கொள்க.

? இதனைக் கண்டறிக

1. 0-9 வரையுள்ள அனைத்து இலக்கங்களையும் சரியாக ஒரு முறை மட்டுமே (முதல் இலக்கம் 0 ஆக இருக்க முடியாது) பயன்படுத்தி 10 - இலக்க எண்ணை உருவாக்கி,

(அ) 5 இன் மிகப்பெரிய மடங்கு

(ஆ) மிகச்சிறிய இரட்டைப் படை எண் இவற்றினை எழுதுக.

2. ஆங்கில எழுத்துக்களில் 10, 30, 285 என்ற எண்ணின் பெயரை எழுதும் போது அதில் 43 ஆங்கில எழுத்துக்கள் உள்ளன. அதிகபட்ச எழுத்துக்கள் உள்ள 7 - இலக்க எண்ணின் பெயரை எழுதுக.

3. எந்த இரண்டு இலக்கங்களை இடமாற்றம் செய்தாலும் ஒரு பெரிய எண்ணாக மாறும் 9 – இலக்க எண்ணை எழுதுக. அத்தகைய எந்த எண்கள் உள்ளன?

4. மீதமுள்ள எண்ணானது சாத்தியமான அளவு பெரியதாக அமையும் வண்ணம் எண் 12345123451234512345 இலிருந்து 10 இலக்கங்களை நீக்குக.

5. "zero' மற்றும் 'one' என்ற சொற்களில் 'e' மற்றும் 'o' பொதுவாக உள்ளன. 'one' மற்றும் 'two' என்ற சொற்களில் 'o' என்ற எழுத்து பொதுவானது. பொதுவான ஆங்கில எழுத்து இடம்பெறாமல் இருக்க இரண்டு தொடர் எண்களைக் கண்டுபிடிக்க நீங்கள் எவ்வளவு தூரம் எண்ணவேண்டும்.

6. 1, 2, 3, 4, ... 9, 10, 11.... என அனைத்து எண்களையும் நீங்கள் எழுதுகின்றீர் என எடுத்துக்கொள்வோம். இவ்வெண்ணின் ஒரு பாகமாக

NOT TO BE REPUBLISHED @KTBS

இருக்கும் வகையில் நீங்கள் எழுதும் 10வது இலக்கம் 1 என்றும் 11 வது இலக்கம் 0 என்றும் எழுதுக.

(அ) 1000 வது இலக்கம் என்னவாக இருக்கும்? எந்த எண்ணில் அது இடம்பெறும்.

(ஆ) எந்த எண் மில்லியனாவது இலக்கத்தைப் பெற்றிருக்கும்?

(இ) இலக்கம் '5'ஐ, 5000 வது முறையாக எப்பொழுது எழுதியிருப்பீர்கள்?

7. ஒரு கால்குலேட்டரில் '+10,000' மற்றும் '+100' பட்டன்கள் மட்டுமே உள்ளன. கீழ்காணும் எண்களுக்கு செய்யப்பட வேண்டிய பட்டன் கிளிக்குகளை விளக்க ஒரு கோவையை எழுதுக.

(a) 20,800

(b) 92,100

(c) 1,20,500

(d) 65,30,000

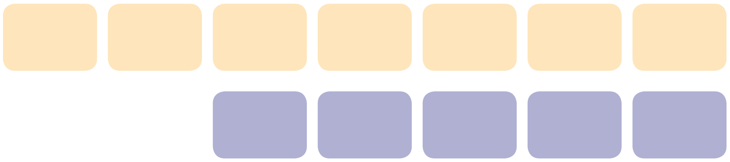
(e) 70,25,700

8. எத்தனை இலட்சங்கள் ஒரு பில்லியன் ஆகும்?

9. 1-9 வரையுள்ள எண்கள் எழுதப்படுள்ள 2 செட் எண் அட்டைகள் உங்களிடம் கொடுக்கப்படுகின்றன. கீழ்காண்பனவற்றைப் பெற ஒவ்வொரு பெட்டியிலும் எண் அட்டைகளை வைக்க.

(அ) சாத்தியமாகும் மிகப் பெரிய கூட்டுத்தொகையைப் பெறுவதற்கு.

(ஆ) கிடைக்கப்பெறும் இரண்டு எண்களின் சாத்தியமான மிகச்சிறிய வித்தியாசம் பெறுவதற்கு.



10. உங்களிடம் இவ்வெண் அட்டைகள் கொடுக்கப்படுகின்றன 4000, 13000, 300, 70000, 150000, 20, 5 நீங்கள் விரும்பும் செயல்பாட்டினைப் பயன்படுத்தி, எண் அட்டைகளைக் கொண்டு உங்களால் முடிந்த அளவு கீழ்காணும் எண்களுக்கு அருகே செல்க. ஒரு குறிப்பிட்ட எண்ணை உருவாக்க ஒரு அட்டை ஒரு முறை மட்டுமே பயன்படுத்தப்பட முடியும்.

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

(a) 1,10,000: என்னால் அமைக்கக் கூடிய மிக அருகாமையில் உள்ள எண் $4000 \times (20 + 5) + 13000 = 1,13,000$

(b) 2,00,000:

(c) 5,80,000:

(d) 12,45,000:

(e) 20,90,800:

11. ஒற்றுமையின் சிலையின் உயரத்திற்கு நிகராக எத்தனை நாணயங்கள் ஒன்றின் மீது ஒன்று அடுக்கப்பட வேண்டுமெனக் கண்டுபிடிக்க. ஒவ்வொரு நாணயமும் 1 மி.மீ தடிமனானது என எடுத்துக்கொள்வோம்.

12. சாம்பல் நிறத் தலையுள்ள ஆல்பட்ராஸஸ் பறவைகளின் இறக்கைகள் சுமார் 7 அடி அகலமானவை. பல பெருங்கடல்களைத் தாண்டி இடம் பெயர்வதற்கு அறியப்பட்டவை ஆல்பட்ராஸஸ் ஒரு நாளுக்கு 900 - 1000 கி.மீ வரை கடக்கின்றன - பதிவிடப்பட்ட ஒரு நீண்ட பயணம் 12,000 கி.மீ ஆகும். பசிபிக் பெருங்கடலைக் கடக்க தோராயமாக எத்தனை நாட்கள் தேவை?

© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

13. பார் டெய்ல்ட் காட்விட் நிற்காமல் நீண்ட தூரம் பறந்து சாதனைப் படைத்துள்ளது. அது நிற்காமல் அலாஸ்காவிலிருந்து ஆஸ்திரேலியா வரை 13,560 கி.மீ. பயணித்துள்ளது. அதனுடைய பயணம் அக்டோபர் 13,2022 அன்று துவங்கியது மற்றும் 11 நாட்கள் வரை தொடர்ந்தது. ஒவ்வொரு நாளும் அது கடந்த தோராய தூரத்தைக் கண்டுபிடிக்க. ஒவ்வொரு மணிக்கும் அது கடந்து சென்ற தோராய தூரத்தைக் கண்டுபிடிக்க.

14. பால்ட் ஈகில்கள் (பருந்துகள்), பூமியிலிருந்து 4500 - 6000 மீ. உயரத்தில் மேலே பறந்து செல்வதற்கு அறியப்பட்டவை. மௌன்ட் எவரெஸ்டின் உயரம் 8850 மீ. ஆகும். விமானங்கள் 10,000 – 12800 மீ உயரம் வரைப் பறக்கலாம். சோமுவின் கட்டத்துடன் ஒப்பிடும்போது இவ்வுயரங்கள் எத்தனை மடங்குகள் பெரியவை?

பாடச் சுருக்கம்

நாம் இலட்சங்கள், கோடிகள் மற்றும் அரபுகள், மில்லியன்கள் பில்லியன்கள் எனப் பெரிய எண்களைக் கண்டோம். இவ்வெண்களை இந்திய மற்றும் அமெரிக்க / அனைத்துலக பெயர் முறையில் படிப்பது மற்றும் எழுதுவது எப்படி என்பதைக் கற்றோம்.

(அ) ஒரு இலட்சம் என்பது 1 ஐத் தொடர்ந்து 5 பூஜ்ஜியங்கள் ஆகும்.

(ஆ) ஒரு கோடி என்பது 1ஐத் தொடர்ந்து 7 பூஜ்ஜியங்கள் ஆகும்.

(இ) ஒரு மில்லியன் என்பது 1 ஐத் தொடர்ந்து 6 பூஜ்ஜியங்கள் ஆகும் (இது 10 இலட்சமும் ஆகும்)

(ஈ) 1 அரபு என்பது 1 ஐத் தொடர்ந்து 9 பூஜ்ஜியங்கள் ஆகும். (இது 100 கோடிகள் அல்லது 1 பில்லியனும் ஆகும்)

★ பொதுவாக நாம் பெரிய எண்களை மேல்நோக்கி அல்லது கீழ்நோக்கித் தோராயமாக்குகிறோம். பல முறை, ஏதேனும் ஒன்று எவ்வளவு பெரியது அல்லது சிறியது என்பதைத் தோராயமாக மட்டுமே அறிந்துக் கொள்வது போதுமானது.

★ பெரிய எண்கள் அல்லது அளவுகளைப் பற்றி புரிந்துக்கொள்ள, அவற்றை நமக்கு பழக்கமான எண்கள் அல்லது அளவுகளோடு ஒப்பிடும்போது அவை எத்தனை மடங்கு பெரியவை என்பதை நாம் சோதித்துப் பார்க்கலாம்.

★ எண்களைக் காரணிப்படுத்தும் முறையைக் கண்டோம் மேலும் பெருக்கலை எளிமையாக்க அவற்றை மறுகுழுமப்படுத்துவதையும் கண்டோம்.

★ சிந்திக்கத்தூண்டும் ஆர்வமூட்டும் சில பரிசோதனைகளை நாம் செய்தோம். எ.கா: ‘ஓர் ஆண்டில் ஒருவர் 1000 திரைப்படங்களைக் காண முடியுமா?’

© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

புதிர் நேரம்
டூத்பிக் இலக்கங்கள்

கீழ்கண்ட படத்தில் காண்பித்துள்ளது போல நாம் இலக்கங்களை எழுதுவோம்.

0123456789

நீங்கள் டூத்பிக்ஸ் அல்லது தீக்குச்சிகளைப் பயன்படுத்தி அல்லது இலக்கங்களை இவ்வாறு மட்டுமே எழுதி அல்லது குச்சிகளைக் குறிப்பிட கோடுகளைப் பயன்படுத்தி இதைச் செய்யலாம்.

எண் 5108ஐ எழுதுக அல்லது அமைக்க. இதற்கு எத்தனை குச்சிகள் தேவை?

1. எண் 42,019 ஐ அமைக்க அல்லது எழுதுக. இதற்கு உமக்கு சரியாக 23 குச்சிகள் தேவைப்படும்.
2. 42019 இலிருந்து துவங்கி, மேலும் இரண்டு குச்சிகளை இணைத்து அல்லது எழுதி எண்ணைப் பெரிதாக்குக. ஓர் எடுத்துக்காட்டு 42,078 ஆகும். இவ்வழிமுறையைப் பயன்படுத்தி 42,019 ஐ விட வேறு எந்த பெரிய எண்களை உங்களால் அமைக்க முடியும்?
3. பிரீத்தம் '4', '2', '0', '1' மற்றும் '9' என்ற இலக்கங்களுக்கு இடையே இலக்கம் '1'ஐ இணைக்க விழைகிறார். மிகப்பெரிய எண்ணைப் பெற இலக்கம் '1'ஐ அவர் எங்கு வைக்க வேண்டும்?
4. இலக்கம் '1' ஐ வைப்பதன் மூலம் அவர் வேறு எந்த எண்களை அமைக்க முடியும்?

1. எண் 63,890ஐ அமைக்க அல்லது எழுதுக.
2. 63,890 இலிருந்து துவங்கி, சரியாக நான்கு குச்சிகளை மீண்டும் அடுக்கி ஒரு பெரிய எண்ணை அமைக்க. ஒரு எடுத்துக் காட்டு 88, 078 ஆகும். இவ்வாறாக 63,890 ஐ விட வேறெந்த பெரிய எண்களை உங்களால் அமைக்க முடியும்?

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

புதிர் நேரம்
டூத்பிக் இலக்கங்கள்

1. சரியாக 24 குச்சிகள் அல்லது கோடுகளைப் பயன்படுத்தி ஏதேனும் ஒரு எண்ணை அமைக்க.
2. 24 குச்சிகள் அல்லது கோடுகளைப் பயன்படுத்தி அமைக்கக்கூடிய மிகப்பெரிய எண் யாது?
3. 24 குச்சிகள் அல்லது கோடுகளைப் பயன்படுத்தி அமைக்கக்கூடிய மிகச்சிறிய எண் யாது?

நீங்களே வினாக்களை அமைத்து ஒருவருக்கு ஒருவர் சவால் விடுங்கள்.

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

2 எண்கணித சமன்பாடுகள்
(Arithmetic Expressions)

F2C5A4

2.1 எளிய சமன்பாடுகள்

$13+2, 20-4, 12\times 5,$ மற்றும் $18\div 3$ போன்ற எண்கணிதச் சொற்றொடர்களைப் பார்த்திருப்பீர்கள். அத்தகைய சொற்றொடர்கள் எண் கணிதக் கோவைகள் அல்லது சமன்பாடுகள் என்றழைக்கப்படுகிறது.

ஒவ்வொரு எண்கணித கோவைக்கும் அது மதிப்பிடும் எண் மதிப்பு ஒன்று உள்ளது. எடுத்துக்காட்டாக, 13+2 என்ற சமன்பாட்டின் மதிப்பு 15 ஆகும். இதனை 13 கூட்டல் 2 அல்லது 13 மற்றும் 2 இன் கூடுதல் என்று படிக்கலாம்.

எண்கணித கோவை மற்றும் அதன் மதிப்பிற்கு இடையிலுள்ள தொடர்பை குறிப்பதற்கு '=' என்ற சமக்குறியை நாம் பயன்படுத்துகிறோம்.

எடுத்துக்காட்டு: 13+2=15.

எடுத்துக்காட்டு 1: மல்லிகா தினமும் பள்ளியில் மதிய உணவிற்காக ரூ 25 ஐ செலவிடுகிறாள். திங்கள் முதல் வெள்ளி வரை ஒரு வாரத்திற்கு அவள் மதிய உணவிற்காக செலவிடும் மொத்த தொகையின் சமன்பாட்டை எழுதவும்.

மொத்த தொகைக்கான சமன்பாடு 5×25 . 5×25 என்பது '5 மடங்கு 25' அல்லது 5 மற்றும் 25 இன் பெருக்குத் தொகையாகும்.

வெவ்வேறு சமன்பாடுகள் ஒரே மதிப்பை பெற்றிருக்கலாம். இரண்டு எண்கள் மற்றும் +, – , × மற்றும் ÷ என்ற நான்கு செயல்பாடுகளில் ஏதேனும் பயன்படுத்தி எண் 12 ஐ வெளிப்படுத்தும் பல முறைகள் இங்குள்ளன.

NOT TO BE REPUBLISHED
© KTBS

$$10 + 2,\ 15 - 3,\ 3 \times 4,\ 24 \div 2.$$

? உங்களுக்கு விருப்பமான எண்ணைத் தேர்ந்தெடுத்து அந்த மதிப்பை கொண்ட பல சமன்பாடுகளை எழுதுங்கள்.

சமன்பாடுகளை ஒப்பிடுதல்:

'=', '<' மற்றும் '>' குறியீடுகளைப் பயன்படுத்தி எண்களை ஒப்பிடுவதைப் போன்று சமன்பாடுகளையும் நாம் ஒப்பிடலாம். சமன்பாடுகளை அவற்றின் மதிப்புகளின் அடிப்படையில் ஒப்பிட்டு, அதற்கேற்ப ''சமம்'', ''பெரியது'' ''சிறியது'' போன்ற குறியீடுகளை எழுதுகிறோம். எடுத்துக்காட்டு,

$$10 + 2 > 7 + 1$$

ஏனெனில் $10 + 2 = 12$ இன் மதிப்பு $7 + 1 = 8$ இன் மதிப்பைவிடப் பெரியது. அதேபோன்று

$$13 - 2 < 4 \times 3$$

@KTBS
NOT TO BE REPUBLISHED

இதனைக் கண்டறிக

1. கோடிட்ட இடங்களை நிரப்பி '=' குறியீட்டிற்கு இருபுறமுள்ள சமன்பாடுகளை சமமாக்கவும்.

   (a) $13 + 4 =$ ____ $+ 6$ (b) $22 +$ ____ $= 6 \times 5$

   (c) $8 \times$ ____ $= 64 \div 2$ (d) $34 -$ ____ $=$

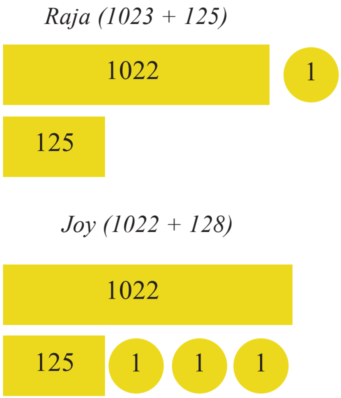
2. பின்வரும் சமன்பாடுகளை அவற்றின் மதிப்புகள் வரிசை முறைகேற்ப ஏறுவரிசையில் எழுதவும்.

   (a) $67 - 19$ (b) $67 - 20$

   (c) $35 + 25$ (d) 5×11

   (e) $120 \div 3$

எடுத்துக்காட்டு 2: இவற்றில் எது பெரியது? 1023 + 125 அல்லது 1022 + 128?

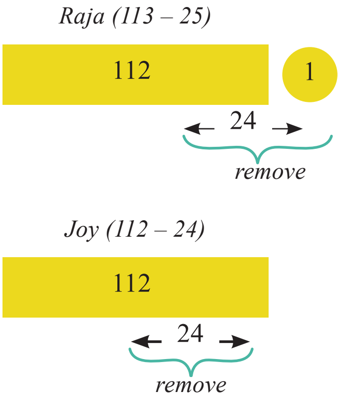


ஒரு சூழலைக் கற்பனை செய்வது, மதிப்புகளைக் கண்டுபிடிக்காமல் விடையைக் கூற நமக்கு உதவலாம். இராஜாவிடம் 1023 கோலிகள் உள்ளன மற்றும் இன்று மேலும் 125 அதிகமாகக் கிடைத்தது. தற்போது அவனிடம் 1023+125 கோலிகள் உள்ளன. ஜாயிடம் 1022 கோலிகள் உள்ளன மற்றும் இன்று 128 அதிகம் கிடைத்தது. தற்போது அவன் 1022 + 128 கோலிகள் வைத்துள்ளான். யாரிடம் அதிகம் உள்ளன ?

இச்சூழல் வலது புறத்திலுள்ள படத்தில் குறிக்கப்பட்டுள்ளது. ஆரம்பத்தில் இராஜாவிடம் ஜாயைவிட 1 கோலி அதிகம் இருந்தது. ஆனால் இன்று ஜாய் இராஜாவை விட 3 கோலிகள் அதிகம் பெற்றான். ஜாயிடம் இராஜாவைவிட அதிக (இரண்டு) கோலிகள் தற்போது உள்ளன, அதாவது

$$1023 + 125 < 1022 + 128$$

எடுத்துக்காட்டு 3 : இவற்றில் எது பெரியது ? 113 – 25 அல்லது 112 - 24?



இராஜாவிடம் 113 கோலிகள் இருந்தது மற்றும் அவற்றில் 25 கோலிகளை இழந்து விட்டான் என்று ஒரு சூழலை கற்பனை செய்யவும் அவனிடம் 113-25 உள்ளன. ஜாயிடம் 112 கோலிகள் இருந்தன மற்றும் அவற்றில் இன்று 24 கோலிகளை இழந்தான். தற்போது அவனிடம் 112-24 கோலிகள் உள்ளன. யாரிடம் அதிக கோலிகள் உள்ளன.

இராஜாவிடம் ஜாயைவிட 1 கோலி அதிகம் இருந்தது. ஆனால் அவன் ஜாய் இழந்ததைவிட 1 கோலி அதிகம் இழந்தான். எனவே, அவர்கள் இருவரும் சமமான கோலிகளை வைத்துள்ளனர். அதாவது

$$113 – 25 = 112 – 24$$

பின்வரும் சமன்பாடுகளை ஒப்பிடுவதற்கு ஒவ்வொன்றிலும் ‘>’அல்லது ‘<’அல்லது ‘=’ ஐப் பயன்படுத்தவும்.

சிக்கலான கணக்கீடுகள் இல்லாமல் உங்களால் இதைச் செய்ய முடியுமா? ஒவ்வொரு கேள்வியிலும், உங்கள் சிந்தனைகளை விளக்குங்கள்.

©KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

(a) 245 + 289 ☐ 246 + 285

(b) 273 – 145 ☐ 272 – 144

(c) 364 + 587 ☐ 363 + 589

(d) 124 + 245 ☐ 129 + 245

(e) 213 – 77 ☐ 214 – 76

2.2 சிக்கலான சமன்பாடுகளைப் படித்தல் மற்றும் மதிப்பிடுதல்:

சில நேரங்களில் சூழலற்ற ஒரு சமன்பாடு இருக்கையில், அதன் மதிப்பைக் காண்பதற்க ஒன்றிற்கு மேற்பட்ட வழிமுறைகள் இருக்கலாம். அத்தகைய சூழலில், சமன்பாடுகளை துல்லியமாக எவ்வாறு மதிப்பிட வேண்டும் என்பதற்கான கருவிகள் மற்றும் விதிகள் நமக்குத் தேவைப்படுகிறது.

மொழியுடன் கூடிய எடுத்துக்காட்டிற்காக பின்வரும் வாக்கியங்களைப் பார்க்கவும்.

(அ) வாக்கியம்: ஷாலினி தோழியின் அருகில் அவளுடைய பொம்மைகளுடன் அமர்ந்திருந்தாள்.

பொருள் : தோழியிடம் பொம்மைகள் உள்ளள மற்றும் ஷாலினி அவளருகில் அமர்ந்துள்ளாள்.

(ஆ) வாக்கியம்: ஷாலினி தோழியின் அருகில், அவளுடைய பொம்மைகளுடன் அமர்த்திருந்தாள்.

பொருள்: ஷாலினியிடம் பொம்மைகள் உள்ளன மற்றும் அவள் தோழியின் அருகில் பொம்மைகளுடன் அமர்ந்துள்ளாள்.

நிறுத்தற்குறியீடு இல்லாத இந்த வாக்கியத்தை இரண்டு வெவ்வேறு வழியில் பொருட்படுத்தலாம். வாக்கியம் எவ்வாறு புரிந்து கொள்ளப்பட வேண்டுமென்பதை தகுந்த காற்புள்ளி குறிக்கிறது.

ஒன்றிற்கு மேற்பட்ட வழிகளில் மதிப்பிடக்கூடிய ஒரு சமன்பாட்டை காண்போம்.

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

எடுத்துக்காட்டு 4: மல்லேஷ் 30 கோலிகளை விளையாட்டுமைதானத்திற்கு எடுத்து வந்தான். அருண் ஒவ்வொரு பையிலும் 4 கோலிகள் வீதம் 5 பைகளை எடுத்துவந்தான். மல்லேஷ் மற்றும் அருண் எடுத்துவந்த மொத்த கோலிகள் எத்தனை?

மல்லேஷ் இக்கணித சமன்பாட்டை இவ்வாறு தொகுத்து எழுதினான்.

$$30 + 5 \times 4$$

இச்சூழலின் பின்னணியை அறிந்து கொள்ளாமல் இச்சமன்பாட்டில் மதிப்பு 140 என்று பூர்ணா கண்டுபிடித்தாள். அவள் முதலில் 30 + 5 ஐக் கூட்டி 35 ஐப் பெற்றாள். பிறகு 35ஐ 4 ஆல் பெருக்கி 40 ஐப் பெற்றாள்.

இச்சமன்பாட்டின் மதிப்பு 50 என்று மல்லேஷ் கண்டுபிடித்தான். அவன் 20 ஐப் பெற முதலில் 5 மற்றும் 4 ஐப் பெருக்கினான். பிறகு 20 உடன் 30 ஐக் கூட்டி 50 ஐப் பெற்றான்.

இச்சூழலில் மல்லேஷ் செய்தது சரியானது. ஆனால் பூர்ணா ஏன் தவறான மதிப்பைப் பெற்றாள்?

$30 + 5 \times 4$ என் இச்சமன்பாட்டை பார்க்கையில், முதலில் கூட்டவேண்டுமா அல்லது பெருக்க வேண்டுமா என்பது தெளிவாக இல்லை.

மொழியிலுள்ள குழப்பங்களைத் தீர்ப்பதற்கு நிறுத்தற்குறியீடுகளைப் பயன்படுத்துவதைப் போன்று சமன்பாடுகளிலுள்ள குழப்பங்களைத் தீர்ப்பதற்கு கணிதத்தில் அடைப்புக்குறிகள் மற்றும் உட்கருத்துகள் பயன்படுத்தப்படுகின்றன.

©KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

சமன்பாடுகளில் அடைப்புக்குறிகள்

--$30 + 5 \times 4$ – இச்சமன்பாட்டில் கோலிகளின் எண்ணிக்கையைக் கண்டுபிடிப்பதற்கு, முதலில் 5 மற்றும் 4ஐப் பெருக்க வேண்டும் மற்றும் இப்பெருக்குத்தொகையை 30 உடன் கூட்ட வேண்டும். பின்வரும் முறையில் அடைப்புக்குறியைப் பயன் படுத்துவதன் மூலம் வரிசைமுறை செயல்கள் தெளிவுபடுத்தப்படுகிறது.

$$30 + (5 \times 4)$$

அடைப்புக்குறிகளையுடைய சமன்பாடுகளின் மதிப்பை கண்டறியும்போது, முதலில் அடைப்புக்குறியின் உட்புறமுள்ள சமன்பாடுகளின் மதிப்பைக் கண்டு பிடித்து. பிறகு பிற செயல்களின் மதிப்பைக் கண்டறிய வேண்டும். எனவே, மேற்கண்ட சமன்பாட்டில் முதலில் 5×4 இன் மதிப்பைக் கண்டறிந்து, பின்பு கூட்டலைச் செய்ய வேண்டும். இவ்வாறாக, கோலிகளின் எண்ணிக்கையை இச்சமன்பாடு விளக்குகிறது.

$$30 + (5 \times 4) = 30 + 20 = 50$$

எடுத்துக்காட்டு 5 :

ஒரு பொதி பிஸ்கோத்து ரூ 15 மற்றும் ஒரு பொதி துவரம் பருப்பு ரூ 56. என இர்ஃபான் வாங்கினான். அவன் கடைக்காரரிடம் ரூ 100 ஐக் கொடுத்தான். கடைக்காரரிடமிருந்து இர்ஃபான் திரும்பப் பெற வேண்டிய தொகையைக் கணக்கிட உதவும் ஒரு சமன்பாட்டை எழுதவும்.

இர்ஃபான் ரூ. 15ஐ பிஸ்கோத்து பொதிக்கும் ரூ. 56ஐ துவரம் பருப்பிற்கும் செலவிட்டான். எனவே மொத்தவிலை 15 + 56 ரூபாய்கள். அவன் ரூ 100 ஐ கடை வியாபாரியிடம் கொடுத்தான். எனவே அவன் 100 லிருந்து மொத்த விலையைக் கழித்த தொகையைப் பெறவேண்டும். நாம் இச்சமன்பாட்டை இவ்வாறு எழுதலாமா

100 – 15 + 56?

நாம் முதலில் 100 லிருந்து 15ஐக் கழித்து கிடைத்த தொகையை 56 உடன் கூட்டலாமா? நாம் பெறுவது 141 ஆகும். அவன் கடைக்காரரிடம் கொடுத்த தொகையைவிட அதிக தொகையை அவரிடமிருந்து பெறுவது நகைப்பிற்குரியது.

நாம் இங்கு அடைப்புக்குறியை இவ்வாறு பயன்படுத்தலாம்

100 – (15 + 56)

அடைப்புக்குறிக்குள்ளிருக்கும் சமன்பாட்டை முதலில் மதிப்பீடு செய்து. பின்பு 100 லிருந்து 71ஐக் கழித்தால் கிடைப்பது 29. எனவே இர்ஃபான் ரூ 29ஐ திரும்ப பெறுவான்.

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

சமன்பாடுகளிலுள்ள உறுப்புகள் :

30+5<4 என்று அடைப்புக்குறியற்ற சமன்பாடு உள்ளது எனக் கொள்வோம், இதற்குப் பொருள் இல்லையா?

பல்வேறு செயல்களுள்ள சமன்பாடுகளில் செயல்களின் வரிசை முறை குறிப்பிடப்படாமலிருக்கும் சூழலில் வரிசை முறையைத் தீர்மானிப்பதற்கு நாம் விதிமுறைகளைப் பற்றிய கருத்துகளைப் பயன்படுத்துகிறோம்.

'+' என்ற குறியீட்டால் பிரிக்கப்பட்ட ஒரு சமன்பாட்டின் பகுதிகள் உறுப்புகள் ஆகும். எடுத்துக்காட்டாக, கீழே குறிப்பிட்டுள்ளவாறு 12 + 7 என்ற சமன்பாட்டில் 12 மற்றும் 7 உறுப்புகளாகும்.

$$12 + 7 = \boxed{12} + \boxed{7}$$

மேற்கண்டவாறு ஒவ்வொரு சமன்பாட்டிலுள்ள ஒவ்வொரு உறுப்பையும் தொடர்ந்து குறிப்பிடுவோம். இக்கருத்தை நீங்கள் அறிந்துகொள்ளும்வரை இது செய்யப்படும்.

இங்கு 83 - 4 = ? இல் உள்ள உறுப்புகள் எவை? ஒரு எண்ணை கழிப்பதும், அவ்வெண்ணின் தலைகீழியைக் கூட்டுவதும் ஒன்றாகும். கொடுக்கப்பட்ட எண்ணின் தலைகீழ் எண் அதன் எதிர்குறியீட்டைப் பெற்று இருக்குமென்பதை நினைவுகூரவும்.

எடுத்துக்காட்டாக 14 இன் தலைகீழ் -14. இவ்வாறாக, 83 லிருந்து 14 ஐக் கழிப்பதும், -14ஐ 83 உடன் கூட்டுவதும் ஒன்றாகும் அதாவது

$$83 - 14 = \boxed{83} + \boxed{-14}$$

எனவே, 83 - 14 என்ற சமன்பாட்டின் உறுப்புகள் 83 மற்றும் - 14 ஆகும்.

? கழித்தலிற்கு பதிலாக கூட்டலைச் செய்வதால் சமன்பாட்டின் மதிப்பு மாறாது என்பதை பல எடுத்துக்காட்டுகளின் மூலம் பரிசோதிக்கவும்.

? வகுப்பு 6 கணிதப்புத்தகத்தில் நாம் கண்டவாறு முழுக்களின் அடையாள மாதிரியை பயன்படுத்தி ஒரு எண்ணை கழிப்பதும் அந்த எண்ணின் தலைகீழைக் கூட்டுவதும் ஒரே போன்றது. ஏன் என்பதை உங்களால் விளக்க இயலுமா?

இதை முயற்சிக்கவும்

© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

உறுப்புகளைக் குறிப்பிடுவதற்காக ஒரு சமன்பாட்டிலுள்ள அனைத்து கழித்தல் செயல்களும் கூட்டல் செயல்களாக இம்முறையில் மாற்றப்பட்டுள்ளன. சமன்பாடுகள் மற்றும் அவற்றின் உறுப்புகளுக்கான மேலும் அதிக எடுத்துக்காட்டுகள் இங்குள்ளன.

$$-18 - 3 = \boxed{-18} + \boxed{-3}$$

$$6 \times 5 + 3 = \boxed{6 \times 5} + \boxed{3}$$

$$2 - 10 + 4 \times 6 = \boxed{2} + \boxed{-10} + \boxed{4 \times 6}$$

6 × 5, 4 × 6 என்பன '+' குறியீடு இல்லாத ஒருறுப்புகள். பின்வரும் அட்டவணையில் சில சமன்பாடுகள் கொடுக்கப்பட்டுள்ளன. அட்டவணையைப் பூர்த்தி செய்யவும்.

கோவை	அதன் உறுப்புகளின் கூட்டுத் தொகையாகக் கோவை	உறுப்புகள்
13 – 2 + 6	(13) + (– 2) + (6)	13, – 2, 6
5 + 6 × 3	(5) + (6 × 3)	
4 + 15 – 9	( ) + ( ) + ( )	
23 – 2 × 4 + 16	( ) + ( ) + ( )	
28 + 19 – 8	( ) + ( ) + ( )	

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

ஒரு சமன்பாட்டின் மதிப்பை கண்டறியவும் செயல்களின் வரிசையைத் தீர்மானிக்கவும் உறுப்புகள் எவ்வாறு பயன்படுத்தப்படுகின்றன என்பதை நாம் இங்கு காண்போம்.

கூட்டல் மட்டுமே உள்ள சமன்பாடுகளை எடுத்து நாம் தொடங்கலாம்.

(அனைத்து கழித்தல்களும் தகுந்த முறையில் கூட்டல்களாக மாற்றப்பட்டுள்ளது).

? உறுப்புகளின் கூட்டல் வரிசைமுறை மாற்றப்பட்டால் வெவ்வேறு மதிப்புகளைத் தருகின்றதா?

இடமாற்றுதல் மற்றும் குழுக்களாக்குதல்:

இரண்டு உறுப்புகளைக் கொண்ட ஒரு எளிய சமன்பாட்டை நாம் கருத்திற்கொள்வோம்.

? எடுத்துக்காட்டு 6 : ஒரு மொட்டைமாடியிலிருந்து ஒரு ட்ரோனை (ஆளில்லா சிறு விமானம்) மது பறக்கவிடுகிறார்.

டிரோன் 6 மீ உயரம் செல்கிறது பிறகு 4 மீ. கீழே செல்கிறது.

மொட்டைமாடியிலிருந்து டிரோனின் இறுதி நிலையின் உயரத்தைக் காண்பிக்கும் ஒரு சமன்பாட்டு எழுதுக.

மொட்டைமாடியிலிந்து 6 - 4 = 2மீ. உயரத்தில் டிரோன் உள்ளது. இதன் உறுப்புகளின் கூடுதல்.

$$6 + (-4) = 2$$

உறுப்புகளின் இடமாற்றத்தால் கூடுதல் மாறுமா?

$$-4 + 6 = 2$$

இங்கு மதிப்பு மாறவில்லை.

இரண்டு எண்கள் இடமாற்றப் பட்டால் அவை நேர்மறை எண்களாக இருந்தால் அவற்றின் கூடுதலின் மதிப்பு மாறாது என்பது நாம் முன்னரே அறிவோம்.

? உறுப்புகள் எதிர்மறை எண்களாக இருந்தாலும் இவ்விதி பொருந்துமா? மேலும் சில சமன்பாடுகளை எடுத்துக் கொண்டு சோதித்துப் பார்க்கவும்.

இதனை முயற்சிக்கவும்

? இது ஏன் இவ்வாறு நிகழ்கிறது என்பதை 6ஆம் வகுப்பு கணிதப் புத்தகத்தில் நாம் அறிந்த முழுக்களின் அடையான மாதிரியைப் பயன்படுத்தி உங்களால் விளக்க முடியுமா?

இவ்வாறு, இரண்டு உறுப்புகளைக் கொண்ட ஒரு சமன்பாட்டில் உறுப்புகளின் இடமாற்றத்தால் மதிப்பு மாறாது.

உறுப்பு 1 + உறுப்பு 2 = உறுப்பு 2 + உறுப்பு 1

இப்போது மூன்று உறுப்புகளைக் கொண்ட ஒரு சமன்பாட்டை எடுத்துக் கொள்வோம் (-7)+10 + (-11) இந்த உறுப்புகளை பின்வரும் இரண்டு வெவ்வேறு முறைகளில் கூட்டுவோம்.

$$(-7 + 10) + (-11)$$

(முதல் இரண்டு உறுப்புகளைக் கூட்டி பிறகு கூட்டுத்தொகையுடன் மூன்றாவது உறுப்பைக் கூட்டுதல்.

$$-7 + (10 + (-11))$$

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

நீங்கள் கண்டது என்ன? இரண்டு சூழலிலும் கூட்டுத்தொகை ஒரே போன்றது.

மீண்டும், இரண்டு நேர்மறை எண்களைக் கூட்டுகையில், அவற்றை மேற்கண்ட இரண்டு முறைகளில் குழுக்களாக்கினாலும் கூட்டுத்தொகை ஒரே மாதிரியானதாக உள்ளது.

? உறுப்புகள் எதிர்மறை எண்களாக இருந்தாலும் இந்த விதிமுறை அவற்றிற்கும் பொருந்துமா? மேலும் சில சமன்பாடுகளை எடுத்துக்கொண்டு சரிபார்க்கவும்.

? 6 ஆம் வகுப்பு கணிதப் பாடப்புத்தகத்தில் நாம் கண்ட முழு எண் அடையாள மாதிரியைப் பயன்படுத்தி இது இவ்வாறு ஏன் நிகழ்கிறது என்பதை உங்களால் விளக்கமுடியுமா? எனவே, ஒரு சமன்பாட்டின் உறுப்புகளை பின்வரும் வழிகளில் ஏதேனும் ஒன்றில் குழுக்களாக்கி கூட்டினால் ஒரே மாதிரியான மதிப்பை தருகிறது.

இதனை முயற்சிக்கவும்

(உறுப்பு 1 + உறுப்பு 2) + உறுப்பு 3 = உறுப்பு 1 + (உறுப்பு 2 + உறுப்பு 3)

மீண்டும் (–7) + 10 + (–11) என்ற சமன்பாட்டை

எடுத்துக்கொள்வோம். வரிசை முறையை மாற்றி முதலில் -7 மற்றும் -11ஐ கூட்டி பிறகு இதன் கூடுதல் 10 உடன் கூட்டினால், முன்பு நமக்கு கிடைத்த அதே கூட்டுத்தொகையை பெறுவோமா?

(–7) + 10 + (–11) என்ற சமன்பாட்டின் உறுப்புகளை எந்தவொரு வரிசை முறையில் கூட்டினாலும் ஒரே மாதிரியான கூட்டுத்தொகை –8 கிடைக்கும் என்று நாம் காணலாம்.

? சமன்பாட்டின் உறுப்புகளை எந்தவொரு வரிசை முறையில் கூட்டினாலும் ஒரே மாதிரியான மதிப்பைத் தருகிறதா? மேலும் அதிக சமன்பாடுகளை எடுத்துகொண்டு பரிசோதிக்கவும். 3ற்கு அதிகமான உறுப்புகளையும் கருத்தில் கொள்ளவும்.

? 6 ஆம் வகுப்பு கணிதப்பாடப்புத்தகத்தில் நாம் கண்ட முழு எண்களின் அடையாள மாதிரியைப் பயன்படுத்தி இது ஏன் நிகழ்கிறது என்று உங்களால் விளக்கமுடியுமா?

இதனை முயற்சிக்கவும்

இவ்வாறு, உறுப்புகளின் கூடுதலை எந்தவொரு முறையில் கூட்டினாலும் ஒரே மாதிரியான மதிப்பைத் தருகிறது.

எனவே, கூட்டல்களை மட்டும் கொண்ட சமன்பாடுகள் எந்த வரிசையில் கூட்டப்படுகிறது என்பது முக்கியமல்ல. அவையனைத்தும் ஒரே மதிப்பைத் தருகின்றன.

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

இங்கு, அடைப்புக்குறிகளைக் கொண்டிராத செயல்களின் வரிசையை கொண்ட பெருக்கல் மற்றும் வகுத்தல் சமன்பாடுகளை கருத்திற்கொள்வோம். முதலில் உறுப்புகளின் மதிப்பைக் காண்பதன் மூலம் அத்தகைய சமன்பாடுகளின் மதிப்பு கண்டறியப்படுகிறது. அனைத்து உறுப்புகளையும் மதிப்பிட்ட பிறகு கூட்டப்படுகின்றன.

எடுத்துக்காட்டாக, $30 + 5 \times 4$ என்ற சமன்பாடு இவ்வாறு மதிப்பிடப்படுகிறது.

$$30 + 5 \times 4 = (30) + (5 \times 4) = (30) + (20) = (50)$$

$5 \times (3 + 2) + 78 + 3$ என்ற சமன்பாடு பின்வருமாறு மதிப்பிடப்படுகிறது.

$$5 \times (3 + 2) + 78 + 3 = (5 \times (3 + 2)) + (7 \times 8) + (3)$$

முதலில் (3 + 2) மதிப்பீடு செய்யப்பட்டு பிறகு இதன் கூட்டுத்தொகை 5 ஆல் பெருக்கப்படுகிறது. 5 (= 25) (7 × 8) என்ற சமன்பாட்டின் மதிப்பு (=56) இது இவ்வாறு எளிமையாக்கப் படுகிறது.

$25 + 56 + 3 = 84.$

? மானசா நீண்ட எண்களின் பட்டியலைக் கூட்டுகிறாள். அதற்கு அவர் ஐந்து நிமிடங்கள் எடுத்து கூட்டி 11749 என்ற விடையை பெற்றாள். பிறகு 4 வது எண் 9055 கூட்டுவதற்கு அவள் மறந்து விட்டதை உணர்ந்தாள். அவள் மீண்டும் முதலிருந்து தொடங்க வேண்டுமா?

1342
774
8611
9055
1022

கூட்டலின் பரிமாற்றுப்பண்பை நாம் கணிதத்தில் பயன்படுத்துகிறோம். ‘‘உறுப்புகளின் இடமாற்றம் கூட்டுத்தொகையை மாற்றாது’’ என்பதற்குபதில் இதனைப் பயன்படுத்துகிறோம். அதே போன்று, ‘‘குழுக்களாக்குதல் கூட்டுத்தொகையை மாற்றாது’’ என்பது கூட்டலின் சேர்ப்புப்பண்பு என்று அழைக்கப்படுகிறது.

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

அன்றாட வாழ்க்கையில் பொருட்களின் வரிசைமுறையை இடமாற்றுதல்

மானசா விளையாட வெளியே சென்றாள். ''உனது தொப்பி மற்றும் காலணி அணிந்து கொள்'' என்று அவளது தாய் கூறினார். அவள் முதலில் தொப்பியை அணிந்து பிறகு காலணியை அணியலாம். அல்லது முதலில் காலணியை அணிந்து பிறகு தொப்பியை அணியலாம்.

மானசா இரண்டு சூழலிலும் அதே போன்றுதான் தோற்றமளிப்பாள். வேறொரு சூழலைக் கற்பனை செய்யவும் ''உனது காலுறை மற்றும் மூடு காலணியை அணிந்து கொள்'' என்று தாய் கூறுகிறார். இங்கு வரிசை முறை முக்கியமாகும். அவள் காலுறையை அணிந்த பிறகு மூடு காலணி அணிய வேண்டும். ஆனால், அவள் மூடுகாலணி அணிந்து பிறகு காலுறையை அணிந்தால் மானசா மிகவும் சங்கடமாக உணர்வாள் மற்றும் மிகவும் வித்தியாசமாக இருப்பாள்.

NOT TO BE REPUBLISHED @KTBS

அதிக சமன்பாடுகள் மற்றும் அவற்றின் உறுப்புகள் :

எடுத்துக்காட்டு 7 : அமு, சரண், மது மற்றும் ஜான் ஒரு உணவகத்திற்கு சென்றனர். நான்கு தோசை வாங்கினர். ஒவ்வொரு தோசையின் விலை ரூ 23 மற்றும் அவர்கள் உணவக மேசை பணியாளுக்கு ரூ. 35 அன்பளிப்பு வழங்க விரும்பினர். மொத்த விலையை விளக்கும் சமன்பாட்டை எழுதுக.

நான்கு தோசைகளின் விலை = 4×23

மொத்த தொகையையும் அன்பளிப்பையும் சேர்த்து நாம் $4 \times 23 + 5$ என நாம் எழுதலாமா? நாம் பெறும் இதன் மதிப்பு எனவே, $4 \times 23 + 5$ என்பதே சமன்பாட்டை எழுதும் சரியான முறையாகும்.

$$4 \times 23 + 5 = \boxed{4 \times 23} + \boxed{5} = \boxed{92} + \boxed{5} = \boxed{97}$$

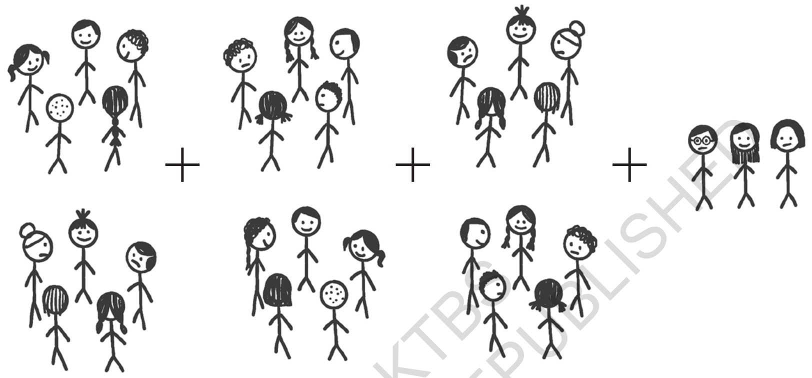
எனவே $4 \times 23 + 5$ என்பதே சமன்பாட்டை எழுதும் சரியான முறையாகும்.

நண்பர்கள் எண்ணிக்கை 7 ஆகவும் அன்பளிப்பு தொகை அதேயளவு இருந்தால் அவர்கள் செலுத்த வேண்டிய பணம் எவ்வளவு? இச்சூழலுக்கு ஒரு சமன்பாட்டை எழுதி அதன் உறுப்புகளைக் குறிப்பிடவும்.

எடுத்துக்காட்டு 8 : ‘‘மலையில் தீ பிடித்து ஓடு ஓடு ஓடு’’ என்ற விளையாட்டை குழந்தைகள் விளையாடிக் கொண்டிருக்கிறார்கள். ஆசிரியர் ஒரு எண்ணை கூறினால், மாணவர்கள் அந்த எண்ணின் குழுக்களாக வேண்டும். அறிவிக்கப்பட்ட எண்ணைக் கொண்ட குழுவில்லாதவர்கள் விளையாட்டை விட்டு வெளியேறுவர்.

ரூபி ஓய்வெடுக்க விரும்பி

ஒரு பக்கத்தில் உட்கார்ந்தாள், மற்ற 33 மாணவர்கள் இந்த விளையாட்டை வகுப்பில் விளையாடிக் கொண்டிருந்தனர்.



ஆசிரியர் ‘5’ எனக் கூப்பிட்டார்.

குழந்தைகள் குழுக்களான பிறகு ரூபி $6 \times 5 + 3$ என எழுதினாள் (6×5 ஐ விட 3 அதிகமிருந்தது என புரிந்து கொண்டது)

அவள் ஏன் இதை எழுதினாள் என்று சிந்தித்து விவாதிக்கவும். இச்சமன்பாடு உறுப்புகளின் கூடுதலாக இவ்வாறு எழுதப்படுகிறது.

$$\boxed{6 \times 5} + \boxed{3}$$

கீழ்காணும் ஒவ்வொரு சூழலுக்கும் சமன்பாடு எழுதி அதன் உறுப்புகளைக் குறிப்பிடவும்.

ஆசிரியர் ‘4’ என்று கூறினால் ரூபி எழுதுவது

ஆசிரியர் ‘7’ என்று கூறினால் ரூபி எழுதுவது

உங்கள் வகுப்பின் அளவுக்கேற்ப மேற்கண்டதைப் போன்று சமன்பாடுகளை எழுதவும்.

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

எடுத்துக்காட்டு 9 : ரகு ஒரு மொத்த விற்பனை சந்தையிலிருந்து 100 கிகி அரிசியை வாங்கினான் மற்றும் அதனை 2 கிகி பைகளாக பொட்டலம் கட்டினாள். அவனிடம் முன்பே 2 கிகி பொட்டலங்கள் நான்கு இருந்தன. அவனிடம் தற்போதுள்ள 2 கிகி அரிசி பொட்டலங்களின் எண்ணிக்கைகளுக்கான சமன்பாடுகளை எழுதி அவற்றின் உறுப்புகளைக் குறிப்பிடவும்.

அவனிடம் 4 பொட்டலங்கள் இருந்தன. புதிய 2 கிகி அரிசி பொட்டலங்களின் எண்ணிக்கை $100 \div 2$, அதாவது நாம் இதனை $\frac{100}{2}$ என எழுதுவோம். தற்போது அவனிடமுள்ள 2 கிகி அரிசி பொட்டலங்களின் எண்ணிக்கை $4 + \frac{100}{2}$ ஆகும்.

அதன் உறுப்புகள் $= \boxed{4} + \boxed{\frac{100}{2}}$

எடுத்துக்காட்டு 10 : ரூ 1 மற்றும் ரூ 5 நாணயங்கள் ரூ, 10, ரூ 20, ரூ 50 மற்றும் ரூ 100 ரூபாய் நோட்டுகளை பயன்படுத்தி கண்ணன ஒரு வியாபாரிக்கு ரூ. 432ஐக் கொடுக்க வேண்டும். அவன் எவ்வாறு இதனைச் செய்யலாம்? ஒன்றிற்கு மேற்பட்ட முறை உள்ளன. எடுத்துக்காட்டாக,

$$432 = 4 \times 100 + 1 \times 20 + 1 \times 10 + 2 \times 1$$

பொருள்: ரூ. 100 யின் 4 நோட்டுகள், ரூ. 20 இன் 1 நோட்டு, ரூ. 10 இன் 1 நோட்டு மற்றும் ரூ. 1 இன் 2 நாணயங்கள்.

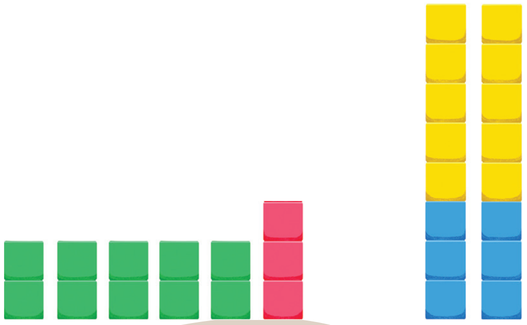
$$432 = 8 \times 50 + 1 \times 10 + 4 \times 5 + 2 \times 1$$

பொருள் : ரூ. 50 இன் 8 நோட்டுகள், ரூ. 10, 1 நோட்டு, ரூ. 5 இன் 4 நாணயங்கள் மற்றும் ரூ. 1 இன் நாணயங்கள்.

மேற்காணும் இரண்டு சமன் பாடுகளின் உறுப்புகளைக் குறிப்பிடவும்.

ரூ. 432 ஐ ஒருவருக்கு கொடுக்கும் மேலும் சில முறைகளைப்பற்றி உங்களால் சிந்திக்க முடியுமா?

எடுத்துக்காட்டு 11 : இங்கு இரண்டு படங்கள் உள்ளன. 5 × 2 + 3? என்ற சமன்பாட்டிற்கு பொருந்தும் படம் இவற்றுள் எது?



@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

இந்த சமன்பாட்டை ஒரு உறுப்புகளின் கூடுதலாக நாம் எழுதுவோம்.

$$(5 \times 2) + (3) = (10) + (3) = (13)$$

$5 \times 2 + 3$ என்ற சமன்பாட்டில் 5×2 என்பது 3ஐ விட அதிகம் என புரிந்து கொள்ளப்படுகிறது.

இந்த சமன்பாடு இடது புறத்தில் உள்ள அமைப்பை விவரிக்கிறது.

மஞ்சள் மற்றும் நீல சதுரங்களின் எண்ணிக்கையைப் பயன்படுத்தி வலதுபுறம் அமைந்துள்ள அமைப்பின் சமன்பாடு என்ன?

அடைப்புக் குறிகளின் பயனை நீங்கள் நினைவு கூறுகிறீர்களா? இதற்கு அடைப்புக்குறிகளை நாம் பயன்படுத்த வேண்டும்.

$$2 \times (5 + 3)$$

இந்த அமைப்பை இவ்வாறு பயன்படுத்தியிருப்பதை கவனிக்கவும்.

$$5 + 3 + 5 + 3$$

அல்லது

$$5 \times 2 + 3 \times 2$$

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

இதனைக் கண்டுபிடிக்கவும்.

1. பின்வரும் சமன்பாடுகளின் மதிப்பை ஒவ்வொரு சூழலின் உறுப்புகளை எழுதிக் கண்டுப்பிடிக்கவும்.

   (a) $28 - 7 + 8$ (b) $39 - 2 \times 6 + 11$

   (c) $40 - 10 + 10 + 10$ (d) $48 - 10 \times 2 + 16 \div 2$

   (e) $6 \times 3 - 4 \times 8 \times 5$

2. பின்வரும் சமன்பாடுகளுக்கு ஒரு கதை/சூழலை எழுதி அவற்றின் மதிப்புகளைக் கண்டுபிடிக்கவும்.

   (a) $89 + 21 - 10$ (b) $5 \times 12 - 6$

   (c) $4 \times 9 + 2 \times 6$

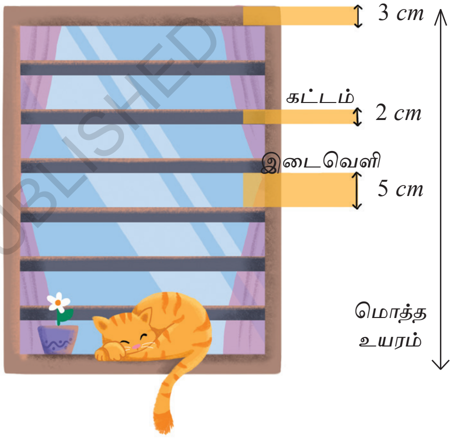
3. பின்வரும் சூழல்கள் ஒவ்வொன்றிற்கும் சூழலை விளக்கும் சமன்பாடு எழுதி, அதன் உறுப்புகளைக் குறிப்பிட்டு, சமன்பாட்டின் மதிப்பைக் கண்டுபிடிக்கவும்.

(அ) கடந்த வருடம் இராணி அலியா, 100 பொற்காசுகளை இளவரசி எல்சா மற்றும் 100 பொற்காசுகளை இளவரசி அன்னாவிற்கும் கொடுத்தார். இளவரசி எல்சா பொற்காசுகளைப் வியாபாரம் தொடங்கப் பயன்படுத்தி பொற்காசுகளை இருமடங்காக்கினாள். இளவரசி அன்னா அணிகலன்கள் வாங்கினாள் (நகைகள்) மற்றும் அரைபகுதி பொற்காசுகளை வைத்திருந்தாள். இளவரசி எல்சா மற்றும் இளவரசி அன்னாவிடமுள்ள பொற்காசுகள் மொத்தம் எத்தனை என்பதை விளக்கும் சமன்பாட்டை எழுதவும்.

(ஆ) இரண்டு நிலையங்களுக்கிடையே உள்ள ஒரு மெட்ரோ இரயில் பயணச்சீட்டின் விலை ஒரு பெரியவருக்கு ரூ. 40 மற்றும் குழந்தைக்கு ரூ. 20 ஆகும். பயணச்சீட்டின் மொத்த விலை என்ன?

(a) நான்கு பெரியவர்கள் மற்றும் குழந்தைகள்.

(b) ஒவ்வொரு குழுவிலும் மூன்று பெரியவர்களைக் கொண்ட இரண்டு குழுக்கள்.



(இ) படத்தில் காண்பித்துள்ளவாறு. அளவுகளுக்கிடையிலுள்ள தொடர்பை விளக்கும் ஒரு சமன்பாட்டை எழுதுவதன் மூலம் சன்னலின் மொத்த உயரத்தைக் கண்டுபிடிக்கவும்.

NOT TO BE REPUBLISHED @KTBS

அடைப்புக்குறிகளை நீக்குதல் - 1

இச்சமன்பட்டின் மதிப்பை கண்டறிவோம்.

$$200 - (40 + 3).$$

நாம் முதலில் அடைப்புகுறிக்குள்ளே இருக்கும் சமன்பாட்டினை 43 என மதிப்பிட்டு பிறகு இதை 200 லிருந்து கழிப்போம். ஆனால் 200 லிருந்து 40ஐ முதலில் கழிப்பது எளிது.

பிறகு 160 லிருந்து 3ஐக் கழிக்கவும்.

$$160 - 3 = 157.$$

$200 - 40 - 3$ என்று நாம் இங்கு செய்தோம். $200 - 40 + 3$ என்று நாம் செய்யவில்லை என்பதைக் கவனிக்கவும்.

எனவே,

$$200 - (40 + 3) = 200 - 40 - 3.$$

எடுத்துக்காட்டு 12 : இர்ஃபான் ஒரு பிஸ்கோத்து பொதி (ரூ. 15) மற்றும் துவரம் பருப்பு பொட்டலம் (ரூ. 56) முதலியவற்றை வாங்கியதை நாம் முன்னரே கண்டோம். அவன் ரூ. 100 செலுத்தி, மீதம் பெற்ற தொகை $(100 - (15 + 56) = 29$. ஆகும்.

மீதம்பெற்ற தொகையை பின்வருமாறும் கணக்கிடலாம்

(அ) முதலில் ரூ. 100 லிருந்து பிஸ்கோத்தின் விலை (15) ஐ கழிக்கவும்.

$$100 - 15 = 85.$$

இர்ஃபான் பிஸ்கோத்து பொட்டலம் மட்டும் வாங்கியிருந்தால் கடைக்காரர் கொடுக்க வேண்டிய தொகை இது (85) ஆகும். ஆனால் அவன் துவரம் பருப்பையும் வாங்கியதால். இதன் விலை மீதமுள்ள 85 லிருந்து எடுத்து கொள்ளப்பட்டது.

(ஆ) எனவே, மீதித்தொகையை கண்டறிய, 85 லிருந்து துவரம் பருப்பின் விலையை நாம் கழிக்கவேண்டும்.

$100 - 15 - 56$ என்று நாம் இங்கு செய்தோம், எனவே,

$$100 - (15 + 56) = 100 - 15 - 56.$$

எதிர்மறைகுறியை கொண்ட உறுப்புகளின் அடைப்புக்குறிகளுக்குள்ளிருக்கும் உறுப்புகளின் குறியீடுகள் மாறுவதை கவனிக்கவும்.

முதலாவது எடுத்துக்காட்டிலுள்ள 40 மற்றும் 3, இரண்டாவதிலுள்ள 15 மற்றும் 56 ஐயும் கூர்நோக்கவும்.

எடுத்துக்காட்டு 13 : $500 - (250 - 100)$ என்ற சமன்பாட்டை எடுத்துக் கொள்ளவும். இச்சமன்பாட்டை அடைப்புக்குறியில்லாமல் எழுதுவது சாத்தியமா?

இச்சமன்பாட்டை தீர்ப்பதற்கு நாம் 250 - 100 = 150ஐ 500 லிருந்து கழிக்க வேண்டும்.

$$500 - (250 - 100) = 500 - 150 = 350.$$

NOT TO BE REPUBLISHED @KTBS

ஒருவேளை நாம் நேரடியாக 250ஐ 500 லிருந்து கழித்தால், மேலும் 100ஐ நாம் கழிக்க வேண்டும் எனவே நாம் 500 - 250 உடன் 100 ஐயும் சேர்த்து 500 - (250 - 100) என்ற சமன்பாட்டின் அதே மதிப்பைப் பெறவேண்டியுள்ளது. 500 - 250 + 100 என்பதே இச்செயல்களின் தொடர்வரிசையாகும். எனவே

$$500 - (250 - 100) = 500 - 250 + 100.$$

$500-(250-100) \neq 500-250-100$. என்பதை கவனிக்கவும் மற்றும் சோதிக்கவும். ''அடைப்புக்குறிக்குள்ளே எதிர்மறை குறியீடு நீக்கப்பட்டால் அடைப்புக்குறிக்கு முன்பிருக்கும் குறியீடு மாற்றமடையும்''. இங்கு 250 மற்றுமு -100 யின் குறியீடுகள் -250 மற்றும் 100 என்று மாற்றமடைந்தது.

எடுத்துக்காட்டு 14 : ஹீரா ஒரு அரிதான நாணயங்கள் சேகரிப்பை வைத்திருந்தாள். ஒரு பையில் 28 நாணயங்கள் மற்றும் மற்றொன்றில் 25 நாணயங்களை வைத்திருந்தாள். இரண்டாவது பையிலிருந்து 10 நாணயங்களை அவளது தோழிக்கு பரிசாக கொடுத்தாள். ஹீராவிடம் மீதமுள்ள நாணயங்களின் எண்ணிக்கைகான ஒரு சமன்பாட்டை எழுதவும்.

28 + (35 – 10) என்று இச்சமன்பாட்டை எழுதலாம். 28 + (35 – (–10) என்பதும் இதே போன்றது என நாம் அறிவோம். உறுப்புகளை எந்த வரிசை முறையிலும் கூட்டலாம் என்பதால். இச்சமன்பாட்டை எளியமுறையில் இவ்வாறு எழுதலாமா, $28 + 35 + (-10)$ அல்லது $28 + 35 - 10$ எனவே.

$$28 + (35 - 10) = 28 + 35 - 10 = 53.$$

ஒரு எதிர்மறை குறியீடு அடைப்புக்குறிக்கு முன்பு இல்லையெனில், அடைப்புக்குறிக்குள்ளிருக்கும் உறுப்புகளின் குறியீடுகள் அடைப்புக்குறிகளை நீக்கிய பின் மாறுவதில்லை. 35 மற்றும் –10 என்ற உறுப்புகளின் குறியீடுகளை கவனிக்கவும்.

குறியீடுகளை மாற்றுவதற்கான விதிமுறைகளை நினைவில் கொள்வதற்கு பதிலாக சமன்பாட்டின் பொருளைப் பற்றி சிந்தித்து நீங்களே கண்டறிந்து கொள்ளலாம்.

உறுப்புகளை பழுதுபார்த்தல் 1

சமன்பாட்டிலுள்ள உறுப்புகளில் ஒன்றின் மதிப்பை அதிகரிப்பதாலோ குறைப்பதாலோ சமன்பாட்டின் மதிப்பு என்னவாகும்?

பின்வரும் நெடுவரிசைகள் மூன்றிலும் சில சமன்பாடுகள் கொடுக்கப்பட்டு உள்ளன. ஒவ்வொரு வரிசையிலும் முதலாம் சமன்பாட்டிலிருந்து ஒன்று

©KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

அல்லது அதற்கு மேற்பட்ட உறுப்புகள் மாற்றப்பட்டுள்ளன. சாத்தியமான சிறிய கணக்கிடுதல் மூலம் எடுத்துக்காட்டுகளை (முதலாம் நெடுவரிசையில்) பார்த்து கோடிட்ட இடங்களை நிரப்பவும்.

53 + (– 16) = 37

53 + (– 16) = 37

(– 87) + (– 16) = ( )

54 + (– 16) = 38

54, 53 ஐ விட ஒன்று அதிகம் எனவே மதிப்பு 37ஐ விட 1 அதிகம்

52 + (– 16) = ( )

52, 53 ஐ விட 1 குறைவு, எனவே மதிப்பு 37ஐ விட 1 குறைவு

(– 88) + (– 15) = ( )

(– 86) + (– 18) = ( )

53 + (– 15) = ( )

–15, –16 ஐ விட 1 அதிகமா அல்லது குறைவா?

53 + (– 17) = ( )

–17, –16ஐ விட 1 அதிகமா, 1 குறைவா

(– 97) + (– 26) = ( )

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

? இதனைக் கண்டுபிடிக்கவும்.

1. சமன்பாடுகளின் இரு புறமும் சமமாகும் வகையில் செயல் குறியீடுகளுடன் கூடிய எண்கள் மற்றும் சதுரங்களால் கோடிட்ட இடங்களை நிரப்புக.

   (a) 24 + (6 – 4) = 24 + 6 □ _____

   (b) 38 + (_____ □ _____) = 38 + 9 – 4

   (c) 24 – (6 +4) = 24 □ 6 – 4

   (d) 24 – 6 – 4 = 24 – 6 □ _____

   (e) 27 – (8 + 3) = 27 8 3

   (f) 27– (_____ □ _____) = 27 – 8 + 3

2. அடைப்புக்குறிகளை நீக்கி அதே மதிப்பைக் கொண்ட சமன்பாட்டை எழுதவும்.

   (a) 14 + (12 + 10) (b) 14 – (12 + 10)

   (c) 14 + (12 – 10) (d) 14 – (12 – 10)

   (e) –14 + 12 – 10 (f) 14 – (–12 – 10)

3. பின்வரும் சமன்பாடுகளின் மதிப்பைக் கண்டுபிடிக்கவும். ஒவ்வொரு சோடியும் அதே மதிப்பையுடைதா என்று முதலில் ஊகிக்க முயற்சி செய்யவும். இரண்டு சமன்பாடுகளும் எப்பொழுது சமமாக இருக்கும்?

(a) (6 + 10) – 2 மற்றும் 6 + (10 – 2)

(b) 16 – (8 – 3) மற்றும் (16 – 8) – 3

(c) 27 – (18 + 4) மற்றும் 27 + (–18 – 4)

4. பின்வரும் சமன்பாடுகளின் தொகுப்பில், ஒரே மதிப்புக் கொண்டவற்றை குறிப்பிடவும். அவற்றை மதிப்பிடவேண்டாம். ஆனால் உறுப்புகளை பற்றிய உங்கள் புரிதலைப் பயன்படுத்துங்கள்.

(a) 319 + 537, 319 – 537, – 537 + 319, 537 – 319

(b) 87 + 46 – 109, 87+ 46 – 109, 87 + 46 – 109, 87 – 46 + 109, 87 – (46 + 109), (87 – 46) + 109

5. குறிப்பிடப்பட்டுள்ள மதிப்புகளுக்கேற்ப சமன்பாடுகளில் தகுந்த இடங்களில் அடைப்புக்குறிகளைச் சேர்க்கவும்.

(a) 34 – 9 + 12 = 13

(b) 56 – 14 - 8 = 34

(c) –22 – 12 + 10 + 22 = –22

6. சமன்பாட்டின் இரு புறமும் சமமாகும் (=) வகையில் உறுப்புகளின் மதிப்புகள் எவ்வாறு மாறுகின்றன என்பதை காரணமறிதலை மட்டுமே பயன்படுத்தி கோடிட்ட இடங்களை நிரப்புக.

(a) 423 + ______ = 419 + ______

(b) 207 – 68 = 210 – ______

7. தேவைக்கேற்ப 2, 3 மற்றும் 5 எண்களையும் '+' மற்றும் '–' குறியீடுகளையும் அடைப்புக் குறிகளையும் பயன்படுத்தி சாத்தியமான அளவு வெவ்வேறு மதிப்புகளை அளித்து சமன்பாடுகளை உருவாக்கவும். எடுத்துக்காட்டாக, 2 – 3 + 5 = 4 மற்றும் 3 – (5 – 2) = 0.

8. ஜசோதா ஒரு எண்ணிலிருந்து 9ஐக் கழிக்கும் நேரங்களிலெல்லாம், முதலில் 10ஐக் கழித்து பிறகு 1ஐக் கூட்டுவாள், எடுத்துக்காட்டு : 36 – 9 = 26 + 1

(அ) அவள் எல்லா சூழல்களிலும் சரியான விடையைப் பெறுவாள் என்று நீங்கள் நினைக்கிறீர்களா? ஏன்?

(ஆ) அதே போன்ற பிற வழிமுறைகளைப் பற்றி உங்களால் சிந்திக்க முடியுமா? சில எடுத்துக்காட்டுகளைத் தருக.

கணித பேச்சு

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

9. இவ்விரண்டு சமன்பாடுகளை கருத்தில்கொள்ளவும்

a) 73 – 14 + 1, b) 73 – 14 – 1.

பின்வரும் சமன்பாடுகளின் தொகுப்பிலிருந்து இவ்விரண்டு சமன்பாடுகள் ஒவ்வொன்றிற்கும் சமமானவற்றை குறிப்பிடவும்.

(a) 73 – (14 + 1) (b) 73 – (14 – 1)

(c) 73 + (–14 + 1) (d) 73 + (–14 – 1)

அடைப்புக்குறிகளை நீக்குதல் II.

எடுத்துக்காட்டு 15 : லாமோ மற்றும் நோர்பு இருவரும் ஒரு உணவகத்திற்குச் சென்றனர். ஒவ்வொருவரும் ஒரு காய்கறி கட்லெட் மற்றும் ஒரு ரசகுல்லா வாங்கினர். ஒரு காய்கறி கட்லெட்டின் விலை ரூ. 43 மற்றும் ஒரு ரசகுல்லாவின் விலை ரூ. 24 ஆகும். அவர்கள் செலுத்த வேண்டிய தொகைக்கான ஒரு சமன்பாட்டை எழுதவும்.

இருவரில் ஒவ்வொருவரும் ஒரு காய்கறிகட்லெட் மற்றும் ஒரு ரசகுல்லா வாங்கியதால். ஒவ்வொருவரின் பங்கையும் 43 × 24 என குறிப்பிடலாம்.

இருவரும் சேர்ந்து செலுத்த வேண்டிய மொத்த தொகை எவ்வளவு? இச்சமன்பாட்டின் மூலம் இதனை இவ்வாறு விளக்க முடியுமா?

$$2 \times 43 + 24$$

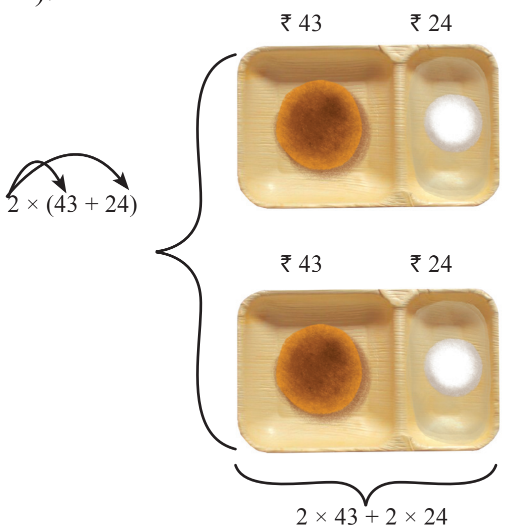
உறுப்புகளின் கூடுதல் என எழுதுகையில்

$$2 \times (43 + 24).$$

இத்தகைய சமன்பாட்டை எழுத நாம் அடைப்புக்குறிகளைப் பயன்படுத்தலாம்.

$$2 \times 43 + 2 \times 24.$$

எனவே, அவர்கள் இருவரும் சேர்ந்து செலுத்த வேண்டிய தொகையை 2 × (43 + 24) எனக் கூறலாம். இது இரண்டு காய்கறிகட்லெட்டுகள் மற்றும் இரண்டு ரசகுல்லாக்களுக்கும் சேர்த்து செலுத்தும் தொகைக்கு சமமாகும்.

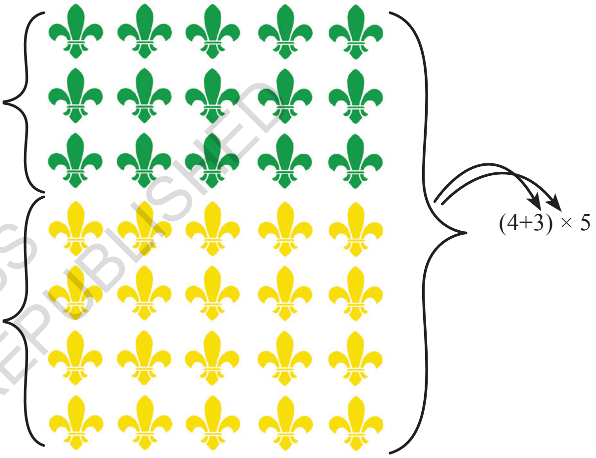


எனவே 2 × (43 + 24) = 2 × 43 + 2 × 24.

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

? சாங்மு என்ற மற்றொரு நண்பன் இவர்களுடன் சேர்ந்து அதே உணவுகளை வாங்கினால், செலுத்த வேண்டிய மொத்த தொகைக்கான சமன்பாடு என்ன?

? **எடுத்துக்காட்டு 16 :** குடியரசு தின அணிவகுப்பில் சாரண சிறுவர் மற்றும் வழிகாட்டி சிறுமி ஒன்று சேர்ந்து அணிவகுப்பு செய்தனர். ஒவ்வொரு வரிசையிலும் 5 சாரணர்கள் வீதம் 4 வரிசைகளில் சாரணர்கள் அணிவகுத்துச் சென்றனர். ஒவ்வொரு வரிசையிலும் 5 சிறுமி வழிகாட்டிகள் என 3 வரிசைகளில் அணிவகுத்துச் சென்றனர். இந்த அணிவகுப்பில் சென்ற சாரணர்கள் மற்றும் வழிகாட்டிகள் எத்தனை பேர்?



சாரணச் சிறுவர்களின் எண்ணிக்கை 4×5. வழிகாட்டிச் சிறுமிகளின் எண்ணிக்கை 3×5.

சாரணர்கள் மற்றும் வழிகாட்டி சிறுமிகளின் மொத்த எண்ணிக்கை $4 \times 5 + 3 \times 5$

முதலில் வரிசைகளின் எண்ணிக்கை மொத்தத்தை $(4 + 3)$ கண்டுபிடிப்பதன் மூலம் இதனைக் கண்டறியலாம். ஒவ்வொரு வரிசையிலுள்ள குழந்தைகளின் எண்ணிக்கை மூலம் அவற்றின் மொத்தத்தை பெருக்கலாம். இவ்வாறாக, சிறுவர்கள் மற்றும் சிறுமிகளின் எண்ணிக்கையை $(4 + 3) \times 5$ மூலம் கண்டிபிடிக்கலாம்.

எனவே,

$$4 \times 5 + 3 \times 5 = (4 + 3) \times 5$$

இச்சமன்பாடுகளைக் கணக்கிட்டால், நாம் பெறுவது.

$$4 \times 5 + 3 \times 5 = \boxed{4 \times 5} + \boxed{3 \times 5} = \boxed{20} + \boxed{15} = \boxed{35}.$$

$$(4 + 3) \times 5 = 7 \times 5 = 35$$

? $5 \times 4 + 3 \neq 5 \times (4 + 3)$. ஏன் என்று உங்களால் விவரிக்க முடியுமா?

$5 \times (4 + 3) = 5 \times (3 + 4) = (3 + 4) \times 5$ இது சரியா?

கடந்த இரண்டு எடுத்துக்காட்டுகளில் நாம் கவனித்ததை பொதுமுறையில் பின்வருமாறு காணலாம்.

NOT TO BE REPUBLISHED @KTBS

$10 \times 98 + 3 \times 98$ என எடுத்துக்கொள்ளலாம். 10 மடங்குகள் 98 மற்றும் 3 மடங்குகள் 98 இவற்றின் கூடுதலை எடுத்துக்கொள்வதாக பொருள்படும்.

$$\underbrace{98 + 98 + 98 + 98 + 98 + 98 + 98 + 98 + 98 + 98}_{10 \text{ முறை}} + \underbrace{98 + 98 + 98}_{3 \text{ முறை}}$$

$10 + 3 = 13$ மடங்குகள் 98 என்பதும் ஒரே மாதிரியானது. இவ்வாறு,

$$10 \times 98 + 3 \times 98 = (10 + 3) \times 98.$$

இச்சமன்பாட்டை மற்றொரு முறையில் எழுதினால்

$10 \times 98 + 3 \times 98$ என நாம் பெருக்குகிறோம். மேற்காணும் பெருக்குத் தொகையை இடமாற்றுவதன் மூலம் இப்பண்பை பின்வரும் முறையில் காணலாம்.

$$98 \times 10 + 98 \times 3 = 98\,(10 + 3)$$

மற்றும்

$$98\,(10 + 3) = 98 \times 10 + 98 \times 3$$

அதேபோன்று $14 \times 10 - 6 \times 10$ என்ற சமன்பாட்டை எடுத்துக்கொள்ளவோம். 14 மடங்குகள் 10 லிருந்து 6 மடங்குகள் 10ஐ கழித்தல் என்பதே இதன் பொருளாகும்.

$$\overbrace{10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10 + \underline{10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10}}^{14 \text{ முறை}}$$

இது $14 - 6 = 8$ மடங்குகள் 10 என்பதாகும்.

இவ்வாறு

$$14 \times 10 - 6 \times 10 = (14 - 6) \times 10,$$

அல்லது

$$(14 - 6) \times 10 = 14 \times 10 - 6 \times 10$$

இப்பண்பு பின்வருமாறு தொகுக்கலாம்.

பெருக்கலின் கூட்டுத்தோகை (வேறுபாடு) கூட்டுத்தொகையின் பெருக்கலுக்கு (வேறுபாடு) சமமாகும்.

©KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

உறுப்புகளை பழுதுப்பார்த்தல் II

பெருக்குத் தொகையில் வரும் எண்களை மாற்றினால் என்னவாகும் என்பதை நாம் புரிந்துகொள்வோம்.

எடுத்துக்காட்டு 17: $53 \times 18 = 954$, 63×18 ஐக் கண்டுபிடிக்கவும்.

63×18 என்பது 63 மடங்குகள் 18 என்று பொருளாகும்.

$$\begin{aligned} 63 \times 18 &= (53 + 10) \times 18 \\ &= 53 \times 18 + 10 \times 18 \\ &= 954 + 180 \\ &= 1134. \end{aligned}$$

எடுத்துக்காட்டு 18: 97×25 இன் மதிப்பைக் காண்பதற்கான ஒரு பயனுள்ள வழியைக் கண்டுபிடிக்கவும்.

97×25 என்றால் 97 மடங்குகள் 25 என்று பொருளாகும்.

இதனை $(100 - 3) \times 25$ என எழுதலாம்.

இது, 100 மடங்குகள் 25 மற்றும் 3 மடங்குகள் 25ற்கிடையிலுள்ள வேறுபாட்டிற்குச் சமமாகும் என்று நாம் அறிவோம்.

$$97 \times 25 = 100 \times 25 - 3 \times 25$$

இதன் மதிப்பைக் கண்டுபிடிக்கவும்.

இம்முறையைப் பயன்படுத்தி பின்வருபவற்றின் பெருக்குத் தொகையைக் கண்டுபிடிக்கவும்.

