ಕರ್ನಾಟಕ ಸರ್ಕಾರ

గణిత ప్రకాశ్

గణిత పాఠ్యపుస్తకం

తరగతి

8

భాగం – 1

© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

తెలుగు మాధ్యమ

Eighth Standard

ఎనిమిదవ తరగతి

विद्यया ऽमृतमश्नुते

एन सी ई आर टी
NCERT

राष्ट्रीय शैक्षिक अनुसंधान और प्रशिक्षण परिषद्
NATIONAL COUNCIL OF EDUCATIONAL RESEARCH AND TRAINING

Karnataka Textbook Society (R.)
6th Cross, Malleshwaram, Bengaluru-560 003

0874 – Ganita Prakash
Textbook of Mathematics for Grade 8 (Part-I)

ISBN 978-93-5729-642-7

First Edition
July 2025 Ashadha 1947

PD 1500T BS

©National Council of Educational Research and Training, 2025

ALL RIGHTS RESERVED

- No part of this publication may be reproduced, stored in a retrieval system or transmitted, in any form or by any means, electronic, mechanical, photocopying, recording or otherwise without the prior permission of the publisher.
- This book is sold subject to the condition that it shall not, by way of trade, be lent, re-sold, hired out or otherwise disposed of without the publisher's consent, in any form of binding or cover other than that in which it is published.
- The correct price of this publication is the price printed on this page, Any revised price indicated by a rubber stamp or by a sticker or by any other means is incorrect and should be unacceptable.

OFFICES OF THE PUBLICATION DIVISION, NCERT

NCERT Campus
Sri Aurobindo Marg
New Delhi 110 016 **Phone : 011-26562708**

108, 100 Feet Road
Hosdakere Halli Extension
Banashankari III Stage
Bengaluru 560 085 **Phone : 080-26725740**

Navjivan Trust Building
P.O.Navjivan
Ahmedabad 380 014 **Phone : 079-27541446**

CWC Campus
Opp. Dhankal Bus Stop
Panihati
Kolkata 700 114 **Phone : 033-25530454**

CWC Complex
Maligaon
Guwahati 781 021 **Phone : 0361-2674869**

₹ 65.00

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

Publication Team

Head, Publication Division : *M.V. Srinivasan*
Chief Editor : *Bijnan Sutar*
Chief Production Officer (In charge) : *Jahan Lal*
Chief Business Manager : *Amitabh Kumar*
Production Assistant : *Ashwani Machra*

Cover and Layout
Creative Art Studio

Illustrations
Chetan Sharma and Madhushree Basu

Printed on 80 GSM paper with NCERT watermark

Published at the Publication Division by the Secretary, National Council of Educational Research and Training, Sri Aurobindo Marg, New Delhi 110 016 and printed at Shivam Offset, Plot No. D-111, Kagal Five Star M.I.D.C. Kagal, Kolhapur-416236

Foreword

The National Education Policy (NEP) 2020 envisages a system of education in the country that is rooted in an Indian ethos and its civilisational accomplishments in all fields of knowledge and human endeavour. At the same time, it aims to prepare students to engage constructively with the opportunities and challenges of the twenty-first century. The basis for this aspirational vision has been well laid out by the National Curriculum Framework for School Education (NCF-SE) 2023 across curricular areas at all stages. By nurturing students' inherent abilities across all five planes of human existence (*pañchakośhas*), the Foundational and Preparatory Stages set the Stage for further learning at the Middle Stage. Spanning Grades 6 to 8, the Middle Stage serves as a critical three-year bridge between the Preparatory and Secondary Stages.

The NCF-SE 2023, at the Middle Stage, aims to equip students with the skills that are needed to grow, as they advance in their lives. It aims to enhance their analytical, descriptive, and narrative capabilities, and to prepare them for the challenges and opportunities that await them. A diverse curriculum, covering nine subjects ranging from three languages—including at least two languages native to India—to Science, Mathematics, Social Sciences, Art Education, Physical Education and Well-being, and Vocational Education promotes their holistic development.

Such a transformative learning culture requires certain essential conditions. One of them is to have appropriate textbooks in different curricular areas, as these textbooks are intended to play a central role in mediating between content and pedagogy's role that helps strike a judicious balance between direct instruction and opportunities for exploration and inquiry. Among the other conditions, classroom arrangement and teacher preparation are crucial to establish conceptual connections both within and across curricular areas.

The National Council of Educational Research and Training (NCERT), on its part, is committed to providing students with such high-quality textbooks. Various Curricular Area Groups (CAGs), which have been constituted for this purpose, comprising notable subject-experts, pedagogues, and practising teachers as their members, have made all possible efforts to develop such textbooks. *Ganita Prakash*, the textbook of mathematics for Grade 8 (Part 1) is designed to make learning fun, engaging, and meaningful. Aligned with NEP 2020 and NCF-SE 2023, the textbook continues to foster the spirit of experiential and inquiry-based

© NCERT NOT TO BE REPUBLISHED

learning, a spirit already introduced in the mathematics textbooks for Grades 6 and 7. It encourages students to ask questions, think critically, and understand concepts of mathematics through real-world contexts. The textbook makes efforts to encourage the students to observe and explore patterns around them and discover mathematical concepts on their own. The content is structured in a way that supports a joyful and progressive understanding of increasingly complex concepts, easing students into more advanced learning. The content attempts to integrate mathematics with other subject areas, such as Science, Social Science with cross-cutting themes like environmental education, value education, inclusive education, and Indian Knowledge Systems (IKS). At most of the places the concept begins with either a story or a puzzle that not only makes students think but also feels the importance of the concept.

However, in addition to this textbook, students at this stage should also be encouraged to explore various other learning resources. School libraries play a crucial role in making such resources available. Besides, the role of parents and teachers will also be invaluable in guiding and encouraging students to do so.

With this, I express my gratitude to all those who have been involved in the development of this textbook, and hope that it will meet the expectations of all stakeholders. At the same time, I also invite suggestions and feedback from all its users for further improvement in the coming years.

© NCERT NOT TO BE REPUBLISHED

Dinesh Prasad Saklani
Director
National Council of Educational
Research and Training

New Delhi
June 2025

About the Book

Mathematics helps students develop not only basic arithmetic skills, but also the crucial capacities of logical reasoning, creative problem-solving, and clear and precise communication (both oral and written). Mathematical knowledge also plays a crucial role in understanding concepts in other school subjects, such as Science and Social Science, and even Arts, Physical Education, and Vocational Education. Learning Mathematics contributes to the development of capacities to make informed choices and decisions. Understanding numbers and quantitative arguments is necessary for effective and meaningful democratic and economic participation. Mathematics thus plays an important role in achieving the overall aims of school education.

Mathematics at the Middle Stage is a major challenge and performs the dual role of being both close to the experience and environment of a learner and being abstract. It performs the role of developing intuition, while also maintaining and emphasising rigour. It is enhancing critical and logical thinking, while also developing artistry and creativity, and a sense of elegance and aesthetics. Mathematics provides students with plenty of opportunities to explore and discover concepts on their own while also teaching the best-known methods in the global repertoire of mathematics.

© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

This textbook attempts to address the goals and challenges of learning mathematics. The writers have aimed to strike a judicious balance between informal and formal definitions and methods in helping students to develop both intuition and rigour. The textbook also provides numerous opportunities for student-student and student–teacher interaction in the classroom to promote active and experiential learning. A number of questions, puzzles, and interactive exercises are posed throughout the textbook to encourage constant exploration. Many of the questions are open-ended to stimulate classroom discussion.

The Chapter 1: 'A Square and A Cube' is an introduction to the special types of numbers called squares and cubes through engaging explorations, and contexts. Chapter 2: 'Power Play' considers short and logical ways of expressing very large numbers, and discusses how they can be written and read without ambiguity. Chapter 3: 'A Story of Numbers' reveals how the idea of number and number representation evolved over the course of time, across different places in the world, to finally reach its modern efficient form. Chapter 4: 'Quadrilaterals' discusses some interesting types of four-sided figures and problems based on

them. Chapter 5: 'Number Play' shows different properties of numbers studied by the students with a balance of engaging activities through visualisation and rigorous mathematical reasoning. Chapter 6: 'We Distribute, Yet Things Multiply' covers aspects related to Algebra, and in particular, the distributive law. Chapter 7: 'Proportional Reasoning' explores a new way to compare two quantities using daily life situations. In all the chapters, an attempt has been made to emphasise connections with other subjects including Art, History and Science.

By weaving storytelling and hands-on activities together, as done in Grades 6 and 7, we hope that an immersive learning experience will be created that ignites curiosity and fosters a love for mathematics. It is hoped that teachers would give students the opportunity to discuss, play, engage with each other and provide logical arguments for different ideas, and find loopholes in arguments presented. This is necessary for the learners to eventually develop the ability to understand what it means to prove something and also become confident about the underlying concepts. The mathematics classroom should not expect a blind application of algorithms but should rather encourage students to find many different ways to solve problems.

As per the National Education Policy (NEP) 2020, computational thinking has also been gently introduced through puzzles, games, and interactive exercises that encourage students on these aspects. Indian rootedness has also been kept in mind while giving contexts for different concepts. The contributions of Indian mathematicians have also been given as part of a problem-solving approach to make students aware of India's rich mathematical heritage and its global contributions to mathematics.

The concepts and problems in this textbook are related to daily life situations. An attempt has been made to use contexts and materials that students are familiar with. Learning material sheets have been given at the back of the book that may be photocopied and used in the classroom. Exercises or activities are often given to encourage peer group efforts and discussions. However, this textbook intends to address the learning needs of a diverse group of students in the classroom.

We have tried to link concepts learnt in initial chapters with ideas in subsequent chapters, to show the connectedness and unity of mathematics. We hope that teachers can revise these concepts in a spiralling way so that students are able to appreciate the entire conceptual structure of mathematics. We hope that teachers may focus more on the ideas of squares and cubes, exponents,

© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

evolution of numbers and other notions that are new to the students, and are foundational for further learning.

Finally, this textbook aims to be more than just a textbook—it is a passport to a world of mathematical discovery and exploration. Whether used in the classroom or at home, we hope that it inspires students to embark on their own mathematical adventures, empowering them to see the beauty and relevance of Mathematics in everything. With its engaging approach and comprehensive coverage of Grade 8 mathematics concepts, this textbook aims to captivate young minds and set them on a lifelong journey of mathematical discovery.

I once again thank all the writers of and contributors of this textbook for their valuable contribution and service to the nation's mathematics teachers, learners and enthusiasts.

We look forward to your comments and suggestions regarding the textbook and hope that you will send interesting exercises, activities and tasks that you may develop while teaching and learning for future editions.

@KTBS
NOT TO BE REPUBLISHED

Ashutosh Wazalwar
Professor and *Academic Convener*
Department of Education in
Science and Mathematics
National Council of Educational
Research and Training

National Syllabus and Teaching Learning Material Committee (NSTC)

1. M.C. Pant, *Chancellor*, National Institute of Educational Planning and Administration (NIEPA) **(Chairperson)**
2. Manjul Bhargava, *Professor*, Princeton University **(Co-Chairperson)**
3. Sudha Murty, Acclaimed *Writer* and *Educationist*
4. Bibek Debroy, *Chairperson*, Economic Advisory Council to the Prime Minister (EAC–PM)
5. Shekhar Mande, Former *Director General*, CSIR, Distinguished Professor, Savitribai Phule Pune University, Pune
6. Sujatha Ramdorai, *Professor*, University of British Columbia, Canada
7. Shankar Mahadevan, Music Maestro, Mumbai
8. U. Vimal Kumar, *Director*, Prakash Padukone Badminton Academy, Bengaluru
9. Michel Danino, Visiting Professor, IIT–Gandhinagar
10. Surina Rajan, *IAS* (Retd.), Haryana, Former *Director General*, HIPA
11. Chamu Krishna Shastri, *Chairperson*, Bharatiya Bhasha Samiti, Ministry of Education
12. Sanjeev Sanyal, Member, Economic Advisory Council to the Prime Minister (EAC–PM)
13. M.D. Srinivas, *Chairperson*, Centre for Policy Studies, Chennai
14. Gajanan Londhe, *Head*, Programme Office
15. Rabin Chhetri, *Director*, SCERT, Sikkim
16. Pratyusa Kumar Mandal, *Professor*, Department of Education in Social Sciences, NCERT, New Delhi
17. Dinesh Kumar, *Professor*, Department of Education in Science and Mathematics, NCERT, New Delhi
18. Kirti Kapur, *Professor*, Department of Education in Languages, NCERT, New Delhi
19. Ranjana Arora, *Professor* and *Head*, Department of Curriculum Studies and Development, NCERT **(Member-Secretary)**

© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

Textbook Development Team

Contributors

Amartya Kumar Dutta, *Professor*, Stat-math Unit, Indian Statistical Institute (ISI), Kolkata

Anjali Gupte, *Principal* (Retd.), Vidya Bhavan Public School, Udaipur

Ashutosh Kedarnath Wazalwar, *Professor*, Department of Education in Science and Mathematics, NCERT, New Delhi—CAG (Mathematics) **(Member Coordinator)**

H. S. Sharada, *Assistant Mistress*, Government High School, M. C. Thalalu, H. D. Kote Taluk, Mysore, Karnataka

Madhavan Mukund, *Director*, Chennai Mathematical Institute, Chennai—CAG *Chairperson* (Mathematics)

Madhu B., *Assistant Professor*, Regional Institute of Education (RIE), Mysuru

Manjul Bhargava, *Professor*, Princeton University, and *Co-Chairperson*, NSTC

Padmapriya Shirali, Former *Principal*, Sahyadri School KFI, Pune

Patanjali Sharma, *Assistant Professor*, Regional Institute of Education, (RIE), Ajmer

Ramchandar Krishnamurthy, *Principal*, Azim Premji School, Bengaluru

Shivkumar K. M., *Senior Consultant*, Programme Office, NSTC,

Shravan S. K., *Senior Consultant*, Programme Office, NSTC

© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

Reviewers

Aaloka Kanhere, *Project Scientific Officer*, Homi Bhabha Centre for Science Education, Mumbai

Aparna Lalingakar, *Director*, Aksharbrahma Consultancy, Pune—(Team Leader)

Rakhi Bannerjee, *Associate Professor*, Azim Premji University, Bengaluru

Sujatha Ramdorai, *Professor*, University of British Columbia, Canada, Member NSTC

Vijayan K., *Professor*, Department of Curriculum Studies and Development, NCERT, New Delhi

ACKNOWLEDGEMENTS

The National Council of Educational Research and Training (NCERT) acknowledges the guidance and support of the esteemed Chairperson and members of the Curricular Area Group (CAG): Mathematics, and other concerned CAGs for their guidelines on cross-cutting themes in developing this textbook. During the development of this textbook, various workshops were organised and subject experts from different Institutions were invited. The NCERT acknowledges the valuable views and inputs given by subject experts — Sreelatha Iyengar, *TGT* Mathematics, Bengaluru; Jaspal Kaur, TGT (Maths), School of Excellence, Delhi; Sunita Sharma, *TGT* Mathematics, The Heritage School, Delhi; Sangeeta Solanki, *TGT* Mathematics, The Heritage School, Delhi; Rishikesh Kumar, *Assistant Professor*, DESM, NCERT, New Delhi.

The Council acknowledges the efforts of Nidhi M. Shastri and Tarun Choubisa from the Programme Office; and Sneha Titus, *Cheif Editor*, At Right Angles, Azim Premji University, Bengaluru, Ramu MS *Philatelist*, for providing the pictures of the stamps of some endangered species; Shweta Rao, Banyan Tree, New Delhi for providing Infographic; and Arkaprovo Das for making world maps.

Acknowledgements are due for the academic and administrative support of Sunita Farkya, *Professor* and *Head*, DESM, NCERT, New Delhi.

The Council appreciates the contributions of Sushmita Joshi, *Senior Research Associate,* Department of Education in Science and Mathematics, NCERT for providing support in the development of the textbook. The NCERT gratefully acknowledges the contributions of Kishore Singhal, Ayaz Ahmad Ansari, DTP Operators (contractual), Publication Division, and Abhilash Kumar, DTP Operator of DESM NCERT for all their efforts.

The Council acknowledges the efforts of Ilma Nasir, *Editor* (contractual); Adiba Tasneem, Ariba Usman, Jatinder Kumar, Praveen Kumar and Talha Faisal Khan, *Proofreaders* (contractual), Publication Division, NCERT. The Council also appreciates the efforts of Pawan Kumar Barriar, *In charge*, DTP Cell; Mohan Singh, Vivek Mandal and Anita Kumari *DTP Operators* (contractual), Publication Division, NCERT, for finalising this textbook.

© NCERT NOT TO BE REPUBLISHED

ఉపాధ్యాయులకు గమనిక

గణిత కళను అభినందించాలంటే కేవలం నిష్పృయాత్మక ప్రేక్షకుడిగా ఉండటం సరిపోదు. ఒక డిటెక్టివ్ ఒక రహస్యంను చేదించడానికి చర్య తీసుకున్నట్లుగా మీరు దాని ప్రక్రియలో మునిగి పోవాలి. మీరు ఒక క్రొత్త ప్రశ్నను చూసినపుడు లేదా మీ స్వంత ఆశ్చర్యకరమైన భావన నుండి ఒక ప్రశ్నతలెత్తినపుడు లేదా మీరు ఒక క్రొత్త అందమైన నమూనాను చూసినప్పుడు. ఇది ప్రత్యేకంగా అవసరం. మీరు వీటిని ఎదుర్కొన్నప్పుడు. మీ పఠనాన్ని పాజ్‌చేసి ప్రశ్నను రూపొందించడానికి లేదా నమూనాను అర్థంచేసుకోవడానికి మరియు అభినందించడానికి మీ సృజనాత్మకతను ఉపయోగించండి.

కొన్ని ప్రశ్నలకు సమాధానాలు కూడా జతచేయ బడి ఉండటాన్ని మీరు గమనించవచ్చు. ఒక వేళ అలా జరిగినా సమాధానాన్ని చూసే ముందు మీ అంతట మీరే లేదా ఒక సమూహంలో సమస్యలపై పని చేయడం విలువైనదే. ఇది పుస్తకం చదివే మీ అనుభవాన్ని మెరుగు పరుస్తుంది! ఏవైన ప్రశ్నలు వచ్చి నప్పడల్లా మీరు? మరియు? అనే చిహ్నాన్ని చూస్తారు. ఇది విషయాలను తెలుసుకోవడానికి సమయం అని సూచిస్తుంది.

అనేది ప్రధాన ప్రశ్నను సూచిస్తుంది? అనేది ఉప ప్రశ్నను సూచిస్తుంది. గుడ్ల గూబలకు చిహ్నాలు  (చిత్రం .....) అంశాలను సూచిస్తాయి.

మరియు గణిత అభ్యాసంలో ప్రక్రియలు. కొన్ని ముఖ్యమైన కొన్నిసార్లు మీరు "ఫిగర్ ఇట్ అవుట్" అనేశీర్షిక క్రింద ఒకే చోట అనేక ప్రశ్నలను సేకరించి ఉంచడాన్ని కనుగొంటారు.

కొన్ని ప్రశ్నలు గణిత చర్చగా ? ప్రశ్నలు (?) మీ సహచరులతో చర్చించి పనిచేయడానికి ఉద్దేశించ బడ్డాయి.

చివరిగా 

"ఈ ప్రశ్నలను ప్రయత్నించండి" అని గుర్తించ ప్రశ్నలు ఉన్నాయి. తద్వారా సమాదానాలు మరింత సృజనాత్మకంగా అవసరం అవుతాయి మరియు ఫలితంగా సమాధానం ఇవ్వడం కూడా మరింత సరాదాగా ఉంటుంది.

ముఖ్యమైన గణిత ప్రక్రియలు ఆలోచనా విధానాలు మరియు సమస్య పరిష్కార విధానాలను హైలెట్ చేయండి గుడ్ల గూబ ఉన్న తరగతి గడి చర్యల సమయంలో మరియు ఇలాంటి ఇతర పరిస్థితులలో కూడా వీటిని బయటకు తీసుకురావచ్చు.

ఈ తరగతిలో గణితశాస్త్ర ప్రకటనల సమర్థన/రుజువులు ఎక్కువగా కనిపిస్తాయి. విద్యార్థులను లక్షణాలను తగ్గించమని సున్నితంగాప్రోత్సాహించాలిమరియుబలవంతంచేయకూడదు.విద్యార్తులుదీన్నిచేయడంలోసవాళ్లుఎదుర్కొన్నప్పడల్లావారినిప్రయోగాలు చేయడానికి మరియు గమనించడానికి ప్రోత్సహించండి మరియు లక్షణాలను గుర్తించడంలో వారి అంతర్ దృష్టిని ఉపయోగించండి సమర్థన / రుజువు అందించడం అనేది. అభివృద్ధి చెందడానికి సమయం తీసుకునే నైపుణ్యం.

విద్యార్థుల గణిత ఆలోచనను మరియు భావనలను అర్థం చేసుకోవడానికి తగినంత సంఖ్యలో సమస్యలు ఇవ్వబడ్డాయి. వాటిన్నంటిని కవర్ చేయడానికి ప్రయత్నించడం వల్ల విద్యార్థులు వాటితో ఆడుకోవడానికి మరియు చర్చించడానికి నాణ్యమైన సమయాన్ని వెచ్చించ లేకపోవడంవల్ల జరగకూడదు.

అన్వేషణాత్మక సమస్యలు సమస్య పరిష్కార నైపుణ్యాలను ప్రోత్సహించడానికి మాత్రమే కాదని పిల్లలు అన్వేషణలో పాల్గొనడం ప్రారంభించినప్పడు. విధానపరమైన పటిమను బలోపేతం చేయడంలో కూడ ఉపయోగ పడుతాయి అని అర్థం చేసుకోవడం ముఖ్యం.

విద్యార్థులను స్వతంత్ర అభ్యాసకులుగా మార్చడంలో ప్రయత్నాలు చేయాలి. దీనికి అవసరమైన ఒక ముఖ్యమైన అంశం గణిత పాఠంను చదివి అర్థం చేసుకునే సామర్థ్యం ఈ నైపుణ్యం పెంచడానికి విద్యార్థులు పుస్తకంను. స్వయంగా మరియు సమూహాలతో చదవ మని ప్రోత్సహించాలి. వీరు చదివిన వాటిని అర్థం చేసుకోవడానికి మరియు ఇతరులకు వ్యక్తీకరించడానికి వారికి అవకాశాలు ఇవ్వండి. ఇది గణితంను మాట్లాడటంలో మరియు పద సమస్యలను అర్థం చేసుకోవడంలో విద్యార్థులు ఎదుర్కొంటున్న పెద్ద సమస్యను కూడా పరిష్కరిస్తుంది.

© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

ఈ పాఠ్యపుస్తకంలో అనేక అపరిమిత సమస్యలు ఉన్నాయి. ఇందులో కొన్ని భావనలకు క్రొత్త చికిత్సలు కూడ వున్నాయి. మీరు వాటిని వెంటనే పరిష్కరించలేక పోతే లేదా వాటిలో కొన్నింటని అనుసరించ లేకపోతే అది పూర్తిగా పర్వా లేదు! అందరికి ప్రతిదీ తెలియదు. అటువంటి కంటెంట్‌ను. అర్థం చేసుకోవడంనకు మరియు దానిగురించి ఆలోచించుటకు ప్రయత్నించడంతోపాటు. దానిని తరగతి గదికి తీసుకెళ్ళి చర్చకు తీసుకోరావటం చాలా ఉపయోగకరంగా ఉంటుంది. చర్చ తర్వాత స్పష్టంగా సంగ్రహించవచ్చు. ఈ ప్రక్రియనే కంటెంట్ పై చాలావెలుగునిస్తుంది.

ఈ చర్యలలో మీరు ఒక తోటి అన్వేషకుడిగా పాల్గొనవచ్చు. మరియు విద్యార్థులు ఒక ఉపాధ్యాయుడు ఏదైన అర్థం చేసుకోవ డానికి వెతుకుతున్నట్లు మరియు ఆలోచించడానని చూసినపుడు. అదివారికి అద్భుతమైన ఉదాహరణ నిలుస్తుంది.

ఈ పాఠ్యపుస్తకాన్ని ఉపయోగించడం ద్వారా మీరు మరియు మీ విద్యార్థులు గొప్ప మరియు ఫలవంతమైన సమయాన్ని గడుపు తారని ఆశిస్తున్నాము.

పాయింట్ల సారాంశం

అన్వేషణకు సమయం

1. విద్యార్థులకు క్రొత్త సమస్యలు ప్రశ్నలు నమూనాలు లేదా సవాళ్లను క్రమ తప్పకుండా అడగడం మరియు వ్యక్తి గతంగా మరియు సమూహాలతోవాటితో ఆడుకోవడానికి చర్చించడానికి మరియు వాటి పై పని చేయడానికి వారికి తగినంత సమయం ఇవ్వడం ముఖ్యం.
2. ఈ సమయంలో తప్పులను అంగీకరించి నేర్చుకోవడంలో వాటి ప్రాముఖ్యతను గుర్తించే వాతావరణాన్ని పెంపొదించుకోవాలి.
3. విద్యార్థులు ఒకరినొకరు సమస్యలను లేవనెత్తుకొంటూ సమస్యలను వివిధ మార్గాల్లో చర్చించుకునే సంస్కృతి ఉండాలి.

పుస్తకంలోని సమస్యల గురించి

1. పాఠ్యపుస్తకంలోని అన్వేషణాత్మక సమస్యలు సమస్య పరిష్కారాన్ని పోత్సహించడమే కాకుండా, విద్యార్థులు అన్వేషణలో పాల్గొనడం ప్రారంభించినప్పడు. విధాన పరమైన బలోపేతం చేయడం కూడా లక్ష్యంగా పెట్టుకున్నాయి.
2. పుస్తకంలోని అన్ని సమస్యలను ''కవర్ చేయడానికి ప్రయత్నించడం వల్ల విద్యార్థులు. వాటితో ఆడుకోవడానికి చర్చించడానికి మరియు పరిష్కరించడానికి నాణ్యమైన సమయాన్ని వెచ్చించ లేకపోవడంవల్ల జరగకూడదు.

చదవడం

1. విద్యార్థులు పాఠ్యపుస్తకాన్ని స్వయంగా మరియు సమూహాలలో చదవమని ప్రోత్సహించండి.
2. వారు చదివిన వాటిని అర్థం చేసుకోవడానికి మరియు దానిని ఇతరులకు వ్యక్తీకరించడానికి వారికి అవకాశాలను ఇవ్వండి.

తెలుసుకో లేని హక్కు

1. కొంత కంటెంట్ అర్థం కాకపోయిన పర్వాలేదు అలాంటి కంటెంట్‌ను అర్థం చేసుకోవడానికి మరియు దాని గురించి ఆలోచించడానికి ప్రయత్నించడం తోపాటు. దానిని తరగతి గదికి తీసుకు వెళ్ళి చర్చకు తీసుకోవచ్చు చర్చ తర్వాత స్పష్టంగా ఉన్న మరియు ఇంకా స్పష్టంగా సంగ్రహించవచ్చు. ఈ చర్చలలో మీరు తోటి అన్వేషకుడిగా పాల్గొనవచ్చు మరియు విద్యార్థులు ఒక ఉపాధ్యాయుడు ఏదైన అర్థం చేసుకోవడానికి వెతుకుతున్నట్లు మరియు ఆలోచించడాన్ని చూసినప్పడు అది వారికి అద్భుతమైన ఉదాహరణగా నిలుస్తుంది.
2. నేర్చుకోవడం అనేది నిరంతర ప్రక్రియ అని గణితంలో ఇంకా తెలియనివి విషయాలు ఉన్నాయి మరియు మరింత అన్వేషణ అవసరం

© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

విద్యార్థులకు ఒక గమనిక

గణిత కళను అర్థం చేసుకోవడానికి మరియు ఆస్వాదించడానికి, నిష్క్రియాత్మక ప్రేక్షకుడిగా ఉండటం సరిపోదు. ఒక డిటెక్టివ్ ఒక రహస్యాన్ని ఛేదించడానికి పనిచేసినట్లే, మీరు దానిలో మునిగిపోవాలి.

మీ ముందు కొత్త సమస్య (ప్రశ్న) తలెత్తినప్పుడు, లేదా మీ స్వంత అంతర్ దృష్టి నుండి ఒక ప్రశ్న తలెత్తినప్పుడు లేదా మీరు ఒక అందమైన నమూనాను చూసినప్పుడు ఇది చాలా అవసరం. మీరు వీటిని ఎదుర్కొన్నప్పుడు లేదా ఎదుర్కొన్నప్పుడు, చదవడం మానేసి, ప్రశ్నను రూపొందించడానికి లేదా నమూనాను అర్థం చేసుకోవడానికి మరియు ఆనందాన్ని అనుభవించడానికి మీ సృ జనాత్మకతను ఉపయోగించండి.

కొన్ని ప్రశ్నలకు సమాధానాలు ఉన్నాయని మీరు కనుగొనవచ్చు, అయితే కొన్ని సందర్భాల్లో సమస్యకు మీరే లేదా ఒక సమూహంలో సమాధానం కనుగొనడం ప్రయోజనకరంగా ఉండవచ్చు.

ఇది మీ పుస్తకాన్ని చదివే ఆనందాన్ని పెంచుతుంది!

మీకు ప్రశ్నలు వచ్చినప్పుడల్లా, మరియు ? వంటి ? చిహ్నాలను మీరు చూస్తారు. ఇది ఆ విషయాన్ని పరిశోధించడానికి సమయం ఆసన్నమైందని మీకు తెలియజేస్తుంది.

గణితాన్ని అధ్యయనం చేసే ప్రక్రియలో  గుడ్లగూబ చిహ్నం  మీకు కొన్ని ముఖ్యమైన సూచనలను ఇస్తుంది.

కొన్నిసార్లు మీరు అన్వేషిద్దాం అనే శీర్షిక కింద ఒకే చోట బహుళ ప్రశ్నలను సేకరించడం చూస్తారు.

కొన్ని ప్రశ్నలకు ముందు (Speak Math) 

గుర్తు ఉంటుంది. ఈ ప్రశ్నల అర్థం మీరు మీ క్లాస్‌మేట్‌తో చర్చించి ఈ ప్రశ్నలను పరిష్కరించాలి.

దీన్ని ప్రయత్నించండి. 

ఇవి అలా గుర్తించబడిన ప్రశ్నలు. అటువంటి ప్రశ్నలను పరిష్కరించడానికి ఎక్కువ సృ జనాత్మకత అవసరం మరియు అందుకే సమాధానాలు తరచుగా మరింత సరదాగా ఉంటాయి!

NOT TO BE REPUBLISHED @KSTBS

ಮುನ್ನುಡಿ

2026–27 ನೇ ಶೈಕ್ಷಣಿಕ ಸಾಲಿನಿಂದ ರಾಜ್ಯದ ಎಲ್ಲಾ 8ನೇ ತರಗತಿ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಕಲಿಕೆಗಾಗಿ ಲಭ್ಯವಾಗುತ್ತಿರುವ 'ಗಣಿತ ಪ್ರಕಾಶ' ಪಠ್ಯಪುಸ್ತಕವನ್ನು ಎನ್.ಸಿ.ಆರ್.ಟಿ ಯು 2020 ರ ರಾಷ್ಟ್ರೀಯ ಶಿಕ್ಷಣ ನೀತಿ ಹಾಗೂ 2023 ರ ರಾಷ್ಟ್ರೀಯ ಪಠ್ಯಕ್ರಮ ಚೌಕಟ್ಟು (ಶಾಲಾ ಶಿಕ್ಷಣ)ಗಳ ಆಶಯಗಳನ್ನು ಒಳಗೊಂಡು ರಚಿಸಿದೆ. ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಅಂತರ್ಗತ ಸಾಮರ್ಥ್ಯಗಳ ಅಭಿವೃದ್ಧಿಯೊಂದಿಗೆ 21 ನೇ ಶತಮಾನದ ಸವಾಲುಗಳನ್ನು ಎದುರಿಸಲು ಸಮರ್ಥರಾಗುವಂತೆ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳನ್ನು ಸಿದ್ಧಪಡಿಸಬೇಕಿರುವುದು ಮಾತ್ರವಲ್ಲ, ಅವರ ಭವಿಷ್ಯದ ಬೆಳೆವಣಿಗೆಗೆ ಅಗತ್ಯವಿರುವ ಕೌಶಲಗಳನ್ನು ದಕ್ಕಿಸಿಕೊಳ್ಳುವಂತೆ ಮಾಡುವುದು ತುಂಬಾ ಅಗತ್ಯವೆನಿಸುತ್ತದೆ. ಸವಾಲುಗಳನ್ನು ಎದುರಿಸಿ, ಅವಕಾಶಗಳನ್ನು ಸದ್ಬಳಕೆ ಮಾಡಿಕೊಳ್ಳಲು ಸಿದ್ಧರಿರುವಂತೆ ಅವರ ವಿಶ್ಲೇಷಣಾತ್ಮಕ, ವಿವರಣಾತ್ಮಕ ಮತ್ತು ನಿರೂಪಣಾ ಸಾಮರ್ಥ್ಯಗಳನ್ನು ಪೋಷಿಸಬೇಕಿದೆ. ಈ ಹಿನ್ನೆಲೆಯಲ್ಲಿ 'ಗಣಿತ ಪ್ರಕಾಶ' ಪಠ್ಯಪುಸ್ತಕ ಮಹತ್ತರವಾದ ಪಾತ್ರವನ್ನು ವಹಿಸುತ್ತದೆ ಎಂದರೆ ತಪ್ಪಾಗಲಾರದು.

ಪಠ್ಯವಸ್ತು ಹಾಗೂ ಬೋಧನಾ ಶಾಸ್ತ್ರವನ್ನು ಸೂಕ್ತವಾಗಿ ಸಮನ್ವಯಗೊಂಡಿರುವ ಈ ಪಠ್ಯಪುಸ್ತಕದಲ್ಲಿ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಕುತೂಹಲಕ್ಕೆ ನೀರು ಎರೆಯುತ್ತಾ, ಅವರ ವಿಚಾರಣಾ ಸಾಮರ್ಥ್ಯವನ್ನು ವೃದ್ಧಿಸಿ, ಅನ್ವೇಷಣಾ ಮಾರ್ಗದಲ್ಲಿ ಜ್ಞಾನ ಕಟ್ಟಿಕೊಳ್ಳಲು ಹೇರಳ ಅವಕಾಶವನ್ನು ನೀಡಲಾಗಿದೆ. ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿ ತನ್ನ ಸುತ್ತಮುತ್ತಲಿನ ಪ್ರಪಂಚವನ್ನು ಗಮನಿಸಿ, ಶೋಧಿಸಿ ಅಲ್ಲಿ ಅನುಭವಿಸುವ ಗಣಿತೀಯ ಪರಿಕಲ್ಪನೆಗಳನ್ನು ಆರಂಭದಲ್ಲಿಯೇ ಪರಿಚಯಿಸಲಾಗಿದೆ. ಇಲ್ಲಿ ಬಳಕೆಯಾಗಿರುವ ವರ್ಣರಂಜಿತ ಉದಾಹರಣೆಗಳು, ಸಂವಾದಾತ್ಮಕ ಅಭ್ಯಾಸಗಳು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಲೆಕ್ಕಾಚಾರದ ಬುನಾದಿಯನ್ನು ಬಲಿಷ್ಟಗೊಳಿಸಿ ಸಂಕೀರ್ಣ ಗಣತೀಯ ಪರಿಕಲ್ಪನೆಗಳ ಕಲಿಕೆಯನ್ನು ಸರಳಗೊಳಿಸುತ್ತವೆ. ಪರಿಕಲ್ಪನೆಗಳನ್ನು ಅರ್ಥೈಯಿಸಲು ಪಠ್ಯಗಳಲ್ಲಿ ಅಳವಡಿಸಿಕೊಂಡಿರುವ ಕಥೆಗಳು, ಸಂವಾದಗಳು ಕಲಿಕಾರ್ಥಿಗಳ ಸಹಜ, ಸರಳ ಕಲಿಕೆಗೆ ಪೂರಕವಾಗಿವೆ. ಅಭ್ಯಾಸಕ್ಕಾಗಿ ನಾವೀನ್ಯ ಸಮಸ್ಯೆಗಳು ಹಾಗೂ ಒಗಟುಗಳನ್ನು ಪರಿಣಾಮಕಾರಿಯಾಗಿ ಬಳಸಿಕೊಂಡಿರುವುದುರಿಂದ ಕಲಿಕಾರ್ಥಿಗಳು ಗಮನವನ್ನು ಕಲಿಕೆಯ ಮೇಲೆ ಕೇಂದ್ರೀಕರಿಸಲು ಹಾಗೂ ಗಣಿತೀಯ ಪರಿಕಲ್ಪನೆಗಳನ್ನು ಆಳವಾಗಿ ಅರ್ಥೈಯಿಸಿಕೊಂಡು ಅನ್ವಯಮಾಡಿಕೊಳ್ಳಲು ಸಹಾಯ ಮಾಡುತ್ತವೆ. ಈ ಮೂಲಕ ತಮ್ಮ ಗಣಿತೀಯ ಅಲೋಚನಾ (Computational Thinking) ಸಾಮರ್ಥ್ಯವನ್ನು ವೃದ್ಧಿಸಿಕೊಳ್ಳಲು ಪ್ರೇರಣೆ ನೀಡುತ್ತವೆ.

ನೀಡಿರುವ ಪರಿಕಲ್ಪನೆಗಳು ಹಾಗೂ ಬಳಸಿರುವ ಸಮಸ್ಯೆಗಳು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ನಿತ್ಯಜೀವನಕ್ಕೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿರುವುದರಿಂದ ಪರಿಕಲ್ಪನೆಗಳ ಅನ್ವಯ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಗೆ ಸರಳವಾಗುತ್ತದೆ. ಎಲ್ಲಾ ಅಧ್ಯಾಯಗಳಲ್ಲೂ ಕಲೆ, ಇತಿಹಾಸ, ವಿಜ್ಞಾನ ಇತ್ಯಾದಿ ವಿಷಯಗಳನ್ನು ಸಮ್ಮಿಳನಗೊಳಿಸಿರುವುದರಿಂದ ಬಹುಶಿಸ್ತೀಯ ಕಲಿಕೆಗೆ ಅನುಕೂಲವಾಗುತ್ತದೆ. ಪರಿಕಲ್ಪನೆಗಳನ್ನು ಕಥನ ಶೈಲಿಯಲ್ಲಿ ಹಾಗೂ ಮಾಡಿ ಕಲಿ ತತ್ತ್ವದಡಿಯಲ್ಲಿ ಕಲಿಸಲು ಅವಕಾಶ ನೀಡಿರುವುದು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಲ್ಲಿ ಗಣಿತದ ಬಗ್ಗೆ ಕುತೂಹಲ ಮತ್ತು ಪ್ರೀತಿ ಹೆಚ್ಚುವುದರಲ್ಲಿ ಅನುಮಾನವಿಲ್ಲ.

ಇಷ್ಟೆಲ್ಲ ವಿಶೇಷ ಗುಣಲಕ್ಷಣಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ 'ಗಣಿತ ಪ್ರಕಾಶ' ಪುಸ್ತಕವನ್ನು ತರಗತಿ ಪ್ರಕ್ರಿಯೆಯಲ್ಲಿ ಅಳವಡಿಸಿಕೊಳ್ಳಲು ಸುಗಮಕಾರರು ತಮ್ಮ ತರಗತಿಯನ್ನು ಅದಕ್ಕೆ ಪೂರಕವಾಗುವಂತೆ ವ್ಯವಸ್ಥೆಗೊಳಿಸಿಕೊಳ್ಳುವುದು ಹಾಗೂ ಪೂರ್ವಭಾವಿ ಸಿದ್ಧತೆಯೊಂದಿಗೆ ತರಗತಿ ನಿರ್ವಹಣೆ ಮಾಡುವುದು ತುಂಬಾ ಅಗತ್ಯವೆನಿಸುತ್ತದೆ. ಕುರುಡು ಲೆಕ್ಕಾಚರದ ಬದಲಿಗೆ ಒಗಟು, ಚರ್ಚೆ, ಸಂವಾದ, ಆಟ, ಪರಸ್ಪರ ತೊಡಗಿಸಿಕೊಳ್ಳುವಿಕೆ, ತಾರ್ಕಿಕವಾಗಿ ಆಲೋಚಿಸಲು ಸಾಧ್ಯವಾಗುವಂತಹ ಚಟುವಟಿಕೆಗಳು ಒಳಗೊಂಡ ಸುಗಮಗಾರಿಕೆಯನ್ನು ಈ ಪಠ್ಯಪುಸ್ತಕ ನಿರೀಕ್ಷೆ ಮಾಡುತ್ತದೆ. ಈ ನಿರೀಕ್ಷೆಯನ್ನು ನಮ್ಮ ಸುಗಮಕಾರರು ಹುಸಿ ಮಾಡುವುದಿಲ್ಲ ಎಂಬ ನಂಬಿಕೆ ರಾಜ್ಯ ಶಿಕ್ಷಣ ಇಲಾಖೆಯದ್ದಾಗಿದೆ.

ಎನ್.ಸಿ.ಆರ್.ಟಿ ಪ್ರಕಟಿಸಿರುವ ಈ ಪಠ್ಯಪುಸ್ತಕವನ್ನು ಕರ್ನಾಟಕ ರಾಜ್ಯದ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ರಾಷ್ಟ್ರಮಟ್ಟದ ಎಲ್ಲಾ ಅವಕಾಶಗಳನ್ನು ತನ್ನದಾಗಿಸಿಕೊಳ್ಳಬೇಕು ಎಂಬ ಆಶಯದೊಂದಿಗೆ 2026–27 ನೇ ಶೈಕ್ಷಣಿಕ ಸಾಲಿನಿಂದ ಅಳವಡಿಸಿಕೊಳ್ಳಲು ಅನುಮತಿ ನೀಡಿದ ಕರ್ನಾಟಕ ಸರ್ಕಾರದ ಶಿಕ್ಷಣ ಇಲಾಖೆಯ ಎಲ್ಲಾ ಹಂತದ ಅಧಿಕಾರಿಗಳಿಗೆ ಹಾಗೂ ಪಠ್ಯಪುಸ್ತಕ ಬಳಕೆಗೆ ಅವಕಾಶ ನೀಡಿದ ಎನ್.ಸಿ.ಆರ್.ಟಿ ಯ ಎಲ್ಲಾ ಹಂತದ ಅಧಿಕಾರಿಗಳಿಗೆ ಹಾಗೂ ಪ್ರಕಾಶನ ವಿಭಾಗಕ್ಕೆ ಹೃತ್ಪೂರ್ವಕ ಧನ್ಯವಾದಗಳು.

ಈ ಪಠ್ಯಪುಸ್ತಕವನ್ನು ಕನ್ನಡ, ಮರಾಠಿ, ತೆಲುಗು ಮತ್ತು ತಮಿಳು ಮಾಧ್ಯಮಗಳಿಗೆ ಅನುವಾದಿಸಿದ ಎಲ್ಲಾ ಸಂಪನ್ಮೂಲ ವ್ಯಕ್ತಿಗಳಿಗೆ, ಕಾರ್ಯಕ್ರಮ ಸಂಯೋಜನೆ ಮಾಡಿದ ಕಾರ್ಯಕ್ರಮಾಧಿಕಾರಿಗಳಿಗೆ, ಡಿ.ಟಿ.ಪಿ ಆಪರೇಟರ್‌ಗಳಿಗೆ ಹಾಗೂ ಮುದ್ರಕರಿಗೆ ಕರ್ನಾಟಕ ಪಠ್ಯಪುಸ್ತಕ ಸಂಘ ಕೃತಜ್ಞತೆಗಳನ್ನು ಸಲ್ಲಿಸುತ್ತದೆ.

ಶ್ರೀ ಎಂ.ಪಿ. ಮಾದೇಗೌಡ

ವ್ಯವಸ್ಥಾಪಕ ನಿರ್ದೇಶಕರು

ಕರ್ನಾಟಕ ಪಠ್ಯಪುಸ್ತಕ ಸಂಘ (ರಿ.)

ಬೆಂಗಳೂರು.

NOT TO BE REPUBLISHED

Telugu Translation Committee

Smt. Bhaskara Usha Devi, Assistant Mistress, GTHS, Doddaballapura, Bengaluru Rural- 561203.

Smt. C. Vijaya Hemamalini, Assistant Mistress, GTEHS, Viveknagara Bengaluru - 560047.

Sri Keshava Balaram, Assistant Master, GTEHS, Shivajinagara, Bengaluru -560051.

Chief Advisors

Sri M.P. Madegowda, Managing Director, Karnataka Textbook Society(R.) Bengaluru.

Smt. M.D. Usha, Deputy Director, Karnataka Textbook Society(R.), Bengaluru.

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

Programme Co-Ordinator

Smt. Bhagyalakshmi, Assistant Director, Karnataka Textbook Society(R.), Bengaluru.

విషయ సూచిక

భాగం – 1

W6C5L5

యూనిట్ సంఖ్య	అధ్యాయం	పుట సంఖ్య
1.	ఒక వర్గం మరియు ఒక ఘనం A SQUARE AND A CUBE	1 – 19
2.	ఘాతాంకాల ఆట POWER PLAY	20 – 52
3.	సంఖ్యల కథ A STORY OF NUMBERS	53 – 88
4.	చతుర్భుజాలు QUADRILATERALS	89 – 123
5.	సంఖ్యల ఆట NUMBER PLAY	124 – 150
6	మీము పంపణీ చేసినప్పటికీ వస్తువులు గుణించ బడుతున్నాయి. WE DISTRIBUTE, YET THINGS MULTIPLY	151 – 176
7.	అనుపాత హేతు బద్ధత – 1 PROPORTIONAL REASONING-1	177 – 200

© @KTES NOT TO BE REPUBLISHED

1 ఒక వర్గం మరియు ఒక ఘనం
A SQUARE AND A CUBE

U3J2R2

రాణి రత్న మంజరి తన రత్నాల (విలువైన రాళ్లు) అదృష్టాన్ని వివరించే ఒక వీలునామాను వ్రాసింది. మరియు అందులో ఒక పజిల్ కూడ ఉంది. ఆమె కుమారుడు ఖోయస్నం మరియు 99 మంది బందువులను ఆమె వీలునామ చదవడానికి ఆహ్వానించారు. ఆమె తన రత్నాలన్నింటనీ తన కుమారుడికి వదిలివేయాలని కోరుకుంది. కానీ అలా చేస్తే వారి బంధువులందరూ ఖోయిస్నంను ఎప్పటికి వెంటాడతారని ఆమెకు తెలుసు. పజిల్స్ పరిష్కరించడం గురించి అతనికి తెలియాల్సినవన్నీ తాను నేర్పించానని ఆమె ఆశించింది. ఆమె తన వీలునామాలో ఈ క్రింది గమనికను వదిలివేసింది.

'' నేను ఒక పజిల్‌ను సృష్టించాను. మీ 100 మంది ఒకే సారి దీనికి సమాదానం చెబితే, మీరు రత్నాలను సమానం గా పంచుకుంటారు. అయితే సమస్యను పరిష్కరించిన మొదటి వ్యక్తి మీరే అయితే, మీరు మొత్తం వారసత్వాన్ని మీరే ఉంచుకోవచ్చు. Good Luck అదృష్టం మీ వెంట''.

మంత్రి ఖోయిస్నం మరియు అతని 99 మంది బంధువులను భవనంలోని ఒక రహస్య గదికి తీసుకెళ్లారు. అందులో 100 లాకర్లు ఉన్నాయి.

ప్రతి వ్యక్తికి 1 నుండి 100 వరకు ఒక సంఖ్య కేటాయించ బడుతుంది.

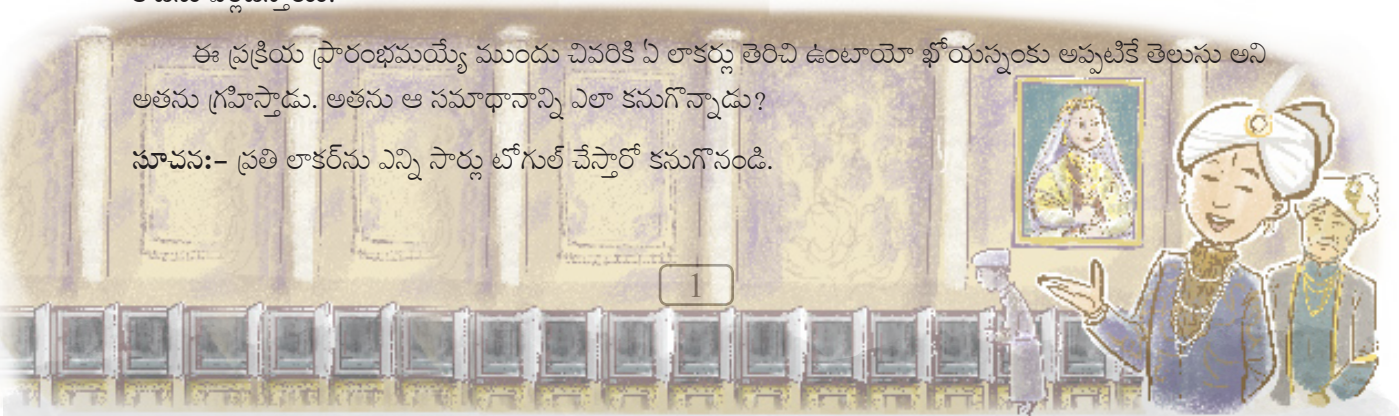
- వ్యక్తి 1 ప్రతి లాకర్‌ను తెరుస్తాడు.
- వ్యక్తి 2 ప్రతి లాకర్‌ను టోగుల్ చేస్తాడు (అంటే, అది తెరిచి ఉంటే మూసేస్తాడు, మూసి ఉంటే తెరుస్తాడు).
- వ్యక్తి 3 ప్రతి 3వ లాకర్‌ను టోగుల్ చేస్తాడు (3వ, 6వ, 9వ... మరియు అలా)
- వృక్తి 4 ప్రతి 4వ లాకర్‌ను టోగుల్ చేస్తాడు (4వ, 8వ, 12వ మరియు అలా)

ఇది 100 మందికి వారి వంతు వచ్చే వరకు కొనసాగుతుంది.