(a) 95×8

(b) 104×15

(c) 49×50

நீங்கள் பொதுவாகப் பயன்படுத்தும் பெருக்கல் செயல்முறையை விட விரைவானதா?

கணித பேச்சு

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

இதனைக் கண்டுபிடிக்கவும் :

1. சமன்பாடுகளின் இருபுறமும் சமமாக இருக்குமாறு கோடிட்ட இடங்களை எண்களாலும் குறியீடுகள் மூலம் கட்டங்களை நிரப்பவும்.

(a) $3 \times (6 + 7) = 3 \times 6 + 3 \times 7$

(b) $(8 + 3) \times 4 = 8 \times 4 + 3 \times 4$

(c) $3 \times (5 + 8) = 3 \times 5 \; \square \; 3 \times$ ____

(d) $(9 + 2) \times 4 = 9 \times 4 \; \square \; 2 \times$ ____

(e) $3 \times ($ ____ $+ 4) = 3$ ____ $+$ ____

(f) $($ ____ $+ 6) \times 4 = 13 \times 4 +$ ____

(g) $3 \times ($ ____ $+$ ____ $) = 3 \times 5 + 3 \times 2$

(h) $($ ____ $+$ ____ $) \times$ ____ $= 2 \times 4 + 3 \times 4$

(i) $5 \times 9 - 2 = 5 \times 9 - 5 \times 2$

(j) $5 - 2 \times 7 = 5 \times 7 - 2 \times 7$

(k) $5 \times (8 - 3) = 5 \times 8 \; \square \; 5 \times$ ____

(l) $(8 - 3) \times 7 = 8 \times 7 \; \square \; 3 \times 7$

(m) $5 \times (12 -$ ____ $) =$ ____ $\square \; 5 \times$ ____

(n) $(15 -$ ____ $) \times 7 =$ ____ $\square \; 6 \times 7$

(o) $5 \times ($ ____ $-$ ____ $) = 5 \times 9 - 5 \times 4$

(p) $($ ____ $-$ ____ $) \times$ ____ $= 17 \times 7 - 9 \times 7$

2. சமன்பாடுகளின் இடதுபுறம் மற்றும் வலதுபுறத்தை பகுத்தாய்ந்து பிறகு கட்டங்களை '<', '>' அல்லது '=' என்ற குறியீடுகளால் நிரப்புக. சமன்பாடுகளை மதிப்பிடாமல் உறுப்புகள் மற்றும் அடைப்புக் குறிகளை காரணமாராய்தல் மற்றும் புரிதலைப் பயன்படுத்தி கண்டுபிடிக்கவும்.

(a) $(8 - 3) \times 29 \; \square \; (3 - 8) \times 29$

(b) $15 + 9 \times 18 \; \square \; (15 + 9) \times 18$

(c) $23 \times (17 - 9) \; \square \; 23 \times 17 + 23 \times 9$

(d) $(34 - 28) \times 42 \; \square \; 34 \times 42 - 28 \times 42$

3. $2 \times (1 + 6) = 14, 4$ என்ற மதிப்பைபெற இது ஒரு வழியாகும். 14ஐ பெறுவதற்கான வேறு வழிகள் உள்ளனவா? பின்வருவனவற்றில் அவற்றை நிரப்புக.

(a) ____ $\times ($ ____ $+$ ____ $) = 14$

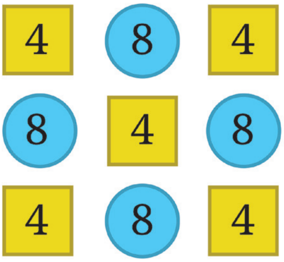
(b) ____ $\times ($ ____ $+$ ____ $) = 14$

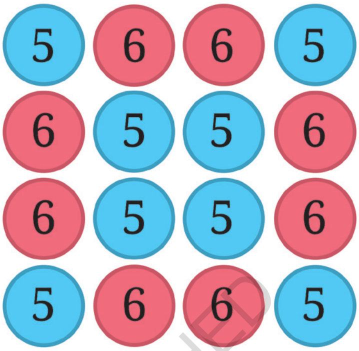
(c) ____ $\times ($ ____ $+$ ____ $) = 14$

(d) ____ $\times ($ ____ $+$ ____ $) = 14$

NOT TO BE REPUBLISHED @KTBS

4. கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள ஒவ்வொரு படத்திலும் கொடுக்கப்பட்டுள்ள எண்களின் கூட்டுத்தொகையை குறைந்தது இரண்டு வெவ்வேறு வழிகளில் கண்டுபிடிக்கவும். சமன்பாடுகளின் மூலம் நீங்கள் எவ்வாறு தீர்த்தீர்கள் என்பதை விளக்கவும்.





? இதனைக் கண்டுபிடிக்கவும்:

1. கொடுக்கப்பட்டுள்ள சூழல்களைப் படிக்கவும். ஒவ்வொரு சூழலுக்கும் தகுந்த சமன்பாட்டை எழுதி அதன் மதிப்பை கண்டுபிடிக்கவும்.

(அ) பேகூரிலுள்ள மாவட்ட சந்தை ஒரு வாரத்தின் அனைத்து ஏழு நாட்களும் செயல்படுகிறது. இரஹீம் தனது பழத்தோட்டத்திலிருந்து 9 கிகி மாம்பழங்களையும், ஷியாம் தனது தோட்டத்திலிருந்து 1 கிகி மாம்பழங்களையும் தினந்தோறும் இந்த சந்தைக்கு வழங்குகின்றனர். ஒரு வாரத்தில் இருவராலும் உள்ளூர் மாவட்ட சந்தைக்கு வழங்கப்படும் மாம்பழங்களின் எண்ணிக்கையை கண்டுபிடிக்கவும்.

(ஆ) பினு ஒரு மாதத்திற்கு ரூ. 20,000 சம்பாதிக்கிறான். அவன் ரூ. 5000 வாடகை, ரூ 5000 உணவிற்காக மற்றும் ரூ. 2000 பிறசெலவுகளுக்காகவும் செலவிடுகிறான். ஆண்டின் இறுதியில் பினு சேமிக்கும் தொகை எவ்வளவு?

(இ) ஒரு நத்தை பகல் நேரத்தில் ஒரு கம்பத்தில் 3 செ.மீ ஏறுகிறது மற்றும் இரவு நேரத்தில் தூங்கும்போது, தற்செயலாக 2 செ.மீ கீழே நழுவுகிறது. கம்பத்தின் உயரம் 10 செ.மீ மற்றும் அதன் உச்சியில் சுவையான விருந்து உள்ளது. எத்தனை நாட்களில் நத்தை விருந்தை பெறும்?

2. செவ்வாய் மற்றும் சனிக்கிழமைகளைத் தவிர மற்ற ஒவ்வொரு நாளும் மெல்வின் ஒரு இரண்டு பக்க கதையைப் படிக்கிறான். 8 வாரங்களில் அவன் பூர்த்தி செய்யக்கூடிய கதைகள் எத்தனை? கீழ்காணும் சமன்பாடுகளில் இக்காட்சியை விளக்கும் சமன்பாடு எது?

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

(a) $5 \times 2 \times 8$

(b) $(7 - 2) \times 8$

(c) 8×7

(d) $7 \times 2 \times 8$

(e) $7 \times 5 - 2$

(f) $(7 + 2) \times 8$

(g) $7 \times 8 - 2 \times 8$

(h) $(7 - 5) \times 8$

3. பின்வரும் சமன்பாடுகளை மதிப்பிடும் வெவ்வேறு வழிமுறைகளைக் கண்டுபிடிக்கவும்.

(a) $1 - 2 + 3 - 4 + 5 - 6 + 7 - 8 + 9 - 10$

(b) $1 - 1 + 1 - 1 + 1 - 1 + 1 - 1 + 1 - 1$

4. '<', '>' அல்லது '=' அல்லது காரணமாராய்தல் மூலம் பின்வரும் சோடி சமன்பாடுகளை ஒப்பிடவும்.

(a)	$49 - 7 + 8$	☐	$49 - 7 + 8$
(b)	$83 \times 42 - 18$	☐	$83 \times 40 - 18$
(c)	$145 - 17 \times 8$	☐	$145 - 17 \times 6$
(d)	$23 \times 48 - 35$	☐	$23 \times (48 - 35)$
(e)	$(16 - 11) \times 12$	☐	$-11 \times 12 + 16 \times 12$
(f)	$(76 - 53) \times 88$	☐	$88 \times (53 - 76)$
(g)	$25 \times (42 + 16)$	☐	$25 \times (43 + 15)$
(h)	$36 \times (28 - 16)$	☐	$35 \times (27 - 15)$

NOT TO BE REPUBLISHED @KTBS

5. கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள சமன்பாட்டிற்கு சமமானது பின்வரும் சமன்பாடுகளில் எவை என்பதை கணக்கிடாமல் அடையாளம் காணவும். உறுப்புக்களைப் பயன்படுத்தி அல்லது அடைப்புக் குறிகளை நீக்கி சமன்பாடுகளை நீங்கள் மீண்டும் எழுதலாம். கொடுக்கப்பட்டுள்ள சமன்பாட்டிற்கு சமமான ஒன்றிற்கு மேற்பட்ட சமன்பாடுகள் இருக்கலாம்.

(a) $83 - 37 - 12$

  (i) $84 - 38 - 12$

  (ii) $84 - (37 + 12)$

(iii) 83 – 38 – 13

(iv) – 37 + 83 –12

(b) 93 + 37 × 44 + 76

(i) 37 + 93 × 44 + 76

(ii) 93 + 37 × 76 + 44

(iii) (93 + 37) × (44 + 76)

(iv) 37 × 44 + 93 + 76

6. ஒரு எண்ணைத் தேர்ந்தெடுத்து அதே மதிப்பைக் கொண்ட பத்து வெவ்வேறு சமன்பாடுகளை உருவாக்கவும்.

பாடச்சுருக்கம்

- நாம் சில காலமாக எளிய சமன்பாடுகளை படித்து மதிப்பீடு செய்து கொண்டிருக்கிறோம். சில எளிய சமன்பாடுகள் மற்றும் அவற்றின் மதிப்புகளின் பொருளை திருத்துவதன் மூலம் நாம் தொடங்கினோம்.
- சமன்பாடுகளை அப்படியே மதிப்பீடு செய்வதற்கு பதிலாக பகுத்தாய்தலின் மூலம் சில சமன்பாடுகளை ஒப்பிடுவதை நாம் கற்றோம்.
- சிக்கலான சமன்பாடுகளை குழப்பமில்லாது படிக்கவும் மதிப்பிடவும் உதவும் உறுப்புகள் மற்றும் அடைப்புக்குறிகளையும் நாம் பயன்படுத்துகிறோம்.
- ஒரு சமன்பாட்டை உறுப்புகளின் கூட்டுத் தொகையாக எழுதும் பொழுது உறுப்புகளின் வரிசைமுறையை மாற்றுவதாலோ, குழுக்களாக்குவதாலோ சமன்பாட்டின் மதிப்பு மாறுவதில்லை. ஏனெனில். இதற்குக் காரணம் முறையே ''கூட்டலின் மாற்றுப்பண்பு'' மற்றும் ''கூட்டலின் சேர்ப்புப் பண்பு'' ஆகும்.
- அடைப்புக்குறிக்குள் சமன்பாடுகளை மதிப்பிடுவதற்கு, அடைப்புக்குறிக்கு முன்புள்ள எதிர்மறை குறியீட்டின் மூலம் அடைப்புக்குறியை நீக்கும்போது அடைப்புக் குறிக்குள் உறுப்புகளின் குறியீடு மாறுகிறது என்று நாம் பார்த்தோம்.
- ''பங்கீட்டுப்பண்பு'' பற்றியும் நாம் கற்றோம் அடைப்புக்குறியிலுள்ள ஒரு சமன்பாட்டை ஒரு எண்ணால் பெருக்குவது அடைப்புக் குறியிலுள்ள ஒவ்வொரு உறுப்பையும் அந்த எண்ணால் பெருக்குவதற்குச் சமமாகும்.

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

புதிர் நேரம்

சமன்பாட்டு பொறியாளர்

மூன்று 3 களை பயன்படுத்தி நான்கு செயல்களுடன் (கூட்டல், கழித்தல், பெருக்கல் மற்றும் வகுத்தல்) மற்றும் அடைப்புக்குறிகளுடன் தேவைக்கேற்ப நாம் பல சமன்பாட்டுகளை உருவாக்கலாம்.

எடுத்துக்காட்டாக, $(3 + 3)/3 = 2$, $3 + 3 - 3 = 3$, $3 \times 3 + 3 = 12$ போன்றவை

நான்கு, 4 களைப்பயன்படுத்தும்போது, 1 முதல் 20 வரையிலும் அனைத்து மதிப்புகளையும் பெறுவதற்கான சமன்பாடுகளை உருவாக்கவும்.

1, 2, 3, 4 மற்றும் 5 என்ற எண்களை சரியாக ஒரு முறையை பயன்படுத்தி ஏதேனும் வரிசை முறையில், –10 மற்றும் +10 களுக்கிடையே மதிப்புகளை சாத்தியமானளவு பெறவும்.

ஏதேனும் வரிசை முறையில் 0 முதல் 9 வரை எண்களை சரியான ஒரு முறையை பயன்படுத்தி மதிப்பு 100 ஆகுமாறு ஒரு சமன்பாட்டை உருவாக்கவும்.

இதேபோன்ற வேறு என்ன ஆர்வமான வினாக்கள் உங்களால் கேட்கமுடியும்?

@KTBS
NOT TO BE REPUBLISHED

3 புள்ளிக்கு பின் ஒரு பார்வை

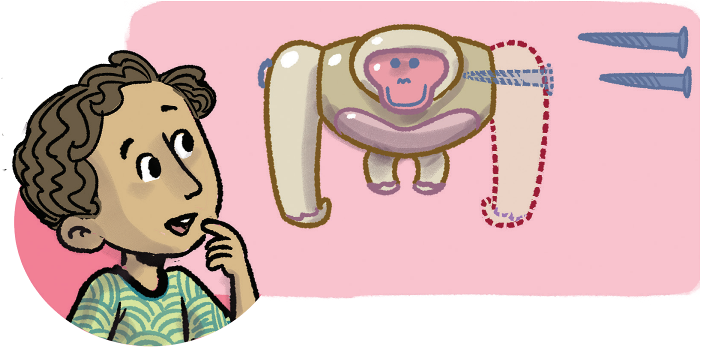
(A peak Beyond the point)

Z6K3E9

3.1 சிறிய அலகுகளின் தேவை :

சோனுவின் அம்மா ஒரு விளையாட்டு பொம்மையை சரிசெய்துக் கொண்டிருந்தார். அவர் இரண்டு துண்டுகளை ஒரு திருகு (screw) உதவியால் இணைக்க முயன்றார். சோனு அதனை ஆர்வமாக பார்த்துக் கொண்டிருந்தான். அம்மாவினால் துண்டுகளை இணைக்க முடியவில்லை. சோனு ஏன் என்று கேட்டான். அதற்கு அம்மா, அந்தத் திருகு சரியான அளவில் இல்லாததால், அது பொருந்தவில்லை என்று கூறினார்.

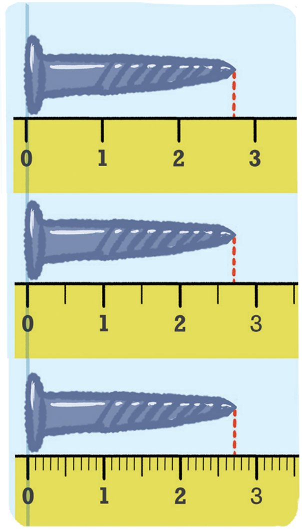
@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED



அதனால் அம்மா மற்றொரு திருகை பெட்டியில் இருந்து கொண்டுவந்து பொருத்தினார். சோனுவிற்கு இரண்டு திருகுகளும் ஒரே மாதிரியாக தோன்றின. ஆனால் நெருக்கமாக கவனித்தபோது அவற்றின் நீளத்தில் சிறிய வித்தியாசம் இருப்பதை கண்டான்.

அந்த சிறிய வித்தியாசம் எவ்வளவு முக்கியம் என்பதை அறிந்த சோனு வியந்தான். அவன், அதன் நீள வித்தியாசம் எவ்வளவு? அதன் வேறுபாடு எவ்வளவு சிறியது? என்று தெரிந்துகொள்ள ஆர்வமாக இருந்தான்.

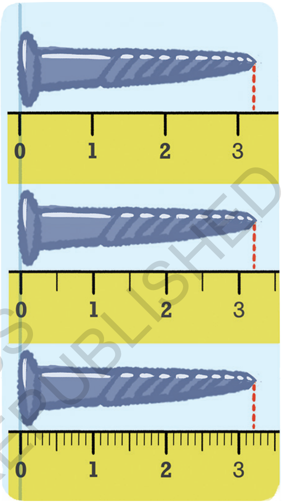
இதனை தொடர்ந்து வரும் படத்தில், திருகுகள் அளவு கோலின் மேல் வைக்கப்பட்டுள்ளன. அவற்றின் நீளத்தை அளந்து அதற்கென கொடுக்கப்பட்ட இடத்தில் எழுதுங்கள்.



2 செ.மீ மற்றும் 3 செ.மீ. க்கு இடையில்

$2\frac{1}{2}$ செ.மீ. ஐ விட அதிகம், ஆனால் 3 செ.மீ. விட குறைவு

$2\frac{7}{10}$ செ.மீ.



____

____

____

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

❓ எந்த அளவுகோல் (scale) திருகுகளின் நீளத்தைத் துல்லியமாக அளக்க உதவியது?

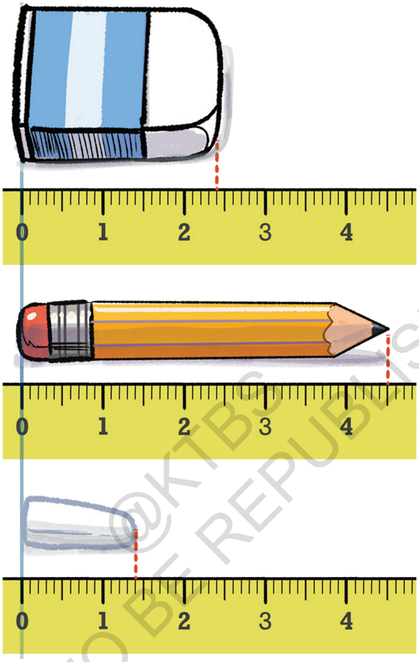
❓ $2\frac{7}{10}$ என்பதன் பொருள் யாது?

அளவுகோலின், நீளத்தின் அலகுகள் இரண்டு தொடர் எண்களுக்கிடையே 10 சமமான பாகங்களாகப் பிரிக்கப்பட்டுள்ளது. அதனால் $2\frac{7}{10}$ செ.மீ என்பது, முதலில் 0 முதல் 2 செ.மீ. வரை செல்ல வேண்டும் பிறகு 10 இல் உள்ள ஏழு பிரிவுகளை சேர்க்க வேண்டும். அதாவது 2 செ.மீ மற்றும் $\frac{7}{10}$ செ.மீ. அதேபோல், 3 மற்றும் $\frac{2}{10}$ செ.மீ எனவே, படிக்கும்போது, 2 மற்றும் பத்தில் ஏழு செ.மீ. என்றும் $3\frac{2}{10}$ செ.மீ. என்பதை மூன்று மற்றும் பத்தில் இரண்டு செ.மீ. என்றும் கூறலாம்.

❓ திருகுகளை அளவிடுவதற்கு அலகு ஏன் சிறிய பாகங்களாக பிரிக்கப்படுகிறது என்பதை விவரிக்கவும்?

? பின்வரும் பொருட்களை ஒரு அளவுகோலை பயன்படுத்தி அளந்து அவற்றின் அளவீடுகளை சென்டிமீட்டர்களில் எழுதுங்கள் (இதற்கு முன்பு திருகுகளை அளவீடு செய்ததை போல்) பேனா, பென்சில் கூர்மையாக்கும் கருவி மற்றும் உங்களுக்கு பிடித்த வேறு பொருட்கள்.

? படத்தில் உள்ள பொருட்களின் அளவுகளை எழுதுக.

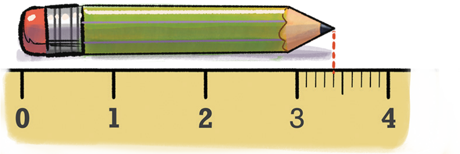


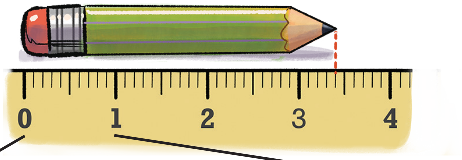
@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

இங்கே காணப்படுவது போல், துல்லியமான அளவீடுகள் தேவைப்படும்போது நாம் சிறிய அளவீட்டு அலகுகளைப் பயன்படுத்தலாம்.

3.2 பத்தில் ஒரு பங்கு :

படத்தில் காண்பித்துள்ளது போன்று பென்சிலின் நீளம் $3\frac{4}{10}$ அலகுகள் இதை 3 அலகுகள் மற்றும் நான்கு, பத்தில் ஒரு பங்கு அதாவது $(3 \times 1) + (4 \times \frac{1}{10})$ அலகுகள் என படிக்கலாம்.





$$\frac{1}{10}+\frac{1}{10}+\frac{1}{10}+\frac{1}{10}+\frac{1}{10}+\frac{1}{10}+\frac{1}{10}+\frac{1}{10}+\frac{1}{10}+\frac{1}{10}$$

இந்த நீளம் *34* பத்தில் ஒரு பங்கு அலகுகளுக்கு சமம், ஏனெனில் *10*, பத்தில் ஒரு பங்கு என்பது ஒரு அலகாகும்.

$$34 \times \frac{1}{10} = \frac{34}{10} = \frac{10}{10} + \frac{10}{10} + \frac{10}{10} + \frac{4}{10}$$ (*34* பத்தில் ஒரு பங்கு)

$$= 1 + 1 + 1 + \frac{4}{10}$$ (*3* மற்றும் *4* பத்தில் ஒரு பங்கு)

சில எண்கள் பின்ன அலகுகளாகக் காண்பிக்கப்பட்டுள்ளது. எவ்வாறு படிக்க வேண்டும் என்பதும் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.

$4\frac{1}{10}$ ⟶ நான்கு மற்றும் பத்தில் ஒரு பங்கு.

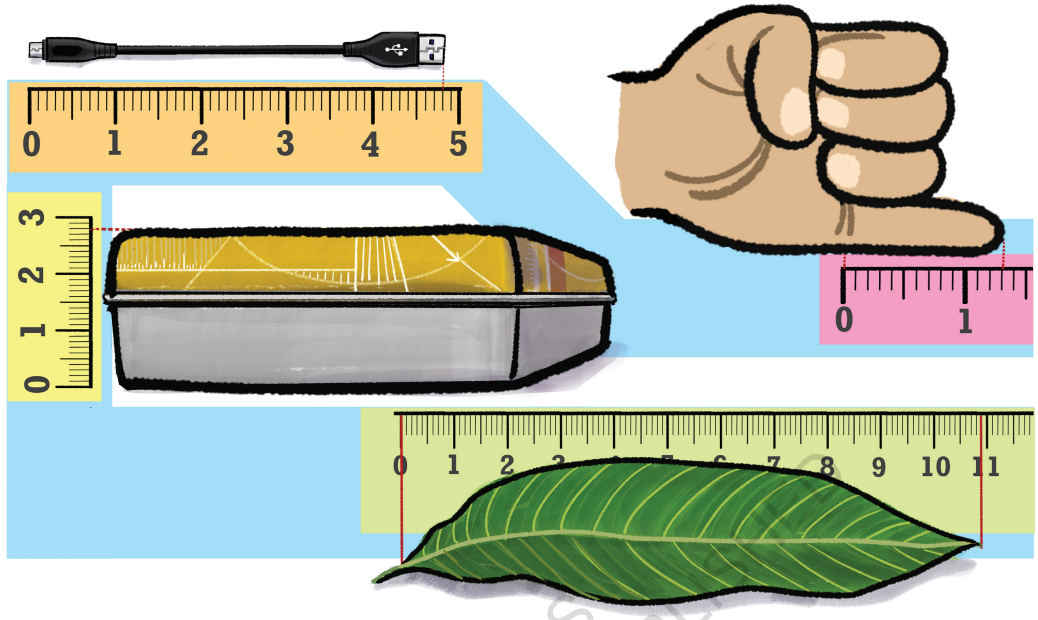
$\frac{4}{10}$ ⟶ பத்தில் நான்கு அல்லது நான்கின் கீழ் பத்து

$\frac{41}{10}$ ⟶ பத்தில் நாற்பத்தொன்று அல்லது நாற்பத்து ஒன்றின் கீழ் பத்து.

கீழே காண்பிக்கப்பட்டுள்ள பொருட்களின் நீளங்களை இரண்டு முறைகளில் எழுதி உரக்க அவற்றை படிக்கவும் யுஎஸ்பி கேபிளுக்கு ஒரு எடுத்துக்காட்டு கொடுக்கப்பட்டுள்ளது (ஒவ்வொரு வரைபடத்திலும் பயன்படுத்தப்பட்ட அலகு நீளம் சமமல்ல என்பதை கவனிக்கவும்)

யுஎஸ்பி கேபிளின் நீளம் 4 மற்றும் $\frac{8}{10}$ அலகுகள் அல்லது $\frac{48}{10}$ அலகுகள்

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED



இங்குள்ள நீளங்களை ஏறு வரிசையில் எழுதவும்.

(a) $\frac{9}{10}$ (b) $1\frac{7}{10}$ (c) $\frac{130}{10}$ (d) $13\frac{1}{10}$

(e) $10\frac{5}{10}$ (f) $7\frac{6}{10}$ (g) $6\frac{7}{10}$ (h) $\frac{4}{10}$

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

பின் வருவனவற்றை ஏறுவரிசையில் அமைக்கவும் $4\frac{1}{10}, \frac{4}{10}, \frac{41}{10}, 41\frac{1}{10}$.

சோனு அவனது உடலின் சில பகுதிகளை அளந்து கொண்டிருந்தான். சோனுவின் கையின் கீழ்பகுதியின் நீளம் $2\frac{7}{10}$ அலகுகளாகும். அவனது மேற்கையின் நீளம் $3\frac{6}{10}$ அலகுகளாகும். அவனது முழு கையின் நீளம் என்ன? மொத்த நீளத்தை பெறுவதற்கு. கீழ் மற்றும் மேற்கையின் நீளம் முறையே 2 அலகுகள் மற்றும் 7 பத்தில் ஒரு பங்கு மற்றும் 3 அலகுகள் மற்றும் 6 பத்தில் ஒரு பங்கு என்று நாம் காண்போம்.

எனவே (2 + 3) அலகுகள் மற்றும் (7 + 6) பத்தில் ஒரு பங்கு உள்ளது. ஒன்றாக அவை 5 அலகுகள் மற்றும் 13 பத்தில் ஒரு பங்கு ஆகின்றன. ஆனால் 13 பத்தில் ஒரு பங்கு என்பது 1 அலகு மற்றும் 3 பத்தில் ஒரு பங்கு ஆகும். எனவே மொத்த நீளம் 6 அலுகுகள் மற்றும் 3, பத்தில் ஒரு பங்கு ஆகும்.

(a) $$(2+3)+\left(\frac{7}{10}+\frac{6}{10}\right)$$
$$=(2+3)+\left(\frac{13}{10}\right)$$
$$=5+\frac{13}{10}$$
$$=5+\frac{10}{10}+\frac{3}{10}=5+1+\frac{3}{10}$$
$$=6+\frac{3}{10}$$
$$=6\frac{3}{10}.$$

(b)
$$\begin{array}{rl} & 2\frac{7}{10} \\ + & 3\frac{6}{10} \\ \hline = & 5\frac{13}{10} \\ = & 6\frac{3}{10}. \end{array}$$

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

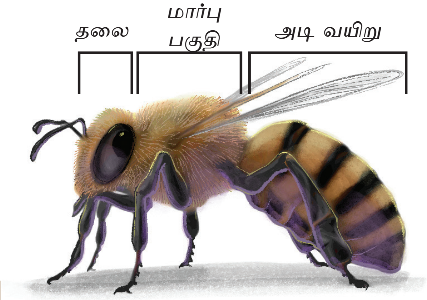
அல்லது இரண்டு நீளங்களையும் பத்தில் ஒன்றாக மாற்றி பிறகு கூட்டவும்.

(இ) 27 பத்தில் ஒரு பங்கு மற்றும் 35 பத்தில் ஒரு பங்கு என்பது 62 பத்தில் ஒரு பங்கு ஆகும்.

$$\frac{27}{10}+\frac{35}{10}=\frac{62}{10}$$

$\frac{62}{10}$ என்பது 60 பத்தில் ஒரு பங்கு $\left(\frac{60}{10}\right)$ மற்றும் 2 பத்தில் ஒரு பங்கு $\left(\frac{2}{10}\right)$ க்கு சமம். இது 6 அலகுகள் மற்றும் 2 பத்தில் ஒன்றிற்கு அதாவது $6\frac{2}{10}$ ற்கு சமமாகும்.

? ஒரு தேனியின் உடல் உறுப்புகளின் நீளங்கள் கொடுக்கப்பட்டுள்ளன. இதன் மொத்த நீளத்தைக் கண்டுபிடிக்கவும்.



தலை $2\frac{3}{10}$ அலகுகள்

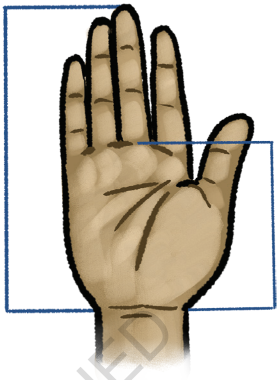
மார்புப் பகுதி $5\frac{4}{10}$ அலகுகள்

அடி வயிறு $7\frac{5}{10}$ அலகுகள்

? சைலஜாவின் கையின் நீளம் $12\frac{4}{10}$ அலகுகள் மற்றும் உள்ளங்கையின் நீளம் $6\frac{7}{10}$ அலகுகள் என்று படத்தில் காண்பிக்கப்பட்டுள்ளன.

மிக நீண்ட (நடு) விரலின் நீளம் என்ன)

$\left(12 + \frac{4}{10}\right) - \left(6 + \frac{7}{10}\right)$ இவற்றின் மதிப்பை காண்பதின் மூலம் விரலின் நீளத்தைக் கண்டறியலாம். இதை இரண்டு வெவ்வேறு முறைகளில் கண்டுபிடிக்கலாம். எடுத்துக்காட்டாக.



(a) $12 + \frac{4}{10} - 6 - \frac{7}{10}$

$= (12 - 6) + \left(\frac{4}{10} - \frac{7}{10}\right)$

$= 6 - \frac{3}{10}$

$= 5 + 1 - \frac{3}{10}$

$= 5 + \frac{10}{10} - \frac{3}{10}$

$= 5 + \frac{7}{10} = 5\frac{7}{10}$.

(b)

$$\begin{array}{r} 12\frac{4}{10} \\ -6\frac{7}{10} \end{array} \longrightarrow \begin{array}{r} 11\frac{14}{10} \\ -6\frac{7}{10} \\ \hline =5\frac{7}{10} \end{array}$$

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

எண்களின் எண்ணிக்கையில், பத்தில் ஒரு பங்கிலிருந்து கழிப்பதை தொடங்குவது வசதியானதாகும். 4 மற்றும் பத்தில் ஒரு பங்கிலிருந்து 7, பத்தில் ஒரு பங்கினை நீக்க முடியாது.

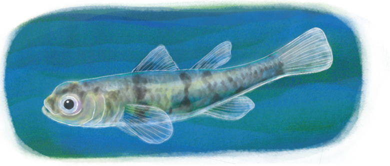
எனவே, 12 லிருந்து ஒரு அலகை நாம் பிரித்து 10 , பத்தில் ஒரு பங்காக மாற்ற வேண்டும். இங்கு அந்த எண் 11 அலகுகள் மற்றும் 14 பத்தில் ஒரு பங்காகிறது. 14, பத்தில் ஒரு பங்கிலிருந்து 7, பத்தில் ஒரு பங்கினை நாம் கழிக்கிறோம். மற்றும் 11 அலகுகளிலிருந்து 6 அலகுகளைக் கழிக்கிறோம்.

? இரண்டு நீளங்களையும் பத்தில் ஒரு பங்காக மாற்றுவதன் மூலம் வேறுபாட்டை கணக்கிட முயற்சிக்கவும்.

ஒரு செலஸ்டியல் பர்ல் டானியோவின் நீளம் $2\frac{4}{10}$ செ.மீ. மற்றும் ஃபிலிப்பைன் கோபியின் நீளம் $\frac{9}{10}$ செ.மீ. ஆகும். அவற்றின் நீளங்களின் வேறுபாடு எவ்வளவு?

உங்கள் விரலை விட இம்மீன்கள் எத்தனை பெரியது?

செலஸ்டியல் பர்ல் டானியோ



ஃபிலிப்பைன் கோபி

கொடுக்கப்பட்ட எண்களின் தொடரை கவனிக்கவும். ஒவ்வொரு உறுப்பின் பின்னுள்ள மாற்றதை அடையாளம் கண்டு எண்களின் தொடரை நீட்டிக்கவும்.

(a) $4, 4\frac{3}{10}, 4\frac{6}{10}$, __________, __________, __________, __________

(b) $8\frac{2}{10}, 8\frac{7}{10}, 9\frac{2}{10}$, __________, __________, __________, __________

(c) $7\frac{6}{10}, 8\frac{7}{10}$, __________, __________, __________, __________

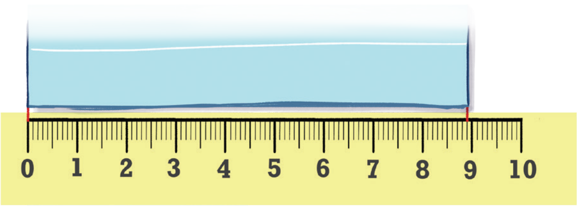
(d) $5\frac{7}{10}, 5\frac{3}{10}$, __________, __________, __________, __________

(e) $13\frac{5}{10}, 13, 12\frac{5}{10}$, __________, __________, __________, __________

(f) $11\frac{5}{10}, 10\frac{4}{10}, 9\frac{3}{10}$, __________, __________, __________, __________

@KTBS
NOT TO BE REPUBLISHED

3.3 நூறில் ஒரு பங்கு



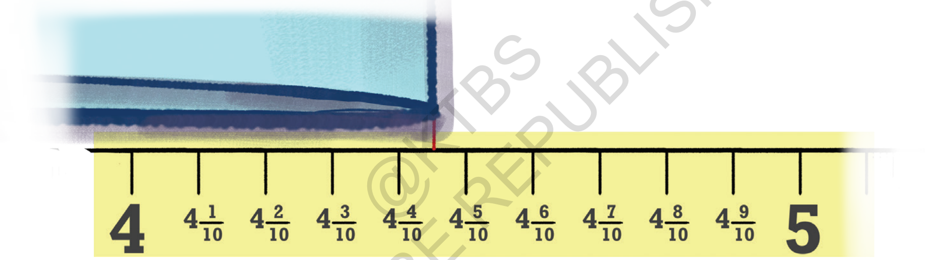
ஒரு காகிதத்தின் நீளம் $8\frac{9}{10}$ அலகுகள்.

இதனை 8 அலகுகள் 9 பத்தில் ஒரு பங்கு என்று கூறலாம். அதன் நீளத்தில் பாதியாக மடிக்கப் படுகிறது. அதன் தற்போதைய நீளம் என்ன?

இதன் நீளம் $4\frac{4}{10}$ அலகுகள் மற்றும் $4\frac{5}{10}$ களுக்கு இடையிலுள்ளது என்று நாம் கூறலாம். ஆனால் இது சரியான அளவு என கூற முடியாது ஏனெனில் இங்கு குறியீடுகள் இல்லை. முன்னர் நாம் சிறிய நீளங்களை அளப்பதற்கு ஒரு அலகை 10 பத்தில் ஒரு பங்காக பிரித்தோம். அதேபோன்று ஏதேனும் செய்து ஒவ்வொரு பத்தில் ஒருபங்கையும் 10 பிரிவுகளாக்கலாம்.

? இச்சிறிய பகுதியின் நீளம் என்ன? எத்தனை அத்தகைய சிறிய பகுதிகள் ஒரு அலகு நீளத்தை உருவாக்குகின்றன?

கீழ்க்காணும் படத்தில் காண்பித்துள்ளவாறு, ஒவ்வொரு பத்தில் ஒருபங்கும் 10 சிறிய பகுதிகளைக் கொண்டுள்ளது மற்றும் இங்கு ஒரு அலகில் 10 பத்தில் ஒரு பங்கு உள்ளன. எனவே ஒரு அலகில் 100 சிறிய பகுதிகள் இருக்கும். ஒரு பகுதியின் நீளம் ஒரு அலகின் $\frac{1}{100}$ ஆக இருக்கும்.



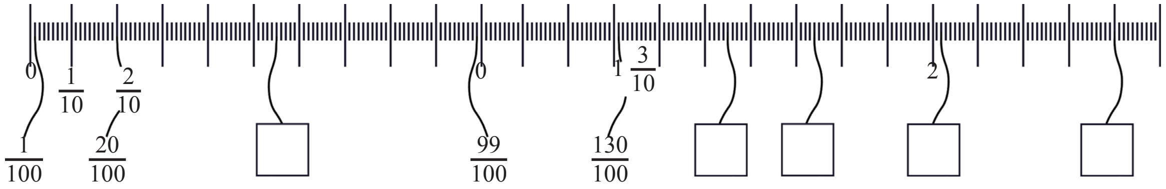
நமது வினாவிற்குத் திரும்புவோம். மடிக்கப்பட்ட காகிதத்தின் நீளம் என்ன?

$4\ \frac{4}{10}\ \frac{5}{100}$, இல் முடிவுறுகிறது என்று நாம் காணலாம் மற்றும் 4 அலகுகள் மற்றும் 4, பத்தில் ஒரு பங்கு மற்றும் 5 நூறில் ஒரு பங்கு என்று படிக்கவும்.

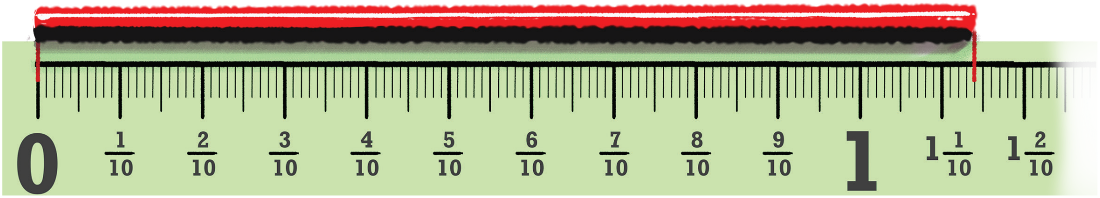
? எத்தனை நூறில் ஒரு பங்கு, பத்தில் ஒரு பங்கை உருவாக்குகிறது? நீளம் 4 அலகுகள் மற்றும் 45 நூறில் ஒரு பங்கு என்று நாம் கூற முடியுமா?

கணித பேச்சு

? கீழ்காணும் படத்தை கவனிக்கவும், குறிப்புகளையும் '0' லிருந்து அளவிடும் போது கட்டங்களில் எழுதப்பட்ட தொடர்புடைய நீளங்களை கவனிக்கவும்.



முதல் படத்திலுள்ள கம்பியின் நீளம் மூன்று வெவ்வேறு முறைகளில் கொடுக்கப்பட்டுள்ளன. அவை அதே நீளத்தை எவ்வாறு குறிக்கிறது என்பதை உங்களால் காண முடிகிறதா?

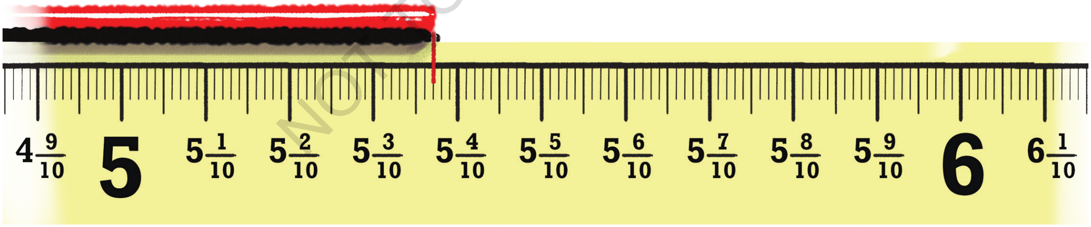


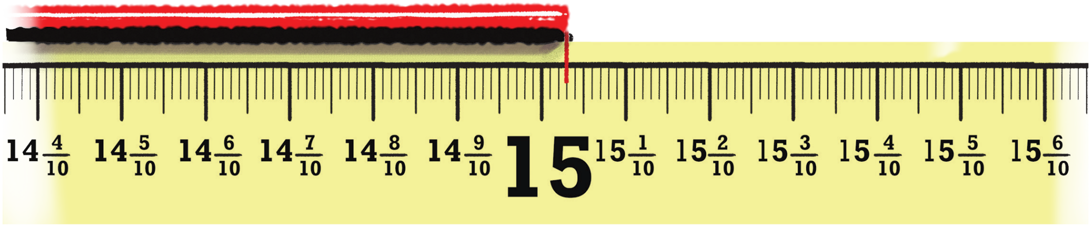
$1\frac{1}{10}\frac{4}{100}$ ஒன்று மற்றும் பத்தில் ஒரு பங்கு மற்றும் நான்கு நூறில் ஒரு பங்கு.

$1\frac{14}{100}$ ஒன்று மற்றும் நூறில் பதிநான்கு பங்கு.

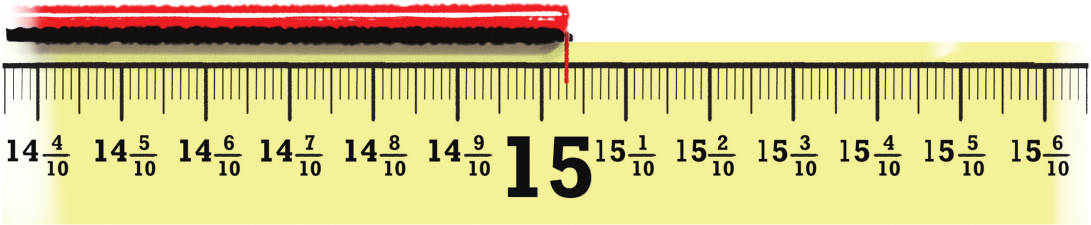
$\frac{114}{100}$ நூறில் நூற்று பதினான்கு பங்கு.

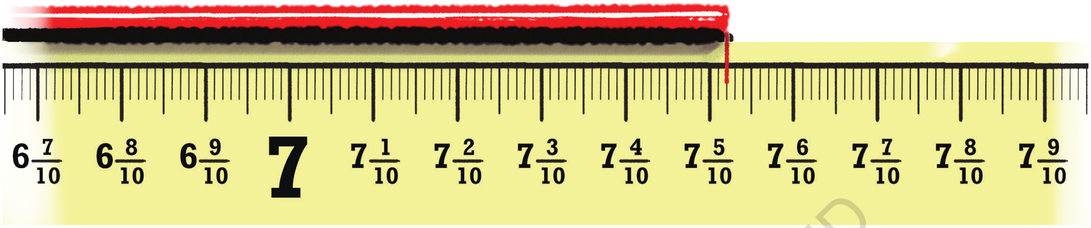
? கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள நீளங்களுக்கான அளவுகளை எழுதி வார்த்தைகளில் அளவுகளை படிக்கவும்.





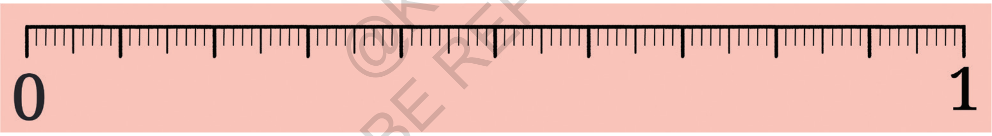
@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED



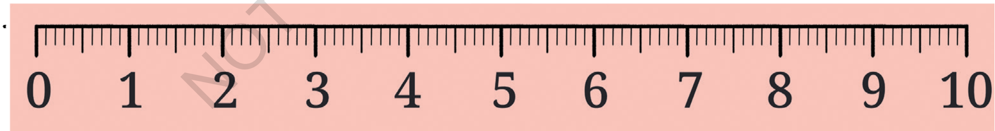


ஒவ்வொரு குழுவிலும், மிக நீண்ட மற்றும் மிக குறைவான நீளங்களை அடையாளம் காணவும். ஒவ்வொரு நீளத்தையும் அளவுகோலின் மீது குறிக்கவும்.

(a) $\frac{3}{10}, \frac{3}{100}, \frac{33}{100}$

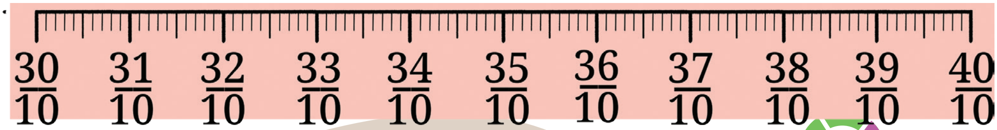


(b) $3\frac{1}{10}, \frac{30}{10}, 1\frac{3}{10}$



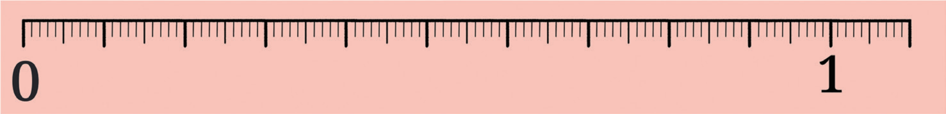
(c) $\frac{45}{100}, \frac{54}{100}, \frac{5}{10}, \frac{4}{10}$

(d) $3\frac{6}{10}, 3\frac{6}{100}, 3\frac{6}{10}, \frac{6}{100}$

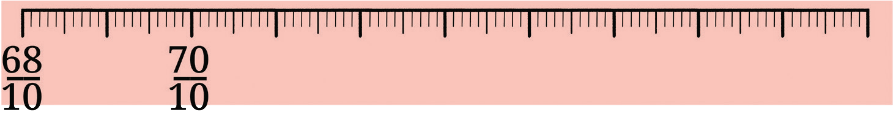


@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

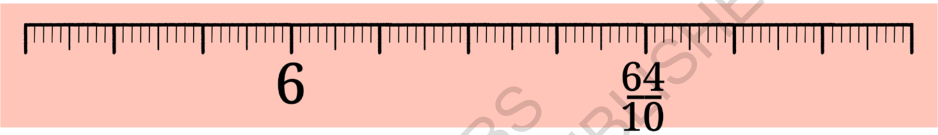
(e) $\frac{8}{10}\ \frac{2}{100}$, $\frac{9}{100}$, $1\ \frac{8}{100}$



(f) $7\ \frac{3}{10}\ \frac{5}{100}$, $7\ \frac{5}{10}$



(g) $\frac{65}{10}\ \frac{65}{100}$, $5\ \frac{87}{100}$, $5\ \frac{7}{100}$



? $15\ \frac{3}{10}\ \frac{4}{100}$ மற்றும் $2\ \frac{6}{10}\ \frac{8}{100}$ இவற்றின் கூட்டுத்தொகை என்ன?

இது வெவ்வேறு முறைகளில் தீர்க்கப்படலாம். சில கீழே காண்பிக்கப் பட்டுள்ளன.

(a) *முறை 1*

$$(15+2)+\left(\frac{3}{10}+\frac{6}{10}\right)+\left(\frac{4}{100}+\frac{8}{100}\right)$$

$$=17+\frac{9}{10}+\frac{12}{100}$$

$$=17+\frac{9}{10}+\frac{1}{10}+\frac{2}{100}$$

$$=17+\frac{10}{10}+\frac{2}{100}$$

$$=18\ \frac{2}{100}.$$

10 நூறில் ஒரு பங்கு என்பது 1 பத்தில் ஒரு பங்கிற்குச் சமம்.

@KTBS
NOT TO BE REPUBLISHED

(b) முறை 2

$$
\begin{array}{rrcc}
 & 15 & \frac{3}{10} & \frac{4}{100} \\
+ & 2 & \frac{6}{10} & \frac{8}{100} \\
\hline
= & 17 & \frac{9}{10} & \frac{12}{100} \\
= & 17 & \frac{10}{10} & \frac{2}{100} \\
= & 18 & & \frac{2}{100}
\end{array}
$$

? இவ்விரண்டு முறைகளும் வெவ்வேறானவையா?

? 483 + 268 இதற்கு செய்யப்பட்ட கூட்டலை கவனிக்கவும் மேற்கண்ட முறைகளின் இடையிலும் ஏதேனும் ஒற்றுமைகளை நீங்கள் காண்கிறீர்களா?

கணித பேச்சு

$(400 + 80 + 3) + (200 + 60 + 8)$
$= (400 + 200) + (80 + 60) + (3 + 8)$
$= 600 + 140 + 11$
$= 600 + 150 + 1$
$= 700 + 50 + 1$
$= 751$

$15\ \frac{3}{10}\ \frac{4}{100} + 2\ \frac{6}{10}\ \frac{8}{100}$ இதனை நூறில் ஒரு பங்கிற்கு மாற்றி அதன் கூட்டுத் தொகையை கண்டுபிடிக்கலாம்.

(a) $(15 + 2) + \left(\frac{34}{100} + \frac{68}{100}\right)$

$= 17 + \frac{102}{100}$

$= 17 + 1 + \frac{2}{100}$

$= 18\ \frac{2}{100}$.

(100 நூறில் ஒருபங்கு என்பது 1 அலகிற்கு சமம்)

(b) $\left(\frac{1534}{100}\right) + \left(\frac{268}{100}\right)$

$= \frac{1802}{100}$

15 என்பது 1500 நூறில் ஒரு பங்கிற்கு சமம் மற்றும் 2 என்பது 200 நூறில் ஒரு பங்கிற்கு சமம்.

NOT TO BE REPUBLISHED @KTBS

$$= \frac{1802}{100} + \frac{2}{100}$$

$$= 18\,\frac{2}{100}\,.$$

? $25\,\frac{9}{10} - 6\,\frac{4}{10}\,\frac{7}{100}$ வேறுபாடு என்ன?

கணித பேச்சு

இதை தீர்ப்பதற்கான ஒரு முறை பின்வருமாறு,

$$\begin{array}{r} 25\,\frac{9}{10} \\ -\,6\,\frac{4}{10} \\ \hline \end{array} \longrightarrow \begin{array}{r} 25\,\frac{8}{10}\,\frac{10}{100} \\ -\,6\,\frac{4}{10}\,\frac{7}{100} \\ \hline \end{array} \longrightarrow \begin{array}{r} 25\,\frac{8}{10}\,\frac{10}{100} \\ -\,6\,\frac{4}{10}\,\frac{7}{100} \\ \hline =19\,\frac{4}{10}\,\frac{3}{100} \end{array}$$

? நூறில் ஒரு பங்காக மாற்றுவதன் மூலம் தீர்வு காணுதல் $15\,\frac{3}{10}\,\frac{4}{100} - 2\,\frac{6}{10}\,\frac{8}{100}$ வேறுபாடு என்ன?

இதைத் தீர்ப்பதற்கான ஒரு முறை பின் வருமாறு

$$\begin{array}{r} 15\,\frac{3}{10}\,\frac{4}{100} \\ -\,2\,\frac{6}{10}\,\frac{8}{100} \end{array} \qquad \begin{array}{r} 15\,\frac{2}{10}\,\frac{14}{100} \\ -2\,\frac{6}{10}\,\frac{8}{100} \end{array} \qquad \begin{array}{r} 14\,\frac{12}{10}\,\frac{14}{100} \\ -2\,\frac{6}{10}\,\frac{8}{100} \\ \hline =2\,\frac{6}{10}\,\frac{6}{100} \end{array}$$

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

653 – 268 பின்வரும் இதன் கழித்தலை கூர்நோக்கவும். மேற்கண்ட முறைக்கும் இதற்கும் ஏதேனும் ஒற்றுமைகள் உள்ளதை நீங்கள் காண்கிறீர்களா?

(600 + 50 + 3)- (200 + 60 + 8)
= (600 – 200) + (50 – 60) + (3 – 8)
= (600 – 200) + (40 – 60) + (13 – 8)

கணித பேச்சு

= (600 – 200) + (40 – 60) + 5
= (500 – 200) + (140 – 60) + 5
= 300 + 80 + 5
= 385.

? இதனை கண்டுபிடிக்கவும்

கூட்டுத்தொகை மற்றும் வித்தியாசம் கண்டுபிடிக்கவும்.

(a) $\frac{3}{10} + 3\,\frac{4}{100}$ (b) $9\,\frac{5}{10}\,\frac{7}{100} + 2\,\frac{1}{10}\,\frac{3}{100}$

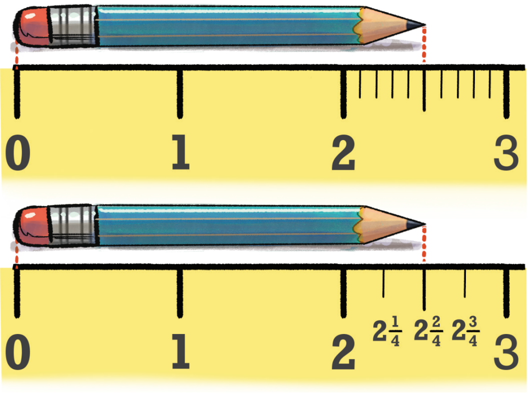
(c) $15\,\frac{6}{10}\,\frac{4}{100} + 14\,\frac{3}{10}\,\frac{6}{100}$ (d) $7\,\frac{7}{100} - 4\,\frac{4}{100}$

(e) $8\,\frac{6}{100} - 5\,\frac{3}{100}$ (f) $12\,\frac{6}{100}\,\frac{2}{100} - \frac{9}{10}\,\frac{9}{100}$

3.4 தசம பின்ன இடமதிப்பு

நீங்கள் கவனித்தீர்களா நாம் எதையேனும் துல்லியமாக அளக்க வேண்டுமெனில் நாம் ஒரு பகுதியை 10 (சிறிய) சம பகுதிகளாக பிரிக்கிறோம். நாம் ஒரு அலகை 10, பத்தில் ஒரு பங்காக பிரிக்கிறோம். மற்றும் பத்தில் ஒன்றை நூறில் ஒன்றாக பிரிக்கிறோம். பிறகு இந்த சிறிய பகுதிகளை அளப்பதற்கு நாம் பயன்படுத்துகிறோம்.

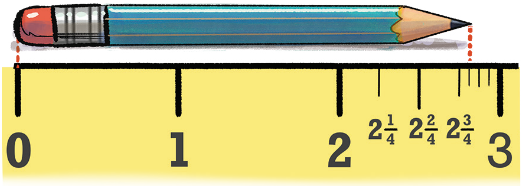
? ஒரு அலகை 4 சமபகுதிகளாக, 5 சம பகுதிகளாக, 8 சம பகுதிகளாக அல்லது பிற எண்களின் சம பகுதிகளாக நாம் பிரிக்க முடியாதா?



ஆம், நம்மால் இயலும். கீழே உள்ள எடுத்து காட்டில் ஒரு அலகை 10 சமபகுதிகளாக பிரிக்கும் போது, ஒரு அலகை 4 சம பகுதிகளாக பிரிக்கும் போதும் ஒரே நீளம் எவ்வாறு குறிப்பிடப்படுகிறது என்பதை ஒப்பிடவும். .

இன்னும் துல்லியமாக அளவீடு தேவைபட்டால் ஒவ்வொரு கால் பகுதியும மேலும் நான்கு சம பகுதிகளாகப் பிரிக்கப்படுகிறது. ஒவ்வொரு பகுதியின் அளவும் ஒரு அலகின் $\frac{1}{16}$ அதாவது அத்தகைய 16 பகுதிகள் ஒரு அலகை உண்டாக்குகிறது.

NOT TO BE REPUBLISHED @KTBS



? ஒவ்வொரு முறையும் ஒரு அலகு 10 பகுதிகளாக ஏன் பிரிக்கப்படுகிறது?

இதற்கு காரணம், இந்திய இட மதிப்பு அமைப்பில் 10 சிறந்த பங்கு வகிக்கிறது. இந்திய இட மதிப்பு அமைப்பில் ஒரு முழு எண்ணுக்கு எடுத்துகாட்டாக, 281, 2 இன் இடமதிப்பு நூறுகள் (100), 8 இன் இடமதிப்பு பத்துகள் (10) மற்றும் 1 இன் இடமதிப்பு ஒன்று.

ஒவ்வொரு இடமதிப்பும் அதன் வலது புறத்திலுள்ளதை விட 10 மடங்கு பெரியது. சரிசமமாக இடமதிப்பின் இடது புறத்தில் உள்ளதை விட 10 மடங்குகள் சிறியது.

10 ஒன்றுகள் 1 பத்தை உருவாக்குகின்றன.

10 பத்துக்கள் 1 நூறை உருவாக்குகின்றன.

10 நூறுகள் 1 ஆயிரம் ஆகின்றன மற்றும் பல,

NOT TO BE REPUBLISHED @KTBS

× 10 × 10 × 10 × 10

10,000	1000	100	10	1

÷ 10 ÷ 10 ÷ 10 ÷ 10

× 10 × 10 × 10 × 10 × 10 × 10

10,000	1000	100	10	1	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{100}$

÷ 10 ÷ 10 ÷ 10 ÷ 10 ÷ 10 ÷ 10

இந்த எண்களை எழுதும் முறையை ஒன்றுக்கு குறைவான அளவுகளுக்கு விரிவுபடுத்த ஒன்றை 10 சம பகுதிகளாக பிரிக்கிறோம். இது என்ன தருகிறது? பத்தில் ஒரு பங்கைக் கொடுக்கிறது. மேலும் அதை 10 சம பகுதிகளாகப் பிரித்தால் நூறில் ஒரு பங்கு கிடைக்கும், மற்றும் பல,

❓ இதனை மேலும் நீட்டிக்க முடியுமா?

❓ $\frac{1}{1000}$ ஐ 10 சமபகுதிகளாகப் பிரித்தால் கிடைக்கும் பின்னம் என்ன?

இது $\frac{1}{10000}$ ஆகும் அதாவது, அத்தகைய 1000 பகுதிகள் ஒரு அலகு ஆகின்றன.

நாம் 10,000 திற்கு இடப்புறமாக நீட்டினால், பெரிய இடமதிப்பை நாம் பெறுவதை போல, வலது புறம் $\frac{1}{1000}$ ஐ நீட்டினால் ஒவ்வொரு படியிலும் சிறிய இடமதிப்புகளை பெறுகிறோம்.

× 10	× 10	× 10	× 10	× 10	× 10	× 10	× 10	× 10	
1,00,000	10,000	1000	100	10	1	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{100}$	$\frac{1}{1000}$	$\frac{1}{10,000}$
÷ 10	÷ 10	÷ 10	÷ 10	÷ 10	÷ 10	÷ 10	÷ 10	÷ 10	

©KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

அம்முறையில் எண்களை எழுதுவது ''தசம பின்னமுறை'' என்று அழைக்கப்படுகிறது. ஏனெனில் இது எண் 10ஐ அடிப்படையாகக் கொண்டது. ''டெசெம்'' என்பது இலத்தின் மொழியில் பத்து என்று பொருள்படும். இது வடமொழியின் ''தசா'' என்ற சொல்லுடன் தொடர்புடையது. அதாவது 10. 10 என்ற சொல்லிற்கு ஒத்த சொற்கள் இந்திய மொழிகளான ஒடியா, கொங்கனி, மராத்தி, குஜராத்தி, ஹிந்தி, காஷ்மீரி, போடே மற்றும் அஸ்ஸாமிகளில் உள்ளன. பிந்தைய வகுப்புகளில் பிறமுறைகளில் எண்களை எழுதுவதைப் பற்றி நாம் கற்போம்.

எவ்வளவு பெரியது?

ஒரு நூறு 10கள் 1000 ஆகின்றன. மற்றும் ஒரு நூறு 100கள் 10,000 ஆகின்றன. என்பதை நாம் ஏற்கனவே அறிவோம்.

❓ பின்னப் பகுதிகளைப் பற்றி அதே போன்ற வினாக்களை நாம் கேட்கலாம்.

(அ) எத்தனை ஆயிரத்தில் ஒரு பங்கு ஒரு அலகை உருவாக்குகின்றன?

(ஆ) எத்தனை ஆயிரத்தில் ஒரு பங்கு பத்தில் ஒரு பங்கை, உருவாக்குகின்றன?

(இ) எத்தனை ஆயிரத்தில் ஒரு பங்கு நூறில் ஒரு பங்கு உருவாக்குகின்றன?

(ஈ) எத்தனை பத்தில் ஒரு பங்கு ஒரு 10ஐ உருவாக்குகின்றன?

(உ) எத்தனை நூறில் ஒரு பங்கு ஒரு பத்தை உருவாக்குகின்றன?

? இந்தவகை வினாக்களை மேலும் சில வற்றை உருவாக்கி விடையளிக்கவும்.

எண்களைக் குறிப்பது, எழுதுவது மற்றும் படித்தல்

ஒரு குறிப்பிட்ட முறையில் நாம் எண்களை எழுதிக் கொண்டிருக்கிறோம். 4×100 (4 நூறுகள்) $+ 5 \times 10$ (5 பத்துகள்) $+ 6 \times 1$(6 ஒன்றுகள்) என்று எழுதுவதற்கு பதிலாக 456 என்று எழுதுகிறோம். அதேபோன்று, பத்தில் ஒரு பங்கு மற்றும் நூறில் ஒரு பங்கு எழுதுவதை நாம் தவிர்க்க முடியுமா?

$4\frac{2}{10}$ என்பதை 42 $\left(\frac{1}{10}\right.$ ஐ $2 \times \frac{1}{10}$ ஐ தவிர்த்தல்$\left.\right)$ என எழுத முடியுமா?

கணித பேச்சு

ஆம் எனில், 42 என்றால் 4 பத்துகள் மற்றும் 2 ஒன்றுகள் அல்லது 4 ஒன்றுகள் மற்றும் 2 பத்துக்கள் என்று நாம் எப்படி அறிவோம்?

இதேபோன்று, 705 என்பது

(அ) 7 நூறுகள், 0 பத்துகள் மற்றும் 5 ஒன்றுகள் (700 + 0 + 5)

(ஆ) 7 பத்துக்கள், 0 ஒன்றுகள் மற்றும் 5 பத்தில் ஒருபங்கு $\left(70 + 0 + \frac{5}{10}\right)$

(இ) 7 ஒன்றுகள், 0 பத்தில் ஒரு பங்கு மற்றும் 5 நூறில் ஒரு பங்கு $\left(7 + \frac{0}{10} + \frac{5}{100}\right)$

இவை வெவ்வேறு எண்ணிக்கைகள் என்பதால், இவற்றை எழுதுவதற்கு தெளிவான முறைகள் நமக்கு தேவையாகிறது.

முழு எண்கள் முடிவடையும் மற்றும் பின்னப் பகுதிகள் தொடங்கும் இட மதிப்பை அடையாளம் காண்பதற்கு தசமப்புள்ளி அல்லது முற்றுப்புள்ளியை (“.”) பிரிப்பான் ஆக பயன்படுத்துகிறோம்.

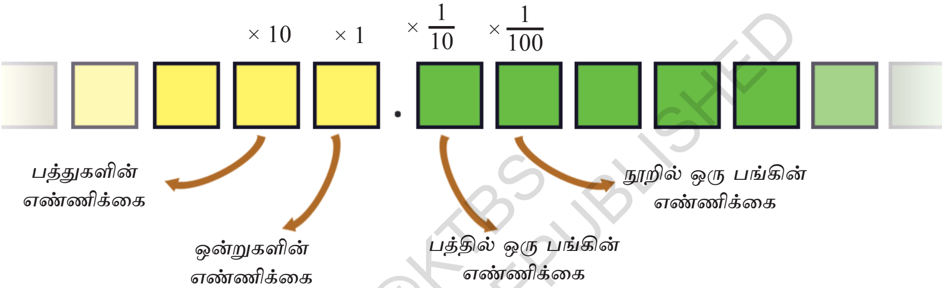
மேற்காணும் அளவுகளின் தசம எண் குறிப்புகள்.

அளவுகள்	தசம எண் குறிப்பு
7 நூறுகள் மற்றும் 5 ஒன்றுகள் (700 + 0 + 5)	705
7 பத்துக்கள் மற்றும் 5 பத்தில் ஒரு பங்கு $\left(70 + 0 + \frac{5}{10}\right)$	70.5
7 ஒன்றுகள் மற்றும் 5 நூறில் ஒரு பங்கு $\left(7 + 0 + \frac{5}{100}\right)$	7.05

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

இந்த எண்கள் இட மதிப்பு மூலமாக காண்பிக்கப்பட்டது பின்வருமாறு,

தசம எண்	நூறுகள்	பத்துகள்	ஒன்றுகள்	பத்தில் ஒரு பங்கு	நூறில் ஒரு பங்கு
705	7×100	0×10	5×1 •		
70.5		7×10	0×1 •	$5 \times \frac{1}{10}$	
7.05			7×1 •	$0 \times \frac{1}{10}$	$5 \times \frac{1}{100}$



NOT TO BE REPUBLISHED @KTBS

இவ்வாறு தசமக் குறியீடு என்பது இந்திய இட மதிப்பு அமைப்பின் இயல்பான நீட்டிப்பாகும். இது பின்னப் பகுதிகளைக் கொண்ட எண்களுக்கும் பொருந்தும். 705 என்பது $7 \times 100 + 5 \times 1$ அதேபோன்று 70.5 என்பது $7 \times 10 + 5\frac{1}{10}$ மற்றும் 7.05 என்பது $7 \times 1 + 5 \times \frac{1}{100}$ ஐக் குறிக்கின்றன.

தசமப்புள்ளியை '•' பயன்படுத்தி எண்களை எழுதுவதை நாம் கண்டோம் .ஆனால் நாம் இவற்றை எவ்வாறு படிப்போம் / கூறுவோம்.

705ஐ எழுநூற்று ஐந்து என்று படிப்பதை நாம் அறிவோம் 70.5ஐ எழுபது புள்ளி ஐந்து, சுருக்கமாக எழுபது பத்தில் ஐந்து என்றும்,

7.05ஐ ஏழு புள்ளி பூஜ்ஜியம் ஐந்து, சுருக்கமாக ஏழு மற்றும் நூறில் ஒருபங்கு ஐந்து என்று படிக்கவும்.

0.274ஐ பூஜ்ஜியம் புள்ளி இரண்டு ஏழு நான்கு, இதை பூஜ்ஜியம் புள்ளி இரு நூற்று எழுபத்து நான்கு என்று படிப்பதில்லை. ஏனெனில் 0.274 என்பது 2 பத்தில் ஒரு பங்கு, 7 நூறில் ஒரு பங்கு மற்றும் 4 ஆயிரத்தில் ஒரு பங்கு ஆகும்.

மேற்கண்டதைப் போன்று, ஒரு இடமதிப்பு அட்டவணையை உருவாக்கவும். ஒவ்வொரு அளவையும் தசமவடிவில் எழுதவும் மற்றும் உறுப்புகளின் இடமதிப்பு எழுதி எண்ணைப் படிக்கவும்.

(அ) 2 ஒன்றுகள், 3 பத்துகள் மற்றும் நூறில் ஐந்து

(ஆ) 1 பத்து மற்றும் பத்தில் ஐந்து

(இ) 4 ஒன்றுகள் மற்றும் நூறில் ஆறு

(ஈ) 1 நூறு, 1 ஒன்று மற்றும் நூறில் ஒன்று

(உ) $\frac{8}{100}$ மற்றும் $\frac{9}{10}$

(ஊ) $\frac{5}{100}$

(எ) $\frac{1}{100}$

(ஏ) $\frac{1}{10}$

(ஐ) $2\frac{1}{100}$, $4\frac{1}{10}$ மற்றும் $7\frac{7}{1000}$

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

பெரிய எண்கள் அத்தியாயத்தில் 23 நூறுகளை எவ்வாறு எழுதுவது என்பதை நாம் கற்றோம்.

23 நூறுகள் $= 23 \times 100 = 2000 + 300 = 2300$.

ஆயிரங்கள்	நூறுகள்	பத்துக்கள்	ஒன்றுகள்
	23		
2	3	0	0

இதே போன்று, 23 பத்துக்கள்

23 பத்துக்கள் $= 23 \times 10 = 200 + 30 = 230$.

ஆயிரங்கள்	நூறுகள்	பத்துக்கள்	ஒன்றுகள்
		23	
	2	3	0

பத்தில் 243ஐ தசம வடிவில் நாம் எவ்வாறு எழுதலாம்?

234 பத்தில் ஒரு பங்கு $= \frac{234}{10}$

$= \frac{200}{10} + \frac{30}{10} + \frac{4}{10}$

$= 20 + 3 + \frac{4}{10}$

$= 23.4.$

நூறுகள்	பத்துக்கள்	ஒன்றுகள்	பத்தில் ஒரு பங்கு	நூற்றில் ஒரு பங்கு
			234	
	2	3	• 4	

இந்த அளவுகளை தசம வடிவில் எழுதவும் : (அ) 234 நூறில் ஒரு பங்கு (ஆ) 105 பத்தில் ஒரு பங்கு.

3.5 அளவீட்டு அலகுகள்

நீள மாற்றம்

ஒரு சில ஆண்டுகளாக நாம் நீளத்தை அளப்பதற்கு அளவுகோலைப் பயன்படுத்தி வந்தோம். 1 செ.மீ = 10 மீ.மீ. (மில்லி மீட்டர்கள்) என்று நாம் முன்னரே அறிவோம்.

எத்தனை செ.மீ. 1 மி.மீ ஆகும்?

1 மி.மீ $= \frac{1}{10}$ செ.மீ. $= 0.1$ செ.மீ (அதாவது ஒரு செண்டிமீட்டரின் பத்தில் ஒரு பங்கு)

எத்தனை செ.மீ. (அ) 5 மி.மீ? (ஆ) 12 மி.மீ.?

5 மி.மீ $= \frac{5}{10}$ செ.மீ $= 0.5$ செ.மீ

12 மி.மீ = 10 மி.மீ + 2 மி.மீ

= 1 செ.மீ $+ \frac{2}{10}$ cm

= 1.2 செ.மீ

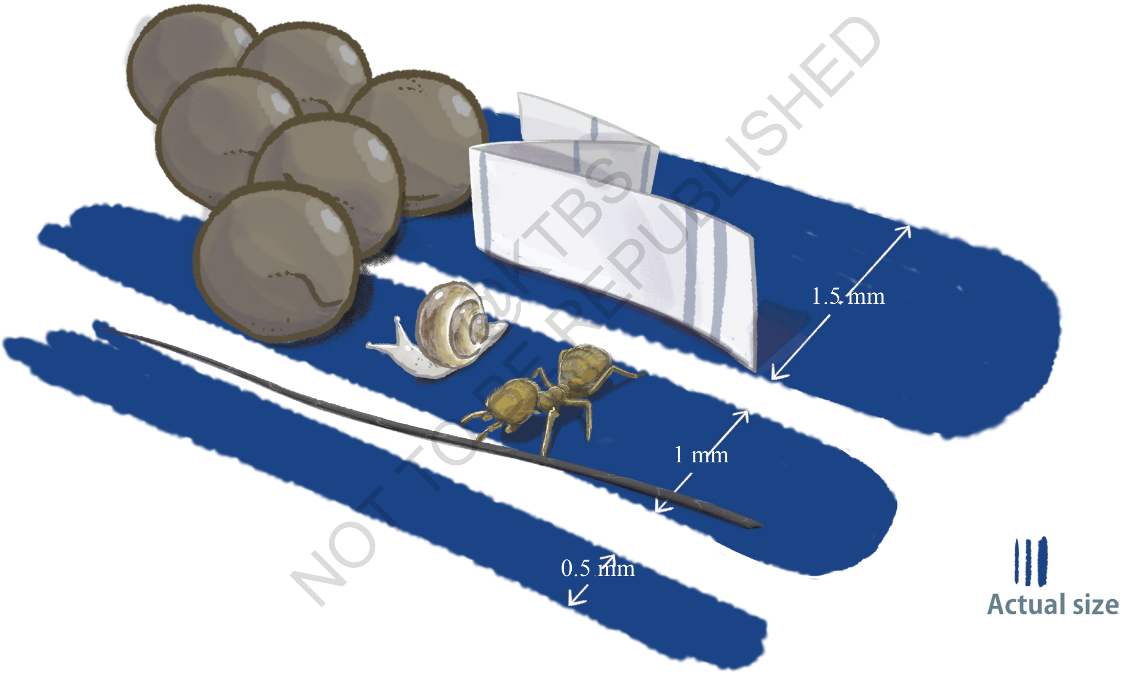
@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

5.6 செ.மீ எத்தனை மி.மீ ஆகும்? ஒவ்வொரு செ.மீ 10 மி.மீ ஐக் கொண்டுள்ளதால் 5.6 செ.மீ (5 செ.மீ + 0.6 செ.மீ) 56 மி.மீ ஆகும்.

? கீழ்வரும் கோடிட்ட இடங்களை நிரப்புக: மி.மீ. – செ.மீ. (mm <–> cm)

12 மி.மீ. = 1.2 செ.மீ.	56 மி.மீ = 5.6 செ.மீ	70 மி.மீ = ...
.... = 0.9 செ.மீ.	134 மி.மீ =	.... = 203.6 செ.மீ.

சில பொருட்கள் எத்தனை சிறியது என்பதை கீழ்காணும் விளக்கப்படம் காண்பிக்கிறது. ஒவ்வொன்றின் தோராயமான அளவை எடுக்க முயற்ச்சிக்கவும்.



NOT TO BE REPUBLISHED

★ மூன்று நீலக் கீற்றுகள் வழக்கமான பேனா பட்டையின் ஒப்பு அளவைக் குறிக்கின்றன : சிறந்த பட்டை, நடுத்தர பட்டை மற்றும் தடிமனான பட்டை.

★ ஒரு மனித மயிர் 0.1 மி.மீ தடிமனை கொண்டுள்ளது.

★ ஒரு செய்தித்தாளின் தடிமன் 0.05 முதல் 0.08 மி.மீ வரை இருக்கும்.

★ கடுகு விதையின் தடிமன் 1 - 2 மி.மீ ஆகயிருக்கும்.

★ இதுவரை கண்டுபிடிக்கப்பட்ட மிகசிறிய எறும்பு இனம் காரா பெரா புருனியின் நீளம் 0.8 முதல் 1 மி.மீ வரையுள்ளது. அவை இலங்கை மற்றும் சீனாவில் காணப்படுகின்றன.

★ இதுவரை கண்டுபிடிக்கப்பட்ட மிகச்சிறிய நிலநத்தை இனம் அக்மெல்லா, நாநாவின் ஓட்டின் விட்டம் 0.7 மி.மீ ஆகும். அவை மலேசியாவில் காணப்படுகின்றன.

1 மீ = 100 செ.மீ என நமக்கு முன்னரே தெரியும். இதன் அடிப்படையில், நாம் இவ்வாறு கூறலாம்.

1 செ.மீ = $\frac{1}{100}$ மீ. = 0.01 மீ

? (அ) 10 செ.மீ (ஆ) 15 செ.மீ இவை எத்தனை மி.மீ?

10 செ.மீ $\frac{1}{10}$ மீ. = 0.1 மீ.

ஒவ்வொரு செ.மீ ஒரு மீட்டரின் நூறில் ஒரு பங்கு என்பதால் 15 செ.மீ இவ்வாறு எழுதப்படலாம்.

15 செ.மீ = $\frac{15}{100}$ மீ.

= $\frac{10}{100}$ மீ. + $\frac{5}{100}$ மீ.

= $\frac{1}{10}$ மீ. + $\frac{5}{100}$ மீ.

= 0.15 மீ.

? கீழ்காணும் கோடிட்ட இடங்களை நிரப்புக (செ.மீ - மீ): (cm <–> m):

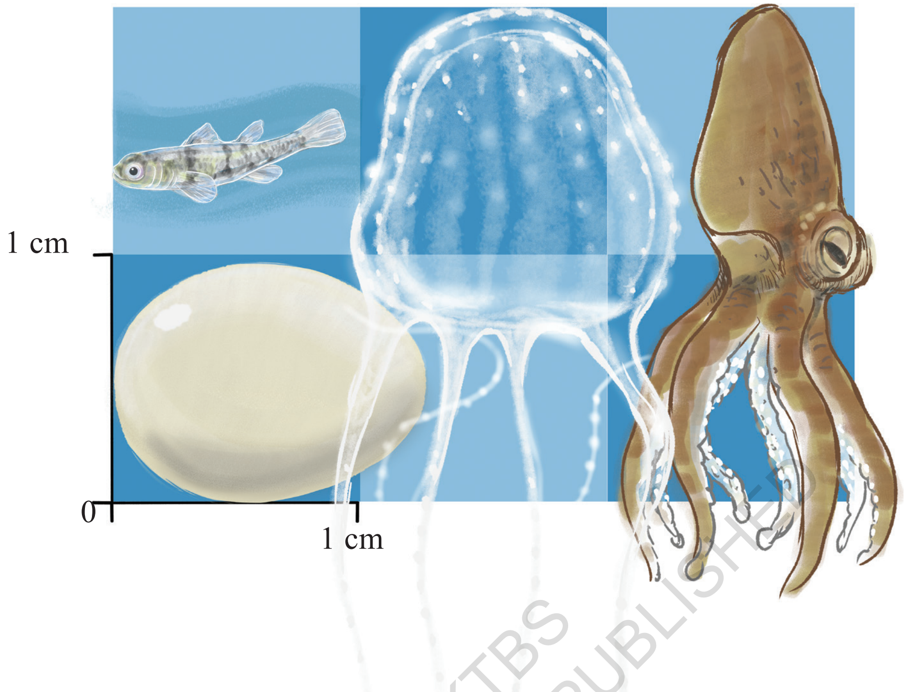
36 செ.மீ = _______	50 செ.மீ = _______	_______ = 0.89 மீ.
4 செ.மீ = _______	325 செ.மீ = _______	_______ = 2.07 மீ.