చివరకు కొన్ని లాకర్లు మాత్రమే తెరిచి ఉంటాయి. తెరిచి ఉన్న లాకర్లో ఖజానాలోని సంపదకు కోడ్‌ను వెల్లడిస్తాయి.

ఈ ప్రక్రియ ప్రారంభమయ్యే ముందు చివరికి ఏ లాకర్లు తెరిచి ఉంటాయో ఖోయస్నంకు అప్పటికే తెలుసు అని అతను గ్రహిస్తాడు. అతను ఆ సమాధానాన్ని ఎలా కనుగొన్నాడు?

సూచన:- ప్రతి లాకర్‌ను ఎన్ని సార్లు టోగుల్ చేస్తారో కనుగొనండి.



@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

ఒక లాకర్‌ను బేసి సంఖ్యలో టోగుల్ చేస్తే, అది తెరిచి ఉంటుంది. లేకపోతే అది మూసి ఉంటుంది. ఒక లాకర్‌ను టోగుల్ చేసే సంఖ్య లాకర్ నంబర్ యొక్క కారణాంకాల సంఖ్యతో సమానంగా ఉంటుంది.ఉదాహరణకు లాకర్ #6 కోసం 1వ వ్యక్తి దానిని తెరుస్తాడు, 2వ వ్యక్తి దానిని మూసివేస్తాడు, 3వ వ్యక్తి దానిని తెరుస్తాడు మరియు 6వ వ్యక్తి దానిని మూసివేస్తాడు. 1, 2, 3 మరియు 6 అనేవి 6 యొక్క కారణాంకాలు. కారణాంకాల సంఖ్య సరి సంఖ్య అయితే, లాకర్ సంఖ్యతో వ్యక్తులచే టోగుల్ చేయబడుతుంది మరియు అది చివరికి మూసి వేయబడుతుంది.

ఒక సంఖ్య యొక్క ప్రతి కారణాంకానికి ఒక ''భాగస్వామ్య కారణాంకం'' ఉంటుందని గమనించండి. తద్వారా కారణాంకాల జత యొక్క లబ్ధం ఇచ్చిన సంఖ్యను ఇస్తుంది. ఇక్కడ 1 మరియు 6 అనేవి 6 యొక్క భాగస్వామ్య కారణాంకాల జతను ఏర్పరుస్తాయి మరియు 2 మరియు 3 మరొక జతను ఏర్పరుస్తాయి.

6:
1×6
2×3
1, 2, 3, 6
అనేవి కారణాంకాలు

(?) ప్రతి సంఖ్యకు సరి సంఖ్యలో కారణాంకాలు ఉంటాయా?

1:
1×1
ఏ కైక కారణాంకం 1

4:
1×4
2×2
1, 2, 4
అనేవి కారణాంకాలు

9:
1×9
3×3
1, 3, 9
అనేవి కారణాంకాలు

@KTRS NOT TO BE REPUBLISHED

కొన్ని సందర్భాలలో **2x2** వంటివి. జతలోని సంఖ్యలు ఒకేలా ఉన్నాయని మనం చూస్తాము.

(?) బేసి సంఖ్యలో కారణాంకాలు ఉన్న మరిన్ని సంఖ్యలను కనుగొనడానికి మీరు ఈ అంతర్‌దృష్టిని ఉపయోగించ గలరా?

ఉదాహరణకు 36కు కారణాంకాల జత **6x6** ఉంది. ఇక్కడ రెండు సంఖ్యలు 6 సంఖ్యకు బేసి సంఖ్యలో కారణాంకాలు ఉన్నాయా? 6 కాకుండా 36 యొక్క ప్రతి కారణాంకానికి దాని భాగస్వామిగా వేరే కారణాంకం ఉంటే అప్పుడు 36 కు బేసి సంఖ్యతో కారణాంకాలు ఉన్నాయని మనం నిర్ధారించు కోవచ్చు. ఇది నిజమా కాదో తనిఖీ చేయండి.

అందువల్ల కింది సంఖ్యలన్నిటికీ బేసి సంఖ్యలో కారణాంకాలు ఉంటాయి.

$1\times1, 2\times2, 3\times3, 4\times4$ .....

ఒక సంఖ్యను దానితోనే గుణించగా వచ్చే సంఖ్యను **వర్గ సంఖ్య** లేదా **వర్గం** అంటారు. బేసి సంఖ్యలో కారణాంకాలు ఉన్న ఏకైక సంఖ్యలు వర్గ సంఖ్యలు. ఎందుకంటే వాటికి ఒక కారణాంకం ఉంటుంది. అది దానితోనో గుణించ బడినప్పుడు ఆ సంఖ్యకు సమానమతుంది. అందువల్ల సంఖ్య వర్గ సంఖ్య అయిన ప్రతి లాకర్ తెరిచి ఉంటుంది.

(?) తెరిచి ఉన్న లాకర్ సంఖ్యలను రాయండి.

ఖోయిస్నాం వెంటనే ఈ 10 లాకర్ల నుండి పది ఆధారాలను సేకరించి ''పాస్ కోడ్‌లో సరిగ్గా రెండు సార్లు తాకిన మొదటి ఐదు లాకర్ నంబర్‌లు ఉంటాయి''.

(?) ఈ ఐదు లాకర్లు ఏమి?

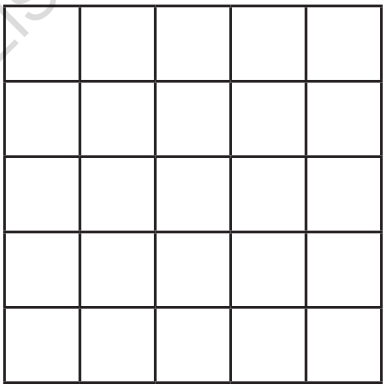
ప్రతి ప్రధాన సంఖ్యకు మరియు ఆ సంఖ్యనే కారణాంకాలుగా కలిగి ఉండటం వలన రెండు సార్లు టోగుల్ చేయబడిన లాకర్లు ప్రధాన, సంఖ్యలు, కాబట్టి. కోడ్ 2 -3 -5 -7 -11.

1.1. వర్గ సంఖ్యలు

1, 4, 9, 16. సంఖ్యలను ఎందుకు వర్గ సంఖ్యలంటారు?

మనకు తెలిసినట్లుగా చతురస్రానికి నాలుగు సమాన భుజాలు ఉంటాయి. క్రింది ఇచ్చినా పట్టికలో భుజాల పొడవు మారినప్పుడు చతురస్ర విస్తీర్ణం ఎలా మారుతుందో చూపించ బడింది.

భుజాల పొడవు (యూనిట్లలో)	విస్తీర్ణం (చ.యూ.లో)
1	1x1 = 1 చ. యూ.
2	2x2 = 4 చ. యూ.
3	3x3 = 9 చ. యూ.
4	4x4 = 16 చ. యూ.
5	5x5 = 25 చ. యూ.
10	10x10 = 100 చ. యూ.



© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

వర్గ సంఖ్యలను ఉపయోగించు సంకేత పద్ధతి

$1 \times 1 = 1^2 = 1$

$2 \times 2 = 2^2 = 4$

$3 \times 3 = 3^2 = 9,$

$4 \times 4 = 4^2 = 16$

$5 \times 5 = 5^2 = 25.$

సాధరణంగా ఏదైన సంఖ్యను 'n' అనివ్రాస్తే $n \times n = n^2$

దీన్నీ 'n' వర్గం (square) అని చదువుతారు.

భుజాలపొడవుల వర్గం $\frac{3}{5}$ లేదా 2.5 యూనిట్లు గల చతురస్రం ఉంటుందా?

అపుడు అయితే విస్తీర్ణం యొక్క వర్గాల యూనిట్లు $(\frac{3}{5})^2 = \frac{3}{5} \times \frac{3}{5} = \frac{9}{25}$

మరియు $(2.5)^3 = (2.5)\times(2.5)\times(2.5) = 6.25$

సహజ సంఖ్యల వర్గాలను **పరిపూర్ణం వర్గాలు** అంటారు. ఉదాహరణకు 1, 4, 9, 16, 25, ... పరిపూర్ణ వర్గాలే.

పరిపూర్ణ వర్గాల నమూనాలు మరియు లక్షణాలు.

మొదటి 30 సహజ సంఖ్యల వర్గాలను కనుగొని క్రింది పట్టికను పూరించండి.

$1^2 = 1$	$11^2 = 121$	$21^2 = 441$
$2^2 = 4$	$12^2 =$	$22^2 =$
$3^2 = 9$	$13^2 =$	
$4^2 = 16$	$14^2 =$	
$5^2 = 25$	$15^2 =$	
$6^2 =$	$16^2 =$	
$7^2 =$	$17^2 =$	
$8^2 =$	$18^2 =$	
$9^2 =$	$19^2 =$	
$10^2 =$	$20^2 =$	

NOT TO BE REPUBLISHED @KTBS

(?) మీరు ఏ నమూనాలను గమనించారు ? మీ పరిశీలనలను పంచుకోండి మరియు అంచనాలను వేయండి. పై పట్టికలోని వర్గాలను అధ్యయన చేయండి. ఈ సంఖ్యల ఒకట్ల స్థానాల్లో ఉన్న అంకెలు ఏమిటి? ఈ సంఖ్యలన్నీ 0, 1, 4, 5, 6 లేదా 9 తో ముగుస్తాయి. వీటిలో ఏవీ 2, 3, 7 లేదా 8 తో ముగియవు.



(?) ఒక సంఖ్య 0, 1, 4, 5, 6 లేదా 9 తో ముగిస్తే అది ఎల్లప్పుడూ వర్గమేనా? 16 మరియు 36 అనే సంఖ్యలు రెండూ '6' తో ఒకట్ల స్థానంలో ముగిసే వర్గాలే అయితే 26 దాని ఒకట్ల అంకె కూడా 6 అయినప్పటీ అది వర్గం కాదు. అందువల్ల, ఒక సంఖ్య ఒకట్ల స్థానంలోని అంకెను చూసి మాత్రమే అది వర్గమా కాదా అని నిర్ణయంచలేము. కానీ ఒకట్ల అంకె ఒక సంఖ్య వర్గంకాదా అని చెప్పగలదు. ఒక సంఖ్య 2, 3, 7 లేదా 8 తో ముగిస్తే అప్పుడు అది వర్గం కాదని ఖచ్చితంగా చెప్పగలము.



(?) ఒకట్ల స్థానంలోని అంకెను చూసి అవి వర్గాలు కావని మీరు నిర్ధారించగల 5 సంఖ్యలను వ్రాయండి. వర్గాలు 1^2, 9^2, 11^2, 19^2, 21^2 మరియు 29^2 అన్నీ వాటి ఒకట్ల స్థానంలో 1ని కలిగి ఉంటాయి.



తదుపరి రెండు వర్గాలను వ్రాయండి. ఒక సంఖ్యకు 1 లేదా 9. ఒకట్ల స్థానంలో ఉంటే దాని వర్గం 1తో ముగుస్తుందని గమనించండి.

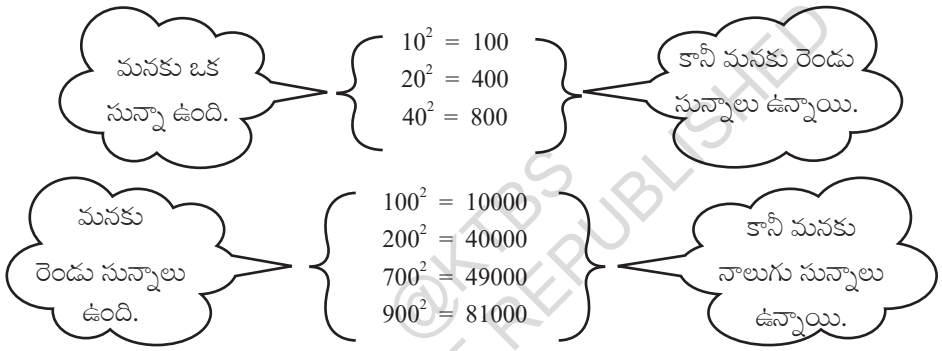
(?) 6 తో ముగిసే వర్గ సంఖ్యలను పరిశీలిద్దాం. $16=4^2$, $36=6^2$, $196=14^2$, $256=16^2$, $576=24^2$, మరియు $676=26^2$

దిగువ సంఖ్యలతో ఏ సంఖ్యల ఒకట్ల స్థానంలో 6 అంకె ఉందా?

(i) 38^2 (ii) 34^2 (iii) 46^2 (iv) 56^2 (v) 74^2 (vi) 82^2

? మీరు ఇంతకు ముందు నింపిన పట్టిక నుండి సంఖ్యలను మరియు వాటి వర్గాలను పరిశీలించడం ద్వారా ఇలాంటి మరిన్ని నమూనాలను కనుగొనండి.

క్రింది సంఖ్యలను మరియు వాటి వర్గాలను పరిగణించండి.



©KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

? ఒక సంఖ్య చివరిలో 3 సున్నాలు ఉంటే, దాని వర్గం చివరిలో ఎన్ని సున్నాలు ఉంటాయి?

(?) ఒక సంఖ్య చివరిలో ఉన్న సున్నాల సంఖ్య మరియు దాని వర్గం చివరిలో ఉన్న సున్నాల సంఖ్య గురించి మీరు ఏమి గమనించారు? ఇది ఎల్లప్పుడు జరుగుతుందా? వర్గాలకు చివరిలో ఎల్లప్పుడూ సరి సంఖ్యలో సున్నాలు మాత్రమే ఉంటాయని మనం చెప్పగలమా ?

? ఒక సంఖ్య యొక్క సరి/బేసి గుణం మరియు దాని వర్గం గురించి మీరు ఏమి చెప్పగలరు?

ఖచ్చితమైన వర్గాలు మరియు బేసి సంఖ్యలు.

వరుస వర్గాల మధ్య తేడాలను అన్వేషిద్దాం. మీరు ఏమి గమనించారు?

$4 - 1 = 3$ $9 - 4 = 5$ $16 - 9 = 7$ $25 - 16 = 9$

ఈ నమూనా తదుపరి కొన్ని వర్గ సంఖ్యలకు కొనసాగుతుందో లేదో చూడండి.

దీనిని 1 నుండి ప్రారంభించి వరుస బేసి సంఖ్యలను జోడించడం వల్ల. వరుస వర్గ సంఖ్యలు వస్తాయని మనం గమనించ వచ్చు.

క్రింద చూపిన విధంగా.

$1 = \mathbf{1}$

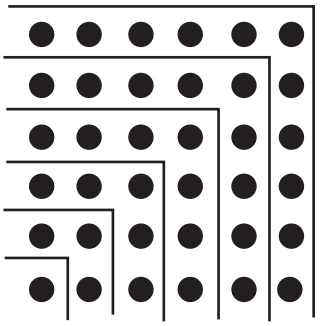
$1 + 3 = \mathbf{4}$

$1 + 3 + 5 = \mathbf{9}$

$1 + 3 + 5 + 7 = \mathbf{16}$

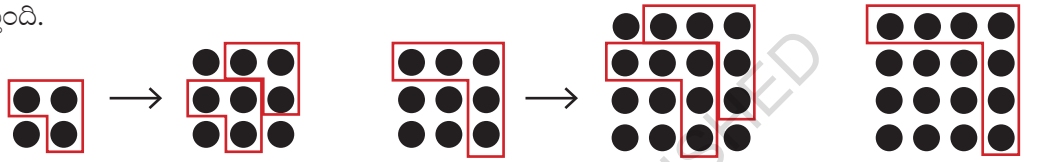
$1 + 3 + 5 + 7 + 9 = \mathbf{25}$

$1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 = \mathbf{36.}$



గుర్తుందా ఈ నమూనా 6 వ తరగతి నుండి?

క్రింది ఉన్న చిత్రం ప్రతి తదుపరి విలోమ 'L' తదుపరి బేసి. సంఖ్యను ఎందుకు ఇస్తుందో వివరిస్తుంది.



@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

మొదటి 'n' బేసి సంఖ్యల మొత్తం n^2. ప్రత్యామ్నాయంగా ప్రతి చదరం 1 నుండి ప్రారంభమయ్యే వరుస బేసి సంఖ్యల మొత్తం.



గణితంలో కొన్ని సార్లు వాదనలు మరియు తార్కికాలు ఎటువంటి పదాలు లేకుండా కూడా సమర్పించ బడుతాయి. దృశ్య రుజువులు వాటికవే సంపూర్ణంగా ఉంటాయి.

అలాగే ఒక సంఖ్య పరిపూర్ణ వర్గం కాదా! అని వరుసగా బేసి సంఖ్యలను తీసి వేయడం ద్వారా కనుగొనవచ్చు. 25 సంఖ్యను పరిగణించండి. 1, 3, 5. వరుసగా తీసి వేయండి, సున్నా వచ్చే వరకు లేదా దాటిపోమే వరకు.

$25 - 1 = 24$ $24 - 3 = 21$ $21 - 5 = 16$ $16 - 7 = 9$ $9 - 9 = 0$

దీని అర్థం $25 = 1+3+5+7+9$ మరియు ఇది ఒక పరిపూర్ణం వర్గం. మనం మొదటి ఐదు బేసి సంఖ్యలను తీసివేశాం కాబట్టి $25=5^2$

? పై నమూనాను ఉపయోగించి, కనుగొనండి 36^2 అని ఇవ్వబడినది.$35^2 = 1225$.

ప్రశ్న నుండి మనకు 1225 అనేది మొదటి 35 బేసి సంఖ్యల మొత్తం. అని తెలుసు. 36^2 ను కనుగొనడానికి మనము 36 వ బేసి సంఖ్యను 1225 కు కలపాలి.

? మనం 36 వ బేసి సంఖ్యను ఎలా కనుగొంటాము?

1వ బేసి సంఖ్య 1, 2 వ బేసి సంఖ్య 3, 3వ బేసి సంఖ్య 5..... 6 వ బేసి సంఖ్య 11 మరియు అలా.

'n' వ బేసి సంఖ్య ఎంత?

? 'n' వ బేసి సంఖ్య 2n–1.

అందువల్ల 36వ బేసి సంఖ్య 71

71ని 1225 కలపడం ద్వారా మనం 1296 పొందుతాము ఇది 36^2.

38వ సంఖ్యను తీసుకొండి ఇది వర్గంకాదు మరియు 1నుండి ప్రారంభమయ్యే వరుస బేసి సంఖ్యలను తీసివేయండి.

$38 - 1 = 37$ $37 - 3 = 34$ $34 - 5 = 29$ $29 - 7 = 22$ $22 - 9 = 13$

$13 - 11 = 2$ $2 - 13 = -11$

ఇది 38ని 1 నుండి ప్రారంభమయ్యే వరుస బేసి సంఖ్యల మొత్తంగా వ్యక్త పరచలేమని చూపిస్తుంది.

అందువల్ల ఒక సహజ సంఖ్యను 1 నుండి ప్రారంభమయ్యే వరుస బేసి సహజ సంఖ్యల మొత్తంగా వ్యక్త పరచలేక పోతే అది ఒక సంపూర్ణ వర్గంకాదు అని మనం చెప్పవచ్చు. ఒక సహజ సంఖ్య సంపూర్ణ వర్గమా కాదా అని తెలుసు కోవడానికి ఈ ఫలితాన్ని మనం ఉపయోగించవచ్చు.

? రెండు వరుస సంపూర్ణ వర్గాల మధ్య ఎన్ని సంఖ్యలు ఉంటాయి. మీరు ఒక నమునాను గమనించారా?

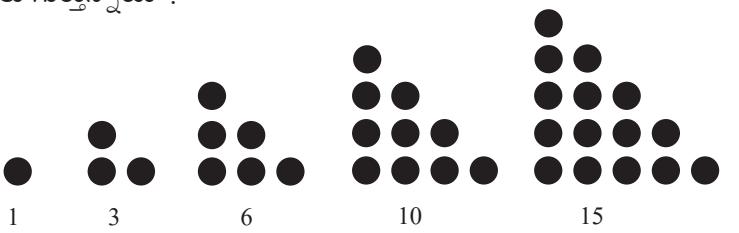
? 1 మరియు 100 వరుస సంపూర్ణ వర్గాల మధ్య ఎన్ని సంఖ్యలు ఉంటాయి. 101 మరియు 200 మధ్య ఎన్ని ఉన్నాయి? మీరు ఇంతకు ముందు నింపినా వర్గాల పట్టికను ఉపయోగించి ప్రతి 100 బ్లాక్ లో వర్గాల సంఖ్యను పట్టికలో నమోదు చేయండి. 1000 కంటే తక్కువ ఉన్న అతి పెద్ద వర్గం ఏది ?

1 –100	101 – 200	201 – 300	301 – 400	401 – 500
_____	_____	_____	_____	_____
501 – 600	601 – 700	701 – 800	801 – 900	901 – 1000
_____	_____	_____	_____	_____

@KIBS NOT TO BE REPUBLISHED

సంపూర్ణ వర్గాలు మరియు త్రిభుజ సంఖ్యలు.

త్రిభుజ సంఖ్యలు మీకు గుర్తున్నాయా?

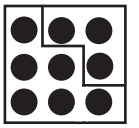


1 3 6 10 15

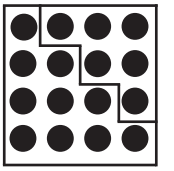
? త్రిభుజ సంఖ్యలు మరియు వర్గ సంఖ్యల మధ్య ఏదైనా సంబంధం మీకు కనిపిస్తుందా? చూపిన నమూనాను విస్తరించి తదుపరి పదాన్ని గీయండి.



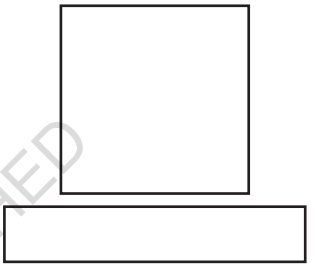
$1 + 3 = 4 = 2^2$



$3 + 6 = 9 = 3^2$



$6 + 10 = 16 = 4^2$



వర్గ మూలాలు

? ఒక చతురస్రం యొక్క వైశాల్యం 49చ.సెం.మీ. దాని భుజం పొడవు ఎంత?

మనకు తెలుసు $7\times7=49$ or $7^2 = 49$.

ఒక చతురస్రం యొక్క వైశాల్యం 49 చ.సెం.మీ అయితే ఆ చతురస్రం యొక్క భుజం పొడవు 7 సెం.మీ. మనం 7ను 49 యొక్క **వర్గమూలం** అని పిలుస్తారు.

సాధారణంగా $y=x^2$ అయితే x యొక్క **వర్గ మూలము** y.

? 64 యొక్క వర్గమూలము ఎంత?

మనకు తెలుసు 8×8 అనేది 64 కాబట్టి 8 అనేది 64 యొక్క వర్గమూలం -8×-8 సంగతి ఏమిటి ? అది కూడా 64 !

$8^2=64$ మరియు $(-8)^2=64$.

అందువలన 64 యొక్క వర్గమూలాలు +8 మరియు –8.

ప్రతి సంపూర్ణ వర్గానికి రెండు పూర్ణాంక వర్గమూలాలు ఉంటాయి.

ఒకటి ధనాత్మకం మరొకటి ఋణాత్మకం. ఒక సంఖ్య యొక్క వర్గములాన్ని $\sqrt{\ }$ తో సూచిస్తారు. అందువల్ల,

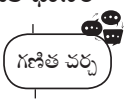
$\sqrt{64}=\pm8$ మరియు $\sqrt{100}=\pm10$

సాధారణంగా $\sqrt{8^2}=\pm8$ మరియు $\sqrt{10^2}=\pm10$. సాధారణంగా, $\sqrt{n^2}=\pm n$.

ఈ అధ్యాయంలో మనం కేవలం ధనాత్మక వర్గమూలాన్ని మాత్రమే పరిగణనలోకి తీసుకుంటాము.

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

? 576 లేదా 327 వంటి ఒక సంఖ్యను ఇచ్చినప్పుడు అది సంపూర్ణ వర్గమా కాదా అని మనం ఎలా తెలుసుకుంటాము? అది సంపూర్ణ వర్గం అయితే దాని వర్గమూలాన్ని మనం ఎలా కనుగొన గలం?



సంపూర్ణ వర్గాలు 1, 4, 9, 6, 5 లేదా సరిసంఖ్యతో సున్నాలతో ముగుస్తాయని మనకు తెలుసు. కాని ఈ షరత్తును సంతృప్తి పరిచే సంఖ్య వర్గం అని ఖచ్చితంగా చెప్పలేము.

327 ఒక సంపూర్ణ వర్గం కాదని మనం స్పష్టంగా చెప్పగలం అయితే 576 ఒక 'సంపూర్ణవర్గం అతి మనం ఖచ్చితంగా చెప్పలేము.

1. మనం అన్ని వర్గ సంఖ్యలను వరుసగా జాబితా చేసి వాటిలో 576 ఉందో లేదో కనుగొనవచ్చు. $20^2 = 400$ అది మనకు తెలుసు, 21, 22, 23... మరియు అలా 576 వరకు లేదా 576 కంటే ఎక్కువ సంఖ్య వచ్చే వరకు వర్గాలను కనుగొనవచ్చు.