? ஒரு மீட்டரில் எத்தனை மி.மீ உள்ளன?

? 1 மி.மீ $\frac{1}{1000}$ மீ என நாம் எழுதலாமா?

இங்கு, இயற்கையிலுள்ள சிறிய பொருட்களைப் பற்றிய சுவாரசியமான உண்மைகள் சில நம்மிடம் உள்ளன.

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED



@KTBS
NOT TO BE REPUBLISHED

★ ஒரு நிங்காரச் சிட்டின் (ஹம்மிங் பறவை) வழக்கமான முட்டையின் நீளம் 1.3 செ.மீ மற்றும் அகலம் 0.9 செ.மீ ஆகும்.

★ ஃபிலிப்பைன் கோபியின் நீளம் சுமார் 0.9 செ.மீ ஆகும். இது ஃபிலிப்பைன்ஸ் மற்றும் பிற தென் கிழக்கு ஆசிய நாடுகளில் காணப்படுகிறது.

★ பிரபலமான மிகச்சிறிய ஜெல்லி மீன், இருகண்ட் ஜி 0.5 – 2.5 செ.மீ மணி அளவை கொண்டுள்ளது. இதன் உணர்கொம்பின் நீளம் 1 மீ நீளமாகும். இவை ஆஸ்திரேலியாவில் காணப்படுகின்றன. இதன் நஞ்சு மனிதர்களுக்கு அபாயகரமானது.

★ ஸ்டார் - சக்கர் பிக்மி ஆக்டோபஸ் என்று அறியப்படுகின்ற உல்ஃபி ஆக்டோபஸ் உலகின் மிகச்சிறிய ஆக்டோபஸ் என்று அறியப்படுகிறது. அதன் வழக்கமான அளவு 1 – 2.5 செ.மீ உள்ளது. அவற்றின் எடை 1 கிராமை விட குறைவானது. பசிபிக் பெருங்கடலில் இவை காணப்படுகின்றன.

எடை மாற்றம்

கிலோ கிராமை (கி.கி) பற்றிக் காண்போம் 1 கிகி = 1000 கிராம் என்று நாம் அறிவோம். நாம் இவ்வாறு கூறலாம்.

$$1 \text{ கி} = \frac{1}{1000} \text{ கி.கி} = 0.001 \text{ கி.கி}$$

5 கிராம் எத்தனை கிலோகிராம்

$$5 \text{ கி} = \frac{5}{1000} \text{ கி.கி} = 0.005 \text{ கி.கி}$$

10 கிராம் எத்தனை கிலோகிராம்?

$$10 \text{ கி} = \frac{10}{1000} \text{ கி.கி} = \frac{1}{100} \text{ கி.கி} = 0.010 \text{ கி.கி}$$

ஒவ்வொரு கிராமும் ஆயிரத்தில் ஒரு பங்கு கிலோ கிராம் என்றால், 254 கிராம் இவ்வாறு எழுதலாம்.

$$254 \text{ கி} = \frac{254}{1000} \text{ கி.கி}$$
$$= \left(\frac{200}{1000} + \frac{50}{1000} + \frac{4}{1000}\right) \text{கி.கி}$$
$$= \left(\frac{2}{10} + \frac{5}{100} + \frac{4}{1000}\right) \text{ கி.கி}$$
$$= 0.254 \text{ கி.கி}$$

NOT TO BE REPUBLISHED @KTBS

கீழ்காணும் கோடிட்ட இடங்களை நிரப்புக (கி - கி.கி)

465 கி = ________	68 கி = __________	1560 கி = __________
704 கி = ________	__________ = 0.56 கி.கி	________ = 2.5 கி.கி

வெவ்வேறு அளவுகளை கொண்ட அரிசியை காண்பிக்கும் கீழ்காணும் படத்தை காணவும். 1 கி குவியலிலிருந்து தொடங்கி அடுத்த குவியல்கள் 10 மடங்குகள் கனமானவையாக உள்ளன. இப்படத்திலுள்ள மொத்த அரிசியின் எடை அளவு 11.111 கி ஆகும்.

மேலும்,

1 கி = 1000 மி.கிராம் (மி.கி), எனில், 1 மி.கி $\frac{1}{1000}$ கி.

ரூபாய் - பைசா மாற்றம்

நீங்கள் 'பைசா' பற்றி கேட்டிருக்கலாம். 100 பைசா 1 ரூபாய்க்கு சமம். நம்மிடம் ரூபாய்க்கு நாணயங்கள் மற்றும் நோட்டுகள் இருப்பது போன்று பைசாவிற்காக நாணயங்கள் சமீப காலம் வரை பொதுவாக பயன்படுத்தப்பட்டன. 1 பைசா, 2 பைசா, 3 பைசா, 5 பைசா, 10 பைசா, 20 பைசா, 25 பைசா மற்றும் 50 பைசாக்களான நாணயங்கள் உள்ளன. 25 பைசா மற்றும் அதற்கும் குறைவான அனைத்து மதிப்புகளின் பயன்பாடும் 2011 ஆம் ஆண்டில் நீக்கப்பட்டன. ஆனால் இன்றும் நாம் பைசாவை ரசீது மற்றும் கணக்கு விவரங்கள் முதலியவற்றில் காண்கிறோம்.

NOT TO BE REPUBLISHED @KTBS

1 ரூபாய் = 100 பைசா

1 பைசா = $\frac{1}{100}$ ரூபாய் = 0.01 ரூபாய்

75 பைசா $\frac{75}{100}$ ரூபாய்

ஒவ்வொரு பைசாவும் ரூபாயின் நூறில் ஒரு பங்கு எனில்

$$= \left(\frac{70}{100} + \frac{5}{100}\right) \text{ ரூபாய்}$$

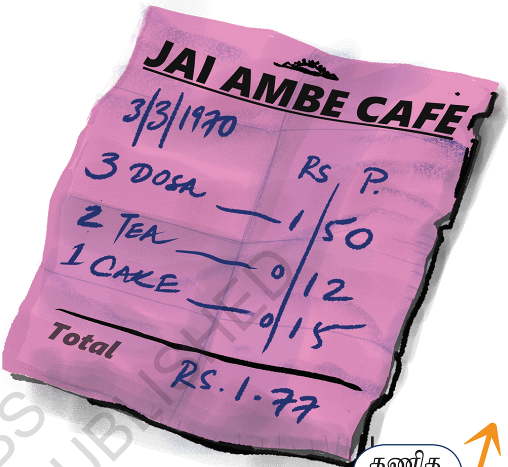
$$= \left(\frac{7}{10} + \frac{5}{100}\right) \text{ ரூபாய்}$$

$$= 0.75 \text{ ரூபாய்}$$

கோடிட்ட இடங்களை நிரப்புக (ரூபாய் - பைசா)

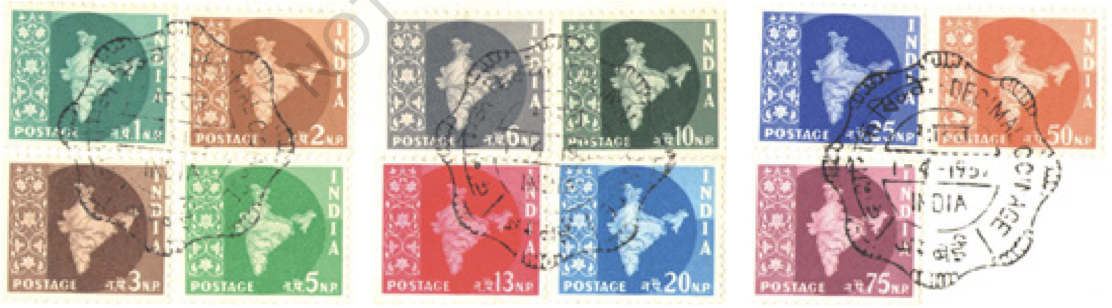
10 p = ________	________ p = ரூ. 0.05	________ p = ரூ.0.36
________ = ரூ. 0.50	99 p = ________	250 p = ________

1970 ஆம் ஆண்டுகளில் மசாலா தோசையின் விலை 50 பைசா மட்டுமே. ஒரு வாழைப்பழத்தின் விலை 20-25 பைசா, ஒரு கையளவு மிட்டாய்களின் விலை 2 பைசா முதல் 3 பைசா மற்றும் 1 கி.கி அரிசியின் விலை ரூ. 2.45.



கணித பேச்சு

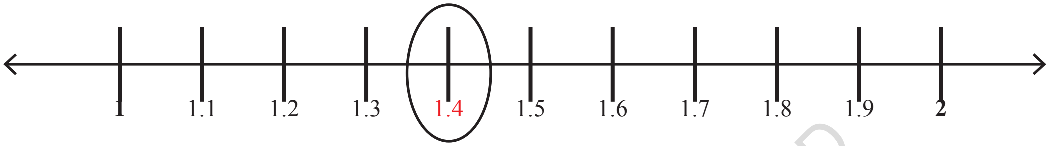
வீடு / பள்ளியில் பெரியோர்களுடன் வெவ்வேறு பொருட்களின் விலைகள் மற்றும் சேவைகள் அவர்கள் குழந்தை பருவத்தில் இருந்ததைப் பற்றி விவாதிக்கவும். பழைய நாணயங்கள் மற்றும் அஞ்சல் தலை (ஸ்டாம்ப்) களை கண்டறிய முயற்சிக்கவும்.



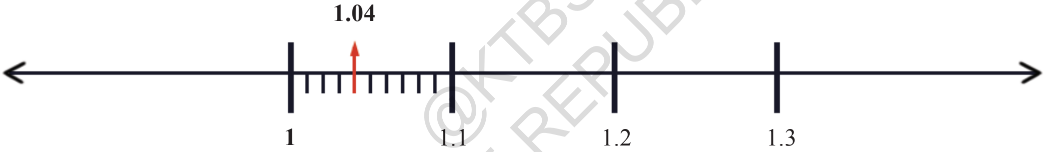
@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

3.6 தசம பின்னங்களை இடங்குறிப்பிடுதல் மற்றும் ஒப்பிடுதல்

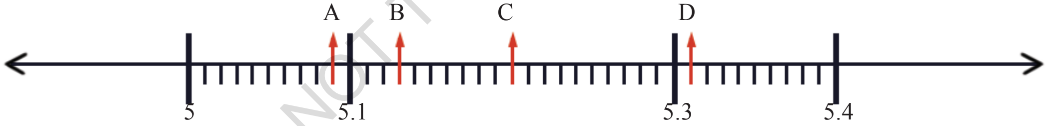
1.4 என்ற தசம எண்ணை நாம் எடுத்துக்கொள்வோம். இது 1 ஒன்று மற்றும் 4 பத்தில் ஒன்றிற்கு சமமாகும். இதன் பொருள் 1 மற்றும் 2 இற்கு இடையில் உள்ள ஒன்று 10 சம பகுதிகளாக பிரிக்கப்பட்டுள்ளது. மற்றும் 4 அத்தகைய பகுதிகள் எடுக்கப்பட்டன. எனவே 1 மற்றும் 2ற்கு இடையில் 1.4 அமைந்துள்ளது. எண் கோட்டை வரைந்து 1 மற்றும் 2 க்கு இடையே 10 சம பாகங்களாக பிரிக்கவும், அதில் நான்காவது பகுதியை எடுக்கவும், அதுவே 1.4 எண் கோடாகும்.



? எண் கோட்டின் மீது உள்ள 1 மற்றும் 1.1 ற்கிடையில் உள்ள அனைத்து பிரிவுகளையும் பெயரிடுக.



? எழுத்துக்களுக்கு எதிரிலிருக்கும் தசம எண்களை அடையாளம் கண்டு எழுதவும்.



@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

பூஜ்ஜியத்தில் உள்ள குழப்பம்

? 0.2 ஐ 0.20, 0.200 என்றும் எழுதலாம் என சோனு கூறினாள். வலதுபுறத்தில் பூஜ்ஜியம் இடுவதால் தசம எண்களின் மதிப்பு மாறலாம் என்று சாரா நினைத்தாள். நீங்கள் என்ன நினைக்கிறீர்கள்?

இடமதிப்பை பயன்படுத்தி இந்த எண்கள் குறிக்கும் அளவுகளை பார்த்து இதனை நாம் கண்டுபிடிக்கலாம்.

தசம எண்	ஒன்றுகள்	பத்தில் ஒரு பங்கு	நூறில் ஒரு பங்கு	ஆயிரத்தில் ஒரு பங்கு
0.2	0	2		
0.20	0	2	0	
0.200	0	2	0	0
0.02	0	0	2	
0.002	0	0	0	2

0.2, 0.20 மற்றும் 0.200 அனைத்தும் சமம். ஏனெனில் அவை அதே அளவைக் குறிக்கின்றன அதாவது. 2 பத்தில் ஒரு பங்கு, ஆனால் 0.2, 0.02 மற்றும் 0.002 வெவ்வேறானவை.

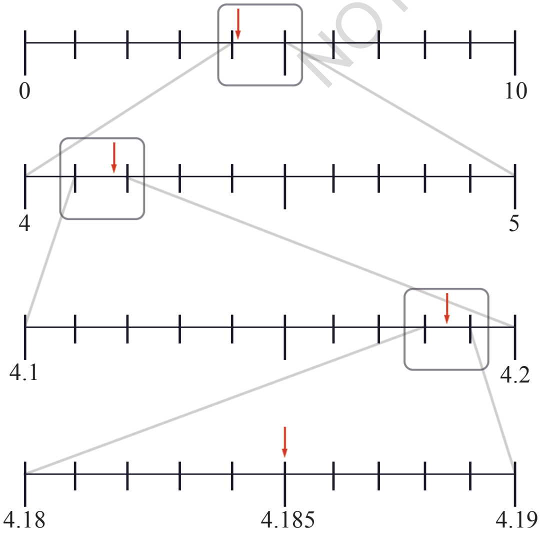
❓ இவற்றில் மிக சிறியது மற்றும் மிக பெரியது எது என்று உங்களால் கூற முடியுமா?

❓ இவற்றில் சமமானவை எவை? 4.5, 4.05, 0.405, 4.050, 4.50, 4.005, 04.50?

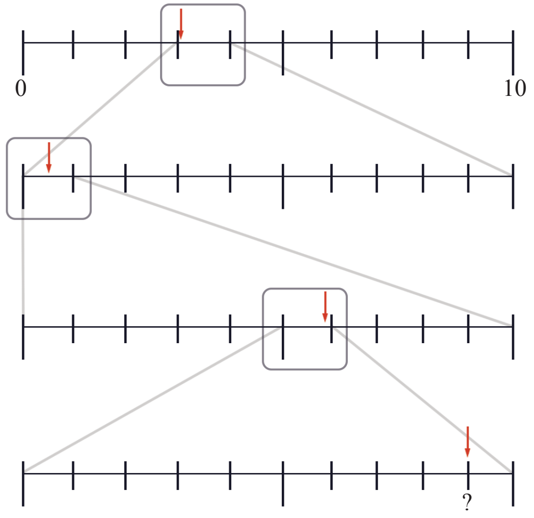
கீழ்காணும் எண்கோடு படம் (அ) ஐ கூர்நோக்கவும். ஒவ்வொரு நிலையிலும் ஒரு குறிப்பிட்ட எண்கோட்டுப் பிரிவு 4.185 என்ற எண்ணின் இடங்குறிப்பதற்காக பெரிதாக்கப்பட்டுள்ளது.

❓ படம் (ஆ) இல் "?" ஆல் குறிக்கப்பட்ட கடைசி எண் வரிசையில் உள்ள தசம எண்ணை அடையாளம் காண்க

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED



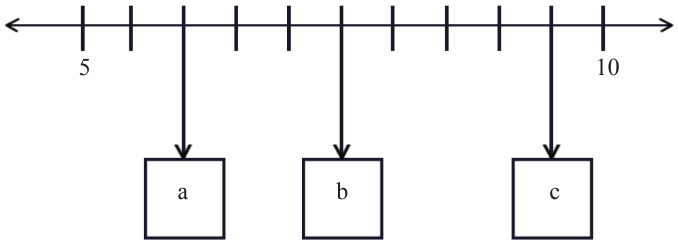
(a)



(b)

(அ) 9.876 (ஆ) 0.407 - இத்தசம எண்களுக்கான எண் கோடுகளை உருவாக்கவும்.

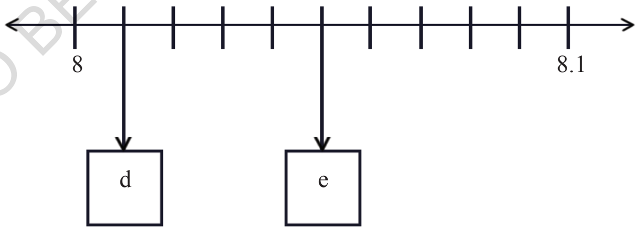
கீழ்காணும் எண்கோட்டில், அ, ஆ, இ குறிக்கும் தசம எண்கள் என்ன?

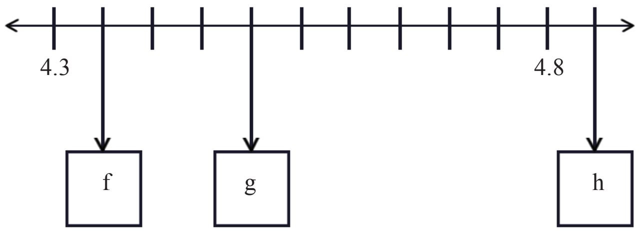


''ஆ'' என்ற கட்டத்திலுள்ள தசம எண் 7.5 இதை உங்களால் எப்படி என காண முடிகிறதா? 5 மற்றும் 10ற்கிடையில் 5 ஒன்றுகள் உள்ளன மற்றும் 10 சமபகுதிகளாகப் பிரிக்கப்பட்டுள்ளன. எனவே, ஒவ்வொரு 2 பிரிவுகளும் ஒரு ஒன்றாகின்றன. எனவே, ஒவ்வொரு பிரிவுகளும் 1/2 ஆகும். 'அ' மற்றும் 'இ' குறிக்கும் எண்களை கண்டறிக.

இதே போன்றே காரணமாராய்தலை பயன்படுத்தி, கீழ்காணும் கட்டங்களிலுள்ள தசம எண்களை கண்டுபிடிக்கவும்..

NOT TO BE REPUBLISHED @KTBS





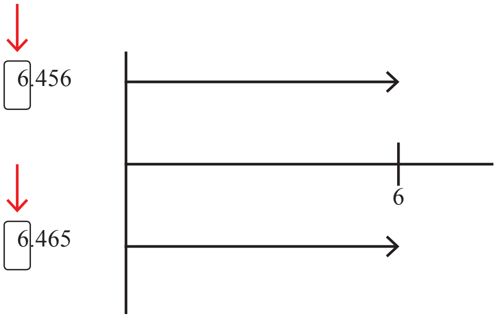
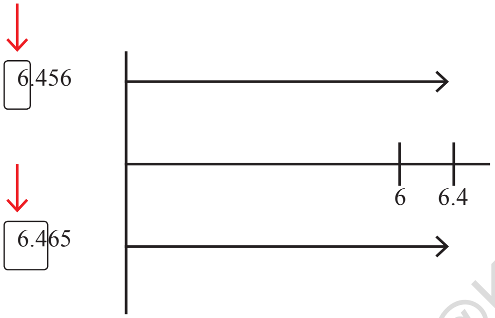
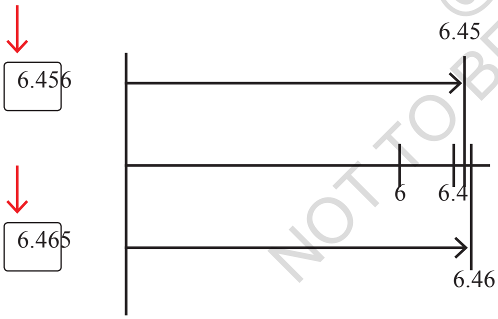
6.456 அல்லது 6.465 எது பெரியது?

இதற்கு விடையளிக்க, இரண்டு தசம எண்களைக் குறிப்பிடுவதற்கு நாம் எண் கோட்டைப் பயன்படுத்தி எது பெரியது என்று காண்பிக்கலாம்.

முழு எண்களைப் போலவே ஒவ்வொரு இடமதிப்பிற்கு தொடர்புடைய இலக்கங்களினை ஒப்பிடுவதன் மூலம் இதைச் செய்யலாம்.

இந்த ஒப்பீடு படிப்படியாக கீழே காட்சிப்படுத்தப் பட்டுள்ளது.

கீழே உள்ள காட்சிப்படுத்தல் அளவிடப்படாததை கவனிக்கவும்.

	இரண்டு எண்களும் 6 ஒன்றுகளை கொண்டது.
	இரண்டு எண்களும் 6 ஒன்றுகள் மற்றும் 4 பத்தில் ஒரு பங்கைக் கொண்டது.
	இரண்டு எண்களும் 6 ஒன்றுகள், 4 பத்தில் ஒருபங்கு கொண்டது ஆனால் முதல் எண் 5 நூறில் ஒரு பங்கை மட்டும் கொண்டது. இரண்டாம் எண் 6 நூறில் ஒரு பங்கை கொண்டது.

இரண்டு எண்களின் மிக முக்கியமான இலக்கங்களை (அதிக இடமதிப்பை கொண்ட இலக்கங்கள்) ஒப்பிடுவதன் மூலம் நாம் தொடங்குகிறோம். இலக்கங்கள் சமமாக இருந்தால் அடுத்த சிறிய இட மதிப்பை நாம் ஒப்பிடுகிறோம். இலக்கங்கள் சமமில்லாத வரை நாம் தொடர்ந்து செல்கிறோம். இந்நிலையில் பெரிய இலக்கத்தையுடைய எண் இவற்றில் பெரியது.

? இந்த புள்ளியில் ஒப்பிடுவதை ஏன் நிறுத்த வேண்டும்? இதற்குப் பிறகு எந்த இலக்கங்கள் இருந்தாலும் அது நமது முடிவைப் பாதிக்காது என்று உறுதியாக நாம் கூற முடியுமா?

கணித பேச்சு

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

பெரிய தசம எண் எது?

(a) 1.23 அல்லது 1.32

(b) 3.81 அல்லது 13.800

(c) 1.009 அல்லது 1.090

நெருக்கமான தசம பின்னங்கள்

0.9, 1.1, 1.01, மற்றும் 1.11 என்ற தசம எண்களை எடுத்துக் கொள்ளலாம். 1 க்கு மிக அருகிலுள்ள தசம எண்ணை அடையாளம் காண்க.

தசம எண்களை நாம் ஒப்பிடுவோம். இவற்றை ஏறுவரிசையில் எழுதினால் $0.9 < 1 < 1.01 < 1.1 < 1.11$ ஐ நாம் பெறுகிறோம். 1ற்கு அருகில் உள்ளவற்றுள் 1.01 இல் 1/100லிருந்து தொலைவில் உள்ளது. அதேபோன்று 0.9 இல் 9/10 லிருந்து தொலைவில் உள்ளது, எனவே 1ற்கு மிக அருகில் உள்ளது 1.01 ஆகும்.

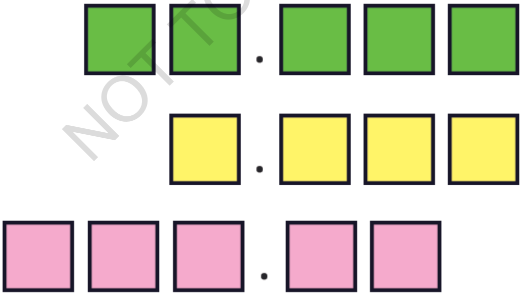
? மேற்கண்டவற்றில் 1.09ற்கு மிக அருகில் உள்ளது எது?

? 3.56, 3.65, 3.099 இவற்றில் 4ற்கு மிக அருகில் உள்ளது எது?

? 0.8, 0.69, 1.08 இவற்றுள் 1ற்கு மிக அருகில் உள்ளது எது?

? கீழ்காணும் ஒவ்வொரு சூழலிலும் 4, 1, 8, 2 மற்றும் 5 ஐ சரியாக ஒரு முறையை பயன்படுத்தி 25ற்கு மிக அருகில் உள்ள ஒரு தசம எண்ணை உருவாக்க முயற்சி க்கவும்.

கணிதப் பேச்சு



தசம பின்னங்களின் கூட்டல் மற்றும் கழித்தல்

? பிரியாவின் பாவாடைக்காக தேவைப்படும் துணி 2.7 மீ மற்றும் சைலஜாவின் குர்திக்காக தேவைப்படும் துணி 3.5 மீ. தேவைப்படும் மொத்த துணியின் அளவு என்ன?

2.7 மீ + 3.5 மீ இதன் கூடுதலை நாம் கண்டுபிடிக்க வேண்டும்.

NOT TO BE REPUBLISHED @KTBS

$2\frac{7}{10} + 3\frac{5}{10}$ இதனை எவ்வாறு கூட்ட வேண்டும் என்று நாம் முன்னர் கண்டோம். (கீழ்காண்பித்தவாறு) தசம எண் குறிப்பை பயன்படுத்தி அதே போன்றே கூட்டலை நம்மால் எடுத்து செய்ய இயலுமா? இது கீழே காண்பிக்கப்பட்டுள்ளது உங்கள் கூர்நோக்குகளை பகிர்ந்து கொள்ளவும். தேவைப்படும் துணியின் மொத்த அளவு 6.2 மீ. .

$$2\frac{7}{10} + 3\frac{5}{10} = 5\frac{12}{10} = 6\frac{2}{10} = 6.2$$

$$\begin{array}{r} \overset{1}{2}.7 \\ +\ 3.5 \\ \hline =\ 6.2 \end{array}$$

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

? பிரியாவின் துணியின் அளவுடன் சைலஜாவின் துணியின் அளவு எவ்வளவு நீளமானது?

3.5 மீ – 2.7 மீ இதன் வித்தியாசத்தை நாம் கண்டுபிடிக்க வேண்டும்.

$3\frac{5}{10}$ மற்றும் $\frac{7}{10}$ மீ இவற்றின் வித்தியாசம் எவ்வாறு கணக்கிடப்பட்டது என்று மீண்டும் கவனிக்கவும்.

$$3\frac{5}{10} - 2\frac{7}{10} \longrightarrow 2\frac{15}{10} - 2\frac{7}{10} = 0\frac{8}{10}$$

$$\begin{array}{r} 3.5 \\ -\ 2.7 \\ \hline \end{array} \longrightarrow \begin{array}{r} \overset{2}{\not 3}.\overset{1}{5} \\ -\ 2.7 \\ \hline =\ 0.8 \end{array}$$

நீங்கள் கண்டதைப் போன்று, முழு எண்களின் கூட்டல் மற்றும் கழித்தலின் பொதுவான செயல்முறையை தசம பின்னங்களின் கூட்டல் மற்றும் கழித்தலுக்கு பயன்படுத்தலாம்.

345 + 86.691 என்ற கூட்டுத்தொகைக்கு அடிப்படை இடமதிப்பு கணக்கீட்டின் விரிவான பார்வை கீழே காட்டப்பட்டுள்ளது. அதன் சுருக்கமான வடிவம் அதற்கு அடுத்ததாக காட்டப்பட்டுள்ளது.

	1×100	1×10	1×1	$\frac{1}{10}$		
		7×10	5×1	$\frac{3}{10}$	$\frac{4}{100}$	$\frac{5}{1000}$
+		8×10	6×1	$\frac{6}{10}$	$\frac{9}{100}$	$\frac{1}{1000}$
=	1×100	16×10	12×1	$\frac{10}{10}$	$\frac{13}{100}$	$\frac{6}{1000}$
=	1×100	6×10	2×1	0	$\frac{3}{100}$	$\frac{6}{1000}$

? ***84.691 – 77.345*** **இதன் விவரமான இடமதிப்பு கணக்கிடுதலையும் அதன் சுருக்கமான வடிவத்தையும் எழுதவும்.**

கணித பேச்சு

? **இதனை கண்டு பிடிக்கவும்:**

1. கூடுதலைக் காண்க.

(a) 5.3 + 2.6 (b) 18 + 8.8

(c) 2.15 + 5.26 (d) 9.01 + 9.10

(e) 29.19 + 9.91 (f) 0.934 + 0.6

(g) 0.75 + 0.03 (h) 6.236 + 0.487

2. வித்தியாசத்தைக் காண்க.

(a) 5.6 – 2.3 (b) 18 – 8.8

(c) 10.4 – 4.5 (d) 17 – 16.198

(e) 17 – 0.05 (f) 34.505 – 18.1

(g) 9.9 – 9.09 (h) 6.236 – 0.487

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

தசம பின்ன தொடர் வரிசை

தசம பின்ன எண்களின் தொடர்வரிசையை கூர்நோக்கி ஒவ்வொரு உறுப்பிற்கும் பிறகுள்ள மாற்றத்தை அடையாளம் காணவும்.

4.4, 4.8, 5.2, 5.6, 6.0......

? அடுத்த உறுப்பை பெற ஒரு உறுப்புடன் 0.4 சேர்க்கப்படுவதை நாம் காணலாம்.

? இத்தொடர் வரிசையை தொடர்ந்து அடுத்த 3 உறுப்புகளை எழுதவும்.

இதேபோன்று, மாற்றத்தை அடையாளம் கண்டு, கொடுக்கப்பட்டுள்ள ஒவ்வொரு தொடர் வரிசைக்கும் அடுத்த 3 உறுப்புகளையும் எழுதவும். இந்த கணக்கிடுதலை மனதிலேயே செய்வதற்கு முயற்சி செய்யவும்.

(a) 4.4, 4.45, 4.5, …

(b) 25.75, 26.25, 26.75, …

(c) 10.56, 10.67, 10.78, …

(d) 13.5, 16, 18.5, …

(e) 8.5, 9.4, 10.3, …

(f) 5, 4.95, 4.90, …

(g) 12.45, 11.95, 11.45, …

(h) 36.5, 33, 29.5, …

? உங்கள் சொந்த தொடர் வரிசையை உருவாக்கி, அம்முறையை நீட்டிப்பதற்கு உங்கள் வகுப்பு தோழர்களுக்கு சவால் விடவும்.

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

கூடுதல் மற்றும் வித்தியாசங்களை கணக்கிடுதல்

தசம எண்களின் கூடுதல் மற்றும் வித்தியாசங்களை சோனு கவனித்து இவ்வாறு கூறுகிறான் ''இரண்டு தசம எண்களை கூட்டினால் அதன் கூட்டுதொகை எப்பொழுதும் அவற்றின் முழு எண் பகுதிகளின் கூடுதலை விட பெரியதாக இருக்கும். மேலும் கூடுதல் எப்பொழுதும் அவற்றின் முழு எண் பகுதிகளின் கூட்டுத் தொகையை விட அதிகம் மற்றும் அவற்றின் விகுதிகளின் கூடுதல் 2 விடக்குறைவு''

இதன் பொருளை நாம் எடுத்துக்காட்டை பயன்படுத்தி புரிந்து கொள்வோம்.

கூட்டப்பட வேண்டிய எண்கள் 25.936 மற்றும் 8.202 மற்றும் அவற்றின் கூடுதல் 25 + 8 (முழு எண் பகுதிகள்) ஐ விட பெரியது 25 + 1 + 8 + 1 ஐ விட குறைவு.

? இக்கூற்றைப்பற்றி நீங்கள் என்ன நினைக்கிறீர்கள்? இந்த எண்களுக்கு இக்கூற்று உண்மையானதா என சரிபார்க்கவும்? இது எந்த 2 தசம எண்களுக்கு பொருந்தும்?

கணிதப் பேச்சு

? 25.9360 மற்றும் 8.202 இவற்றின் கூட்டுதொகை என்ன?

? இதேபோன்று, இரண்டு தசம எண்களின் வித்தியாசம் எந்த முழு எண்களின் வரம்புக்குள் இருக்கும் என்பதற்கான ஒரு முறையை காணவும்.

இதனை முயற்சிக்கவும்

ஆசிரியர்களுக்கான குறிப்பு: கணக்கிடுவதற்கு முன், முடிவை மதிப்பிடுவது கணக்கீட்டில் ஏதேனும் தவறு நடந்தால் அதை அடையாளம் காண உதவும்.

3.8 தசம அமைப்பு பற்றி மேலும் அறிதல்

தசமம் மற்றும் அளவீட்டு பேரழிவுகள்

தசமப்புள்ளி மற்றும் அலகு மாற்றம் தவறுகள் சில நேரங்களில் சிறியதாக காணப்படும். ஆனால் அவை ஆபத்தான சிக்கல்களுக்கு வழிவகுக்கக் கூடும் இத்தகைய தவறுகள் பெரிய சிக்கல்களை ஏற்படுத்திய சில உண்மை நிகழ்ச்சிகள் இங்குள்ளன.

★ 2013 ஆம் ஆண்டு ஆம்ஸ்டர்டாம் நகரசபையின் (நெதர்லாந்து) நிதி அலுவலகம் யூரோக்களுக்குப் பதிலாக யூரோ சென்ட்களில் பணம் செலுத்துவதைச் செயலாக்கிய நிர்வாகப் பிழையின் காரணமாக, திட்டமிடப்பட்ட € 18 மில்லியனுக்கு பதிலாக € 188 மில்லியனை வீட்டு வசதிப் பலன்களாக அனுப்பியது (1 யூரோ சென்ட் = $\frac{1}{100}$ யூரோ)

★ 1983 ஆம் ஆண்டில், ஏர் கனடா போயிங் 767 விமானத்திற்கு ஒரு தசமப் பிழை கிட்டத்தட்ட பேரழிவை ஏற்படுத்தியிருக்கும். தரை ஊழியர்கள் எரிபொருளை தவறாகக் கணக்கிட்டு, கிலோகிராம்களுக்கு பதிலாக 22,300 பவுண்டுகளை ஏற்றினர் - தேவையானதில் பாதி (1 பவுண்டு – 0.453 கிலோ). விமானத்தில் எரிப்பொருள் நடுவே தீர்ந்து போனதால், விமானிகள் கைவிடப்பட்ட விமான நிலையத்தில் அவசரமாக தரையிறக்க வேண்டிய கட்டாயம் ஏற்பட்டது. அதிர்ஷ்டவசமாக அனைவரும் உயிர் தப்பினர்.

மருந்துகள் கொடுக்கும்போது தசம எண்களை தவறாகப் படித்ததால் பல சம்பவங்கள் நடந்துள்ளன. எடுத்துக்காட்டாக, 0.5 மி.கிராமை 0.5 என்று படித்ததால்,

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

பரிந்துரைக்கப்பட்ட அளவை விட 10 மடங்குகள் அதிகமான மருந்தை பயன்படுத்த வழிவகுக்கிறது. எனவே, ஒன்றுகள் மற்றும் தசம புள்ளிகளின் இடத்தில் கவனம் செலுத்துவது முக்கியமாகும்.

ஏமாற்றும் தசமக் குறியீடு:

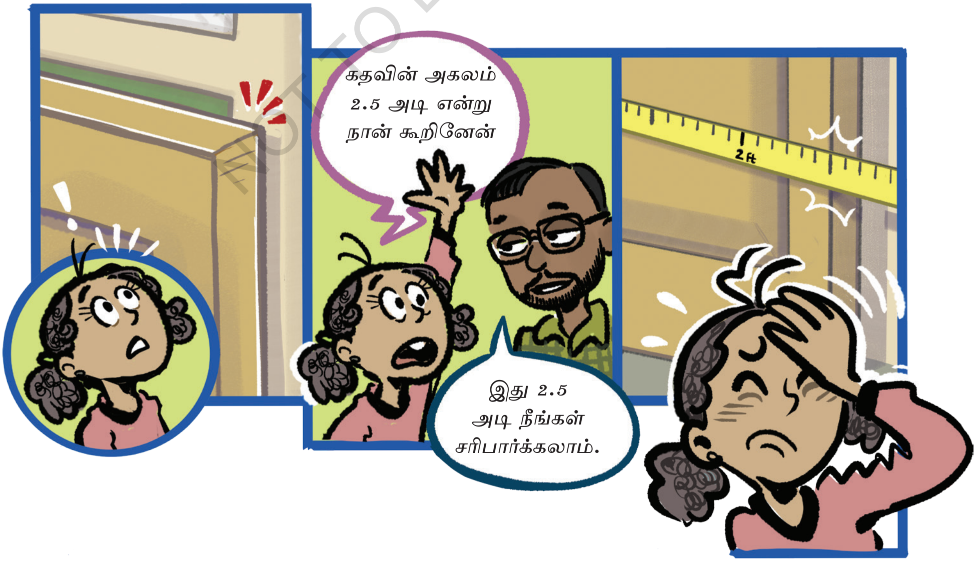
சரயுவிற்கு ஒரு செய்தி வருகிறது : ''பேருந்து மதியம் 4.5 மணிக்கு பிறகு நிலையத்தை அடையும்''. பேருந்து எப்போது நிலையத்தை அடையும் : மாலை 4.05, மாலை 4.50, மாலை 4.25?

இவற்றில் எதுவுமில்லை! இங்கே, 0.5 மணி நேரம் என்பது ஒரு மணி நேரத்தை 10 சம பாகங்களாகப் பிரித்து அதிலிருந்து 5 பகுதிகளை எடுப்பதாகும். ஒவ்வொரு பகுதியும் 6 நிமிடங்கள் (60 நிமிடங்கள் /10) நீளமாக இருக்கும். அத்தகைய 5 பகுதிகள் 30 நிமிடங்களை உருவாக்குகின்றன. எனவே, பேருந்து 4.30 மணிக்கு நிலையத்தை அடையும்.

தசம பின்ன தவறின் ஒரு சிறுகதை இங்கே : ஒரு பெண் ஒரு திறப்பின் அகலத்தை 2 அடி 5 அங்குலம் என அளவிடுகிறாள், ஆனால் தச்சரிடம் 2.5 அடி அகலத்தில் கதவை உருவாக்கச் சொல்கிறாள். தச்சர் 2 அடி 6 அங்குலம் அகலமுள்ள ஒரு கதவை உருவாக்குகிறார்.

(1 அடி = 12 அங்குலம், 0.5 அடி = 6 அங்குலம் என்பதால்) அது முழுமையாக மூடப்படாது.

NOT TO BE REPUBLISHED @KTBS



நீங்கள் கிரிக்கெட் பந்தையத்தை பார்வையிடுகையில் ''மீதமுள்ள ஓவர் (இடைத்தவணை பந்தெறிவு) 5.5'' போன்ற தசம தோற்றமுடைய எண்களைக்

கவனித்திருக்கலாம். இது 5 ஓவர்கள் மற்றும் 5 பந்துகளை குறிக்கிறதா அல்லது 5 ஓவர்கள் மற்றும் 3 பந்துகளை குறிக்கிறதா? இங்கு 5.5 ஓவர்கள் என்றால் $5\frac{5}{6}$ ஓவர்களாகும் (1 ஓவர் = 6 பந்துகள்) அதாவது 5 ஓவர்கள் மற்றும் 5 பந்துகள்.

? தசம எண்களை போன்ற குறியீட்டைக் கொண்ட ''தசமமற்ற'' எண்களை வேறு எங்கு நாம் காணலாம்?

கணித பேச்சி

வரலாற்றில் ஒரு சிட்டிகை - காலப்போக்கில் தசமக்குறியீடு

தசம பின்னங்கள் (அதாவது $\frac{1}{10}$, $\frac{1}{100}$, $\frac{1}{1000}$, போன்ற தொகுதிகளையுடைய பின்னங்கள்) பல பண்டைய இந்திய வானியலாளர்கள் மற்றும் கணிதவியலாளர்களின் படைப்புகளில் பயன்படுத்தப்படுகின்றன. இதில் 8ம் நூற்றாண்டின் முக்கியமான ஸ்ரீ தராச்சாரியரின் எண் கணிதம் மற்றும் இயற்கணிதம் பற்றிய படைப்புகளும் அடங்கும். தசமக் குறியீடு, அடிப்படையில் அதன் நவீன வடிவத்தில், கி.பி 950 இல் அரபு கணிதவியலாளரான அபுல் ஹசன் அல் உக்லிதிசி எழுதிய கிதாப் அல்-ஃபுசுல் ஃஅல் ஹிசாப் (இந்திய எண்கணிதம் பற்றிய அத்தியாயங்களின் புத்தகம்) இல் விரிவாக விவரிக்கப்பட்டுள்ளது. அவர் 0.059375 என்ற எண்ணை 0059375 என குறிப்பிடுகிறார்.

15ஆம் நூற்றாண்டில், முழு எண்களையும் பின்ன பகுதிகளில் இருந்து பிரிக்க, பல வேறுபட்ட குறியீடுகள் பயன்படுத்தப்பட்டன.

- ★ முழு எண் பகுதியின் கடைசி இலக்கத்தில் ஒரு செங்குத்து குறி (மேலே காட்டப்பட்டுள்ள படி)
- ★ வெவ்வேறு நிறங்களின் பயன்பாடு மற்றும்
- ★ பின்னதசம இடங்களின் எண்ணிக்கையைக் கொடுக்கும் ஒரு எண் மேலெழுத்து ($0.36 - 36^2$ என எழுத்தப்பட்டது).

16 ஆம் நூற்றாண்டில், ஸ்காட்டிஷ் கணிதவியலாளரான ஜான் நேப்பியர் மற்றும் ஜெர்மன் கணிதவியலாளரான கிறிஸ்டோபர் கிளாவியஸ் ஆகியோர் முழு எண்ணையும் பின்னப் பகுதிகளையும் பிரிக்க புள்ளி / காலம் ('.') ஐப் பயன்படுத்தினர். அதே நேரத்தில் பிரெஞ்சு கணிதவியலாளரான பிரான்சுவா வியட், அதற்கு பதிலாக காற் புள்ளியை (',') பயன்படுத்தினார்.

தற்போது, பல நாடுகள் முழு எண் பகுதியையும் பின்னப் பகுதியையும் பிரிக்க காற்புள்ளியை பயன்படுத்துகின்றன. இந்த நாடுகளில், 1,000.5 என்ற எண் 1000,5 (இடம் ஆயிரம் பிரிப்பான்) என எழுதப்படுகிறது. ஆனால் இந்திய இட மதிப்பு அமைப்பில் பின்னப் பகுதிகளை கொண்ட எண்களை எழுதுவதற்கு தசம புள்ளி மிகவும் பிரபலமான குறியீடாக நீடித்து வருகிறது.

© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

? இதனை கண்டுபிடிக்கவும்.

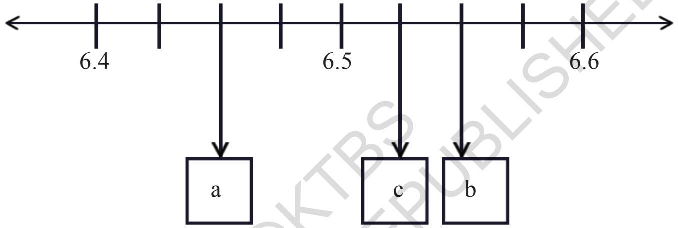
1. பின்வரும் பின்னங்களை தசமங்களாக மாற்றவும்.

(a) $\frac{5}{100}$ (b) $\frac{16}{1000}$ (c) $\frac{12}{10}$ (d) $\frac{254}{1000}$

2. கீழ்காணும் தசமங்களை பத்தில் ஒரு பங்கு, நூறில் ஒரு பங்கு, ஆயிரத்தில் ஒரு பங்கின் கூடுதலாக மாற்றவும்.

(a) 0.34 (b) 1.02 (c) 0.8 (d) 0.362

3. கீழ்காணும் எண்கோட்டில் குறிப்பிட்டுள்ள எழுத்துக்கள் குறிக்கும் தசம எண் என்ன ?



@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

4. கீழ்காணும் அளவுகளை இறங்கு வரிசையில் எழுதவும்.

(a) 11.01, 1.011, 1.101, 11.10, 1.01

(b) 2.567, 2.675, 2.768, 2.499, 2.698

(c) 4.678 கி, 4.595 கி, 4.600 கி, 4.656 கி g, 4.666 கி

(d) 33.13 மீ., 33.31 மீ., 33.133 மீ., 33.331 மீ., 33.313 மீ.

5. 1, 4, 0, 8 மற்றும் 6ஐப் பயன் படுத்தி பின்வருபவனவற்றை உருவாக்கவும்.

(அ) 30 ற்கு மிக அருகில் உள்ள தசம எண்.

(ஆ) 100 மற்றும் 1000ற்கு இடையேயுள்ள சாத்தியமான மிகசிறிய தசம எண்.

6. அதிக இலக்கங்களை கொண்ட தசம எண், குறைந்த இலக்கங்களை கொண்ட தசம எண்ணை விட பெரியதாக இருக்குமா ?

7. 0.25 கி.கி பீன்ஸ், 0.3 கி.கி கேரட், 0.5 கி.கி உருளை கிழங்கு, 0.2 கி.கி குட மிளகாய் மற்றும் 0.05 கிகி இஞ்சி முதலியவற்றை மஹி விலைக்கு வாங்கினாள். அவள் வாங்கிய பொருட்களின் மொத்த எடையை கணக்கிடவும்.

8. முதல் மூன்று நாட்களுக்கு 3.79 லி, 4.2 லி மற்றும் 4.25 லி பாலை ஒரு பால் பண்ணைக்கு பின்டோ வழங்கினான். 6 நாட்களில் 25 லிட்டர் பாலை

வழங்கினான். இறுதி மூன்று நாட்களில் அவன் வழங்கிய பாலின் மொத்த அளவை கணக்கிடவும்.

9. டிங்கு ஜனவரி மாதத்தில் 35.75 கி.கி எடையும், பிப்ரவரியில் 34.5 கி.கி எடையும் கொண்டிருந்தான். அவன் எடை கூடியிருந்ததா, குறைந்திருந்ததா? மாற்றம் எவ்வளவு?

10. அமைப்பு முறையை நீட்டிக்கவும் : 5.5, 6.4, 6.39, 7.29, 7.28, 6.18, 6.17, ____, ____

11. எத்தனை மில்லி மீட்டர்கள் சேர்ந்தால் 1 கிலோ மீட்டராகும்?

12. இந்திய இரயில்வே போக்குவரத்து இ-பயணச்சீட்டு பதிவு செய்த பயணிக்கு விருப்பதேர்வான பயணக்காப்பீடு அளித்தது. இதன் விலை ஒவ்வொரு பயணிக்கும் 45 பைசாக்கள். ஒரு நாளில் 1 லட்சம் மக்கள் காப்பீடு விரும்பித் தேர்வு செய்திருந்தால் செலுத்திய மொத்த காப்பீடு தொகை எவ்வளவு?

13. எது பெரியது

(அ) $\frac{10}{1000}$ அல்லது $\frac{1}{10}$?

(ஆ) நூறில் ஒரு பங்கு அல்லது 90 ஆயிரத்தில் ஒரு பங்கு.

(இ) ஆயிரத்தில் ஒரு பங்கு அல்லது 90 நூறில் ஒரு பங்கு.

14. குறிப்பிட்டுள்ள அளவுகளின் தசம வடிவங்களை எழுதுக. (ஒரு எடுத்துக்காட்டு கொடுக்கப்பட்டுள்ளது)

(அ) 87 ஒன்றுகள், 5 பத்தில் ஒரு பங்கு மற்றும் 60 நூறில் ஒரு பங்கு = 88.10

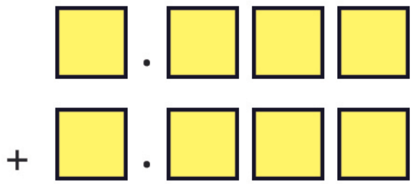
(ஆ) 12 பத்துக்கள் மற்றும் 12 பத்தில் ஒரு பங்கு

(இ) 10 பத்துக்கள், 10 ஒன்றுகள், 10 பத்தில் ஒரு பங்கு மற்றும் 10 நூறில் ஒரு பங்கு.

(ஈ) 25 பத்துக்கள், 25 ஒன்றுகள், 25 பத்தில் ஒரு பங்கு மற்றும் 25 நூறில் ஒரு பங்கு.

இதனை முயற்ச் சிக்கவும்.

15. 0 – 9 எண்கள் ஒவ்வொன்றையும், ஒருமுறை மட்டும் பயன்படுத்தி கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள கட்டங்களில் கூடுதல் 10.5 ற்கு மிக அருகில் வருமாறு நிரப்பவும்.



NOT TO BE REPUBLISHED @KTBS

16. பின்வரும் பின்னங்களை தசம வடிவில் எழுதவும்.

(a) $\frac{1}{2}$ (b) $\frac{3}{2}$

(c) $\frac{1}{4}$ (d) $\frac{3}{4}$

(e) $\frac{1}{5}$ (f) $\frac{4}{5}$

பாடச்சுருக்கம்

©KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

★ ஒரு அலகை சிறிய பகுதிகளாகப் பிரித்து அதிக சரியான / துல்லியமான அளவுகளை பெறலாம்.

★ இந்திய இடமதிப்பு அமைப்பை விரிவாக்கி நாம் கண்டவை :

1 ஒன்று = 10 பத்தில் ஒரு பங்கு

1 பத்தில் ஒரு பங்கு = 10 நூறில் ஒரு பங்கு

1 நூறில் ஒரு பங்கு = 10 ஆயிரத்தில் ஒரு பங்கு

10 நூறில ஒரு பங்கு = 1 பத்தில் ஒரு பங்கு

100 நூறில் ஒரு பங்கு = 1 ஒன்று

★ இந்திய இடமதிப்பு அமைப்பில் ஒரு எண்ணின் முழு எண் பகுதியை அதன் பின்னப்பகுதியிலிருந்து பிரிப்பதற்கு தசம புள்ளி ('.') பயன் படுத்தப்படுகிறது.

★ தசம எண்களை எப்படி ஒப்பிடுவது, அவற்றை எண்கோட்டில் இடங் கண்டறிதல் மற்றும் அவற்றின் கூட்டல் மற்றும் கழித்தல்களையும் நாம் கற்றோம்.

4

சமன்பாடுகளுக்கு எழுத்து - எண்களை பயன்படுத்துதல்

(Expressions Using Letter-Numbers)

Y9P6Z3

4.1 எழுத்து - எண்களின் கருத்து

இந்த அத்தியாயத்தில் கணித தொடர்புகள் மற்றும் அமைப்புகளை வெளிபடுத்தும் ஒரு சுருக்கமான வழியைப் பார்ப்போம். இந்த தொடர்புகள் மற்றும் அமைப்புகளை பற்றி சிந்திக்கவும், அவை ஏன் உண்மையாக இருக்கலாம் என்பதை விளக்கவும். இது எவ்வாறு நமக்கு உதவுகிறது என்பதைப் பார்ப்போம்.

? எடுத்துக்காட்டு 1 : ஷப்னம் ஆஃப்தாபை விட 3 வயது மூத்தவர். ஆஃப்தாபின் வயது 10 வயது என்றால், ஷப்னமின் வயது 13 வயது இருக்கும். இப்போது ஆஃப்தாபின் வயது 18 என்றால், ஷப்னமின் வயது என்னவாக இருக்கும் ?

? ஆஃப்தாபின் வயதைக் கொடுத்தால், ஷப்னமின் வயதை எப்படிக் கண்டு பிடிப்பீர்கள்?

எளிதானது: ஷப்னமின் வயதைக் கண்டுபிடிக்க ஆஃப்தாபின் வயதோடு 3ஐச் சேர்க்கிறோம்.

? இதை நாம் ஒரு சமன்பாடாக எழுதமுடியுமா?

ஷப்னமின் வயது ஆஃப்தாபின் வயதை விட 3 ஆண்டுகள் அதிகம். சுருக்கமாக, இதை இவ்வாறு எழுதலாம்.

ஷப்னமின் வயது = ஆஃப்தாபின் வயது + 3

இத்தகைய கணித தொடர்புகள் பொதுவாக ஒரு சுருக்கெழுத்து வடிவத்தில் குறிப்பிடப்படுகின்றன. மேலே உள்ள தொடர்பில், 'ஆஃப்தாபின் வயது' என்ற சொற்றொடரை எழுதுவதற்குப் பதிலாக, ஒரு வசதியான குறியீட்டைப் பயன்படுத்துவது வழக்கம்.

Aftab's age	Expression for Shabnam's age
4	4 + 3
10	10 + 3
23	23 + 3
?	? + 3
a	a + 3

படம் 4.1

NOT TO BE REPUBLISHED ©KTBS

பொதுவாக, எழுத்துக்கள் அல்லது குறுகிய சொற்றொடர்கள் இந்த நோக்கத்திற்காகப் பயன்படுத்தப்படுகின்றன.

ஆஃப்தாபின் வயதைக் குறிக்க a என்ற எழுத்தையும் (வேறு ஏதேனும் எழுத்தை கூட பயன்படுத்தலாம்) மற்றும் ஷப்னமின் வயதைக் குறிக்க S என்ற எழுத்தையும் பயன்படுத்துகிறோம் என்று வைத்துக் கொள்வோம். பின்னர் ஷப்னமின் வயதைக் கண்டறியும் சமன்பாடு $a+3$ஆக இருக்கும், இதை

$S = a+3$ என எழுதலாம்.

a என்பது 23 (ஆண்டுகளில் ஆஃப்தாபின் வயது) என்றால், ஷப்னமின் வயது என்ன?

a என்ற சமன்பாட்டில் aஐ 23 ஆல் மாற்றினால், $S + 23 + 3 = 26$ ஆண்டுகள் கிடைக்கும்.

எண்களைக் குறிக்க பயன்படுத்தப்படும் a மற்றும் S போன்ற எழுத்துக்கள் எழுத்து - எண்கள் என்று அழைக்கப்படுகின்றன. a + 3 போன்ற எழுத்து - எண்கள் அடங்கிய கணித சமன்பாடுகள் இயற்கணித சமன்பாடுகள் என்றழைக்கப் படுகின்றன.

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

? கொடுக்கப்பட்டுள்ள ஷப்னத்தின் வயதைக் கருத்தில் கொண்டு, ஆஃப்தாபின் வயதைக் கண்டுபிடிக்க ஒரு சமன்பாட்டை எழுதுங்கள்.

ஆஃப்தாப் ஷப்னத்தை விட 3 வயது இளையவர் என்பது நமக்குத் தெரியும். எனவே, ஆஃப்தாபின் வயது ஷப்னத்தின் வயதைக் காட்டிலும் 3 குறைவாக இருக்கும். இதை ஆஃப்தாபின் வயது = ஷப்னமின் வயது –3

என்று விவரிக்கலாம்.

இங்கு, ஆஃப்தாபின் வயதைக் குறிக்க a என்ற எழுத்தையும். ஷப்னமின் வயதை குறிக்க S என்ற எழுத்தையும் மீண்டும் பயன்படுத்தினால், இயற்கணித சமன்பாடு பின்வருமாறு இருக்கும். $a = S - 3$ அதாவது S ஐ விட 3 குறைவு.

? ஷப்னத்தின் வயது 20 என்றால், இந்த சமன்பாட்டைப் பயன்படுத்தி ஆஃப்தாபின் வயதைக் கண்டறியவும்.

? எடுத்துக்காட்டு 2 : பார்த்தீவ் தீப்பெட்டி வடிவங்களை உருவாக்குகிறார். அவர் மீண்டும் மீண்டும் ஒன்றின் பின் ஒன்றாக L களை வைக்கிறார். ஒவ்வொரு L க்கும் இரண்டு தீக்குச்சிகள் உள்ளன. படம் 4.2 இல் காட்டப்பட்டுள்ளது.

படம் 4.2

5L களை உருவாக்க எத்தனை தீக்குச்சிகள் தேவை? அது 5×2 ஆக இருக்கும்.

7L களை உருவாக்க எத்தனை தீக்குச்சிகள் தேவை? அது 7×2 ஆக இருக்கும்.

45L களை உருவாக்க எத்தனை தீக்குச்சிகள் தேவை? அது 45×2 ஆக இருக்கும்.

இங்கு L களின் எண்ணிக்கைக்கும் குச்சிகளின் எண்ணிக்கைக்கும் உள்ள தொடர்பு என்ன?

முதலில் இங்குள்ள தொடர்பு அல்லது அமைப்பை நாம் விவரிப்போம். ஒவ்வொரு L க்கும் 2 தீக்குச்சிகள் தேவை. எனவே தேவைப்படும் தீக்குச்சிகளின் எண்ணிக்கை L களின் எண்ணிக்கையின் இருமடங்காகும். இதை இவ்வாறு எழுதலாம்.

தீக்குச்சிகளின் எண்ணிக்கை $= 2 \times$ L களின் எண்ணிக்கை

இங்கு L களின் எண்ணிக்கையை குறிக்க எந்த எழுத்தையும் பயன்படுத்தலாம். நாம் n ஐ பயன்படுத்துவோம். தீக்குச்சிகளின் எண்ணிக்கைக்கான இயற்கணித சமன்பாடு பின்வருமாறு :

$2 \times n$

nL களை உருவாக்கத் தேவைப்படும் தீக்குச்சிகள் எத்தனை என்பதை இச்சமன்பாடு நமக்கு கூறுகிறது. தீக்குச்சிகளின் எண்ணிக்கையை கண்டுபிடிக்க, nஐ எண்ணால் மாற்றுகிறோம்.

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

எடுத்துக்காட்டு 3 : கேதகி தேங்காய் - வெல்ல லட்டுகளைத் தயாரித்து வழங்குகிறாள். ஒரு தேங்காயின் விலை ₹ 35 மற்றும் 1 கிலோ வெல்லத்தின் விலை ₹ 60.

10 தேங்காய்கள் மற்றும் 5 கிலோ வெல்லம் வாங்கினால் அவள் செலுத்த வேண்டி பணம் எவ்வளவு?

10 தேங்காய்களின் விலை $10 \times$ ₹ 35

5 கிலோ வெல்லத்தின் விலை $= 5 \times$ ₹ 60

மொத்த விலை $= 10 \times$ ₹ $35 + 5 \times$ ₹ $60 =$ ₹ $350 +$ ₹ $300 =$ ₹ 650

8 தேங்காய்கள் மற்றும் 9 கிலோ வெல்லம் வாங்கினால் அவள் செலுத்தவேண்டிய பணம் எவ்வளவு?

கொடுக்கப்பட்ட தேங்காய்களின் எண்ணிக்கை மற்றும் வெல்லத்தின் அளவு ஆகியவற்றிற்கு செலுத்த வேண்டிய மொத்தத்தொகையைக் கண்டறிய ஒரு இயற்கணிதச் சமன்பாட்டை எழுதுங்கள்.

தொடர்புகளை அடையாளம் கண்டு பின்னர் சமன்பாடுகளை எழுதுவோம்.

தேவையான அளவு	தொடர்பு	சமன்பாடு
தேங்காய்களின் விலை	தேங்காய்களின் எண்ணிக்கை × 35	$C \times 35$
வெல்லத்தின் விலை	வெல்லத்தின் கிலோ எண்ணிக்கை × 60	$j \times 60$

இங்கு "C" என்பது தேங்காய்களின் எண்ணிக்கையும், "j" என்பது வெல்லத்தின் கிலோகிராம் எண்ணிக்கையையும் குறிக்கிறது. செலுத்தவேண்டிய மொத்தத் தொகை.

தேங்காய்களின் விலை + வெல்லத்தின் விலை இதற்கு தொடர்பான இயற்கணித சமன்பாட்டை இவ்வாறு எழுதலாம்.

$$c \times 35 + j \times 60$$

இந்த சமன்பாட்டை (அல்லது சூத்திரத்தைப்) பயன்படுத்தி 7 தேங்காய்கள் மற்றும் 4 கிலோ வெல்லத்திற்கு செலுத்தவேண்டிய மொத்தத் தொகையைக் கண்டறியவும்.

"C" மற்றும் "j" இன் வெவ்வேறு மதிப்புகளுக்கு சமன்பாட்டின் மதிப்பு மேலும் மாறுகிறது என்பதைக் கவனியுங்கள்.

இந்த சமன்பாட்டை உறுப்புகளின் கூட்டுத்தொகையாக எழுதினால் நாம் பெறுவது,

$$\boxed{c \times 35} + \boxed{j \times 60}$$

எடுத்துக்காட்டு 4 : எளிய வடிவங்களின் சுற்றளவுகளைக் கணக்கிடுதலை நாம் நன்கு அறிவோம். சுற்றளவுகளுக்கான சமன்பாடுகளை எழுதவும்.

ஒரு சதுரத்தின் சுற்றளவு அதன் பக்கத்தின் நீளத்தின் 4 மடங்கு ஆகும். இதை $4 \times q$ என்ற சமன்பாடாக எழுதலாம். இங்கு q என்பது பக்க நீளத்தை குறிக்கிறது.

7 செ.மீ. பக்க நீளம் கொண்ட ஒரு சதுரத்தின் சுற்றளவு என்ன? கண்டுபிடிப்பதற்கான சமன்பாட்டை பயன்படுத்தவும்.

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

எழுத்து - எண்கள் மற்றும் இயற்கணித சமன்பாடுகளின் பயன்பாடு எவ்வாறு பொதுவான கணித தொடர்புகளை வெளிபடுத்த அனுமதிக்கிறது என்பதை நீங்கள் உணர்ந்திருக்கக் கூடும்.

கணித தொடர்புகளை இந்த முறையில் வெளிபடுத்துவதையே சூத்திரம் என்றழைக்கப்படுகிறது.

இதனை கண்டுபிடிக்கவும்

1. சுற்றளவுக்கான சூத்திரங்களை எழுதுங்கள்.

   (அ) அனைத்து பக்கங்களும் சமமாக இருக்கும் முக்கோணம்.

   (ஆ) ஒரு வழக்கமான ஐங்கோணம் (கடந்த ஆண்டு நாம் கற்றுக் கொண்டது போல், அனைத்து பக்க நீளங்களும் கோண அளவீடுகளும் சமமாக இருக்கும் என்பதை கூற ''வழக்கமான'' என்ற வார்த்தையைப் பயன்படுத்துகிறோம்)

   (இ) ஒரு வழக்கமான அறுங்கோணம்

2. 20 மீ நீளமான குழாய் முனிரத்னாவிடம் உள்ளது. ஆனால் ஒரு நீண்ட நீர்ப் பாசனக் குழாய் அவனது தோட்டத்திற்கு தேவைபடுகிறது. அவர் சிறிது நீளமுள்ள மற்றொரு குழாயை இதனுடன் இணைக்கிறார். குழாயின் ஒருங்கிணைந்த நீளத்திற்கான சமன்பாட்டை கொடுங்கள். மற்றொரு குழாயின் நீளத்தை மீட்டரில் குறிக்க 'k' என்ற எழுத்தைப் பயன்படுத்தவும்.

3. கிருத்திகா பின்வரும் எண்களைக் கொண்ட ₹ 100, ₹ 20 மற்றும் ₹ 5 நோட்டுகளை வைத்திருந்தால், அவளிடமுள்ள மொத்தத்தொகை என்ன? பின்வரும் அட்டவணையை நிரப்பவும்:

₹ 100 நோட்டுகளின் எண்ணிக்கை	₹ 20 நோட்டுகளின் எண்ணிக்கை	₹ 5நோட்டுகளின் எண்ணிக்கை	சமன்பாடு மற்றும் மொத்தத்தொகை
3	5	6	$6 \times 100 + 4 \times 20 + 3 \times 5 = 695$
8	4	z	
x	y	z	

NOT TO BE REPUBLISHED @KTBS

4. வெங்கடலட்சுமி ஒரு மாவு ஆலை வைத்திருக்கிறார். உருளை மாவு ஆலை இயங்க தொடங்க 10 வினாடிகள் ஆகும். அது இயங்க தொடங்கியதும், ஒவ்வொரு கிலோ தானியமும் பொடியாக அரைக்க 8 வினாடிகள் ஆகும். இயந்திரம் ஆரம்பத்தில் அணைக்கப்பட்டிருந்தால், கீழே உள்ள எந்த சமன்பாடு "Y" கிலோ தானியத்தை அரைக்க எடுக்கும் நேரத்தை விவரிக்கிறது.

(a) $10 + 8 + y$ (b) $(10 + 8) \times y$

(c) $10 \times 8 \times y$ (d) $10 + 8 \times y$

(e) $10 \times y + 8$

5. உங்களுக்கு விருப்பமான எழுத்துக்களைப் பயன்படுத்தி இயற்கணித சமன்பாடுகளை எழுதுங்கள்

(அ) ஒரு எண்ணை விட 5 அதிகம்

(ஆ) ஒரு எண்ணை விட 4 குறைவு.

(இ) ஒரு எண்ணின் 13 மடங்கை விட 2 குறைவு.

(ஈ) ஒரு எண்ணின் 2 மடங்கை விட 13 குறைவு.

6. பின்வரும் இயற்கணித சமன்பாடுகளுக்கு தொடர்புடைய சூழ்நிலைகளை விவரிக்கவும்:

(a) $8 \times x + 3 \times y$

(b) $15 \times j - 2 \times k$

7. ஒரு நாட்காட்டி மாதத்தில், படத்தில் காட்டப்பட்டுள்ள படி தேதிகள் நிறைந்த ஏதேனும் 2 × 3 கட்டம் தேர்ந்தெடுக்கப்பட்டால் கீழே நடுப் பிரிவில் "W" தேதி இருந்தால் வெற்றிட பிரிவில் உள்ள தேதிகளுக்கான சமன்பாட்டை எழுதவும்.

நவம்பர் 2024

திங்	செவ்	புதன்	வியா	வெள்	சனி	ஞா
					1	2
3	4	5	6	7	8	9
10	11	12	13	14	15	16
17	18	19	20	21	22	23
24	25	26	27	28	29	30

$w - 1$	w	

©KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

4.2 எண் கணித சமன்பாடுகளை மீள்பார்வையிடல்

உறுப்புகளின் கூடுதலை சமன்பாடுகளாக எழுதுவதை நாம் கற்றுக்கொண்டோம் மற்றும் எண்கணித சமன்பாடுகளை படிப்பது நமக்கு எளிதாக வருகிறது. பல நேரங்களில் அவை பல வழிகளில் படிக்கப்பட்டிருக்கலாம், அது குழப்பமாக இருந்தது. சமன்பாடுகளை மதிப்பிடுவதற்கு எளிய முறைகளைக் கண்டறிய (எந்த வரிசையிலும் இரண்டு எண்களை கூட்டல்) மற்றும் குழுக்களாக்கல் (எண்களை வசதியான முறையில் குழுக்களாக்கி கூட்டல்) ஆகியவற்றை பயன்படுத்தினோம். உறுப்புகளின் இடமாற்றம் மற்றும் குழுக்களாக்கல் சமன்பாட்டின் மதிப்பை மாற்றாது.

சமன்பாடுகளில் அடைப்புகுறிகள் மற்றும் வெளிப்புறம் எதிர்மறை குறியீட்டையும் உடைய அடைப்புக்குறிகளை பயன்படுத்துவதையும் நாம் கற்றுக்கொண்டோம். பங்கீட்டுப் பண்பும் நாம் கற்றுக்கொண்டோம் (ஒரு கூட்டுத்தொகையின் பெருக்கல் என்பது பெருக்கலின் கூட்டுத்தொகைக்கு சமம்)

இக்கருத்துக்களை மீள்பார்வையிடுவோம் மற்றும் பின்வரும் சமன்பாடுகளின் மதிப்புகளை கண்டு பிடிப்போம்.

1. $23 - 10 \times 2$
2. $83 + 28 - 13 + 32$
3. $34 - 14 + 20$
4. $42 + 15 - (8 - 7)$
5. $68 - (18 + 13)$
6. $7 \times 4 + 9 \times 6$
7. $20 + 8 \times (16 - 6)$

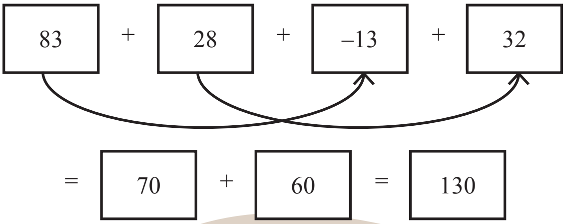
@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

முதல் சமன்பாட்டை நாம் மதிப்பிடுவோம். $23 - 10 \times 2$ முதலில் சமன்பாட்டின் உறுப்புகளை எழுதுக. இரண்டு உறுப்புகளை கூட்டுவதற்கு முன், உறுப்புகளில் ஒன்று ஒரு எண் எனில் மற்றொன்றை ஒரு எண்ணாக மாற்ற வேண்டும் என்பதை கவனிக்கவும்.

$$23 - 10 \times 2 = 23 + (-10 \times 2) = 23 + (-20) = 3$$

இரண்டாவதை நாம் மதிப்பிடுவோம். இச்சமன்பாட்டில் உள்ள உறுப்புகள் அனைத்தும் எண்களாகும். நாம் உறுப்புகளை கவனித்தால், உறுப்புகளை இடமாற்றி தொகுத்தால் மதிப்பீடு செய்வது எளிதாகியிருக்கும் என்பதை நாம் காணலாம்.

$83 + 28 - 13 + 32 =$



நாம் ஐந்தாவது சமன்பாட்டை காண்போம். வெளிபுறம் எதிர்மறை குறியை கொண்டுள்ளது. இது இரண்டு முறைகளில் மதிப்பிடலாம் - முதலில் அடைப்பு குறியை தீர்ப்பதன் மூலம் (இடதுபுறமுள்ள தீர்வைப் போல) அல்லது அடைப்புக்குறிகளை பொருத்தமாக அகற்றுவதன் மூலம் (வலது புறத்திலுள்ளது போன்று)

$= \boxed{68} + \boxed{-(18 + 13)}$

$= \boxed{68} + \boxed{-31}$

$= \boxed{37}$

அல்லது

$= \boxed{68} + \boxed{-(18 + 13)}$

$= \boxed{68} + \boxed{-18} + \boxed{-13}$

$= \boxed{50} + \boxed{-13} = \boxed{37}$

இப்போது, மற்ற எண் கணித சமன்பாடுகளின் மதிப்புகளை கண்டுபிடிக்கவும். இயற்கணித சமன்பாடுகளில் உள்ள எழுத்து - எண்களை எண்களாக மாற்றினால் அவை எண் மதிப்புகளை பெறுகிறது. எடுத்துக்காட்டு 1 இல், ஆஃப்தாபின் வயது 23 ஆண்டுகளாக இருக்கும் பொழுது, ஷப்னமின் வயதை கண்டுபிடிப்பதற்கு a + 3 என்ற சமன்பாட்டை, எழுத்து - எண் a வை நாம் 23 ஆக மாற்றுகையில்அது 26 என்ற மதிப்பை பெற்றது.

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

4.3 இயற்கணித சமன்பாடுகளில் உள்ள பெருக்கல் குறியீட்டை தவிர்த்தல் :

இந்த எண் தொடர் வரிசையை காணவும்.

4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, ...

இந்த தொடர் வரிசை அல்லது அமைப்பை நாம் எவ்வாறு விவரிக்கலாம்? எளிதானது : இவை 4 ன் பெருக்கல் வாய்ப்பாட்டில் தோன்றும் எண்களாகும் (ஏறு வரிசையில் உள்ள 4 இன் மடங்குகள்)

இந்த தொடரின் மூன்றாவது உறுப்பு என்ன? இது 4×3

இந்த தொடரின் 29 வது உறுப்பு என்ன? இது 4×29

? இந்த தொடர் வரிசையின் n வது உறுப்பைப் பெருவதற்கான ஒரு இயற்கணிதச் சமன்பாட்டைக் கண்டுபிடிக்கவும்.

'n' என்பது ஒரு எழுத்து, எண் மற்றும் இது தொடர்வரிசையில் உள்ள ஒரு நிலையை குறிக்கும் என்பதை கவனிக்கவும்.

இது 4 இன் மடங்குகளின் வரிசை என்பதால் n வது உறுப்பு 4 மடங்குகள் n என்பதைக் காணலாம்

$4 \times n$

ஒருநிலையான நடைமுறையாக, $4 \times n$ ஐ 4n என்று எழுதி பெருக்கல் குறியை தவிர்க்கிறோம். நாம் முதலில் எண்ணை எழுதி, பிறகு எழுத்துகள் எழுதுகிறோம். 7k என்ற சமன்பாட்டின் மதிப்பைக் காணவும். இங்கு $k = 4$ இதன் மதிப்பு $7 \times 4 = 28$.

$5m + 3$ இல் $m = 2$ எனில் இச்சமன்பாட்டின் மதிப்பைக் காணவும். 5m என்பது $5 \times m$ ஐ குறிக்கும். $m = 2$ எனில் இச்சமன்பாட்டில் மதிப்பு $5 \times 2 + 3 = 13$ ஆகும்.

தவறை நினைவில் கொள்ளவும், தவறை சரிசெய்யவும்.

சில எளிமையாக்குதல்கள் கீழே காண்பிக்கப் பட்டுள்ளன. இங்கு எழுத்து - எண்கள் எண்களால் மாற்றப்பட்டு சமன்பாட்டின் மதிப்பு பெறப்படுகிறது.

1. ஒவ்வொன்றையும் கவனித்து, தவறுகள் உள்ளனவா என்று அடையாளம் காணவும்.
2. ஒரு தவறு இருப்பதாக நீங்கள் நினைத்தால், என்ன தவறு நடந்திருக்கலாம் என்று விளக்குவதற்கு முயற்சி செய்யவும்.
3. பிறகு அதை சரி செய்து சமன்பாட்டின் மதிப்பைத் தருக.

NOT TO BE REPUBLISHED ©KTBS

1 $a = -4$, எனில் $10 - a = 6$.	**2** $d = 6$, எனில் $3d = 36$.	**3** $s = 7$ எனில் $3s - 2 = 15$.
4 $r = 8$ எனில் $2r + 1 = 29$.	**5** $j = 5$ எனில் $2j = 10$.	**6** $m = -6$ எனில் $3(m + 1) = 19$.
7 $f = 3, g = 1$ எனில் $2f - 2g = 2$.	**8** $t = 4, b = 3$ எனில் $2t + b = 24$.	**9** $h = 5, n = 6$ எனில் $h - (3 - n) = 4$.

4.4 இயற்கணித சமன்பாடுகளை எளிமையாக்குதல் :

முன்னர், வெவ்வேறு வழக்கமான உருவங்களின் சுற்றளவை அவற்றின் பக்கங்களின் அடிப்படையில் கண்டுபிடிக்க ஒரு சமன்பாடுகளை கண்டறிந்தோம். இப்போது ஒரு செவ்வகத்தின் சுற்றளவைக் கண்டுபிடிக்க ஒரு சமன்பாட்டை கண்டுபிடிப்போம்.

கடந்த சூழல்களில் இருந்ததைப்போல், செவ்வகத்தின் நீளம் மற்றும் அகலத்தை தெரிந்து கொண்டபொழுது, சுற்றளவை எப்படி கண்டுபிடிக்கலாம் என்பதைப் பற்றி நாம் முதலில் விவரிப்போம்.

நீளம் + அகலம் + நீளம் + அகலம் – இவற்றின் கூட்டுத் தொகையை கண்டுபிடிக்கவும்.

நீளம் மற்றும் அகலத்தின் இடத்தில் முறையே l மற்றும் b என்ற எழுத்து - எண்களைப் பயன்படுத்துவோம். p செவ்வகத்தின் சுற்றளவைக் குறிக்கும். எனில்.

$p = l + b + l + b$

இவை எண்களைக் குறிக்கிறது என்று நாம் அறிந்தால் ஒரு சமன்பாட்டின் உறுப்புகளை எந்த வரிசைமுறையிலும் கூட்டமுடியும். எனவே, மேற்கண்ட சமன்பாட்டை இவ்வாறு எழுதலாம்.

$$= l + l + b + b$$

$l + l = 2 \times l = 2l$,மற்றும் $b + b = 2 \times b = 2b$, என்பதால்

$$p = 2l + 2b.$$

சுற்றளவிற்காக நாம் பெற்ற தொடக்க சமன்பாடு $(l + b + l + b)$ மற்றும் இறுதி சமன்பாடு $(2l + 2b)$ வெவ்வேறாக தெரிகின்றன என்பதை கவனிக்கவும். எனினும் அவை சமமானவை. ஏனெனில் நாம் எண்களுக்குப் பயன்படுத்திய அதே விதிகள் மற்றும் செயல் முறைகளைப் பொருத்தி தொடக்க சமன்பாடு பெறப்பட்டது. எழுத்து - எண்கள் எண்களால் மாற்றப்படுகையில், அவை இரண்டும் அதே மதிப்பைக் கொண்டிருப்பதால் அவை சமமானவை.

எடுத்துக்காட்டாக, $l = 3$, $b = 4$ எனில்

$$l + b + l + b = 3 + 4 + 3 + 4 = 14,\text{மற்றும்}$$

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

$2l + 2b = 2 \times 3 + 2 \times 4 = 14$ ஆகும்.

$2l + 2b$ ஐ $l + b + l + b$ என்பதன் எளியவடிவமாக அழைக்கிறோம். எளிமையாக்குதலுக்கான மேலும் சில எடுத்துக்காட்டுகளைக் காண்போம்.

	நாள் 1	நாள் 2	நாள் 3
பென்சில்கள் (விலை 'c')	5	3	10
அழிப்பான்கள் (விலை 'd')	4	6	1

பென்சில்கள் விற்றதால் ஈட்டிய தொகையை முதலில் நாம் கண்டறிவோம்.

முதல் நாள் பென்சில்கள் விற்றதன் மூலம் பெற்ற தொகை 5c. அதே போன்று, இரண்டாம் நாள் பென்சில்கள் விற்றதன் மூலம் பெற்ற தொகை ______ மற்றும் ______ 3 ஆம் நாள் ______

பென்சில்கள் விற்றதன் மூலம் ஈட்டிய மொத்தத்தொகை $5c + 3c + 10c$ மேலும் இச்சமன்பாட்டை எளிதாக்க முடியுமா மற்றும் உறுப்புகளின் எண்ணிக்கையை குறைக்க முடியுமா?

சமன்பாட்டின் பொருள் என்னவெனில், 5 மடங்குகள் c 3 மடங்குகள் c உடன் கூட்டப்பட்டு 10 மடங்குகள் C உடன் கூட்டப்பட்டது.

எழுத்து - எண் c(5 + 3 + 10) மடங்குகளுடன் கூட்டப்பட்டது. இதைத்தான் எண்களின் பங்கீட்டு பண்பு என்று நாம் கண்டோம். எனவே,

$5 \times c + 3 \times c + 10 \times c = (5 + 3 + 10) \times c$

$(5 + 3 + 10) \times c$ஐ எளிமையாக்கினால் $18 \times c = 18c$ ஆகும்.