   $20^2=400$ $21^2=441$ $22^2=484$ $23^2=529$ $24^2=576$.

   అయితే ఈ ప్రక్రియ పెద్ద సంఖ్యలకు అసమర్థంగా మారుతుంది.

2. ప్రతి వర్గాన్ని 1 నుండి ప్రారంభమయ్యే వరున బేసి సంఖ్యల మొత్తంగా వ్యక్త పరచవచ్చని గుర్తుంచుకోండి. కావున $\sqrt{81}$

$81 - 1 = 80$	$80 - 3 = 77$	$77 - 5 = 72$	$72 - 7 = 65$	$65 - 9 = 56$
$56 - 11 = 45$	$45 - 13 = 32$	$32 - 15 = 17$	$17 - 17 = 0$	

81 నుండి మనం 1 నుండి ప్రారంభమయ్యే వరున బేసి సంఖ్యలను వరుసగా తీసివేస్తూ. 9వ దశలో0ను పొందాపు అందువల్ల $\sqrt{81}$ =9.

ఈ పద్ధతిని ఉపయోగించి 729 యొక్క వర్గమూలాన్ని కనుగొనగలమా? అవును. కానీ అది సమయం తీసుకుంటుంది.

3. ఒక సంపూర్ణ వర్గం ఒక పూర్ణాంకాన్ని తనతోనే గుణించడంద్వారా పొందబడుతుందని మనకు తెలుసు. ఒక సంఖ్య యొక్క ప్రధాన కారణాంకలను చూడటం అది ఒక సంపూర్ణ వర్గమాకాదా అని నిర్ధారించడంలో సహాయ పడుతుందా?

అవును ఒక సంఖ్య యొక్క ప్రధాన కారణాంకాలను రెండు సమాన సమూహాలుగా విభజించగలిగితే ఆ సమూహాలలో ఏదైనా ఒకదానిలోని ప్రధాన కారణాంకాల లబ్దం వర్గమూలాన్ని ఏర్పరుస్తుంది.

324 ఒక సంపూర్ణ వర్గమా?

$324=2\times2\times3\times3\times3\times3$.

వీటిని ఇలా సమూహాలుగా విభజించవచ్చు

$324 = (2\times3\times3)\times(2\times3\times3)$.

$= (2\times3\times3)^2$

$= 18^2$.

NOT TO BE REPUBLISHED @KTBS

(?) మనం ప్రధాన కారణాంకాల జతలుగా కూడా రాయవచ్చు అంటే

$324 = (2\times2)\times(3\times3)\times(3\times3)$,

ఇది 324 ఒక సంపూర్ణ వర్గం అని చూపుతుంది. అందువల్ల

$324 = (2\times3\times3)^2 = 18^2$.

కాబట్టి $\sqrt{324} = 18$.

(?) 156 ఒక సంపూర్ణ వర్గమా?

156 యొక్క ప్రధాన కారణాంకాలు $2\times2\times3\times13$
మనం ఈ కారణాంకాలను జత చేయలేము
అందువల్ల 156 ఒక సంపూర్ణ వర్గం కాదు.

(?) ప్రధాన కారణాంకాలను ఉపయోగించి 1156 మరియు 2800 సంపూర్ణ వర్గాలా కాదా అని కనుగొనండి.

మనకు తెలిసిన దగ్గరి సంపూర్ణ వర్గాలను చూసి ఆపై శోధించే విరామాన్ని తగ్గించడం ద్వారా పెద్ద సంపూర్ణ వర్గాల వర్గమూలాన్ని అంచనా వేయవచ్చు. ఉదాహరణకు, $\sqrt{1936}$, కనుగొనడానికి మనం ఈ క్రింది విధంగా తర్కించవచ్చు.

(i) 1936 అనేది 1600 (40^2) మరియు 2500 (50^2) మధ్య ఉంది.

కాబట్టి $40 < \sqrt{1936} < 50$

(ii) 1936 యొక్క చివరి అంకె 6. కాబట్టి వర్గమూలం యొక్క చివరి అంకె 4 లేదా 6 అయి ఉండాలి.

ఇది 44 లేదా 46 కావచ్చు.

(iii) మనం 45^2 లెక్కించినట్లయితే 40–45 నుండి 40–45 లేదు 45–50కి శోధించే విరామాన్ని సగానికి తగ్గించడానికి దానిని 1936 తో పోల్చవచ్చు మనం 45^2 ను $(40+5)^2 = 40^2 + 2\times40\times5+5^2=1600+400+25=2025$ అని రాయవచ్చు.

(iv) $2025 > 1936$ కాబట్టి $40 < \sqrt{1936} < 45$.

(v) పైవన్నీ పరిశీలించిన మనం 1936 అనేది 44 అని ఊహించి, ఆపై సరిచూడవచ్చు.

కింది పరిస్థితులను పరిశీలించండి.

అరిబమ్ మరియు బిజూ ఒక ఆట ఆడతారు. ఒకరు ఒక సంఖ్యను చెబితే మరొకరు దాని వర్గమూలాన్ని చెబుతారు. అరిబమ్ మొదలు పెడతారు. అతను 25 అని చెప్పాడు మరియు బిజూ వెంటనే 5 అని సమాధానా ఇస్తాడు తరువాత బిజూ 81 అంటారు. అరిబమ్ 9 అంటారు. ఆట కొనసాగుతుంది. అరిబమ్ 250 అనేవరకు, 250 పరిపూర్ణం వర్గం కాబట్టి బిజూ సమాధానం చెప్పలేడు. అరిబమ్, బిజూని 250 యొక్క వర్గమూలానికి దగ్గరలో ఉన్న సంఖ్య చెప్పగలవా అని అడుగుతాడు. దీనికి బిజూ 250 యొక్క వర్గమూలాన్ని అంచనా వేయాలి.

NOT TO BE REPUBLISHED @KTBS

మనకు తెలిసినది

$100<250<400$ మరియు $\sqrt{100}=10$ మరియు $\sqrt{400}=20$. అందువల్ల, $10<\sqrt{250}<20$.

కానీ 250 కి వర్గం అయ్యే సంఖ్యకు ఇంకా చాలా దూరంలో ఉన్నాం అని మనకు తెలుసు, $15^2=225$ మరియు $16^2=256$. అందువల్ల $15<\sqrt{250}<16$ అనేది 256 అనేది 250కి 225 కంటే దగ్గరగా ఉంది కాబట్టి $\sqrt{250}$ సుమారుగా 16, అలాగే ఇది 16 కంటే తక్కువ అని కూడ మనసు తెలుసు.

మరొక సమస్య అంటే వర్గమూలాలను అంచనా వేయడం.

అఖిల్ దగ్గర 125 సెం.మీ^{2} విస్తీర్ణంగల ఒక వస్త్రపు ముక్క ఉంది. అతను 15 సెం.మీ భుజం గల చతురస్ర ఆకారపు రుమాలు కట్ చేయగలడా? లేకపోతే పూర్ణ సంఖ్య భుజం పొడవుతో ఉన్న గరిష్ట పరిమాణ రుమాలు ఎంత పెద్దది కావచ్చు అని తెలుసుకోవాలి. 125 పరిపూర్ణ వర్గం కాదు. దగ్గరలోని పరిపూర్ణవర్గాలు. $11^2=121$ మరియు $12^2=144$. అందువల్ల పూర్ణసంఖ్య భుజంగల అతిపెద్ద చతురస్ర రుమాలు 11 సెం. మీ. పొడవు కలిగినది అవుతుంది.

? వీటిని కనుగొనండి.

1. క్రింది వాటిలో ఏ సంఖ్యలు పరిపూర్ణవర్గాలు కావు?

   (i) 2032 (ii) 2048 (iii) 1027 (iv) 1089

2. క్రింది వాటిలో ఏ సంఖ్యకు చివరి అంకె 4 గా ఉంటుంది?

   64^2, 108^2, 292^2, 36^2

3. $125^2=15625$, అని ఇస్తే 126^2 విలువ ఎంత?

   (i) 15625+126 (ii) $15625+26^2$ (iii) 15625+253

   (iv) 15625+251 (v) $15625+51^2$

4. 441 మీ^{2} విస్తీర్ణం గల చతురస్రం యొక్క భుజం పొడవు కనుగొనండి?

5. 4, 9 మరియు 10 తో భాగించే అతి చిన్న పరిపూర్ణ వర్గాన్ని కనుగొనండి.

6. 9408 ను సంపూర్ణ వర్గంగా మార్చడానికి కనీసం ఏ సంఖ్యతో గుణించాలి? వచ్చిన సంఖ్య యొక్క వర్గమూలంను కనుగొనుము.

7. క్రింది ఇచ్చిన సంఖ్యల వర్గాల మధ్య ఎన్ని సంఖ్యలు ఉంటాయి?

   (i) 16 మరియు 17 (ii) 99 మరియు 100

8. క్రింది సమూనాలలో లోపించిన సంఖ్యలను పూరించండి.

$$1^2+2^2+2^2=3^2$$

$$2^2+3^2+6^2=7^2$$

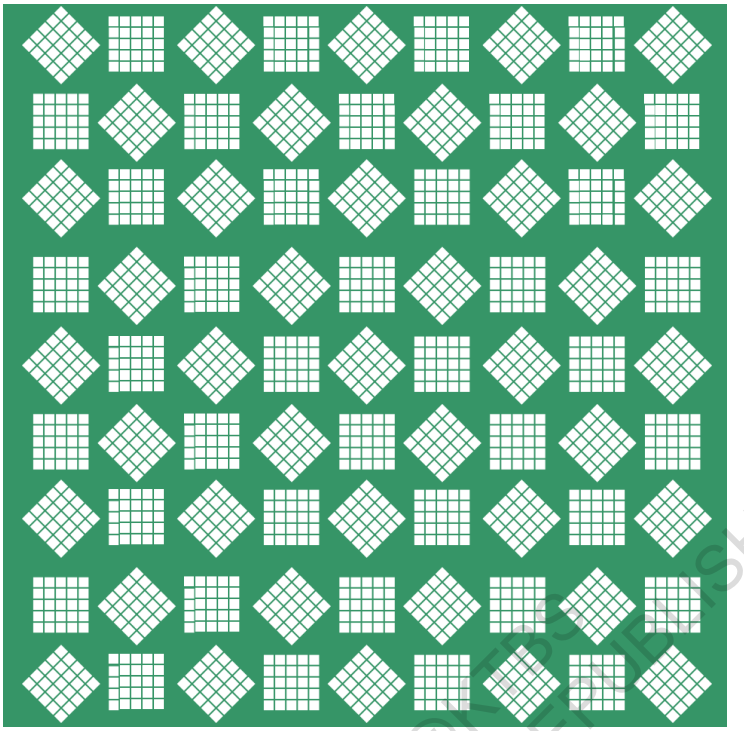
$$3^2+4^2+12^2=13^2$$

$$4^2+5^2+20^2=(\_\_\_\_\_)^2$$

$$9^2+10^2+(\_\_\_\_\_)^2=(\_\_\_\_\_)^2$$

NOT TO BE REPUBLISHED @KTBS

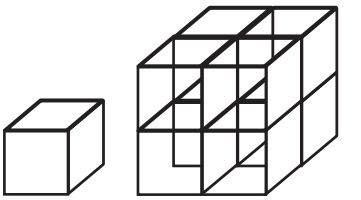
9. క్రింది చిత్రంలో చిన్న చతురస్రాలు ఎన్ని ఉన్నాయి? చిన్న చతురస్రాల సంఖ్యను ప్రధాన గుణకముల రూపంలో వ్రాయండి.



@KSRSTATE NOT TO BE REPUBLISHED

1.2 ఘన సంఖ్యలు

జ్యామితి నుండి **ఘనం** అనే పదం వచ్చిందన్న విషయం మీకు తెలుసు. ఒక ఘనము అనేది ఘనాకృతి. దాని అన్ని వైపులా లంబకోణాలతో కలుస్తాయి మరియు సమానంగా ఉంటాయి. 1 సెం.మీ వైపు ఎన్ని ఘనాలు కలిస్తే 2 సెం. మీ. భుజం పొడవుగల ఒక ఘనం అవుతుంది?



? 1 సెం. మీ. భుజం పొడవు గల ఎన్ని ఘనాలు కలిస్తే 3 సెం.మీ భుజం పొడవుగల ఒక ఘనం అవుతుంది.

1, 8, 27.. అనే సంఖ్యలను పరిగణించండి. ఈ సంఖ్యలను **ఘన సంఖ్యలు** అంటారు. ఎందుకు అలా అంటారు?

ప్రతి సంఖ్యను ఒకే సంఖ్యను మూడు సార్లు గుణించడం. ద్వారా పొందుతాము

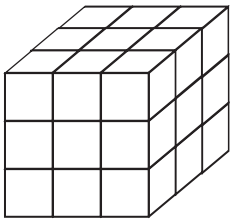
$$1 = 1 \times 1 \times 1$$

$$8 = 2 \times 2 \times 2$$

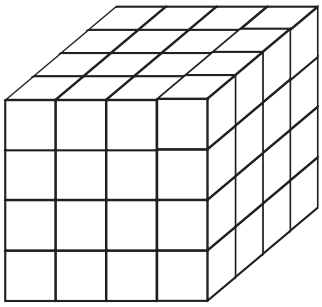
$$27 = 3 \times 3 \times 3$$

9 ఒక ఘనమా?

మనకు తెలుసు 2×2×2=8 మరియు 3×3×3=27 అందువల్ల 9 పరిపూర్ణ ఘనం కాదు. 10 నుండి 26 మధ్య ఉన్న ఏ సంఖ్యా పరిపూర్ణ ఘనం కాదు.



భుజం పొడవు 4 యూనిట్లు ఉన్న ఘనంలో మొత్తం చిన్న ఘనాలు ఎన్ని ఉన్నాయి? దీనిలో 64 చిన్న ఘనాలు ఉంటాయి! జాగ్రత్తగా గమనిస్తే, ఈ ఘనంలోని ప్రతి పొరలో 4×4 అంటే 4 పొరలు ఉంటాయి. అందువల్ల మొత్తం ఘనాల సంఖ్య $4 \times 4 \times 4 = 64$ ఎందుకంటే $5^3=5\times5\times5=125$ అందువల్ల 125 సంపూర్ణ ఘనం.



సాధారణంగా ఏ సంఖ్య 'n' అయినా దాని ఘనాన్ని ఇలా వ్రాస్తాము.

$n \times n \times n = n^3$.

క్రింది పట్టికను పూర్తి చేయండి.

$1^3 = 1$	$11^3 = 1331$
$2^3 = 8$	$12^3 =$
$3^3 = 27$	$13^3 = 2197$
$4^3 = 64$	$14^3 = 2744$
$5^3 = 125$	$15^3 =$
$6^3 =$	$16^3 =$
$7^3 =$	$17^3 = 4913$
$8^3 =$	$18^3 = 5832$
$9^3 =$	$19^3 = 6859$
$10^3 =$	$20^3 =$

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

? పై పట్టికలో మీరు గమనించే నమూనాలు ఏమిటి?

? మనకు తెలుసు 0, 1, 4, 5, 6, 9 మాత్రమే ఘన సంఖ్యల చివరి అంకెలుగా వస్తాయి. ఘన సంఖ్యల చివరి అంకెలుగా ఏవి రావచ్చు?

గణిత చర్చ

? వర్గాల్లాగే 1 అంకె, 2 అంకెలు, 3 అంకెలు ఉన్న ఘనాల సంఖ్యలను కనుగొన గలరా? మీరు ఏమి గమనిస్తారు.

? ఒక ఘనం వివరణా ఖచ్చితంగా రెండు సున్నాలు (00) తో ముగియగలదా? వివరిస్తారా?

భిన్నాలు/దశాంశాల వర్గాలను తీసుకో నట్లుయితే $(\frac{4}{6})^2$ $(13.08)^2$ మరియు $(-6)^2$ - మనం వాటి ఘనాలను కూడా గుణించవచ్చు $(\frac{4}{6})^3$, $(13.08)^3$ మరియు $(-6)^3$

$(\frac{4}{6})^3 = (\frac{4}{6}) \times (\frac{4}{6}) \times (\frac{4}{6}) = (\frac{64}{216})$

$(13.08)^3 = (13.08) \times (13.08) \times (13.08) = 2237.810112$

$(-6)^3 = -6 \times -6 \times -6 = -216.$

ట్యాక్సీ క్యాబ్ సంఖ్యలు (Taxi cab number)



ఒక సారి శ్రీనివాస రామానుజన్, కేంబ్రిడ్జ్ విశ్వవిద్యాలయాలంలో G. H హార్డ్లితో పని చేస్తునప్పుడు జరిగిన కథ హార్డ్లీ ఒక సారి ఆసుపత్రిలో రామానుజన్‌ని కలిసేందుకు వచ్చాడు. అతను వచ్చిన ట్యాక్సీ సంఖ్య 1729. హార్డ్లీ అన్నాడు "1729" చాలా నిరసక్తికరమైన సంఖ్య, ఇది చెడు సూచన కాక పోతే బాగుంటుంది. అని

అప్పుడే రామానుజన్ సమాధానమిచ్చాడు. కాదు హార్డ్లీ ఇది చాల ఆసక్తికరమైన సంఖ్య. ఇది రెండు ఘనాల మొత్తం రూపంలో రెండు భిన్నమైన రీతుల్లో వ్యక్తం చేయగల అతి చిన్న సంఖ్య.

$$1729 = 1^3 + 12^3$$
$$= 9^3 + 10^3$$

© QUEST NOT TO BE REPUBLISHED

ఈ కథ వల్ల 1729 ని ఇప్పుడు హార్డ్లీ – రామానుజన్ సంఖ్య అని పిలుస్తారు. రెండు ఘనాల మొత్తం రూపంలో రెండు రకాలుగా వ్యక్తం చేయగల సంఖ్యలను ట్యాక్సీ క్యాబ్ సంఖ్యలు అంటారు.

? 1729 తరువాత రెండు ట్యాక్సీ క్యాబ్ సంఖ్యలు 4104 మందు 13832, వీటిలో ప్రతిదాన్ని రెండు ధనాత్మక సంఖ్యల ఘనాల మొత్తంగా రెండు రీతుల్లో వ్యక్తం చేయగలమని చూపించండి.

ప్రయత్నించండి

రామానుజన్‌కి ఇది ఎలా సాధ్యమైంది? ఎందుకంటే అతనికి సంఖ్యలంటే చాలా ఇష్టం. అతని జీవితమంతా సంఖ్యలతో ఆటలాడేవాడు. కేంబ్రిడ్జ్‌లో గడిపిన కాలంలో అతని సహాచరులు అతని ప్రతిభకు అశ్చర్యంగా చూసేవారు. అతను చాలా లోతైన నమూనాలను గమనించ గలడని వారందరూ గుర్తించారు. అతని సహచరుడు జాన్ లిటల్ వుడ్ ఒక సారి అన్నాడు. ''ప్రతి ధనాత్మక పూర్ణ సంఖ్య రామానుజన్‌కి ఒక వ్యక్తిగత స్నేహితుడిలా ఉండేది''.

సంపూర్ణ ఘనాలు మరియు వరుస బేసి సంఖ్యలు

ఘనాలతో వరుసగా వచ్చే బేసి సంఖ్యలు కూడా పాత్ర పోషిస్తాయి. క్రింది నమూనాను చూడండి.

$1=1=1^3$

$3+5=8=2^3$

$7+9+11=27=3^3$

$13+15+17+19=64=4^3$

$21+23+25+27+29=125=5^3$

$31+33+35+37+39+41=216=6^3$.

ఈ శ్రేణి తరువాత మనకు ఈ క్రింది వరుస సంఖ్యల సమితి లభిస్తుంది.

91+ 93+45+97+99 +101+103+105+107+109

? లెక్క చేయ కుండానే ఈ మొత్తం ఏమిటో మీరు చెప్పగలరా

ఘనమూలం

$8 = 2^3$ అని మనకు తెలుసు,

మనం 2ని 8 యొక్క ఘనమూలం అని పిలుస్తారు మరియు దీనిని $2=\sqrt[3]{8}$ తో సూచిస్తాము.

సాధారణంగా $y = x^3$ అయితే x అనేది y యొక్క ఘనమూలం.

దీనిని $x = \sqrt[3]{y}$ ద్వారా $\sqrt[3]{8} = 2$ $\sqrt[3]{2^3} = 2$ సూచిస్తారు కాబట్టి

అదే విధంగా $\sqrt[3]{27} = \sqrt[3]{3^3} = 3$ మరియు $\sqrt[3]{1000} = \sqrt[3]{10^3} = 10$.

సాధారణంగా $\sqrt[3]{n^3} = n$

ఒక సంఖ్య ఒక ఘనమా కాదా అని మనం ఎలా కనుగొంటాము?

వర్గాలు సాధించిన విధముగా ప్రేరణ పొంది మనం ప్రధాన కారణాంకాలను ఉపమోగించ వచ్చో చూద్దాం.

3375 ఒక సంపూర్ణ ఘనం కాదా అని మనం పరిశీలిద్దాం.

? $3375 = 3\times3\times3\times5\times5\times5$

కారణాంకాలను మూడు సారూప్య సమూహాలుగా విభజించవచ్చా?

3375 కోసం మనం (3×5) మూడు సమూహాలను ఏర్పరచవచ్చు

కాబట్టి $3375 = (3\times5)\times(3\times5)\times(3\times 5)$

$= (3\times5)^3=15^3$.

© TBS NOT TO BE REPUBLISHED

మరొక మార్గం ఏమిటంటే , కారణాంకాలను త్రిభుజాలుగా వర్గీకరించ వచ్చో లేదో తనిఖీ చేయడం.

$3375 = (3 \times 3 \times 3)\ (5 \times 5 \times 5) = 3^3 \times 5^3$.

దీని అర్థం $\sqrt[3]{3375} = 15$.

500 ఒక సంపూర్ణ ఘనమా ?

500 = 2×2×5×5×5. కారణాంకాలను మూడు ఒకేలా గ్రూపులుగా విభజించలేమని మనం చూస్తాము. కాబట్టి 500 అనేది సంపూర్ణ ఘనము కాదు.

ఒక సంఖ్య యొక్క ప్రధాన కారణాంకం	దాని ఘనం యొక్క ప్రధాన కారణాంకం
$4 = 2\times2$	$4^3 = 64 = 2\times2\times2\times2\times2\times2 = 2^3\times2^3$
$6 = 2\times3$	$6^3 = 216 = 2\times2\times2\times3\times3\times3 = 2^3\times3^3$
$15 = 3\times5$	$15^3 = 3375 = 3\times3\times3\times5\times5\times5 = 3^3\times5^3$
$12 = 2\times2\times3$	$12^3=1728 = 2\times2\times2\times2\times2\times2\times3\times3\times3$ $=2^3\times2^3\times3^3$

ఒక సంఖ్యలోని ప్రతి ప్రధాన కారణాంకం దాని ఘనంలో మూడు సార్లు కనిపిస్తుంది.

ఈ క్రింది సంఖ్యల ఘనమూలాలను కనుగొనండి?

(i) $\sqrt[3]{64}$ = (ii) $\sqrt[3]{512}$ = (iii) $\sqrt[3]{729}$ =

క్రమాను సారమైన తేడాలు :

మనకు తెలుసు రెండు అనువర్తక సంపూర్ణ వర్గం మధ్య తేడా బేసి సంఖ్యలు ఇస్తుంది. క్రింది చిత్రాన్ని గమనించండి. సంపూర్ణ వర్గాల తేడాలను క్రమానుసారంగా లెక్కించారు. రెండు స్థాయిల తర్వాత అన్ని తేడాలు ఒకేలా వస్తాయి.

సంపూర్ణ వర్గాలు

1 4 9 16 25 36 ...

దశ - 1 **3 5 7 9 11 ...**

దశ - 2 **2 2 2 2 ...**

సంపూర్ణ ఘనంకు కూడా క్రమానుసార తేడాలను లెక్కించండి. అన్ని స్థాయిల్లో తేడాలు ఒకేలా వచ్చేవరకు కొనసాగించండి. మీరు ఏమి గమనించారు?

సంపూర్ణ ఘనం.

1 8 27 64 125 216 ...

© RTES NOT TO BE REPUBLISHED

1.3 చరిత్రలో ఒక చిటికెడు



మొదటి సారిగా సంపూర్ణ వర్గం మరియు సంపూర్ణ ఘనం జాబితా బాబిలోనియన్లు సుమారు క్రీ. పూ. 1700లో తయారు చేసారు. వీటిని మట్టి పలకలపై రాశి ఉంచేవారు. ఈ జాబితాలను ఉపయోగించి వారు త్వరగా వర్గమూలం, ఘనమూలం, భూమి కొలత, నిర్మాణ రూపకల్పన మరియు రేఖా గణిత గణనలు అవసరమైన ఇతర రంగాలకు సంబంధించిన సమస్యల మూలాలను అన్వేషించారు.