? C = ₹ 50 எனில் பென்சில்கள் விற்றதன் மூலம் கிடைத்த மொத்த தொகையை கண்டுபிடிக்கவும்.

? அழிப்பான்கள் விற்றதன் மூலம் ஈட்டிய மொத்த தொகைக்கு சமன்பாடு எழுதவும். பிறகு சமன்பாட்டை எளிமையாக்கவும்.

இம்மூன்று நாட்களில் பென்சில்கள் மற்றும் அழிப்பான்கள் விற்றதன் மூலம் ஈட்டிய மொத்த தொகைக்கான சமன்பாடு $18c + 11d$

? $18c + 11d$ என்ற சமன்பாட்டை மேலும் எளிமையாக்க முடியுமா?

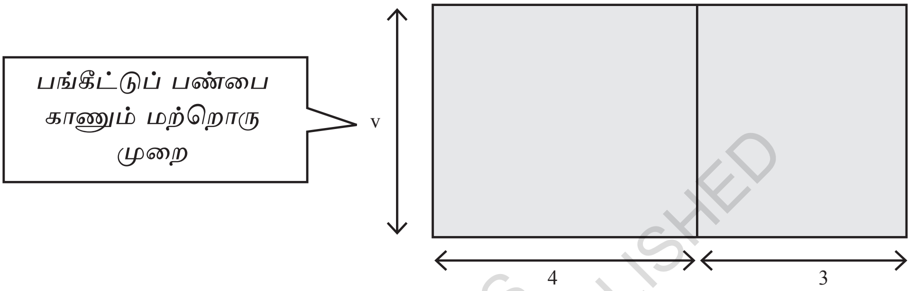
இச்சமன்பாட்டை மேலும் எளிதாக்கும் முறை இல்லை ஏனெனில், இது வெவ்வேறு எழுத்து - எண்களை கொண்டுள்ளது. இதுதான் அதன் மிக எளிய வடிவமாகும்.

©KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

இக்கணக்கில், $5c + 3c + 10c$ என்ற சமன்பாடு $18c$ என்று எளிமைப்படுத்தப் பட்டதை கண்டோம்.

c ஐ வெவ்வேறு எண்களால் மாற்றும்போது இரண்டு சமன்பாடுகளும் அதே மதிப்பை பெறுகின்றவா என்று பரிசோதிக்கவும்.

எடுத்துக்காட்டு 6 : கீழே காண்பித்துள்ளவாறு, ஒரு பெரிய செவ்வகம் இரு சிறிய செவ்வகங்களாக பிரிக்கப்பட்டுள்ளது. பெரிய செவ்வகத்தின் பரப்பளவை விளக்கும் ஒரு சமன்பாட்டை எழுதவும்.



சிறிய செவ்வகங்களின் பரப்பளவுகள் 4v ச. அலகுகள் மற்றும் 3v ச. அலகுகள்.

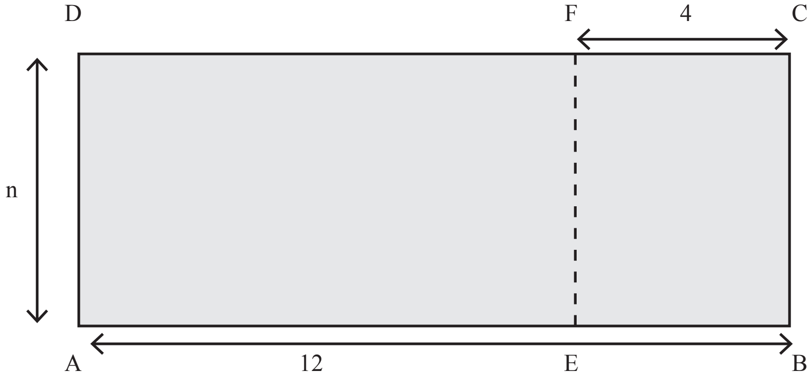
பெரிய செவ்வகத்தின் பரப்பளவை இரண்டு வழிகளில் கண்டு அறியலாம். (i) நேரடியாக அதன் பக்க நீளங்களைப் பயன்படுத்தி v மற்றும் $(4 + 3)$ அல்லது (ii) சிறிய செவ்வகங்களின் பரப்பளவை கூட்டுவதன் மூலம்.

முதல் முறையில் 7v மற்றும் இரண்டாவது முறையில் $4v + 3v$ இவை சமமானவை என்று நாம் அறிவோம். $4v + 3v = 7v$ மற்றும் பெரிய செவ்வகத்தின் பரப்பளவிற்குத் தேவையான சமன்பாடு இது.

முன்பு போலவே, ஒரு பெரிய செவ்வகம் இரு சிறிய செவ்வகங்களாக பிரிக்கப்பட்டுள்ளதை கீழே காண்பிக்கப்பட்டுள்ளது. AEFD என்று இச்செவ்வகத்தின் பரப்பளவைக் காணும் ஒரு சமன்பாட்டை எழுதவும்.

இங்கும், செவ்வகம் ABCD யின் பரப்பளவை இரண்டு முறைகளில் கண்டறியலாம் (i) நேரடியாக பக்க நீளங்களை பயன்படுத்துவதன் மூலம் n மற்றும் $(12 – 4)$ அல்லது (ii) செவ்வகம் ABCD யின் பரப்பளவில் இருந்து EBCF இன் பரப்பளவை கழிப்பதன் மூலம்.

© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED



முதல் முறையில் பெற்றது 8n மற்றும் இரண்டாவது முறையில் 12n – 4n மற்றும் அவை சமமானவை. ஏனெனில் 12n – 4n = 8n இது செவ்வகம் AEFD யின் பரப்பளவிற்கான சமன்பாடாகும்.

ஒரே மாதிரியான எழுத்து - எண்களைக் கொண்ட (5c, c, 10c), (12n – 4n) போன்ற உறுப்புகளின் தொகுப்புகள் வேறுபட்ட உறுப்புகள் என்றழைக்கப்படும். ஏனெனில் அவை வெவ்வேறு எழுத்து - எண்களைக் கொண்டுள்ளன.

நாம் கண்டதைப் போன்று, ஒத்த உறுப்புகளை ஒன்றாகச் சேர்த்து எளிமைப்படுத்தி ஓர் உறுப்பாக்கலாம்.

எடுத்துக்காட்டு 7 : ஒரு கடையில் நாற்காலிகளும் மேசைகளும் ஒரு நாள் பயன்பாட்டிற்காக வாடகைக்கு விடப்படுகின்றன. அவற்றை வாடகைக்கு எடுக்க ஒருவர் ஒரு பொருளுக்கு முதலில் பின்வரும் தொகையைச் செலுத்த வேண்டும்.

பொருள்	தொகை
நாற்காலி	மேசை 40
மேசை	மேசை 75

பொருட்களை திருப்பி அளிக்கையில், கடைக்காரர் சிறிது தொகையை திருப்பிக் கொடுப்பது பின்வருமாறு:

திருப்பி அளித்த தொகை

பொருள்	தொகை
நாற்காலி	₹ 6
மேசை	₹ 10

X நாற்காலிகள் மற்றும் Y மேசைகள் வாடகைக்கு விடப்பட்டால், செலுத்திய மொத்த தொகைக்கான சமன்பாட்டை எழுதவும்.

X நாற்காலிகள் மற்றும் Y மேசைகளுக்காக தொடக்கத்தில் செலுத்திய மொத்த தொகையையும் பொருட்களைத் திரும்பக் கொடுத்த பிறகு திருப்பிப் பெற்ற தொகையையும் கண்டறிவோம்.

NOT TO BE REPUBLISHED @KTBS

? இத்தொகைகளை பெறுவதற்கான செயல்முறையை விவரிக்கவும்.

தொடக்கத்தில் செலுத்திய தொகை ரூபாயில் $40x + 75y$ மற்றும் திருப்பியளித்த மொத்த தொகை $6x + 10y$

எனவே செலுத்திய மொத்த தொகை $= (40x + 75y) - (6x + 10y)$.

? இக்கோவையை எளிமையாக்க முடியுமா? ஆம் எனில் எப்படி? இல்லை எனில் ஏன்?

ஒரு எண்கணித கோவையில் நாம் அடைப்புக் குறிகளை நீக்கியதை நினைவு கூர்ந்தால், நமக்குக் கிடைப்பது,

கணிதப் பேச்சு

$$(40x + 75y) - (6x + 10y) = (40x + 75y) - 6x - 10y$$

உறுப்புகளை எந்த வரிசை முறையிலும் கூட்டமுடியும் என்பதால், மீதமுள்ள அடைப்புக்குறி திறக்கப்பட்டு, கோவையாக வருவது.

$40x + 75y + -6x + -10y$

ஒத்த உறுப்புகளை ஒன்று சேர்த்து தொகுத்தால், முடிவு

$$40x + -6x + 75y + -10y$$

$$= (40 - 6)x + (75 - 10)y$$

$$= 34x + 65y.$$

$(40x+75y)-(6x+10y)$ என்ற கோவை $34x+65y$ யாக எளிமையாக்கப்படுகிறது. இது ரூபாய்களில் செலுத்திய மொத்த தொகை ஆகும்.

? தொடக்கக் கோவையை நாம் இவ்வாறு எழுத முடியுமா?

கணிதப் பேச்சு

$(40x + 75y) + (-6x - 10y)$?

? எடுத்துக்காட்டு 8 : சாரு ஒரு வினாடி வினாவில் மூன்று சுற்றுகள் சென்றாள். மூன்று சுற்றுகளில் அவளின் மதிப்பெண்கள் $7p - 3q$, $8p - 4q$ மற்றும் $6p - 2q$. இங்கு p சரியான விடைக்கான மதிப்பெண்ணைக் குறிக்கிறது மற்றும் q தவறான விடைக்கான அபராதத்தைக் குறிக்கிறது.

ஒவ்வொரு கோவையின் பொருள் என்ன?

சரியான விடைக்கான மதிப்பெண் $4 (p = 4)$ மற்றும் தவறான விடைக்கான அபராதம் $1 (q = 1)$ எனில் முதல் சுற்றில் சாரு பெற்ற மதிப்புகளைக் கண்டுபிடிக்கவும்.

சாருவின் மதிப்பெண்கள் $7 \times 4 - 3 \times 1$ உறுப்புகளின் கூடுதலாக இதை எழுதுவதன் மூலம் இந்த கோவையை மதிப்பிடலாம்.

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

$7 \times 4 - 3 \times 1 = 7 \times 4 + - 3 \times 1 = 28 + - 3 = 25$

இரண்டாம் மற்றும் மூன்றாம் சுற்றில் அவள் பெற்ற மதிப்பெண்கள் என்ன? அபராதம் இல்லையெனில், இச்சூழலில் q வின் மதிப்பு என்னவாகும்? மூன்று சுற்றுகளுக்கு பிறகு அவளின் இறுதி மதிப்பெண்கள் எத்தனை? மூன்று மதிப்பெண்களின் கூட்டுத்தொகை அவளின் இறுதி மதிப்பெண் ஆகும்.

$(7p - 3q) + (8p - 4q) + (6p - 2q)$.

உறுப்புகளை எந்த வரிசை முறையிலும் கூட்ட முடியும் என்பதால், நாம் அடைப்புக் குறிகளை அகற்றி இவ்வாறு எழுதலாம்.

$7p + - (3q) + 8p + - (4q) + 6p + -(2q)$
$= 7p + 8p + 6p + - (3q) + - (4q) + - (2q)$ (இடமாற்றம் மற்றும் தொகுத்தல் மூலம்)
$= (7 + 8 + 6)p + - (3 + 4 + 2)q$
$= 21p + - 9q$
$= 21p - 9q$.

மூன்று சுற்றுகள் முடிந்த பிறகு சாருவின் இறுதி மதிப்பெண்கள் $21p - 9q$ அவளது தோழி கிரிஷிதாவின் மதிப்பெண்கள் மூன்று சுற்றுகளுக்குப் பிறகு $23p - 7q$ ஆகும்.

? மூன்று சுற்றுகளில் கிரிஷிதாவிற்கு சில சாத்தியமான மதிப்பெண்களை கொடுக்கவும். அவற்றைக் கூட்டினால் $23p - 7q$ கிடைக்கும்.

? யார் அதிக மதிப்பெண்கள் பெற்றார் என நம்மால் கூறமுடியுமா? உங்களால் ஏன் என்று விளக்க முடியுமா?

சாருவை விட கிரிஷிதா எவ்வளவு அதிகமான மதிப்பெண்கள் பெற்றாள்? இரண்டு மதிப்பெண்களுக்கிடையிலுள்ள வித்தியாசத்தைக் கண்டறிவதன் மூலம் இதைக் கண்டுபிடிக்க முடியும்.

$23p - 7q - (21p - 9q)$

? இந்த கோவையை மேலும் எளிமையாக்கவும்.

? எடுத்துக்காட்டு *9:* $4(x + y) - 4$ இக்கோவையை எளிமையாக்கவும் பங்கீட்டுப் பண்பைப் பயன்படுத்தி இக்கோவையை எளிமையாக்க முடியும்.

$4 (x + y) - y = 4x + 4y - y$

$= 4x + 4y + -y$

$= 4x + (4 - 1)y$

$= 4x + 3y$

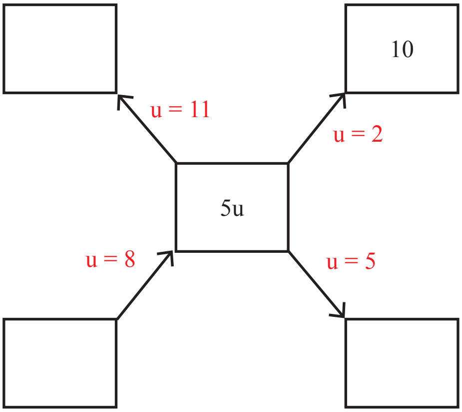
@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

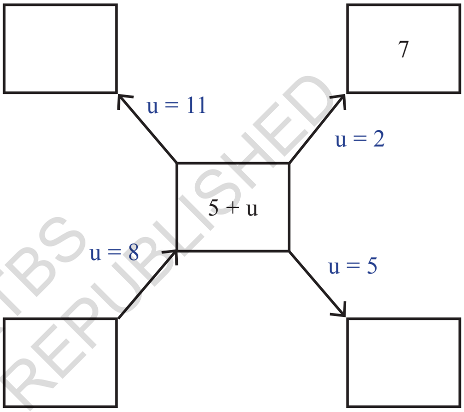
? *எடுத்துக்காட்டு 10 :* 5u மற்றும் 5 + u இரண்டு கோவைகளும் ஒன்றுக்கொன்று சமமானவையா?

கோவை 5u என்றால் எண் u வின் *5* மடங்குகள் ஆகும். 5 + u கோவை 5u என்றால் எண் u இன் பெரும்பாலான மதிப்புகளுக்கு அவை வெவ்வேறு மதிப்புகளைக் கொடுக்கும்.

நாம் இதை பரிசோதிப்போம்.

? எழுத்து - எண்களை எண்களால் மாற்றுவதன் மூலம் கீழ்காணும் வெற்றிடங்களை நிரப்பவும். 5u மற்றும் 5 + u வின் மதிப்புகளை ஒப்பிடவும்.





@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

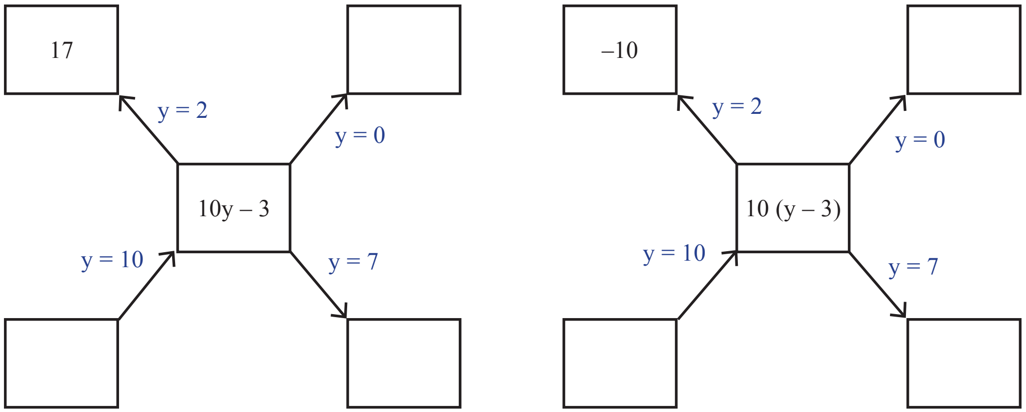
5u மற்றும் 5 + u சமமானால் u விற்கு எந்த மதிப்பு கொடுக்கப்பட்டாலும் அவை ஒரே மதிப்பை பெற வேண்டும் ஆனால் அவை சமமற்றவை என்று நாம் காணலாம். எனவே, இந்த இரண்டு சமன்பாடுகளும் சமமானவை அல்ல.

10y – 3 மற்றும் 10(y – 3) இக்கோவைகள் சமமானவையா?

10y – 3 யின் சுருக்கம் 10y – 3 இதன் பொருள் *10* மடங்குகள் y யை விட *3* குறைவு.

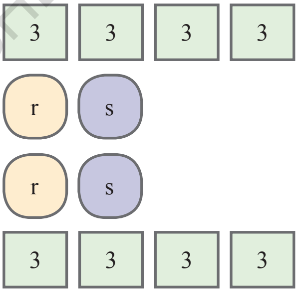
10 × (y – 3) யின் சுருக்கம் 10(y – 3) இதன் பொருள் *10* மடங்குகள் y யை விட *3* குறைவு).

y இன் வெவ்வேறு மதிப்புகளுக்கு இந்த சமன்பாடுகள் கொடுக்கும் மதிப்புகளை நாம் ஒப்பிடுவோம்.



இரண்டு படங்களையும் நிரப்பிய பிறகு, இரண்டு சமன்பாடுகளும் சமம் என்று நீங்கள் நினைக்கிறீர்களா?

எடுத்துக்காட்டு 11 : படத்தில் உள்ள எண்களின் கூடுதல் என்ன? (அறியாத மதிப்புகள் எழுத்து எண்கள் மூலம் குறிப்பிடபடுகிறது)



இதற்கு பல வழிகள் உள்ளன. இங்கு சிலவற்றை நாம் காண்போம்.

1. வரிசை முறையாக கூட்டும் பொழுது கிடைப்பது.

$$(4 \times 3) + (r + s) + (r + s) + (4 \times 3)$$

2. ஒத்த உறுப்புகளை சேர்த்து கூட்டும் பொழுது கிடைப்பது.

$$(8 \times 3) + (r + r) + (s + s)$$

3. மேற்பாதியைக் கூட்டி இரட்டிப்பாக்கினால் கிடைப்பது.

$$2 \times (4 \times 3 + r + s)$$

இந்த மூன்று கோவைகளும் வெவ்வேறாகக் காணப்படலாம். ஒவ்வொன்றையும் எளிமையாக்கலாம் மற்றும் அவை அனைத்தும் சமம் என்று காணலாம் $2r + 2s + 24$.

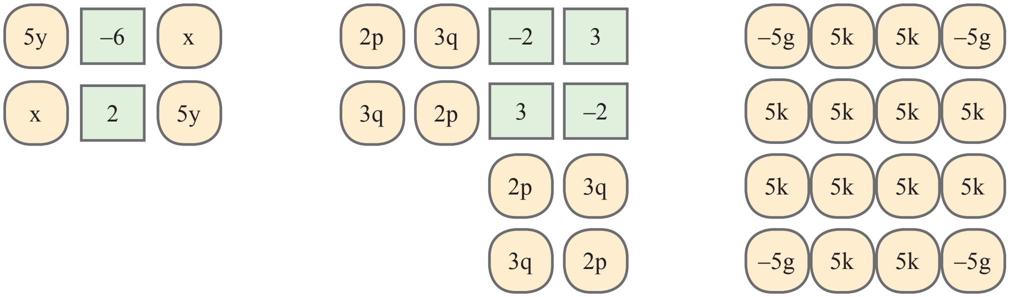
இதை கண்டுபிடிக்கவும்.

கணித பேச்சி

1. கீழ் காணும் ஒவ்வொரு படத்திலுள்ள எண்களை கூட்டவும். அவற்றிற்கு தொடர்புடைய கோவைகளை எழுதி அவற்றை எளிமையாக்கவும். ஒவ்வொரு படத்திலுமுள்ள எண்களை இரண்டு

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

வெவ்வேறு முறைகளில் கூட்டுவதற்கு முயற்ச்சிக்கவும். மற்றும் நீங்கள் ஒரே மாதிரியானவற்றை பெறுவதைக் காணலாம்.



2. கீழ்காணும் ஒவ்வொரு கோவையையும் எளிமையாக்கவும்.

(c) $p + p + p + p$, $p + p + p + q$, $p + q + p - q$,
$p - q + p - q$, $p + q - p + q$,
$p + q - (p + q)$, $p - q - p - q$

(d) $2d - d - d - d$, $2d - d - d - c$,
$2d - d - (d - c)$, $2d - (d - d) - c$,
$2d - d - c - c$

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

தவறை நினைவில் கொள்ளவும், தவறை திருத்தவும்

இயற்கணிதச் சமன்பாடுகளை எளிமையாக்குதல் கீழே செய்யப்பட்டுள்ளது. வலதுகை பக்கதிலுள்ள கோவை மிக எளிய வடிவில் இருக்க வேண்டும்.

- ★ ஒவ்வொன்றையும் கூர்நோக்கி, தவறு உள்ளதா எனப் பார்க்கவும்.
- ★ தவறு அங்கிருப்பதாக நீங்கள் நினைத்தால், என்ன தவறு நேர்ந்திருக்கலாம் என்று விளக்க முயற்சிக்கவும்.
- ★ பிறகு அதனை சரியாக எளிமையாக்கவும்.

	கோவை	மிக எளிய வடிவம்	சரியான மிக எளிய வடிவம்
1.	$3a + 2b$	5	
2.	$3b - 2b - b$	0	
3.	$6\ (p + 2)$	$6p + 8$	
4.	$(4x + 3y) - (3x + 4y)$	$x + y$	
5.	$5 - (2 - 6z)$	$3 - 6z$	

6. 2 + (x + 3)   2x – 6
7. 2y + (3y – 6)   – y + 6
8. 7p – p + 5q – 2q   7p + 3q
9. 5 (2w + 3x + 4w)   10w + 15x + 20w
10. 3j + 6k + 9h + 12   3 (j + 2k + 3h + 4)
11. 4 (2r + 3s + 5)   – 20 – 8r – 12s

? அனைத்து திருத்தப்பட்ட மிக எளிய வடிவங்களை காணவும் (அதாவது அடைப்புக்குறிகள் நீக்கப்பட்டது, ஒத்த உறுப்புகள் கூட்டப்பட்டது. எண்களை மட்டும் கொண்ட உறுப்புகளும் கூட்டப்பட்டன)

இக் கோவையிலுள்ள உறுப்புகளின் எண்ணிக்கைக்கும் எழுத்து - எண்களின் எண்ணிக்கைக்கும் தொடர்பு உள்ளதா?

4.5 அமைப்புகளை தேர்ந்தெடுக்கவும் மற்றும் தொடர்புகளை கூறவும்

முதல் பகுதியில், இயற்கணிதக் கோவைகள் மற்றும் எளிய அமைப்புகள் மற்றும் தொடர்புகளை சுருக்கமாகவும் நேர்த்தியாகவும் விவரிக்க அவற்றை எவ்வாறு பயன்படுத்துவது என்பது பற்றிய ஒரு பார்வை நமக்கு கிடைத்தது. இங்கே, வெவ்வேறு சூழ்நிலைகளில் அளவுகளுக்கு இடையிலான பொதுவான தொடர்புகளைத் தேடுகிறோம், அமைப்புகளைக் காண்கிறோம். மேலும், சுவாரஸ்யமாக, இந்த அமைப்புகள் ஏன் ஏற்படுகின்றன என்பதை விளக்குகிறோம்.

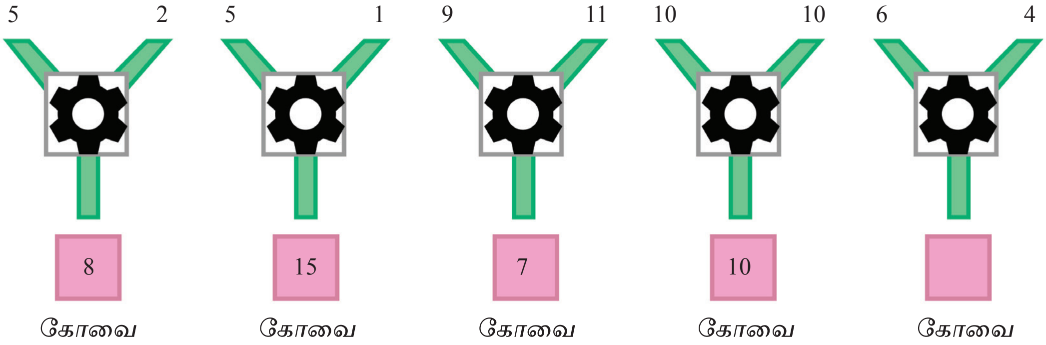
கோவைகளாக எழுத முயற்சிக்கும் முன், எளிய மொழியில் விவரிப்பதன் முக்கியத்துவத்தை நினைவில் கொள்ளுங்கள், அல்லது கணித தொடர்புகளை காட்சிப்படுத்துவதன் முக்கியத்துவத்தை நினைவில் கொள்ளுங்கள்.

சூத்திரம் துப்பறிபவர்:

கொடுக்கப்பட்டுள்ள படத்தைப் பாருங்கள், ஒவ்வொரு சூழலிலும் எண் இயந்திரம் Y யின் மேலுள்ள 2 எண்களை உள்ளீடாக எடுத்துக் கொண்டு சில செயல்களை நிகழ்த்தி கீழே முடிவை உருவாக்குகிறது. ஒவ்வொரு சூழலிலும் இயந்திரம் அதன் உள்ளீடுகளில் ஒரே மாதிரியான செய்முறைகளை நிகழ்த்துகிறது.

©KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

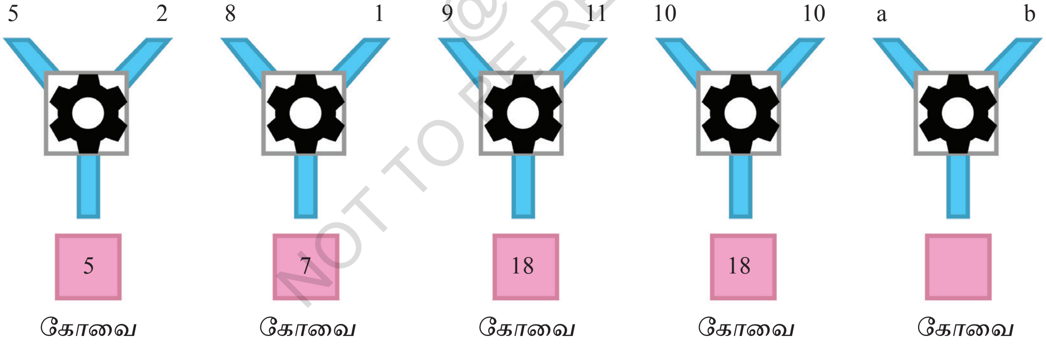
? இந்த எண் இயந்திரத்தின் சூத்திரத்தை கண்டுபிடிக்கவும்.

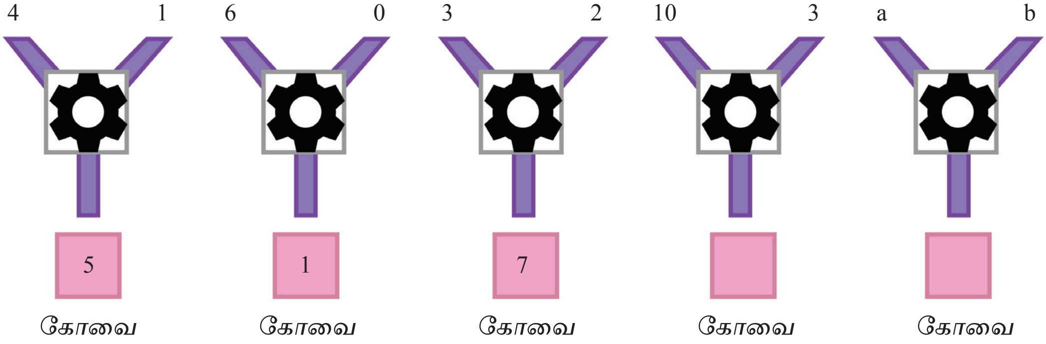


மேற்கண்ட எண் இயந்திரத்தின் சூத்திரம் ''முதல் எண்ணின் இரண்டு மடங்குகளில் இரண்டாம் எண்ணைக் கழித்தல்'' இயற்கணித கோவையாக எழுதுகையில் சூத்திரம் $2a - b$ ஆகிறது. முதல் உள்ளீடுகளின் தொகுதிகளின் சமன்பாடு $2 \times 5 - 2 = 8$. ஒவ்வொரு உள்ளீடுகளின் தொகுதிக்கும் இந்த சூத்திரம் பொருந்துமா எனப் பரிசோதிக்கவும்.

? கீழ்காணும் எண் இயந்திரத்தின் சூத்திரத்தைக் கண்டுபிடிக்கவும் மற்றும் ஒவ்வொரு உள்ளீடுகளின் தொகுதிக்கும் கோவையை எழுதவும்.

@KIBS NOT TO BE REPUBLISHED





உங்கள் சொந்த சூத்திரத்தை உருவாக்கவும், அச்சூத்திரத்தைப் பயன்படுத்தி எடுத்துக்காட்டுகளாக சில எண் இயந்திரங்களை எழுதவும். அதை கண்டுபிடிக்க உங்கள் வகுப்புத் தோழர்களுக்கு சவால் விடுங்கள்!

ஆசிரியருக்கான குறிப்பு : வெறும் பிரச்சனைகளைத் தீர்ப்பது மட்டுமல்லாது புதிய வினாக்களை உருவாக்குவது, கணிதத்தைக் கற்றுகொள்வதிலும் கணிதத்தை செய்வதிலும் ஒரு முக்கிய பகுதியாகும்.

அமைப்பு முறைகளை விளக்குவதற்கான இயற்கணித கோவைகள்

எடுத்துக்காட்டு 12 : ஒரு சேலையின் விளிம்பில் மீண்டும் மீண்டும் ஒரு அமைப்பை சோம்ஜித் கவனித்தான்.

A B C D E F

(i) வடிவமைப்பு A வில் காணப்படும் (ii) வடிவமைப்பு Y யில் காணப்படும் (iii) வடிவமைப்பு C யில் காணப்படும் அனைத்து நிலைகளையும் விளக்குவதற்கு ஒரு முறை உள்ளதா என சோம்ஜித் வியந்தார்.

வடிவமைப்பு C யுடன் தொடங்கலாம். இது முதல் முறை நிலை 3 றிலும், இரண்டாம் முறை நிலை 6 றிலும் தோன்றுகிறது.

வடிவமைப்பு C n வது முறையில் எங்கு தோன்றும்?

இந்த வடிவமைப்பு 3 இன் மடங்குகளின் நிலைகளில் தோன்றுகிறது என்பதை நாம் காணலாம். எனவே n- வது முறையில் வடிவமைப்பு C யின் நிலை 3n இல் தோன்றும்.

இதேபோன்று, மற்ற வடிவமைப்புகள் n வது முறையில் தோன்றும் நிலைகளுக்கான சூத்திரத்தை கண்டுபிடிக்கவும்.

B தோன்றும் நிலைகள் 2, 5, 8, 11, 14, மற்றும் பல.

வடிவமைப்பு B யின் n வது நிலைமையின் தோற்றம் வடிவமைப்பு C யின் n வது தோற்றத்தின் நிலையை விட ஒன்று குறைவு. எனவே வடிவமைப்பு B யின் n வது நிலையின் தோற்றம் 3n – 1.

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

இதே போன்று, வடிவமைப்பு A தோன்றும் n வது முறையில் நிலையை விளக்கும் கோவை $3n-2$

? ஒரு நிலை எண் கொடுக்கப்பட்டால், அங்கு தோன்றும் வடிவமைப்பை நம்மால் கண்டறிய இயலுமா? நிலை 122 இல் தோன்றும் வடிவமைப்பு எது?

நிலைமை 3 இன் மடங்குகளாக இருந்தால் வடிவமைப்பு C என்று நமக்கு தெளிவாக தெரியும். முன்னர் கண்டது போல், 3 இன் மடங்கை விட ஒன்று குறைவான நிலை இருந்தால், அது வடிவமைப்பு B யைக் கொண்டதாகும். 3 இன் மடங்கை விட 2 குறைவான நிலை எனில் அது வடிவமைப்பு A யைக் கொண்டிருக்கும்.

? நிலை எண்ணை 3 ஆல் வகுத்து கிடைக்கும் மீதியை இதற்கு பயன்படுத்த முடியுமா? கீழ்காணும் அட்டவணையை கூர்நோக்கவும்.

நிலை எண்	3 ஆல் வகுத்தலின் ஈவு	மீதி
99	33	0
122	40	2
148	49	1

? இதைப் பயன்படுத்தி நிலைமைகள் 99, 122 மற்றும் 148 இல் தோன்றும் வடிவமைப்பைக் கண்டுபிடிக்கவும்.

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

ஒரு நாள்காட்டியின் வடிவமைப்பு முறை

நவம்பர் 2024 இன் நாள்காட்டி இங்குள்ளது. நாள்காட்டியில் குறிக்கப்பட்டுள்ள 2×2 சதுரங்களை கருதவும். சதுரங்களிலுள்ள எண்கள் ஒரு சுவாரசியமான பண்பை காண்பிக்கின்றன.

திங்	செவ்	புதன்	வியா	வெள்	சனி	ஞா
					1	2
3	4	5	6	7	8	9
10	11	12	13	14	15	16
17	18	19	20	21	22	23
24	25	26	27	28	29	30

12	13
19	20

2×2 சதுரத்தில் குறிக்கப்பட்டுள்ளவற்றை நாம் எடுத்துக் கொள்வோம், மூலை விட்டங்களில் அமைந்துள்ள எண்களை கருத்தில் கொள்ளவும்; 12 மற்றும் 20; 13 மற்றும் 19. அவற்றின் கூடுதலை கண்டுபிடிக்கவும் ; 12 + 20 ; 13 + 19.

நீங்கள் கவனித்தது என்ன?

அவை சமமானவை முடிவற்ற வரிசைகளை உருவாக்குவதன் மூலம் நாள்காட்டியிலுள்ள எண்களை 30ற்கு அப்பால் நீட்டிப்போம்.

நவம்பர் 2024

திங்	செவ்	புதன்	வியா	வெள்	சனி	ஞா
					1	2
3	4	5	6	7	8	9
10	11	12	13	14	15	16
17	18	19	20	21	22	23
24	25	26	27	28	29	30

©KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

? இந்த முடிவற்ற கட்டத்தில் 2×2 சதுரத்தில் மூலைவிட்ட கூட்டுத் தொகை சமமாக இருக்குமா? நாம் எப்படி உறுதியாக கூற முடியும்?

இதை உறுதிப்படுத்திக் கொள்ள 2×2 சதுரங்கள் வரம்பற்ற எண்ணிக்கையில் இருப்பதால் நாம் அவற்றை சரிபார்க்க முடியாது.

2×2 சதுரத்தை கருத்தில் கொள்வோம். இதன் மேல் இடது எண் எந்த எண்ணாகவும் இருக்கலாம். அதை a என்றழைப்போம்.

? மேல் இடது எண் நமக்கு தெரிந்திருப்பதால், இந்த 2×2 சதுரத்தில் உள்ள மற்ற எண்களை எப்படி கண்டுபிடிப்பது?

a	?
?	?

நாம் செய்து வந்தது போல், முதலில் மற்ற எண்களை சொற்களில் விவரிப்போம்.

★ a விற்கு வலதுபுறம் உள்ள எண் அதைவிட 1 அதிகம்.

★ a விற்கு கீழே உள்ள எண் அதை விட 7 அதிகம்.

★ a விற்கு மூலை விட்டதிலுள்ள எண் அதை விட 8 அதிகம்.

எனவே, 2×2 சதுரத்திலுள்ள மற்ற எண்களை கட்டத்தில் காண்பித்துள்ளவாறு குறிப்பிடலாம். மூலைவிட்ட கூட்டுத்தொகையை காண்போம்; $a + (a + 8$ மற்றும் $(a + 1) + (a + 7)$ அவற்றை எளிதாக்குவோம்.

a	a + 1
a + 7	a + 8

உறுப்புகளை எந்த வரிசை முறையிலும் கூட்ட முடியும் என்பதால் அடைப்புக்குறிகளை திறக்கலாம்.

$a + (a + 8) = a + a + 8 = 2a + 8$

$(a + 1) + (a + 7) = a + 1 + a + 7 = a + a + 1 + 7 = 2a + 8$

இரண்டு மூலைவிட்டக் கூட்டுத் தொகையும் 2a + 8ற்குச் சமமாகும். (2 மடங்குகள் a ஐ விட 8 அதிகம்)

? எந்தவொரு 2 × 2 சதுரத்தைக் கருத்தில் கொள்வதின் மூலம் மூலைவிட்ட கூட்டுத் தொகையின் இக்கோவையை சரிபார்க்கவும் மற்றும் இதன் மேல் இடது எண்ணை "a" என்று எடுத்துக் கொள்ளலாம்.

இவ்வாறு மூலைவிட்டக் கூட்டுத் தொகையானது, a இன் எந்த மதிப்பிற்கும் சமமாகும் என்பதை நாம் காண்பித்துள்ளோம். அதாவது, எந்தவொரு 2 × 2 சதுரம்!

ஒரு அமைப்பு முறை எப்போதும் நிலைத்திருக்குமா என்று சரிபார்ப்பதில் இயற்கணித தோற்றத்தின் ஆற்றலை காண்பிக்கும் ஒரு எடுத்துக்காட்டாக இந்த கணக்கீடு உள்ளது.

NOT TO BE REPUBLISHED @KTBS

பின்வரும் வடிவத்தில் உருவாகும் (முடிவற்ற வரிசைகளை கொண்ட) நாள்காட்டியிலிருந்து எண்களின் தொகுதியை கருத்தில் கொள்வோம்.

	8	
14	15	16
	22	

? அனைத்து எண்களின் கூட்டுத் தொகையை கண்டுபிடிக்கவும். நடுவிலுள்ள எண்ணுடன் இதை ஒப்பிடவும் : 15. இவ்வடிவமைப்பை உருவாக்கும் மற்ற எண்களின் கணத்திற்கு இதை மீண்டும் செய்யவும். நீங்கள் கவனித்தது என்ன?

மொத்த தொகை எப்பொழுதும் நடுவிலுள்ள எண்ணின் 5 மடங்காக இருக்கும் என்பதை நாம் காண்போம்.

? இது எப்பொழுதும் நிகழுமா? இதனை நீங்கள் எவ்வாறு காண்பீர்கள்?

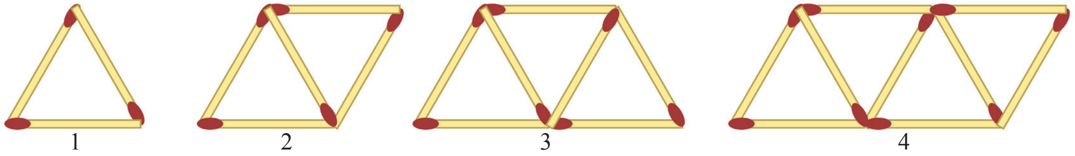
(குறிப்பு : இவ்வடிமைப்பை உருவாக்கும் ஒரு பொதுவான எண்களின் கணத்தை கருத்தில் கொள்ளவும். நடுவில் உள்ள எண்ணை 'a' என எடுத்துக் கொள்ளவும். மற்ற எண்களையும் 'a' இன் உறுப்புகளாக வெளிபடுத்தவும்)

கணிதப் பேச்சு

படத்தில் உள்ள எண்களின் கூட்டுத்தொகை எப்போதும் எண்களில் ஒன்றின் மடங்காகும் என்பதற்கான பிற வடிவங்களைக் கண்டுபிடிக்கவும்.

தீக்குச்சி வடிவமைப்பு முறை

கீழ்காணும் படத்தை பார்க்கவும். தீக்குச்சிகளைப் பயன்படுத்தியுள்ள அமைப்பு முறையாகும். என்ன அமைப்பு முறை என்று உங்களால் அடையாளம் காண இயலுமா?



படிநிலை 1 இல் ஒரு முக்கோணம், படிநிலை 2 இல் இரண்டு முக்கோணங்கள், படிநிலை 3 இல் 3 முக்கோணங்கள் மற்றும் பல.

படிநிலை 5 இல் எத்தனை தீக்குச்சிகள் இருக்குமென உங்களால் கூற இயலுமா? அது 11 ஆகும். நீங்கள் இதை வரைந்து காணலாம்.

? படிநிலை 33, படிநிலை 84 மற்றும் படிநிலை 10 களிலிருக்கும் தீக்குச்சிகள் எத்தனை? ஆம். வரைந்து எண்ணலாம். ஆனால் இங்குள்ள அமைப்பு முறையை பயன்படுத்தி விடையை காணும் விரிவான முறை உள்ளதா?

அடுத்த படியிலுள்ள தீக்குச்சிகளின் எண்ணிக்கையை கண்டுபிடிக்கும் பொதுவான விதி என்ன?ஒவ்வொரு படிநிலையிலும் 2 தீக்குச்சிகள் வைக்கப்பட்டு அடுத்ததை உருவாக்குவதை நாம் காணலாம். அதாவது ஒவ்வொரு முறையும் அதிகரித்த தீக்குச்சிகளின் எண்ணிக்கை 2 ஆகும்.

படிநிலை எண்	1	2	3	4	5	6
தீக்குச்சிக்களின் எண்ணிக்கை	3	5	7	9	11	13

இதை பயன்படுத்தி படி நிலை 33 லிலுள்ள தீக்குச்சிகளின் எண்ணிக்கையை கண்டுபிடிக்கும் ஒரு முறையை சிந்திக்கவும் (எண்களைத் தொடர்ந்து எழுதாமல்)

ஒவ்வொரு முறையும் 2 தீக்குச்சிகளைச் சேர்ப்பதால், எத்தனை 2கள் படிநிலை 33 இல் சேர்க்க வேண்டும் என்பதை கண்டுபிடிக்க உதவும்.

கீழ்காணும் அட்டவணையை பார்த்து கண்டுபிடிக்க முயற்ச்சிக்கவும்.

படிநிலை எண்	1	2	3	4	5	6
தீக்குச்சிக்களின் எண்ணிக்கை	3	5	7	9	11	13
		3+2	3+2+2			

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

படிநிலை 33 இல் 33 முக்கோணங்களை உருவாக்கத் தேவைப்படும் தீக்குச்சி களின் எண்ணிக்கை ________

அதேப்போன்று படிநிலை 84 மற்றும் படிநிலை 108ற்கு தேவைப்படும் தீக்குச்சிகளின் எண்ணிக்கையை கண்டுபிடிக்கவும்.

எந்தவொரு படிநிலையிலும் தீக்குச்சிகளின் எண்ணிக்கையை கண்டுபிடிக்கும் விதி / சூத்திரத்தை விவரிக்கும் ஒரு கோவை எதுவாக இருக்க முடியும்?

படிநிலை 10 இல் ஒன்பது 2கள் மற்றும் ஒரு கூடுதல் $3(3 + 2 \times 9)$ தீக்குச்சி களின் எண்ணிக்கையைத் தரும் வகையில் இந்த அமைப்பு உள்ளது படிநிலை 11 இல் பத்து 2கள் மற்றும் ஒரு கூடுதல் $3\ (3 + 2 \times 10)$ தீக்குச்சிகளின் எண்ணிக்கையை கொடுக்கும் படிநிலை Y க்கான சமன்பாடு என்ன?

இது Y ஐ விட ஒன்று குறைவு (அதாவது $Y - 1$) மற்றும் a3 எனவே கோவை

$3 + 2 \times (y - 1)$ ஆகும்.

படிநிலை y யிலுள்ள தீக்குச்சிகளின் எண்ணிக்கையை இக்கோவை தருகிறது. இப்பொழுது நாம் எந்தவொரு படிநிலையிலும் தீக்குச்சிகளின் எண்ணிக்கையை விரைவாக கண்டுபிடிக்கலாம்.

முதல் படிநிலையிலும் 2 உள்ளதை நீங்கள் முன்னரே கவனித்திருக்கக்கூடும் $3 = 1 + 2$ இதை பயன்படுத்தி, நாம் பெறும் கோவை

$2y + 1$

? மேற்கண்ட கோவை ஒவ்வொரு படிநிலையிலும் சரியான தீக்குச்சிகளின் எண்ணிக்கையை தருகிறதா? இக்கோவைகள் சமமானவையா?

$3 + 2 \times (y - 1)$. இக்கோவையை எளிமையாக்குவதன் மூலம் நாம் இதனை பரசோதிக்கலாம்.

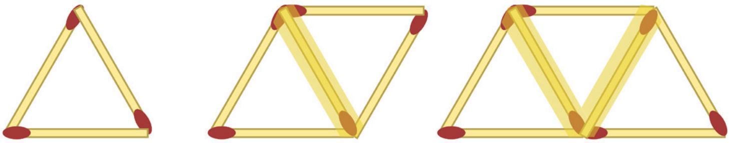
$$3 + 2 \times (y - 1) = 3 + 2y - 2$$

$$= 2y + 1.$$

இரண்டு கோவைகளும் சமமாகும்.

இந்த அமைப்பு முறையை எண்ணுவதற்கு அல்லது பார்ப்பதற்கு வேறுமுறை உள்ளது. மீண்டும் ஒரு படத்தை எடுத்து பார்ப்போம்.

©KTBS NOT TO BE REPUBLISHED



தீக்குச்சிகள் இரண்டு திசையமைப்பில் வைக்கப்பட்டுள்ளன. (அ) மேல் மற்றும் கீழே கிடைமட்டமாக வைக்கப்பட்ட தீக்குச்சிகள் மற்றும் (ஆ) நடுவில் குறுக்காக (மூலைவிட்டத்தில்) வைக்கப்பட்டுள்ளவை. எடுத்துக்காட்டாக, படிநிலை 2 இல் 2 தீக்குச்சிகள் கிடைமட்டமாகவும் 3 தீக்குச்சிகள் மூலைவிட்டத்தில் (குறுக்காக) வைக்கப்பட்டுள்ளன.

? படிநிலை 3 மற்றும் படிநிலை 4 விலுள்ள இந்த எண்கள் என்ன?

? படிநிலை அதிகரிக்கும்போது ஒவ்வொரு திசையமைப்பிலும் தீக்குச்சிகளின் எண்ணிக்கை எவ்வாறு மாறுகின்றன? ஒவ்வொரு திசையமைப்பிலும் படிநிலையிலுள்ள தீக்குச்சிகளின் எண்ணிக்கைக்கான ஒரு கோவையை எழுதவும். இரண்டு கோவைகளையும் கூட்டினால் $2y + 1$ என வருமா?

? இதனை கண்டுபிடிக்கவும்

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

பொருத்தமான கோவைகளைக் கண்டுபிடிக்க கேட்கும் கணக்கீடுகளுக்கு முதலில் விவரிக்கப்பட்ட சூழ்நிலையில் வெவ்வேறு அளவுகளுக்கு இடையிலான தொடர்பைப் புரிந்துகொள்ள முயற்சிக்கவும். தேவைப்பட்டால், தெரியாதவற்றுக்கு சில மதிப்புகளை கருதி தொடர்பைக் கண்டறிய முயற்சி செய்யவும்.

1. ஒரு தட்டு சோள ரொட்டியின் விலை ₹ 30 மற்றும் ஒரு தட்டு புலாவ் ₹ 20. ஒரு நாளில் x தட்டுகள் சோளரொட்டி மற்றும் y தட்டு புலாவும் வாங்கினால் மொத்தத்தொகையை ரூபாய்களில் விவரிக்கும் கோவை.

   (a) $30x + 20y$ (b) $(30 + 20) \times (x + y)$

   (c) $20x + 30y$ (d) $(30 + 20) \times x + y$

   (e) $30x - 20y$

2. புஷ்பிதா சுதந்திர நாளன்று இரண்டு வகையான மலர்களை விற்பனை செய்கிறாள். அவை சம்பங்கி மற்றும சாமந்தி "p' வாடிக்கையாளர்கள் சம்பங்கி மலர்களை மட்டும் வாங்கினர். 'q' வாடிக்கையாளர்கள் சாமந்தி மலர்களை மட்டும் வாங்கினர் 'r' வாடிக்கையாளர்கள் இரண்டையும் வாங்கினர். அதேநாளில் அவள் ஒரு மிகச்சிறிய தேசியக் கொடியை ஒவ்வொரு வாடிக்கையாளருக்கும் அளித்தாள். அந்த நாளில் அவள் கொடுத்த கொடிகள் எத்தனை?

(a) $p + q + r$ (b) $p + q + 2r$

(c) $2 \times (p + q + r)$ (d) $p + q + r + 2$

(e) $p + q + r + 1$ (f) $2 \times (p + q)$

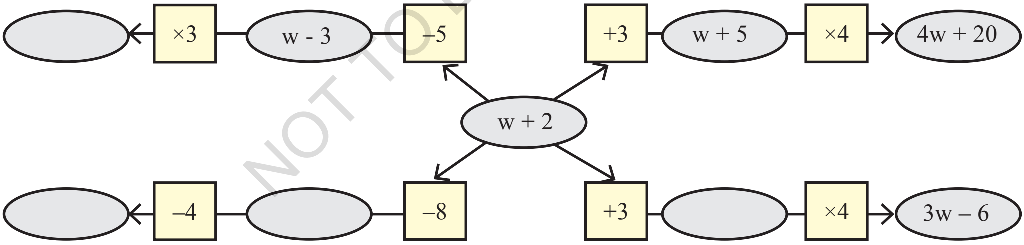
3. ஒரு நத்தை ஒரு ஆழமான கிணற்றின் சுவரில் ஏறுவதற்கு முயற்சி செய்தது. பகல் நேரத்தில் அது 'u' செ.மீ. ஏறியது மற்றும் இரவில் 'd' செ.மீ. மெதுவாக கீழே நழுவியது. இது 10 பகல்கள் மற்றும் 10 இரவுகள் நடந்தது.

(அ) நத்தை தொடக்க நிலையிலிருந்து எவ்வளவு தொலைவிலுள்ளது என விவரிக்கும் ஒரு கோவையை எழுதவும்.

(ஆ) $d > u$ என இருந்தால், நத்தையின் நகர்வைப் பற்றி நாம் என்ன கூறலாம்?

4. இராதா ஒரு மிதிவண்டி பந்தயத்திற்காக தயாராகி வருகிறார். நாள்தோறும் பயிற்சி செய்கிறார். முதல் வாரத்தில் நாள்தோறும் 5 கி.மீ மிதிவண்டி ஓட்டுகிறாள். ஒவ்வொரு வாரத்திலும் தினசரி 'z' கி.மீ தொலைவை அதிகரிக்கிறாள். 3 வாரங்களுக்கு பிறகு இராதா எத்தனை கிலோமீட்டர்கள் மிதிவண்டி ஓட்டியிருப்பாள்?

5. பின்வரும் படத்தில், ஒரு பாதையில் W + 2 என்ற கோவை எவ்வாறு 4W + 20 ஆகிறது என்பதைக் கவனியுங்கள், மீதமுள்ள பாதைகளில் விடுபட்ட இடங்களை நிரப்பவும். நீள்வட்டங்கள் கோவைகளையும், பெட்டிகள் செயல்முறைகளையும் கொண்டிருக்கின்றன.



6. யாஹாபூரிலிருந்து வாஹாபூருக்கு செல்லும் ஒரு உள்ளூர் இரயில் வழியில் சமமான தொலைவில் மூன்று நிலையங்களில் நிற்கிறது. ஒரு நிலையத்திலிருந்து மற்றொரு நிலையத்திற்கு பயணிக்க எடுக்கும் நேரம் நிமிடங்களில் ஒன்றுதான். இது 't' ஆல் குறிக்கப்படுகிறது. இரயில் மூன்று நிலையங்கள் ஒவ்வொன்றிலும் 2 நிமிடங்கள் நிற்கிறது.

(அ) $t = 4$ எனில், யாஹாபூரிலிருந்து வாஹாபூருக்கு பயணிக்க எடுக்கும் நேரம் என்ன?

(ஆ) யாஹாபூரிலிருந்து வாஹாபூருக்கு பயணிக்க எடுக்கும் நேரத்திற்கான இயற்கணிதக் கோவை என்ன?

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

(குறிப்பு: சூழலை கற்பனைக் காட்சிப்படுத்த ஒரு வரைபடம் வரையவும்)

7. பின்வரும் கோவைகளை எளிமையாக்கவும்.

(a) $3a + 9b - 6 + 8a - 4b - 7a + 16$

(b) $3(3a - 3b) - 8a - 4b - 16$

(c) $2(2x - 3) + 8x + 12$

(d) $8x - (2x - 3) + 12$

(e) $8h - (5 + 7h) + 9$

(f) $23 + 4(6m - 3n) - 8n - 3m - 18$

8. கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள கோவைகளை கூட்டவும்.

(a) $4d - 7c + 9$ மற்றும் $8c - 11 + 9d$

(b) $-6f + 19 - 8s$ மற்றும் $-23 + 13f + 12s$

(c) $8d - 14c + 9$ மற்றும் $16c - (11 + 9d)$

(d) $6f - 20 + 8s$ மற்றும் $23 - 13f - 12s$

(e) $13m - 12n$ மற்றும் $12n - 13m$

(f) $-26m + 24n$ மற்றும் $26m - 24n$

NOT TO BE REPUBLISHED @KTBS

9. கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள கோவைகளை கழிக்கவும்.

(a) $9a - 6b + 14$ இலிருந்து $6a + 9b - 18$

(b) $-15x + 13 - 9y$ இலிருந்து $7y - 10 + 3x$

(c) $17g + 9 - 7h$ இலிருந்து $11 - 10g + 3h$

(d) $9a - 6b + 14$ இலிருந்து $6a - (9b + 18)$

(e) $10x + 2 + 10y$ இலிருந்து $-3y + 8 - 3x$

(f) $8g + 4h - 10$ இலிருந்து $7h - 8g + 20$

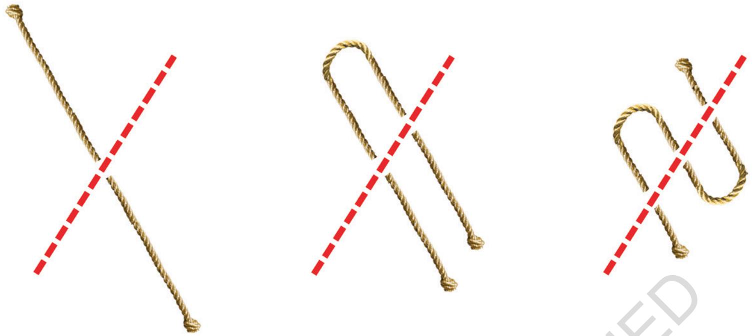
10. பின்வரும் இயற்கணித கோவைகளுக்கு தொடர்புடைய சூழல்களை விவரிக்கவும்

(a) $8x + 3y$

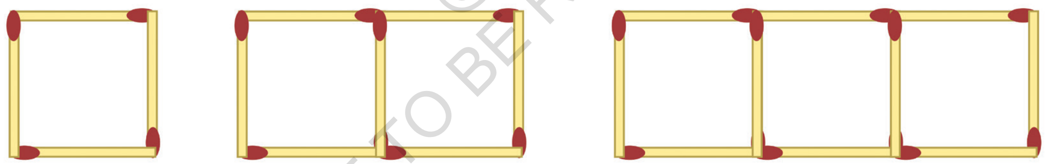
(b) $15x - 2x$

11. ஒரு நேரான கயிற்றை கற்பனை செய்யவும். படத்தில் காண்பித்துள்ள படி இது ஒரு முறை வெட்டினால் நாம் 2 துண்டுகளைப் பெறுகிறோம். கீழே காண்பித்துள்ளவாறு, கயிறு ஒரு முறை மடிக்கப்பட்டு பிறகு வெட்டினால் நாம்

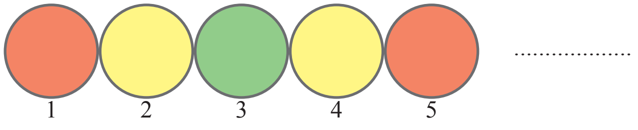
3 துண்டுகளை பெறுவோம். கயிறு 10 முறைகள் மடிக்கப்பட்டு வெட்டினால் பெறும் துண்டுகளின் எண்ணிக்கையை கண்டுபிடிப்பதுடன் அமைப்பு முறையைக் கவனிக்கவும் கயிறு r முறைகள் மடிக்கப்பட்டு வெட்டப்படும் பொழுது பெறும் துண்டுகளின் எண்ணிக்கைகான கோவை என்ன?



12. கீழ்காணும் தீக்குச்சி அமைப்பு முறையை காணவும். அமைப்பு முறையைக் கவனித்து அதை அடையாளம் காணவும். அத்தகைய 10 சதுரங்களை உருவாக்கத் தேவையான தீக்குச்சிகள் எத்தனை? W சதுரங்களை உருவாக்க எத்தனை தீக்குச்சிகள் தேவை?



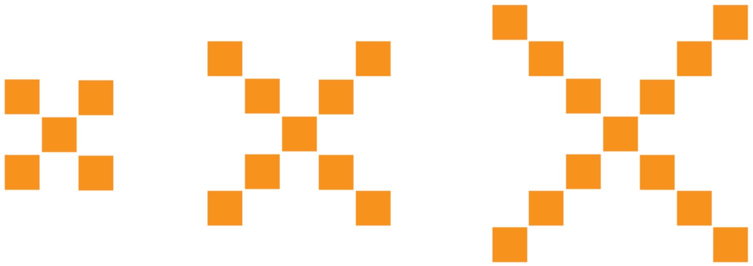
13. போக்குவரத்து குறியீட்டில் நிறங்கள் எவ்வாறு மாறுகின்றன என்பதை நீங்கள் கவனித்துள்ளீர்களா? நிறமாற்றங்களுக்கான தொடர் வரிசை கீழே காண்பிக்கபட்டுள்ளது.



90, 190 மற்றும் 343 நிலைகளிலுள்ள நிறத்தை கண்டுபிடிக்கவும். ஒவ்வொரு நிறந்திற்கான நிலைகளை விவரிக்கும் கோவைகளை எழுதவும்.

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

14. கீழ்காணும் அமைப்பு முறையைக் கவனிக்கவும். படி 4, படி 10, படி 50 களிலுள்ள சதுரங்கள் எத்தனை? ஒரு பொதுவான சூத்திரத்தை எழுதவும். அனைத்து சதுரங்களின் முனைகளின் எண்ணிக்கையை நாம் எண்ண விரும்பினால் சூத்திரம் எவ்வாறு மாறும்?



15. இந்த முடிவற்ற 4 - நெடுவரிசை கட்டத்தில் ஒரு குறிப்பிட்ட தொடர் வரிசையில் எண்கள் எழுதப்பட்டுள்ளன.

(அ) கொடுக்கப்பட்ட நெடுவரிசையில் உள்ள அனைத்து எண்களை உருவாக்க கோவைகளைத் தரவும்.

(ஆ) எந்த கிடைவரிசை மற்றும் நெடுவரிசையில் பின்வரும் எண்கள் தோன்றும்.

(i) 124

(ii) 147

(iii) 201

(இ) கிடைவரிசை 'r' மற்றும் நெடுவரிசை 'c' யில் தோன்றும் எண்கள் யாவை?

(ஈ) 3 இன் மடங்குகளின் நிலைகளைக் கூர்ந்து கவனிக்கவும்.

கணிதப் பேச்சு

இதில் ஏதேனும் அமைப்பு முறையை நீங்கள் காண்கிறீர்களா? நீங்கள் கண்ட பிற அமைப்பு முறைகளைப் பட்டியலிடவும்.

©KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

பாடச்சுருக்கம்

- நவீன அமைப்புகள், அளவுகளுக்கிடையிலான கணிதத்தொடர்புகள் மற்றும் கணிப்புகளை உருவாக்க சூத்திரங்களில் இயற்கணிதக் கோவைகள் பயன்படுத்தப்படுகின்ற.
- இயற்கணிதக்கோவைகள் எண்களை மட்டுமல்லாது எழுத்து - எண்களையும் பயன்படுத்துகின்றன. எண்கணிதக் கோவைகளை கையாளுவதற்கான விதிகள் இயற்கணிதக் கோவைகளுக்கும் பொருந்தும். இயற்கணிதக் கோவைகளை அவற்றின் மிக எளிய வடிவமாகக் குறைப்பதற்கு இவ்விதிமுறைகளை பயன்படுத்த முடியும்.
- இயற்கணிதக் கோவைகளை இயல்பான மொழியில் விவரிக்க முடியும். மற்றும் நேர்மாறாக இயற்கணிதக் கோவைகளை பயன்படுத்தி எளிதாக எழுதக்கூடிய அமைப்புகள் மற்றும் தொடர்புகள் பெரும்பாலும் சாதாரண மொழியில் நீண்டதாகவும், சிக்கலானதாகவும் இருக்கும். இது இயற்கணிதக் கோவைகளின் நன்மைகளில் ஒன்றாகும்.

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

5

இணை மற்றும் குறுக்கு வெட்டு கோடுகள்

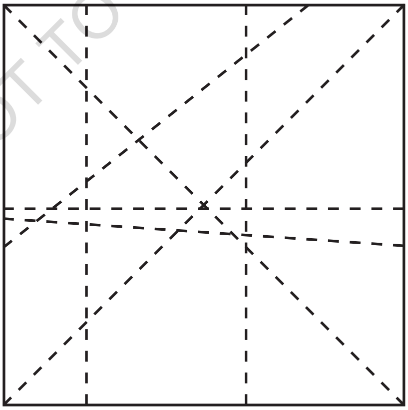
(Parallel And Intersecting Lines)

Q7T1M4

©KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

5.1 கோட்டிற்கு அப்பாற்பட்டவை:

ஒரு சதுர காகிதத்தை எடுத்து வெவ்வேறு வழிகளில் மடிக்கவும். இப்போது மடிப்புகளால் உருவாக்கப்பட்ட மடிப்புக் கோடுகளில் ஒரு பென்சில் மற்றும் ஒரு அளவுக்கோலை பயன்படுத்தி கோடுகளை வரையவும் காகிதத்தில் வெவ்வேறு கோடுகளை நீங்கள் கவனிப்பீர்கள் ஏதேனும் ஒரு ஜோடி கோடுகளை எடுத்து அவற்றுக்கிடையேயான உறவை கவனியுங்கள். அவை சந்திக்கின்றனவா? அவை காகிதத்திற்குள் சந்திக்கவில்லை என்றால், காகிதத்திற்கு வெளியே நீட்டினால் அவை சந்திக்கும் என்று நினைக்கிறீர்களா?



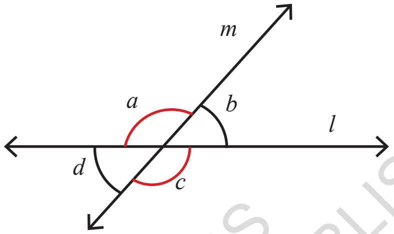
படம் 5.1

இந்த அத்தியாயத்தில் ஒரு சமதள மேற்பரப்பில் கோடுகளுக்கு இடையிலான தொடர்புகளைள ஆராயப்போகிறோம். மேஜையின் மேல் பகுதி, உங்களுடைய காகிதத்துண்டு,கரும்பலகை, மற்றும் அறிவிப்பு பலகை, கைபேசி அனைத்தும் சமதள மேற்-பரப்புகளுக்கான உதாரணங்கள் ஆகும்.

இப்போது ஒரு ஜோடி கோடுகள் ஒன்றை ஒன்று சந்திப்பதை பார்க்கலாம் அவை ஒரு புள்ளியில் சந்திப்பதை கவனியுங்கள். ஒரு சமதள மேற்பரப்பில் இரண்டு கோடுகள் ஒரு புள்ளியில் சந்திக்கும் போது, அவை வெட்டும் கோடுகள் என்று கூறுவோம். இரண்டு கோடுகள் சந்திக்கும் போது என்ன நடக்கிறது என்பதை பார்ப்போம்.

அவை எத்தனை கோணங்களை உருவாக்கும்?

படம் 5.2ல், கோடு l மற்றும் கோடு m வெட்டுகின்ற இடத்தில் நான்கு கோணங்கள் உருவாகின்றன என்பதை நாம் பார்க்கலாம்.



படம் 5.2

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

இரண்டு நேர்கோடுகள் ஒன்றை ஒன்று, ஒன்றுக்கு மேற்பட்ட புள்ளிகளில் சந்திக்கமுடியுமா?

செயல் 1:

ஒரு சாதாரண வெற்று தாளில் இரண்டு கோடுகளை வரையவும். அவை ஒன்றையொன்று சந்திக்குமாறு வரையவும். பின்னர் உருவாகும் நான்கு கோணங்களையும் கோணமானியை கொண்டு அளவு எடுக்கவும். இவ்வாறு நான்கு வெட்டும் கோடுகளின் ஜோடிகளை வரைந்து, சந்திப்பு புள்ளிகளில் உருவாகும் கோணங்களை அளவிடவும்.

இந்த கோணங்களில் நீங்கள் எத்தகைய அமைப்பை காண்கிறீர்கள்?

படம் 5.2-ல், $\angle a = 120°$ எனில், வரையாமலும், அளவிடாமலும் $\angle b$, $\angle c$, மற்றும் $\angle d$ ன் மதிப்புகளை கண்டறிய முடியுமா?

நாம் அறிந்தது என்னவென்றால், $\angle a$ மற்றும் $\angle b$ சேர்ந்து $180°$ அளவாகும். ஏனெனில் அவை சேர்ந்து நேர் கோணத்தை உருவாக்குகின்றன. ஆகவே, $\angle a = 120°$ எனில் $\angle b = 60°$.

அதேப்போல், $\angle b$ மற்றும் $\angle c$ சேர்ந்து $180°$ அளவாகும். அதாவது $\angle b = 60°$ எனில் $\angle c = 120°$ ஆக இருக்கும். மற்றும் $\angle c$ மற்றும் $\angle d$ சேர்ந்து $180°$ அளவாகும். ஆகவே, $\angle c = 120°$ இருந்தால் $\angle d = 60°$ ஆக இருக்கும்

ஆகவே, படம் 5.2-ல் ∠a மற்றும் ∠c = 120°, மற்றும் ∠b மற்றும் ∠d = 60° ஆகும்.

இரண்டு கோடுகள் ஒன்றையொன்று வெட்டி, a, b, c மற்றும் d என பெயரிடப்பட்ட நான்கு கோணங்களை உருவாக்கும்போது, படம் 5.2.இல் உள்ளபடி ∠a மற்றும் ∠c சமம், மேலும் ∠b மற்றும் ∠d சமம்!

அனைத்து ஜோடி வெட்டும் கோடுகளுக்கும் இது உண்மையானதா?

∠a இன் வெவ்வேறு அளவீடுகளுக்கு இதை சரிபார்க்கவும். இந்த அளவீடுகளை பயன்படுத்தி, ∠a இன் எந்த அளவீட்டிற்கும் இந்த பண்பு உண்மையா என்பதை நீங்கள் நியாயப்படுத்த முடியுமா?

படம் 5.2 க்கான நமது பகுத்தறிவை, ∠a இன் மதிப்புகளை அனுமானிக்காமல் பொதுமைபடுத்தலாம்.

நேர் கோணங்கள் 180° அளவைக் கொண்டிருப்பதால், நமக்கு ∠a + ∠b = ∠a + ∠d = 180° இருக்க வேண்டும். எனவே, ∠b மற்றும் ∠d எப்போதும் சமமாக இருக்கும். அதேப்போல், ∠b + ∠a = ∠b + ∠c = 180° எனவே ∠a மற்றும் ∠c சமமாக இருக்க வேண்டும்

∠a மற்றும் ∠b போன்ற அடுத்துள்ள கோணங்கள், ஒன்றையொன்று வெட்டும் இரண்டு கோடுகளால் உருவாகின்றன. அவை நேரியல் ஜோடிகள் என்று அழைக்கப்படுகின்றன. நேரியல் ஜோடிகள் எப்போதும் 180° வரை கூடும்.

∠b மற்றும் ∠d போன்ற எதிர் கோணங்கள், ஒன்றையொன்று வெட்டும் இரண்டு கோணங்களால் உருவாகின்றன. அவை செங்குத்தான எதிர்முகக் கோணங்கள் என்று அழைக்கப்படுகின்றன. செங்குத்தான எதிர்முகக் கோணங்கள் எப்போதும் சமமாக இருக்கும்.

மேற்கண்ட காரணத்திலிருந்து இரண்டு கோடுகள் வெட்டும் போதெல்லாம், செங்குத்தாக எதிர் கோணங்கள் சமமாக இருக்கும் என்று நாம் முடிவு செய்கிறோம். அத்தகைய நியாயப்படுத்துதல் கணிதத்தில் நிரூபணம் என்று அழைக்கப்படுகிறது.

NOT TO BE REPUBLISHED @KTBS

இவற்றை கண்டறியவும்

படம் 5.3 இல் நீங்கள் கவனிக்கும் அனைத்து நேரியல் ஜோடிகள் மற்றும் செங்குத்து எதிர் கோணங்களை பட்டியலிடுங்கள்.

நேரியல் ஜோடிகள்	∠a மற்றும் ∠b.....
செங்குத்து எதிர் கோணங்கள்	∠b மற்றும் ∠d.....

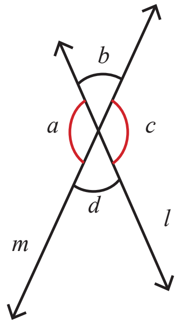


Fig. 5.3

அளவீடுகள் மற்றும் வடிவியல்

நீங்கள் நேரியல் ஜோடிகளை அளவிடும்போது சில நேரங்களில் அவற்றின் கூட்டுத்தொகை 180° ஆகாமல் போகலாம் என்பதை நீங்கள் கவனித்திருக்கலாம் அல்லது செங்குத்து எதிர் கோணங்களை அளவிடும் போது சில நேரங்களில் அவை சமமற்றதாக இருக்கலாம். இதற்கான காரணங்கள் என்ன? இதற்கு வெவ்வேறு காரணங்கள் இருக்கலாம்.

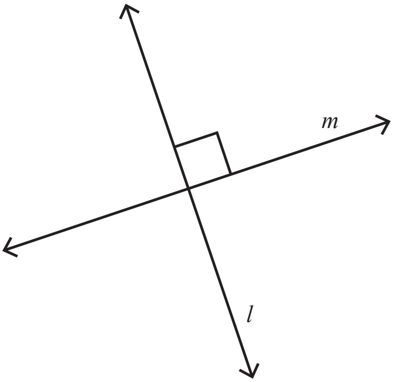
★ அளவிடும் கருவிகளை முறையற்ற முறையில் பயன்படுத்துவதால் ஏற்படும் அளவீட்டுப் பிழைகள் - இந்த சூழலில் ஒரு கோணமாணி.

★ வரையப்பட்ட கோடுகளின் தடிமன் மாறுபாடு. வடிவியலில் ''சிறந்த'' கோட்டிற்கு எவ்வித தடிமனும் இல்லை! ஆனால் தடிமன் இல்லாமல் கோடுகளை நம்மால் வரைய முடியாது.

வடிவியலில் நாம் ''கோடுகள்'' மற்றும் நம்மை சுற்றி நாம் காணும் பிற வடிவங்களின் சிறந்த பதிப்புகளை உருவாக்கி, அவற்றுக்கிடையேயான உறவுகளை பகுப்பாய்வு செய்கிறோம். எடுத்துக்காட்டாக, ஒரு நேர்கோட்டால் உருவாகும் கோணம் 180° என்பதை நாம் அறிவோம். எனவே, மற்றொரு கோடு இந்தக் கோணத்தை இரண்டு பகுதிகளாக பிரித்தால், இரண்டு பகுதிகளும் கூட்டினால் 180° ஆக வேண்டும். அளவிடுவது மூலம் அல்லாமல், பகுத்தறிவு மூலம் இதை நாம் அடைகிறோம். நாம் அளவடும் போது, மேலே குறிப்பிடப்பட்ட காரணங்களுக்காக அது சரியாக இருக்காது. இருப்பினும் அளவீடுகள் நம் கணித்ததற்கு மிக அருகில் வருகின்றன. இதன் காரணமாக வடிவியல், இயற்பியல், கலை, பொறியியல், மற்றும் கட்டிடக்கலை போன்ற பல்வேறு துறைகளில் பெரிதும் பயன்படுகிறது.

5.2 செங்குத்து கோடுகள்

? நான்கு கோணங்களும் சமமாக இருக்கும் வகையில் வெட்டும் கோடுகளை வரைய முடியுமா? ஒவ்வொரு கோணத்தின் அளவு என்னவாக இருக்கும்?



படம் 5.4

NOT TO BE REPUBLISHED ©KTBS

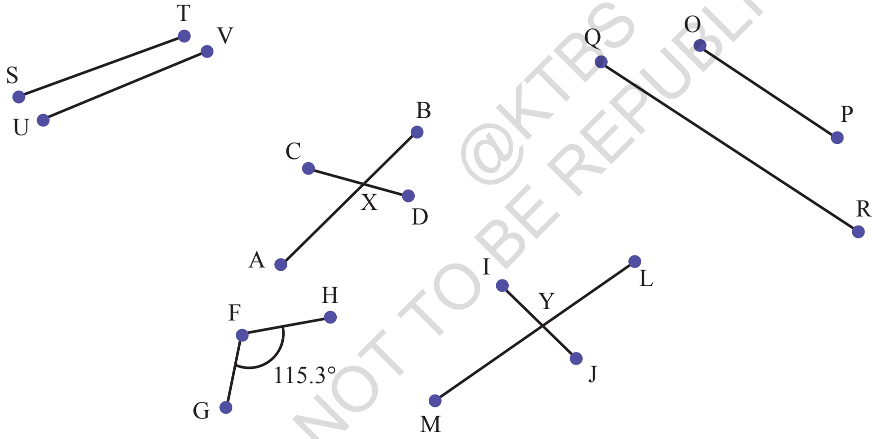
இரண்டு கோடுகள் வெட்டிக் கொண்டு நான்கு கோணங்களும் சமமாக இருந்தால், ஒவ்வொரு கோணமும் ஒரு செங்கோணமாக (90°) இருக்கும்.

செங்குத்து கோடுகள் என்பது செங்கோணங்களில் (90°) ஒன்றையொன்று வெட்டும் ஒரு ஜோடி கோடுகள் ஆகும். படம் 5.4 இல் l மற்றும் m கோடுகள் ஒன்றுக் கொன்று செங்குத்தாக உள்ளன என்று நாம் கூறலாம்.

5.3 கோடுகளுக்கு இடையே

படம் 5.5 ஐ கவனித்து ஒவ்வொரு நிகழ்விலும் கோட்டுப்பகுதிகள் ஒன்றையொன்று சந்திக்கும் அல்லது கடக்கும் விதத்தை, பொருத்தமான கணித சொற்கள் (ஒரு புள்ளி, ஒரு முனை புள்ளி, நடுப்புள்ளி, சந்திக்கும், வெட்டும்) மற்றும் ஒவ்வொரு கோணத்தின் டிகிரி அளவையும் பயன்படுத்தி விவரிக்கவும்.

உதாரணமாக, FG மற்றும் FH ஆகிய கோட்டுப்பிரிவுகள் 115.3° கோணத்தில் F முனையில் சந்திக்கின்றன.



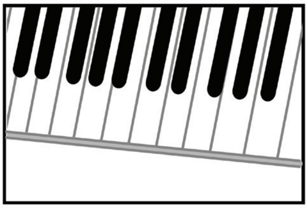
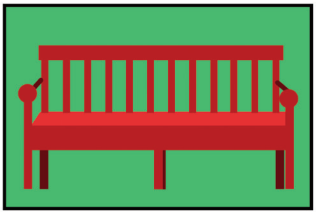
படம் 5.5

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

கோட்டு துண்டுகள் ST மற்றும் UV நீட்டிக்கப்பட்டால் அவை சந்திக்க வாய்ப்புள்ளதா?

கோட்டு துண்டுகள் OP மற்றும் QR நீட்டிக்கப்பட்டால் அவை சந்திக்க வாய்ப்புள்ளதா?

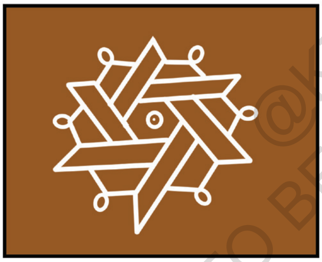
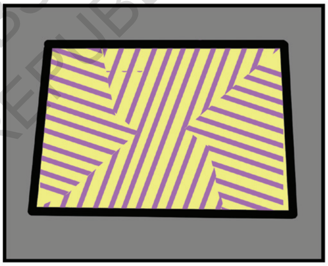
இங்கு நம்மை சுற்றி நாம் கவனிக்கும் சிலக் கோடுகளின் உதாரணங்கள் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.

மேலே கொடுக்கப்பட்டுள்ள படங்களில் உள்ள கோடுகளில் பொதுவானது என்ன? அவை ஒன்றையொன்று வெட்ட வாய்ப்பில்லை. அத்தகைய கோடுகள் இணை கோடுகள் என அழைக்கப்படுகின்றன.

இணை கோடுகள் என்பது ஒரேத் தளத்தில் அமைந்துள்ள ஒரு ஜோடி கோடுகள். மேலும் நாம் அவற்றை இருமுனைகளிலும் எவ்வளவு தூரம் நீட்டித்தாலும் சந்திக்காது.

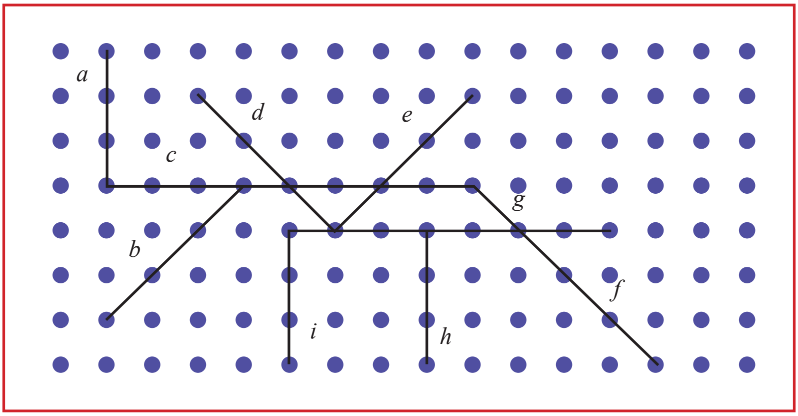
உங்கள் வகுப்பறையில் நீங்கள் காணக்ககூடிய சில இணைக் கோடுகளை பெயரிடுக.

இணைக் கோடுகள் பெரும்பாலும் கலைப்படைப்பு மற்றும் கீற்றிடுதல் (shading) போன்றவற்றில் பயன்படுத்தபடுகின்றன.

NOT TO BE REPUBLISHED @KTBS

? கீழே உள்ள படம் 5.6.இல், எந்த ஜோடி கோடுகள் இணையாக தெரிகின்றன?



படம் 5.6

ஆசிரியருக்கான குறிப்பு: கோடுகள் ஒரேத் தளத்தில் அமைந்திருப்பது முக்கியம். மேஜையில் வரையப்பட்ட ஒரு கோடும், பலகையில் வரையப்பட்ட ஒரு கோடும் ஒரு போதும் சந்திக்காமல் போகலாம். ஆனால் அது அவற்றை இணையாக மாற்றாது.

5.4 காகித மடிப்பில் இணை மற்றும் செங்குத்து கோடுகள்

செயல்பாடு 2 : ஒரு சாதாரண சதுரத் தாளை எடுத்துக்கொள்ளுங்கள். (இந்தச் செயலுக்கு ஒரு செய்தித்தாளை பயன்படுத்தவும்.)

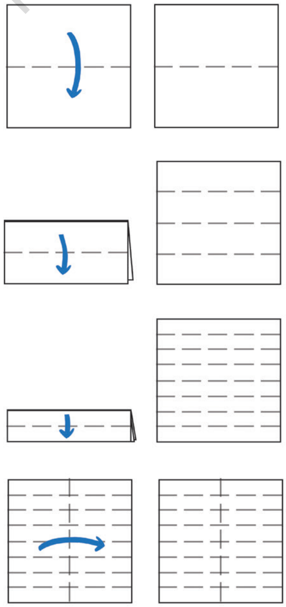
★ தாளின் எதிர் விளிம்புகளை நீங்கள் எவ்வாறு விவரிப்பீர்கள்? அவை ஒன்றுக்கொன்று ________________ உள்ளன.

★ தாளின் அருகிலுள்ள விளிம்புகளை நீங்கள் எவ்வாறு விவரிப்பீர்கள்? அருகிலுள்ள விளிம்புகள் ஒன்றுக்கொன்று ________________ உள்ளன. அவை ஒரு புள்ளியில் சந்திக்கின்றன. அவை ஒன்றுக்கொன்று செங்கோணங்களை உருவாக்குகின்றன.

★ தாளை கிடைமட்டமாக பாதியாக மடியுங்கள். ஒரு புதிய கோடு உருவாகிறது. (படம் 5.7 பார்க்கவும்.)

★ இப்போது எத்தனை இணை கோடுகளை பார்க்கிறீர்கள்? புதியக் கோட்டு துண்டு செங்குத்து பக்கங்களுடன் எவ்வாறு தொடர்புடையது?

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED



படம் 5.7

★ மடித்த தாளில் மேலும் ஒரு கிடைமட்ட மடிப்பை உருவாக்குங்கள் இப்போது எத்தனை இணைக் கோடுகள் உங்களால் பார்க்க முடிகின்றது?

★ மீண்டும் ஒரு முறை செய்தால் என்ன நடக்கும்? எத்தனை இணைக்கோடுகள் உங்களுக்கு கிடைக்கும்? இதில் ஒரு அமைப்பு உள்ளதா? மேலும் ஒருமுறை மடித்து பார்த்து,அந்த அமைப்பை சரிபாருங்கள்.

★ சதுரத் தாளில் ஒரு செங்குத்து மடிப்பு செய்யுங்கள். இந்தப் புதிய செங்குத்து கோடு ____________ முந்தைய கிடைமட்ட கோடுகளுக்கு சமம்.

★ தாளை ஒரு மூலைவிட்டமாக மடியுங்கள். மூலைவிட்டக் கோட்டிற்கு இணையாக ஒரு கோட்டை உருவாக்கும் மடிப்பைக் கண்டுபிடிக்க முடியுமா?

நீங்கள் முயற்சிக்க வேண்டிய மற்றொரு செயல்பாடு இங்கே உள்ளது

★ ஒரு சதுரத் தாளை எடுத்து, அதை நடுவில் மடித்து திறக்கவும்.

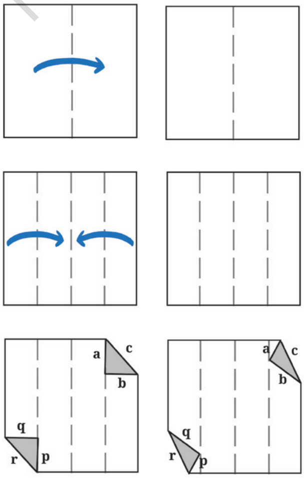
★ தாளின் விளிம்புகளை நடுவிலுள்ள மடிப்பு கோட்டிற்கு நோக்கி மடித்து மீண்டும் திறக்கவும்

★ மேல் வலது மற்றும் கீழ் இடது மூலைகளை மடித்த கோட்டில் மடித்து முக்கோணங்களை உருவாக்கவும். படம் 5.8 பார்க்கவும்.

★ முக்கோணங்கள் மடிப்புக் கோடுகளைக் கடக்கக்கூடாது.

★ a, b. மற்றும் c ஆகியவை முறையே p, q மற்றும் rக்கு இணையாக உள்ளதா? ஏன் ? அல்லது ஏன் இல்லை?

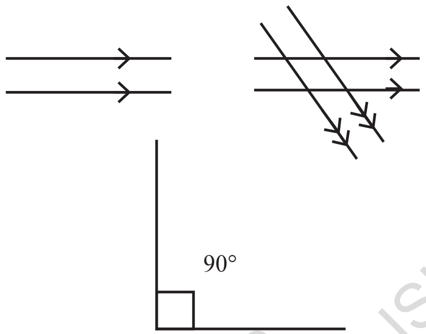
@TTBS NOT TO BE REPUBLISHED



படம் 5.8

குறியீடுகள் :

கணிதத்தில், ஒரு கோடுகளின் தொகுப்பு இணையாக இருப்பதைக் காட்ட நாம் ஒரு அம்புக்குறியை (>) பயன்படுத்துகிறோம். ஒன்றுக்கு மேற்பட்ட இணை கோடுகள் இருந்தால் (படம் 5.9 இல் உள்ளதைப் போல), இரண்டாவது தொகுப்பு இரண்டு அம்பு குறிகள் மற்றும் பலவற்றுடன் காட்டப்படும். செங்குத்து கோடுகள் அவற்றுக்கிடையே ஒரு சதுர கோணத்துடன் குறிக்கப்படுகின்றன.



படம் 5.9

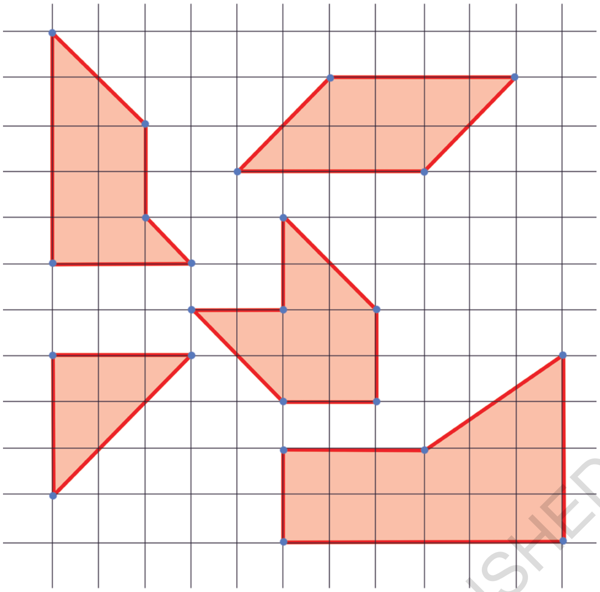
NOT TO BE REPUBLISHED @KTBS

இவற்றை கண்டறியுங்கள்

1. படம் 5.10 இல் புள்ளித்தாளில் கொடுக்கப்பட்டுள்ள கோடுகளுக்கு செங்குத்தாக சில கோடுகளை வரையவும்.
2. படம் 5.11 இல், மேலே கொடுக்கப்பட்டுள்ள குறியீட்டைப் பயன்படுத்தி (ஒற்றை அம்பு, இரட்டை அம்பு போன்றவை) இணையான கோடுகளைக் குறிக்கவும் செங்குத்து கோடுகளுக்கு இணையான கோணத்தை ஒரு சதுர சின்னத்தால் குறிக்கவும்

   (அ) செங்குத்து கோடுகளை நீங்கள் எவ்வாறு கண்டறிந்தீர்கள்?

   (ஆ) இணையான கோடுகளை நீங்கள் எவ்வாறு கண்டறிந்தீர்கள்?

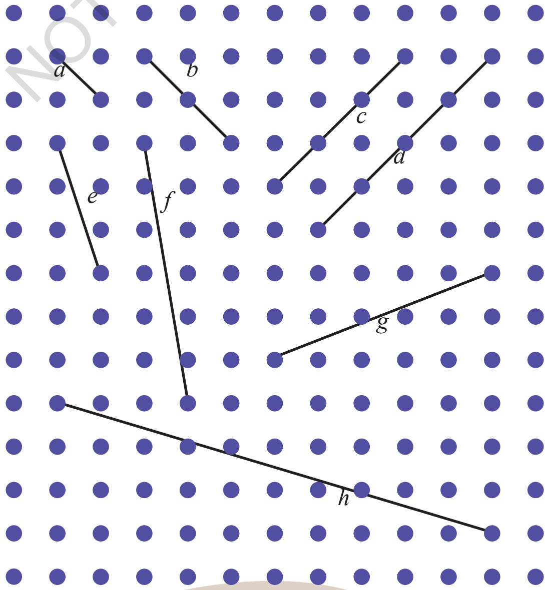


படம் 5.10

NOT TO BE REPUBLISHED @KTBS

3. பின்வரும் புள்ளித்தாளில், வெவ்வேறு இணை கோடுகளின் தொகுப்புகளை வரையவும். கோட்டு துண்டுகள் வெவ்வேறு நீளங்களைக் கொண்டிருக்கலாம், ஆனால் முனைப்புள்ளிகளாகப் (end point) புள்ளிகள் இருக்க வேண்டும்

4. இணை கோடுகள் எப்படி இருக்கும் என்பதை பற்றிய உங்கள் உணர்வை பயன்படுத்தி, இந்தப் புள்ளித்தாளில் கோட்டு துண்டுக்கு இணையாக கோடுகளை வரைய முயற்சிக்கவும்.



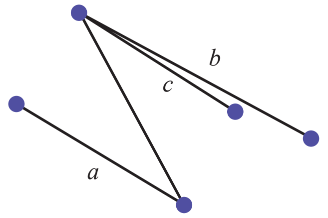
படம் 5.12

(அ) இவற்றில் சிலவற்றை வரைவது உங்களுக்கு சவாலாக இருந்ததா?

(ஆ) எவை?

(இ) நீங்கள் அதை எப்படி செய்தீர்கள்?

5. படம் 5.13 இல், எந்தக் கோடு, கோடு a கோடு b அல்லது கோடு c க்கு இணையாக உள்ளது? இதை நீங்கள் எவ்வாறு தீர்மானித்தீர்கள்?



படம் 5.13

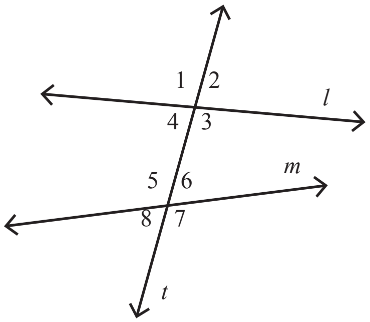
ஆசிரியருக்கான குறிப்பு: செங்குத்து மற்றும் கிடைமட்ட கோடுகளையும், 45° சாய்வாக உள்ள கோடுகளையும் (செவ்வக புள்ளித்தாள்களில்) வரைவது எளிது, ஆனால் வேறுபட்ட நோக்கு நிலையை கொண்ட ஒன்றிற்கு இணையாக ஒரு கோட்டை வரைவது சற்று கடினம். இதற்கு மாணவர்கள் தங்கள் உள்ளுணர்வை பயன்படுத்தட்டும்.

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

முந்தைய பயிற்சிகளிலிருந்து, இரண்டு கோடுகள் இணையாக உள்ளதா என்பதை உறுதிபடுத்துவது சில நேரங்களில் கடினமாக இருப்பதை கவனித்தோம். இதைத் தீர்மானிக்க நாம் குறுக்கு வெட்டுகளின் கருத்தை பயன்படுத்துகிறோம்.

5.5 குறுக்கு வெட்டிகள்

இரண்டு கோடுகள் வெவ்வேறு வழிகளில் வெட்டப்படும்போது என்ன நடக்கிறது என்பதைப் பார்த்தோம். ஒரு கோடு இரண்டு வெவ்வேறு கோடுகளை வெட்டும் போது என்ன நடக்கிறது என்பதை ஆராய்வோம்.



படம் 5.14

படம் 5.14 இல்,கோடு t, கோடுகள் l மற்றும் m கோடுகள வெட்டுகிறது t ஒரு குறுக்கு வெட்டு என்று அழைக்கப்படுகிறது. ஒரு கோடு ஒரு ஜோடி கோடுகளை கடக்கும்போது 8 கோணங்கள் உருவாகின்றன என்பதை கவனியுங்கள்.

8 கோணங்களுக்கும் வெவ்வேறு அளவீடுகள் இருக்க முடியுமா? ஏன்? ஏன் இல்லை?

ஐந்து வெவ்வேறு கோணங்கள் - 6,5,4,3 மற்றும் 2 பற்றி என்ன நினைக்கிறீர்கள்?

படம் 5.14 இல், L_1 மற்றும் L_3 ஆகியவை செங்குத்து எதிர் கோணங்கள் என்பதால், அவை சமம் ஆக இருக்கும். செங்குத்து எதிர் கோணங்களில் வேறு ஜோடிகள் உள்ளனவா? மொத்தம் நான்கு ஜோடி செங்குத்தாக எதிர் கோணங்கள் இருப்பதையும், ஒவ்வொரு ஜோடியிலும், கோணங்கள் ஒன்றுக்கொன்று சமமாக இருப்பதையும் நாம் காணலாம். இவ்வாறு ஒரு குறுக்குவெட்டு இரண்டு கோடுகளை வெட்டும்போது, அது அதிகபட்சமாக நான்கு தனித்துவமான கோண அளவீடுகளுடன் எட்டு கோணங்களை உருவாக்குகிறது.

5.6 தொடர்புடைய கோணங்கள்

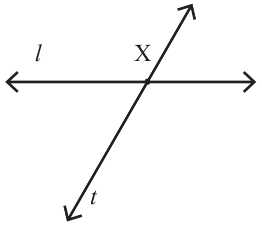
படம் 5.14 இல், குறுக்குவெட்டு 't' இரண்டு கோணத் தொகுப்புகளை உருவாக்குகிறது என்பதை கண்டோம் ஒன்று l கோடு மற்றொன்று m கோடு. முதல் தொகுப்பில் அவற்றின் நிலையைப் பொறுத்து இரண்டாவது தொகுப்பில் உள்ள கோணங்களுடன் தொடர்புடைய கோணங்கள் உள்ளன. $\angle 1$ மற்றும் $\angle 5$ ஆகியவை தொடர்புடைய கோணங்கள் என்று அழைக்கப்படுகின்றன. இதேப்போல், $\angle 2$ மற்றும் $\angle 6$, $\angle 3$ மற்றும் $\angle 7$, $\angle 4$ மற்றும் $\angle 8$ ஆகியவை குறுக்குவெட்டு t, கோடுகள் l மற்றும் mஐ வெட்டும்போது உருவாகும் தொடர்புடைய கோணங்கள்.

©KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

செயல்பாடு 3

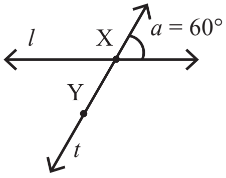
இரண்டு தனித்தனி கோணங்கள் உருவாக்கும் வகையில் ஒரு ஜோடி கோடுகள் மற்றும் ஒரு குறுக்குவெட்டு வரையவும்.

நிலை 1: ஒரு கோடு l ஐயும், அதை × புள்ளியில் வெட்டும் ஒரு குறுக்குவெட்டு t ஐயும் வரையவும்.



படம் 5.15

நிலை 2: l மற்றும் t கோடுகளால் உருவாக்கப்பட்ட ∠a ஐ அளவிடவும் (அது 60° என வைத்துக்கொள்வோம்)

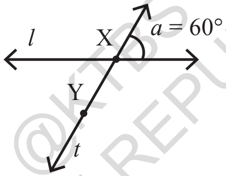


படம் 5.12

இப்போது எத்தனை தனித்துவமான கோணங்கள் உருவாகியுள்ளன?

ஒரு கோணம் 60° என்றால் நேரியல் ஜோடியின் மற்ற கோணம் 120° ஆக இருக்க வேண்டும். எனவே, குறுக்குவெட்டு t ஐ வெட்டும் மற்றொரு கோட்டை வரையும் போது, 60° மற்றும் 120° ஆகிய இரண்டு கோணங்களை மட்டுமே உருவாக்க விரும்புகிறோம்.

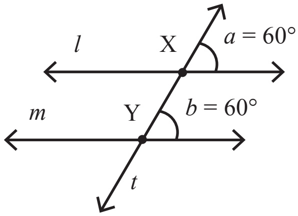
நிலை 3: கோடு 't' இல் ஒரு புள்ளி 'Y' ஐ குறிக்கவும்



படம் 5.17

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

நிலை 4: புள்ளி 'Y' வழியாக 60 °கோணத்தை கோட்டு 't' உருவாக்கும்படி ஒரு கோடு 'm' ஐ வரையவும். இதற்காக ஒரு டிரேசிங்பேப்பரை பயன்படுத்தி ∠a ஐ நகலெடுக்கலாம் அல்லது கோணங்களை அளவிட ஒரு கோணமாணியை பயன்படுத்தி இதைச் செய்யலாம்.



படம் 5.18

l மற்றும் m.கோடுகளை பற்றி நீங்கள் என்ன கவனிக்கிறீர்கள்? அவை ஒன்றுகொன்று இணையாக தெரிகின்றனவா? ஆம், அவை ஒன்றுகொன்று இணையாக இருப்பது போல் தெரிகிறது.

கோணங்கள் ∠a மற்றும் ∠b ஆகியவை l மற்றும் m கோடுகளில் குறுக்கு வெட்டு t ஆல் உருவாக்கப்பட்ட தொடர்புடைய கோணங்கள். இந்த தொடர்புடைய கோணங்கள் ஒன்றுக்கொன்று சமமாக உள்ளன.

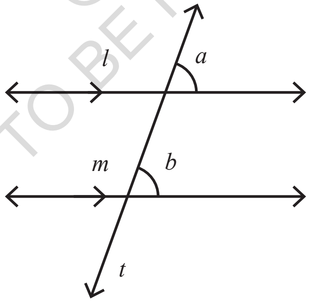
இதிலிருந்து நாம் கவனிப்பது.

ஒரு ஜோடி கோடுகளில் ஒரு குறுக்குவெட்டால் உருவாகும் தொடர்புடைய கோணங்கள் ஒன்றுக்கொன்று சமமாக இருக்கும் போது, அந்த ஜோடி கோடுகள் ஒன்றுக்கொன்று இணையாக இருக்கும்.

இரண்டு இணையான கோடுகளை வெட்டும் ஒரு குறுக்குவெட்டு நம்மிடம் இருப்பதாக வைத்துக்கொள்வோம், தொடர்புடைய கோணங்களைப் பற்றி நீங்கள் என்ன சொல்லமுடியும்?

செயல்பாடு 4:

படம் 5.19 இல் l மற்றும் m என்ற இணைக்கோடுகள் உள்ளன. (படத்தில் அவை இணையாக இருப்பதை குறிக்க பயன்படுத்தப்படும் குறியீடு என்ன?) கோடு 't' என்பது இந்த இரண்டு கோடுகளின் குறுக்குவெட்டு ஆகும். ∠a மற்றும் ∠b ஆகியவை தொடர்புடைய கோணங்கள். ஒரு டிரேசிங் தாளை எடுத்து அதன்மீது ∠a ஐ வரையவும். இப்போது இந்த டிரேசிங் தாளை ∠b மீது வைத்து கோணங்கள் சரியாக சீரமைக்கப்பட்டுள்ளதா என்று பாருங்கள். கோணங்கள் பொருந்துவதை நீங்கள் கவனிப்பீர்கள் ஒரு கோணமாணியை பயன்படுத்தி படத்தில் உள்ள மற்ற தொடர்புடைய கோணங்களை சரிபார்க்கவும் தொடர்புடைய அனைத்து கோணங்களும் ஒன்றுக்கொன்று சமமாக உள்ளதா?



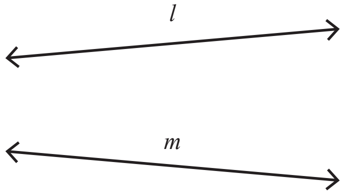
படம் 5.19

ஒரு ஜோடி இணையான கோடுகளை வெட்டும் ஒரு குறுக்குவெட்டால் உருவாகும் தொடர்புடைய கோணங்கள் எப்போதும் ஒன்றுக்கொன்று சமமாக இருக்கும்.

செயல்பாடு 5 :

படம் 5.20 இல் l மற்றும் m கோடுகளுக்கு ஒரு குறுக்குவெட்டு 't'ஐ வரையவும், இதனால் ஒரு ஜோடி தொடர்புடைய கோணங்கள் சமமாக இருக்கும். நீங்கள் கோணங்களை ஒரு கோணமானியை கொண்டு அளவிடலாம்.

© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED



படம் 5.20

தொடர்புடைய கோணங்கள் சமமாக இருக்கும் வகையில் ஒரு குறுக்குவெட்டு வரைவது உங்களுக்கு கடினமாக இருக்கிறதா?

ஒரு ஜோடி கோடுகள் ஒன்றுக் கொன்று இணையாக இல்லாதபோது, ஒரு குறுக்குவெட்டால் உருவாகும் தொடர்புடைய கோணங்கள் ஒருபோதும் ஒன்றுக்கொன்று சமமாக இருக்க முடியாது.

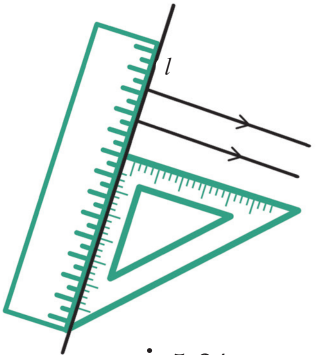
5.7 இணை கோடுகளை வரைதல்

NOT TO BE REPUBLISHED @KTBS

ஒரு அளவுகோல் மற்றும் ஒரு மூலைமட்டத்தை பயண்படுத்தி ஒரு ஜோடி இணையான கோடுகளை வரைய முடியுமா? படம் 5.21 நீங்கள் இதை எப்படி செய்யலாம் என்பதைக் காட்டுகிறது.

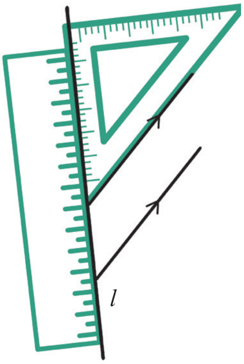
ஒரு அளவுகோலை பயன்படுத்தி கோடு lஐ வரையவும் உங்கள் மூலைமட்டத்தை சறுக்குவதன் மூலம் l என்ற கோடுக்கு செங்குத்தான இரண்டு கோடுகளை உருவாக்கலாம்.

இந்த இரண்டு கோடுகளும் ஒன்றுக்கொன்று இணையாக உள்ளதா? கோடுகள் ஒன்றுக்கொன்று இணையாக இருப்பதை எவ்வாறு உறுதி செய்வது? இந்த கோடுகள் மற்றும் கோடு lக்கு இடையில் என்ன கோணங்கள் உருவானது?



படம் 5.21

நாம் ஒரு மூலைமட்டத்தை பயன்படுத்தியதால், கோணங்கள் 90° அளவைக் கொண்டுள்ளன. கோடுகளின் நிலை வேறுபட்டாலும், அவை l உடன் ஒரே கோணத்தை உருவாக்குகின்றன. கோடு l இரண்டு புதிய கோடுகளுக்கு குறுக்குவெட்டியாக காணப்பட்டால், தொடர்புடைய கோணங்கள் 90° அளவை கொண்டிருக்கும்.



படம் 5.22

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

இவை தொடர்புடைய கோணங்கள் என்றும் அவை சமம் என்றும் நமக்கு தெரியும், கோடுகள் இணையாக இருப்பதை நாம் உறுதியாக நம்பலாம்.

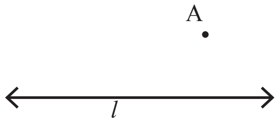
படம் 5.22 இல் காட்டப்பட்டுள்ளப்படி, மூலை மட்டத்தின் நீண்ட பக்கத்தை பயன்படுத்தி மேலும் இரண்டு இணையான கோடுகளை வரையவும்.

இந்த இரண்டு கோடுகளும் இணையாக இருப்பதை எப்படி அறிவீர்கள்? தொடர்புடைய கோணங்கள் சமமாக உள்ளதா என்று உங்களால் சரிபார்க்க முடியுமா?

ஆசிரியருக்கான குறிப்பு: மாணவர்கள் தொடர்புடைய கோணங்களின் சமத்துவத்தை தடமறிதல் (tracing) முறையைப் பயன்படுத்தியும், கோணங்களை அளவிடுவதற்கு கோணமாணியை பயன்படுத்தியும் சரி பார்க்க ஊக்குவிக்கப்பட வேண்டும். தொடர்புடைய கோணங்களுக்கும் இணையான கோடுகளுக்கும் இடையிலான உறவை உருவாக்க பயன்ப்படுத்தப்படும் மொழியில் கவனம் செலுத்துங்கள். கோடுகளின் ஜோடி ஒன்றுக்கொன்று இணையாக இருப்பதற்கு தொடர்புடைய கோணங்களின் சமத்துவம் அவசியமானது மற்றும் போதுமானது.

இவற்றை கண்டறியவும்

புள்ளி 'A' வழியாக செல்லும் lக்கு இணையான ஒரு கோட்டை வரையமுடியுமா? உங்கள் வடிவியல் பெட்டியில் உள்ளக் கருவிகளைக் கொண்டு அதை எப்படி செய்வீர்கள்? உங்கள் முறையை விவரிக்கவும்.



படம் 5.23

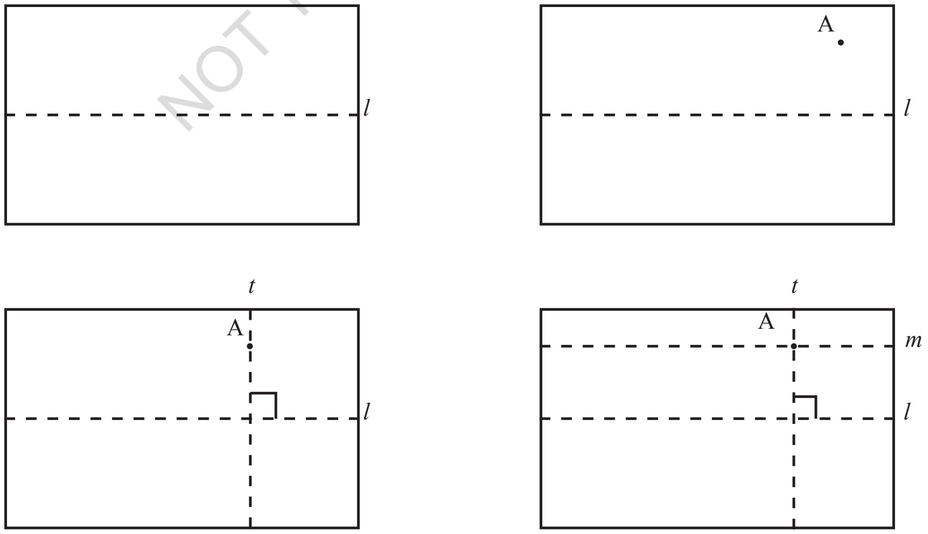
காகித மடிப்பு மூலம் இணைகோடுகளை உருவாக்குதல்.

காகித மடிப்பு முறையிலும் நாம் இதை செய்ய முயற்சிப்போம். l என்ற கோடுக்கு (மடிப்பாக கொடுக்கப்பட்டுள்ளது) புள்ளி 'A' வழயாக செல்லும் வகையில் l க்கு இணையான ஒரு கோட்டை எவ்வாறு உருவாக்குவது?

l க்கு செங்குத்தாக ஒரு கோட்டை பெற ஒரு காகிதத்தை எப்படி மடிப்பது என்று நமக்கு தெரியும். இப்போது l க்கு செங்குத்தாக ஒரு கோட்டை 'A' புள்ளி வழியாக செல்லும் வகையில் மடிக்க முயற்சிக்கவும். இந்த புதிய மடிப்பை 't' என்று அழைப்போம்.

இப்போது, A வழியாக செல்லும் ஒரு கோட்டை t க்கு செங்குத்தாக மீண்டும் மடியுங்கள். இந்த கோட்டை 'm' என்று அழைப்போம். l மற்றும் m கோடுகள் ஒன்றுக்கொன்று இணையாக உள்ளன.

NOT TO BE REPUBLISHED @KTBS

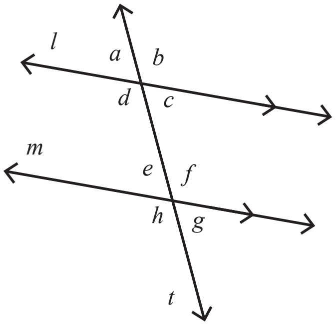


படம் 5.24

? கோடுகள் l மற்றும் m ஏன் ஒன்றுக்கொன்று இணையாக உள்ளன?

5.8 மாற்று கோணங்கள்

படம் 5.25இல், ∠d என்பது ∠f இன் மாற்று கோணம் என்றும் ∠C என்பது ∠e இன் மாற்று கோணம் என்றும் அழைக்கப்படுகிறது.



படம் 5.25

NOT TO BE REPUBLISHED @KTBS

கொடுக்கப்பட்ட கோணத்தின் மாற்றுக்கோணத்தை, ∠f என்று வைத்துக்கொள்வோம். முதலில் ∠f இன் தொடர்புடைய கோணத்தை கண்டு பிடிப்பதன் மூலம், அதாவது ∠b ஐ கண்டுப்பிடித்து பின்னர் ∠b இன் செங்குத்தாக எதிர் கோணத்தைக் கண்டுப்பிடிப்பதன் மூலம், அதாவது ∠d ஐ கண்டறியலாம்.

செயல்பாடு 6 :

படம் 5.25 இல், $\angle f = 120^\circ$ எனில், அதன் மாற்றுக்கோணம் ∠d ன் அளவு என்ன?

∠b என்பது செங்குத்தாக எதிர் கோணங்கள் என்பதால் நமக்கு தெரிந்தால் ∠d-ன் அளவை கண்டறியலாம். நினைவில் கொள்ளுங்கள், செங்குத்தாக எதிர் கோணங்கள் சமமாக இருக்கும்.

∠b இன் அளவு என்ன? இது ∠f இன் தொடர்புடைய கோணம் என்பதால் இது 120° ஆகும்.

எனவே ∠d என்பது 120° ஆகும்.

உண்மையில், ∠f இன் அளவை பொருட்படுத்தாமல் $\angle f = \angle b$ என்பது ஏன்? ஏனெனில் ∠b என்பது ∠f இன் தொடர்புடைய கோணம்.

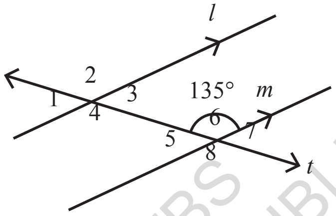
இதேப்போல், ∠b இன் அளவை பொருட்படுத்தாமல் $\angle b = \angle d$ ஏன்? ஏனெனில் ∠d என்பது ∠b இன் செங்குத்தாக எதிர் கோணம். எனவே, எப்போதும் அப்படித்தான் இருக்கும்.

$\angle f = \angle d$

எந்த அளவீடுகளும் இல்லாமல் தொடர்புடைய கோணங்களை பற்றிய நமது புரிதலை பயன்படுத்தி, மாற்று கோணங்கள் எப்போதும் ஒன்றுக்கொன்று சமமாக இருக்கும்.

ஒரு ஜோடி இணையான கோடுகளை வெட்டும் குறுக்குவெட்டால் உருவாகும் மாற்று கோணங்கள் எப்போதும் ஒன்றுக்கொன்று சமமாக இருக்கும்.

எடுத்துக்காட்டு 1: படம் 5.26 இல், இணையான கோடுகள் l மற்றும் m ஆகியவை குறுக்குவெட்டு t ஆல் வெட்டப்படுகின்றன. $\angle 6 = 135°$ என்றால் மற்ற கோணங்களின் அளவுகள் என்ன?



படம் 5.26

தீர்வு: $\angle 6$ என்பது 135° ஆகும், எனவே $\angle 2$ என்பது 135° ஆகும், ஏனெனில் இது $\angle 6$ இன் தொடர்புடைய கோணம் மற்றும் கோடுகள் l மற்றும் m இணையாக உள்ளன.

$\angle 8$ என்பது 135° ஆகும், ஏனெனில் இது $\angle 6$ ன் செங்குத்தாக எதிர் கோணம் ஆகும். $\angle 4$ என்பது 135° ஆகும், ஏனெனில் இது $\angle 8$ இன் தொடர்புடைய கோணமாகும்.

$\angle 2$ என்பது 135° ஆகும், ஏனெனில் இது $\angle 4$ இன் செங்குத்தாக எதிர் கோணம் எனவே, $\angle 2, \angle 4, \angle 6$ மற்றும் $\angle 8$ அனைத்தும் 135° ஆகும்.

$\angle 5$ மற்றும் $\angle 6$ ஆகியவை ஒரு நேரியல் ஜோடி, அவை ஒன்றாக 180° அளவை கொண்டுள்ளன.

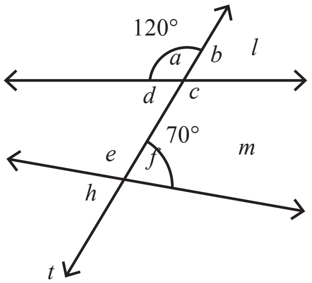
$\angle 6 = 135°$

$\angle 5 = 180° - 135° = 45°$

இதைப்போல, $\angle 1, \angle 3$ மற்றும் $\angle 7$ ஆகியவை 45° அளவைக் கொண்டுள்ளன என்பதை கண்டறியுங்கள்.

எடுத்துக்காட்டு 2: படம் 5.27 இல், கோடுகள் l மற்றும் m ஆகியவை குறுக்குவெட்டு 't' ஆல் வெட்டப்படுகின்றன. $\angle a = 120°$ ஆகவும் $\angle f = 70°$ ஆகவும் இருந்தால், கோடுகள் l மற்றும் m ஒன்றுக்கொன்று இணையாக உள்ளதா?

©KTBS NOT TO BE REPUBLISHED



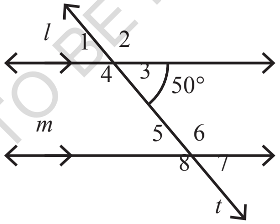
படம் 5.27

தீர்வு: ∠a என்பது 120°, எனவே ∠b என்பது 60° ஆகும். ஏனெனில் ∠a மற்றும் ∠b ஒரு நேரியல் ஜோடியை உருவாக்குகின்றன. ∠b என்பது ∠f இன் தொடர்புடைய கோணம். *l* மற்றும் m இணையாக இருந்தால், ∠b, ∠f க்கு சமமாக இருக்க வேண்டும், இருப்பினும் அவை சமமாக இருக்காது.

எனவே, 't' என்னும் குறுக்குவெட்டால் உருவாகும் தொடர்புடைய கோணங்கள் ஒன்றுக்கொன்று சமமாக இல்லாததால், *l* மற்றும் m கோடுகள் ஒன்றுக்கொன்று இணையாக இல்லை.

NOT TO BE REPUBLISHED @KTBS

எடுத்துக்காட் 3 : படம் 5.28 இல் இணையான கோடுகள் *l* மற்றும் m ஆகியவை குறுக்குவெட்டு 't' ஆல் வெட்டப்படுகின்றன. ∠3 என்பது 50° என்றால், ∠6 இன் அளவு என்ன?



படம் 5.28

தீர்வு: ∠3 என்பது 50°; எனவே, ∠2 என்பது 130° ஆகும். ஏனெனில் ∠2 மற்றும் ∠3 ஒரு நேரியல் ஜோடியை உருவாக்குகின்றன, மேலும் நேரியல் கோடுகள் எப்போதும் 180° வரை கூடும்.

∠2 மற்றும் ∠6 ஆகியவை தொடர்புடைய கோணங்கள், மேலும் *l* மற்றும் m கோடுகள் இணையாக இருப்பதால் அவை சமமாக இருக்க வேண்டும்

எனவே, ∠6 என்பது 130° ஆகும்.

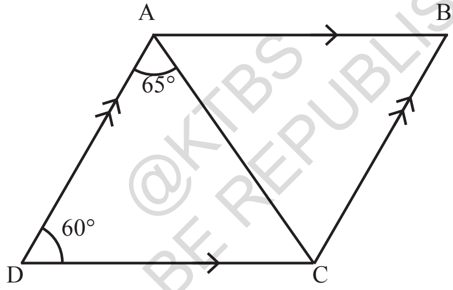
∠3 மற்றும் ∠6 கோணங்கள் உள் கோணங்கள் என்று அழைக்கப்படுகின்றன.

∠3க்கும் ∠6 க்கும் இடையே தொடர்பு உள்ளதா?

∠3க்கு வெவ்வேறு மதிப்புகளை எடுத்துக்கொண்டு உறவை கண்டுப்பிடிக்க முயற்சி செய்யலாம், ∠6 என்ன என்பதை பார்க்கலாம். ஒரு உறவை கண்டறிந்ததும், அதை நியாயம்படுத்த முயற்சிக்கவும் அல்லது இந்த உறவு எப்போதும் நிலைத்திருப்பதை நிரூபிக்கவும். குறுக்குவெட்டின் ஒரே பக்கத்தில் உள்ள உள்கோணங்களின் கூட்டுத்தொகை எப்போதும் 180° ஆக இருப்பதை காண்பீர்கள்.

எடுத்துக்காட்டு 4 : படம் 5.29இல், கோட்டுத் துண்டு AB, CDக்கு இணையாகவும், AD – BCக்கு இணையாகவும் உள்ளது. ∠DAC = 65° மற்றும் ∠ADC = 60° ஆகும். ∠CAB, ∠ABC மற்றும் ∠BCD கோணங்களின் அளவுகள் என்ன?

தீர்வு: AB மற்றும் CD ஆகிய இணை கோடுகளை கவனிப்போம். AD என்பது இந்த இரண்டு கோடுகளின் குறுக்குவெட்டு ஆகும்.



படம் 5.29

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

ஒரு ஜோடி இணைக் கோடுகளில் ஒரு குறுக்குவெட்டால் உருவாகும் உள் கோணங்களின் கூட்டுத்தொகை 180° ஆகும் என்பதை நாம் அறிவோம். எனவே,

∠ADC + ∠DAB = 180°

60° + ∠DAB = 180°.   எனவே ∠DAB = 120°.

இதிலிருந்து ∠CAB ஐ கண்டுப்பிடிக்க முடியுமா?

∠DAB = ∠DAC + ∠CAB.   எனவே 120° = 65° + ∠CAB.

எனவே, ∠CAB = 55°.

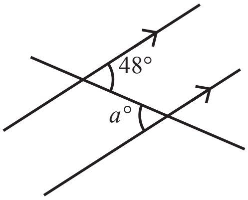
AD மற்றும் BC ஆகிய இணைக்கோட்டு துண்டுகளை கவனிப்போம். அவை ஒரு குறுக்குவெட்டு CDஆல் வெட்டப்படுகின்றன. எனவே, ∠ADC + ∠BCD = 180°. ஏனெனில் அவை குறுக்குவெட்டின் ஒரே பக்கத்தில் உள்ள உள்கோணங்கள் ∠ADC = 60° ஆக கொடுக்கப்பட்டுள்ளதால், ∠BCD = 120° .

இதேப்போல், நாம் ∠ABC = 60° ஐ காண்கிறோம்.

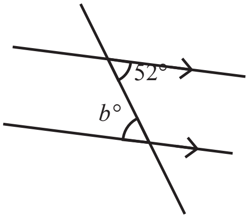
எனவே, படம் 5.29 இல், ∠CAB = 50°, ∠ABC = 60° மற்றும் ∠BCD = 120°

? இவற்றை கண்டறியுங்கள்

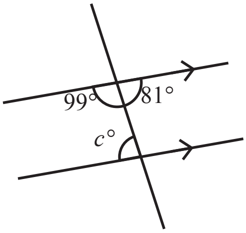
1. கீழே குறிக்கப்பட்ட கோணங்களைக் கண்டறியவும்.



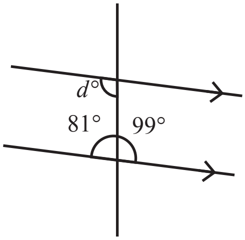
a= ☐



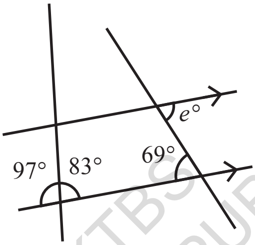
b= ☐



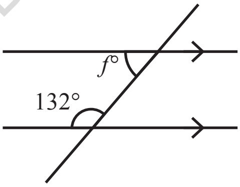
c= ☐



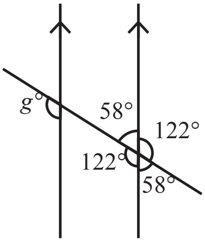
d= ☐



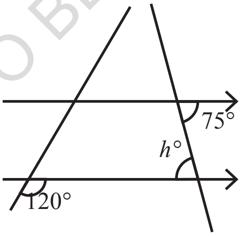
e= ☐



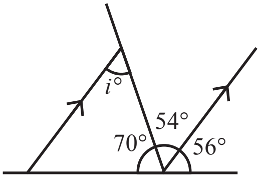
f= ☐



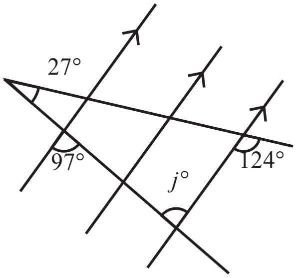
g= ☐



h= ☐



i= ☐

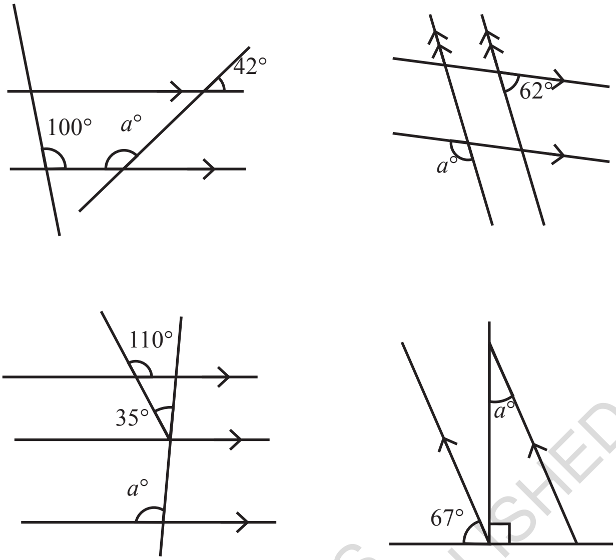


j= ☐

படம் 5.30

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

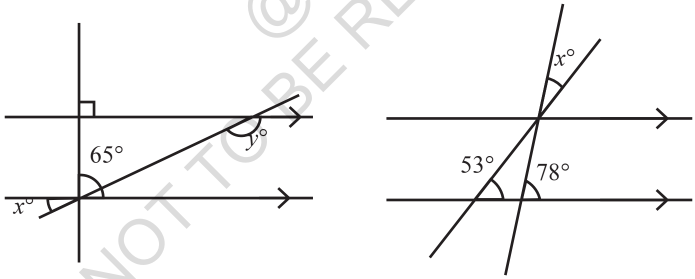
2. எழுத்து a -ஆல் குறிப்பிடப்பட்ட கோணத்தை கண்டறியவும்.



படம் 5.31

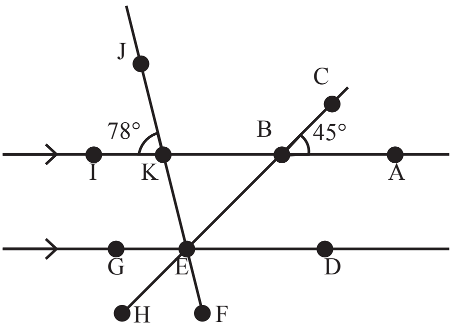
@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

3. கீழே உள்ள படங்களில், x மற்றும் y எந்த கோணங்களை குறிக்கின்றன?



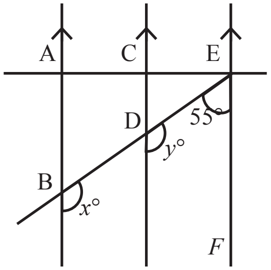
படம் 5.32

4. படம் 5.33 இல், $\angle ABC = 45°$ மற்றும் $\angle IKJ = 78°$, $\angle GEH$, $\angle HEF$, $\angle FED$ கோணங்களை கண்டறியவும்



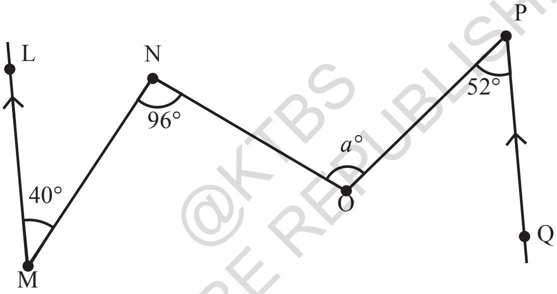
படம் 5.33

5. படம் 5.34 இல், AB - CDக்கு இணையாகவும், CD-EFக்கு இணையாகவும் உள்ளது. மேலும் EA-ABக்கு செங்குத்தாக உள்ளது. $\angle BEF = 55°$ எனில், x மற்றும் y இன் மதிப்புகளை கண்டறியவும்.



படம் 5.34

6. படம் 5:35 இல் கோணம் NOP இன் அளவு என்ன?



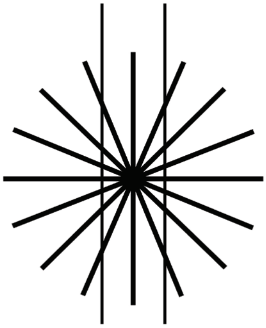
@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

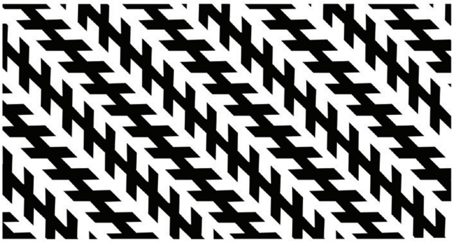
படம் 5.35

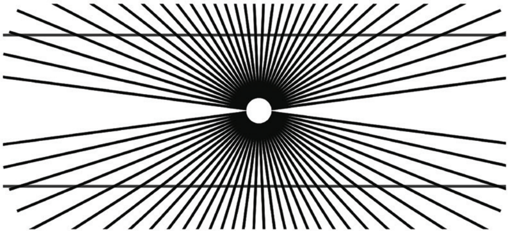
குறிப்பு: புள்ளிகள் N மற்றும் O வெழியாக LM மற்றும் PQ க்கு இணையான கோடுகளை வரையவும்.

5.9 இணையான மாயைகள்

இங்கே எந்த இணையான கோடுகளும் இருப்பதாக தெரியவில்லை. அல்லது இருக்கிறதா?







இந்த மாயைகானுக்கு என்ன காரணம்?

சுருக்கம்

★ இரண்டு கோடுகள் வெட்டும்போது, அவை நான்கு கோணங்களை உருவாக்குகின்றன. செங்குத்தாக எதிர் கோணங்கள் சமம் மற்றும் நேரியல் ஜோடிகள் கூடுதல் 180° ஆகும்.

★ இரண்டு கோடுகள் வெட்டிக்கொள்ளும் போது உருவாகும் கோணங்கள் 90° ஆக இருக்கும் போது (அதாவது நான்கு கோணங்களும் சமம்) அந்தக் கோடுகள் ஒன்றுக்கொன்று செங்குத்தாக இருக்கும் என்று கூறப்படுகிறது.

★ இரண்டு கோடுகள் ஒரு தளத்தில் ஒரு போதும் வெட்டாவிட்டால், அவை இணைகோடுகள் என்று அழைக்கப்படுகின்றன.

★ ஒரு கோடு 't' மற்றொரு ஜோடி கோடுகளை வெட்டும்போது, அது ஒரு குறுக்குவெட்டு என்று அழைக்கப்படுகிறது. மேலும் அது 4 கோணங்களைக் கொண்ட 2 தொகுப்புகளை உருவாக்குகிறது. முதல் தொகுப்பில் உள்ள 4 கோணங்களில் ஒவ்வொன்றும் இரண்டாவது தொகுப்பில் தொடர்புடைய கோணத்தைக் கொண்டுள்ளது.

★ ஒரு குறுக்குவெட்டு ஒரு ஜோடி இணையான கோடுகளை வெட்டும்போது, தொடர்புடைய கோணங்கள் சமமாக இருக்கும். ஒரு குறுக்குவெட்டு ஒரு ஜோடி கோடுகளை வெட்டும் போது மற்றும் தொடர்புடைய கோணங்கள் சமமாக இருக்கும் போது, அந்த ஜோடி கோடுகள் இணையாக இருக்கும்

★ ஒரு குறுக்குவெட்டு ஒரு ஜோடி இணையான கோடுகளை வெட்டும்போது, மாற்று கோணங்கள் சமமாக இருக்கும்.

★ ஒரு ஜோடி இணையான கோடுகளை வெட்டும் ஒரு குறுக்கு வெட்டால் உருவாக்கப்பட்ட அதே பக்கத்தில் உள்ள உள் கோணங்களின் கூட்டுத்தொகை எப்போதும் 180° ஆகும்.

NOT TO BE REPUBLISHED @KTBS

6

எண் விளையாட்டு

(Number Play)

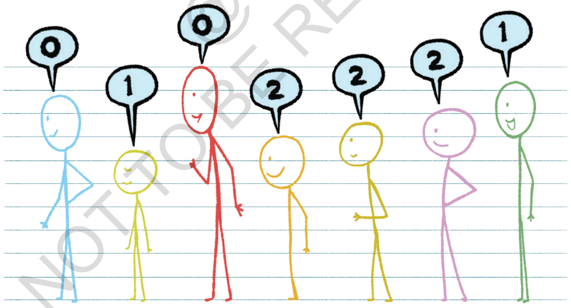
T6Y8T3

6.1 எண்கள் நமக்கு விஷயங்களை சொல்கின்றன.

கீழே உள்ள படத்திலுள்ள எண்கள் நமக்கு எதை சொல்கின்றன

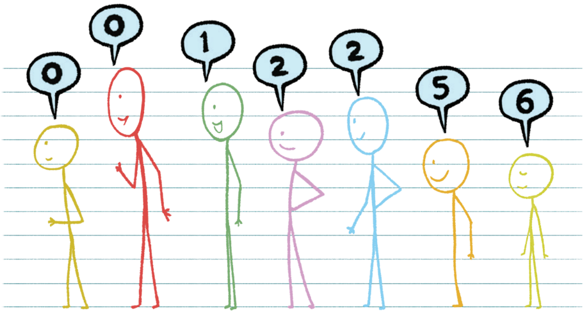
6 ஆம் வகுப்பு கணித பாடபுத்தகத்தில் இருந்த குழந்தைகளை நினைவிருக்கிறதா? இப்போது, அவர்கள் எண்களை வேறு விதியை பயன்படுத்தி அழைக்கிறார்கள்.

© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED



இந்த எண்களின் பொருள் என்ன என்று நீங்கள் நினைக்கிறீர்கள்?

குழந்தைகள் தங்களை மறுசீரமைத்து கொள்கின்றனர். ஒவ்வொருவரும் அந்த புதிய சீரமைப்பின் அடிப்படையில் ஒரு எண்ணை சொல்கின்றனர்.

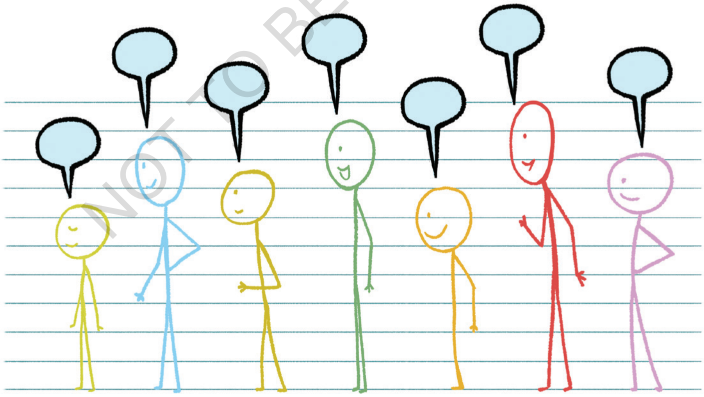


? இந்த எண்கள் எதை சுட்டிக்காட்டுகின்றன என்று உங்களால் கண்டுபிடிக்க முடியுமா? கவனித்து பார்த்து அறிய முயலுங்கள்.

விதி என்னவென்றால் - ஒவ்வொரு குழந்தையும் தங்களுக்கு முன்பாக நிற்கும் தங்களை விட உயரமான குழந்தைகளின் எண்ணிக்கையை சொல்வார்கள். இரண்டு சீரமைப்புகளிலும் அவர்கள் சொல்வது இந்த விதியின் அடிப்படையில் இருக்கிறதா என்று பாருங்கள்.

? கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள ஒழுங்கின்படி ஒவ்வொரு குழந்தையும் விதியின் அடிப்படையில் சொல்ல வேண்டிய எண்களை எழுதுங்கள்.

©KTBS NOT TO BE REPUBLISHED



? இவற்றை கண்டறியவும்

1. புத்தகத்தின் இறுதியில் கொடுக்கப்பட்டுள்ள குச்சி உருவங்களை (stick figure cutouts) ஒழுங்குபடுத்துங்கள் அல்லது பின்வரும் வரிசைக்கேற்ப உயர அமைப்பை வரையவும்.

(a) 0, 1, 1, 2, 4, 1,5

(b) 0, 0, 0, 0, 0, 0,0

(c) 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6

(d) 0,1,0,1,0,1,0

(e) 0, 1,1,1,1,1,1

(f) 0, 0, 0, 3, 3, 3, 3

2. கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள ஒவ்வொரு வாக்கியத்திற்கும், யோசித்து, அது எப்போதும் உண்மையா, சில நேரங்களில் மட்டுமே உண்மையா அல்லது ஒரு போதும் உண்மை அல்ல என்பதை தீர்மானியுங்கள். உங்கள் காரணத்தையும் பகிருங்கள்.

(a) ஒருவர் 'O' என்று சொன்னால், அவர் அந்த குழுவில் மிகவும் உயரமானவர்.

(b) ஒருவர் மிகவும் உயரமானவராக இருந்தால், அவர் சொல்லும் எண் 'O'.

(c) முதல் நபர் சொல்லும் எண் 'O'

(d) ஒருவர் வரிசையில் முதல் அல்லது கடைசி இடத்தில் இல்லையென்றால் (அதாவது, நடுவில் நிற்கிறார் என்றால்) அவர் 'O' என்று சொல்ல முடியாது.

(e) மிகப் பெரிய எண்ணை சொல்கிறவர், அந்த குழுவில் மிகவும் குள்ளமானவர்.

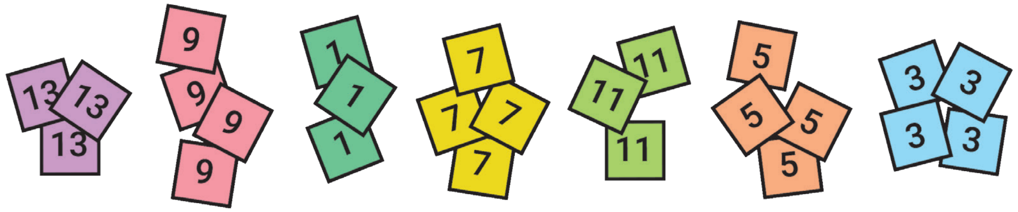
(f) 8 பேரைக் கொண்ட ஒருகுழுவில் சொல்லக் கூடிய மிகப்பெரிய எண் எது?

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

6.2 சமநிலையை தேர்ந்தெடுத்தல்

கிஷோரிடம் சில எண் அட்டைகள் உள்ளன. அவன் ஒரு புதிரை தீர்க்கும் பணியில் ஈடுபட்டுள்ளான். அங்கு 5 பெட்டிகள் உள்ளன. ஒவ்வொரு பெட்டியிலும் சரியாக 1 எண் அட்டை இருக்க வேண்டும். அந்த பெட்டிகளில் உள்ள எண்களின் கூட்டுத்தொகை (மொத்தம்) 30 ஆக இருக்க வேண்டும். அதை செய்வதற்கான வழியை கண்டுபிடிக்க அவருக்கு உதவ முடியுமா?

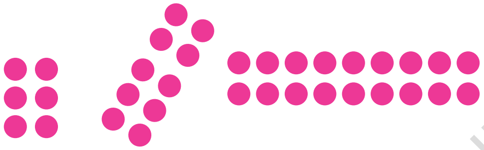
☐ + ☐ + ☐ + ☐ + ☐ = 30



எந்த 5 அட்டைகளின் கூட்டுத்தொகை 30 என்று உங்களால் கண்டுபிடிக்க முடியுமா? இது சாத்தியமா? இந்த தொகுப்பிலிருந்து 5 அட்டைகளை தேர்ந்தெடுக்க பல வழிகள் உள்ளன. எல்லா சாத்தியங்களையும் ஒன்றன்பின் ஒன்றாக சோதிக்காமல் ஒரு தீர்வை கண்டுப்பிடிக்க முடியுமா? தெரிந்து கொள்வோம்.

? சில இரட்டை எண்களை ஒன்றாக சேர்க்கவும் உங்களுக்கு என்ன வகையான என் கிடைக்கும்? எத்தனை எண்கள் சேர்க்கப்படுகின்றன என்பது முக்கியமா?

எந்த இரட்டை எண்ணையும் மீதமில்லாமல் ஜோடிகளாக பிரிக்கலாம். சில இரட்டை எண்கள் இங்கு ஜோடிகளாக காட்டப்பட்டுள்ளன.

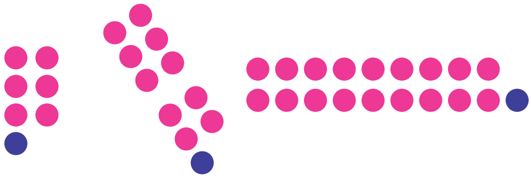


படத்தில் நாம் காண்பது போன்று, எத்தனை இரட்டை எண்களை கூட்டினாலும், ஒரு எண் கிடைக்கும். அதை எந்த மீதியுமில்லாமல் ஜோடிகளாக அமைக்கலாம் வேறு வார்த்தைகளில் கூறுவதானால், கூட்டுத்தொகை எப்போதும் இரட்டை எண்ணாகவே இருக்கும்.

? இப்போது சில ஒற்றைப்படை எண்களை ஒன்றாக கூட்டவும். உங்களுக்கு என்ன வகையான எண் கிடைக்கும்? எத்தனை ஒற்றைப் படை எண்கள் சேர்க்கப்படுகின்றன என்பது முக்கியமா?

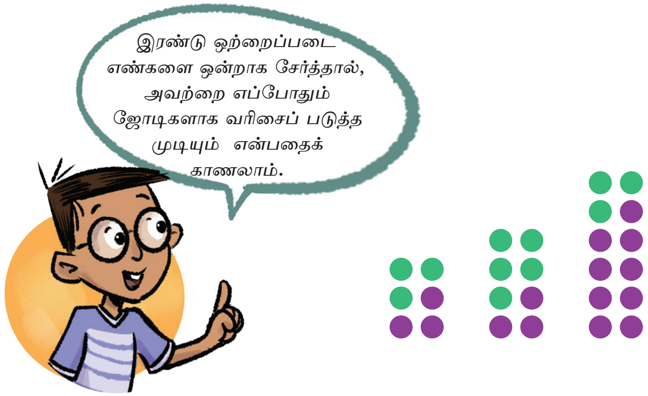
ஒற்றைப்படை எண்களை ஜோடிகளாக வரிசைப் படுத்த முடியாது. ஒற்றைப்படை எண் என்பது ஜோடிகளின் தொகுப்பை விட ஒன்று அதிகம் இருக்கும். சில ஒற்றைப்படை எண்கள் கீழே காட்டப்பட்டுள்ளன.

ஒற்றைப்படை எண்ணை ஜோடிகளின் தொகுப்பை விட ஒன்று குறைவாக கருத முடியுமா?



இரண்டு ஒற்றைப்படை எண்களின் கூட்டுத்தொகை எப்போதும் இரட்டை எண்ணாக இருக்க வேண்டும்! என்பதை இந்த படம் காட்டுகிறது. இதுவும் இங்குள்ள மற்ற எண்களுடன் சேர்ந்து ஒரு நிரூபணத்திற்கான எடுத்துக்காட்டுகள்.

NOT TO BE REPUBLISHED @KTBS



? மூன்று ஒற்றைப்படை எண்களை சேர்த்தால் என்ன நடக்கும்? அந்த தொகையை ஜோடிகளாக பிரிக்க முடியுமா? முடியாது. அதேப்போல,

(a) 4 ஒற்றைப்படை எண்கள்,

(b) 5 ஒற்றைப்படை எண்கள், மற்றும்

(c) 6 ஒற்றைப்படை எண்கள். இவற்றை சேர்த்தால் என்ன நடக்கும் என்பதை ஆராயுங்கள்.

மீண்டும் கிஷோர் முயற்சித்த புதிருக்கு வாருங்கள் அவனிடம் ஐந்து காலி பெட்டிகள் உள்ளன. அதாவது பெட்டிகளின் எண்ணிக்கை ஒற்றை எண், அட்டைகளில் உள்ள எண்கள் அனைத்தும் ஒற்றை எண்கள்.

அவற்றின் கூட்டுத்தொகை 30. அது ஒரு இரட்டைப்படை எண் ஆனால் 5 ஒற்றைப்படை எண்களை சேர்த்தால் ஒரு போதும் இரட்டைப்படை எண் கிடைக்காது என்பதால், கிஷோர் இந்த அட்டைகளை பெட்டிகளில் 30 வரை கூட்ட முடியாது.

? மார்ட்டின் மற்றும் மரியா என்ற இரண்டு உடன்பிறப்புகள் சரியாக ஒரு வருட இடைவெளியில் பிறந்தனர். இன்று அவர்கள் தங்கள் பிறந்தநாளை கொண்டாடுகிறார்கள். அவர்களின் வயதின் கூட்டுத் தொகை 112 என்று மரியா கூறுகிறாள். இது சாத்தியமா? ஏன்? அல்லது ஏன் இல்லை?

அவர்கள் ஒரு வருட இடைவெளியில் பிறந்ததால், அவர்களின் வயது (இரண்டு) தொடர்ச்சியான எண்களாக இருக்கும். அவர்களின் வயது 51 மற்றும் 52 ஆக இருக்க முடியுமா? $51 + 52 = 103$.

வேறு சில தொடர்ச்சியான எண்களை முயற்சி செய்து அவற்றின் கூட்டுத்தொகை 112 ஆக இருக்கிறதா என்று பாருங்கள்.

NOT TO BE REPUBLISHED @KTBS

எண்ணும் எண்கள் 1,2,3,4,5,...... இரட்டைப்படை மற்றும் ஒற்றை படை எண்களுக்கு இடையில் மாறி மாறி வருகின்றன. எந்தவொரு தொடர்ச்சியான இரண்டு எண்களிலும், ஒன்று எப்போதும் இரட்டைப் படையாகவும் மற்றொன்று எப்போதும் ஒற்றைப் படையாகவும் இருக்கும்!

ஒரு இரட்டைப்படை எண் மற்றும் ஒரு ஒற்றைப்படை எண்ணின் கூட்டுத்தொகை என்ன? அவற்றின் கூட்டுத்தொகையை ஜோடிகளாக வரிசைப்படுத்த முடியாது என்பதையும், அதனால் அது ஒற்றைப்படை எண்ணாக இருக்கும் என்பதையும் நாம் காணலாம்.

112 என்பது ஒரு இரட்டை எண் என்பதாலும், மார்டின் மற்றும் மரியாவின் வயதுகள் தொடர்ச்சியான எண்கள் என்பதாலும் அவற்றின் கூட்டுத்தொகை 112 ஆக முடியாது.

இரட்டை அல்லது ஒற்றைப்படை எண்ணாக இருப்பதன் பண்பைப் குறிக்க நாம் சமநிலை (party) என்ற வார்த்தையை பயன்படுத்துகிறோம். எந்த ஒரு தொடர்ச்சியான இரண்டு எண்களின் கூட்டுத்தொகையின் சமநிலை ஒற்றைப்படை ஆகும். அதேப்போல், இரண்டு ஒற்றைப்படை எண்களில் கூட்டுத்தொகையின் சமநிலை இரட்டைப்படை ஆகும்.

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

? இவற்றை கண்டறியவும்

1. ஒற்றைப்படை மற்றும் இரட்டைப்படை எண்களின் வரைப்படக் குறிப்பை பற்றிய உங்கள் புரிதலை பயன்படுத்தி, பின்வரும் கூட்டுத் தொகைகளின் சமநிலையைக் கண்டறியவும்.

   (a) 2 இரட்டை எண்கள் மற்றும் 2 ஒற்றை எண்களின் கூட்டுத்தொகைகளின் சமநிலையைக் கண்டறியவும்.

   (எ.கா) இரட்டை + இரட்டை+ ஒற்றை + ஒற்றை)

   (b) 2 ஒற்றை எண்கள் மற்றும் 3 இரட்டை எண்களின் கூட்டுத்தொகை

   (c) 5 இரட்டை எண்களின் கூட்டுத்தொகை

   (d) 8 ஒற்றைப்படை எண்களின் கூட்டுத்தொகை.

2. லக்பாவின் உண்டியலில் ₹1 என்ற ஒற்றைப்படை எண்ணும், ₹5 என்ற ஒற்றைப்படை எண்ணும், ₹10 என்ற இரட்டைப்படை எண்ணும் உள்ளன. அவர் மொத்தத்தை கணக்கிட்டு ₹205 பெற்றார். அவர் தவறு செய்தாரா? தவறு செந்திருந்தால், ஏன் என்று விளக்குங்கள். அவர் தவறு செய்யவில்லை என்றால், ஒவ்வொரு வகையிலும் எத்தனை நாணயங்கள் வைத்திருக்க முடியும்?

3. நாம் அறிவோம்.

(a) இரட்டை + இரட்டை = இரட்டை

(b) ஒற்றை+ ஒற்றை = இரட்டை

(c) இரட்டை + ஒற்றை = ஒற்றை

இதேப்போல், பின்வரும் நிகழ்வுகளின் சமநிலையை கண்டறியவும்:

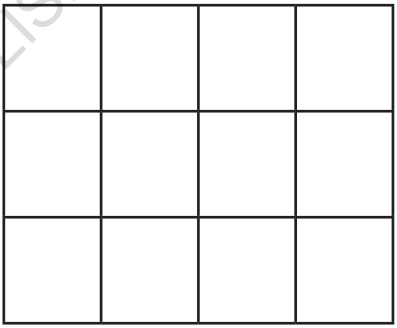
(d) இரட்டை + இரட்டை = ____________

(e) ஒற்றை - ஒற்றை = ____________

(f) இரட்டை - ஒற்றை= ____________

(g) ஒற்றை – இரட்டை = ____________

கட்டங்களில் சிறிய சதுரங்கள்



ஒரு 3 × 3 கட்டத்தில், 9 சிறிய சதுரங்கள் உள்ளன. இது ஒரு ஒற்றை எண். அதே நேரத்தில், ஒரு 3 × 4 கட்டத்தில், 12 சிறிய சதுரங்கள் உள்ளன. இது ஒரு இரட்டை எண்.

? ஒரு கட்டத்தின் பரிமாணங்கள் கொடுக்கப்பட்டால், பெருக்கலின் பலனை கணக்கிடாமல், சிறிய சதுரங்களில் எண்ணிக்கையின் சமநிலையை கூற முடியுமா?

? இந்த கட்டங்களில் உள்ள சிறிய சதுரங்களின் எண்ணிக்கையின் சமநிலையை கண்டறியவும்

(a) 27 × 13

(b) 42 × 78

(c) 135 × 654

வெளிப்பாடுகளின் சமநிலை

இயற்கணித வெளிப்பாட்டைக் கவனியுங்கள்: 3n + 4. n இன் வெவ்வேறு மதிப்புகளுக்கு வெளிப்பாட்டிற்கு வெவ்வேறு சமநிலை உள்ளது.

NOT TO BE REPUBLISHED @KTBS

n	**3n + 4 இன் மதிப்பு**	**மதிப்பின் சமநிலை**
3	13	ஒற்றை
8	28	இரட்டை
10	34	இரட்டை

? எப்போதும் இரட்டை சமநிலைக்கொண்ட ஒரு வெளிப்பாட்டை கண்டுப்பிடியுங்கள். சில உதாரணங்கள்: 100p மற்றும் 48w – 2. இதுப்போன்ற மேலும் சில வெளிப்பாடுகளை முயற்சித்து பாருங்கள்.

? எப்போதும் ஒற்றைப்படை சமநிலையை கொண்ட வெளிப்பாடுகளை கண்டுப்பிடியுங்கள்.

? 13n+4 போன்ற வேறு வெளிப்பாடுகளை கண்டுப்பிடியுங்கள். அவை ஒற்றைப்படை அல்லது இரட்டைப்படை சமநிலை கொண்டதாக இருக்கலாம்.

? 6k + 2 என்ற வெளிப்பாடு (k = 1,2,3, என எழுத்தால்) *8, 14, 20….* என்ற மதிப்பை தருகிறது. ஆனால் பல இரட்டை எண்கள் இங்கு இல்லை.

? எல்லா இரட்டை எண்களையும் பட்டியலிடக்கூடிய வெளிப்பாடு ஏதேனும் இருக்கிறதா? குறிப்பு: அனைத்து இரட்டை எண்களுக்கும் ஒரு காரணி 2 உள்ளது.

எல்லா ஒற்றை எண்களையும் பட்டியலிடக்கூடிய வெளிப்பாடு ஏதேனும் இருக்கிறதா?

NOT TO BE REPUBLISHED @KTBS

நாம் முன்பு 4ன் மடங்குகள் வரிசையில் n-வது *உறுப்பை எவ்வாறு வெளிப்படுத்துவது என்பதை பார்த்தோம் அங்கு* n *என்பது வரிசையில் ஒரு நிலையை குறிக்கும் எழுத்து - எண். (எ.கா. முதலாவது, இருப்பதிமூன்றாவது, நூற்று பதினேழாவது, முதலியன)*

? *2 இன் மடங்குகளுக்கு* nவது *உறுப்பு என்னவாக இருக்கும்? அல்லது,* nவது *இரட்டை எண் என்ன?*

ஒற்றைப்படை எண்களை கருத்தில் கொள்வோம்.

? *100 வது ஒற்றைப்படை எண் என்ன?*

இந்த கேள்விக்கு பதிலளிக்க, பின்வரும் கேள்வியை கவனியுங்கள்.

100வது ஒற்றைப்படை எண் என்ன?

இது $2 \times 100 = 200$.

100வது ஒற்றைப்படை எண்ணை கண்டறிய இது உதவுமா? மற்றும் ஒற்றை வரிசையை ஒவ்வொன்றாக ஒப்பிடுவோம்

இரட்டை எண்கள்: 2,4,6,8,16, 12,.......

ஒற்றை எண்கள் : 1,3,5,7,9,11,........

எந்த நிலையிலும், ஒற்றைப்படை எண் வரிசையில் உள்ள மதிப்பு இரட்டை வரிசையில் இருப்பதை விட ஒன்று குறைவாக இருப்பதை காண்கிறோம். எனவே, 100 வது ஒற்றைப்படை எண் 200 – 1 = 199 ஆகும்.

? n வது ஒற்றைப்படை எண்ணைக் கண்டுபிடிக்க ஒரு சூத்திரத்தை எழுதவும்.

கொடுக்கப்பட்ட நிலையில் ஒற்றைப்படை எண்ணைக் கண்டுபிடிக்க நாம் கற்றுக்கொண்ட முறையை முதலில் விவரிப்போம்.

(அ) இரட்டை எண்ணை இந்த நிலையில் கண்டறியவும். இது நிலை எண்ணை விட 2 மடங்கு அதிகம்.

(ஆ) பின்னர் இரட்டை எண்ணிலிருந்து 1ஐ கழிக்கவும். இதை வெளிப்பாடுகளில் எழுதினால், நமக்கு கிடைப்பது

(a) 2n

(b) 2n – 1

எனவே, 2n என்பது n-வது இரட்டை எண்ணைக் கொடுக்கும் சூத்திரமாகும், மேலும் 2n – 1 என்பது n-வது ஒத்றைப்படை எண்ணைக் கொடுக்கும் சூத்திரமாகும்.

NOT TO BE REPUBLISHED @KTBS

6.3 கட்டங்களில் சில ஆய்வுகள்:

4	7	5	16
6	1	2	9
3	9	8	20
13	17	15	

இந்த 3 × 3 கட்டத்தை கவனியுங்கள். இது ஒரு எளிய விதிமுறையை பின்பற்றி நிரப்பப்பட்டுள்ளது - 1 முதல் 9 வரையிலான எண்களை ஒரு முறை மட்டும் பயன்படுத்த வேண்டும். கட்டத்திற்கு வெளியே வட்டமிடப்பட்ட எண்கள் உள்ளன.

வட்டமிடப்பட்ட எண்கள் எதைக் குறிக்கின்றன என்பதை உங்களால் பார்க்க முடிகிறதா?

மஞ்சள் வட்டங்களில் உள்ள எண்கள் தொடர்புடைய வரிசைகள் மற்றும் நெடுவரிகைளின் கூட்டுத்தொகையை குறிக்கின்றன.

மேலே குறிப்பிடப்பட்டுள்ள விதியின் அடிப்படையில் கீழே உள்ள கட்டங்களை நிரப்பவும்.

9			13
			14
		5	18
24	9	12	

			24
4			15
		3	6
12	16	17	

? இது போன்ற சில கேள்விகளை நீங்களே உருவாக்கி, உங்கள் சகாக்களுக்கு சவால் விடுங்கள்.

கீழே உள்ள கணக்குகளை தீர்க்க முயற்சிக்கவும்.

			5
		6	21
			19
9	11	26	

? இந்த கட்டத்திற்கு தீர்வு காண முடியாது என்பதை நீங்கள் உணர்ந்திருக்கலாம். ஏன் இப்படி?

சாத்தியமான மிகச்சிறிய கூட்டுத்தொகை $6 = 1 + 2 + 3$ சாத்தியமான மிகப்பெரிய கூட்டுத்தொகை $24 = 9 + 3 + 7$ தெளிவாக ஒரு வட்டத்தில் உள்ள எந்த எண்ணும் 6ஐ விட குறைவாகவோ அல்லது 24 ஐ விட அதிகமாகவோ இருக்கக் கூடாது கட்டத்தில் 5 மற்றும் 26 என்ற கூட்டுத் தொகைகள் உள்ளன. எனவே, இது சாத்தியமற்றது!

NOT TO BE REPUBLISHED @KTBS

நாம் தீர்த்த முந்தைய கட்டங்களில், வட்டங்களில் உள்ள அனைத்து எண்களின் கூட்டுத்தொகை எப்போதும் 90 ஆக இருப்பதை கிஷோர் கவனித்தார். மேலும், மூன்று வரிசை களுக்கும் அல்லது 3 நெடுவரிசைகளுக்கும் வட்டமிடபட்ட எண்களின் கூட்டுத்தொகை எப்போதும் 45 ஆகி இருப்பதை வித்யா கவனித்தார். நீங்கள் தீர்த்த முந்தைய கட்டங்களில் இது உண்மையா என்று சரிபார்க்கவும்.

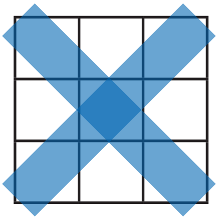
? வரிசை மற்றும் நெடுவரிசை கூட்டுத்தொகைகள் ஏன் எப்போதும் 45 ஆக உள்ளது?

4	7	5	4+7+5
6	1	2	6+1+2
3	9	8	3+9+8
4+6+3	7+1+9	5+2+8	

இந்த கட்டத்திலிருந்து, அனைத்து வரிசைத் தொகைகளும் ஒன்றாக சேர்க்கப்படும் போது, 1-9 எண்களின் கூட்டுத் தொகைக்கு சமமாக இருக்கும் என்பதை காணலாம். நெடுவரிசை தொகைகளுக்கும் இதை பார்க்கலாம். 1-9 எண்களின் கூட்டுத்தொகை $1+2+3+4+5+6+7+8+9 = 45$.