పురాతన సంస్కృత రచనలో 'వర్గం' అనే పదాన్ని చదరపు బొమ్మ లేదా దాని వైశాల్యానికి అలాగే చదరపు ఘాతాన్ని ఉపయోగించారు. మరియు 'ఘన' అనే పదాన్ని ఘనానికి మరియు మూడు సార్లు దానితో ఉన్న సంఖ్య యొక్క లబ్ధానికి రెండింటికి ఉపయోగించారు. నాల్గవ ఘాతాన్ని వర్గం-వర్గం అని పిలుస్తారు. ఈ పదాలు భారతదేశంలో కనీసం మూడవ శతాబ్దం BCE నుండి ఉపయోగించ బడ్డాయి.

ఆర్యభట్ట (499 CE) ప్రకారం –

నాలుగు సమాన భుజాలు కలిగిన చదరపు ఆకారం మరియు దాని పరిధిని సూచించే సంఖ్యను ''వర్గం'' అని పిలుస్తారు. రెండు సమాన పరిమాణాల ఉత్పత్తిని కూడ 'వర్గం' అంటారు.

కాబట్టి చదరపు ఘాతం వర్గ అనే పదం, చదరపు ఆకారాన్ని ప్రతినిధిగా ఉపయోగించడంలోకి వచ్చింది.

రూట్ (మొక్క యొక్క వేరు) అనే పదాన్ని గణితంలో చదరపు మూలాన్ని సూచించడానికి ఎందుకు ఉపయోగిస్తారు ?

ఇది ఎందుకంటే ప్రాచీన భారతదేశంలో సాధారణంగా మూలం అనే పదం మూలం, ఆధారం, కారణం. మొదట, మొదలు అనే అర్థాలలో ఉపయోగించేవారు.

సంస్కృతంలో 'వర్గ-మూలం' (చదరపు మూలం) చదరపు ఆకారానికి 'ఘనమూలం', ఘనాకారానికి ఉపయోగించేవారు తరువాత ఇది అరబిక్ మరియు లాటిన్ ద్వార 'జిదర్ ' మరియు 'రాడిక్స్' అనే పదాల ద్వారాను ప్రవేశించింది.

మూలం అనే పదం భారతదేశంలో కనీసం మొదటి శతాబ్దం. BCE నుండే ఉపయోగించ బడింది. మరొక పదం 'పద' కూడా ఉంది. (పాదం, ఆధారం, కారణం, మూలం) బ్రహ్మగుప్త (628 CE) విస్తరిస్తూ. కృతి (చతురస్రం) యొక్క పద (మూలం) అదిఒక చదరపుగా ఉంటుంది.

? వీటిని లెక్కించండి.

1. 27000 మరియు 10648 యొక్క ఘన మూలాలను కనుగొనండి.
2. 1323ని గుణించడానికి ఏ సంఖ్యను ఉపయోగిస్తే అది ఘన సంఖ్య అవుతుంది.

© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

3. క్రింది వాక్యాలను సరి లేదా తప్పుని వేర్కొని మీ కారణాన్ని వివరించండి.

(i) ఏదైనా బేసి సంఖ్య యొక్క ఘన విలువ సరి సంఖ్య అవుతుంది.

(ii) 8తో 8 ముగిసే ఘన విలువలు ఉండవు.

(iii) రెండు అంకెల సంఖ్య యొక్క ఘన విలువ మూడు అంకెల సంఖ్య కావచ్చు.

(iv) రెండు అంకెల సంఖ్య యొక్క ఘన విలువ ఏడుకు మించి లేదా పదంకెల విలువగా ఉండవచ్చు.

(v) ఘన సంఖ్యలకి బేసి కారణాంకాలు ఉంటాయి.

4. 1331 ని ఒక సంపూర్ణ ఘన సంఖ్య అని మీరు చెప్పబడినప్పుడు దాని యొక్క ఘనమూలాలను ప్రధాన కారణాంకాల విధములో కనుగొనండి? అదే విధంగా 4913, 12167 మరియు 32768 యొక్క ఘన మూలాన్ని కనుగొనండి.

5. క్రింది వాటిలో ఏది గొప్పది? మీ తర్కాన్ని వివరించండి.

(i) $67^3–66^3$ (ii) $43^3–42^3$ (iii) $67^2–66^2$ (iv) $43^2– 42^2$

© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

సారాంశం

- ఒక సంఖ్యను దానితోనే గుణించడం ద్వారా లభించే సంఖ్యను వర్గ సంఖ్య అంటారు. సహజ సంఖ్యల వర్గాలను సంపూర్ణ వర్గలంటారు.
- అన్ని సంపూర్ణ వర్గాలు 0, 1, 4, 5, 6 లేదా 9 తో ముగుస్తాయి. వర్గాలు చివరలో సరి సంఖ్య సున్నాలను మాత్రమే కలిగి ఉంటుంది.
- వర్గమూలం అనేది వర్గం యొక్కవిలోమ చర్య. ప్రతి సంపూర్ణ వర్గం రెండు విభిన్న వర్గమూలాలను కలిగి ఉంటుంది. ఒక సంఖ్య యొక్క ధనాత్మక వర్గమూలాన్ని '$\sqrt{}$' గుర్తుతో సూచిస్తారు.
  ఉదాహరణకు $\sqrt{9}=3$.
- ఒక సంఖ్యను అదే సంఖ్యతో మూడుసార్లు గుణించడం ద్వారా పొందిన సంఖ్యను ఘనం అంటారు. ఉదాహరణకు 1, 8, 27.... మొదలైనవి ఘనాలు.
- ఒక సంఖ్య యొక్క ప్రధాన కారణాంకాలను రెండు సారూప్య సమూహాలుగా విభజించగలిగితే ఆ సంఖ్యను సంపూర్ణ వర్గము అంటారు.
- ఒక సంఖ్య యొక్క ప్రధాన కారణాంకాలను మూడు సారుప్య సమూహాలుగా విభజించగలిగితే అదే సంపూర్ణ ఘనం అవుతుంది .
- ఘనములు సంకేతం $\sqrt[3]{\ }$ తో సూచిస్తారు. ఉదాహరణకు $\sqrt[3]{27} = 3$.



''పజిల్ సమయం''

వర్గ జంటలు!

క్రింది సంఖ్యలను చూడండి. 3, 6, 10, 15, 1

ప్రక్క ప్రక్కన ఉన్న ప్రతి రెండు సంఖ్యల మొత్తం ఒక వర్గం సంఖ్య అయ్యేలా ఇవి అమర్చబడ్డాయి.

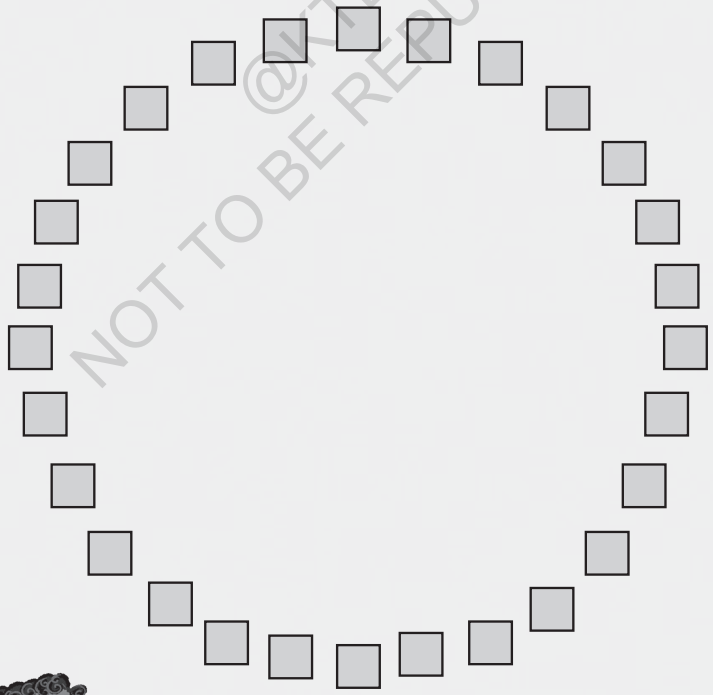
$3 + 6 = 9, \quad 6 + 10 = 16, \quad 10 + 15 = 25, \quad 15 + 1 = 16.$

ఇదే పద్ధతి 1 నుండి 17 వరకు ఉన్న సంఖ్యలను (పునరావృతం కాకుండా) ఒక వరుసలో అమర్చడానికి ప్రయత్నించండి. – ప్రతి ప్రక్కప్రక్కన ఉన్న సంఖ్యల జంట మొత్తం ఒక వర్గ సంఖ్య కావాలి.

మీరు వాటిని ఒకటి కంటే ఎక్కువ విధాలుగా అమర్చగలరా? ఒక వేళ లేకపోతె ఎందుకు కాదో వివరించ గలరా?



ఇదే విధంగా 1 నుండి 32 వరకు ఉన్న సంఖ్యలతో (పునరావృతం కాకుండా) చేయగలరా? అయితే ఈ సారి అన్ని సంఖ్యలను ఒక వృత్తాకారంలో అమర్చాలి?



@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED



2 ఘాతాంకాల ఆట (POWER PLAY)

X2P9X1

2.1 ఘాతాంకాల ఆటను అనుభవించుట.....

ఒక అసాధ్యమైన ప్రయత్నం!.

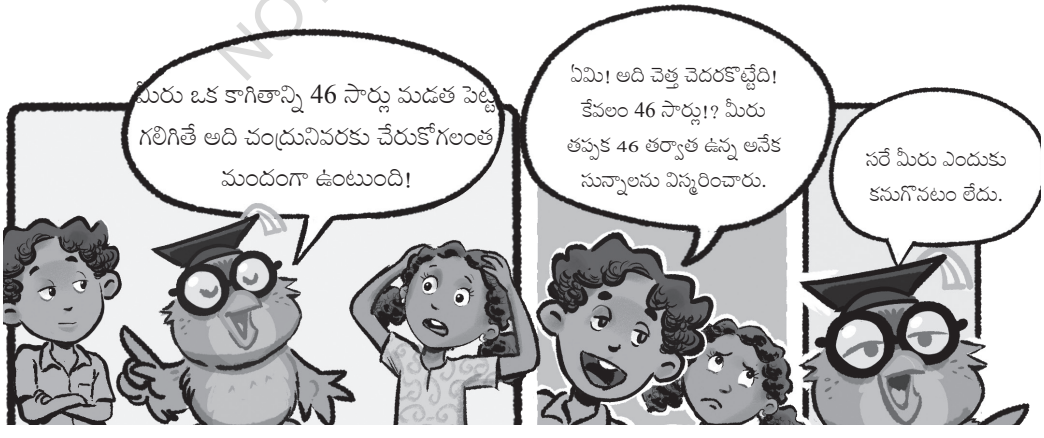
ఒక కాగితపు షీట్ తీసుకోండి, దొరికేంత పెద్ద షీట్ అయితే బాగుంటుంది. దాన్ని ఒకసారి మడత పెట్టండి. మళ్ళీ మడత పెట్టండి మళ్లీ మడత పెట్టండి.

? మీరు దాన్ని ఎన్ని సార్లు మడత పెట్టి మళ్లీ మడత పెట్టగలరు?

ఎస్టా అంటాడు''నేను విన్నదేమిటంటే, ఒక కాగితపు షీట్ని 7 సార్లు కంటే ఎక్కువ సార్లు మడతపెట్ట లేరు.

రాక్సీ జవాబు చెప్పింది ''ఒక వేళ మనం పత్రికా కాగితం లేదా టిష్యూ పేపర్ వంటి సన్నని కాగితాన్ని ఉపయోగిస్తే ఏమవుతుంది?

వేర్వేరు రకాల కాగితాలతో ప్రయత్నించి ఏమవుతుందో చూడండి.



© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

? మీరు ఒక కాగితపు షీట్ని ఎన్ని సార్లు కావాలన్నా మడతపెట్ట గలరని అనుకోండి. 30 మడతల తర్వాత దాని మందం ఎంత ఉంటుంది? ఒక అంచనా వెయ్యండి.

46 మడతల తర్వాత ఒక కాగితపు షీట్ ఎంత మందంగా ఉంటుందో కనుగొందాం. ఆ షీట్ యొక్క మందం 0.001 సెం.మీ. అని అనుకుందాం.

? క్రింది పట్టిక ప్రతి మడత తర్వాత మందాన్ని జాబితా చేస్తుంది. ప్రతి మడత తర్వాత మందం రెట్టింపు అవుతుందని గమనించండి.

మడత	మందం	మడత	మందం	మడత	మందం
1	0.002 cm	7	0.128 cm	13	8.192 cm
2	0.004 cm	8	0.256 cm	14	16.384 cm
3	0.008 cm	9	0.512 cm	15	32.768 cm
4	0.016 cm	10	1.024 cm	16	65.536 cm
5	0.032 cm	11	2.048cm	17	131cm
6	0.064 cm.	12	4.096 cm		

("సుమారుగా సమానం" అని సూచించడానికి మనం '≈' గుర్తును ఉపయోగిస్తాము.).

10 మడతల తర్వాత, మందం కేవలం 1 సెం.మీ కంటే ఎక్కువ (1.024cm)

17 మడతల తర్వాత మందం సుమారు 131 సెం.మీ (4 అడుగులు కంటే కొంచెం ఎక్కువ).

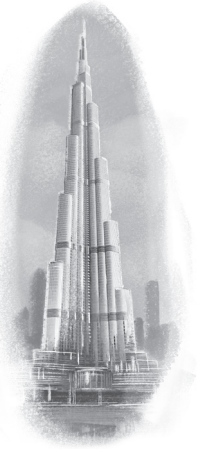
? ఇప్పుడు 30 మడతల తర్వాత మందం ఎంత ఉంటుందని మీరు అనుకుంటున్నారు? 45 మడతలు ? ఒక అంచనా వెయ్యండి.

గణిత చర్చ

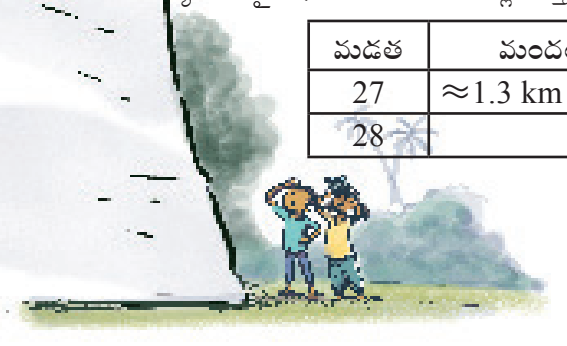
? క్రింది పట్టికను పూరించండి.

మడత	మందం	మడత	మందం	మడత	మందం
18	≈262 cm	21		24	
19	≈524 cm	22		25	
20	≈10.4 cm	23		26	

26 మడతల తర్వాత మందం సుమారు 670 మీ. దుబాయ్‌లోని బుర్జ్ ఖలీఫా ప్రపంచంలోనే అత్యంత ఎత్తైన భవనం. 830 మీటర్లు ఎత్తు ఉంది.



మడత	మందం	మడత	మందం
27	≈1.3 km	29	
28		30	



© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

30 మడతల తర్వాత, కాగితం యొక్క మందం సుమారు 10.7 కి.మీ విమానాలు ఎగిరే సాధారణ ఎత్తు. మహా సముద్రాలలో కనుగొనబడిన అత్యంత లోతైన బిందువు మరియానా ట్రెంచ్, ఇది 11 కి.మీ లోతు కలిగిఉంది.

మడత	మందం	మడత	మందం	మడత	మందం
31		36		41	
32		37		42	
33		38		43	
34		39		44	
35		40		45	

కేవలం 46 మడతల తర్వాత మందం 7,00,000 కి. మీ కంటే ఎక్కువగా ఉంటుందనే వాస్తవాన్ని అర్థం చేసుకోవడం కష్టంగా ఉండవచ్చు. ఇది గుణకార వృద్ధి యొక్క శక్తి దీనిని ఘనతీయవృద్ధి అని కూడ పిలుస్తారు. ఈ వృద్ధిని విశ్లేషిద్దాం. ప్రతి మడత తర్వాత మందం రెంట్టింపు అవుతుందని మనం చూశాము.

మడత 4	0.016 cm
మడత 5	0.032 cm

మడత 9	0.512 cm
మడత 10	1.024 cm

రెండు మడతల తర్వాత మందంలో మార్పును గమనించండి. ఇది ఎంత వరకు పెరుగు తుంది?

ఏదైనా 3 మడతల తర్వాత మందం 8 రెట్లు (= 2x2x2) పెరుగుతుంది. ఇది నిజమేనా అని తనిఖీ చేయండి

అదే విధంగా ఏ బిందువు నుండైనా, 10 మడతల తర్వాత మందం

1024 రెట్లు (= 2 ని స్వయంగా 10 సార్లు గుణించడం) పెరుగుతుంది. క్రింది పట్టిక చూపినట్లు.

మడత	మందం	ఎన్ని రెట్లు పెరుగుతుంది
0 నుండి 10	1.0.24cm - 0.001cm = 1.023 (1)	1.024 ÷ 001 =1024
10 నుండి 20	10.485m -1.024cm ≈ 10.474 m	10.485m ÷ 1.024cm = 1024
20 నుండి 30	10995 km - 10.737 km ≈10984.2km	10995 km ÷ 10.737km = 1024
30 నుండి 40	10995 km– 10.737 km ≈ 10984.2 km	10995 km÷ 10.737 km = 1024

NOT TO BE REPUBLISHED @KTBS

2.2. ఘాతాంక సంజ్ఞామానం మరియు క్రియలు.

కాగితం యొక్క ప్రారంభ మందం 0.001 సెం.మీ.

ఒక సారి మడత పెట్టినప్పుడు దాని మందం 0.001 సెం.మీ x 2=0.002 అయింది. రెండు సార్లు మడత పెట్టినప్పుడు దాని మందం _____ అయింది.

$0.001cm \times 2 \times 2 = 0.004cm$ or $0.001cm \times 2^2 = 0.004cm$ (సంక్షిప్త రూపంలో)

మూడు సార్లు మడత పెట్టినప్పుడు దాని మందం అయింది. _____

$0.001cm \times 2 \times 2 \times 2$ లేదా $0.001cm \times 2^3 = 0.008cm$.

నాలుగు సార్లు మదత పెట్టినప్పుడు దాని మందం అయింది. _____

$0.001cm \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$ లేదా $0.001\ cm \times 2^4 = 0.016\ cm$.

అదే విధంగా 7 సార్లు మడత పెట్టినప్పుడు కాగితాం యొక్క మందం

కోసం వ్యక్తీకరణ 0.001 సెం.మీ $\times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$ లేదా $0.001cm \times 2^7 = 0.128cm$. అవుతుంది.

వర్గ సంఖ్యలను n^2 మరియు ఘన సంఖ్యలను n^3 గా వ్యక్తపరచ వచ్చని మనంచూసాము.

$n \times n = n^2$ 'n వర్గం' లేదా 'n ఘతసూచి 2' అనిచదవండి.

$n \times n \times n = n^3$ ("n ఘనం" లేదా "n ఘాత సూచి 3' అని చదవండి).

$n \times n \times n \times n = n^4$ ("n ఘతసూచి 4 అని చదవండి).

$n \times n \times n \times n \times n \times n = n^7$ ("n ఘత సూచి 7 అని చదవండి).

మరియు ఇలా చెబుతూ పోవచ్చు.

సామాన్యంగా n ని స్వయంగా 'a' సార్లు గుణించడాన్ని సూచించడానికి మనం n^a అని రాస్తాము.

$5^4 = 5 \times 5 \times 5 \times 5 = 625$.

5^4 అనేది 625 యొక్క ఘతాంక రూపం. ఇక్కడ 4 అనేది **ఘతాంకం/ఘాత** సూచి మరియు 5 అనేది ఆధారం (భూమి)

5^n రూపంలో ఉన్న ఘతాంకాలను 5 మొక్క ఘాతసూచి అంటారు.

$5; 5^1, 5^2, 5^3, 5^4$..... మొదలైనవి. $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^{10}$

©KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

= 1024 ముందు చూసిన 1024 గుర్తుందా? అక్కడ ప్రతి 10 మడతల తర్వాత మందం 1024 రెట్లు పెరిగింది అని అర్థం.

5^4 ను 5ను 4 యొక్క ఘాతంగా పెంచ బడింది లేదా 5 యొక్క 4వ ఘాతం అని చదవవచ్చు.

? ఒక కాగితపు షీట్ 10 సార్లు మడత పెట్టిన తర్వాత దాని మందాన్ని ఏ వ్యక్తీకరణ వివరిస్తుంది? ప్రారంభం ముందు v అక్షర-సంఖ్య ద్వారా సూంచించ బడుతుంది.

(1) 10v (ii) 10+v (iii) 2 x 10 x v

(iv) 2^{10} (1) 2^{10} v (vi) 10^2 v.

ఘాతాంక సంజ్ఞామానం యొక్క మరికొన్ని ఉదాహరణలు:

$4 \times 4 \times 4 = 4^3 = 64$.

$-4 \times -4 \times -4 = (-4)^3 = -64$.

అదేవిధంగా

$a \times a \times a \times b \times b$ ని a^3b^2 గా వ్యక్తపరచవచ్చు (a ఘనం b వర్గం అని చదవండి).

$a \times a \times b \times b \times b \times b$ ని $a^2 b^4$గా వ్యక్తపరచవచ్చు (a వర్గం b యొక్క ఘాతం 4 అని చదవండి).

$4 + 4 + 4 = 3 \times 4 = 12$ అయితే $4 \times 4 \times 4 = 4^3 = 64$ గుర్తుంచు కొండి.

? 32400 సంఖ్యను దాని ప్రధాన కారణాంకాల లబ్ధంగా వ్యక్త పరచవచ్చు మరియు ప్రధాన కారణాంకాలను వాటి ఘాతాంక రూపంలో సూచించండి.

$32400 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 5 \times 5 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3$.

ఘాతాంక రూపంలో ఇది ఇలా ఉంటుంది $32400 = 2^4 \times 5^2 \times 3^4$

2	32400
2	16200
2	8100
2	4050
5	2025
5	405
3	81
3	27
3	9
3	3
	1

? $(-1)^5$ అంటే ఏమిటి? ఇది ధనాత్మకమా లేదాఋణాత్మకమా? అయితే $(-1)^{56}$ అంటే ఏమిటి?

? $(-2)^4 = 16$ పరిశీలించండి.

0^2, 0^5 ? అంటే ఏమిటి?

0^n? అంటే ఏమిటి

? **కనుగొనండి:**

1. క్రింది వాటిని ఘాతాంక రూపంలో వ్యక్తపరచండి.

(i)	$6 \times 6 \times 6 \times 6$	(ii)	$y \times y$
(iii)	$b \times b \times b \times b$	(iv)	$5 \times 5 \times 7 \times 7 \times 7$
(v)	$2 \times 2 \times a \times a$	(vi)	$a \times a \times a \times c \times c \times c \times c \times d$

©KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

2. క్రింది వాటికి ప్రతిదానిని వాటి ప్రదాన కారణాంకాల ఘాతాంక రూపంలో వ్యక్తపరచండి.

(i) 648 (ii) 405 (iii) 540 (iv) 3600

3. క్రింది వాటి యొక్క సంఖ్యాత్మక విలువను రాయండి.

(i) 2×10^3 (ii) $7^2 \times 2^3$

(iii) 3×4^4 (iv) $(-3)^2 \times (-5)^2$

(v) $3^2 \times 10^4$ (vi) $(-2)^5 \times (-10)^6$

ప్రకాశించే రాళ్లు.....



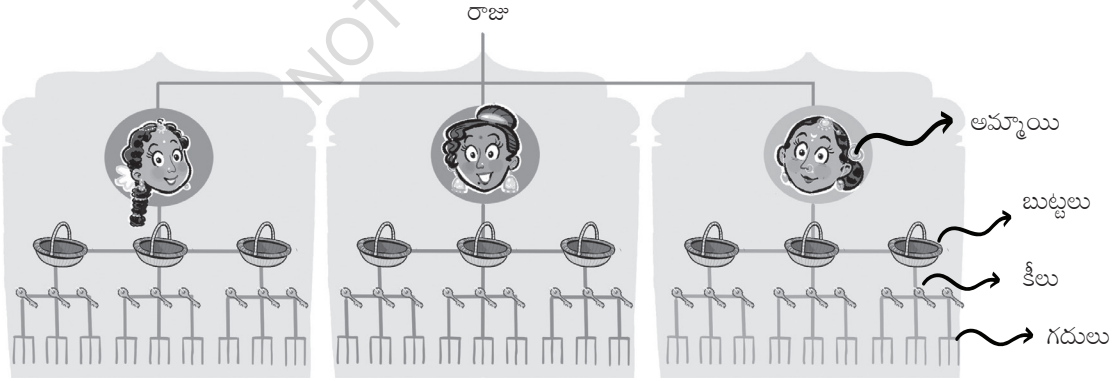
? ముగ్గురు కుమారైలు ఆసక్తికరమైన కళ్ళతో, ప్రతి ఒక్కరికి మూడు బుట్టలు లభించాయి ఇక రాజు బహుమతి బుట్టలో మూడు వెండి తాళాలు ఉన్నాయి. ప్రతి తాళం మూడు పెద్ద గదులను సులభంగా తెరుస్తుంది. ప్రతి గదిలో టేబుల్స్ ఉన్నాయి. ఒకట, రెండు, మూడు. ప్రతి టేబుల్ల పై మూడు ప్రకాశవంతమైన కంఠాహారం ఉన్నాయి. మీరు చూడండి.

ప్రతి కంఠాహారంలో మూడు వజ్రాలు ఉన్నాయి చాలా సూక్ష్మంగా.... మీరు ఈ ప్రకాశించే రాళ్లను లెక్కించ గలరా?

సూచన : బుట్టలు మరియు గదుల సంఖ్యను కనుగొనండి.

? మొత్తం ఎన్ని గదులు ఉన్నాయి?

ఇవ్వబడిన సమాచారాన్ని కింద చూపిన విధంగా దృశ్యమానం చేయవచ్చు.



చిత్రం నుండి గదుల సంఖ్య 3^4 దీనిని 3 తో పదే పదే స్వయంగా గుణించడం ద్వారా లెక్కించవచ్చు.

@KVBS NOT TO BE REPUBLISHED

$3 \times 3 = 9.$

$9 \times 3 = 27.$

$27 \times 3 = 81.$

$81 \times 3 = 243.$

? మొత్తం ఎన్ని వజ్రాలు ఉన్నాయి? పైన ఉన్న లబ్ధాలను ఉపయోగించి కేవలం ఒక గుణా కారం ద్వారా మనం కనుగొనగలమా?

వజ్రాల సంఖ్య $3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 3^7$

మనం ఇలా మార్చవచ్చు $3^7 = (3 \times 3 \times 3 \times 3) \times (3 \times 3 \times 3)$ మనం 3^4 వరకు లెక్కించాము. 3^7 ని కనుగొనడానికి మనం $3^4 (= 81)$ $3^3 (= 27)$ చే గుణించవచ్చు.

$$= 3^4 \times 3^3$$

$$= 81 \times 27 = 2187$$

$$\underbrace{3 \times 3 \times 3 \times 3}_{3^4} \times \underbrace{3 \times 3 \times 3}_{3^3}$$

? 3^7 ని $3^2 \times 3^5$ గా కూడా రాయవచ్చు మీరు ఎందుకు అని కారణం చెప్పగలరా? ఇది ఘాతాంకాలు ఒకే అక్షర – సంఖ్యలు ఉన్న లబ్ధాలకు సులభంగా విస్తరించ బడుతుంది.

? $p^4 \times p^6$ గుణలబ్ధంను ఘాతాంక రూపంలో రాయండి.

$p^4 \times p^6 = (p \times p \times p \times p) \times (p \times p \times p \times p \times p \times p) = p^{10}.$

మనం దీన్ని సాదారణీ కరించుట

$n^a \times n^b = n^{a+b}$, ఇక్కడ 'a' మరియు 'b' లను లెక్కించే సంఖ్యలు

? ఈ పరిశీలనను ఉపయోగించి క్రింది వాటిని లెక్కించండి.

(i) 2^9 (ii) 5^7 (iii) 4^6

గణిత చర్చ

4^6 ని రెండు విధాలుగా అంచనా వేయవచ్చు.

$(4 \times 4 \times 4) \times (4 \times 4 \times 4) = 4^3 \times 4^3$ $= 64 \times 64$ $= 4096.$	$(4 \times 4) \times (4 \times 4) \times (4 \times 4) = 4^2 \times 4^2 \times 4^2$ $= 16 \times 16 \times 16$ $= 4096.$
$4^3 \times 4^3$ అనేది 4^3 యొక్క వర్గం అంటే $4^3 \times 4^3$ ని $(4^3)^2$ అని కూడ రాయవచ్చు	$4^2 \times 4^2 \times 4^2$ అనేది 4^2 యొక్క ఘనం $4^2 \times 4^2 \times 4^2$ ని కూడా $(4^2)^3$ అని కూడా రాయవచ్చు

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

అదేవిధంగా $7^4 = (7 \times 7) \times (7 \times 7) = 7^2 \times 7^2 = (7^2)^2$ మరియు

$2^{10} = (2 \times 2) \times (2 \times 2) \times (2 \times 2) \times (2 \times 2) \times (2 \times 2)$

$= (2^2) \times (2^2) \times (2^2) \times (2^2) \times (2^2)$

$= (2^2)^5$.

? 2^{10} కూడా $(2^5)^2$ కు సమానమేనా? దానియొక్క గుణలబ్ధంను కనుగొనండి?

$2^{10} = (2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2) \times (2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2)$

$= (2^5) \times (2^5)$

$= (2^5)^2$.

సాధారణంగా $(n^a)^b = (n^b)^a = n^{a \times b} = n^{ab}$, ఇక్కడ a, b లెక్కించే సంఖ్యలు

? క్రింది వ్యక్తీకరణాలను ఘాతాంక రూపంలో చూపించు కనీసం రెండు వేర్వేరు మార్గాల్లో రాయండి?

(i) 8^6 (ii) 7^{15} (iii) 9^{14} (iv) 5^8

మాయాజాల చెరువు:

1. అందమైన మాయాజాలం ఉన్న చెరువు మధ్యలో ఒక ప్రకాశవంతమైన గులాబీ తామర పువ్వు ఉంది. ఈ చెరువులో ప్రతిరోజూ తామర పువ్వుల సంఖ్య రెట్టింపు అవుతుంది. 30 రోజుల తర్వాత, చెరువు పూర్తిగా తామర పువ్వులతో కప్పబడి ఉంటుంది. ఏ రోజున చెరువు సగం నిండింది?



2. 30 రోజులకు చెరువు పూర్తిగా తామర పువ్వలతో కప్పబడి ఉంటే 29వ రోజు ఎంతభాగం తామర పువ్వలతో కప్పబడి ఉంటుంది?

3. తామర పువ్వుల సంఖ్య ప్రతిరోజూ రెట్టింపు అవుతుంది కాబట్టి 29వ రోజు చెరువు సగం వరకు నిండి ఉండాలి.

4. చెరువులో తామర పువ్వుల సంఖ్యను (ఘాతాంక రూపంలో) తెలపండి. () పూర్తిగా కప్పబడి ఉంది () సగం కప్పబడి ఉంది.

? మరొక చెరువు ఉంది, దీనిలో తామర పువ్వుల సంఖ్య ప్రతి రోజు మూడు రెట్లు అవుతుంది. రెండు చెరువులలో పువ్వులు లేనప్పుడు, దమయంతి రెట్టింపు చెరువులో ఒక తామరపువ్వు ఉంచింది. 4 రో జుల తర్వాత అమె అక్కడి నుండి అన్ని తామర పువ్వులను తీసి మూడు రెట్లు చెరువులో ఉంచింది. మరో 4 రోజుల తర్వాత మూడు రెట్లు చెరువులో ఎన్ని తామరపువ్వలు ఉంటాయి?

© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

మొదట నాలుగు రోజులు తర్వాత తామర పువ్వుల సంఖ్య $1 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^4$.

తర్వాత 4 రోజులు తర్వాత తామర పువ్వుల సంఖ్య $2^4 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 2^4 \times 3^4$

? దమయంతి చెరువులో పువ్వులను ఉంచే క్రమాన్ని మారిస్తే ఏమవుతుంది? అప్పుడు ఎన్ని తామర పువ్వులు ఉంటాయి?

$1 \times 3^4 \times 2^4 = (3 \times 3 \times 3 \times 3) \times (2 \times 2 \times 2 \times 2)$.

? ఈ లబ్ధంను ఒక ఘాతాంకం m^n గా వ్యక్తపరచగలమా, ఇక్కడ m, n కొన్ని లెక్కించే సంఖ్యలు?

సామాన్య రూపంలో $= (3 \times 2) \times (3 \times 2) \times (3 \times 2) \times (3 \times 2)$

$= (3 \times 2)^4 = 6^4$.

$m^a \times n^a = (mn)^a$, ఇక్కడ 'a' ఒక లెక్కించే సంఖ్య

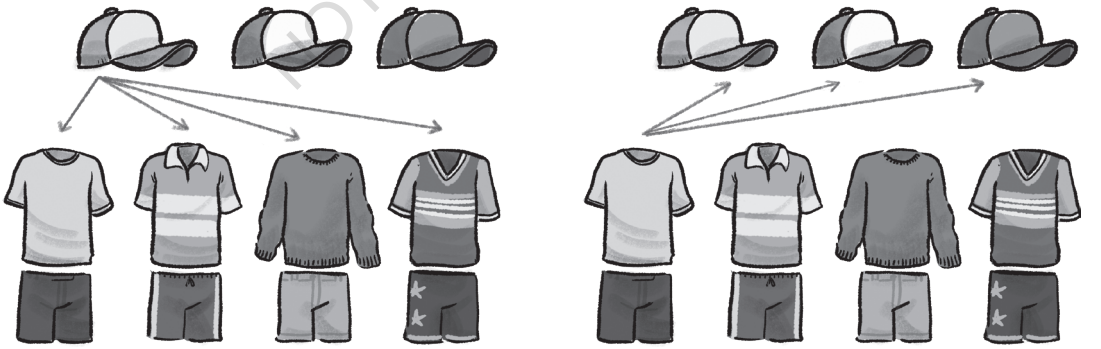
ఈ పరిశీలన ఉపయోగించి $2^5 \times 5^5$ యొక్క విలువను లెక్కించండి.

? $\frac{10^4}{5^4}$ సులభీకరించి ఘాతాంక రూపంలో రాయండి. సాధారణంగా దీనిని మనం ఇలా చూపవచ్చు $\frac{m^a}{n^a} = (\frac{m}{n})^a$

ఎన్ని కలయికలు

? ఎస్టూకి 4 దుస్తులు మరియు 3 టోపీలు ఉన్నాయి. ఎస్టూదుస్తులు మరియు టోపీలను ఎన్ని విభిన్న మార్గాల్లో కలపగలడు?

ప్రతి టోపీకి, అతను 4 దుస్తులలో ఏదైనా ఎంచుకోవచ్చు, కాబట్టి 3 టోపీలకు $4 + 4 + 4 = 4 \times 3 = 12$ కలయికలు సాధ్యం. మనం దీన్ని ఇలా కూడా చూడవచ్చు. ప్రతి దుస్తులకి ఎస్టూ 3 టోపీలలో ఏదైనా ఎంచుకోవచ్చు. కాబట్టి 4 దుస్తులకు $3 + 3 + 3 + 3 = 3 \times 4 = 12$ కలయికలు సాధ్యమా.



@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

? రోక్సీకి 7 దుస్తులు, 2 టోపీలు, మరియు 3 జతల షూలు ఉన్నాయి. రోక్సీ ఎన్ని విభిన్న మార్గాల్లో దుస్తులు ధరించగలడు. **(సూచన:** పైన ఉన్న దాని వంటి రేఖా చిత్రాన్ని గీయడానికి ప్రయత్నించండి).

? ఎస్టా మరియు రోక్సీ వారి ముత్తాత సేకరించిన పాత స్టాంపులు మరియు నాణేలు ఉన్న ఒక భద్రతా వ్యవస్థను కనుగొన్నాడు. ఇది 5-అంకెల సంకేత పదం (password) సరక్షితంగా ఉంచబడింది. ఎవరికి ఈ సంకేత పదం తెలియకపోవడంతో అది తెరుచుకునే వరకు ప్రతి సంకేత పదం (password) ను ప్రయత్నించడం తప్పవారికి ఇతర మార్గం లేదు. వారు అదృష్టవంతులు కాకపోవడంతో, అన్ని సాధ్యమైన కలయికలను ప్రయత్నించిన తర్వాత చివరి సంకేతపదం (password) తో లాక్ తెరిచింది. వారు మొత్తం ఎన్నిసంకేత పదం (password) ను ప్రయత్నించారు?



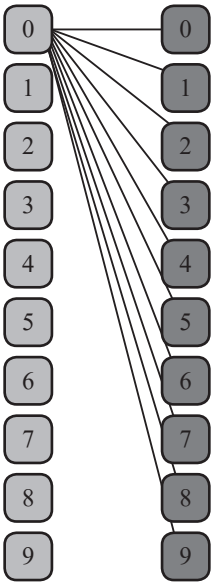


మీరు ఒక సమస్యను పరిష్కరించ లేకపోతే మీరు పరిష్కరించ గలిగే సరళమైన సమస్యలను కనుగొనడానికి ప్రయత్నించండి. ఈ పద్ధతి అనేక సార్లు ఉపయోగపడుతుంది.

5 అంకెల లాక్‌కు బదులు మనకు 2 అంకెల లాక్ ఉందని అనుకుందాం మరియు ఎన్ని సంకేత పదాలు (password) సాధ్యము కనుగొనడానికి ప్రయత్నిద్దాం.

మొదట అంకెకు 10 ఎంపికలు ఉన్నాయి (0 నుండి 9 వరకు) వీటిలో ప్రతి ఒక్కదానికి, రెండవ అంకెకి 10 ఎంపికలు ఉన్నాయి (0 మొదట అంకి అయితే 01, 02, 03, 04, - - - - - - 09 సాధ్యమే) కాబట్టి 2 అంకెల లాక్‌కు మొత్తం కలయికలు $10 \times 10 = 100$.

ఇప్పుడు మనకు 3 అంకెల లాక్ ఉందని అనుకుందాం మునుపటి 100 (2-అంకెల) సంకేత పదంలో ప్రతి ఒక్కదానికి మూడవ అంకెకి 10 ఎంపికలు ఉన్నాయి. కాబట్టి 3 - అంకెల లాక్‌కు $100 \times 10 = 1000$ కలయికలు ఉన్నాయి. వీరు వాటన్నింటినీ జాబితాచేయవచ్చు : 000, 001, 002 - - - - - - - - 997, 998, 999



ఎన్ని 5 అంకెల సంకేత పదాలు సాధ్యము?



ప్రతి అంకెకు 10 ఎంపికలు ఉన్నాయి కాబట్టి 5 - అంకెల లాక్‌కు ఎన్ని ఉంటాయి. $10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 = 10^5 = 1,00,000$ సంకేతపదాలు ఇది 99,999, వరకు అన్ని 5 అంకెలతో సంఖ్యలను రాయడం వలన ఇలా ఉంటుంది. 00000, 00001, 00002, ...00010, 00011, ..., 00100, 00101, ..., 00999, ..., 30456, ..., 99998, 99999.

@KVBS NOT TO BE REPUBLISHED

ఎస్టా అంటాడు "తర్వాత సర్ నేను A నుండి Z వరకు అక్షరాలు ఉన్న 6 స్లాట్లో లాక్ కొనుగోలు చేస్తాను ఇది సురక్షితంగా ఉంటుందని నేను భావిస్తున్నాను.

? అలాంటి లాక్ తో ఎన్ని సంకేత పదాలు (password) సాధ్యమవుతాయి?

ప్రయత్నించండి

? వివిధ సందర్భాలల్లో ఎన్ని కలయికలు సాధ్యమా అని ఆలోచించండి, కొన్ని ఉదాహరణలు

(i) భారత దేశములోని స్థలాల పిన్కోడ్లు - మధ్యప్రదేశలోని విదిశ మొక్క పిన్కోడ్ 464001 మిజోరంలోని జోమాబాయ్కు యొక్క పిన్కోడ్ 796017 .

(ii) మొబైల్ నంబర్లు

(iii) వాహన రిజిస్ట్రేషన్ నంబర్లు

ఈ సంఖ్యలు లేదా కోడ్లు ఎలా కేటాయించ బడతాయి / జనరేట్ చెయ బడతాయో కనుగొనడానికి ప్రయత్నించండి.

2.3 ఘాతాంకాల మరొక వైపు

16 యూనిట్లు పొడవుగల ఒక రేఖను ఊహించుకోండి. దానిలొ సగాన్ని తుడిచి వేస్తే

$$2^4 \div 2 = \frac{2 \times 2 \times 2 \times 2}{2} = 2 \times 2 \times 2 = 2^3 = 8 \text{ యూనిట్లు}$$

మరోసారి సగాన్ని తుడిచి వేస్తే

$$(2^4 \div 2) \div 2 = 2^4 \div 2^2 = \frac{2 \times 2 \times 2 \times 2}{2 \times 2} = 2 \times 2 = 2^2 = 4 \text{ యూనిట్లు}$$

16 సెం. మీ ని మూడు సార్లు సగం చేయడాన్ని ఇలా రాయవచ్చు.

$$2^4 \div 2^3 = \frac{2 \times 2 \times 2 \times 2}{2 \times 2 \times 2} = 2 = 2^1 = 2 \text{ యూనిట్లు}$$

దీని నుండి మనం చూడవచ్చు $2^4 \div 2^3 = 2^{4-3} = 2^1$.

? $2^{100} \div 2^{25}$ యొక్క విలువ ఎంత?

సామాన్య రూపంలో

$n^a \div n^b = n^{a-b}$,

ఇక్కడ $n \neq 0$ మరియు a మరియు b లెక్కించే సంఖ్యలు మరియు $a > b$.

? $n = 0$ ఎందుకు కాదు?

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

? ఘాతాంకం 0 అయినప్పుడు మనం ఆ విషయం గురించి చర్చ చేయలేదు. ఉదాహరణకు 2^0 అంటే ఏమిటి?



పైన ఉన్న సాధారణీకరించిన రూపం నిజమమ్మేలా 2^0 ని నిర్వచించు కుందాం

$$2^0 = 2^{4-4} = 2^4 \div 2^4 = \frac{2\times2\times2\times2}{2\times2\times2\times2} = 1.$$

వాస్తవానికి ఏదైనా అక్షర సంఖ్య a

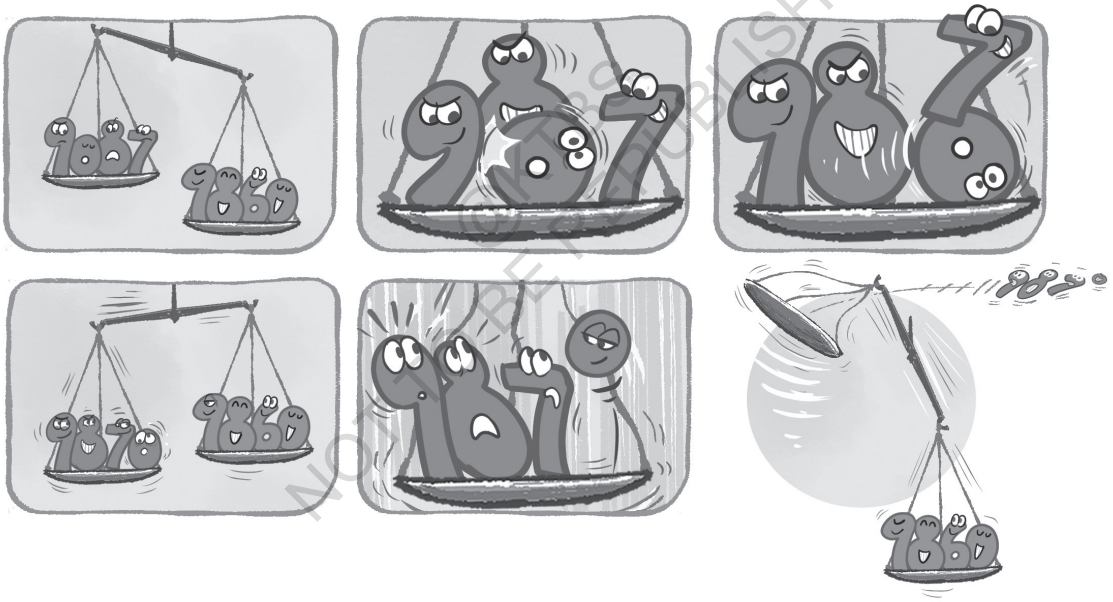
$$2^0 = 2^{a-a} = 2^a \div 2^a = 1.$$

సాధారణంగా, $x^a \div x^a = x^{a-a} = x^0$, మరియు

$$1 = x^0$$

ఇక్కడ $x \neq 0$ మరియు a ఒక లెక్కించే సంఖ్య

ఘాతాంకం సున్నా ఉన్నప్పుడు



2^4 యూనిట్ల పొడవు గల ఒక రేఖను 5 సార్లు సగం చేసినప్పుడు

$$2^4 \div 2^5 = \frac{2\times2\times2\times2}{2\times2\times2\times2\times2} = \frac{1}{2} \text{ యూనిట్లు}$$

సాధారణీకరించిన రూపాన్ని ఉపయోగించి మనకు $2^4 \div 2^5 = 2^{(4-5)} = 2^{-1}$ కాబట్టి

$$2^{-1} = \frac{1}{2}.$$

2^4 యూనిట్ల పొడవుగల ఒక రేఖను 10 సార్లు సగం చేసినప్పుడు

మనకు $2^4 \div 2^{10} = 2^{(4-10)} = 2^{-6}$ యూనిట్లు లభిస్తుంది

విస్తరించినప్పుడు $2^4 \div 2^{10} = \frac{2\times2\times2\times2}{2\times2\times2\times2\times2\times2\times2\times2\times2\times2} = \frac{1}{2^6} = \frac{1}{64}$,

దీనిని ఇలా కూడ రాయవచ్చు 2^{-6} అదేవిధంగా

అదేవిధంగా $10^{-3} = \frac{1}{10^3} = \frac{1}{10\times10\times10} = \frac{1}{1000}$, $7^{-2} = \frac{1}{7^2} = \frac{1}{7\times7} = \frac{1}{49}$ మొదలైనవి

? $10^3 = \frac{1}{10^{-3}}$? దీనిని ఎలా రాయవచ్చు

దీనిని మనం ఇలా రాయవచ్చు $\frac{1}{10^{-3}} = \frac{1}{1/10^3} = 1 \div \frac{1}{10^{-3}} = 1\times10^3 = 10^3$.

అదేవిధంగా $7^2 = \frac{1}{7^{-2}}$ మరియు $4^a = \frac{1}{4^{-a}}$

సాధారణీకరించిన రూపం $n^{-a} = \frac{1}{n^a}$ మరియు $n^a = \frac{1}{n^{-a}}$,ఇక్కడ $n \neq 0$



మనం గుర్తించిన కింది సాధారణ రూపాలను పరిగణించండి.

$n^a \times n^b = n^{a+b}$	$(n^a)^b = (n^b)^a = n^{a\times b}$	$n^a \div n^b = n^{a-b}$

? సంఖ్యలను లెక్కించడానికి మనకు 'a' మరియు'b' అవసరం 'a' మరియు 'b' ఏవైనా పూర్ణాంకాలు కావచ్చా? సాధారణీకరించిన రూపాలు ఇప్పటికి నిజం అవుతాయా?

? క్రింది వాటికి సమానమైన రూపాలను రాయండి.

(i) 2^{-4} (ii) 10^{-5}

(iii) $(-7)^{-2}$ (iv) $(-5)^{-3}$

(v) 10^{-100}

? సరళీకరించి సమాధానాలను ఘాతాంక రూపంలో రాయండి.

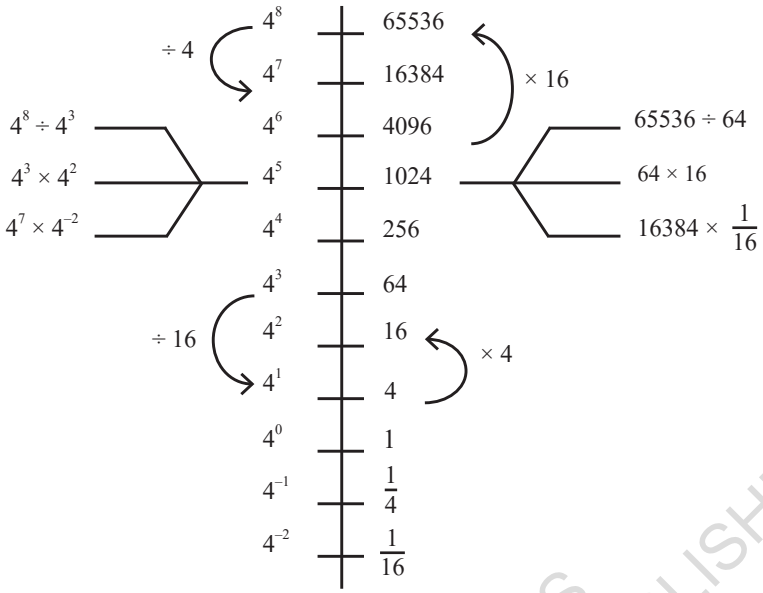
(i) $2^{-4} \times 2^7$ (ii) $3^2 \times 3^{-5} \times 3^6$

(iii) $p^3 \times p^{-10}$ (iv) $2^4 \times (-4)^{-2}$

(v) $8^p \times 8^q$

NOT TO BE REPUBLISHED @KTRS

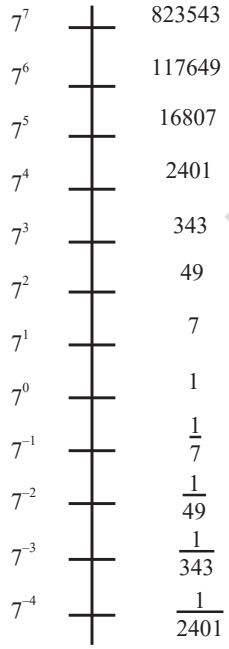
మనం ఇప్పుడు 4 యొక్క ఘాతాలను ఒక రేఖపై అమర్చుదాం



? 16384 (4^7), 1024 (4^5) కంటే 16 (4^2) రెట్లు పెద్దది అని మనం చెప్పగలం. అవును ఎందుకంటే $4^7 \div 4^5 = 4^2$

? 4^{-2} ని 4^2 కంటే ఎన్ని రెట్లు పెద్దది?