ஒவ்வொரு வரிசையும், ஒவ்வொரு நெடுவரிசையும், ஒவ்வொரு மூலைவிட்டமும் சேர்ந்து கூட்டுத்தொகை ஒரே மாதிரியாக இருந்தால் அதனை **மாயச்சதுரம்** என்கிறோம். அந்த கூட்டுத்தொகையை **மாயத்தொகை** என்பார்கள்.

படத்தில் மூலைவிட்டங்கள் காட்டப்பட்டுள்ளன.



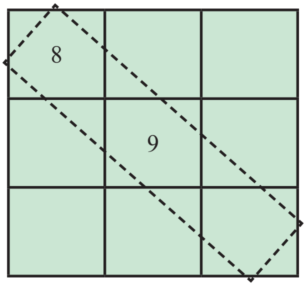
கட்டத்தை சீரற்ற முறையில் எண்களால் நிரப்புவதன் மூலம் ஒரு மாயச்சதுரத்தை உருவாக்க முயற்சிப்பது கடினமாக இருக்கலாம் ஏனென்றால், 1-9 எண்களை பயன்படுத்தி, மறுபடியும் அதே எண்களை பயன்படுத்தாமல் 3×3 கட்டத்தை நிரப்புவதற்கு ஏராளமான வழிகள் உள்ளன. உண்மையில் இதுப்போன்ற 3,62,880 வழிகள் இருப்பதைக் காணலாம். ஆச்சரியப்படும் விதமாக, கட்டத்தை நிரப்புவகற்கான வழிகள் அனைத்தையும் பட்டியலிடாமலேயே காணலாம். இதை எப்படி செய்வது என்று பின் வரும் ஆண்டுகளில் பார்ப்போம்.

அதற்கு பதிலாக, நாம் முறையாக முன்னேற வேண்டும். இதற்காக நம்மை நாமே சில கேள்விகளைக் கேட்டுக்கொள்வோம்.

1. மாயத்தொகை என்னவாக இருக்க முடியும்? அது எந்த எண்ணாகவும் இருக்க முடியுமா?

இப்போது நாம் வரிசைத் தொடர்களில் மட்டும் கவனம் செலுத்துவோம். 1-9 எண்களைக் கொண்ட 3 × 3 கட்டத்தில் வரிசைத் தொகைகளில் மொத்தம் எப்போதும் 45 ஆக இருக்கும் என்பதைக் கண்டோம். ஒரு மாயச் சதுரத்தில் வரிசைத் தொகைகள் அனைத்தும் சமமாக இருப்பதால், அவை 45 ஆக கூட்டப்படுவதால், அவை ஒன்றொன்றும் 15 ஆக இருக்க வேண்டும். எனவே, நமக்கு பின்வரும் கவனிப்பு கிடைத்துள்ளது.

கவனிப்பு-1: 1-9 எண்களை பயன்படுத்தி உருவாக்கப்பட்ட ஒரு மாயச்சதுரத்தில், மாயத்தொகை 15 ஆக இருக்க வேண்டும்.



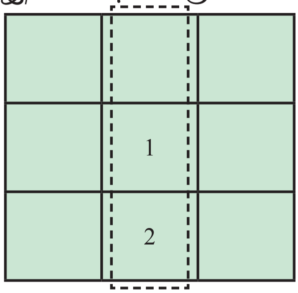
2. ஒரு மாயச்சதுரத்தின் மையத்தில் ஏற்படக்கூடிய சாத்தியமான எண்கள் யாவை?

சாத்தியக்கூறுகளை ஒவ்வொன்றாகக் கருத்தில் கொள்வோம். எண் 9 ஆக இருக்க முடியுமா? ஆம் எனில் 8 மற்ற சதுரங்கள் ஒன்றில் வர வேண்டும். உதாரணமாக, 8 + 9 + மற்ற எண் = 15 இருக்க வேண்டும். ஆனால் இது சாத்தியமில்லை! நாம் 8ஐ எங்கு வைத்தாலும் இதே பிரச்சனை ஏற்படும். எனவே,

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

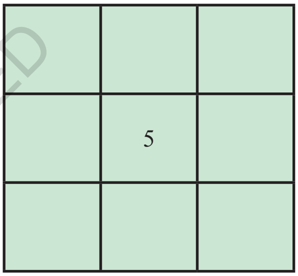
9 மையத்தில் இருக்க முடியாது மைய எண் 1 ஆக இருக்க முடியுமா?

ஆம் எனில், 2 மற்ற சதுரங்களில் ஒன்றில் வரவேண்டும் இங்கே, நமக்கு 2+1+ மற்ற எண் = 15 இருக்க வேண்டும். ஆனால் இது சாத்தியமில்லை, ஏனென்றால் நாம் 1-9 எண்களை மட்டுமே பயன்படுத்துகிறோம். நாம் ஒன்றை எங்கு வைத்தாலும் இதே பிரச்சனை ஏற்படும். எனவே, 1 மையத்தில் இருக்க முடியாது.



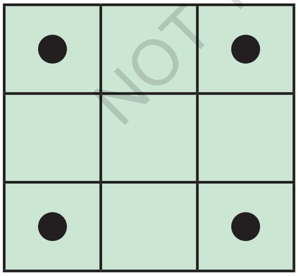
? இத்தகைய பகுத்தறிவைப் பயன்படுத்தி, 1-9 வரையிலான வேறு எந்த எண்கள் மையத்தில் வரக்கூடாது என்பதைக் கண்டறியவும்.

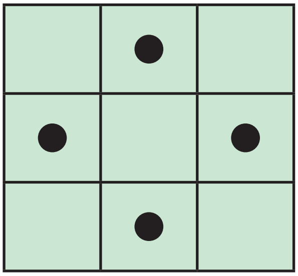
இந்த ஆய்வு நம்மை பின்வரும் சுவாரஸ்யமான கவனிப்புக்கு அழைத்து செல்லும்.



கவனிப்பு 2 : 1-9ஐ பயன்படுத்தி நிரப்பப்பட்ட ஒரு மாயச்ச துரத்தின் மையத்தில் (நிகழும்) வரக்கூடிய எண் 5 ஆக இருக்க வேண்டும்.

ஒரு மாயச்சதுரத்தில் மிகச்சிறிய எண் 1 மற்றும் மிகப்பெரிய எண் 9 எங்கு வர வேண்டும் என்பதை இப்போது பார்ப்போம். நமது இரண்டாவது கவனிப்பு, அவை எல்லை நிலைகளில் ஒன்றில் வரவேண்டும் என்பதைக் கூறுகிறது. இந்த நிலைகளை இரண்டு வகைகளாக வகைப்படுத்துவோம்.





எண் 1 ஒரு மூலை நிலையில் வர இயலுமா? உதாரணமாக, அதை பின்வருமாறு வைக்கமுடியுமா?

? ஆம் எனில், 1ஐ இரண்டு எண்களுடன் கூட்டி 15 கிடைப்பதற்கு மூன்று வழிகள் இருக்க வேண்டும். நமக்கு $1 + 5 + 9 = 1 + 6 + 8 = 15$ வேறு ஏதேனும் சேர்க்கை சாத்தியமா?

NOT TO BE REPUBLISHED @KTBS

அதேப்போல், 9ஐ ஒரு மூலையில் வைக்க முடியுமா?

கவனிப்பு 3: எண்கள் 1 மற்றும் 9 எந்த மூலையிலும் வர முடியாது, எனவே அவை நடுத்தர நிலைகளில் ஒன்றில் வர வேண்டும்.

1 மற்றும் 9 க்கு வேறு சாத்தியமான நிலைகளை கண்டு பிடிக்க முடியுமா?

1	5	9

	1	
	5	
	9	

இப்போது, மாய சதுரத்தின் ஒரு முழு வரிசை அல்லது நெடுவரிசை நம்மிடம் உள்ளது. அதை முடிக்க முயற்சிக்கவும்.

(குறிப்பு : முதலில் 1 மற்றும் 9 உள்ள வரிசை அல்லது நெடுவரிசைகளை நிரப்புக)

இவற்றை கண்டறியவும்

1. 1-9 எண்களைப் பயன்படுத்தி எத்தனை விதமான மாயச் சதுரங்களை உருவாக்க முடியும்?

கணித பேச்சு

2. 2-10 எண்களை பயன்படுத்தி ஒரு மாய சதுரத்தை உருவாக்கவும். இதற்கு நீங்கள் என்ன உத்தியைப் பயன்படுத்துவீர்கள்? 1-9ஐ பயன்படுத்தி உருவாக்கப்பட்ட மாய சதுரத்துடன் இதை ஒப்பிடுக.
3. ஒரு மாய சதுரத்தை எடுத்து,

   (அ) ஒவ்வொரு எண்ணையும் 1 ஆல் அதிகரிக்கவும்.

   (ஆ) ஒவ்வொரு எண்ணையும் இரட்டிப்பாக்குங்கள்.

   ஒவ்வொரு சூழல்களில் பெறப்படும் கட்டம் ஒரு மாய சதுரமா? ஒவ்வொரு சந்தர்பத்திலும் மாயத் தொகைகள் எவ்வாறு மாறுகின்றன?
4. ஒரு மாய சதுரத்தில் வேறு என்ன செயல்பாடுகளை செய்து மற்றொரு மாய சதுரத்தைப் பெறலாம்?

கணித பேச்சு

5. 9 தொடர்ச்சியான எண்களை கொண்ட எந்த தொகுப்பையும் (2–10, 3–11, 9–17, முதலியன) பயன்படுத்தி ஒரு மாயசதுரத்தை உருவாக்கும் வழிகளை பற்றி விவாதிக்கவும்.

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

ஒரு 3 × 3 மாய சதுரத்தை பொதுமைப்படுத்துதல்

மாய சதுரத்திற்குள் உள்ள எண்கள் எவ்வாறு ஒன்றோடொன்று தொடர்புடையவை என்பதை நாம் விவரிக்கலாம், அதாவது மாய சதுரத்தின் அமைப்பு.

நீங்கள் இதுவரை தொடர்ச்சியான எண்களை பயன்படுத்தி உருவாக்கிய எந்த மாய சதுரத்தையும் தேர்வு செய்க. m என்பது மையத்தில் உள்ள எண்ணின் எழுத்து எண்ணாக இருந்தால் மற்ற எண்கள் m உடன் எவ்வாறு தொடர்புடையவை I விட எவ்வளவு அதிகமாகவோ அல்லது குறைவாகவோ உள்ளன என்பதை குறிப்பிடவும்.

	m	

(குறிப்பு: இயற்கணிதக் வெளிப்பாடு அத்தியாயத்தில் ஒரு காலண்டர் மாதத்தின் 2 × 2 கட்டத்தை எவ்வாறு விவரித்தோம் என்பதை நினைவில் கொள்க.

பொதுவான படிவம் பெறப்பட்டவுடள், உங்கள் கவனிப்புகளை வகுப்பினருடன் பகிர்ந்து கொள்ளுங்கள்.

கணித பேச்சு

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

இவற்றை கண்டறியவும்

1. இந்த பொதுமைப்படுத்தப்பட்ட படிவத்தை பயன்படுத்தி, மைய எண் 25 ஆக இருந்தால், ஒரு மாய சதுரத்தை கண்டறியவும்.
2. ஏதேனும் ஒரு வரிசை, நெடுவரிசை அல்லது மூலைவிட்டத்தின் 3 உறுப்புகளை கூட்டினால் கிடைக்கும் வெளிப்பாடு என்ன?
3. பெறப்பட்ட முடிவை எழுதுங்கள்-

   (அ) பொதுமைப்படுத்தப்பட்ட வடிவத்தில் ஒவ்வொரு சொல்லுக்கும் 1ஐ சேர்ப்பது.

   (ஆ) பொதுமைப்படுத்தப்பட்ட வடிவத்தில் ஒவ்வொரு உறுப்பையும் இரட்டிப்பாகுதல்.
4. மாயத் தொகை 60 ஆக உள்ள ஒரு மாய சதுரத்தை உருவாக்கவும்.
5. தொடர்ச்சியாக ஒன்பது எண்களை நிரப்புவதன் மூலம் ஒரு மாய சதுரத்தை பெற முடியுமா?

இதை முயற்சிக்கவும்

முதன் - முதல் 4 × 4 மாய சதுரம்

முதன்முதலில் பதிவு செய்யப்பட்ட 4 × 4 மாய சதுரம், இந்தியாவில் கஜுராஹோவில் உள்ள பர்ஷ்வநாத் சமண கோவிலில் உள்ள 10 ஆம் நூற்றாண்டின் கல்வெட்டில் காணப்படுகிறது, மேலும் இது சௌத்திசா யந்திரம் என்று அழைக்கப்படுகிறது.

7	12	1	14
2	13	8	11
16	3	10	5
9	6	15	4

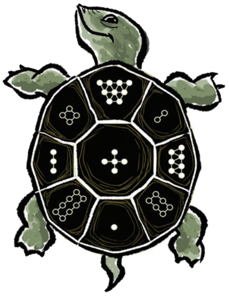
(இந்தியாவின் கஜுராஹோவில் உள்ள முதல் 4 × 4 மாயசதுரம் சௌத்திசா யந்திரம்.

சௌத்திஸ் என்றால் 34. அதை ஏன் சௌத்திசா யந்திரம் என்று அழைத்தார்கள் என -நினைக்கிறீர்களா? இந்த மாய சதுரத்தில் உள்ள ஒவ்வொரு வரிசை, நெடுவரிசை மற்றும் மூலைவிட்டத்தின் கூட்டுத்தொகை 34 ஆகும். இந்த சதுரத்தில் 34ஐ கூட்டுத்தொகையாக கொண்ட நான்கு எண்களின் வேறு வடிவங்களைக் கண்டுப்பிடிக்க முடியுமா?

NOT TO BE REPUBLISHED @KTBS

வரலாறு மற்றும் கலாச்சாரத்தில் மாய சதுரங்கள்

பதிவு செய்யப்பட்ட முதல் மாய சதுரம், லோ ஷு சதுரம், பண்டைய சீனாவில் 2000 ஆண்டுகளுக்கு முந்தையது. லோ நதியில் ஏற்பட்ட பேரழிவு வெள்ளத்தை பற்றி புராணக்கதை கூறுகிறது. அந்த நேரத்தில் கடவுள்கள் மக்களை காப்பாற்ற ஆமைகளை அனுப்பினர். ஆமை அதன் முதுகில் 3 × 3 கட்டத்தை சுமந்து சென்றது. 1-9 வரையிலான எண்கள் ஒரு மாயாஜால வடிவத்தில் அமைக்கபட்டுள்ளன.



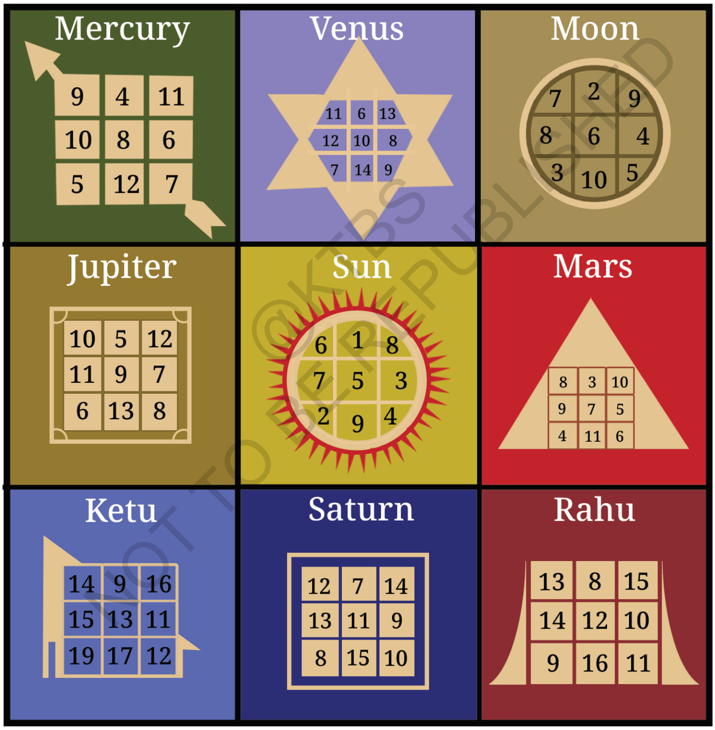
2	7	6
9	5	1
4	3	8

இந்தியா, ஜப்பான், மத்திய ஆசியா மற்றும் ஐரோப்பா உள்ளிட்ட உலகின் பல்வேறு பகுதிகளில் வெவ்வேறு காலக்கட்டங்களில் மாய சதுரங்கள் ஆய்வு செய்யப்பட்டன.

இந்திய கணிதவியலாளர்கள் மாய சதுரங்களில் விரிவாகப் பணியாற்றியுள்ளனர். அவற்றை உருவாக்குவதற்கான பொதுவாள முறைகளை விவரித்துள்ளனர். அவர்களின் பணிகள் 3 × 3 அல்லது 4 × 4 சதுரங்களுக்கு மட்டுமல்லாமல், 5 × 5 மற்றும் அதற்கு மேல் உள்ள பெரிய சதுரங்களுக்கும் நீட்டிக்கப்பட்டது. இவற்றைப் பற்றி பின்னர் வரும் வகுப்புகளில் மேலும் அறிந்துக் கொள்வோம்.

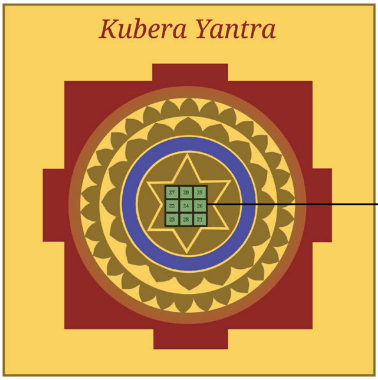
மாய சதுரங்கள் தோன்றுவது அறிவு சார்ந்த கணிதப் படைப்புகளுக்கு மட்டுமல்ல. அவை இந்தியாவில் பல இடங்களில் காணப்படுகின்றன. வலது புறத்தில் உள்ள படம் தமிழ் நாட்டின் பழனியில் உள்ள ஒரு கோவிலில் உள்ள ஒரு தூணில் காணப்படும். 3 × 3 மாய சதுரத்தின் படம். இந்தக் கோயில் கி.பி. 8ஆம் நூற்றாண்டை சேர்ந்தது.

இந்தியாவில் வீடுகளிலும், கடைகளிலும் 3 × 3 மாய சதுரங்களைக் காணலாம். கீழேக்காட்டப்பட்டுள்ள, நவக்கிரக யந்திரம் அத்தகைய ஒரு எடுத்துக்காட்டு.



@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

ஒவ்வொரு கிரகத்துடனும் வெவ்வேறு மாயத்தொகை தொடர்புடையது என்பதை கவனியுங்கள். குபேர யந்திரத்தின் படம் கீழே காட்டப்பட்டுள்ளது.



27	20	25
22	24	26
23	28	21

6.4 இயற்கையின் விருப்பமான வரிசை: விராஹாங்கா ஃபிபொனாச்சி எண்கள்

வரிசை 1,2,3,5,8,13, 21,34.. (விராஹான்கா -ஃபிபொனாச்சி எண்கள்) கணிதம் முழுவதிலும் மிகவும் பிரபலமான வரிசைகளில் ஒன்றாகும். இது கலை, அறிவியல் மற்றும் கணித உலகம் முழுவதும் தோன்றுகிறது. இந்த எண்கள் அறிவியலில் அடிக்கடி காணப்பட்டாலும், இந்த எண்கள் முதன்முதலில் கலை (குறிப்பாக, கவிதை) சூழலில் கண்டுப்பிடிக்கப்பட்டன என்பது குறிப்பிடத்தக்கது.

இவ்வாறு கலை, அறிவியல் மற்றும் கணிதம் ஆகியவற்றுக்கு இடையேயான நெருங்கிய தொடர்புகளுக்கு விராஹங்கா -ஃபிபொனாச்சி எண்கள் ஒரு அழகான விளக்கத்தை அளிக்கின்றன.

விராஹான்கா எண்களின் கண்டுபிடிப்பு:

விராஹான்கா எண்கள் முதன் முதலில், ஆயிரக்கணக்கான ஆண்டுகளுக்கு முன்பு சமஸ்கிருத மற்றும் பிராகிருத மொழியாளர்களின் கவிதை ஆய்வில், அவர்களின் படைப்புகளில் தோன்றின!

பிராகிருதம், சமஸ்கிருதம், மராத்தி, மலையாளம், தமிழ் மற்றும் தெலுங்கு உள்ளிட்ட பல இந்திய மொழிகளின் கவிதைகளில், ஒவ்வொரு அசையும் (syllable) நீண்டதாகவோ அல்லது குறுகியதாகவோ வகைப்படுத்தப்பட்டுள்ளது.

ஒரு நீண்ட அசை ஒரு குறுகிய அசையைவிட நீண்ட காலத்திற்கு உச்சரிக்கப்படுகிறது- உண்மையில் சரியாக இரண்டு மடங்கு நீண்ட காலத்திற்கு. அத்தகைய ஒரு கவிதையை பாடும்போது, ஒரு குறுகிய அசை ஒரு தாள நேரத்திற்கு நீடிக்கும். ஒரு நீண்ட அசை இரண்டு தாள நேரத்திற்கு நீடிக்கும்

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

இது ஏராளமான கணித கேள்விகளுக்கு வழிவகுக்கிறது, இந்த மொழிகளில் உள்ள பண்டைய கவிஞர்கள் இவற்றை விரிவாக கருதினர். கவிதை பற்றிய இந்தக் கேள்விகளைக் கேட்டு பதிலளிக்கும் செயல்பாட்டில் பல முக்கியமான கணிதக் கண்டுபிடிப்புகள் தோன்றின.

இந்த கேள்விகளில் முக்கியமான ஒன்று பின்வருமாறு.

குறுகிய அசைகள் (1 தாளம்) மற்றும் நீண்ட அசைகள் (2 தாளங்கள்) கொண்ட 8 தாளங்களுடன் எத்தனை (லயங்கள்) சந்தங்கள் (rhythms) உள்ளன? அதாவது ஒருவர் எத்தனை வழிகளில் 8 தாளங்களை குறுகிய மற்றும் நீண்ட அசைகளால் நிரப்ப முடியும், அங்கு ஒரு குறுகிய அசை ஒரு தாள நேரத்தையும், ஒரு நீண்ட அசை இரண்டு தாள நேரத்தையும் எடுக்கும்.

இங்கே சில சாத்தியங்கள் (வழிகள்) உள்ளன.

நீண்ட நீண்ட நீண்ட நீண்ட

குறுகிய குறுகிய குறுகிய குறுகிய குறுகிய குறுகிய குறுகிய குறுகிய குறுகிய நீண்ட நீண்ட குறுகிய நீண்ட நீண்ட நீண்ட குறுகிய குறுகிய நீண்ட

மற்றவைகளை கண்டுப்பிடிக்க முடியுமா?

கணித ரீதயாக சொற்றொடர்: 8 என்று சொல்லக்கூடிய. ஒரு எண்ணை, 1 மற்றும் 2ன் கூட்டுத்தொகையாக, எத்தனை வெவ்வேறு வழிகளில் எழுத முடியும்?

உதாரணம், நம்மிடம்

$8 = 2 + 2 + 2 + 2,$
$8 = 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1,$
$8 = 1 + 2 + 2 + 1 + 2,$
$8 = 2 + 2 + 1 + 1 + 2,$
முதலியன.

நீங்கள் வேறு வழிகளை பார்க்க முடிகிறதா?

1,2,3, மற்றும் 4 ஆகிய எண்களை 1 மற்றும் 2 இன் கூட்டுத்தொகையாக எழுதுவதற்கான அனைத்து வழிகளும் இங்கே உள்ளது.

NOT TO BE REPUBLISHED ©KTBS

	வெவ்வேறு வழிகள்	வழிகளின் எண்ணிக்கை
n = 1	1	1
n = 2	1 + 1 2	2
n = 3	1 + 1 + 1 1 + 2 2 + 1	3
n = 4	1 + 1 + 1 + 1 1 + 1 + 2 1 + 2 + 1 2 + 1 + 1 2 + 2	5

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

உங்கள் புத்தகத்தில் 5 என்ற எண்ணை 1 மற்றும் 2 இன் கூட்டுத்தொகையாக எல்லா வழிகளிலும் எழுத முயற்ச்சிக்கவும். நீங்கள் எத்தனை வழிகளை கண்டுப்பிடித்தீர்கள் ? (நீங்கள் 8 வெவ்வேறு வழிகளை கண்டுப்பிடிக்க வேண்டும்!) அனைத்து சாத்தியக்கூறுகளையும், பட்டியலிடாமல் பதிலை கண்டுப்பிடிக்க முடியுமா? n = 8 க்கு முயற்ச்சிக்க முடியுமா?

5 தாளங்களை கொண்ட குறுகிய மற்றும் நீண்ட அசைகளின் (syllables) அனைத்து லயங்களையும் (Rhythms) எழுதுவதற்கான ஒரு முறையான வழி இங்குள்ளது. 4தாளங்களைக் கொண்ட அனைத்து லயங்களுக்கும் முன்னால் '1+' ஐ எழுதுங்கள், பின்னர் 3 தாளங்களை கொண்ட அனைத்து லயங்களுக்கும் முன்னால் '2+'ஐ எழுதுங்கள். இது 5 தாளங்களை கொண்ட அனைத்து லயங்களையும் நமக்கு தருகிறது.

n = 5	1 + 1 + 1 + 1 + 1 1 + 1 + 1 + 2 1 + 1 + 2 + 1 1 + 2 + 1 + 1 1 + 2 + 2	2 + 1 + 1 + 1 2 + 1 + 2 2 + 2 + 1

இவ்வாறு 5 தாளங்களைக் கொண்ட 8 லயங்கள் உள்ளன! இந்த முறையானது செயல்படுவதற்காண காரணம், ஒவ்வொரு 5 தாளமும் லயமும் '1+' அது '2+' உடன் தொடங்க வேண்டும். அது '1+' உடன் தொடங்கினால், மீதமுள்ள எண்கள் 4 தாள லயத்தை கொடுக்க வேண்டும். மேலும் நாம் அவற்றையெல்லாம் எழுதலாம். அது '2+' உடன் தொடங்கினால், மீதமுள்ள எண் 3-தாள லயத்தை கொடுக்க வேண்டும்,

மேலும் நாம் அவற்றையெல்லாம் எழுதலாம். எனவே 5-தாள லயங்களின் எண்ணிக்கை என்பது 4-தாள லயங்களின் எண்ணிக்கையும், 3-தாள லயங்களின் எண்ணிக்கையையும் கூட்டினால் கிடைக்கும் தொகையாகும்.

எத்தனை 6-தாள லயங்கள் உள்ளன? அதேக் காரணத்தால், அது 5-தாள லயங்களின் எண்ணிக்கையையும் 4 தாள லயங்களின் எண்ணிக்கையையும் கூட்டினால் வரும் அதாவது, 8 + 5 = 13. இவ்வாறு 6 தாளங்களை கொண்ட 13 லயங்கள் உள்ளன.

? அனைத்து 6-தாள லயங்களையும் எழுத முறையான முறையைப் (systematic method) பயன்படுத்தவும். அதாவது, 1 மற்றும் 2 இன் கூட்டுத்தொகையாக 6 ஐ அனைத்து சாத்தியமான வழிகளிலும் எழுதுக உங்களுக்கு 13 வழிகள் கிடைத்ததா?

குறுகிய எழுத்துக்கள் மற்றும் கொடுக்கப்பட்ட எண்ணிக்கையிலான தாளங்களை கொண்ட நீண்ட எழுத்துக்களின் அனைத்து லயங்களையும் எண்ணுவதற்கான இந்த அழகான முறையை, முதன் முதலில் கி.பி. 700 ஆம் ஆண்டில் சிறந்த பிராகிருத அறிஞர் விராஹாங்காவால் வழங்கப்பட்டது. அவர் தனது முறையை ஒரு பிராகிருத கவிதை வடிவில் வழங்கினார்! இந்த காரணத்திற்காக, வரிசை 1,2,3, 5, 8, 13, 21,34, விராஹாங்கா வரிசை என்றும், வரிசையில் உள்ள எண்கள் விராஹாங்கா எண்கள் என்றும் அழைக்கப்படுகின்றன. வரலாற்றில் இந்த முக்கியமான எண்களை வெளிப்படையாக கருத்தில் கொண்டு அவற்றின் உருவாக்கத்திற்கான விதியை எழுதிய முதல் நபர் வீராஹாங்கர் ஆவார்.

இந்தியாவில் உள்ள மற்ற அறிஞர்களும் இந்த எண்களை அதே கவிதை சூழலில் கருதினர். கிமு.300 இல் வாழ்ந்த புகழ்பெற்ற சமஸ்கிருத அறிஞர் பிங்கலரின் முந்தைய படைப்புகளால் விராஹாங்கா ஈர்க்கப்பட்டார். விராஹாங்கருக்கு பிறகு, இந்த எண்களை கோபால் (கி.பி.1135) என்பவரால் எழுதப்பட்டன, பின்னர் ஹேமச் சந்திரர் (கி.பி.1150) என்பவரால் எழுதப்பட்டன.

மேற்கத்திய நாடுகளில், இந்த எண்கள் ஃபிபோனாச்சி எண்கள் என்று அழைக்கப்படுகின்றன. கி.பி 1202 ஆம் ஆண்டில் விராஹாங்காவுக்கு சுமார் 500 ஆண்டுகளுக்கு பிறகு இத்தாலிய கணிதவியலாளர் அவற்றை பற்றி எழுதுவதன் நினைவாக இவ்வாறு அழைக்கப்பட்டது. ஃபிபொனாச்சி இந்த எண்ணைப் பற்றி எழுதிய முதல் நபரோ, இரண்டாவது நபரோ, அல்லது மூன்றாவது நபரோ கூட அல்ல! என்பதை பார்க்கமுடிகிறது. சில சமயங்களில், "விராஹாங்கா -ஃபிபொனாச்சி" எண்கள் என்ற சொல் பயன்படுத்தப் படுகிறது இதனால் இது எதை குறிக்கின்றது என்பதை அனைவரும்புரிந்துக் கொள்வார்கள்.

எனவே, 8 தாளங்களை கொண்ட குறுகிய மற்றும் நீண்ட அசைகளில் எத்தனை லயங்கள் உள்ளன? விராஹாங்கா வரிசையின் 8வது உறுப்பை நாம் எடுத்துக்கொள்வோம்.

NOT TO BE REPUBLISHED @KTBS

1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, ...

இவ்வாறு 8 தாளங்களை கொண்ட 34 லயங்கள் உள்ளன.

எண் 55க்கு பிறகு வரிசையில் வரும் அடுத்த எண்ணை எழுதுக

முந்தைய இரண்டு எண்களை கூட்டுவதன் மூலம் வரிசையில் அடுத்த எண் கொடுக்கப்படுவதைக் கண்டோம். மேலேக் கொடுக்கப்பட்டுள்ள எண்களுக்கு இது பொருந்துமா என்பதை சரிப்பார்க்கவும்.

34 + 55 = 89 அடுத்த எண்ணாகும்.

? வரிசையில் வரும் அடுத்த 3 எண்களை எழுதுங்கள்:

1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34 , 55, 89, ____, ____, ____, ...

மேலே உள்ள வரிசையில் நீங்கள் இன்னும் ஒரு எண்ணை எழுத வேண்டியிருந்தால், அது ஒற்றைப்படை எண்ணாக இருக்குமா அல்லது இரட்டைப்படை எண்ணாக இருக்குமா (முந்தைய இரண்டு எண்களை கூட்டாமல்) என்று சொல்ல முடியுமா?

? வரிசையில் உள்ள ஒவ்வொரு எண்களின் சமநிலை என்ன? சமநிலைகளின் வரிசையில் ஏதேனும் அமைப்பை நீங்கள் கவனித்தீர்களா?

இன்று, கவிதை முதல் தாளம் இடுதல் வரை, காட்சி கலைகள் மற்றும் கட்டிடக்கலை, அறிவியல் என பல கணித மற்றும் கலை கோட்பாடுகளுக்கு விராஹாங்கா-ஃபிபொனாச்சி எண்கள் அடிப்படையாக அமைகின்றன. இந்த எண்களின் அதிர்ச்சியூட்டும் நிகழ்வுகள் இயற்கையில் இருக்கிறது எனலாம். உதாரணமாக, ஒரு டைரிப்பூவின் இதழ்களின் எண்ணிக்கை பொதுவாக விரஹாங்கா எண்ணாகும்.

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

இந்த பூக்கள் ஒவ்வொன்றிலும் எத்தனை இதழ்களை பார்க்கிறீர்கள்?

13 இதழ்கள் கொண்ட ஒரு டைரிப்பூ

21 இதழ்கள் கொண்ட டைரிப்பூ

34 இதழ்கள் கொண்ட டைரிப்பூ

விராஹாங்கா -ஃபிபொனாச்சி எண்களின் குறிப்பிடத்தக்க கணித பண்புகள் பல உள்ளன. அவற்றை நாம் பின்னர் கணிதத்திலும் பிற பாடங்களிலும் பார்ப்போம்.

இந்த எண்கள் கலை, அறிவியல் மற்றும் கணிதம் ஆகியவற்றுக்கு இடையேயான நெருங்கிய தொடர்புகளை உண்மையிலேயே எடுத்து காட்டுகின்றன

6.5 மாறுவேடத்தில் இலக்கங்கள்

நீங்கள் எண்களுடன் எண்கணித செயல்பாடுகளை செய்துள்ளீர்கள். எழுத்துக்களுடன் இதை செய்வது எப்படி ?

கீழே உள்ள கணக்கீடுகளில் (calculations) இலக்கங்கள் எழுத்துக்களால் மாற்றப்பட்டுள்ளன. ஒவ்வொரு எழுத்தும் ஒரு குறிப்பிட்ட இலக்கத்தைக் (0 - 9) குறிக்கின்றது. ஒவ்வொரு எழுத்தும் எந்த இலக்கத்தை குறிக்கின்றது என்பதை நீங்கள் கண்டுபிடிக்க வேண்டும்.

$$\begin{array}{r} T \\ T \\ +\ \ T \\ \hline UT \\ \hline \end{array}$$

இங்கே, ஒரு இலக்க எண், அதே எண்ணுடன் இருமுறை சேர்க்கப்பட்டால் இரண்டு இலக்க எண் கிடைக்கும். இதில் மொத்தத்திலுள்ள ஒன்றுகள் இலக்கம் (Units digit) கூட்டப்படும் ஒற்றை இலக்கத்திற்கு (single digit) சமம்.

? U மற்றும் T என்னவாக இருக்க முடியும்? T 2 ஆக முடியுமா? அது 3 ஆக இருக்க முடியுமா?

$$\begin{array}{r} K2 \\ +\ \ K2 \\ \hline HMM \\ \hline \end{array}$$

நீங்கள் ஆராய்ந்தவுடன், T = 5 மற்றும் UT = 15 என்பதை காண்பீர்கள்.

வலதுபுறத்தில் காட்டப்பட்டுள்ள மற்றொரு எடுத்துக் காட்டைப் பார்ப்போம். இங்கே k2 என்பது 2 இலக்க எண்ணைக் குறிக்கிறது. இதில் ஒன்றாம் ஸ்தானத்தில் '2' என்ற இலக்கத்தையும், பத்தாம் ஸ்தனத்தில் K என்ற இலக்கத்தையும் கொண்டிருக்கும். k2 அதனுடன் சோக்கப்பட்டால் 3 இலக்க

©KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

தொகை HMM கிடைக்கும். M என்ற எழுத்து எந்த இலக்கத்துடன் ஒத்திருக்க வேண்டும்?

கூட்டுத்தொகையின் பத்தாம் ஸ்தானமும் மற்றும் ஒன்றாம் ஸ்தானமும் ஒரே இலக்கத்தை கொண்டுள்ளன.

H என்பது என்ன? அது 2ஆக இருக்கமுடியுமா? அது 3ஆக இருக்க முடியுமா''

இந்த வகையான கேள்விகளை தீர்ப்பது ஸ்வாரஸ்யமாகவும், வேடிக்கையாகவும் இருக்கும். நீங்கள் முயற்ச்சித்து பார்க்க இதுப் போன்ற இன்னும் சில கேள்விகள் இங்குள்ளது. ஒவ்வொரு எழுத்தும் எதைக் குறிக்கிறது என்பதைக் கண்டறியவும்

ஒவ்வொரு கேள்வியைப் பற்றியும் நீங்கள் எப்படி யோசித்தீர்கள் என்பதை உங்கள் வகுப்பு தோழர்களுடன் பகிர்ந்து கொள்ளுங்கள். நீங்கள் சில புதிய அணுகுமுறைகளைக் காணலாம்

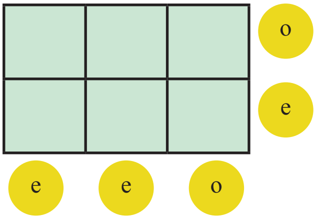
YY	B5	KP	C1
+ Z	+ 3D	+ KP	+ C
ZOO	ED5	PRR	1FF

NOT TO BE REPUBLISHED @KTBS

இந்த வகையாள கேள்விகள் 'குறியாக்கவியல்' (Cryptarithms) அல்லது 'அகரவரிசை எண்கள்' (alphametics) என்றுஅழைக்கப்படுகின்றன.

இவற்றை கண்டறியவும்

1. ஒரு மின்விளக்கு எரிந்துக் கொண்டிருக்கிறது. தார்ஜி அதன் சுவிட்சை 77 முறை அழுத்துகிறார். மின்விளக்கு எரியுமா அல்லது அணையுமா? ஏன் ?
2. லிஸ்வினி ஒரு பெரிய கலைக்களஞ்சியம் வைத்திருந்தாள். அதைத் திறந்தப் போது, சில சிதறிய பக்கங்கள் கீழே விழுந்தன. அவள் மொத்தம் 30 தாள்களை எண்ணினாள். ஒவ்வொரு தாளும் இருபக்கங்களிலும் அச்சிடப்பட்டுள்ளது அந்த சிதறிய பக்க எண்களின் கூட்டுதொகை 6000 ஆக வருமா? ஏன்? ஏன் இல்லை.
3. பின்வரும் 2 × 3 கட்டத்தை பாருங்கள். ஒவ்வொரு வரிசைக்கும் அதன் கூட்டுத்தொகையின் சமநிலை (parity) வட்டத்தில் எழுதப்பட்டுள்ளது. 'e' என்பது இரட்டை மற்றும் '0' என்பது ஒற்றை எண்ணை குறிக்கிறது. 3 ஒற்றை எண்களையும் (o) மற்றும் மூன்று இரட்டை எண்களையும் (e) கட்டத்தில் நிரப்பி, தரப்பட்ட சமநிலைக்கு ஏற்ப சரியாக்குங்கள்.



4. மாயத்தொகை 0 ஆக இருக்கும்படி ஒரு 3×3 மாய சதுரத்தை உருவாக்குங்கள். அனைத்து எண்களும் சைபராக இருக்க முடியாது. எதிர்மறை (negative) எண்களை பயன்படுத்தலாம்.

5. விடப்பட்டுள்ள இடங்களில் 'ஒற்றை' அல்லது 'இரட்டை' என்று நிரப்புங்கள்:

(அ) ஒரு ஒற்றைப்படை எண்ணிககையிலான இரட்டை எண்களின் கூட்டுத்தொகை என்பது __________ எண்ணாக இருக்கும்.

(ஆ) ஒரு இரட்டைப்படை எண்ணிக்கையிலான ஒற்றை எண்களின் கூட்டுத்தொகை என்பது __________ எண்ணாக இருக்கும்.

(இ) ஒரு இரட்டைப்படை எண்ணிக்கையிலான இரட்டை எண்களின் கூட்டுத்தொகை என்பது __________ எண்ணாக இருக்கும்.

(ஈ) ஒரு ஒற்றைப்படை எண்ணிக்கையிலான ஒற்றை எண்களின் கூட்டுத்தொகை என்பது __________ எண்ணாக இருக்கும்.

6. 1 முதல் 100 வரை உள்ள எண்களின் கூட்டுத்தொகையின் சமநிலை என்ன?

7. விராஹாங்கா வரிசையில் தொடர்ச்சியாக உள்ள இரண்டு எண்கள் 987 மற்றும் 1597. வரிசையில் அடுத்து வரும் 2 எண்கள் என்ன? வரிசையில் வரும் முந்தைய எண்கள் என்ன?

8. அங்கான் ஒரு 8 படிகள் கொண்ட படிகட்டை ஏற விரும்புகிறான். அவனுடைய விளையாட்டு தனமான விதி என்னவென்றால். ஒரு நேரத்தில் 1 படி அல்லது 2 படி மட்டுமே ஏறவேண்டும். உதாரணமாக: அவன் வழிகளில் ஒன்று - 1, 2, 2, 1, 2. எத்தனை வெவ்வேறு வழிகளில் அவன் படிக்கட்டை ஏற முடியும்?

9. விரஹாங்கா வரிசையின் 20வது உறுப்பின் சமநிலை என்ன?

10. எந்த கூற்றுகள் உண்மை என்பதை அடையாளம் காண்க.

(அ) 4m - 1 என்ற வெளிப்பாடு எப்போதும் ஒற்றைப்படை எண்களைக் கொடுக்கும்.

(ஆ) அனைத்து இரட்டை எண்களையும் 6j-4 ஆக வெளிப்படுத்தலாம்.

(இ) 2P + 1 மற்றும் 2q - 1 ஆகிய இரண்டு வெளிப்பாடுகளும், அனைத்து ஒற்றைப்படை எண்களையும் விவரிக்கின்றன.

(ஈ) 2f + 3 என்ற வெளிப்பாடு இரட்டை மற்றும் ஒற்றைப்படை எண்களை கொடுக்கிறது.

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

11. இந்த மறை குறியாக்கத்தை தீர்க்கவும்:

$$\begin{array}{r} UT \\ +\ TA \\ \hline TAT \\ \hline \end{array}$$

சுருக்கம்

இந்த அத்தியாயத்தில் நாம் ஆய்ந்தவை:

★ முதல் செயல்பாட்டில் எண்களின் வரிசையில், உண்மையான எண்கள் தெரியாமல், எப்படி தகவலை பிரதிநிதித்துவப்படுத்துவது (represent) (எ. கா. உயரத்தின் அளவுகள்) என்பதை நாம் பார்த்தோம்.

★ சமநிலை என்ற கருத்தை கற்றுக்கொண்டோம் ஜோடிகளாக பிரிக்கக் கூடிய -எண்கள் (இரைட்டைப் படை எண்கள்) மற்றும் ஜோடிகளாக பிரிக்க முடியாத எண்கள் (ஒற்றைப்படை எண்கள்) என்பதை அறிந்தோம்.

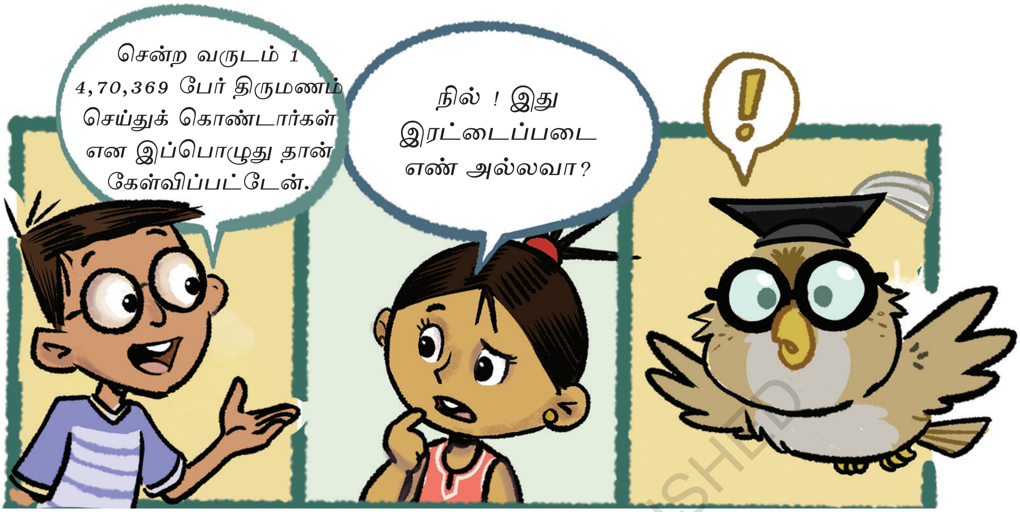
★ கூட்டுத்தொகை மற்றும் பெருக்கல்களின் சமநிலையை கண்டுப்பிடிப்பது எப்படி என்று கற்றோம்.

★ கட்டங்களில் வரிசை, நெடுவரிசைகளின் கூட்டுத்தொகைகளைப் பார்த்து, ஒரு கட்டத்தை நிரப்புவது சாத்தியமா இல்லையா என்று தீர்மானிக்க முடியும் என்பதை பார்த்தோம். இதைத் தொடர்ந்து மாய சதுரங்களை அமைத்தோம்.

★ விராஹாங்கா எண்கள் முதலில் கலை (கவிதை) வாயிலாக வரலாற்றில் கண்டுப்பிடிக்கப்பட்டதைப் பார்த்தோம். விராஹாங்கா வரிசை : 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55......

★ எண்கள் எழுத்துக்களால் மாற்றப்பட்ட குறியாக்கவியல் (Cryptarithms) புதிர்களில் கணிதத் தேடுபிடிப்பாளர்களாக (math-detectives) மாறினோம்.

©KTBS NOT TO BE REPUBLISHED



@KTBS
NOT TO BE REPUBLISHED

7

மூன்று வெட்டுக் கோடுகளின் கதை

A Tale of Three Intersecting Lines

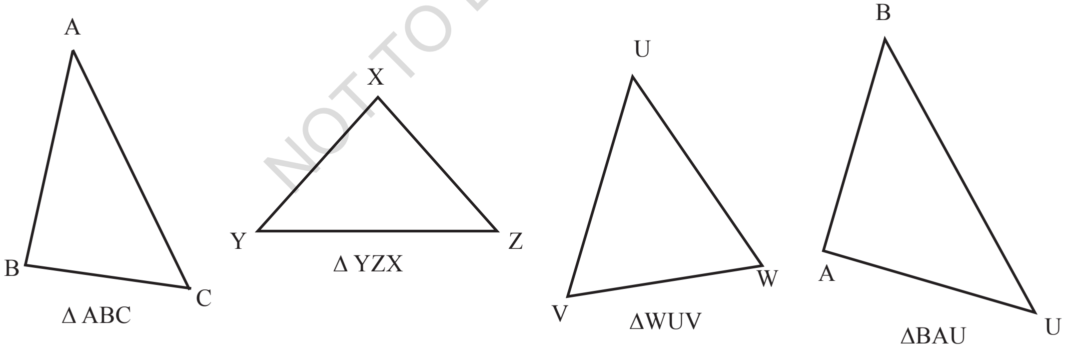
R1T7I6

அடிப்படை மூடுண்ட வடிவம் ஒரு முக்கோணமாகும். நாம் அறிந்திருக்கிற படி அது,

- மூன்று உச்சிப்புள்ளிகளைப் பெற்றுள்ளது, அவை முக்கோணத்தின் முகடுகள் என்று அழைக்கப்படுகின்றன.
- ஒவ்வொரு சோடி முகடுகளை இணைக்க மூன்று கோட்டுத் துண்டுகள் அல்லது முக்கோணத்தின் பக்கங்களைப் பெற்றுள்ளது.

NOT TO BE REPUBLISHED @KTBS

முக்கோணங்கள் வெவ்வேறு வடிவங்களில் உள்ளன. அவற்றில் சில கீழே கொடுக்கப் பட்டுள்ளன.



ஒரு முக்கோணத்தைக் குறிப்பிடப் பயன்படுத்தும் குறியீடு மற்றும் அவற்றின் முகடுகளைப் பயன்படுத்தி முக்கோணங்கள் எவ்வாறு அழைக்கப்படுகின்றன என்பதை கவனிக்க. ஒரு முக்கோணத்தைப் பெயரிடும் போது முகடுகள் எந்த வரிசையில் வேண்டுமானாலும் இடம் பெறலாம்.

உச்சிகளில் இணையும் மூன்று பக்கங்கள் மூன்று கோணங்களை உருவாக்குகின்றன, அவை முக்கோணத்தின் கோணங்கள் என்று அழைக்கப் படுகின்றன. எடுத்துக்காட்டாக ΔABC இல், இக்கோணங்கள் $\angle CAB$, $\angle ABC$, $\angle BCA$, ஆகும் மற்றும் அவற்றை $\angle A$, $\angle B$ மற்றும் $\angle C$ என மட்டுமே குறிப்பிடலாம்.

? மூன்று உச்சிகளும் ஒரே நேர்கோட்டில் அமைந்தால் என்ன ஆகும்?

7.1 சமபக்க முக்கோணங்கள்

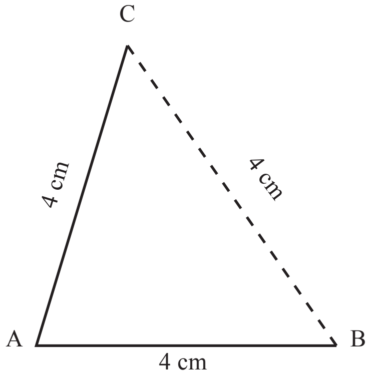
அனைத்து முக்கோணங்களிலும், சமபக்க முக்கோணங்கள் மிகவும் சமச்சீரானவை. அவை எல்லாப் பக்கங்களும் சம நீளங்களைப் பெற்றுள்ள முக்கோணங்களாகும். இப்பொழுது நாம் அவற்றை அமைக்க முயற்சிப்போம்.

? எல்லாப் பக்கங்களின் நீளமும் 4 செ.மீ. ஆக இருக்கும் வகையில் ஒரு முக்கோணத்தை வரைக.

இந்த முக்கோணத்தை எப்படி வரைந்தீர் மற்றும் எந்த உபகரணங்களைப் பயன்படுத்தினீர்? ஒரு குறிக்கப்பட்ட அளவுகோலை (பென்சிலும் கூட) மட்டுமே பயன்படுத்தி இதை அமைக்க முடியுமா?

ஒரு அளவுகோலை மட்டுமே பயன்படுத்தி இம்முக்கோணத்தை வரைய முடியும். ஆனால் இதற்கு பல முயற்சிகள் தேவைப்படும். அடிப்பக்கத்தை வரைகிறோம் என்று எடுத்துக் கொள்வோம். இதனை AB என அழைக்க AB = 4 cm (கீழ்கண்ட படத்தைப் பார்க்க) அளவில் வரைகிறோம். AC = 4 cm அமையப்பெறும் வகையில் அளவுகோலைப் பயன்படுத்தி மூன்றாவது புள்ளி C ஐ இடுக. இது BC இன் நீளமும் 4 cm ஆக இருக்க வழிவகுக்காது இது நேர்ந்தால் BC = 4 cm கிடைக்கும் வரையில் நாம் C ஐக் குறிக்க முயற்சித்துக் கொண்டே இருக்க வேண்டும்.

NOT TO BE REPUBLISHED @KTBS

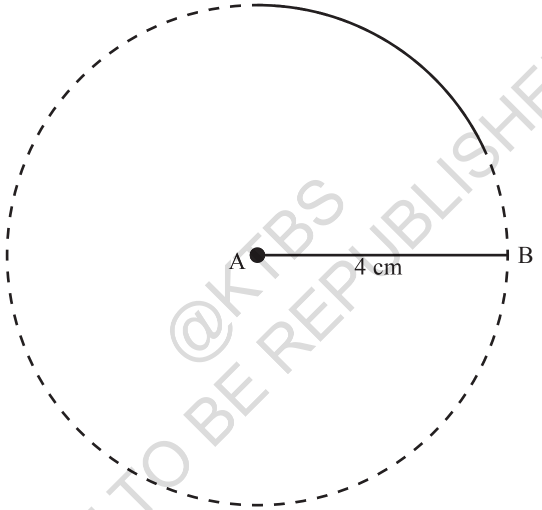


? இவ்வரைதலை நாம் எவ்வாறு திறம்படச் செய்ய முடியும்?

கடந்த ஆண்டு கவராயத்தைப் பயன்படுத்தி (வரைதல்களோடு விளையாடுதல்) என்ற அலகில்) இத்தகைய சிக்கலைத் தீர்த்ததை நினைவுகூறுக. மற்ற இரண்டு புள்ளிகளிலிருந்து ஒரு வீட்டின் மேற்புள்ளி 5 செ.மீ. ஆக அமையும் வகையில் குறிக்கவேண்டியிருந்தது. அப்புள்ளியைப் பெற நாம் பின்பற்றிய முறையையே இங்கும் பின்பற்றுவோம்.

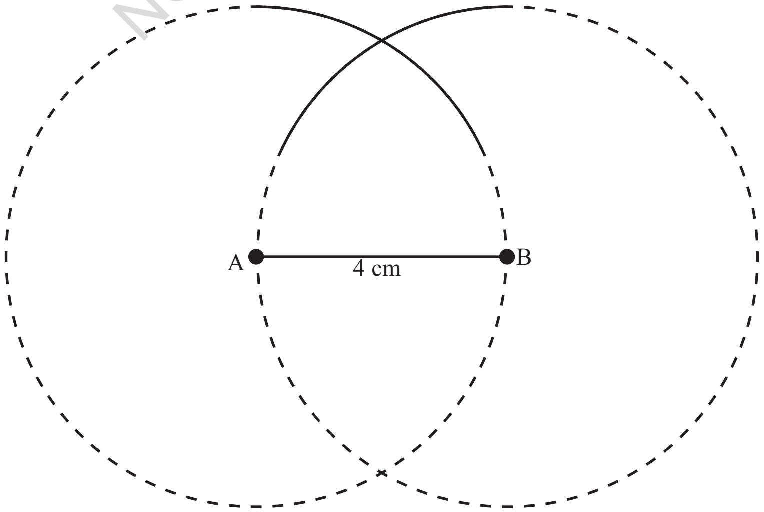
AB = 4 செ.மீ. ஐ வரைந்த பிறகு நாம் கீழ்கண்டவற்றைச் செய்யலாம்.

படிநிலை 1 : படத்தில் காண்பித்துள்ளது போல A புள்ளியிலிருந்து கவராயத்தைப் பயன்படுத்தி 4 செ.மீ. ஆரமுள்ள மற்றும் போதுமான நீளமுள்ள வில் ஒன்றை வரைக C புள்ளி வில்லின் மீது எங்கோ ஓர் இடத்தில் உள்ளது.



@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

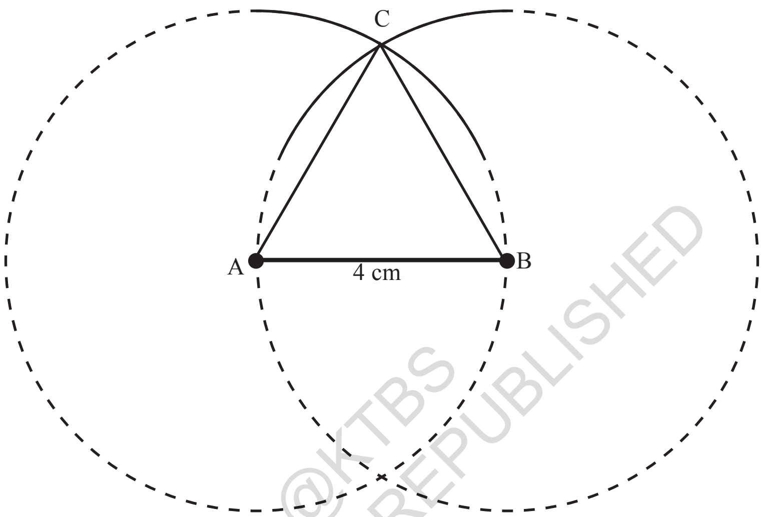
படிநிலை 2 : B லிருந்து 4 cm ஆரமுள்ள இன்னொரு வில்லை வரைக.



C புள்ளி வில்களின் இடைவெட்டுப் புள்ளியாக இருக்கட்டும்.

இவ்வரைதல், AC மற்றும் BC இரண்டுமே 4 cm நீளத்தில் இருக்கும் என்பதை உறுதி செய்கிறது.

படிநிலை 3 : தேவையான சமபக்க முக்கோணத்தைப் பெற AC மற்றும் BC ஐ இணைக்க.



@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

7.2 பக்கங்கள் கொடுத்தபோது ஒரு முக்கோணத்தை வரைதல்

சமபக்கமில்லாத முக்கோணங்களை நாம் எவ்வாறு வரையலாம்?

பக்கங்கள் 4 cm, 5 cm மற்றும் 6 cm இருக்கும் வகையில் ஒரு முக்கோணத்தை வரைக.

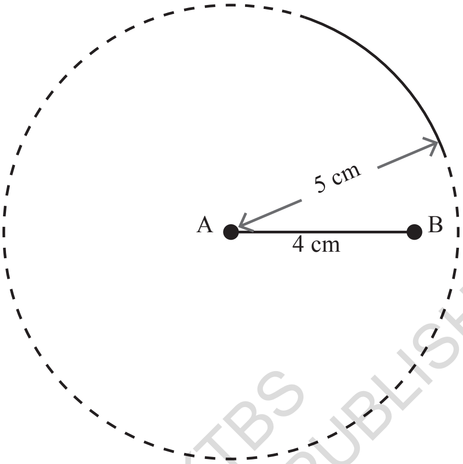
முந்தைய நிலையில் செய்தது போல, இம்முக்கோணத்தை ஒரு குறிக்கப்பட்ட அளவுகோலை மட்டுமே பயன்படுத்தியும் வரையலாம். ஆனால் இதற்கு பல முயற்சிகள் உட்படுகின்றன.

இம்முக்கோணத்தை நாம் எவ்வாறு திறம்பட வரையலாம்?

கொடுத்துள்ள நீளங்கள் ஒன்றினை முக்கோணத்தின் அடிப்பக்கமாக தேர்ந்தெடுக்க. 4 cm என்று எடுத்துக் கொள்வோம். அடிப்பக்கத்தை வரைக. A மற்றும் B அடிபக்க உச்சிகளாக இருக்கட்டும், மற்றும் C மூன்றாவது உச்சியாக இருக்கட்டும். AC = 5 cm மற்றும் BC = 6 cm ஆக இருக்கட்டும்.

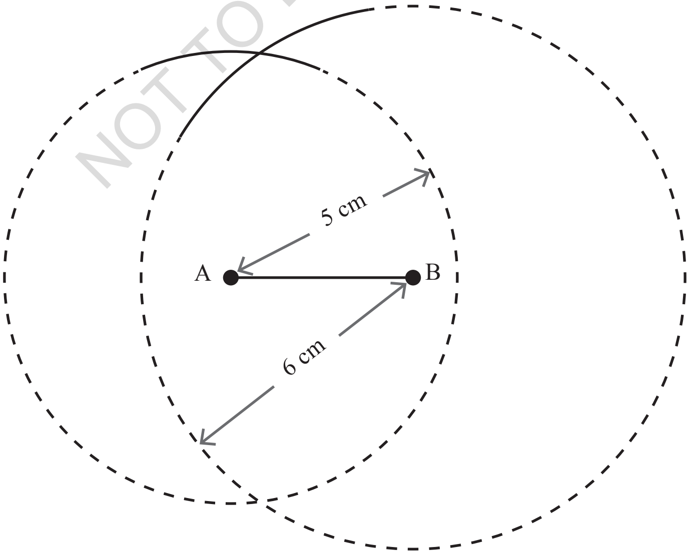
படம் 7.1

சமபக்க முக்கோணங்களின் நிலையில் நாம் செய்தது போல, A புள்ளியிலிருந்து 5 cm நீளத்தில் உள்ள அனைத்துப் புள்ளிகளையும் நாம் முதலில் பெறுவோம். இப்புள்ளிகள், மையப்புள்ளி A மற்றும் 5 cm ஆரமுள்ள ஒரு வட்டத்தின் மீது உள்ளன. புள்ளி C வட்டத்தின் மீது ஏதோ ஒரு இடத்தில் அமையப்பெற வேண்டும். இதை நாம் எப்படி கண்டுபிடிப்போம்.



படம் 7.2

C புள்ளியானது B இலிருந்து 6 cm தூரத்தில் உள்ளது என்ற உண்மையை நாம் பயன்படுத்திக் கொள்வோம், B இலிருந்து 6 cmஆரமுள்ள ஒரு வில்லை வரைக.

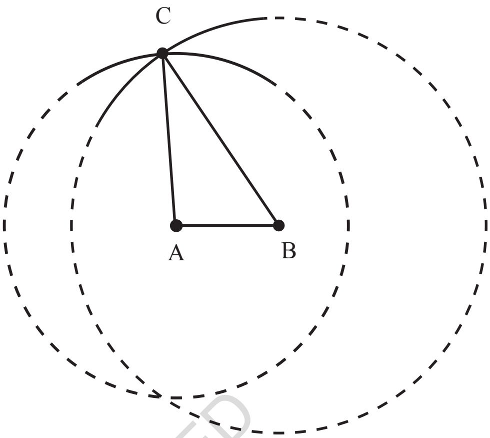


படம் 7.3

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

நமக்குத் தேவையான C புள்ளியானது இரண்டு வட்டங்களின் இடைவெட்டுப் புள்ளிகளில் ஒன்றாகும்.

இடைவெட்டுப் புள்ளி மூன்றாவது உச்சியாக இருப்பதற்கான காரணமும் சமபக்க முக்கோணங்களுக்கான காரணமும் ஒன்றே ஆகும். இப்புள்ளி இரண்டு வட்டங்களின் மீதும் அமையும். ஆகவே A இலிருந்து அதன் தொலைவு A (5 cm) ஐ மையப்புள்ளியாகப் பெற்றுள்ள வட்டத்தின் ஆரமாகும் மற்றும் B இலிருந்து அதன் தொலைவு B (6 cm) ஐ மையப் புள்ளியாகப் பெற்றுள்ள வட்டத்தின் ஆரத்திற்கு சமமாக இருக்கும்.



இப்பொழுது நாம் வரைதலின் படிநிலைகளை சுருக்கிக் கூறுவோம், மூன்றாம் உச்சியைப் (படம் 7.2 மற்றும் 7.3ஐப் பார்க்க) பெற முழு வட்டங்களை வரைவது அவசியமல்ல என்பதைக் குறித்துக் கொள்வோம்.

படிநிலை 1 : பக்க நீளங்களைக் கொண்டு அடிப்பக்கம் AB ஐ வரைக. (படம் 7.1)

படிநிலை 2 : A லிருந்து 5 cm ஆரமுள்ள போதுமான நீளமுள்ள ஒரு வில்லை வரைக (படம் 7.2).

படிநிலை 3 : முதல் வில்லை வெட்டும் வகையில் B இலிருந்து, 6 cm ஆரமுள்ள ஒரு வில்லை வரைக.

படிநிலை 4 : இரண்டு வில்களும் இணையும் புள்ளியானது நமக்குத் தேவையான மூன்றாவது உச்சி C ஆகும். ΔABC ஐப் பெற AC மற்றும் BC ஐ இணைக்க.

©KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

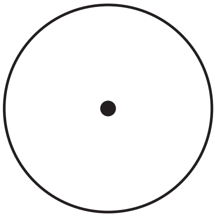
வரைதல்

? கீழ்காணும் பக்க அளவுகளைப் பெற்றுள்ள முக்கோணங்களை வரைக (அனைத்து அலகுகளும் cm களில் உள்ளன)

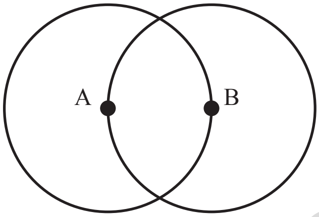
(a) 4, 4, 6
(b) 3, 4, 5
(c) 1, 5, 5
(d) 4, 6, 8
(e) 3.5, 3.5, 3.5

எல்லா மூன்று பக்கங்களும் சமமாக இருக்கும் முக்கோணங்கள் சமபக்க முக்கோணங்கள் என்பதை நாம் பார்த்துள்ளோம். இரண்டு சம பக்கங்களைப் பெற்றுள்ளவை இருசமபக்க முக்கோணங்கள் என அழைக்கப்படுகின்றன.

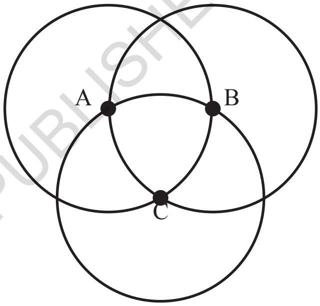
இதனைக் கண்டறிக



1. இருசமபக்க முக்கோணங்களை உருவாக்க வட்டங்களின் மீதுள்ள புள்ளிகள் மற்றும் / அல்லது மையத்தைப் பயன்படுத்துக.
2. இருசமபக்க மற்றும் சமபக்க முக்கோணங்களை உருவாக்க வட்டங்களின் மீதுள்ள புள்ளிகள் மற்றும்/அல்லது அவற்றின் மையங்களைப் பயன்படுத்துக. வட்டங்கள் ஒரே அளவிலானவை.



A மற்றும் B சம அளவு வட்டங்களின் மையங்கள் ஆகும்



A, B மற்றும் C சம அளவு வட்டங்களின் மையங்கள் ஆகும்

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

எல்லா அளவுகளுக்கும் முக்கோணங்கள் சாத்தியமா?

கொடுக்கப்பட்ட எந்தவொரு பக்க அளவுகளையும் கொண்டு ஒருவரால் முக்கோணங்களை வரைய முடியுமா? இதனைக் கண்டறிவோம்.

3 cm, 4 cm மற்றும் 8 cm பக்க நீளங்களைப் பெற்றுள்ள முக்கோணம் ஒன்றினை வரைக.

என்ன நடைபெறுகிறது? உங்களால் முக்கோணத்தை வரைய முடியுமா?

இங்கு மேலும் சில நீளங்கள் உள்ளன. 2 cm, 3 cm மற்றும் 6 cm. இந்த பக்க அளவுகளுக்கு முக்கோணம் சாத்தியமா என சிந்தித்துப் பார்க்க.

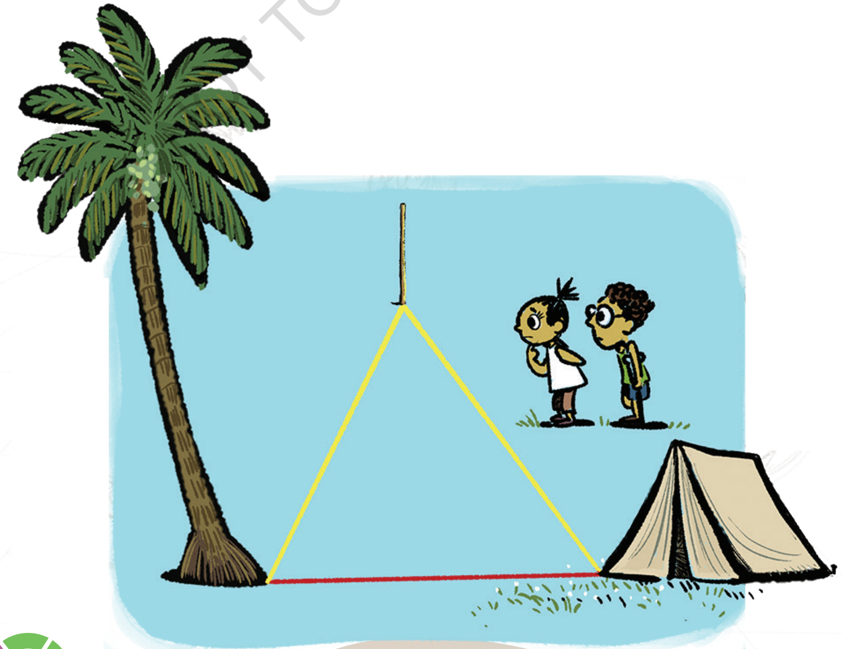
சில பக்க நீளங்களுக்கு மட்டுமே ஒரு முக்கோணம் அமையப்பெற முடியும், மற்றவைகளுக்கு சாத்தியமல்ல என்பதை நாம் காண்கிறோம். கொடுத்துள்ள பக்க நீளங்களின் ஒரு தொகுப்பிற்கு முக்கோணங்கள் சாத்தியமா என்பதை நாம் எப்படி கண்டுபிடிக்கலாம்? அம்முக்கோணத்தை உண்மையிலேயே அமைக்க முயற்சித்து அது சாத்தியமா என பரிசோதித்துப் பார்ப்பது ஒரு வழிமுறையாகும். இதைப் பரிசோதித்துப் பார்க்க இன்னும் திறமையான வழிமுறை உள்ளதா?

முக்கோணச் சமனின்மை (சமனிலி)

10 cm, 15 cm மற்றும் 30 cm பக்க நீளங்களை எடுத்துக் கொள்வோம். இப்பக்க நீளங்களைப் பெற்றுள்ள ஒரு முக்கோணம் உள்ளதா?

இவ்வினாவிற்குத் தீர்வு காண நாம் முக்கோணங்களின் ஒரு பண்பினைப் பற்றி ஆய்வு செய்வோம். ஒரு கூடாரம், ஒரு மரம் ஒரு கம்பம் இவை உள்ள ஒரு சமதள நிலத்தின் சிறிய வீட்டு மனை ஒன்றைக் கற்பனை செய்க. நீங்கள் கூடாரத்தின் நுழைவாயிலில் இருக்கிறீர் என்று கற்பனை செய்க. நீங்கள் மரத்திற்கு அருகில் செல்ல வேண்டும். குறுகிய பாதை எது? (i) மரத்திற்கு அருகில் செல்லக்கூடிய நேர்கோட்டுப் பாதை கருமை நிறப் பாதை அல்லது (ii) கூடாரத்திலிருந்து கம்பம் வரையுள்ள நேர்கோட்டுப் பாதை, அதனைத் தொடர்ந்து கம்பத்திலிருந்து மரம் வரை செல்லக்கூடிய நேர்கோட்டுப் பாதை (மஞ்சள் நிறப் பாதை)

கூடாரத்திலிருந்து மரம் வரையுள்ள நேர்கோட்டுப் பாதையே கம்பத்தைச் சுற்றிச் செல்லும் பாதையை விடக் குறுகிய பாதை என்பது தெளிவாகத் தெரிகிறது.

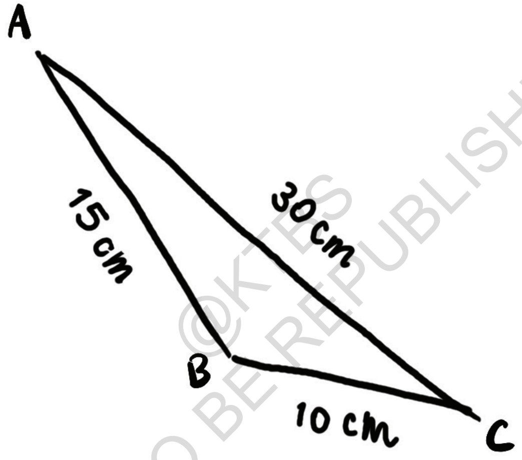


© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

ஏதேனும் இரண்டு புள்ளிகளுக்கு இடையே உள்ள நேரான பாதை மூன்றாவது புள்ளி வழியாக சுற்றிச் செல்லும் பாதையை விடக் குறுகியதா? தெளிவாக இதற்கான பதில் 'ஆம்' என்பதாகும்.

10 cm, 15 cm, 30 cm? இப்பக்க நீளங்களைப் பெற்றுள்ள ஒரு முக்கோணத்தின் அமைவைப் பற்றிக் கூற இப்புரிதல் பயன்படுமா?

இப்பக்க நீளங்களின் தொகுப்பிற்கு ஒரு முக்கோணம் அமையப்பெறும் என எடுத்துக் கொள்வோம். இந்த நிலையில் முக்கோணம் அமையப்பெறுவதைப் பற்றி நமக்கு உறுதியாகத் தெரியாது, ஆனால் அது அமையப்பெறும் எனக் கணிக்க மட்டுமே செய்கிறோம். இப்பொழுது நாம் ஒரு கரடு படத்தை வரைவோம்.



படம் 7.4

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

இம்முக்கோணங்களில் எல்லாம் சரியாக உள்ளதா?

இம்முக்கோணம் சாத்தியமான ஒன்றாக இருந்தால், ஏதேனும் இரண்டு உச்சிகளுக்கு இடையே உள்ள நேரான பாதை மூன்றாவது உச்சியை சுற்றி வரும் பாதையை விடக் குறுகியதாக இருக்க வேண்டும். நமது கரடு படத்திற்கு இது பொருந்துமா?

B மற்றும் C க்கு இடையே உள்ள பாதைகளைக் கருதுவோம்.

A உச்சி வழியாகச் செல்லும் சுற்றும் பாதையின் நீளம் என்ன? அது BA மற்றும் AC கோட்டுத்துண்டுகளின் நீளங்களின் மொத்தமாகுமா?

சுற்றிவரும் பாதையின் நீளம் BA + AC = 15 cm + 30 cm = 45 cm

நேரான பாதையின் நீளம் சுற்றி வரும் பாதையின் நீளத்தை விடக் குறுகியதா? ஆம். இப்பொழுது நாம் A மற்றும் B க்கு இடையே உள்ள பாதையைக் கருதுவோம்.

நேரான பாதையின் வழி AB = 15 cm உச்சி C வழியாகச் சுற்றி வரும் நீளத்தைக் கண்டுபிடிக்கும் போது நமக்குக் கிடைப்பது சுற்றி வரும் பாதையின் நீளம் AC + CB = 30 cm + 10 cm = 40 cm

நேர் பாதையின நீளம் சுற்றி வரும் பாதையின் நீளத்தை விடக் குறுகியதா? ஆம். கடைசியாக C மற்றும் A க்கு இடையே உள்ள பாதைகளைக் கருதுக.

நேர் பாதையின் நீளம் CA = 30 cm சுற்றி வரும் பாதையின் நீளம் CB + BA = 10 cm + 15 cm = 25 cm

நேர் பாதையின் நீளம், சுற்றி வரும் பாதையின் நீளத்தை விடக் குறுகியதா? இந்நிலையில், நேரான பாதை நீளமானது, இது பொருத்தமில்லாதது. இத்தகைய முக்கோணம் அமையப்பெறுமா? இல்லை.

ஆகவே 10 cm, 15 cm மற்றும் 30 cm பக்க நீளங்களைக் கொண்ட முக்கோணம் அமையப்பெறுவதில்லை.

இவ்வாறாக நாம் வரையாமலேயே ஏன் 10 cm, 15 cm மற்றும் 30 cm நீளங்களுக்கான முக்கோணம் அமையப்பெறாது என்பதைப் பார்க்க முடிந்தது. இதைநாம் இடஞ்சார்ந்த உள்ளுணர்வு மற்றும் பகுத்தறிதலின் மூலம் இதனை நம்மால் கண்டறிய முடிந்தது.

இடைவெட்டும் கோடுகள், இணைக்கோடுகள் இவற்றின் பண்புகளைக் நாம் கண்டறிய இத்தகைய இடஞ்சார்ந்த உள்ளுணர்வு மற்றும் பகுத்தறிதலை எவ்வாறு பயன்படுத்திக் கொண்டோம் என்பதைனை நினைவுகூறுக.

NOT TO BE REPUBLISHED @KTBS

? 3 cm, 3 cm மற்றும் 7 cm? இப்பக்க நீளங்களால் ஆன முக்கோணத்தின் அமைவினைப் பற்றி நாம் ஏதாவது கூறுவோமா? உங்கள் விடையை வரைவதன் மூலம் சரிபார்க்க.

? படம் 7.4 இல் உள்ள கரடு வரைபடத்தில், நேரான பாதைகள் சுற்றி வரும் பாதைகளை விடக் குறுகியதாக இருக்கும் வகையில் நாம் நீளங்களை வெவ்வேறு வரிசையில் ஒழுங்கமைக்க முடியுமா? இது முடியுமானால் முக்கோணம் நிலைப்பெறக்கூடும்.

? நீளங்களின் இத்தகைய மறுஒழுங்கமைவு ஒரு முக்கோணத்தில் சாத்தியமா?

கணித பேச்சு

? இதனைக் கண்டறிக

1. 3 cm, 4 cm மற்றும் 8 cm; மற்றும் 2 cm, 3 cm மற்றும் 6 cm பக்க நீளங்களைப் பெற்றுள்ள முக்கோணங்கள் இல்லை என்பதை வரைவதன் மூலம் சோதித்துப் பார்த்தோம். முக்கோணத்தை அமைக்க முயற்சிக்காமலேயே இதை நம்மால் கண்டுபிடித்திருக்க முடியுமா என்பதை சோதித்துப் பார்க்க.

2. கீழ்காணும் ஒவ்வொரு நீளங்களின் தொகுப்புகளுக்கும் முக்கோணத்தின் அமைவுகளைப் பற்றி உங்களால் ஏதாவது கூற முடியுமா?

(a) 10 km, 10 km மற்றும் 25 km

(b) 5 mm, 10 mm மற்றும் 20 mm

(c) 12 cm, 20 cm மற்றும் 40 cm

ஒரு கரடு படத்தைப் பயன்படுத்தி, நேர் பாதை நீளங்களை அவற்றின் ஒத்திசைவு சுற்றுப் பாதையின் நீளங்களோடு ஒப்பிடுவது, ஒவ்வொரு நீளத்தையும் மற்ற இரண்டு நீளங்களின் மொத்தத்துடன் ஒப்பிடுவது ஒரே மாதிரியான இத்தகைய மூன்று ஒப்பீடுகளை நாம் செய்ய வேண்டும்.

3. இதுவரை நாம் கண்ட நீளங்களின் ஒவ்வொரு தொகுப்பிற்கும் குறைந்தது இரண்டு ஒப்பீடுகளில் மற்ற இரண்டின் மொத்தத்தை விட நேர் நீளம் குறைவாக உள்ளதை நீங்கள் கவனித்திருப்பீர்கள். (அப்படி இல்லையெனில் மீண்டும் சோதித்துப் பார்க்க) எடுத்துக்காட்டாக 10 cm, 15 cm மற்றும் 30 cm நீளங்களின் தொகுப்பில் இது நடைபெற இரண்டு ஒப்பீடுகள் உள்ளன.