? క్రింది ప్రశ్నలకు సమాధానం ఇవ్వడానికి 7 యొక్క ఘాతాంక రేఖను ఉపయోగించండి.



$2,401 \times 49 =$

$49^3 =$

$343 \times 2,401 =$

$\frac{16,807}{49} =$

$\frac{7}{343} =$

$\frac{16,807}{8,23,543} =$

$1,17,649 \times \frac{1}{343} =$

$\frac{1}{343} \times \frac{1}{343} =$

@KTRS
NOT TO BE REPUBLISHED

2.4 10 యొక్క ఘాతాలు

భారతీయ సంఖ్యలను విస్తరించిన రూపంలో వ్రాసేటప్పుడు మనం 10, 100, 1000 వంటి సంఖ్యలను ఉపయోగించాము.

ఉదాహరణకు $47561 = (4 \times 10000) + (7 \times 1000) + (5 \times 100) + (6 \times 10) + 1$.

దీనిని 10 ఘాతాంకాలను ఉపయోగించి ఇలా వ్రాయవచ్చు.

$(4 \times 10^4) + (7 \times 10^3) + (5 \times 10^2) + (6 \times 10^1) + (1 \times 10^0)$.

? ఈ సంఖ్యలను ఇదే విధంగా రాయండి. (i) 172, (ii) 5642, (iii) 6374.

? మనం561.903 దీన్ని ఎలా రాయగలం?

$561.903 = (5 \times 100) + (6 \times 10) + 1 + (9 \times \frac{1}{10}) + (0 \times \frac{1}{100}) + (3 \times \frac{1}{1000})$.

10 యొక్క ఘాతాలను ఉపయోగించి దీనిని వ్రాయడం ద్వారా మనకు ఈ పద్ధతి ఉంది.

$561.903 = (5 \times 10^2) + (6 \times 10^1) + (1 \times 10^0) + (9 \times 10^{-1}) + (0 \times 10^{-2}) + (3 \times 10^{-3})$.

వైజ్ఞానిక సంజ్ఞా మానం

పెద్ద సంఖ్యలో పాల్గొన్న కొన్ని వాస్తవాలను చూద్దాం

(i) సూర్యుడు మన పాలపుంత గెలాక్సీ కేంద్రంనుండి 30,00,00,00,00,00,00,00,00,000 మీటర్ల దూరంలో ఉన్నాడు.

(ii) మన గెలాక్సీలొని నక్షత్రాల సంఖ్య 1,00,00,00,00,000

(iii) భూమి ద్రవ్యరాశి 59,76,00,00,00,00,00,00,00,00,00,000 కిలో గ్రాములు.

అంకెల సంఖ్య పెరిగే కొద్ది, సంఖ్యలను సరిగ్గా చదవడం, కష్టమవుతుంది. మేము సున్నాల సంఖ్యను తప్పుగా లెక్కించవచ్చు లేదా కామాలను తప్పుగా ఉంచవచ్చు. అప్పుడు మనం తప్పు విలువను చదువుతాము. మీరు ₹ 50,000 పొందాల్సి ఉన్నప్పుడు ₹ 5,000 పోదడం లాంటది. అనేక సందర్భాల్లో ప్రారంభం అంకెల కంటే సున్నాల సంఖ్య చాలా ముఖ్యమైనది.

ఈ పెద్ద సంఖ్యలను సరళీకృతం చేయడానికి మరియు సరిగ్గా చదవడానికి మనం ఘాతాంక సంజ్ఞా మానాన్ని ఉపయోగించవచ్చా?

5900 అనే సంఖ్యను ఇలా వ్యక్తీకరించవచ్చు.

$$5900 = 590 \times 10 = 590 \times 10^1$$
$$= 59 \times 100 = 59 \times 10^2$$
$$= 5.9 \times 1000 = 5.9 \times 10^3$$
$$= 0.59 \times 10000 = 0.59 \times 10^4.$$

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

ఏ సంఖ్యనైనా వాటి మధ్య ఒక సంఖ్య యొక్క లబ్ధంగా వ్రాయవచ్చు 1 మరియు 10 మరియు 10 ఘాతాంకం 10 ఉదాహరణకి

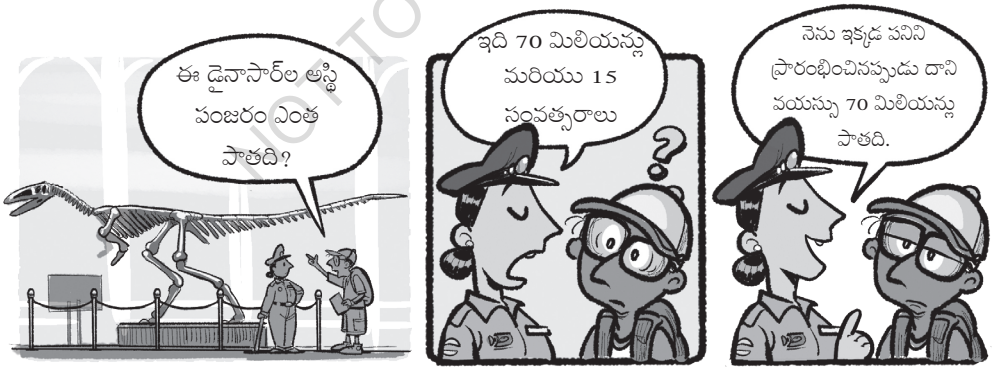
$5900 = 5.9 \times 10^3$ $20800 = 2.08 \times 10^4$ $80,00,000 = 8 \times 10^6$

? ఇంతకు ముందు మనం చదివిన పెద్ద సంఖ్యలో వాస్తవాలను ఈ రూపంలో రాయండి.

వైజ్ఞానిక సంజ్ఞామానం లేదా వైజ్ఞానిక రూపంలో ప్రామాణిక రూపం అనికూడా పిలుస్తారు.

మనం సంఖ్యలను $x \times 10^y$ ఇందులో $x \geq 1$ మరియు $x < 10$ ఇది సహగుణకం మరియు y. ఘాతం ఏదైనా పూర్ణాంకం. తరచుగా x సహగుణకం కంటే y ఘాతం చాలా ముఖ్యమైనది. వాస్తవానికి 2 ను 3 కు మార్చినట్లయితే జనాభా సగం పెరుగుతుంది. అంటే 2 కోట్ల నుండి 3 కోట్లు. అయితే 7 ను 8 గా మార్చి నట్లయితే జనాభాలో మార్పు 10 రెట్లు అవుతుంది. అంటే 2 కోట్ల నుండి 20 కోట్లు. అందువల్ల ప్రామాణిక రూపంగా ఘాతాన్ని స్పష్టంగా పేర్కొంటుంది, ఇది అంకెల సంఖ్యను సూచిస్తుంది.

కోహిమా జనాభా 1,42,395 అని మనం చెప్పినట్లయితే యూనిట్ల స్థానం వరకు ఈ సంఖ్య గురించి మనకు చాలా ఖచ్చితంగా ఉందనే అభిప్రాయం కలుగుతుంది. పెద్ద సంఖ్యలను ఉపయోగించినప్పుడు చాలా సందర్భాలలో ఖచ్చితమైన విలువ కంటే పరిమాణం లేదా కొలత ఎంత పెద్దది. అనే దాని గురించి మనం ఎక్కువ ఆందోళన చెందుతాము. జనాభా సుమారు 1 లక్ష 42 వేలు అని ఖచ్చితంగా తేలిస్తే మనం దానిని 1.42×10^5 అని వ్రాయవచ్చు. అది సుమారు 1 లక్షా 40 వేలు అని మాత్రమే మనం నిర్ధారించుకో గలిగితే మనం దానిని 1.42×10^5 గా వ్రాస్తాము. సహగుణకంలోని అంకెల సంఖ్య మనకు ఎంత బాగా తెలుసు అని ప్రతిబింబిస్తుంది. శాస్త్రీయ రూపంలో వ్రాయబడిన ఏదైనా సంఖ్య యొక్క అత్యంత ముఖ్యమైన భాగం ఘాతం, మరియు తరువాత సహగుణకం యొక్క మొదట అంకె. గుణకాన్ని అనుసరించే అంకెలు మొదటి అంకెకు చిన్న దిద్దుబాట్లు.



ఈ విలువలు రౌండ్-ఆఫ్ అంచనాలు, సగటులు లేదా ఉజ్జాయింపులు: చాలా సమయం, వారు చేతిలో ఉన్న ప్రయోజనాన్ని అందిస్తారు.

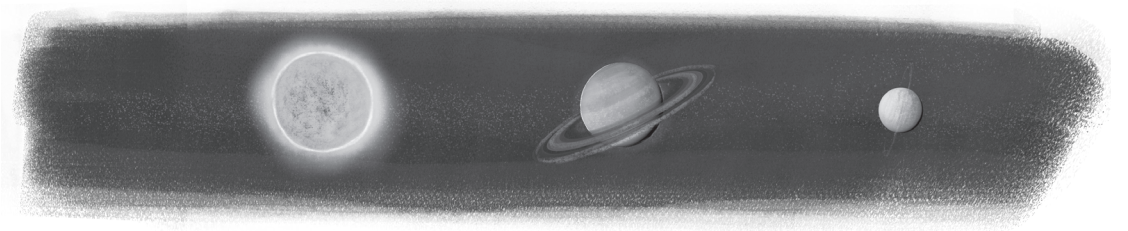
సూర్యుడికి, శనికి మధ్య దూరం 14,33,50,00,00,000 మీ. $= 1.4335 \times 10^{12}$ మీ.

© NCERT NOT TO BE REPUBLISHED

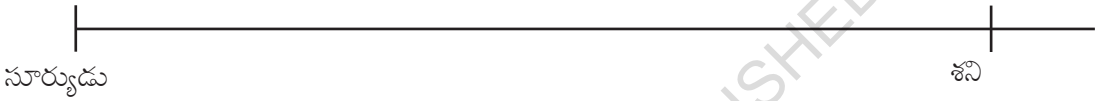
శనికి యూరేనస్‌కు మధ్య దూరం 14,39,00,00,00,000 మీ. = 1.439×10^{12} మీ.

సూర్యుడు మరియు భూమి మధ్య దూరం 1,49,60,00,00,000 మీ. = 1.496×10^{11} మీ.

? ఈ మూడు దూరాల్లో ఏది అతి చిన్న దూరం అని మీరు చెప్పగలరా



? దిగువ సంఖ్యా రేఖ సూర్యుడికి, శనికి మధ్య దూరాన్ని (1.4335×10^{12} మీ.) చూపుతుంది. దిగువ సంఖ్యారేఖ మీద, భూమి యొక్క సాపేక్ష స్థానాన్ని మార్క్ చేయండి. సూర్యడికి, భూమికి మధ్య దూరం 1.496×10^{11} మీ.



? క్రింది సంఖ్యలను ప్రామాణిక (సామాన్యరూపం) రూపంలో వ్యక్తీపరచండి.

(i)	59,853	(ii)	65,950
(iii)	34,30,000	(iv)	70,04,00,00,000

©KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

2.5 మీరు ఏప్పుడైనా ఆశ్చర్యపోయారా?

గత సంవత్సరం మేము పెద్ద సంఖ్యల అధ్యాయంలో ఆసక్తికరమైన ఆలోచనా ప్రయోగాలను చూసాము. ఈ ప్రమాణాన్ని కొనసాగిద్దాం.

నంజుండప్ప రొక్కీ బరువుకు సమానమైన బెల్లం మరియు ఎస్టా బరువుకు సమానమైన గోధుమలను దానం చెయాలని అనుకుంటున్నాడు. దీనికి ఎంత ఖర్చవుతుందో అని అతను ఆలోచిస్తున్నాడు.





? దానం చేసిన బెల్లం విలువ (రూపాయల్లో) ఎంత? దానం చేసిన గోధుమ విలువ (రూపాయల్లో) ఎంత?

తెలుసుకోవడానికి, మొదట ఉన్న పరిమాణాల మధ్య సంబంధాలను వివరిద్దాం.

బెల్లం విలువ (రూపాయల్లో) = కి.గ్రాం.లో రొక్సీ బరువు × 1 కి.లో బెల్లం ఖరీదు.

గోధుమ విలువ (రూపాయల్లో) = ఎస్తా యొక్క బరువు కి.గ్రాం.లో × 1 కి.లో గోధుమ ఖరీదు.

? తెలియని విషయాలకు అవసరమైన మరియు సహేతుకమైన ఊహలు చేయండి. మరియు సమాధానాలను కనుగొనండి. గుర్తించు కోండి రొక్సీ వయస్సు 13 సంవత్సారాలు మరియు ఎస్తా వయస్సు 11 సంవత్సరాలు.

రొక్సీ బరువు 45 కిలో గ్రాములు మరియు 1 కిలో బెల్లం ఖరీదు ₹ 70 అని భావించినట్లయితే దానం చెసిన బెల్లం విలువ 45 × 70 = ₹ 3150 ఎస్తాబరువు 50 కిలోలు మరియు 1 కిలో గోధుమ ఖరీదు ₹ 50 అని భావించినట్లయితే, దానం చేసిన గోధుమ విలువ 50 × 50 = ₹ 2500.

తులాభారా లేదా తులాభారం అని పిలువ బడే ఒక వ్యక్తి బరువుకు సమానమైన వస్తువులను అర్పించే ఆచారం చాలా పురాతనమైనది మరియు ఇప్పటికి దక్షిణ భారత దేశంలో చాలా చోట్ల అనుసరిస్తుంది. ఇది భక్తి (తనను తాను సమర్పించుకోవడం) యొక్క చిహ్నం, కృతజ్ఞతకు చిహ్నం. దీనికి సమాజంకి కూడా మద్దతు ఇస్తుంది.

? ఒక వేళ మనం 1 రూపాయి నాణ్యాలు ఉపయోగించునట్లయితే బెల్లానికి బదులుగా గా బరువుకు సమానంగా ఎన్ని నాణ్యాలు అవసరం అవుతాయి? అని రొక్సీ ఆశ్చర్య పోయింది. మనం ఎలా తెలుసుకోగలం?

ఇలాంటి ప్రశ్నల కోసం మీరు క్రింది సూచించిన దశలను అనుసరించడాన్ని పరిగణించవచ్చు.

1. ఊహించడం. ఎటువంటి లెక్కలు లేకుండా, సహజమైన సమాధానం ఏమిటో (శీఘ్రంగా) ఊహించండి.
2. అంచనా మరియు ఉజ్జాయింపును ఉపయోగించి లెక్కించడం.
   (i) సమాధానం కనుగొనడానికి అవసరమైన పరిమాణాల మధ్య సంబంధాలను వివరించండి.
   (ii) ఒక వేళ అవసరమైన సమాచారం లభ్యం కానట్లయితే సహేతుకమైన ఊహలు మరియు ఉజ్జాయింపులు చేయండి.
   (iii) లెక్కించండి మరియు సమాధానాన్ని కనుగొనండి? మరియు ఏ ఊహ ఎంత దగ్గిరగా ఉందో తనిఖి చేయండి.

? నాణ్యాల సంఖ్య వందలు, వేలు, లక్షలు, కోట్లు, లేదా అంతకంటే ఎక్కువ ఉంటుందా? సహజంగా ఊహించండి?

? తెలియని విషయాలకు అవసరమైన మరియు సహేతుకమైన ఊహలు మరియు ఉజ్జాయింపులు చేయడం ద్వారా సమాధానం కనుగొనండి. గుర్తించుకోండి. మేము ఖచ్చితమైన సమాధానం కోసం చూడటం లేదు కానీ సహేతుకమైన దగ్గరి అంచనాకోసం చూస్తున్నాము.

1 రూపాయి నాణెం యొక్క బరువును కొలవడానికి ఎలా ఉండాలి?

© KSRB NOT TO BE REPUBLISHED



ప్రారంభంలో మీ ఊహాగానాలు సమాధానానికి చాలా దూరంగా ఉండవచ్చు మరియు ఇది పూర్తిగా బాగుంది! మీరు తరచుగా మరియు విభిన్న పరిస్థితులలో చేసినట్లుగా మీరు దానిలో మెరుగ్గా ఉంటారు. ఊహించడం మరియు అంచనా వేయడం సంఖ్యలు మరియు వివిధ పరిమాణాల గురించి అంతర్ దృష్టిని పెంచుతుంది!

బదులుగా మనం 5 రూపాయల నాణ్యాలు లేదా 10 రూపాయల నోట్లను ఉపయోగిస్తే ఏమి చేయాలి అది ఎంత డబ్బు అవుతుంది?

? మొదట సహజమైన ఊహ చేయండి. అప్పుడు కనుగొనండి (తెలియని వివరాలు గురించి అవసరమైన మరియు సహేతుకమైన ఊహాగానాలు చేయండి మరియు సమాధానాలను కనుగొనండి)

''నేను పెద్దవాడిని అయినప్పుడు, ప్రతి సంవత్సరం నా బరువుకు సమానమైన నోటుపుస్తకాలను విరాళంగా ఇవ్వాలను కుంటున్నాను'' అని ఎస్టూచెప్పాడు. ''నేను పెద్దయ్యాక ప్రతి సంవత్సరం నా బరువుకు విలువైన అన్నదానం (ధాన్యాలు, లేదా భోజనం సమర్పించడం) చేయాలను కుంటున్నాను'' అని రోక్సీ చెప్పింది.

? ఈ సమర్పణలలో ప్రతి ఒక్కరి నుండి ఎంత మంది ప్రయోజనం పొందవచ్చు ఏడాదికి? మళ్ళీ, కనుగొనే ముందు మొదట ఊహించండి.

రోక్సీ మరియు ఎస్టూ ఎవరో చెప్పడం విన్నారు. ''మేము ఈ ప్రదేశానికి చేరుకోవడానికి సుమారు 400 కిలోమీటర్లు పాదయాత్ర చేసాము! మేము ఈ రోజు ఉదయాన్నే వచ్చాము'' వారు తమ ప్రయాణాన్ని ఎంతకాలం క్రితం ప్రారంభించారు.



? అవరసమైన ఊహలు మరియు ఉజ్జాయింపులు చేయడం ద్వారా సమాధానాలను కనుగొనండి. మీ ఊహ ఎంత దగ్గిరగా ఉందో తనిఖీ చేయడానికి లెక్కించడానికి ముందు మొదట ఊహించండి.

ఉపాధ్యాయుడికి గమనిక: అంచనాలు కొన్ని సార్లు చాలా మారవచ్చు మరియు ఫలితంగా వీటని ఉపయోగించి లెక్కించిన సమాధానాలు కూడా మారవచ్చు, ఇది పూర్తిగా బాగానే ఉంది. పరిస్థితిని సరిగ్గా మోడలింగ్ చేయడం చాలా కీలకం, ఇది కొన్ని సార్లు వివిధ మార్గాల్లో కూడా చేయవచ్చు. బహిర్గతం మరియు అభ్యాసంతో ఊహించిన సంఖ్యలు లేదా పరిమాణాల ఖచ్చితత్వం మెరుగ్గా ఉంటుంది.

© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

పాదయాత్ర, మతపరమైన లేదా అధ్యాత్మిక అన్వేషణలో భాగంగా ఎక్కువ దూరం నడిచే సంప్రదాయ పద్ధతి. మన దేశంలోని మతాలకు చెందిన ప్రజలు ఒకే విధమైన తీర్థయాత్ర లేదా ఆధ్యాత్మిక నడకను పాటిస్తారు. అయినప్పటికి వారికి వేర్వేరు పేర్లు లేదా ఉద్దేశాలు ఉండవచ్చు.

అజ్మీర్ షరీఫ్ దర్గా, జియారత్, పండరపూర్ వారీ, కాన్వర్ యాత్ర, శబరిమల యాత్ర, సమ్మేద్ శిఖర్జీ యాత్ర, లుంబిని నుండి సారనాథ్ యాత్ర వంటి కొన్ని తీర్థయాత్రలు ఉన్నాయి.



ఆధునిక రవాణా సౌకర్యాలూ ముందు ప్రజలు నడవడం ద్వారా ఒక ప్రదేశం నుండి మరొక ప్రదేశానికి వెళ్లారు. కొన్నిసార్లు వ్యాపారులు, ఋషులు మరియు పండితులు, ఎడారులు, పర్వతాలు మరియు నదుల గుండా ప్రపంచం లోని వివిధ ప్రాంతాలకు వేల కిలోమీటర్లు నడిచారు.

? ఒక వ్యక్తి తన జీవిత కాలంలో ఎన్నిసార్లు భూమిని చుట్టుముట్ట గలడు. (ప్రపంచం చుట్టు తిరుగగలడు) అతను నిరంత రాయంగా నడుస్తాడు? భూమి చుట్టూ ఉన్న దూరాన్ని 40,000 కిలోమీటర్లుగా పరిగణించండి.

రేఖీయ వృద్ధి ఘాతాంకవృద్ధి మధ్య వ్యత్యాసం

రొక్సీ తాను చదువుతున్న ఒక సైన్స్-ఫిక్షన్ నవల గురించి ఎప్పుడూ చెపుతుంది. అక్కడ వారు చంద్రుడిని చేరుకో వడానికి నిచ్చెనను నిర్మిస్తారు'. మాకు నిజంగా అలాంటి నిచ్చెన ఉంటే దానికి ఎన్ని అడుగులు ఉండేవి అని నేను ఆశ్చర్య పోతున్నాను.

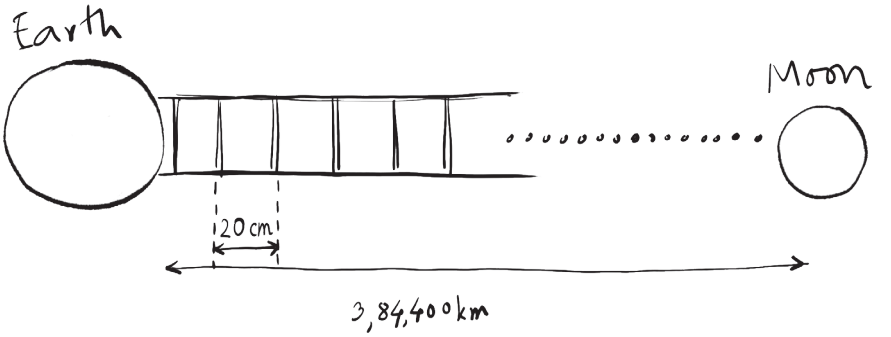


? మీరు ఏమి ఆలోచిస్తున్నారు? మొదట సహజమైన ఊహచేయండి.

? అడుగుల సంఖ్యవేలలో, లక్షలో, కోట్లలో లేదా అంతకంటే ఎక్కువ ఉంటుందా?

తెలుసుకోవడం కొరకు నిచ్చన యొక్క వరస దశల మధ్య అంతరాన్ని మనం తెలుసుకోవాల్సి ఉంటుంది. 20 సెంటీమీటర్ల సహేతుకమైన దూరాన్ని అనుకుందాం. చూపించిన విధంగా సమస్యను విజువలైజ్‌చేయడం.

© KSTBS NOT TO BE REPUBLISHED



? 3,84,400 కి.మీ.లో ఎన్ని 20 సెం.మీ. ఉంటాయో మనం కనుగొనాలి.

మనం విలువను లెక్కిస్తే మనకు 1,92,20,00,000 అడుగులు అంటే 192 కోట్లు మరియు 20 లక్షల అడుగులు లేదా 1 బిలియన్ 922 మిలియన్ అడుగులు, ప్రతి అడుగులో భూమి నుండి దూరంలో స్థిరమైన పెరుగుదలను (ప్రతి అడుగు తరువాత 20 సెం.మీ. పెరుగుదల) **రేఖీయ వృద్ధి** అంటారు.

భూమి మరియు చంద్రుడి మధ్య దూరాన్ని కవర్ చేయడానికి ఇది సరళ పెరుగుదలతో 1,92,20,00,000 అడుగులు పడుతుంది. అయితే ఘాతాంక పెరుగుదలతో కేవలం 46 రెట్లు మాత్రమే పడుతుంది! రేఖీయ పెరుగుదల సంకలితమైనది, అయితే ఘాతాంక వృద్ధి గుణాకారం.

$\underbrace{20 + 20 + 20 + \ldots\ldots\ldots\ldots}_{\text{1,92,20,00,000 సార్లు}}$ $\underbrace{0.001 \times 2 \times 2 \times 2 \ldots\ldots\ldots}_{\text{46 సార్లు}}$

ఈ అధ్యాయంలో ఇంతకు ముందు మనం చూసిన ఘాతాంక వృద్ధికి కొన్ని ఉదాహరణలు ''ప్రకాశించే రాళ్లు'' ''మాయాజాల చెరువు'' ''ఎన్ని కలయికలు'' ఇలాంటి ఆసక్తికరమైన ఉదాహరణలను తరువాతి అధ్యాయంలో మరియు తరువాతి తరగతిలో కూడా అన్వేషిస్తాము.

? రేఖీయ వృద్ధి మరియు ఘాతాంక వృద్ధికి. మీరు కొన్ని ఉదాహరణములతో ముందుకు రాగలరా.