Try This

$$10 < 15 + 30$$

$$15 < 10 + 30$$

ஆனால் மூன்றாவது நீளத்துடன் இது நடைபெறாது, $30 > 10 + 15$.

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

? இது எப்பொழுதும் நடக்குமா? அதாவது எந்த ஒரு நீளங்களின் தொகுப்பிற்கும், நேரடி நீளம் மற்ற இரண்டின் கூட்டுத் தொகையை விடக் குறைவாக இருக்கும். குறைந்தது இரண்டு ஒப்பீடுகள் உள்ளனவா?

? மேலும், கணக்கிடாமல் கொடுக்கப்பட்ட பக்க நீளங்களின் தொகுப்பில், வேறு எந்த நீளங்கள் மற்ற இரண்டின் மொத்தத்தை விட உடனடியாக குறைவாக இருக்கும் என்பதை அடையாளம் காண முடியுமா?

(குறிப்பு: நேர் பக்க நீளங்களை ஏறு வரிசையில் எடுத்துக் கொள்க)

? மூன்று பக்க நீளங்கள் கொடுத்தபோது, ஒரு முக்கோணம் அமையப்பெற வேண்டுமெனில் நாம் எதை ஒப்பிட வேண்டும்.

ஒவ்வொரு பக்க நீளமும் மற்ற இரண்டு பக்கங்களின் மொத்தத்தை விடக் குறைவாக இருந்தால் முக்கோண சமனின்மையை அம்முக்கோணம் நிறைவு செய்கிறது என்று கூறுகிறோம். எ.கா: 3, 4, 5 இன் தொகுப்பு முக்கோண சமனின்மை நிறைவு செய்கிறது ஆனால் 10, 15, 30 இன் தொகுப்பு முக்கோண சமனின்மையை நிறைவு செய்யாது.

10, 15, 30 போன்ற பக்க நீளங்கள் முக்கோண சமனின்மையை நிறைவு செய்யாததால் அவை ஒரு முக்கோணத்தின் பக்கங்களாக இருக்க முடியாது.

4 cm, 5 cm மற்றும் 8 cm பக்கங்களாலான முக்கோணம் அமையப்பெறுமா?

இது முக்கோண சமனின்மையை நிறைவு செய்கிறது.

$$8 < 4 + 5 = 9$$

? நாம் ஏன் மற்ற இரண்டு பக்கங்களை சோதிக்க வேண்டாம்?

நேர் பாதை நீளங்கள், சுற்றி வரும் பாதை நீளங்களை விடக் குறைவாக உள்ளன என்பதுவே இதன் பொருளாகும்.

நேர் பாதை நீளங்களில் ஒன்று நீளமாக இருந்திருந்தால் ஒரு முக்கோணம் அமையப் பெறாது என்று நாம் உறுதியாக கூறலாம் ஆனால் இந்நிலையில் நாம் முக்கோணம் அமையலாம் அல்லது அமையாமலும் போகலாம் என்று மட்டுமே கூற முடியும்.

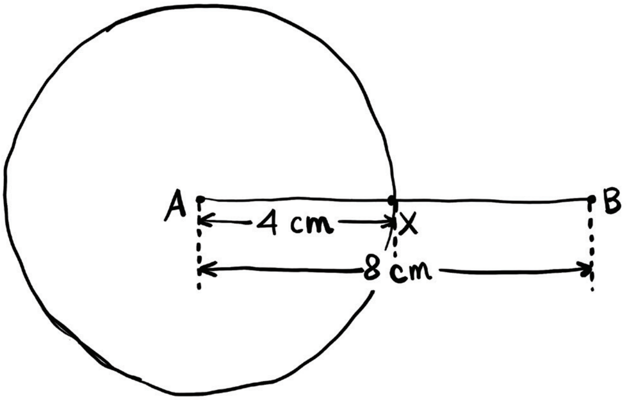
முக்கோணம் அமைய வேண்டுமெனில், மூன்றாவது உச்சியைப் பெற நாம் வரையும் வில்கள் வெட்டிக்கொள்ள வேண்டும். உண்மையில் வரையாமலேயே இது நடக்கும் என்று கண்டறிய முடியுமா?

NOT TO BE REPUBLISHED @KTBS

வட்டங்களின் வரைதலைக் காட்சிப்படுத்துதல்

நீளமான பக்கத்தை அடிப்பக்கமாக வைத்து வரைதலைத் துவங்குகிறோம் எனக் கற்பனை செய்க. AB, 8cm நீளமுள்ள அடிப்பக்கமாக இருக்கட்டும். மற்ற இரண்டு பக்க நீளங்களான 4 cm, 5 cm க்கு ஒத்திசைவாக போதுமான அளவு நீளமான வில்களை வரைவது அடுத்த படிநிலை ஆகும்.

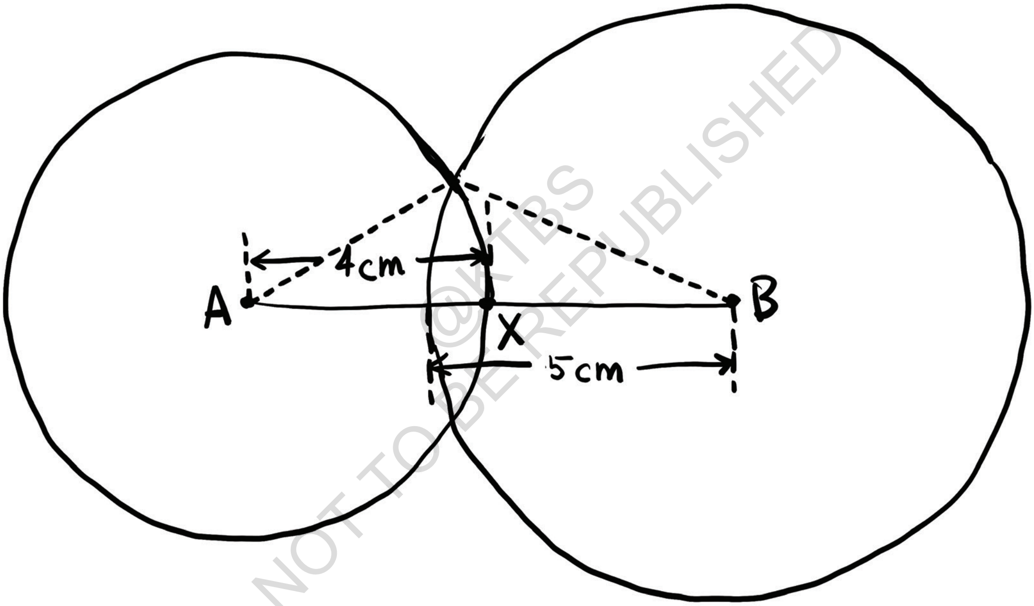
வில்களை மட்டுமே வரைவதற்கு பதிலாக, முழு வட்டங்களை வரைவோம். Aஐ மையப்புள்ளியாகக் கொண்டு நாம் 4 cm ஆரமுள்ள ஒரு வட்டத்தை வரைகிறோம் என்று எடுத்துக் கொள்வோம்.



B ஐ மையமாகப் பெற்றுள்ள மற்றும் 5 cm ஆரமுள்ள ஒரு வட்டம் வரையப்படுகிறது என்று எடுத்துக் கொள்வோம். கிடைக்கப் பெறும் வடிவத்தின் கரடு வரைபடத்தை உம்மால் வரைய முடியுமா?

கீழ்கண்ட படத்தில் AX = 4 cm மற்றும் AB = 8 cm என்பதைக் குறித்துக் கொள்க. ஆகவே BX என்னவாகும்? இந்த நீளமானது கிடைக்கப்பெறும் நீளத்தைக் காண உதவிபுரியுமா?

BX = 4 cm மற்றும் B ஐ மையமாகக் கொண்டுள்ள. வட்டத்தின் ஆரம் 5 cm எனவே அவ்வட்டங்கள் இரண்டு புள்ளிகளில் ஒன்றை ஒன்று வெட்டிக் கொள்கின்றன. என்பது தெளிவாகிறது.



NOT TO BE REPUBLISHED @KTBS

படம் 7.5

முக்கோணம் அமையப்பெறுவது குறித்து இது நமக்கு என்ன கூறுகிறது? A, B புள்ளிகளோடு வட்டங்களின் வெட்டுப்புள்ளிகள் ஏதேனும் ஒன்று நமக்குத் தேவையான முக்கோணத்தைக் கொடுக்கிறது, ஆகவே, 4 cm, 5 cm மற்றும் 8 cm கொண்டுள்ள ஒரு முக்கோணம் அமையப் பெறலாம்.

இதனைக் கண்டறிக

1. கீழ்காணும் பக்க நீளங்களில் எவை ஒரு முக்கோணத்தின் பக்க நீளங்களாக அமைய முடியும்? உங்கள் விடைகளை விளக்குக. ஒவ்வொரு தொகுப்பிற்கும், மூன்று நீளங்களும் ஒரே அளவீட்டு அலகினைப் பெற்றுள்ளன.

(a) 2, 2, 5 (b) 3, 4, 6

(c) 2, 4, 8 (d) 5, 5, 8

(e) 10, 20, 25 (f) 10, 20, 35

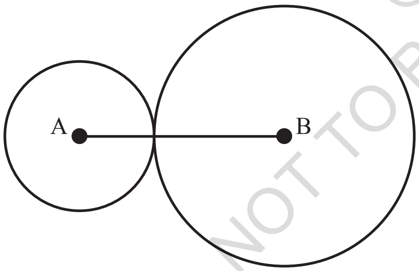
(g) 24, 26, 28

கடந்த சிக்கல்களிலிருந்து, (முக்கோண சமனின்மையை நிறைவு செய்யும் வகையில் பக்க நீளங்களின் தொகுப்பு இருக்குமேயானால் (ஒவ்வொரு நீளம் மற்ற இரண்டு நீளங்களின் மொத்தம் / கூட்டுத்தொகை) அம்மூன்று நீளங்களைப் பக்க நீளங்களாகப் பெற்றுள்ள ஒரு முக்கோணம் அமையப்பெறும்) என்பதை நாம் கவனித்தோம்.

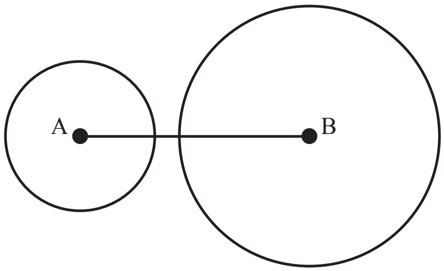
? நீங்களின் ஒரு தொகுப்பு முக்கோண சமனின்மையை நிறைவு செய்தால் எப்பொழுதும் முக்கோணங்கள் அமையப் பெறுகின்றனவா? நாம் இதை எப்படி உறுதியாகக் கூற முடியும்?

முக்கோண சமமின்மை நிறைவு செய்யப்படும் பொழுது வட்டங்கள் உட்புறமாக வெட்டிக்கொள்கின்றன (படம் 7.5 இல் உள்ளதுபோல) எனக் காட்டினால் மட்டுமே நாம் முக்கோணத்தின் அமைவைக் குறித்து உறுதியாகக் கூற முடியும்.

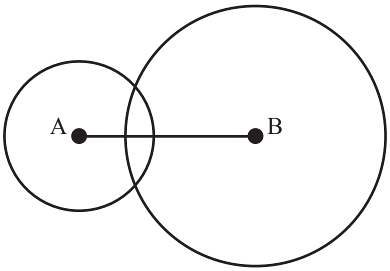
@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED



நிலை 1 : வட்டங்கள் ஒன்றை ஒன்று தொடுகின்றன.



நிலை 2 : வெட்டிக் கொள்ளாத வட்டங்கள்



நிலை 3 : வட்டங்கள் உட்புறமாக ஒன்றை ஒன்று வெட்டிக் கொள்கின்றன

வட்டங்களை வரையும் பொழுது நாம் கருத்தில் கொள்வனவற்றை குறித்துக் கொள்க.

(அ) AB இன் அடிப்பக்கம் நீளம் = கொடுத்துள்ள நீளத்தில் மிக நீளமானதாகும்.

(ஆ) வட்டங்களின் ஆரங்கள் இரண்டு சிறிய நீளங்களாக இருக்கும்.

ஒரு முக்கோணம் அமையப்பெற மேலே குறிப்பிடப்பட்டுள்ள எந்நிலை வழிவகுக்கும். வட்டங்கள் உட்புறமாக வெட்டிக் கொண்டால் மட்டுமே வட்டங்கள் அமையப் பெறுகின்றன. (நிலை 3) என்பது தெளிவாகிறது.

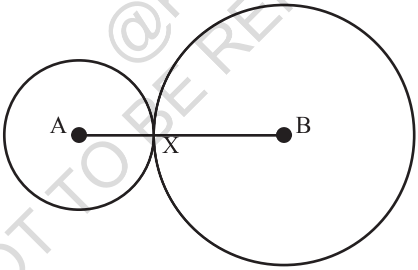
? ஆரங்கள் (இரண்டு சிறிய நீளங்கள்) மற்றும் AB மிக நீளமான இவற்றினிடையே உள்ள தொடர்பினைக் கண்டுபிடிப்பதன் மூலம் நாம் ஒவ்வொரு நிலையையும் ஆய்வு செய்வோம்.

நிலை 1 : ஒரு புள்ளியில் வட்டங்கள் ஒன்றை ஒன்று தொடுகின்றன.

இந்நிலைகள் நிகழ இரண்டு ஆரங்களின் மொத்தம் = AB மிக நீண்ட நீளம்

அல்லது

இரண்டு சிறிய நீளங்களின் மொத்தம் = அதிக நீளமானது.



நிலை 2 : வட்டங்கள் உட்புறமாக வெட்டிக் கொள்ளாது.

? இச்சூழ்நிலை நிகழ ஆரங்கள் மற்றும் AB க்கு இடையே உள்ள தொடர்பு என்னவாக இருக்க வேண்டும்

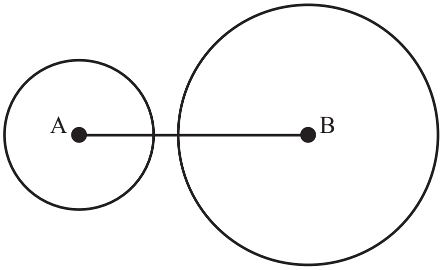
படத்தில் நாம் காண்பது

இரண்டு ஆரங்களின் மொத்தம் < AB

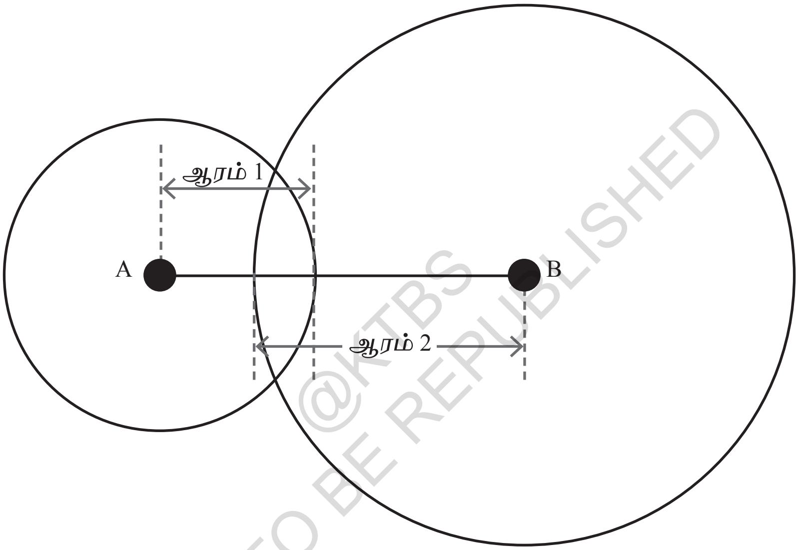
அல்லது

இரண்டு சிறிய நீளங்களின் மொத்தம் = மிக நீளமான அளவு

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED



நிலை 3 : வட்டங்கள் ஒன்றை ஒன்று வெட்டிக் கொள்கின்றன.



@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

AB ஒரு ஆரத்தினாலும் இன்னொன்றின் ஒரு பகுதியாலும் உருவாகியுள்ளது ஆகவே,

இரண்டு ஆரங்களின் மொத்தம் > AB

அல்லது

ஒத்த இரண்டு நீளங்களின் கூட்டுத்தொகை > மிக நீண்ட நீளம்

நீளங்களின் சமனின்மை நிறைவு செய்யப்பட்டால் ஒரு முக்கோணம் அமையப்பெறுகிறதைக் கூற இவ்வாய்வினைப் பயன்படுத்திக் கொள்ளவோமா?

கொடுத்துள்ள நீளங்கள் முக்கோண சமத்துவமின்மையை நிறைவு செய்கின்றன எனில், இரண்டு சிறிய நீளங்களின் கூட்டுத் தொகை மிக நீளமான அளவை விட அதிகமாக இருக்க வேண்டும். வட்டங்கள் உட்புறமாக வெட்டிக் கொள்கின்றன ஆகையால் ஒரு முக்கோணம் அமையப்பெறுகிறது என்று பொருள்படும் மற்றும் நிலை 3 க்கு இது நம்மை இட்டுச் செல்லும்.

முக்கோண சமனின்மையை நிறைவு செய்யாத நீளங்களின் தொகுப்பிற்கு இரண்டு வட்டங்கள் எவ்வாறு அமையப் பெறும் வட்டங்கள் இவ்வாறாக அமைய நீளங்களின் தொகுப்புகளுக்கு மூன்று எடுத்துக்காட்டுகளைக் கண்டறிக.

(a) ஒரு புள்ளியில் ஒன்றை ஒன்று தொடுவன

(b) வெட்டிக் கொள்ளாதவை.

ஒரு முக்கோணம் அமையப்பெறுவதை சோதித்துப் பார்க்கப் பயன்படுத்தக் கூடிய ஒரு முழுமையான வழிமுறையை அமைக்க.

முடிவு / தீர்மானம்

கொடுத்துள்ள மூன்று நீளங்களின் தொகுப்பு முக்கோணத்தின் சமனின்மையை நிறைவு செய்கிறது எனில் அப்பொழுது அப்பக்க நீளங்களைப் பெற்றுள்ள முக்கோணம் அமையப்பெறுகிறது. முக்கோண சமனின்மையை அத்தொகுப்பு நிறைவு செய்யததெனில், அப்பக்க நீளங்களைப் பெற்றுள்ள முக்கோணம் அமையப்பெறாது.

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

கண்டறிக

1. கீழ்கண்ட ஒவ்வொரு நீளங்களின் தொகுப்பிற்கு முக்கோணம் அமையப்பெறுமா என்பதை சோதிக்க.

   (a) 1, 100, 100 (b) 3, 6, 9

   (c) 1, 1, 5 (d) 5, 10, 12

2. 50, 50, 50 பக்கங்கள் உள்ள ஒரு சமபக்க முக்கோணம் அமையப் பெறுமா? எந்த பக்க நீளங்களுக்கும் ஒரு சமபக்க முக்கோணம் அமையப் பெறுமா? உங்கள் விடையை நியாயப்படுத்துக.

3. கீழ்காணும் ஒவ்வொன்றிற்கும் இப்பக்க நீளங்களைப் பெற்றுள்ள முக்கோணம் அமையும் வகையில் மூன்றாவது நீளத்திற்கும் குறைந்தது 5 சாத்தியமான மதிப்புகளைத் தருக. (தசம, மதிப்புகளும் தேர்ந்தெடுக்கப்படலாம்)

   (a) 1, 100

   (b) 5, 5

   (c) 3, 7

அப்பக்க நீளங்களால் முக்கோணம் அமையும் வகையில் ஒவ்வொரு நிலையிலும் மூன்றாவது பக்கத்திற்கு சாத்தியமாகும் அனைத்து நீளங்களையும் உங்களால் விளக்க முடியுமா எனப் பார்க்க. எடுத்துக்காட்டாக (a) நிலையில், 99 மற்றும் 101க்கு இடையே உள்ள அனைத்து எண்களும் கண்டிப்பாக சாத்தியம்.

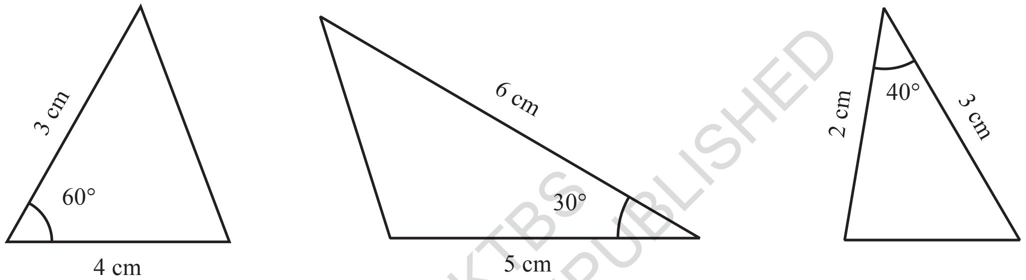
இதை முயற்சிக்க

7.3 சில பக்கங்களும் கோணங்களும் கொடுத்த போது முக்கோணங்களை வரைதல்.

பக்கநீளங்கள் கொடுத்த போது முக்கோணங்களை எவ்வாறு வரைவது என்பதைக் குறித்து பார்த்திருக்கிறோம். சில பக்க நீளங்களும் கோண அளவுகளும் கொடுக்கப்படுகையில் முக்கோணங்களின் வரைதல்களை மேற் கொள்வோம்.

இரண்டு பக்கங்களும் உள்ளமைவுக் கோணமும்

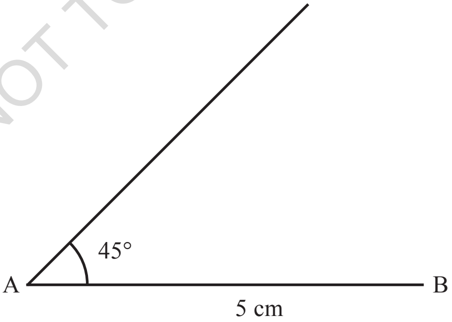
இரண்டு பக்கங்களும் இவற்றிற்கிடையே அமைந்துள்ள உள்ளமைவு கோணமும் கொடுத்த போது நாம் முக்கோணத்தை எவ்வாறு வரைவோம்.



@KTBS
NOT TO BE REPUBLISHED

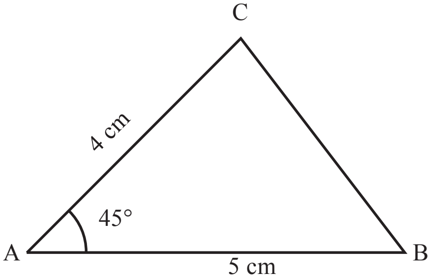
AB = 5 cm, AC = 4 cm மற்றும் ∠A= 45° கொண்ட முக்கோணம் ABC ஐ வரைக.

கொடுத்துள்ள பக்கங்களில் ஒன்று அதாவது AB ஐ முக்கோணத்தின் அடிப்பக்கமாக எடுத்துக் கொள்வோம்.



படிநிலை 1 : ஒரு பக்கம் AB = 5 cm ஐ வரைக.

படிநிலை 2 : ∠A = 45° வரைவதன் மூலம் கோணத்தின் இன்னொரு கோணச்சிறையை வரைக.



படிநிலை 3 : (AC = 4 cm இருக்கும் வகையில் இன்னொரு கோணச் சிறையின் மீது C புள்ளியைக் குறிப்பிடுக.

படிநிலை 4 : தேவையான முக்கோணத்தைப் பெற BC ஐ இணைக்க.

இவற்றை கண்டறிக

1. பக்கங்களுக்கு இடையே கோணங்கள் உள்ளடங்கியுள்ள பின்வரும் இவ்வளவீடுகளுக்கு முக்கோணங்களை அமைக்க.

   (a) 3 cm, 75°, 7 cm

   (b) 6 cm, 25°, 3 cm

   (c) 3 cm, 120°, 8 cm

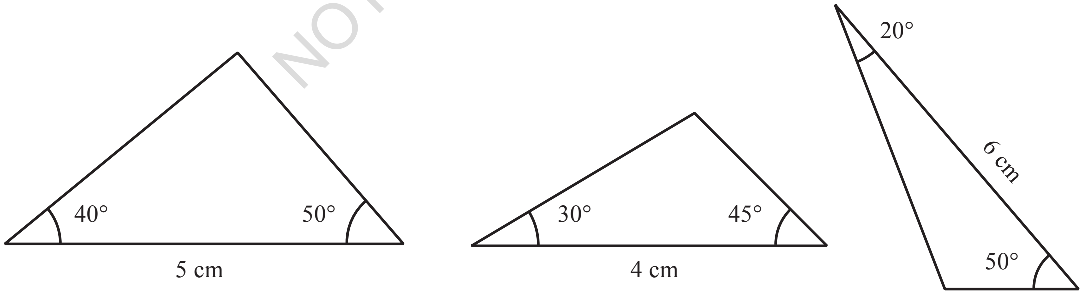
எல்லாப் பக்க நீளங்களுக்கும் முக்கோணங்கள் அமையப்பெறாது என்பதை நாம் பார்த்திருக்கிறோம். முக்கோணம் சாத்தியமில்லாத வகையில் இரண்டு பக்கங்களும் உள்ளமைவுக் கோணங்களும் இருக்கும் நிலையில் அளவுகளுக்கான சேர்வு உள்ளனவா? வரைதலின் போது நீங்கள் கவனித்ததைப் பயன்படுத்தி உங்கள் விடையை நியாயப்படுத்துக.

கணித பேச்சு

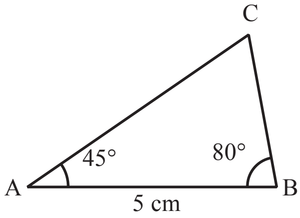
@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

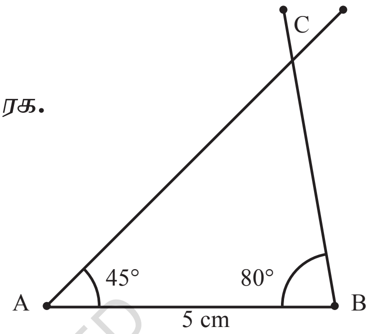
இரண்டு கோணங்களும் உள்ளமைவுப் பக்கமும்

இந்நிலையில், இரண்டு கோணங்களும் உள்ளமைவுப் பக்கம் என்று நாம் அழைக்கும் இரண்டு கோணங்களின் பகுதியாக இருக்கும் பக்கமும் நமக்குக் கொடுக்கப்பட்டுள்ளன. இத்தகைய அளவுகளுக்கான சில எடுத்துக்காட்டுகள் இங்கு உள்ளன.



AB = 5 cm, ∠A = 45° மற்றும் ∠B = 80° இருக்கும் வகையில் முக்கோணம் ABC ஐ வரைக. கொடுத்துள்ள பக்கத்தை அடிப்பக்கமாக எடுத்துக் கொள்வோம்.





படிநிலை 1 : 5 cm. நீளமுள்ள அடிப்பக்கம் AB ஐ வரைக.

படிநிலை 2 : முறையே 45° மற்றும் 80° அளவுள்ள ∠A மற்றும் ∠B ஐ வரைக.

படிநிலை 3 : இரண்டு புதிய கோட்டுத் துண்டுகளின் வெட்டுப்புள்ளி மூன்றாவது உச்சி C ஆகும்.

இதனைக் கண்டறிக

1. கீழ்காணும் அளவுகளுக்கு முக்கோணங்களை வரைக.

(a) 75°, 5 cm, 75°

(b) 25°, 3 cm, 60°

(c) 120°, 6 cm, 30°

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

முக்கோணங்கள் எப்பொழுதும் அமையப் பெறுமா?

கணித பெச்சு

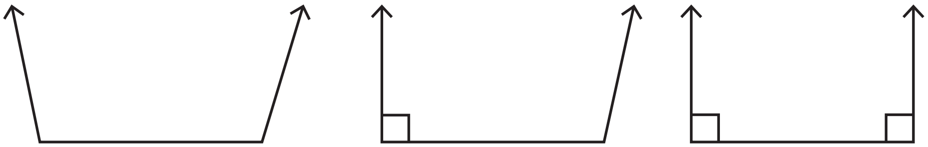
இரண்டு கோணங்கள் மற்றும் அவற்றின் உள்ளமைவுப் பக்கம் இவற்றின் ஒவ்வொரு சேர்க்கைக்கும் முக்கோணங்கள் அமையப் பெறுகின்றனவா? கண்டறிக.

எல்லா மூன்று பக்கங்களும் கொடுத்த போது, இரண்டு கோணங்கள் மற்றும் உள்ளமைவுப் பக்கத்தின் ஒவ்வொரு சேர்வுக்கும் எப்பொழுதுமே ஒரு முக்கோணம் அமைப்பெறாது.

இரண்டு கோணங்களும் அவற்றுடன் உள்ளமைவுப் பக்கமும் இருந்து ஒரு முக்கோணம் சாத்தியமாகாத அளவுகளுக்கு எடுத்துக்காட்டுகள் தருக.

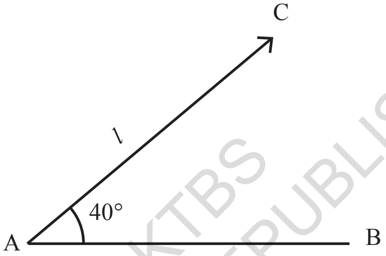
இத்தகைய சூழமைவு ஒன்றினைக் காணலாம், அடிப்பக்கம் வரையப்பட்டதும், மற்ற பக்கங்கள் சேராமல் இருக்க அவை எப்படி இருக்க வேண்டும் என்பதைக் கற்பனை செய்து பார்க்க.

இங்கு சில தெளிவான எடுத்துக்காட்டுகள் உள்ளன.



இரண்டு கோணங்களும் ஒரு செங்கோணத்திற்கு (90°) அதிகமாகவோ அல்லது சமமாகவோ இருந்தால் ஒரு முக்கோணம் அமையப்பெறாது என்பது தெளிவாகிறது.

இப்பொழுது நாம் ஒரு குறுங்கோணத்தை எ.கா: 40°ஐ அடிப்பக்கமாக வைத்துக் கொள்வோம். கோடுகள் இணையாமல் இருக்க மற்ற கோணங்கள் சாத்தியமான எந்த மதிப்புகளை எடுத்துக் கொள்ள வேண்டும்?

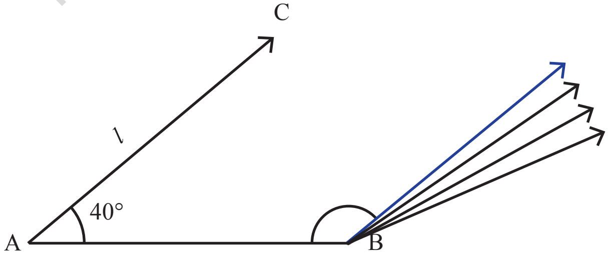


@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

? B இலிருந்து வரையப்படும் கோடு தேவையான அளவு வலது புறம் சாய்ந்தால் அது l கோட்டை இணையாது என்பது தெளிவாகிறது.

(a) இது நடைபெற சாத்தியமான ∠B ஐக் (படத்தில் குறிப்பிடப்பட்டுள்ளது) கண்டுபடிக்க முயற்சிக்க

(b) கோடுகள் இணையாமல் இருக்க ∠B இன் மிகச்சிறிய அளவு என்னவாக இருக்கக்கூடும்.



நீல நிறக் கோடு ஆனது கோடு 'l' க்கு உடன் இணையாமல் இருக்கும் மிகச்சிறிய வலப்பக்க சாய்வு ஆகும்.

மிகச்சிறிய ∠B ஐ உண்டாக்கும் கோடு 'l' க்கு இணையாக இருக்க வேண்டும் என்பது கண் கூடாகத் தெளிவாகிறது. இந்த இணைக் கோட்டினை m என அழைக்கலாம். இந்நிலையில் ∠B இன் உண்மையான மதிப்பினைக் கூற முடியுமா?

(குறிப்பு : AB குறுக்கு வெட்டியாகும் என்பதைக் குறித்துக் கொள்க.)

இரண்டு கோடுகள் இணையாக இருந்தால், குறுக்கு வெட்டியின் பக்கமாக இருக்கும் உள் கோணங்களின் மொத்தம் 180° ஆகும். எனவே $\angle B = 140°$.

ஆகவே $\angle B$ இன் எந்த மதிப்புகளுக்கு ஒரு முக்கோணம் அமையப்பெறாது? AB இன் நீளம் இங்கு ஏதேனும் பங்கு வகிக்கிறதா? மேலுள்ள கலந்துரையாடலிலிருந்து ஒரு முக்கோணம் அமையப்பெறுவதைப் பற்றி முடிவு செய்வதில் AB இன் நீளம் எந்த பங்கும் வகிக்காது என்பது காணப்படுகிறது. $\angle B = 140°$ ஐ விட அதிகமாகவோ அல்லது சமமாகவோ இருக்கும் போது ஒரு முக்கோணம் அமையப்பெறாது என்று கூறலாம்.

? இதனைக் கண்டறிக

1. கீழ்கண்ட ஒவ்வொரு கோணங்களுக்கு இன்னொரு கோணம் (a) சாத்தியமாகும் (b) சாத்தியமில்லாததைக் கண்டுபிடிக்க. ஒவ்வொரு வகைக்கும் குறைந்த பட்சம் இரண்டு வெவ்வேறு கோணங்களைக் கண்டுபிடிக்க.

   (a) 30°
   (b) 70°
   (c) 54°
   (d) 144°

2. கீழ்காணும் எந்த இணைகள் முக்கோணத்தின் கோணங்களாக இருக்க முடியும் மற்றும் இருக்க முடியாது என்பதைக் குறிப்பிடுக.

   (a) 35°, 150°
   (b) 70°, 30°
   (c) 90°, 85°
   (d) 50°, 150°

? முக்கோண சமனின்மையைப் போல, ஒரு முக்கோணம் அமையப் பெறுவதற்கான இரண்டு கோணங்களை விளக்கும் ஒரு விதியை உங்களால் உருவாக்க முடியுமா?

இவ்விதியை அமைக்க இரண்டு கோணங்களின் கூட்டுத் தொகை பயன்படுத்தப்பட முடியுமா?

கொடுத்துள்ள இரண்டு கோணங்களின் கூட்டுத் தொகை 180° ஐ விடக் குறைவாக இருந்தால் இக்கோணங்களைக் கொண்ட முக்கோணம் அமையப் பெறுகிறது. கூட்டுத் தொகை 180° ஐ விட அதிகமாகவோ அல்லது சமமாகவோ இருந்தால் இக்கோணங்களைக் கொண்ட முக்கோணம் அமையப்பெறாது.

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

இரண்டு கோணங்களை எடுத்துக் கொள்வோம், 60° மற்றும் 70° என்க மற்றும் இவற்றின் கூட்டுத் தொகை 180° ஐ விடக் குறைவாக உள்ளது உள்ளமைவுப் பக்கம் 5 cm ஆக இருக்கட்டும்.

? மூன்றாவது கோணத்தின் அளவு என்னவாக இருக்கக்கூடும்? அடிப்பக்க நீளம் வேறு ஏதேனும் மதிப்பிற்கு மாற்றப்பட்டால் இந்த அளவு 7 cm ஆக மாறுமா? வரைந்து கண்டுபிடிக்க.

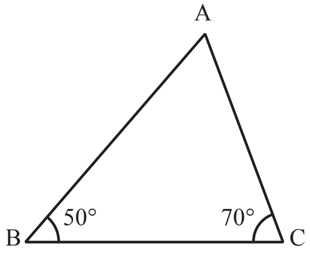
? பொதுவாக, இரண்டு கோணங்கள் உறுதியானதும், மூன்றாவது கோணமானது உள்ளமைவுப் பக்க நீளங்களைச் சார்ந்துள்ளதா. வெவ்வேறு கோணங்கள் மற்றும் நீளங்களின் இணைகளோடு இதனை கண்டுபிடிக்க முயற்சிக்க.

பக்க நீளங்கள் மூன்றாம் கோணத்தின் மீது எந்த விளைவினையும் உண்டாக்காது என்பதை இவ்விளைவுகள் காட்டலாம். இந்நோக்கீடுகளுடன், வரைதல் மற்றும் அளவிடுதல் இல்லாமல் மூன்றாவது கோணத்தை நம்மால் கண்டுபிடிக்க முடியுமா எனப் பார்ப்போம்.

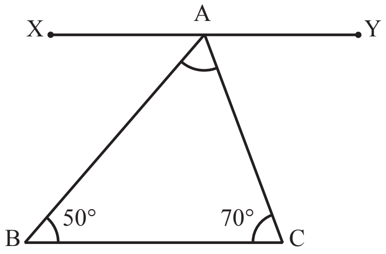
? ஏதேனும் இரண்டு கோணங்கள் மற்றும் மூன்றாம் கோணத்திற்கு இடையே ஏதேனும் ஒரு தொடர்பு உள்ளதா என்பதைப் பார்க்க வெவ்வேறு முக்கோணங்களுடன் இதனைக் கண்டறிக. இத்தொடர்பைக் கண்டுபிடிக்க நீங்கள் எந்தத் தரவினைக் கண்டுபிடிக்க முயற்சிப்பீர்கள் மற்றும் நீங்கள் இத்தரவுகளை எவ்வாறு ஒழுங்கமைப்பீர்கள்?

கணித பேச்சு

? $\angle B = 50°$ மற்றும் $\angle C = 70°$ கொண்ட முக்கோணம் ABC ஐக் கருதுக வரையாமலேயே $\angle A$ ஐ எப்படி கண்டுபிடிக்கலாம் என்பதைப் பார்ப்போம்.



இணைக் கோடுகள் குறித்த கருத்து ஆனது, ஒரு முக்கோணத்தின் ஏதேனும் இரண்டு கோணங்களின் கூடுதல் 180° ஐ விடக் குறைவாக இருக்கும் என்பதைக் கண்டறிவதற்குப் பயனுள்ளதாக அமையும். $\angle BAC$ உள்பட, மூன்றாவது கோணத்தைக் கண்டுபிடிக்க இணைக் கோடுகள் பயன்படுத்தப் படலாம்.



படம் 7.6

©KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

உச்சி A யின் வழியே BC க்கு இணையாக நாம் கோடு XYஐ வரைகிறோம் என்று எடுத்துக் கொள்வோம்.

இங்கு புதிய கோணங்கள் உருவாகுவதை நாம் காணலாம். இங்கு $\angle XAB$ மற்றும் $\angle YAC$அவற்றின் மதிப்புகள் என்ன?

XY கோடு BC க்கு இணையாக இருப்பதால், $\angle XAB = \angle B$ மற்றும் $\angle YAC = \angle C$. ஏனெனில் அவை குறுக்கு வெட்டிகளான AB மற்றும் AC யின் ஒன்று விட்ட கோணங்கள் ஆகும்.

ஆகவே $\angle XAB = 50°$ மற்றும் $\angle YAC = 70°$, இதிலிருந்து நாம் $\angle BAC$ ஐக் கண்டுபிடிக்க முடியுமா? $\angle XAB$, $\angle YAC$ மற்றும் $\angle BAC$ ஒன்றிணைந்து 180° ஐ உருவாக்குகின்றன என்பதை நாம் அறிவோம். ஆகவே

$$\angle XAB + \angle YAC + \angle BAC = 180°$$

$$50° + \angle BAC + 70° = 180°$$

$$120° + \angle BAC = 180°$$

ஆகவே $\angle BAC = 60°$ ஆகும்

©KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

இந்நிலை உண்மையாகவே அப்படியானதா என்பதை சரிபார்க்க இப்பொழுது ஒரு முக்கோணத்தை (BC க்கு ஏதேனும் பொருத்தமான நீளத்தைப் பயன்படுத்தி) வரைக.

இதனைக் கண்டறிக

1. இரண்டு கோணங்கள் கீழ்வருவனவற்றவைகளாக இருந்தால் முக்கோணத்தின் மூன்றாவது பக்கத்தைக் (ஒரு இணைக்கோட்டினைப் பயன்படுத்தி) கண்டறிக.

   (a) 36°, 72°

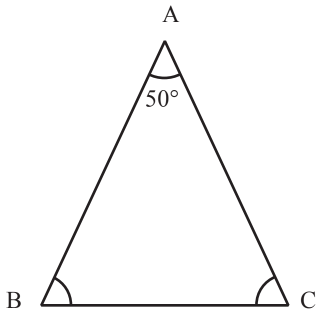
   (b) 150°, 15°

   (c) 90°, 30°

   (d) 75°, 45°

2. அனைத்துக் கோணங்களும் 70° க்கு சமமாக இருக்கும் வகையில் ஒரு முக்கோணத்தை உங்களால் வரைய முடியுமா? அவற்றில் இரண்டு கோணங்கள் 70° எனில் மூன்றாவது கோணம் என்னவாக இருக்கும்? ஒரு முக்கோணத்தின் அனைத்துக் கோணங்களும் சமமாக இருக்க வேண்டுமென்றால் அதன் அளவுகள் என்னவாக இருக்க வேண்டும்? ஆராய்ந்து கண்டறிக.

3. $\angle B = \angle C$ மற்றும் $\angle A = 50°$ அளவுகளைப் பெற்றுள்ள ஒரு முக்கோணம் இங்கு உள்ளது. $\angle B$ மற்றும் $\angle C$ஐ உங்களால் கண்டுபிடிக்க முடியுமா?



கணித பேச்சு

கோணக் கூட்டுத் தொகையின் பண்பு

? ஏதேனும் ஒரு முக்கோணத்தின் கோணங்களின் மொத்தத்தைப் பற்றி நீங்கள் கூறுவது என்ன?

ΔABC ஐக் கருதுக. அதன் கோணங்களின் மொத்தத்தைக் கண்டுபிடிக்க அதன் அடிப்பக்கத்திற்கு இணையாக ஒரு கோட்டினை வரையும் வழிமுறையை நாம் பயன்படுத்திக் கொள்வோம். A வழியாக B க்கு இணையாக ஒரு கோட்டினை வரைக.

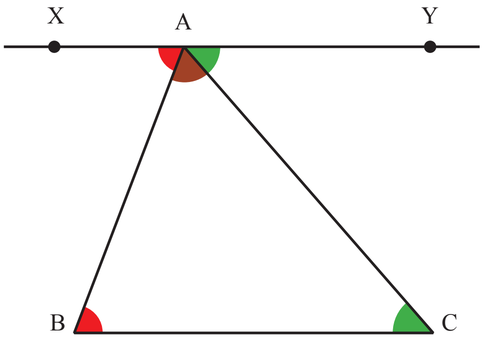
$\angle A + \angle B + \angle C$ ஐ நாம் கண்டுபிடிக்க வேண்டும்.

$\angle B = \angle XAB$, $\angle C = \angle YAC$. என்பது நமக்குத் தெரியும்.

ஆகவே $\angle A + \angle B + \angle C = \angle A + \angle XAB + \angle YAC$

$= 180°$ ஏனெனில் அவை ஒருங்கே ஒரு நேர்க்கோணத்தை உருவாக்குகின்ற.

எந்த முக்கோணத்திலும் மூன்று கோணங்களின் மொத்தம் 180° என்பதை நாம் இவ்வாறு நிரூபித்துள்ளோம்! இந்த ஆச்சரியமான விளைவு 'முக்கோணத்தின் கோணங்களின், கூடுதல் பண்பு' என்று அழைக்கப்படுகிறது.



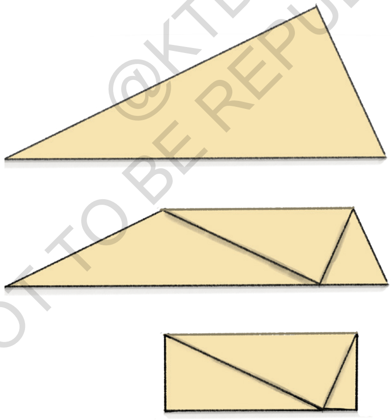
படம் 7.7

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

கோணங்களின் கூடுதல் பண்பை நாம் எவ்வாறு கண்டறிந்தோம் என்பதைக் குறித்து சிந்திக்க சற்று நேரம் எடுத்துக் கொள்க. தொடக்கத்தில் மூன்றாவது கோணம் மற்றும் மற்ற இரண்டு கோணங்களுக்கு இடையே உள்ள தொடர்பு தெளிவாக இல்லை. இருப்பினும் (படம் 7.7 இல் உள்ளது போல) மேலுச்சியின் வழியாக அடிப்பக்கத்திற்கு ஒரு இணைக் கோட்டினை வரையும் ஒரு எளிமையான எண்ணம் தீடிரென இத்தொடர்பினை உண்மையாக்கியது. இந்த புத்திசாலித்தனமான சிந்தனை கணித வரலாற்றின் மிகுந்த செல்வாக்குள்ள 'மூலப் பொருட்கள்' என்ற நூலில் கண்டறியப்பட்டது. இந்நூல் 300 BCE இல் வாழ்ந்த கிரேக்க கணித மேதையான யூக்லிட் அவர்களால் எழுதப்பட்டது எனக் கூறப்படுகிறது. இத்தீர்வு ஆனது ஆக்கப்பூர்வச் சிந்தனை கணிதவியலில் எவ்வாறு முக்கியப் பங்கு வகிக்கிறது என்பதற்கான இன்னொரு எடுத்துக்காட்டு ஆகும்.

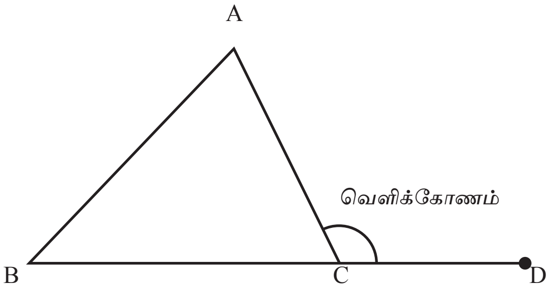
ஒரு காகித்திலிருந்து கத்தரிக்கப்பட்ட முக்கோணத்தை மடிப்பதன் மூலம் கோணங்களின் கூடுதல் பண்பினை சரிபார்ப்பதற்கு ஒரு வசதியான முறையும் உள்ளது. இம்முக்கோணத்தில் கோணங்களின் மொத்தம் 180° சமமாக இருக்கும் என்பதை இது எவ்வாறு காட்டுகிறது என்பதைப் பார்க்கிறீர்களா?

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED



வெளிக்கோணங்கள்

ஒரு முக்கோணத்தின் நீட்டிப்பு மற்றும் அடுத்த பக்கத்திற்கு இடையே அமைந்துள்ள கோணம் வெளிக் கோணம் என்று அழைக்கப்படுகிறது. இவ்வடிவத்தில் $\angle ACD$ ஒரு வெளிக்கோணமாகும்.



A = 50° மற்றும் ∠B = 60° எனில் ∠ACD ஐக் கண்டுபிடிக்க.

கோணங்களின் கூடுதல் பண்பிலிருந்து நாம்

$50° + 60° + \angle ACB = 180°$

$110° + \angle ACB = 180°$ என்பதை அறிந்திருக்கிறோம்.

ஆகவே, $\angle ACB = 70°$

$\angle ACD = 180° - 70° = 110°$,

ஆகவே, ∠ACB மற்றும் ∠ACD ஒருங்கே ஒரு நேர்க்கோணத்தை உருவாக்குறிது.

∠A மற்றும் ∠B இன் பல்வேறு அளவுகளுக்கு வெளிக்கோணங்களைக் கண்டுபிடிக்க. வெளிக்கோணம் மற்றும் இவ்விரண்டு கோணங்களுக்கு இடையே ஏதேனும் ஒரு தொடர்பினைக் காண்கிறீர்களா?

(குறிப்பு : கோணங்களின் கூடுதல் பண்பிலிருந்து நம்மிடம் இருப்பது $\angle A + \angle B + \angle ACB = 180°$.)

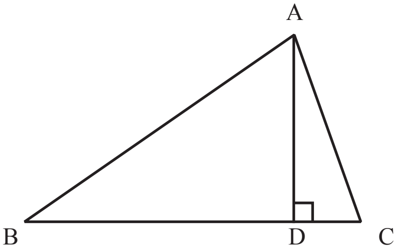
அவை நேர்கோணத்தை உருவாக்குவதால் நம்மிடம் $\angle ACD + \angle ACB = 180°$ யும் உள்ளது. இது என்ன காட்டுகிறது?

NOT TO BE REPUBLISHED @KTBS

7.4 முக்கோணங்களின் உயரங்களுக்குத் தொடர்பான வரைதல்கள்

முக்கோணத்திற்குத் தொடர்புள்ள இன்னொரு பயனுள்ள அளவீடுகளின் தொகுப்பு உள்ளது. அதன் ஒவ்வொரு உச்சியிலிருந்தும் எதிரெதிர் பக்கங்களுக்கான உயரங்களாகும்.

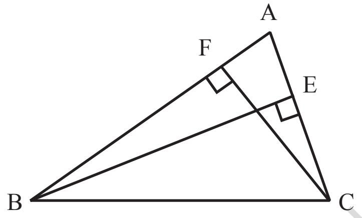
நம்மைச் சுற்றியுள்ள உலகத்தில், நாம் பல்வேறு பொருட்களின் உயரங்களைக் குறித்துப் பேசுகிறோம் - ஒரு மனிதரின் உயரம், ஒரு மரத்தின் உயரம், ஒரு கட்டடத்தின் உயரம் முதலியன. 'உயரம்' என்ற சொல்லிருந்து நீங்கள் அறிவது என்ன?



படம் 7.8

முக்கோணம் ABC ஐ எடுத்துக்கொள்வோம் அதன் எதிர்பக்கமான BC இலிருந்து உச்சி A இன் உயரம் என்ன மற்றும் அது எவ்வாறு அளவிடப்படலாம்? AD, A இலிருந்து BC வரை வரையப்பட்ட செங்குத்துக் கோட்டுத் துண்டு ஆகும். AD இன் நீளம், BC இலிருந்து முகடு A இன் உயரம் ஆகும். கோட்டுத்துண்டு AD முக்கோணத்தின் உயரங்களின் ஒன்றாகும்.

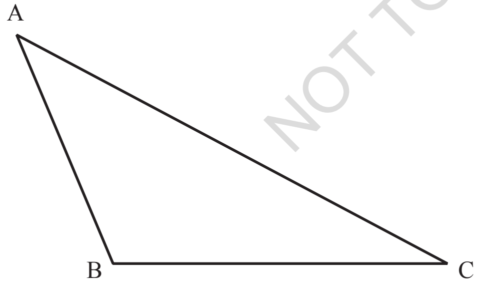
மற்ற உயரங்கள் BC மற்றும் CF ஆகும் (கீழுள்ள படத்தில்) இவை மற்ற உச்சி களிலிருந்து எதிர் பக்கங்களுக்கு முறையே வரையப்பட்ட செங்குத்துக் கோடுகள் ஆகும்.

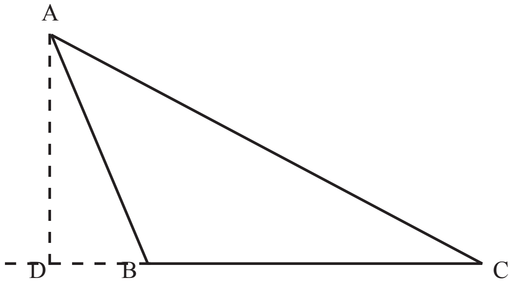


@KTBS
NOT TO BE REPUBLISHED

பொதுவாக எப்பொழுதெல்லாம் நாம் ஒரு முக்கோணத்தின் உயரம் என்ற சொல்லினைப் பயன்படுத்துகிறோமோ அப்பொழுதெல்லாம் நாம் அடிப்பக்கமாக (இந்நிலையில் படம் 7.8 இல் AD உயரமாகும்) எடுத்துக்கொள்ளும் எவ்வொரு பக்கத்தின் உயரத்தின் நீளத்தைக் குறிப்பிடுகிறோம்.

இம்முக்கோணத்தில் A இலிருந்து BC வரையுள்ள உயரம் என்னவாக இருக்கக்கூடும்.





BC ஐ நீட்டியிருக்கிறோம் பிறகு A இலிருந்து இக்கோடு வரை செங்குத்தை வரைகிறோம்.

காகித மடிப்புகளைப் பயன்படுத்தி உயரங்கள்

? காகிதத்தினால் முக்கோணம் ஒன்றைக் கத்தரித்துக் கொள்க. அவற்றில் ஒரு பக்கத்தை அடிபக்கம் என உறுதி செய்துக் கொள்க மேலுச்சியிலிருந்து அடிப்பக்கத்திற்கு உயரமாக அமையும் வகையில் அதனை மடித்து ஒரு மடிப்பினை உருவாக்குக.

உருவாகிய மடிப்பு ஏன் அடிபக்கத்தின் செங்குத்தாக இருக்க வேண்டும் என்பதை நியாயப்படுத்துக.

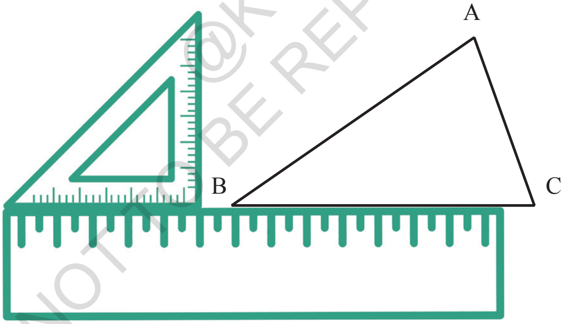
ஒரு முக்கோணத்தின் உயரங்களை வரைதல்.

நீங்கள் கற்பனை செய்த முக்கோணம் ஒன்றினை வரைக BC ஐ அடிப்பக்கமாகக் கொண்டு உச்சிகள் A, B, C ஐப் பெயரிடுக.

? A லிருந்து B வரையுள்ள உயரத்தை வரைக. ஒரு அளவுகோலை மட்டுமே பயன்படுத்தி உயரத்தை வரைவது சரியாக இருக்காது. 90° அளவுள்ள ஒரு மிகத் துல்லியமான கோணத்தைப் பெறுவதற்கு நாம் அளவுகோலுடன் மூலைமட்டத்தையும் பயன்படுத்துகிறோம்.

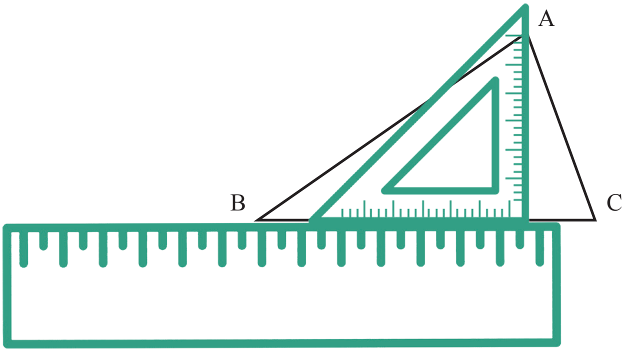
? இதை எப்படி செய்யலாம் என்பதை உங்களால் பார்க்க முடிகிறதா?

படிநிலை 1 : அடிப்பக்கத்திற்குப் பொருத்தும் படி அளவுகோலை வைக்க. படத்தில் காட்டப்பட்டுள்ளது போல அளவுகோலின் மீது மூலைமட்டத்தை வைக்க. மூலைமட்டத்தின் செங்கோண விளிம்புகளில் ஒன்று அளவுகோலைத் தொடும் வகையில் வைக்க.



NOT TO BE REPUBLISHED @KTBS

படிநிலை 2: A உச்சியைத் தொடும் வரை மூலை மட்டத்தை அளவுகோலின் விளிம்பின் வழியே நகர்த்துக.



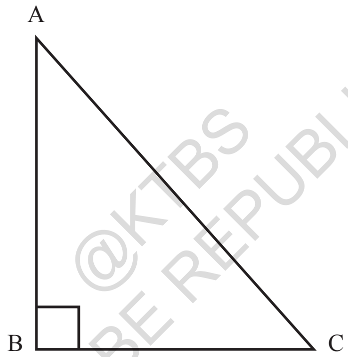
படிநிலை 3 : இந்த மூலைமட்டத்தின் நேர்க்குத்து விளிம்பினைப் பயன்படுத்தி A வழியாக BC வரை உயரத்தை வரைக.

ஒரு பக்கம் குத்துயரமாக இருக்கும் முக்கோணம் அமையப்பெறுகிறதா?

இத்தகைய முக்கோணம் ஒன்றினைக் கற்பனை செய்து ஒரு கரடு வடிவத்தை வரைக.

கோணங்களில் ஒரு கோணம் செங்கோணமாக இருக்கக்கூடிய முக்கோணங்களில் இது நடைபெறுகிறது என்பதைக் காண்கிறோம்.

ஒரு செங்கோணத்தைப் பெற்றுள்ள முக்கோணங்கள் செங்கோண முக்கோணங்கள் என்று அழைக்கப்படுகின்றன. A இலிருந்து BC வரையுள்ள குத்துயரம்.



@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

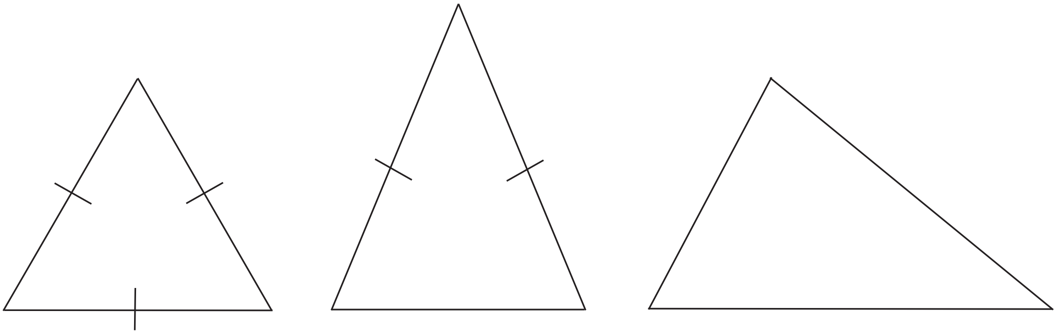
7.5 முக்கோணங்களின் வகைகள்

முக்கோணங்கள் பற்றிய நமது ஆய்வில், கீழ்கண்ட முக்கோண வகைகளை நாம் எதிர் கொண்டுள்ளோம். அவை சமபக்க, இருசமபக்க, அசமபக்க மற்றும் செங்கோண முக்கோணங்களாகும்.

இது தவிர வேறு எந்த முக்கோணவகையை நீங்கள் கண்டிருக்கிறீர்கள்?

சம்பக்க மற்றும் இருசமபக்க முக்கோணங்கள் அவற்றின் பக்கங்களின் சமத்தன்மையின் அடிப்படையிலான வகைப்பாடாகும்.

சமபக்க முக்கோணங்கள் சம நீளமுள்ள பக்கங்களைப் பெற்றுள்ளன, இருசமபக்க முக்கோணங்கள் இரண்டு சம நீளப் பக்கங்களைப் பெற்றுள்ளன. அசமபக்க முக்கோணங்கள் மூன்று வெவ்வேறு நீளங்களாலான பக்கங்களைப் பெற்றுள்ளன.



சமபக்க முக்கோணம் — இருசமபக்க முக்கோணம் — அசமபக்க முக்கோணம்

இது போன்ற ஒரு வகைப்பாட்டினைக் கோணங்களின் சமத்தன்மையின் அடிப்படையில் நாம் செய்ய முடியுமா? பின்வரும் அத்தியாயங்களில் இவ்வினாக்களுக்கு நாம் விடை பகர்வோம்.

கோண அளவுகளின் அடிப்படையில் முக்கோணங்களின் ஒரு வகைப்பாடு - குறுங்கோண, செங்கோண மற்றும் விரிகோண முக்கோணங்கள் ஆகும். ஒரு செங்கோண முக்கோணம் எத்தகையது என்பதை நாம் முன்பே பார்த்துள்ளோம். அது ஒரு செங்கோணத்தைப் பெற்றுள்ள ஒரு முக்கோணமாகும். அதேபோல, ஒரு விரிகோண முக்கோணம் ஒரு விரிகோணத்தைப் பெற்றுள்ளது.

ஒரு குறுங்கோண முக்கோணம் எத்தகையது? அதனை ஒரு குறுங்கோணத்தைப்பெற்றுள்ளஒருமுக்கோணமெனவரையறுக்கலாமா? ஏன் அப்படி செய்ய முடியாது?

கணித பேச்சு

ஒரு குறுங்கோண முக்கோணத்தின் எல்லாப் பக்கங்களும் குறுங்கோணங்கள் ஆகும்.

©KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

இதனைக் கண்டறிக

1. BC = 5 cm, AB = 6 cm, CA = 5 cm அளவுகளுள்ள ஒரு முக்கோணம் ABC ஐ வரைக. A இலிருந்து BC வரை ஒரு குத்துயரத்தை வரைக.
2. RY = 4 cm, TR = 7 cm, $\angle R = 140°$ அமையும் வகையில் ஒரு முக்கோணத்தை வரைக. T இலிருந்து RY வரை ஒரு குத்துயரத்தை வரைக.
3. $\angle B = 90°$, AC = 5 cmஉள்ள செங்கோண $\angle ABC$ ஐ வரைக. இவ்வளவுகளைப் பெற்றுள்ள வெவ்வேறு முக்கோணங்கள் எத்தனை உள்ளன?

(குறிப்பு : மற்ற அளவீடுகள் எந்த மதிப்புகளை வேண்டுமானாலும் எடுத்துக் கொள்ளும் என்பதை குறித்துக் கொள்க A ஐ அடிப்பக்கமாக எடுத்துக் கொள்க. $\angle A$ மற்றும் $\angle C$ என்பன மூன்றாவது கோணம் 90° ஆக அமைய என்ன மதிப்புகளை எடுத்துக் கொள்ளும்.

4. வரைதல் மூலம் (i) செங்கோண முக்கோணம் (ii) விரிகோண முக்கோணம் ஆக இருக்கக்கூடிய ஒரு சமபக்க முக்கோணத்தை வரைவது சாத்தியமா எனக் கண்டறிக. அதுமட்டமல்லாமல் (i) செங்கோண முக்கோணம் (ii) விரிகோண முக்கோணமாக உள்ள இருசமபக்க முக்கோணத்தையும் வரைக.

பாடச்சுருக்கம்

- பக்க நீளங்கள் கொடுத்தபோது கவராயத்தின் பயன்பாடு முக்கோணங்களின் வரைதலை எளிமையாக்குகிறது.
- மூன்று நீளங்களின் தொகுப்பில், ஒவ்வொரு நீளமும் மற்ற இரண்டு நீளங்களின் கூட்டுத் தொகையை விடக் குறைவாக இருந்தால், அது முக்கோண சமனின்மையை நிறைவு செய்கிறது.
- ஒரு முக்கோணத்தின் பக்க நீளங்கள் முக்கோணத்தின் சமனின்மையை நிறைவு செய்கிறது, மேலும் கொடுக்கப்பட்ட நீளங்களின் தொகுப்பு, முக்கோணத்தின் சமனின்மையை நிறைவு செய்கிறது எனில் அப்பக்கங்களைக் கொண்ட ஒரு முக்கோணம் வரையப்பட முடியும்.
- கீழ்கண்ட அளவுகளைக் கொடுத்தபோது முக்கோணங்கள் வரையப்பட முடியும்.
  - (a) இரண்டு பக்கங்களும் அவற்றின் உள்ளமைவுக் கோணமும்.
  - (b) இரண்டு கோணங்களும் அதன் உள்ளமைவுப் பக்கமும்.
- ஒரு முக்கோணத்தின் கோணங்களின் மொத்தம் எப்பொழுதும் $180°$ ஆகும்.
- ஒரு முக்கோணத்தின் உயரம் என்பது உச்சியிலிருந்து அதன் எதிர் பக்கத்திற்கு வரையப்படும் ஒரு செங்குத்தாகும்.
- சமபக்க முக்கோணம் சம அளவு பக்கங்களைப் பெற்றுள்ளது. இருசமபக்க முக்கோணங்கள் இரண்டு சம அளவுப் பக்கங்களைப் பெற்றுள்ளன. அசமபக்க முக்கோணங்கள் மூன்று வெவ்வேறு நீளங்களைப் பெற்றுள்ளன.
- கோண அளவுகளின் அடிப்படையில் முக்கோணங்கள் குறுங்கோண முக்கோணங்கள், செங்கோண முக்கோணங்கள் மற்றும் விரிகோண முக்கோணங்கள் என வகைப்படுத்தப்படுகின்றன.

©KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

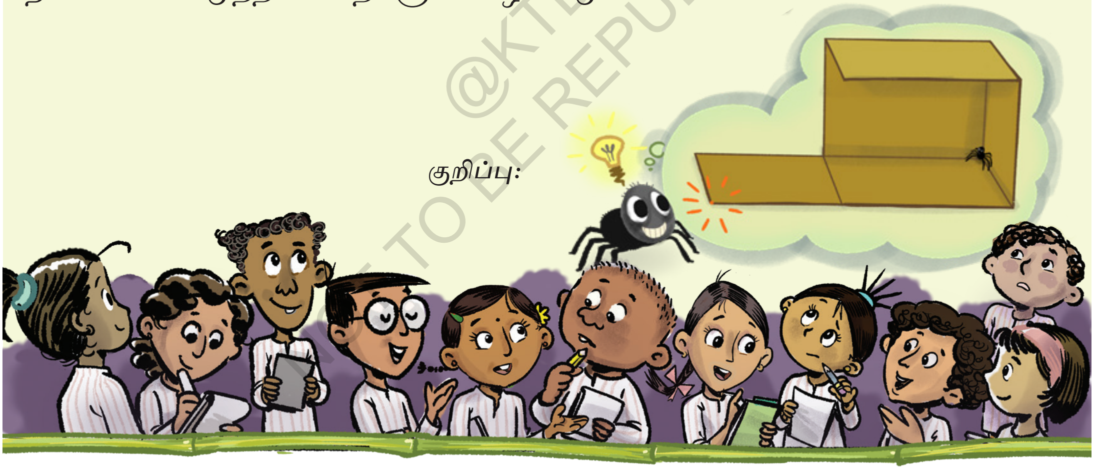
IT'S PUZZLE TIME!

புதிர் நேரம்

ஒரு பெட்டியில் உள்ள மிகக் குறுகிய பாதை

ஒரு பெட்டியின் மூலையில் ஒரு சிலந்தி உள்ளது. அது தூரத்தில் உள்ள எதிர்பக்க மூலைக்கு சென்றடைய விழைகிறது (படத்தில் குறித்துள்ளது) அதற்கு பறக்க இயலாது, எதிர் மூலையை அடைய அது பெட்டியின் மேற்பரப்புகளில் நடந்து மட்டுமே செல்ல முடியும். அது எடுக்க்கூடிய மிகக் குறுகிய பாதை யாது?

ஒரு அட்டைப் பெட்டியை எடுத்து, ஒரு மூலையிலிருந்து அதன் எதிர் பக்க மூலைக்கு சென்றடைவதற்கான மிகக் குறுகிய பாதை என்று நீங்கள் நினைக்கும் புள்ளியைக் குறிப்பிடுக. இப்பாதையின் நீளத்தை உங்கள் நண்பர்கள் எடுத்த பாதைகளுடன் ஒப்பிடுக..



@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

8 பின்னங்களோடு செயல்படுதல்

Working with Fractions

M7V6B7

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

8.1 பின்னங்களின் பெருக்கல்

ஆரோன் ஒரு மணியில் 3 கிலோமீட்டர்கள் நடக்கிறார். 5 மணிகளில் அவர் எவ்வளவு தூரம் நடக்கலாம்?

இது ஒரு எளிய வினா? தூரத்தைக் கண்டுபிடிக்க நாம் 5 மற்றும் 3 இன் பெருக்குத் தொகையைக் கண்டுபிடிக்க வேண்டும். ஆதாவது 5 மற்றும் 3 ஐப் பெருக்க வேண்டும் என்று நமக்குத் தெரியும்.

1 மணி நேரத்தில் கடந்த தூரம் 3 km

ஆகவே

3 மணிகளில் கடந்த தூரம்

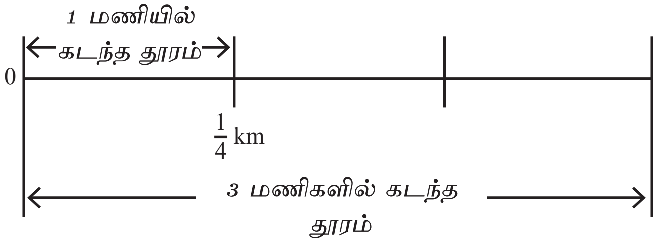
$= 5 \times 3$ km

$= 3 + 3 + 3 + 3 + 3$ km

$= 15$ km.

? ஆரோனின் செல்லப்பிராணியான ஆமை வெகுக் குறைவான வேகத்தில் நடக்கிறது. அதற்கு 1 மணியில் $\frac{3}{4}$ கிலோமீட்டர் மட்டுமே நடக்க முடியும். 3 மணிகளில் அதற்கு எவ்வளவு தூரம் நடக்க முடியும்?

இங்கு, ஒரு மணியில் கடந்த தூரம் பின்னமாகும். இது ஒரு பொருட்டல்ல. கடக்கும் மொத்த தூரம் பெருக்கலைச் செய்வது போலவே கணக்கிடப்படுகிறது.



1 மணியில் கடந்த தூரம் = $\frac{1}{4}$ km.

ஆகவே 3 மணிகளில் கடந்த தூரம் $= 3 \times \frac{1}{4}$ km

$= \frac{1}{4} \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{4}$ km

$= \frac{3}{4}$ km.

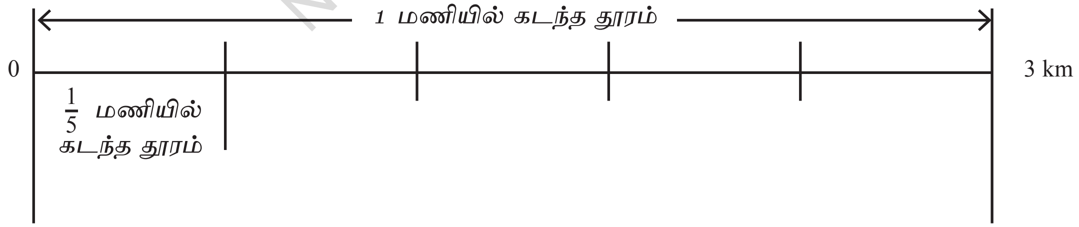
ஆமை 3 மணிகளில் $\frac{3}{4}$ km நடக்க முடியும்.

நடப்பதற்கு எடுத்துக்கொண்ட நேரம் 1 மணியின் பின்னமாக இருக்கும் ஒரு நிலையை எடுத்துக் கொள்க.

©KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

? ஆரோனுக்கு 1 மணியில் 3 கிலோமீட்டர்கள் நடக்க முடியும் என்பதைக் கண்டோம். $\frac{1}{5}$ மணிகளில் அவரால் எவ்வளவு தூரம் நடக்க முடியும்.

கடந்த மொத்த தூரத்தைப் பெருக்கலின் வழியே கணக்கிடத் தொடருவோம்.



$\frac{1}{5}$ மணிகளில் கடந்த தூரம் = $\frac{1}{5} \times 3$ km.

பெருக்குத் தொகையைக் கண்டுபிடித்தல்

1 மணியில் கடந்த தூரம் = 3 km.

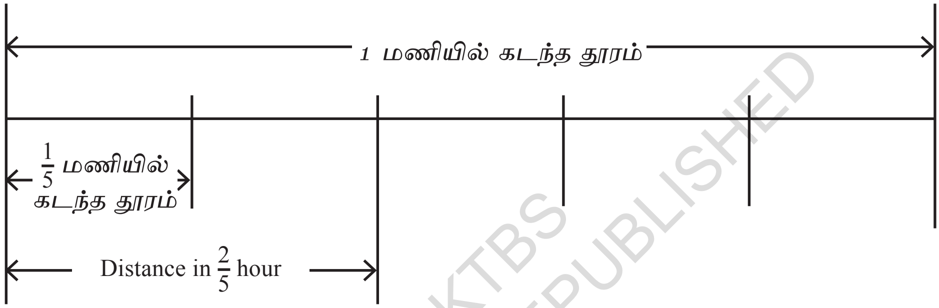
$\frac{1}{5}$ மணிகளில், கடந்த தூரமானது, 3 km ஐ 5 சம பாகங்களாக வகுக்கும் போது கிடைக்கும் நீளத்திற்கு சமமாகும், அது $\frac{3}{5}$ km. ஆகும்.

$\frac{1}{5} \times 3 = \frac{3}{5}$. என்று இது குறிப்பிடுகிறது.

? $\frac{2}{5}$ மணிகளில் ஆரோனால் எவ்வளவு தூரம் நடக்க முடியும்?

நம்மிடம் மீண்டும் இருப்பது

கடந்த தூரம் $= \frac{2}{5} \times 3$ km.



பெருக்குத் தொகையைக் கண்டுபிடித்தல்.

1. நாம் முதலில் $\frac{1}{5}$ மணிகளில் கடந்த தூரத்தைக் கண்டுபிடிப்போம்.
2. $\frac{2}{5}$ என்ற கால அளவு $\frac{1}{5}$ இன் இரு மடங்காக இருப்பதால், நாம் கடந்த மொத்த தூரத்தைப் பெற இத்தொலைவை 2 ஆல் பெருக்க வேண்டும்.

கணக்கீடு இங்கு உள்ளது.

2. இத்தொலைவை 2 ஆல் பெருக்கும் போது நமக்குக் கிடைப்பது

$2 \times \frac{3}{5} = \frac{6}{5}$ km. $= \frac{3}{5}$ km. ஆகும்

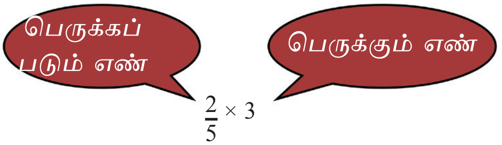
இதிலிருந்து நாம் காண்பது

$\frac{2}{5} \times 3 = \frac{6}{5}$. ஆகும்

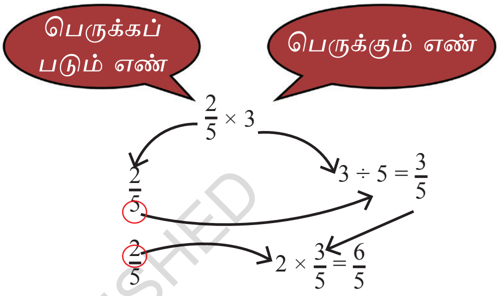
@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

கலந்துரையாடல்

இப்பெருக்கலை நாம் கீழ்வருமாறு செய்தோம் முதலில் நாம்



- ★ பெருக்கும் எண்ணான 3ஐப் பெருக்கப்படும் எண்ணின் பகுதியான 5 ஆல் வகுத்தோம் $\frac{3}{5}$ கிடைத்தது.
- ★ பின்னர் கிடைத்த விளைவைப் பெருக்கப்படும் எண்ணின் தொகுதியான 2 உடன் பெருக்கினோம், $\frac{6}{5}$ கிடைத்தது.



ஆகவே, எப்பொழுதும் ஒரு பின்னம் மற்றும் முழு எண்ணை வகுக்கும்போது மேற்காணும் படிநிலைகளைப் பின்பற்றுகிறோம்.

NOT TO BE REPUBLISHED @KTBS

எடுத்துக்காட்டு 1: ஒரு விவசாயிக்கு 5 பேரப்பிள்ளைகள் இருந்தனர். அவர் $\frac{2}{3}$ ஏக்கர் நிலத்தை அவருடைய ஒவ்வொரு பேரக் குழந்தைக்கும் பகிர்ந்து கொடுத்தார். அவர் பேரப்பிள்ளைகளுக்கு மொத்தம் எவ்வளவு நிலத்தைக் கொடுத்தார்?

$$5 \times \frac{2}{3} = \frac{2}{3} + \frac{2}{3} + \frac{2}{3} + \frac{2}{3} + \frac{2}{3} = \frac{10}{3}.$$

எடுத்துக்காட்டு 2 : 1 மணி நேர இணையதளத்திற்கான செலவினம் ₹ 8 ஆகும். $1\frac{1}{4}$ மணி இணையத்தளத்திற்கு எவ்வளவு செலவாகும்?

$1\frac{1}{4}$ மணிகள் $\frac{5}{4}$ மணிகள் ஆகும் (கலப்புப் பின்னத்தை மாற்றுதல்)

$\frac{5}{4}$ மணி நேர இணையதள நேரம் $= \frac{5}{4} \times 8$

$$= 5 \times \frac{8}{4}$$
$$= 5 \times 2$$
$$= 10.$$

$1\frac{1}{4}$ மணி இணையதள நேரத்திற்கு உண்டாகும் செலவினம் ₹10 ஆகும்.

இதனைக் கண்டறிக

1. டென்சின் $\frac{1}{2}$ தம்ளர் பாலை தினமும் குடிக்கிறார். ஒரு வாரத்தில் அவர் எத்தனைத் தம்ளர்கள் பாலைக் குடிக்கிறார்? ஜனவரி மாதத்தில் அவர் எத்தனை தம்ளர்கள் பாலைக் குடித்தார்?

2. ஒரு வேலையாட்களின் குழு 8 நாட்களில் 1 km நீள நீர்க் கால்வாயை அமைக்க முடியும். ஆகவே, ஒரு நாளில் அக்குழு ___ km நீள நீர்க் கால்வாயினை அமைக்க முடியும். அவர்கள் 1 வாரத்தில் 5 நாட்கள் வேலை செய்தால் ___ km நீள நீர்க் கால்வாயை அமைக்க முடியும்.

3. பஞ்சுவும் அவருடைய அண்டை வீட்டார் இரண்டு பேரும் ஒவ்வொரு வாரமும் 5 லிட்டர் எண்ணெய் வாங்கி அதை சமமாக 3 குடும்பங்களுக்கிடையே பகிர்ந்துக் கொள்கின்றனர். ஒரு வாரத்தில் ஒவ்வொரு குடும்பமும் பெறும் எண்ணெயின் அளவு என்ன? 4 வாரங்களில் ஒரு குடும்பம் பெறும் எண்ணெயின் அளவு என்ன?

4. சாஃபியா, திங்கட்கிழமையன்று பிற்பகல் 10 மணிக்கு சந்திரன் மறைவதைக் கண்டார். அவருடைய தாயார் ஒரு விஞ்ஞானி. அவர் ''ஒவ்வொரு நாளும் முந்தைய நாளை விட சந்திரன் $\frac{5}{6}$ மணி நேரம் தாமதமாக மறைகிறது'', எனக் கூறினார்.

   பிற்பகல் 10 மணிக்குப் பிறகு வியாழக்கிழமை அன்று சந்திரன் எத்தனை மணி நேரத்திற்குப் பிறகு மறைகிறது.

5. பெருக்கிய பிறகு இவற்றைக் கலப்பு பின்னங்களாக மாற்றுக.

   (a) $7 \times \frac{3}{5}$

   (b) $4 \times \frac{1}{3}$

   (c) $\frac{9}{7} \times 6$

   (d) $\frac{13}{11} \times 6$

இதுவரை நாம் ஒரு முழு எண்ணுடன் ஒரு பின்னம் பெருக்கப் படுவதைப் பற்றி மற்றும் ஒரு பின்னத்துடன் ஒரு முழு எண் பெருக்கப்படுவதைப் பற்றிக் கற்றோம். இரண்டு எண்களும் பின்னங்களாக இருந்தால் என்ன ஆகும்.

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

இரண்டு பின்னங்களைப் பெருக்குதல்

ஆரோனின் செல்ல ஆமை 1 மணி நேரத்தில் $\frac{1}{4}$ km மட்டுமே நடக்க முடியு மென நமக்குத் தெரியும். அரை மணி நேரத்தில் அதனால் எவ்வளவு தூரம் நடக்க முடியும்.

மணி	தூரம்
1	$\frac{1}{4}$
$\frac{1}{2}$	?

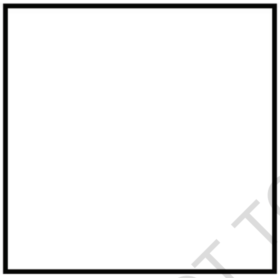
நமது சிக்கல்களைத் தீர்க்க பெருக்கலைப் பயன்படுத்தும் நமது அணுகுமுறையைப் பின்பற்றுவதால் நம்மிடம் இருப்பது $\frac{1}{2}$ மணி நேரத்தில் கடந்த தூரம் $= \frac{1}{2} \times \frac{1}{4}$ km.

பெருக்குத் தொகையைக் கண்டுபிடித்தல்

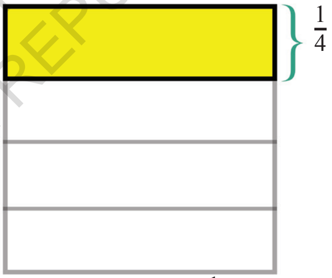
1 மணிநேரத்தில் கடந்த தூரம் $= \frac{1}{4}$ km.

ஆகவே, $\frac{1}{2}$ மணி நேரத்தில் கடந்த தூரம், $\frac{1}{4}$ ஐ 2 சம பாகங்களாக வகுக்கும் போது கிடைக்கப் பெறும் நீளமாகும்.

முழுமையைக் குறிக்க அலகு சதுரத்தைப் பயன்படுத்துவது பின்னங்களைக் கண்டறிய உதவும்.



'முழுமை' ஆக அலகு சதுரம்



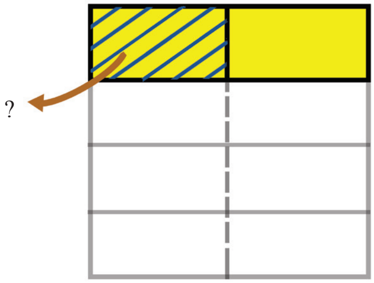
முழுமையின் $\frac{1}{4}$ பாகம்

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

இப்பொழுது நாம் இந்த $\frac{1}{4}$ ஐ 2 சம பாகங்களாகப் பிரிக்கலாம். நமக்கு என்ன கிடைக்கும்?

ஒரு முழுமையின் எவ்வளவு பின்னம் நிழலிடப்படுள்ளது?

ஒரு முழுமை 8 சம பாகங்களாகப் பிரிக்கப்பட்டுள்ளதாலும் பாகங்களில் ஒன்று நிழலிடப்பட்டுள்ளதாலும் முழுமையில் $\frac{1}{8}$ பாகம் நிழலிடப்பட்டுள்ளது என்று கூறலாம். ஆகையால், அரை மணி நேரத்தில் ஆமையால் கடக்கப்பட்ட தூரம் $\frac{1}{8}$ km ஆகும்



2 சம பாகங்களாக வகுக்கப்பட்ட $\frac{1}{4}$

இது நமக்குக் கூறுவதாவது = $\frac{1}{2} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{8}$.

? ஆமை வேகமாக நடந்து, 1 மணி நேரத்தில் அது $\frac{2}{5}$ km கடக்கும் எனில், ஒரு மணி நேரத்தின் $\frac{3}{4}$ பாகத்தில் எவ்வளவு தூரம் நடக்கும்.

கடந்த தூரம் $= \frac{3}{4} \times \frac{2}{5}$.

பெருக்கற்பலனைக் கண்டுபிடித்தல்.

(i) முதலில் ஒரு மணியின் $\frac{1}{4}$ பாகத்தில் கடந்த தூரத்தைக் கண்டுபிடிக்க.

(ii) 1 மணியின் $\frac{3}{4}$ பாகத்தில் கடந்த தூரத்தைப் பெற கிடைத்த விளைவை 3 ஆல் பெருக்குக..

(i) ஒரு மணியின் $\frac{1}{4}$ பாகத்தில் கி.மீ. களில் கடந்த தூரம் $\frac{2}{5}$ ஐ 4 சம பாகங்களாக்கும் பொழுது கிடைக்க பெறும் அளவு ஆகும்.

ஒரு அலகு சதுரத்தை ஒரு முழுமையாக எடுத்துக் கொண்டு, $\frac{2}{5}$ ஐ 4 சம பாகங்களாக்கும் பொழுது கிடைக்கப்பெறும் நிழலிடப்பட்ட பகுதியானது (படம் 8.1 இல்) ஒரு பகுதியாகும்.

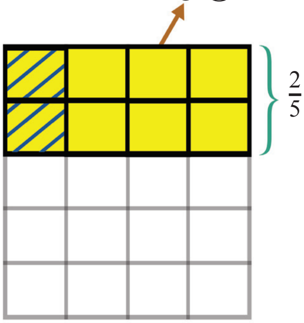


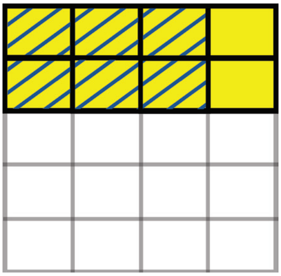
Fig. 8.1

ஒரு முழுமையில் அது எவ்வளவு?

ஒரு முழுமை 5 நிரைகள் 4 நிரல்களாகப் பிரிக்கப்பட்டுள்ளது, அது 5 × 4 = 20 சம பாகங்களை உருவாக்குகிறது.

இப்பாகங்களில் நிழலிடப் பட்டவற்றின் எண்ணிக்கை = 2.

ஆகவே, ஒரு மணியின் $\frac{1}{4}$ பகுதியில் கடந்த தூரம் $= \frac{2}{20}$ ஆகும்.



(ii) இப்பொழுது நாம் $\frac{2}{20}$ ஐ 3 ஆல் பெருக்க வேண்டும்.

ஒரு மணியின் $\frac{3}{4}$ பகுதியில் கடந்த தூரம் $= 3 \times \frac{2}{20}$

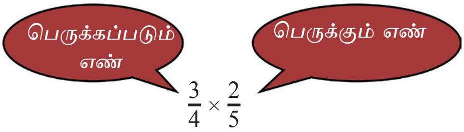
NOT TO BE REPUBLISHED ©KTBS

$= \frac{6}{20}$.

ஆகவே, $\frac{3}{4} \times \frac{2}{5} = \frac{6}{20} = \frac{3}{10}$.

கலந்துரையாடல்

ஒரு பின்னத்தை இன்னொரு பின்னத்துடன் பெருக்குக, ஒரு பின்னத்தை ஒரு முழு எண்ணுடன் பெருக்கிய அதே வழிமுறையைப் பின்பற்றுகிறோம். கீழ்வருமாறு பெருக்கினோம்.



$\frac{3}{4}$ → $\frac{2}{5} \div 4 = \frac{3}{20}$ பெருக்கப்படும் எண்ணை 4 ஆல் வகுத்தல்

$\frac{3}{4}$ → $3 \times \frac{3}{20} = \frac{6}{20} =$ பெருக்கும் எண்ணை 3 ஆல் வகுத்தல்

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

இப்புரிதலைப் பயன்படுத்திக் கொண்டு $\frac{5}{4} \times \frac{3}{2}$.ஐப் பெருக்கல்

கணித் பேச்சு

முதலில், அலகு சதுரத்தை ஒரு முழுமையாக எடுத்துக்கொண்டு $\frac{3}{2}$ ஐக் குறிப்பிடலாம். $\frac{3}{2}$ என்ற பின்னம் ஒரு முழுமையும் அதன் அரையும் ஆக இருப்பதால் அதை கீழ்வருமாறு காணலாம்.

பெருக்கல் படிநிலைகளைப் பின்பற்றி நாம் முதலில் $\frac{3}{2}$ என்ற இப்பின்னத்தை 4 சமப் பாகங்களாகப் பிரிக்கலாம்.

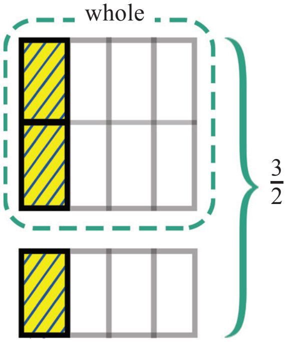


Fig. 8.2

படம் 8.2 இல் காண்பித்துள்ளது போல $\frac{3}{2}$ ஐ 4 சம பாகங்களாகப் பிரித்து பெறப்படும் பின்னத்தைக் குறிக்கும் மஞ்சள் நிற நிழலிடப்பட்ட பகுதியுடன் இதைச் செய்யலாம். இதன் மதிப்பு என்ன?

முழுமை கீழ்வருமாறு பிரிக்கப்பட்டுள்ளதை காண்கிறோம்.

2 நிரைகள் மற்றும் 4 நிரல்கள்.

$2 \times 4 = 8$ சம பாகங்களை உருவாக்குகிறது.

நிழலிடப்பட்ட பாகங்களின் எண்ணிக்கை $= 3$.

எனவே மஞ்சள், நிறமாக நிழலிடப்பட்ட பகுதி $= \frac{3}{8}$.

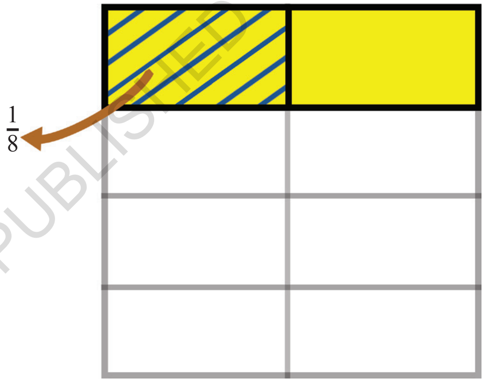
அடுத்த படிநிலை கிடைத்த விளைவை 5 ஆல் பெருக்குவதாகும். இது $\frac{5}{4}$ மற்றும் $\frac{3}{2}$ இன் பெருக்குத் தொகையைத் தருகிறது.

$$\frac{5}{4} \times \frac{3}{2} = 5 \times \frac{3}{8} = \frac{15}{8}.$$

ஒரு செவ்வகத்தின் பரப்பளவு மற்றும் பின்னத்தின் பெருக்கலுக்கிடையே உள்ள தொடர்பு

படம் 8.3 இல், நிழலிடப்பட்ட செவ்வகத்தின் நீளம் மற்றும் அகலம் என்ன? ஒரு அலகு சதுரத்துடன் (1 அலகு பக்கமுள்ளது) நாம் துவங்கியதால், நீளம் மற்றும் அகலம் $\frac{1}{2}$ அலகு மற்றும் $\frac{1}{4}$ அலகு ஆகும்.

இச்செவ்வகத்தின் பரப்பளவு என்ன? அத்தகைய 8 செவ்வகங்கள் 1 சதுர அலகில் பரப்பளவைத் தரும் சதுரத்தைத் தருகிறது. ஆகவே, ஒவ்வொரு செவ்வகத்தின் பரப்பளவு $\frac{1}{8}$ சதுர அலகுகள் ஆகும்.



படம் 8.3

NOT TO BE REPUBLISHED ©KTBS

? பரப்பளவு நீளம் மற்றும் அகலத்தின் பெருக்குத் தொகை இவற்றிடையே ஏதேனும் ஒரு தொடர்பினைக் காண்கிறீர்களா?

பின்னப் பக்கங்களாலான செவ்வகத்தின் பரப்பளவு ஆனது அதன் பக்கங்களின் பெருக்குத் தொகைக்கு சமமாகும்.

பொதுவாக, இரண்டு பின்னங்களின் பெருக்குத் தொகையைக் கண்டுபிடிக்க, அதன் பக்கங்களை அமைத்த இரண்டு பின்னங்கள் செவ்வகத்தின் பரப்பளவைக் கண்டுபிடிக்கலாம்.

? இதனைக் கண்டறிக

1. கீழ்காணும் பெருக்குத் தொகையைக் கண்டுபிடிக்க. இப்பின்னங்களைக் குறிப்பிட அலகு சதுரத்தை ஒரு முழுமையாகப் பயன்படுத்துக.

(a) $\frac{1}{3} \times \frac{1}{5}$ (b) $\frac{1}{4} \times \frac{1}{3}$

(c) $\frac{1}{5} \times \frac{1}{2}$ (d) $\frac{1}{6} \times \frac{1}{5}$

இப்பொழுது $\frac{1}{12} \times \frac{1}{18}$. ஐக் கண்டுபிடிக்க.

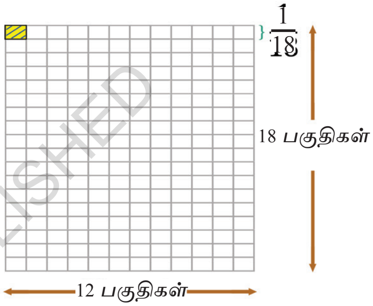
ஒரு அலகு சதுரத்தைப் பயன்படுத்தி பின்னங்களைக் குறிப்பிடுவதனால் இதைச் செய்வது சிக்கலானது. மேற்காணும் நிலைகளில் நாம் செய்ததைப் பின்பற்றி பெருக்குத் தொகையைக் கண்டுபிடிப்போம்.

ஒவ்வொரு நிலையிலும் இம் முழுமை, நிரைகள் மற்றும் நிரல்களாகப் பிரிக்கப்பட்டுள்ளது.

நிரைகளின் எண்ணிக்கை பெருக்கப்படும் எண்ணின் பகுதியாகும், இங்கு அது 18 ஆகும்.

நிரல்களின் எண்ணிக்கை பெருக்கும் எண்ணின் பகுதி ஆகும், இங்கு அது 12 ஆகும்.

ஆகவே, முழுமை 18 × 12 சம பாகங்களாகப் பிரிக்கப்பட்டுள்ளது.



ஆகவே $\frac{1}{18} \times \frac{1}{12} = \frac{1}{(18 \times 12)} = \frac{1}{216}$.

இரண்டு பின்ன அலகுகள் பெருக்கப் படுவதால், பெருக்குத் தொகை

$$\frac{1}{\text{(பகுதிகளின் பெருக்குத் தொகை)}}$$

இதை நாம் குறப்பிடும் முறை:

$$\frac{1}{b} \times \frac{1}{d} = \frac{1}{(b \times d)}.$$

2. கீழ்காணும் பெருக்குத் தொகைகளைக் கண்டுபிடிக்க பின்னங்களைக் குறிப்பிடுவதற்கு மற்றும் செயல்பாடுகளைச் செய்வதற்கு ஒரு அலகு சதுரத்தை ஒரு முழுமையாகப் பயன்படுத்துக.

(a) $\frac{2}{3} \times \frac{4}{5}$ (b) $\frac{1}{4} \times \frac{2}{3}$

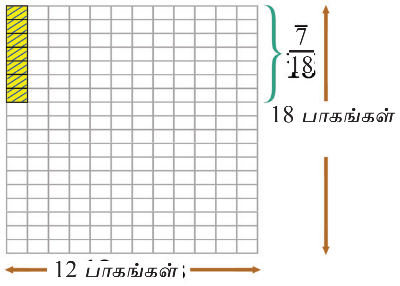
(c) $\frac{3}{5} \times \frac{1}{2}$ (d) $\frac{4}{6} \times \frac{3}{5}$

தொகுதிகளையும் பகுதிகளையும் பெருக்குதல்.

இப்பொழுது $\frac{5}{12} \times \frac{7}{18}$ ஐக் கண்டுபிடிக்க.

© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

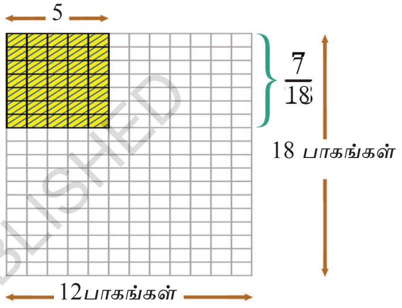
கடந்த நிலையைப் போல, படிப்படியாக பெருக்கலைச் செய்வதன் மூலம் பெருக்குத் தொகையைக் கண்டுபிடிப்போம்.



முதலில், முழுமை, 18 நிரைகள் மற்றும் 12 நிரல்களாக 12 × 18 சம பாகங்களைக் கொடுக்க வகுபட்டுள்ளது.

பிறகு நாம் பெருக்குத் தொகையைப் பெற இவ்விளைவை 5 ஆல் பெருக்குகிறோம். அது $\frac{(5 \times 7)}{(12 \times 18)}$ ஆகும்.

எனவே, $\frac{5}{12} \times \frac{7}{8} = \frac{(5 \times 7)}{(12 \times 18)} = \frac{35}{216}$ ஆகும்.



பொதுவாக, இதிலிருந்து நாம் காண்பது

$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{(a \times c)}{(b \times d)}$.ஆகும்

இப்போது வடிவத்தின் சூத்திரமானது 628 CE இல் பிரம்மகுப்தரால் அவருடைய பிரம்மஸ்புதசித்தாந்தாவில் கூறப்பட்டது.

இச்சூத்திரமானது பெருக்கப்படும் எண் அல்லது பெருக்கும் எண் முழு எண்ணாக இருந்தாலும் பொருந்தும். நாம் இம்முழு எண்ணைப் பகுதி 1 ஐப் பெற்றுள்ள பின்னமாக மீண்டும் எழுதலாம். எ.கா

$3 \times \frac{3}{4}$, $\frac{3}{1} \times \frac{3}{4}$ என எழுதப்படலாம்

$= \frac{3 \times 3}{1 \times 4} = \frac{9}{4}$.

மற்றும்

$\frac{3}{5} \times 4$, $\frac{3}{5} \times \frac{4}{1}$ என எழுதப்படலாம். $= \frac{3 \times 4}{5 \times 1} = \frac{12}{5}$

பின்னங்களின் பெருக்கல் - எளிய வடிவத்திற்கு சுருக்குதல்.

? கீழ்காணும் பின்னங்களைப் பெருக்கி, பெருக்குத் தொகையை எளிய வடிவத்திற்கு சுருக்குதல்

$$\frac{12}{7} \times \frac{5}{24}$$

தொகுதிகள் (12 மற்றும் 5) மற்றும் பகுதிகள் (7 மற்றும் 24) இவற்றை முதலில் பெருக்கி பிறகு சுருக்குவதற்கு பதிலாக நாம் கீழே கொடுத்துள்ளதைச் செய்யலாம்.

NOT TO BE REPUBLISHED @KTBS

$$\frac{12}{7} \times \frac{5}{24} = \frac{12 \times 5}{7 \times 24}$$

வட்டமிடப்பட்ட இரண்டு எண்களும் பொதுக், காரணி 12 ஐப் பெற்றுள்ளன. பொதுக் காரணியால் வகுத்தலாலும் பின்னத்தின் தொகுதியும் பகுதியும் மாறாது. என்பது நமக்குத் தெரியும். இந்நிலையில், நாம் அதைப் 12 ஆல் வகுக்கலாம்.

$$\frac{\overset{1}{\cancel{12}} \times 5}{7 \times \underset{2}{\cancel{24}}} \times \frac{1 \times 5}{7 \times 2} = \frac{5}{14}$$

இதே உத்தியைப் பயன்படுத்தி இன்னொரு பெருக்கலைச் செய்வோம்.

$$\frac{14}{15} \times \frac{25}{42}$$

$$\frac{\overset{1}{\cancel{14}} \times \overset{5}{\cancel{25}}}{\underset{3}{\cancel{15}} \times \underset{3}{\cancel{42}}} = \frac{1 \times 5}{3 \times 3} = \frac{5}{9}$$

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

பின்னங்களைப் பெருக்கும் போது, தொகுதிகள் மற்றும் பகுதிகளைப் பெருக்குவதற்கு முன்பு நாம் முதலில் தொகுதி மற்றும் பகுதியை அவற்றின் பொதுக் காரணியால் வகுக்க வேண்டும். இது பொதுக் காரணிகளை நீக்குதல் என்று அழைக்கப்படுகிறது.

கிள்ளளவு வரலாறு

இந்தியாவில் பின்னத்தை எளிய வடிவத்திற்கு சுருக்கும் வழிமுறை 'அபவர்தனா' என்று அழைக்கப்படுவது - நன்கு அறியப்பட்டது மற்றும் கணிதமல்லாத பணிகளிலும் குறிப்பிடத்தக்கது. சமண அறிஞரான உமஸ்வதி (c. 150 CE) ஒரு தத்துவப்படைப்பில் ஓர் உவமையாகப் பயன்படுத்தியுள்ளார்.

? இதனைக் கண்டறிக

1. குழாயின் மூலம் ஒரு நீர்தொட்டி நிரப்பப்படுகிறது. அக்குழாய் 1 மணி நேரம் வரைத் திறந்திருந்தால் நீர்த்தொட்டியின் $\frac{7}{10}$ பாகம் நிரம்புகிறது. கீழ்காணும் நேரங்களுக்கு குழாய் திறக்கப்பட்டால் நீர்தொட்டியின் எவ்வளவு பாகம் நிரையும்?

(a) $\frac{1}{3}$ மணி ____________

(b) $\frac{2}{3}$ மணி ____________

(c) $\frac{3}{4}$ மணி ____________

(d) $\frac{7}{10}$ மணி ____________

(e) நீர்த்தொட்டி முழுமையாக நிரம்ப குழாய் எவ்வளவு நேரம் வரைத் திறந்திருக்க வேண்டும்.

இதை முயற்சிக்கவும்

2. அரசாங்கம் சாலையை அமைக்க சோமுவின் நிலத்திலிருந்து $\frac{1}{6}$ பகுதியை எடுத்துக் கொண்டது. இப்பொழுது சோமுவிடம் மீதமிருக்கும் நிலம் எவ்வளவு? அவர் மீதமுள்ள நிலத்தில் பாதியளவை தமது மகனான கிருஷ்ணாவிற்கும், அதன் $\frac{1}{3}$ பகுதியை மகன் போராவிற்கும் கொடுத்தார். அவர்களுடைய பங்கை அவர்களுக்குக் கொடுத்த பிறகு மீதமுள்ள நிலத்தைத் தமக்காக வைத்துக் கொண்டார்.

(a) அசல் நிலத்தில் எவ்வளவு பகுதியைக் கிருஷ்ணா பெற்றார்?

(b) அசல் நிலத்தில் எவ்வளவு பகுதியை போரா பெற்றார்?

(c) அசல் நிலத்தில் எவ்வளவு பகுதியை சோமு தமக்காக வைத்துக் கொண்டார்?

3. $3\frac{3}{4}$ அடி மற்றும் $9\frac{3}{5}$ அடி பக்க அளவுகளைப் பெற்ற ஒரு செவ்வகத்தின் பரப்பளவைக் கண்டுபிடிக்க.

4. சேவாங் தனது தோட்டத்தில் நான்கு மரக்கன்றுகளை ஒரு வரிசையில் நட்டார். இரண்டு மரக்கன்றுகளுக்கு இடையே உள்ள தூரம் $\frac{3}{4}$ m ஆகும். முதல் மற்றும் கடைசி மரக்கன்றுகளுக்கு இடையே உள்ள தூரத்தைக் கண்டுபிடிக்க (குறிப்பு : இரண்டு மரக்கன்றுகளுக்கு இடையே தூரம் $\frac{3}{4}$ m இருக்கும் வகையில் நான்கு மரக்கன்றுகளின் ஒரு கரடு வரைபடத்தை வரைக)

5. எதன் எடை அதகிம்? 500 grams இன் $\frac{12}{15}$ அல்லது 4 kgஇன் $\frac{3}{20}$?

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

பெருக்கப்படும் எண்களை விடப் பெருக்குத் தொகை எப்பொழுதும் அதிகமாக இருக்குமா?

ஒரு எண் 1 ஆல் வகுபடும் போது பெருக்குத் தொகை மாறாது என்பது நமக்குத் தெரியும். எண் சோடிகளில் 1 இல்லாதவற்றைக் காண்போம்.

1ஐ விட அதிகமாக உள்ள இரண்டு எண்ணும் எண்களைப் பெருக்குவோம். எ.கா 1, 3 ஐ எடுத்துக்கொள்வோம். பெருக்கப்படும் இரண்டு எண்களை விடப் பெருக்குத் தொகை அதிகமாகும்.

$$3 \times 5 = 15$$

பெருக்குத் தொகை 15, 3 மற்றும் 5 இவ்விரண்டையும் விடப் பெரியது.

ஆனால் $\frac{1}{4}$ மற்றும் 8 ஐப் பெருக்கும்போது என்ன நடக்கிறது?

$$\frac{1}{4} \times 8 = 2$$

மேற்காணும் பெருக்கலில், பெருக்குத் தொகை 2, $\frac{1}{4}$, ஐ விட அதிகமானது, ஆனால் 8 ஐ விடச் குறைவானது.

$\frac{3}{4}$ மற்றும் $\frac{2}{5}$ ஐப் பெருக்கும்போது என்ன நடக்கிறது?

$$\frac{3}{4} \times \frac{2}{5} = \frac{6}{20}$$

பெருக்குத்தொகை $\frac{6}{20}$ மற்றும் எண்கள் $\frac{3}{4}$ மற்றும் $\frac{2}{5}$ ஐ ஒப்பிடுவோம். இதற்கு நாம் $\frac{3}{4}$ ஐ $\frac{15}{20}$ மற்றும் $\frac{2}{5}$ ஆக வெளிப்படுத்துவோம்.

இதிலிருந்து நாம் இரண்டு எண்களை விடப் பெருக்குத் தொகை குறைவாக இருப்பதைக் காணமுடிகிறது.

இரண்டு எண்கள் பெருக்கப்படும் போது பெருக்குத் தொகை எப்பொழுது அதிகமாக உள்ளது, இரண்டு எண்களுக்கிடையே இடையில் எப்பொழுது உள்ளது மற்றும் எப்பொழுது இரு எண்களை விட சிறியதாக உள்ளன என்று நினைக்கிறீர்கள்.

(குறிப்பு : பெருக்குத் தொகை மற்றும் பெருக்குப்படும் எண்களிடையே உள்ள தொடர்பு, அவை 0 மற்றும் 1 க்கு இடையே உள்ளனவா அல்லது 1 ஐ விட அதிகமாக உள்ளனவா என்பதன் அடிப்படையில் உள்ளது. ஒவ்வொரு பெருக்கலுக்கும் கீழ்கண்ட வினாக்களைக் கருதுக.)

NOT TO BE REPUBLISHED @KTBS

சூழ்நிலை	பெருக்கல்	தொடர்பு
சூழ்நிலை 1	இரு எண்களும் 1 ஐ விட அதிகமாக உள்ளன. (எ.கா: $\frac{4}{3} \times 4$)	பெருக்குத் தொகை $(\frac{16}{3})$ இரு எண்களை விட அதிகமாக உள்ளது
சூழ்நிலை 2	இரு எண்களும் 0 மற்றும் 1 க்கு இடையே உள்ளன. (எ.கா: $\frac{3}{4} \times \frac{2}{5}$)	பெருக்குத் தொகை $(\frac{3}{10})$ இரு எண்களை விட சிறியதாக உள்ளது.
சூழ்நிலை 3	ஒரு எண் 0 மற்றும் 1 க்கு இடையே உள்ளது, இன்னொரு எண் 1ஐ விட அதிகமாக உள்ளது. (எ.கா: $\frac{3}{4} \times 5$)	பெருக்குத் தொகை $(\frac{15}{4})$ எண்ணை விடக் குறைவாக உள்ளது 1ஐ விட அதிகமான மற்றும் 0 மற்றும் 1க்கு இடையே உள்ள எண்ணை விட அதிகமாக உள்ளது.

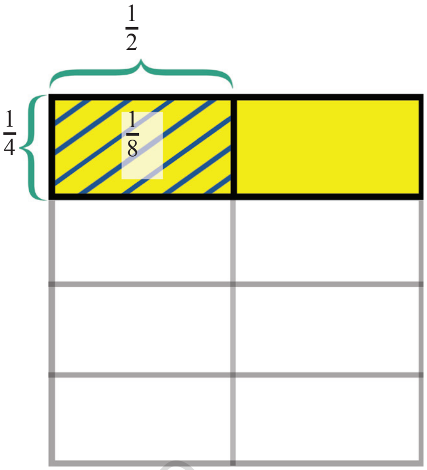
@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

இத்தகைய ஒவ்வொரு சூழ்நிலைக்கும் அதிகமான எடுத்துக்காட்டுகளை அமைக்க மற்றும் பெருக்குத் தொகை மற்றும் பெருக்கப்படும் எண்களுக்கு இடையே உள்ள தொடர்பினைக் கவனிக்க.

? பெருக்கப்பட்ட எண்கள் மற்றும் பெருக்குத் தொகைக்கு இடையே உள்ள தொடர்பு பற்றி நீங்கள் என்ன முடிவு செய்யலாம்? கோடிட்ட இடங்களை நிரப்புக.

- பெருக்கப்படும் எண்களில் ஓர் எண் 0 மற்றும் 1க்கு இடையே இருந்தால் பெருக்குத் தொகை இன்னொரு எண்ணை விட ______________ (அதிகமாக/ குறைவாக) இருக்கும்.
- பெருக்கப்படும் எண்களில் ஓர் எண் 1 ஐ விட அதிகமாக இருந்தால், பெருக்குத் தொகையானது இன்னொரு எண்ணை விட ______________ (அதிகமா/ குறைவாக) இருக்கும்.

பெருக்கலின் வரிசை முறை



$\frac{1}{2} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{8}$ என்பது நமக்குத் தெரியும்.

இப்பொழுது $\frac{1}{4} \times \frac{1}{2}$ என்னவாகும்? அதுவும் $\frac{1}{8}$ ஆகும்.

பொதுவாக, நீளம் மற்றும் அகலம் இடமாற்றப்பட்டாலும் ஒரு செவ்வகத்தின் பரப்பளவு மாறாது.

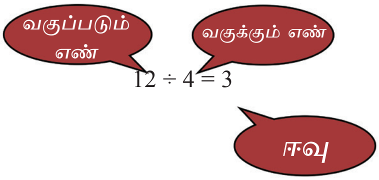
பெருக்கலின் வரிசை முறை ஒரு பொருட்டு அல்ல. ஆகவே.

$$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{c}{d} \times \frac{a}{b}.$$

இதை நாம் பின்னங்களைப் பெருக்குவதற்கான பிரம்மகுப்தரின் சூத்திரத்திலிருந்தும் காணலாம்.

©KTBS
NOT TO BE REPUBLISHED

8.2 பின்னங்களின் வகுத்தல்.



$12 \div 4$ எவ்வளவு? இது உங்களுக்கு முன்பே தெரியும். ஆனால் இச்சிக்கல், ஒரு பெருக்கலின் சிக்கலாக மீண்டும் கூறப்படலாம்.

12ஐப் பெற 4 உடன் என்ன பெருக்கப்பட வேண்டும்? அதாவது

$$4 \times ? = 12$$

வகுத்தலைப் பெருக்கலாக மாற்றும் இவ்வுத்தியைப் பின்னங்களை வகுக்கும் சிக்கலைத் தீர்க்கப் பயன்படுத்தலாம்.

$1 \div \frac{2}{3}$ என்னவாகும்?

இதை ஒரு பெருக்கலின் சிக்கலாக மீண்டும் எழுதலாம்.

$$\frac{2}{3} \times ? = 1$$

1 ஐப் பெருக்குத் தொகையாகப் பெற $\frac{2}{3}$ உடன் என்ன பெருக்கப்பட வேண்டும் ?

எவ்வகையிலேனும் 2 மற்றும் 3ஐ நீக்கிவிட்டால் நம்மிடம் 1 மீதமுள்ளது.

$$\frac{\cancel{2}}{\cancel{3}} \times \boxed{\frac{\cancel{3}}{\cancel{2}}} = 1$$

↓ விடை

ஆகவே $1 \div \frac{2}{3} = \frac{3}{2}$

இப்பொழுது இன்னொரு சிக்கலைத் தீர்க்க முயற்சிக்கலாம்.

$$3 \div \frac{2}{3}.$$

இது $\frac{2}{3} \times ? = 3$ க்கு ஒத்தது.

விடையை உங்களால் கண்டுபிடிக்க முடியுமா?

1ஐப் பெற $\frac{2}{3}$ உடன் எதைப் பெருக்க வேண்டும் என்பது நமக்குத் தெரியும். 3ஐப் பெற அதை நாம் 3 ஆல் பெருக்கினால் போதும் எனவே

$$\frac{\cancel{2}}{\cancel{3}} \times \boxed{\frac{\cancel{3}}{\cancel{2}} \times 3} = 3$$

↓ விடை

ஆகவே, $3 \div \frac{2}{3} = \frac{3}{2} \times 3 = \frac{9}{2}.$

$\frac{1}{5} \div \frac{1}{2}$ என்னவாகும் ?

இதை ஒரு பெருக்கலின் சிக்கலாக மீண்டும் எழுதினால் நம்மிடம் இருப்பதாவது.

$$\frac{1}{2} \times ? = \frac{1}{5}.$$

இதை நாம் எவ்வாறு தீர்க்கலாம் ?

ஆகவே,

$$\frac{1}{\cancel{2}} \times \boxed{\cancel{2} \times \frac{1}{5}} = \frac{1}{5}$$

↓ விடை

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

$$\frac{1}{5} \div \frac{1}{2} = 2 \times \frac{1}{5} = \frac{2}{5}.$$

$\frac{2}{3} \div \frac{3}{5}$ என்னவாகும்?

பெருக்கலாக இதை மீண்டும் எழுதும் பொழுது நம்மிடம் இருப்பது

$$\frac{3}{5} \times ? = \frac{2}{3}.$$

இதை நாம் எப்படித் தீர்க்கப்போகிறோம்?

$$\frac{3}{\cancel{5}} \times \boxed{\frac{\cancel{5}}{\cancel{3}} \times \frac{2}{3}} = \frac{2}{3}$$

விடை

ஆகவே,

$$\frac{2}{3} \div \frac{3}{5} = \frac{5}{3} \times \frac{2}{3} = \frac{10}{9}.$$

கலந்துரையாடல்

மேற்கண்ட ஒவ்வொரு வகுத்தல் சிக்கல்களில், விடையை எப்படி கண்டுபிடித்தோம் என்பதை கவனிக்கவும். இரண்டு பின்னங்களை எப்படி வகுப்பது என்று கூறும் விதி ஒன்றினை நாம் அமைப்போமா?

$$\frac{2}{3} \div \frac{3}{5}$$

வகுக்கப் படும் எண் — வகுக்கும் எண்

$$= \frac{5}{3} \times \frac{2}{3} = \frac{10}{9}$$

ஈவு

முந்தைய சிக்கலை எடுத்துக்கொள்வோம். ஒவ்வொரு வகுத்தல் சிக்கலிலும் வகுக்கப்படும் எண், வகுக்கும் எண் மற்றும் ஈவு உள்ளன. ஈவைப் பெற நாம் பயன்படுத்தும் நுட்பமாவது.

1. வகுக்கும் எண்ணுடன் பெருக்கப்படும் போது 1 ஐத் தரும் எண்ணை கண்டுபிடிக்க வேண்டும். கிடைக்கப்பெறும் எண் ஒரு பின்னமாக இருப்பதை நாம் காண்கிறோம். இங்கு தொகுதி, வகுக்கும் எண்ணின் பகுதியாகவும், பகுதி, வகுக்கும் எண்ணின் தொகுதியாகவும் உள்ளது. வகுக்கும் எண் $\frac{3}{5}$ க்கு இப்பின்னம் $\frac{5}{3}$ ஆகும் $\frac{3}{5}$ இன் தலைகீழி என்று அழைக்கிறோம். ஒரு பின்னத்தை அதன் தலைகீழியுடன் பெருக்கினால் நாம் 1ஐப் பெறுகிறோம்.

NOT TO BE REPUBLISHED @KTBS

ஆகவே நமது உத்தியின் முதல் படிநிலை வகுக்கும் எண்ணின் தலைகீழியைக் கண்டுபிடிப்பது ஆகும்.

2. பிறகு நாம் பெருக்கப்படும் எண்ணை இத்தலைகீழியுடன் பெருக்கி ஈவினைப் பெறுகிறோம்.

இரண்டு பின்னங்களை வகுப்பதன் சுருக்கம்.

★ பெருக்கும் எண்ணின் தலைகீழியைக் கண்டுபிடித்தல்.

★ ஈவினைப் பெற பெருக்கப்படும் எண்ணுடன் இதனைப் பெருக்குதல்.

ஆகையால், $\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{d}{c} \times \frac{a}{b} = \frac{d \times a}{c \times b}$.

இதை மீண்டும் இவ்வாறு எழுதலாம்.

$$\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c} = \frac{a \times d}{b \times c}.$$

முன்பு கற்ற பின்னங்களுக்கான கூட்டல், கழித்தல் மற்றும் பின்னங்களின் பெருக்கலின் வழிமுறைகள் மற்றும் சூத்திரத்தைப் போல, இப்பொழுது பின்னங்களின் வகுத்தலுக்கான வழிமுறை மற்றும் சூத்திரம், பிரம்மஸ்புதசித்தாந்தா (628 CE) இல் பிரம்மகுப்தரால் முதலில் கூறப்பட்டது.

© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

ஆகையால், எடுத்துக்காட்டிற்காக $\frac{2}{3} \div \frac{3}{5}$ ஐ பிரம்மகுப்தரின் சூத்திரத்தைப் பயன்படுத்தி மதிப்பிட நாம் எழுதுவதாவது.

$$\frac{2}{3} \div \frac{3}{5} = \frac{2}{3} \times \frac{5}{3} = \frac{2 \times 5}{3 \times 3} = \frac{10}{9}.$$

வகுபடும் எண், வகுக்கும் எண் மற்றும் ஈவு

இரண்டு முழு எண்களை வகுக்கிறோம் என்று எடுத்துக்கொள்வோம். எ.கா: 6 ÷ 3, நமக்கு கிடைக்கும் ஈவு 2 ஆகும். இங்கு ஈவு பெருக்கப்படும் எண்ணை விடக் குறைவாக உள்ளது.

$$6 \div 3 = 2,\ 2 < 6$$

ஆனால் 6 ஐ $\frac{1}{4}$ ஆல் வகுக்கும் போது என்ன நடக்கிறது?

$$6 \div \frac{1}{4} = 24.$$

இங்கு ஈவு, வகுபடும் எண்ணை விடப் பெரியது.

$\frac{1}{8}$ ஐ $\frac{1}{4}$ ஆல் வகுத்தால் என்ன நடக்கிறது?

$$\frac{1}{8} \div \frac{1}{4} = \frac{1}{2}.$$

இங்கும் ஈவு பெருக்கப்படும் எண்ணை விடப் பெரியது.

எப்பொழுது ஈவு பெருக்கப்படும் எண்ணை விடச் சிறியது மற்றும் எப்பொழுது ஈவு பெருக்கப்படும் எண்ணை விடப் பெரியதாக இருக்கும் என்று நினைக்கிறீர்கள்?

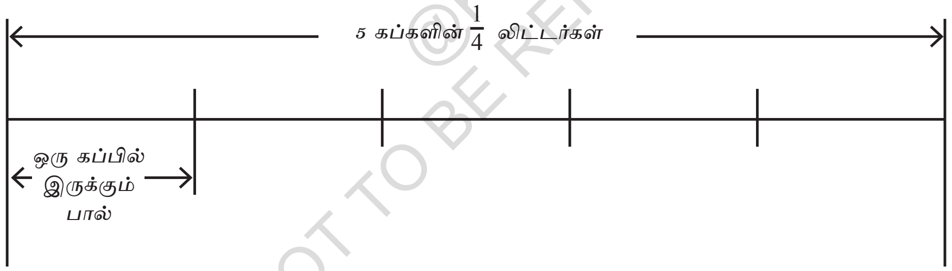
பெருக்கும் எண் மற்றும் ஈவிற்கு இடையே இதுபோன்ற தொடர்பு உள்ளதா?

பெருக்கலில் இத்தகைய தொடர்புகளைப் பற்றிய உங்கள் புரிதலைப் பயன்படுத்தி மேற்கண்ட வினாக்களுக்கு விடையளிக்க.

8.3 பின்னங்கள் உள்ளடக்கிய சில சிக்கல்கள்

எ.கா : 3: லீனா 5 கப் டீ தயாரித்தார். இதற்கு அவர் $\frac{1}{4}$ லிட்டர் பாலைப் பயன் படுத்தினார் ஒவ்வொரு கப் டீயிலும் எவ்வளவு பால் உள்ளது?

©KTBS NOT TO BE REPUBLISHED



லீனா, 5 கப் டீயில் $\frac{1}{4}$ லிட்டர் பாலைப் பயன்படுத்தினார். ஆகையால், 1 கப் டீயில் பாலின் கன அளவு.

$\frac{1}{4} \div 5$ ஆக இருக்க வேண்டும். பெருக்கலாக இதனை எழுதும் போது நம்மிடம் இருப்பது

$5 \times$ (ஒரு கப் பால்) $= \frac{1}{4}$.

பிரம்மகுப்தரின் வழிமுறைப்படி நாம் வகுத்தலை கீழ்வருமாறு செய்கிறோம்.

5 (வகுக்கும் எண்) இன் தலைகீழி $\frac{1}{5}$ ஆகும்.

இத்தலைகீழி வகுப்படும் எண்ணோடு ($\frac{1}{4}$),பெருக்கப்படும் போது நாம் பெறுவது

$$\frac{1}{5} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{20}.$$

ஆகவே, ஒவ்வொரு கப் டீயிலும் $\frac{1}{20}$ லிட்டர் பால் உள்ளது.

எ.கா 4 : மானிடவியலின் மிகப் பழமையான வடிவியல் நூல்களில் ஒன்றான சுல்பசூத்திரத்தில் முழுமை அல்லாத பின்னங்களைக் (non-unit fractions) கையாண்டதற்கான மிகத் தொன்மையான சான்றுகள் காணப்பட்டன. பௌத்தயானா சுல்பசூத்திரத்திலிருந்து (c. 800 B.C.E.) ஒரு எடுத்துக்காட்டு இங்குள்ளது.

$7\frac{1}{2}$ சதுர அலகுகள் பரப்பளவை, ஒவ்வொன்றும் $\frac{1}{5}$ அலகுகள் பக்கங்களைக் கொண்ட செங்கற்களால் மூடுக.

இத்தகைய எத்தனை சதுர செங்கற்கள் நமக்குத் தேவை?

ஒவ்வொரு சதுர செங்கல்லும் பரப்பளவு $\frac{1}{5} \times \frac{1}{5} = \frac{1}{25}$ சதுர அலகு பரப்பளவைப் பெற்றுள்ளது.

மூடப்பட வேண்டிய மொத்த பரப்பளவு $7\frac{1}{2}$ சதுர அலகுகள்

$s = \frac{15}{2}$ சதுர அலகுகள்

(செங்கற்களின் எண்ணிக்கை) × (ஒரு செங்கல்லின் பரப்பளவு) = மொத்தப் பரப்பளவு என்பதால்.

செங்கற்களின் எண்ணிக்கை $= \frac{15}{2} \div \frac{1}{25}.$

வகுக்கும் எண்ணின் தலைகீழி 25 ஆகும்.

இத்தலைகீழியை வகுக்கப்படும் எண்ணோடு பெருக்கினால் நமக்கு

$$25 \times \frac{25}{2} = \frac{25 \times 15}{2} = \frac{375}{2}$$ கிடைக்கிறது.

எ.கா: 5 பிரம்மகுப்தரின் பிரம்மஸ்புதசிந்தாந்தா என்ற நூலுக்கு சதுர்வேத பரிதுதகஸ்வாமி (c. 860 CE) அவர்கள் எழுதிய உரையில் இச்சிக்கல் முன்வைக்கப்பட்டது.

நான்கு நீரூற்றுகள் ஒரு நீர்த்தொட்டியை நிரப்ப முடியும். முதலாம் நீரூற்று நீர்த்தொட்டியை ஒரு நாளில் நிரப்பும். இரண்டாவது, அதனை அரை நாளில் நிரப்ப

©KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

முடியும். மூன்றாவது கால் நாளில் நிரப்ப முடியும். நான்காவது, நீர்தொட்டியை ஒரு நாளின் ஐந்தின் ஒரு பங்கில் நிரப்ப முடியும். அவை அனைத்தும் ஒன்றாகப் பாய்ந்தால் எவ்வளவு நேரத்தில் அவை நீர்த்தொட்டியை நிரப்ப முடியும்?

படிப்படியாக இச்சிக்கலைத் தீர்ப்போம். ஒரு நாளில் நிரப்பிய முறைகளின் எண்ணிக்கை.

- முதல் நீரூற்று நீர்த்தொட்டியை நிரப்புவது $1 \div 1 = 1$ ஆகும்
- இரண்டாம் நீரூற்று நீர்த்தொட்டியை நிரப்புவது $1 \div \frac{1}{2} =$ ______
- மூன்றாம் நீரூற்று நீர்த்தொட்டியை நிரப்புவது $1 \div \frac{1}{4} =$ ______
- நான்காம் நீரூற்று நீர்த்தொட்டியை நிரப்புவது $1 \div \frac{1}{5} =$ ______

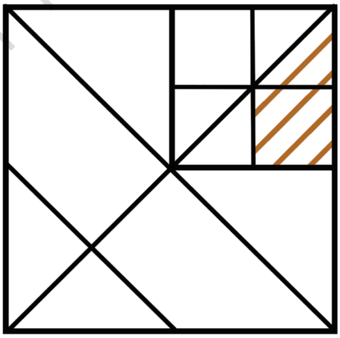
ஒரு நாளில் நான்கு நீரூற்றுகளும் ஒன்றாக நீர்த்தொட்டியை நிரப்பும் முறைகளின் எண்ணிக்கை ___ + ____ + ____ + ____ = 12 ஆகும்.

ஆகவே, நீரூற்றுகள் ஒன்றாக நீர்த்தொட்டியை நிரப்ப எடுத்துக்கொள்ள வேண்டிய நேரம் $\frac{1}{12}$ நாட்கள் ஆகும்.

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

பின்னத் தொடர்புகள்

இங்கு உட்பகுதியில் கோடுகள் வரையப்பட்ட சதுரம் ஒன்றுள்ளது.



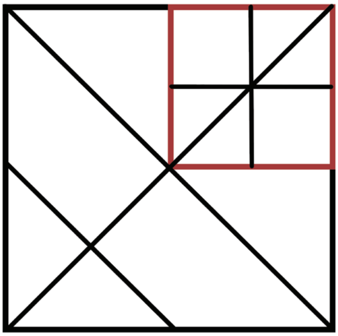
படம் 8.4

முழு சதுரத்தின் பரப்பளவில் எவ்வளவு பின்னத்தை நிழலிடப்பட்ட பகுதி நிரப்புகிறது.

கணித பேச்சு

இச்சிக்கல்களைத் தீர்க்க வெவ்வேறு வழிகள் உள்ளன. இவற்றில் ஒன்று இங்கு உள்ளது. முழு சதுரத்தின் பரப்பளவு 1 சதுர அலகாக இருக்கட்டும்.

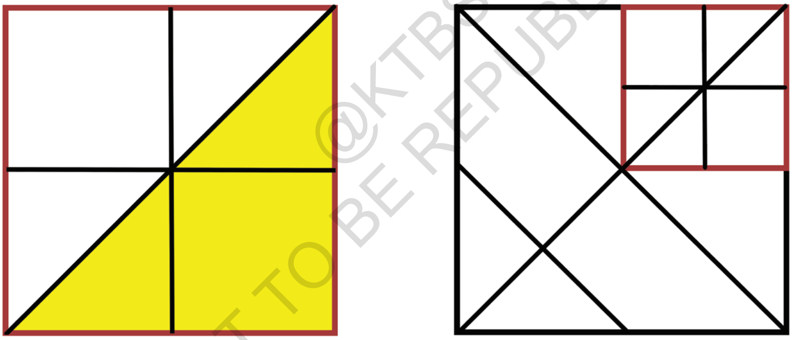
(படம் 8.5 இல்) வலப்புற மேற்பகுதியில் உள்ள சதுரம், முழு சதுரத்தின் $\frac{1}{4}$ பாகத்தை ஆக்கிரமிக்கிறது என்பதை நாம் கவனிக்கிறோம்.



படம் 8.5

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

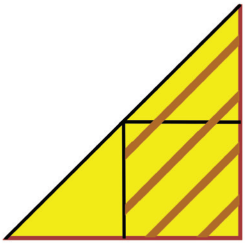
சிவப்பு நிறச் சதுரத்தின் பரப்பளவு $= \frac{1}{4}$ சதுர அலகுகள்



படம் 8.6

இந்த சிவப்பு நிறச் சதுரத்தைப் பார்ப்போம். அதற்குள் இருக்கும் முக்கோணத்தின் (மஞ்சள் நிறமிடப்பட்டுள்ளது) பரப்பளவு சிவப்பு நிறச் சதுரத்தின் பரப்பளவில் பாதியளவு ஆகும். ஆகவே, மஞ்சள் நிற முக்கோணத்தின் பரப்பளவு

$= \frac{1}{2} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{8}$ சதுர அலகுகள் ஆகும்.



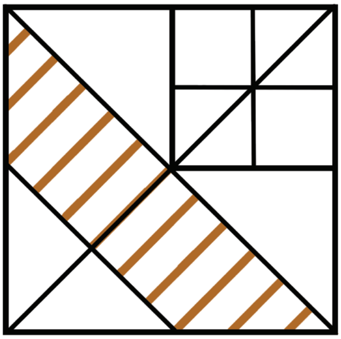
இம்மஞ்சள் நிற முக்கோணத்தின் என்ன பின்ன அளவு வண்ணமிடப்பட்டுள்ளது?

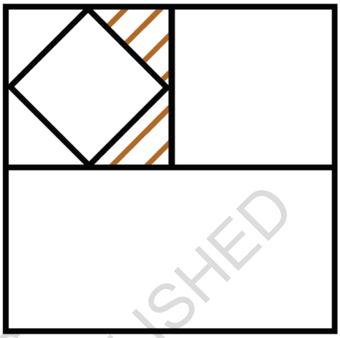
வண்ணமிடப்பட்ட பகுதி மஞ்சள் நிற முக்கோணத்தின் பரப்பளவில் $\frac{3}{4}$ பகுதியை ஆக்கிரமிக்கிறது. ஏன் என்று உங்களுக்குப் புலப்படுகிறதா?

வண்ணமிடப்பட்ட பகுதியின் பரப்பளவு $= \frac{3}{4} \times \frac{1}{8} = \frac{3}{32}$ சதுர அலகுகள் ஆகும்.

ஆகவே, வண்ணமிடப்பட்ட பகுதி முழு சதுரத்தின் பரப்பளவில் $\frac{3}{32}$ அளவு பகுதியை ஆக்கிரமிக்கிறது.

? கீழே கொடுத்துள்ள ஒவ்வொரு படத்திலும், வண்ணமிடப்பட்ட பகுதி ஆக்கிரமிக்கும் பெரிய சதுரத்தின் பின்ன அளவைக் கண்டுபிடிக்க.





அடுத்து வரும் அலகில் இத்தகைய மேலும் பல ஆர்வமூட்டும் சிக்கல்களை நாம் தீர்ப்போம்.

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

ஒரு டிரம்மா - டிக் (Dramma-tic Donation) நன்கொடை

பின்வரும் சிக்கலானது பாஸ்கராசாரியார் (பாஸ்கரா II) அவர்களால் 1150 C.E இல் எழுதப்பட்ட நூலான லீலாவதியிலிருந்து மொழியாக்கம் செய்யப்பட்டது.

அறிவுள்ளவரே! ஒரு கருமி ஒரு இரவலனுக்கு ஒரு டிரம்மாவின் $\frac{1}{5}$ இன் $\frac{1}{16}$ இன் $\frac{1}{4}$ இன் $\frac{1}{2}$ இன் $\frac{2}{3}$ இன் $\frac{3}{4}$ ஐக் கொடுத்தார். பின்னங்களின் கணக்கியலை நீங்கள் நன்கு அறிவீரெனில், சொல் குழந்தையே, எத்தனை கறவை சிப்பிகள் கருமியால் இரவலருக்குக் கொடுக்கப்பட்டது?

டிரம்மா என்பது அக்காலத்தில் பயன்படுத்தப்பட்ட வெள்ளி நாணயத்தைக் குறிப்பிடுகிறது. இக்கதை, 1 டிரம்மா 1280 கறவை சிப்பிகளுக்கு சமமாகும் என்பதைக் கூறுகிறது. அம்மனிதர் ஒரு டிரம்மாவில் என்ன பின்ன அளவைக் கொடுத்தார் என்று பார்ப்போம்.

ஒரு டிரம்மாவின் $\left(\frac{1}{2} \times \frac{2}{3} \times \frac{3}{4} \times \frac{1}{5} \times \frac{1}{16} \times \frac{1}{4}\right)$ பகுதி

கணிக்கிடும் போது அது கொடுப்பது $\frac{6}{7680}$ ஆகும். மிக எளிய வடிவிற்கு சுருக்கும் போது நமக்குக் கிடைப்பது

$$\frac{6}{7680} = \frac{1}{1280}.$$

ஆகவே, இரவலனுக்கு 1 கறவை சிப்பி கொடுக்கப்பட்டது.

விடையில் பாஸ்கராசாரியாரின் நையாண்டித்தனத்தை நீங்கள் காணலாம்! கருமி மிகக் குறைந்த மதிப்புள்ள நாணயத்தை (கறவை) இரவலுலனுக்குக் கொடுத்திருந்தார்.

12 ஆம் நூற்றாண்டில், இந்திய துணைக் கண்டத்தின் வெவ்வேறு இராஜ்ஜியங்களில் பல வகையான நாணயங்கள் புழக்கத்தில் இருந்தன. மிகவும் பயன்படுத்தப்பட்டவை தங்க நாணயங்கள் (தினார்கள் / கத்யானாக்கள் மற்றும் ஹியூனாஸ் என்று அழைக்கப்பட்டன) வெள்ளி நாணயங்கள் (காசுங்கள் 8 டாங்காஸ் என்று அழைக்கப்பட்டன) தாமிர நாணயங்கள் பனாக்கள் மற்றும் மஷாக்கள் என்று அழைக்கப்பட்டன) மற்றும் கறவை சிப்பிகள் ஆகும். நாணயங்களிடையே இருந்க சரியான மாற்று விகிதங்கள், பகுதி, கால இடைவெளி, பொருளியல் நிலைமைகள், நாணயங்களின் எடைகள் மற்றும் அவற்றின் தூய்மையின் அடிப்படையில் மாறுபட்டன.

தங்க நாணயங்கள் (பொற்காசுகள்) அதிக மதிப்புடையவை அதிக பரிவர்த்தனைகளிலும் செல்வ சேமிப்புகளிலும் பயன்படுத்தப்பட்டன. அன்றாட பரிவர்த்தனைகளில் வெள்ளி நாணயங்கள் பயன்படுத்தப்பட்டன. தாமிர நாணயங்கள் குறைந்த மதிப்புடையவை மற்றும் சிறிய பரிவர்த்தனைகளில் பயன்படுத்தப்பட்டன. கறவை சிப்பிகள் மிகக் குறைந்த மதிப்புடையவை மற்றும் மிகச்சிறிய பரிவர்த்தனைகளிலும் சில்லறையாகவும் பயன்படுத்தப்பட்டன.

1 தங்க தினார் = 12 வெள்ளி டிரம்மாக்கள்

1 வெள்ளி டிரம்மா = 4 தாமிர பனாக்கள்

1 தாமிர பனா = 6 மஹாக்காக்கள் மற்றும் 1 பனா = 30 கறவை சிப்பிகள்.

1 தாமிர பனா $= \frac{1}{48}$ தங்க தினார் $\left(\frac{1}{12} \times \frac{1}{4}\right)$

1 கறவை சிப்பி = ________ தாமிர பனாக்கள்

1 கறவை சிப்பி = ________ தங்க தினார்.

©KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

கிள்ளளவு வரலாறு

நாம் இதுவரை கண்டது போல, பின்னங்கள், அளவுகளை சமமாகப் பகிர்தல் மற்றும் வகுத்தல் உள்ளிட்ட பலவகையான அன்றாட வாழ்க்கைச் சிக்கல்களில் முக்கியப் பங்கினை வகிக்கும் ஒரு முக்கிய எண் வகை ஆகும். இன்று நாம் பயன்படுத்தும் அலகு அல்லாத பின்னங்களின் பொதுக் கருத்து, கூட்டல், கழித்தல், பெருக்கல், வகுத்தல் ஆகிய கணிதச் செயல்பாடுகளுடன் கூடியது - இந்திய வடிவியல் நூல்கள் சுல்பசூத்ரா என்றுஅழைக்கபட்டன - அவை 800 BCE வரை பழமைவாய்ந்தவை மற்றும் சடங்குகளுக்கு தீப்பலிபீடங்களை அமைக்கப் பயன்பட்டன அதிகமாக பொதுவான அலகு அல்லாத பின்னங்கள் பயன்பட்டன, எ.கா 3 இல் நாம் கண்டது போல அத்தகைய பின்னங்களின் வகுத்தலும் உள்ளடங்கின.

150 BCE இலேயே பின்னங்கள் பிரபல இந்திய கலாச்சாரத்தில் பொதுவானதாகிவிட்டன, மரியாதைக்குரிய சமண அறிஞரான உமஸ்வதி அவர்களின் தத்துவப் படைப்பில் பின்னங்களை மிகச் சிறிய உறுப்புகளாகச் சுருக்குவது குறித்த முறைமுக சான்றாதாரத்தின் மூலம் இது நிரூபிக்கப்பட்டது.

பின்னங்களின் மீது கணிதச் செயல்பாடுகளைச் செய்வதற்கான பொது விதிகள் - இன்று நாம் பயன்படுத்தும் நவீன முறையில் 628 CE இல் பிரம்மகுப்தரால் அவரது பிரமஸ்புத சித்தாந்தம் என்ற நூலில் தொகுக்கப்பட்டன. பொதுவான பின்னங்களைக் கூட்டும் மற்றும் கழிக்கும் அவரது முறைகளை நாம் முன்பே பார்த்துள்ளோம். பொதுப் பின்னங்களை பெருக்க பிரம்மகுப்தர் எழுதியது.

''இரண்டு அல்லது அதற்கும் மேற்பட்ட பின்னங்களின் பெருக்கல், தொகுதிகளின் பெருக்குத் தொகையைப் பகுதிகளின் பெருக்குத் தொகையால் வகுப்பதன் மூலம் பெறப்படுகிறது'' (பிரம்மஸ்புத சிந்தாந்தம் சுலோகம் 12.1.3)

அதாவது $\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d}$

பொதுவான பின்னங்களின் வகுத்தலைப் பற்றி பிரம்மகுப்தர் எழுதியது.

''பின்னங்களின் வகுத்தலானது வகுக்கும் எண்ணின் தொகுதி மற்றும் பகுதியை மாற்றுவதால் செய்யப்படுகிறது, வகுபடும் எண்ணின் தொகுதி பிறகு (புதிய) தொகுதியால் பெருக்கப்படுகிறது மற்றும் பகுதி, (புதிய) பகுதியால் பெருக்கப்படுகிறது''.

பாஸ்கரா II தனது லீலாவதி என்ற நூலில் 1150 CE இல், பிரம்மகுப்தரின் கூற்றை தலைகீழியின் கருத்தில் தெளிவு படுத்துகிறதாவது. ''ஒரு பின்னத்தை இன்னொரு பின்னத்தோடு வகுப்பது வகுத்தலானது முதல் பின்னம் இரண்டாம் பின்னத்தின் தலைகீழியுடன் பெருக்கலுக்கு சமமானது'' (லீலாவதி, சுலோகம் 2.3.40) இரண்டு சுலோகங்களும் இச்சூத்திரத்திற்கு சமமானது.

NOT TO BE REPUBLISHED @KTBS

$$\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c} = \frac{a \times d}{b \times c}$$

பாஸ்கரர் I, 629 CE தனது ஆர்யபட்டீயபாஷ்யம் நூலின் ஆர்யபட்டரின் 499 CE படைப்பை விளக்கும் போது, பிரிவுகளின் பெருக்கலைக் கணித வடிவில் விளக்கினார். அதில் ஒரு சதுரத்தை நீளம் மற்றும் அகலங்களின் வழியாக செவ்வகங்களை சமமாகப் பிரிப்பது பற்றி விளக்கினார்.

மற்ற பல இந்தியக் கணிதவியலாளர்களான சிருத்தாச்சாரியார் (c. 750 CE), மகாவீராசாரியார் (c. 850 CE) சதுர்வேத பிரிதுதகஸ்வாமி (c. 860 CE) மற்றும் பாஸ்கரா II (c. 1150 CE) பின்னங்களின் கணிதவியலின் பயன்பாட்டை மேலும் மேம்படுத்தினர்.

இந்தியாவின் பின்னக் கோட்பாடும் அவற்றின் மீது கணிதச் செயல்பாடுகளும் மொராக்கோவின் அல் -ஹஸ்ஸர் (c. 1192 CE) போன்ற அரபு மற்றும் ஆப்பிரிக்க கணிதவியலாளர்களால் அதன் பயன்பாடு மேலும் மேம்படுத்தப்பட்டது. இக்கோட்பாடு அடுத்த சில நூற்றாண்டுகளில் அரபியர் வழியாக ஐரோப்பாவிற்கு கடத்தப்பட்டது மற்றும் தோராயமாக 17 ஆம் நூற்றாண்டில் ஐரோப்பாவில் பொதுவான பயன்பாட்டிற்கு வந்தது.

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

இதனைக் கண்டறிக

1. கீழ்காண்பனவற்றை மதிப்பிடுக.

$3 \div \frac{7}{9}$	$\frac{14}{4} \div 2$	$\frac{2}{3} \div \frac{2}{3}$	$\frac{14}{6} \div \frac{7}{3}$
$\frac{4}{3} \div \frac{3}{4}$	$\frac{7}{4} \div \frac{1}{7}$	$\frac{8}{2} \div \frac{4}{15}$	
$\frac{1}{5} \div \frac{1}{9}$	$\frac{1}{6} \div \frac{11}{12}$	$3\frac{2}{3} \div 1\frac{3}{8}$	

2. கீழ்கண்ட ஒவ்வொரு வினாவிற்கும், தீர்வைக் குறிப்பிடும் கோவையைத் தெரிவு செய்க. பிறகு அதை சுருக்குக.

(a) மரியா பள்ளிக்காக தயாரித்த பையை அலகங்கரிக்க 8 m சரிகையை வாங்கினார். கீழ்கண்ட ஒவ்வொரு பைக்கும் $\frac{1}{4}$ m சரிகையைப் பயன்படுத்தித் தீர்த்தார் அவர் எத்தனை பைகளை அலங்கரித்தார்?

(i) $8 \times \frac{1}{4}$ (ii) $\frac{1}{8} \times \frac{1}{4}$

(iii) $8 \div \frac{1}{4}$ (iv) $\frac{1}{4} \div 8$

(b) 8 பேட்ஜ்கள் தயாரிக்க $\frac{1}{2}$ மீ ரிப்பன் பயன்படுத்தப்பட்டது. ஒவ்வொரு பேட்ஜூக்கும் பயன்படுத்தப்பட்ட சரிகையின் நீளம் என்ன?

(i) $8 \times \frac{1}{2}$ (ii) $\frac{1}{2} \div \frac{1}{8}$

(iii) $8 \div \frac{1}{2}$ (iv) $\frac{1}{2} \div 8$

(c) ஒரு துண்டு (loaf) ரொட்டியைத் தயாரிக்க ஒரு பேக்கருக்கு $\frac{1}{6}$ மாவு தேவை அவரிடம் 5 kg மாவு உள்ளது. அவரால் எத்தனைத் துண்டு ரொட்டிகளைத் தயாரிக்க முடியும்?

(i) $5 \times \frac{1}{6}$ (ii) $\frac{1}{6} \div 5$

(iii) $5 \div \frac{1}{6}$ (iv) 5×6

3. 12 ரொட்டிகளைத் தயாரிக்க $\frac{1}{4}$ kg மாவு பயன்படுத்தப்பட்டால், 6 ரொட்டிகளைத் தயாரிக்க எவ்வளவு மாவு தேவைப்படும்?

4. 9 வது நூற்றாண்டு C.E. இல் ஸ்ரீதராச்சாரியார் அவர்களால் இயற்றப்பட்ட பரிகணிதா என்ற நூல் இச்சிக்கலைக் குறிப்பிடுகிறது நண்பரே $1 \div \frac{1}{6}$, $1 \div \frac{1}{10}$, $1 \div \frac{1}{13}$, $1 \div \frac{1}{9}$, மற்றும் $1 \div \frac{1}{2}$" இவ்வனைத்தையும் கூட்டுவதால் என்ன கூட்டுத்தொகை பெறப்படும் என்று சிந்தித்த பிறகு நண்பர் கூறவேண்டியது என்ன?

5. 400 பக்கங்களுள்ள ஒரு நாவலை மீரா படித்துக்கொண்டிருக்கிறார். அவர் நேற்று பக்கங்களின் $\frac{1}{5}$ பகுதியையும் இன்று பக்கங்களில் $\frac{3}{10}$ பகுதியையும்

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

படித்தார். அவர் நாவலைப் படித்து முடிக்க மேலும் எத்தனைப் பக்கங்களைப் படிக்க வேண்டும்.

6. ஒரு கார் 1 லிட்டர் பெட்ரோலைப் பயன்படுத்தி 16 km கடக்கிறது. $2\frac{3}{4}$ லிட்டர் பெட்ரோலைப் பயன்படுத்தி அது எவ்வளவு தூரம் செல்லும்?

7. அம்ரித்பால் தனது விடுமுறையைக் கழிக்க ஒரு இடத்தை முடிவு செய்கிறார். ஒரு தொடர்வண்டியில் பயணித்தால் அங்கு செல்ல அவருக்கு $5\frac{1}{6}$ மணி நேரம் ஆகும். ஒரு விமானத்தில் பயணித்தால் அவருக்கு $\frac{1}{2}$ மணி நேரம் ஆகும். எத்தனை மணி நேரத்தை விமானம் மீதமாக்கும்.

8. மரியமின் பாட்டி ஒரு கேக் செய்தார். மரியமும் அவருடைய ஒன்று விட்ட சகோதரரும் கேக்கில் $\frac{4}{5}$ பகுதியை உண்டனர். மீதமுள்ள கேக் மிரியமின் மூன்று நண்பர்களுக்கிடையே பகிர்ந்து கொடுக்கப்பட்டது. ஒவ்வொரு நண்பருக்கும் எவ்வளவு கேக் கிடைத்தது?

© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

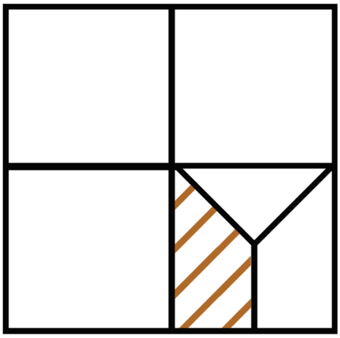
9. $\left(\frac{565}{465} \times \frac{707}{676}\right)$ இன் பெருக்குத் தொகையை விளக்கும் தெரிவு / தெரிவுகளைத் தேர்ந்தெடுக்க.

(a) $> \frac{565}{465}$ (b) $< \frac{565}{465}$

(c) $> \frac{707}{676}$ (d) $< \frac{707}{676}$

(e) > 1 (f) < 1

10. முழு சதுரத்தின் எவ்வளவு பகுதி நிழலிடப்பட்டுள்ளது.



11. எறும்புக் கூட்டம் ஒன்று இறையைத் தேடிச் சென்றது. இறையைத் தேடிக் கொண்டிருக்கும் போது ஒவ்வொரு இடத்திலும் (படம் 8.7 லில் உள்ளது போல) அவை சமமாகப் பிரிந்து அவை இரண்டு உணவு மூலங்களைச் சென்றடைந்தன. உணவு மூலத்தில் ஒன்று மாமரத்திற்கருகிலும் இன்னொன்று கரும்புத் தோட்டத் திற்கருகிலும் இருந்தன. அசல் கூட்டத்தின் எவ்வளவு பகுதி ஒவ்வொரு உணவு மூலத்தை சென்றடைந்தன.

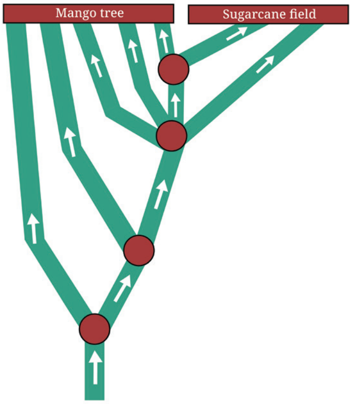


Fig. 8.7

12. $1-\frac{1}{2}$ எவ்வறவு?

$\left(1-\frac{1}{2}\right)\times\left(1-\frac{1}{3}\right)$?

$\left(1-\frac{1}{2}\right)\times\left(1-\frac{1}{3}\right)\times\left(1-\frac{1}{4}\right)\times\left(1-\frac{1}{5}\right)$?

$\left(1-\frac{1}{2}\right)\times\left(1-\frac{1}{3}\right)\times\left(1-\frac{1}{4}\right)\times\left(1-\frac{1}{5}\right)\times\left(1-\frac{1}{6}\right)\times\left(1-\frac{1}{7}\right)\times\left(1-\frac{1}{8}\right)\times\left(1-\frac{1}{9}\right)$?

பொது அறிக்கை ஒன்றினைக் கூறி விளக்குக.

© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

சுருக்கம்

- பின்னங்களைப் பெருக்க பிரம்மகுப்தரின் சூத்திரம்

  $\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d}$.
- பின்னங்களைப் பெருக்கும் போது, தொகுதிகளும் பகுதிகளும் பொதுக் காரணிகளைப் பெற்றிருந்தால் தொகுதிகளையும் பகுதிகளையும் பெருக்குவதற்கு முன்பு அவற்றை நீக்கலாம்.
- பெருக்கலில் - பெருக்கப்படும் எண்களில் ஒரு எண் 0 மற்றும் 1 க்கு இடையே இருந்தால், பெருக்குத் தொகை அடுத்த எண்ணை விட சிறியதாக இருக்கும். பெருக்கப்படும் எண்களில் ஒரு எண் 1 ஐ விடப் பெரியதாக இருக்குமெனில், பெருக்குத்தொகை இன்னொரு எண்ணை விடப் பெரியதாக இருக்கும்.
- பின்னம் $\frac{a}{b}$ இன் தலைகீழி $\frac{b}{a}$. ஆகும். ஒரு பின்னத்தை அதன் தலைகீழியுடன் பெருக்கினால் பெருக்குத் தொகை 1 ஆகும்.
- பின்னங்களின் வகுத்தலுக்காக பிரம்மகுப்தரின் சூத்திரம்

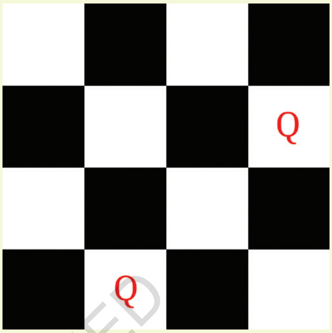
$$\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c} = \frac{a \times d}{b \times c}$$

- வகுத்தலில் - வகுக்கும் எண் 0 மற்றும் 1 க்கு இடையே இருந்தால், ஈவு வகுபடும் எண்ணை விட அதிகமாக இருக்கும். வகுக்கும் எண் 1ஐ விட அதிகமாக இருந்தால் ஈவு வகுபடும் எண்ணை விட சிறியதாக இருக்கும்.

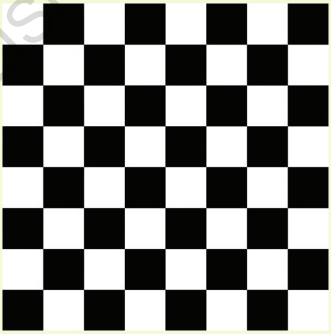
NOT TO BE REPUBLISHED ©KTBS

புதிர் நேரம் செஸ் (சதுரங்கப் புதிர்கள் தாக்காத ராணிகள்

சதுரங்கம் இரண்டு வீரர்கள் விளையாடும் பிரபலமான தந்திர விளையாட்டு ஆகும். இவ்விளையாட்டின் பிறப்பிடம் இந்திய நாடாகும். இவ்விளையாட்டு 8 × 8 சதுர சட்டத்தின் மீது விளையாடப்படுகிறது. இதில் இரண்டு செட் காய்கள் உள்ளன கருப்பு மற்றும் வெள்ளை. ஒரு ஆட்டக்காரருக்கு ஒரு செட் காய்கள். ஒவ்வொரு காயும் எவ்வாறு நகரும் என்பதையும் விளையாட்டின் விதி முறைகளையும் கண்டறிக.



சதுரங்க அடிப்படையிலான ஒரு பிரபலமான புதிர் இங்குள்ளது. ராணிக்காய் அதன் தற்போதைய நிலையிலிருந்து கிடைமட்ட வாக்கிலும் செங்குத்து வாக்கிலும் அல்லது மூலைவிட்டத் திசையிலும் நகரலாம் நான்கு ராணிக் காய்களையும் எந்த ராணிக் காய்களும் ஒன்றை ஒன்று தாக்காத வகையில் வைக்க. எ.கா. ராணிகள் ஒன்றுக்கொன்று தாக்குதல் பாதையில் இருப்பதால் கீழே கொடுத்துள்ள இவ்வமைப்பு செல்லாது.



இப்பொழுது 2 ராணிகள் ஒன்றை ஒன்று தாக்காத வகையில் 8 ராணிகளையும் இந்த 8 × 8 சட்டத்தின் மீது வைக்க.

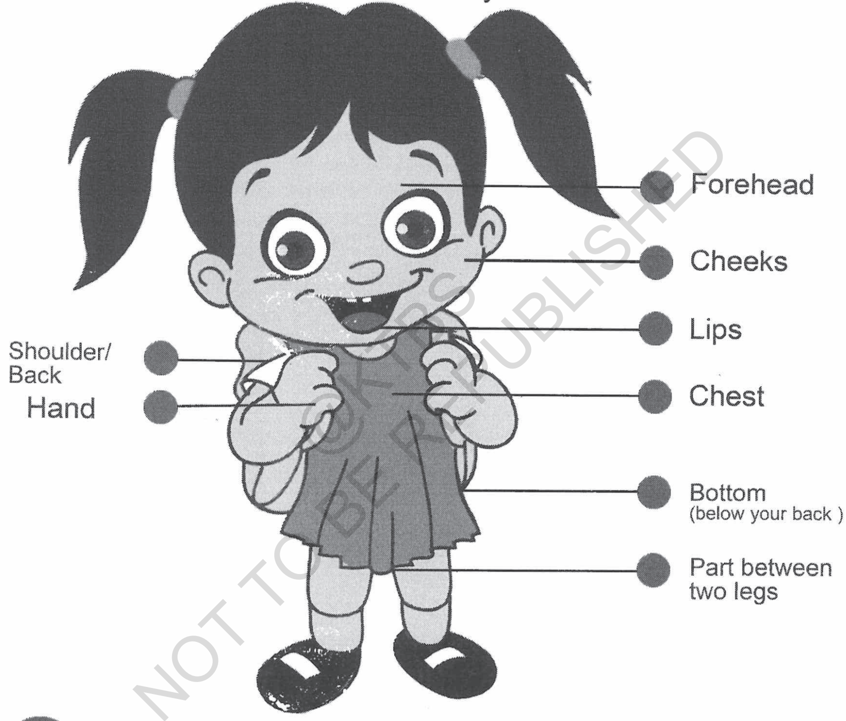
@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

Children be cautious !!! Be alert

Your body belongs only to you, You have all the rights to keep safe and protect it always.
Safe and Unsafe touches on your body

See the picture and understand

this cautious is for Boys and Girls



NOT TO BE REPUBLISHED ©KTBS

Unsafe Touch (BAD TOUCH) - parts of your body where nobody should touch (except parents and in their presence only doctors can touch)

Safe touch (GOOD TOUCH) -can touch only when required

When you feel Unsafe Touch or any other mischief,please Say loudly NO.. Don't.. Stop it..and Scream, push the person aside and move to a safer place, be brave and inform about it, to your parents & Trusted adult and register a complaint

Published by :Distict Administration -08532-229011, Zilla Panchyat-228448
Department of Police -235635/ 235001 / 235100 / 100 /1091 District Child Protection Unit-280670,
Department of Women and Child Develpoment-226292, Unicef Child Protection Project -230610. Raichur

Be Smart, Be Safe, Be Happy

Picture courtesy : Prajavani, Bhoomika 26-07-2014

unicef