పెద్ద సంఖ్యల కోసం ఒక భావాన్ని పొందడం

గత సంవత్సరం మేయు లక్షలు మరియు కోటి అలాగే మిలియన్లు మరియు బిలియన్ల గురించి తెలుసుకున్నాము. లక్ష అంటే 10^5 (1,00,000) కోటి అంటే10^7 (1,00,00,000) ఒక అరబ్ అంటే10^9 (1,00,00,00,000) అయితే ఒక మిలియన్ అంటే 10^6 (1,000,000) మరియు ఒక బిలియన్ 10^9 (1,000,000,000).

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

ప్రపంచ మానవ జనాభా పరిమాణం మీకు తెలిసి ఉండవచ్చు ప్రపంచంలో ఎన్ని చీమలు ఉంటాయో లేదా మానవులు ఎంతకాలం క్రితం ఉద్భయించారో మీరు ఎప్పుడైనా ఆలోచిస్తున్నారా? ఈ విభాగంలో మేము అరబ్బులు మరియు బిలియన్ల కంటే గణనీయంగా పెద్ద సంఖ్యలను అన్వేషిస్తాము. ఇలాంటి సందర్భంలో ఈ సంఖ్యలను సూచించడానికి మరియు పోల్చడానికి మనం 10 ఘాతాలను ఉపయోగిస్తాము.

10^0 - 2025 మధ్య నాటికి ప్రపంచంలో రెండు ఉత్తర తెల్ల ఖడ్గమృగాలు మాత్రమే మిగిలి ఉంటాయి. రెండు అడవి మరియు కెన్యాలోని ఓల్ పెజెటా కన్జర్వేన్సీలో నివసిస్తున్నాయి. $(= 2 \times 10^0)$

10^1 - 2024 ప్రారంభం నాటికి హైనాన్ గిబ్బన్ల మొత్తం జనాభా కేవలం 42 ($\approx 4 \times 10^1$)

10^2 - 2025 మధ్య నాటికి కేవలం 242 మంది కాకాపో సజీవంగా ఉన్నారు ($\approx 2 \times 10^2$)

10^3 - ప్రపంచంలో 3000 కంటే తక్కువ కొమోడో డ్రాగన్లు ఉన్నాయి. అన్నీ ఇండోనేషియాలో ఉన్నాయి ($\approx 3 \times 10^3$)

10^4 - 2005 లో మ్యాన్డ్ తోడేలు జనాభా యొక్క అంచనా ప్రకారం వాటిలో 17000 కంటే ఎక్కువ ఉన్నాయని తేలింది. వీటిలో ఎక్కువ భాగం బ్రెజిల్ ఉన్నాయి. (1.7×10^4)



10^5 - 2018 నాటికి సుమారు 4.15 లక్షల ఆఫ్రికన్ ఏనుగులు ఉన్నాయి ($\approx 4 \times 10^5$)

10^6 - 2025 నాటికి 50 లక్షలు/ 5 మిలియన్ల అమెరికన్ మొసళ్లు ఉన్నాయని అంచన వేయబడింది(5×10^6)

10^7 - ప్రపంచ ఒంటెల జనాభా 3.5 కోట్లు/ 35 మిలియన్లు (3.5×10^7) కంటే ఎక్కువగా ఉంటుందని అంచనా చేయడింది. భారతదేశంలో కేవలం 2.5 లక్షల మంది మాత్రమే ఉన్నారు. ప్రపంచ గుర్రాల జనాభా సుమారు 5.8 కోట్లు / 58 మిలియన్లు (5.8×10^7) వాటిలో సగం అమెరికాలో ఉంది.

10^8 - 20 కోట్లూ / 200 మిలియన్ల కంటే ఎక్కువ (2×10^8) నీటిగేదెలు ప్రపంచ వ్యాప్తంగా అంచనా వేయబడ్డాయి. వాటిలో ఎక్కువ భాగం ఆసియాలో ఉన్నాయి.

10^9 - స్టార్లింగ్ యొక్క అంచనా ప్రపంచ జనాభా సుమారు 1.3 అరబ్/ 1-3 బిలియన్లు (1.9×10^9) 2025. నాటికి ప్రపంచ మానవ జనాభా 8.2 అరబ్ /8.2 బిలియన్లు (8.2×10^9) .

NOT TO BE REPUBLISHED



? యు.కెలోని ఒక పొలం పై స్టార్లింగ్ గొణుగుడు యొక్క చిత్రం. స్టార్లింగ్ గొణగుడు అనేది సమకాలీకరించ బడిన సుడి గుండాల సమూహాలలో ఎగురుతున్న వేలాది స్టార్లింగ్ మంత్ర ముగ్ధులను చేసే వైమానిక ప్రదర్శన దీనిని తరచూ కొరియోగ్రాఫ్ చేసిన నృత్యంగా అభివర్ణిస్తారు.

? ప్రపంచ మానవ జనాభా సుమారు 8×10^9 మరియు సుమారు (4×10^5) ఆఫ్రికన్ ఏనుగులతో, ప్రతి ఆఫ్రికన్ ఏనుగుకు దాదాపు20,000 మంది ఉన్నారని మనం చెప్పగలమా!

10^{10} - ఏ సమయంలో నైనా వివరించే ప్రపంచ కోడి జనాభా $\approx$ 33 బిలియన్లు (3.3×10^{10}) గా అంచనా వేయబడింది.

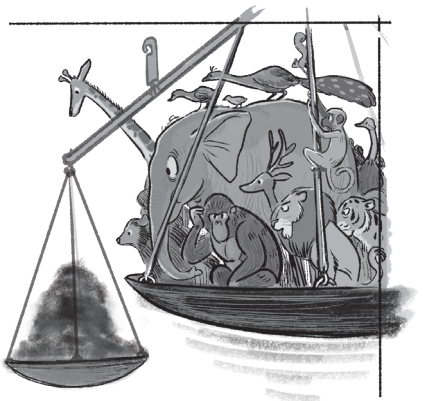
10^{12} - ప్రపంచ వ్యాప్తంగా అంచనా వేసిన చెట్ల సంఖ్య (2023) 30 ఖరాబ్/ 3 ట్రిలియన్ (3×10^{12}) ఒక ఖరాబ్ అంటే సుమారు 100 అరబ్ మరియు ఒక ట్రిలియన్ 1000 బిలియన్లు.

10^{14} - ప్రపంచ వ్యాప్తంగా అంచనా వేసిన దోమల జనాభా (2023) 11 నీల్ /110 ట్రిలియన్ (_____) అంటార్కిటిక్ క్రిల్ జనాభా యొక్క ఉత్పన్నమైన అంచనా 50 నీల్ / 500 ట్రిలియన్ (5×10^{14}).



10^{15} - బీటిల్ జనాభా యొక్క అంచనా 1 పద్మ /11 క్వాడ్రిలియన్ (1×10^{15}) గా ఉంది. వానపాముల జనాభా అంచనా కూడా 1 పద్మ /1 క్వా డ్రిలియన్ వద్ద ఉంది.

10^{16} - ప్రపంచ వ్యాప్తంగా చీమల జనాభా 20 పద్మ/ 20 క్వాడ్రిలియన్ (2×10^{16}) గా అంచనా వేయబడింది. చీప ఎలు మాత్రమే అన్ని అడవి పక్షులు మరియు అడవి క్షీరదాలన ఎ అధిగమిస్తాయి.



10^{21} - భూమి పై ఉన్న అన్ని బీచ్‌లు మరియు ఎడారులలో ఇసుక రేణువుల సంఖ్య. ప్రతి చీమకి నివసించడానికి 10 చిన్న ఇసుక కోటలు ఇవ్వడానికి ఇది సరిపోతుంది.

©NTBS NOT TO BE REPUBLISHED



10^{23} - పరిశీలించదగిన విశ్వంలో నక్షత్రాల అంచనా సంఖ్య 2×10^{23}

10^{25} - భూమి పై (2×10^{25}) చుక్కల నీటి చుక్కలు ఉన్నాయని అంచనా వేయబడింది.

(మిల్లీ లీటరుకు 16 చుక్కలు ఊహించండి)

? వైజ్ఞానిక సంజ్ఞామానం ఉపయోగించి సమాధానాన్ని లెక్కించండి మరియు రాయండి.

(i) ప్రపంచంలో ప్రతి మనిషికి ఎన్ని చీమలు ఉన్నాయి?

(ii) ఒక స్టార్లింగ్స్ మందలో 10,000 పక్షులు ఉంటే, ప్రపంచంలో ఎన్ని మందలు ఉంటాయి?

(iii) ఒక వేళ ప్రతి చెట్టుకు సుమారు10^4 ఆకులు ఉన్నట్లయితే ప్రపంచంలోని అన్ని చెట్ల మీద ఉన్న మొత్తం ఆకుల సంఖ్యను కనుగొనండి?

(iv) ఒక వేళ మీరు కాగితపు పీట్లను ఒక దాని పై మరొకటి పేర్చినట్లయితే చంద్రుడిని చేరుకోవడానికి మీకు ఎన్ని అవసరం అవుతుంది?

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

మీ వయస్సును చెప్పడానికి వేరే మార్గం!



ఈ సంఖ్య అర్థమేమి కనుగొనండి

"మీ వయస్సు ఎంత? అడిగాడు ఎస్టూ

" నేను కొన్ని వారాల క్రితం 13 సంవత్సరాలు పూర్తి చేసాను!" రోక్సీ చెప్పింది.

" మీ వయస్సు ఎంత? ఎస్టూమళ్ళీ అడిగాడు.

"నాకు ఈ రోజు 4840 రోజులు"! అని రోక్సీ చెప్పింది

"మీ వయస్సు ఎంత?"ఎస్టూమళ్ళీ అడిగాడు.

"నా వయస్సు _____ గంటలు" అని రోక్సీ చెప్పింది.

ఈ సంఖ్యను కనుగొనడానికి ముందు ఒక అంచనా వేయండి.

ఎస్టూ "నాకు ఈ రోజు 4070 రోజులు వయస్సు మీరు నా పుట్టిన తేదిని కనుకోగలరా?

? మీరు మిలియన్ సెకన్లు జీవించి ఉంటే మీ పుట్టిన తేది ఎంత?

కొన్ని సంఘటనలు మరియు **దృగ్విషయాలు** యొక్క సుమారుగా మరియు కాలక్రమాలను మనం చూద్దాం మరియు ఈ పరిమాణాలను రచించడానికి మరియు పోల్చడానికి 10 యొక్క ఘాతాలను ఉపయోగిస్తాము.

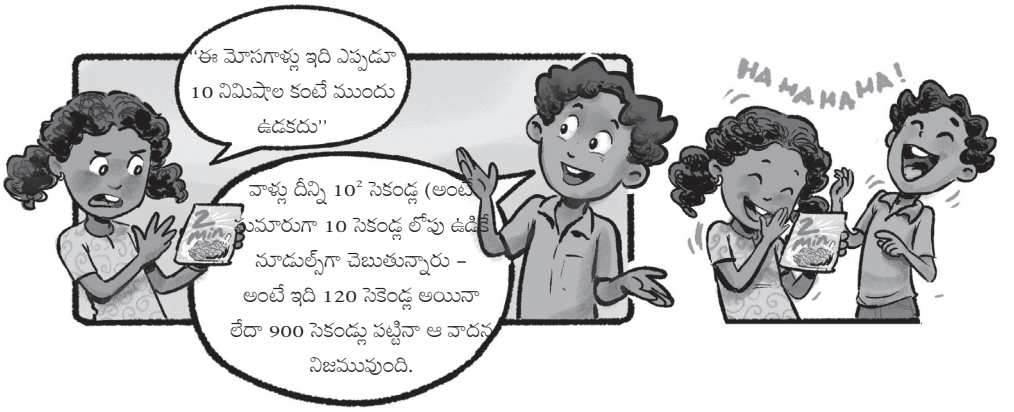
సమయం సెకండ్లలో		వాస్తవ ప్రపంచ ఘటనలు/దృగ్విషయాలతో పోలిక.
$10^0 = 1$ సెకండ్లు	-	పైకి విసిరిన బంతి తిరిగి నేలపై పడడానికి పట్టే సమయం (సాధారణంగా కొన్ని సెకన్లు)
$10^1 = 10$ సెకండ్లు	-	శరీరం ద్వారా ఒక పూర్తి ప్రసరణను పూర్తి చేయడానికి సమయం పడుతుంది. 10 - 20 సెంకెండ్లు ($1 \times 10^1 - 2 \times 10^1$ సెకండ్లు)
	-	ట్రాఫిక్ సిగ్నల్ వద్ద సాధారణ వేచి ఉండే సమయం.



ప్రపంచంలో చీమల సంఖ్య లేదా రక్తం పూర్తిగా ప్రసరించడానికి పట్టే సమయంవంటి విషయాలను ఎవరైన ఎలా అంచనావేయ గలరనేది చాలా ఆశ్చర్యకరం కాదా! మీరు అలాంటి వాస్తవాలను ఎదుర్కొన్నప్పడల్లా మీరు ఈ ఆశ్చర్యాన్ని వేయవచ్చు. విజ్ఞానం వంటి విషయాలలో ఇలాంటి వాస్తవాలను మీరు చూస్తారు. ఇక్కడ ఇటువంటి అంచనాలు తరుచుగా చేయబడతాయి.

10^2 సెకండ్లు $\approx$ 1.6 నిమిషాలు	-	ఒక కప్పు టీ తయారు చేయడానికి పట్టే సమయం 5 - 10 నిమిషాలు ($\approx 4 \times 10^2 - 8 \times 10^2$ సెకండ్లు).
	-	సూర్యుడి నుండి కాంతి భూమికి చేరుకునే సమయం సుమారు 8 నిమిషాలు ($\approx 5 \times 10^2$ సెకండ్లు)

NOT TO BE REPUBLISHED @KTBS



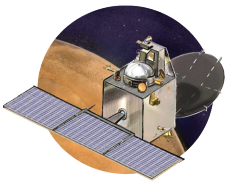
10^3 సెకండ్లు ≈ 16.6 నిమిషాలు
- భూమికి సమీప కక్ష్యలో తిరిగే ఉపగ్రహాలుఒక పూర్తి ప్రదక్షిణ పూర్తి చేయడానికి 90 నిమిషాల నుండి 2 గంటల వరకు సమయం తీసుకుంటాయి.(≈ 5.5×10^3 సెకండ్లు)

10^4 సెకండ్లు ≈ 2.7 గంటలు
- ఒక భోజనం జీర్ణం కావడానికి – అంటే ఆహారం కడుపు ద్వారా పూర్తిగా వెళ్లడానికి సుమారు 2 నుండి 4 గంటలు వరకు సమయం పడుతుతుంది.
- ఒక రోజు గురించి ఎదగిన ఈగ గురించి వివరించండి: (≈ 9×10^4 సెకెండ్లు)



? 10^5 సెకండ్లు ≈ 1:16 రోజులు మరియు 10^6 సెకండ్లు ≈ 11.57 రోజులు (i)10^5 సెంకడ్లు మరియు (ii) 10^6 సెకండ్లు క్రమంలో ఉండే ఘటనలు లేదా దృగ్విషయం వాటిని వైజ్ఞానిక సంకేతం రాయండి.

10^7 సెకండ్లు ≈ 115.7 రోజులు / ≈ 3.8 నెలలు
- ఒకసంవత్సరంలో నిద్రపోమే సమయం సుమారు 4 నెలలు
- మంగళ యాన్ మిషన్ అంగారక గ్రహాన్ని చేరుకోవడానికి పట్టే సమయం : 298 రోజులు (≈ 2.65×10^7 సెకండ్లు).



ఒక పూర్తి పరిభ్రమణకోసం అంగారక గ్రహం
- తీసుకున్న సమయం : 687 భూమి–రోజులు/ 1.88 భూమి సంవత్సరాలు (≈ 6×10^7 సెకండ్లు).

10^8 సెకెండ్లు ≈ 317 సంవత్సరము
- చాలా కుక్కల సాదారణ ఆయుషు 3 నుండి 15 సంవత్సరాలు

10^9 సెకెండ్లు ≈ 31.7 సంవత్సరాలు
- హ్యాలీ తోక చుక్క యొక్క కక్ష్యకాలము 75 - 79 సంవత్సరాలు: తదుపరి ఆశించిన రాబడి 2061 సంవత్సరంలో (≈ 2.4×10^9 సెకండ్లు)

సూర్యుని చుట్టూ ఒక పూర్తి పరిభ్రమణం పట్టే కాలం 60,190 భూమి – రోజులు/ సుమారు 165 భూమి–సంవత్సరాలు లేదా 89,666 నెప్ట్యూనిమన్ రోజులు/ నెప్ట్యూనియన్ సంవత్సరం సుమారు ≈ 5.2×10^9 సెకండ్లు నెప్ట్యూన్ పై ఒక రోజు సుమారు 16.1 గంటలూ

© @KTRS NOT TO BE REPUBLISHED

ఘాతాంకం పెరుగుదల ఎంత వేగంగా ఉందో గమనించండి – 10^6 సెకండ్లు పక్షం రోజుల కంటే తక్కువ, కాని 10^9 సెకండ్లు 31 సంవత్సరాలు (మనిషి ఆయుషులో సగం)

10^{11} సెకెండ్లు ≈ 3,170 సంవత్సరాలు - చోళ రాజవంశం క్రీస్తుపూర్వం 3 వ శతాబ్దం మరియు క్రీ.శ 12 వ శతాబ్దం మధ్య 900 సంవత్సరాలు పైగా ($\approx 3 \times 10^9$ సెకండ్లు) పాలించింది.

- తెలిసిన పురాతన సజీవ చెట్టు వయస్సు సుమారు 5000 సంవత్సరాలు. ($\approx 1.57 \times 10^{11}$ సెకండ్లు)

10^{12} సెకెండ్లు ≈ 31,700 సంవ. - చివరి శిఖర మంచు యుగం నుండి సమయం 19,000 - 26,000 సంవత్సారాలు వయస్సు ($\approx 6 \times 10^{11}$ సెకండ్లు - 8.2×10^{11} సెకండ్లు)

- ఆది మానవ జాతి సుమారు 2-3 లక్షల సంవత్సరాల క్రితం ప్రత్యక్ష మైంది ($\approx 7 \times 10^{12} - 9 \times 10^{12}$ సెకండ్లు).ఆకాలంలో మొత్తం మానవ జనాభా. ఒక పెద్ద క్రికెట్ స్టేడియంలో సరిపోతుంది.

10^{13} సెకెండ్లు ≈ 3.17 లక్ష సంవత్సరాలు - స్టెప్ మామత్ (Steppe mammoth) సుమారు 8-18 లక్షల సంవత్సరాల క్రితం జీవించింది అని అంచనా.



10^{14} సెకెండ్లు ≈ 3.17 లక్ష సంవత్సరాలు - కెలెన్‌కెన్ గిల్లెర్మోయ్ అనే భారి పక్షిజాతి ఫాసిల్ సుమారు 15 మిలియన్ సంవత్సరాల క్రితం ఉన్నట్లు కనుగొన్నారు. (≈_____ సెకెండ్లు).



10^{15} సెకెండ్లు ≈ 3.17 మిలియన్ సంవత్సరాలు - హిమాలయ పర్వతాల వయస్సు 5.5 కోటి సంవత్సరాలు / 55 మిలియన్ సంవత్సరాలు ($\approx 1.7 \times 10^{15}$ సెకండ్లు)అది ప్రతి సంవత్సరం కొన్ని mm పెరుగుతూ ఉంటుంది.

- డైనోసార్లు 6.6 కోట్ల సంవత్సరాల క్రితం / 66 మిలియన్ సంవత్సరాల క్రితం ($\approx 2 \times 10^{15}$ సంవత్సరాలు).అంతరించి పోయాయి.

- సూర్యుడు పాలపుంత చుట్టూ ఒక పూర్తి ప్రయాణం చేయడానికి సుమారు 23 కోట్ల సంవత్సరాలు పడుతుంది ($\approx 7 \times 10^{15}$ సెకండ్లు)

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

10^{16} సెకెండ్లు ≈ 31.7 కోట్ల సంవత్సరాలు - భూమిపై మొక్కలు 4.7 కోట్లు / 470 మిలియన్ సంవత్సరాలు ప్రారంభ మయ్యాయి. (≈_____ సెకండ్లు)

10^{17} సెకెండ్లు ≈ 3.17 బిలియన్ సంవత్సరాలు - పురాతన శిలాజ ఆధారాలు బ్యాక్టీరియా మొదట 3.7 బిలియన్ సంవత్సరాల క్రితం. కనిపించాయని సూచిస్తున్నాయి.

- భూమి వయస్సు 4.5 బిలియన్ సంవత్సరాల క్రితం ఏర్పడింది.
- పాలపుంత గెలాక్సీ 13.6 బిలియన్ సంవత్సరాల క్రితం ఏర్పడింది మరియు విశ్వం 13.8 బిలియన్ సంవత్సరాల క్రితం ఏర్పడింది.

10^9 సెకండ్లు మానవుని ఆయుషు యొక్క క్రమంలో ఉన్నాయని గమనించండి. అయితే 10^{18} సెకెండ్లు క్రితం అధునిక భౌతిక శాస్త్రం ప్రకారం విశ్వం ఉనికిలో లేదని గమనించండి! ఘాతాంక సంజ్ఞామానం చాలా పెద్ద పరిమాణాలను సంక్షిప్త పద్ధతిలో సంగ్రహించగలదు.

? వైజ్ఞానిక సంజ్ఞామానం ఉపయోగించి సమాధానాన్ని లెక్కించండి మరియు రాయండి.

(i) ఒక వేళ ప్రతి సెకండ్లు ఒక నక్షత్రాన్ని లెక్కించినట్లయితే విశ్వంలోని అన్ని నక్షత్రాలను లెక్కించడానికి ఎంత సమయం పడుతుంది?వైజ్ఞానిక సంకేతం ఉపయోగించి సెకండ్లు సంఖ్య పరంగా సమాధానం ఇవ్వండి?

(ii) ప్రతి 10 సెకండ్లుకు ఒక గ్లాసు నీరు (200 మి.లీ) తాగగలిగితే, భూమిపై మొత్తం నీటి పరిమాణాన్ని పూర్తి చేయడానికి ఎంత సమయం పడుతుంది?





చాలా పెద్ద పరిమాణాలు తరచుగా మన అనుభవం మరియు అవగాహనకు మించినవి. వాటిని దృక్పథంలో ఉంచడానికి మనం వాటిని మనకు తెలిసిన పరిమాణాలతో సంబంధం కలిగి పోల్చవచ్చు. ఇది ఒక సంఖ్య లేదా కొలత ఎంత పెద్దదో సారాంశాన్ని ఇస్తుంది.

© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

2.5 చిటికెడు చరిత్ర

క్రీస్తు పూర్వం మొదటి శతాబ్దానికి చెందిన బౌద్ధగ్రంథం **లలితవిస్తారలో** 10^{53} వరకు వది బేసి ఘాతాలకు – ప్రత్యేక పేర్లను మనం చూస్తాము. గణిత శాస్త్ర వేత్త అర్జునుడు, బోధి సత్వడైన యువరాజు గౌతముడు మధ్య సంభాషణలో భాగంగా ఈ క్రింది సంభాషణ జరుగుతుంది.

11 వంద కోట్లను అయుత (10^9), వంద ఆయుతాలను నియుత , (10^{11}), వంద నియుతాలను ఒక కంకర (10^{13})....., వంద సర్వ – బాలాలు ఒక విసంజ్ఞాన గట (10^{47}), వంద విసంజ్ఞాన గటి ఒక సర్వజ్ఞ (10^{49}), వంద సర్వజ్ఞాలు ఒక విభూతంగమ (10^{51}), వంద విభూతంగామాలు ఒక తల్లక్షణ (10^{53})"

మహావీరాచార్యులు తనగ్రంథం ''గణిత సారా - సంగ్రహంలో'' 24 పదాల జాబితాను (అంటే 10^{23} వరకు) ఇస్తారు. అనామక జైన గ్రంథం అమల సిద్ధి (10^{96}) (దశ-అనంత) వరకు ప్రతి పది ఘాతాంక పేరుతో ఒక జాబితాను ఇస్తుంది. కక్కాయనాకి చెందిన పాళీ వ్యాకరణ గ్రంథం 10^{140} వరకు అసంఖ్యేయా అనే సంఖ్యా పేర్లను జాబితా చెస్తుంది.

పది యొక్క ఉన్నత ఘాతాంకాలను వ్యక్తీకరించడానికి జైన మరియు బౌద్ధ గ్రంథాలు సహస్స (వెయ్యి) మరియు కోటి (పది మిలియన్లు) వంటి ఆధారాలను ఉపయోగిస్తాయి. ఉదాహరణకు ప్రయుత (10^6) దశ శత సహస్స (పది, వందలు, లక్షలు)

ఆధునిక నామకరణం ఇలాగే ఉంటుంది. ఇక్కడ మనం ఇలా అంటాము.

వందవేలు ఒక లక్ష	$100 \times 1000 = 1,00,000$	$10^2 \times 10^3 = 10^5$
వంద లక్షలు అనేదికోటి	$100 \times 1,00,000 = 1,00,00,000$	$10^2 \times 10^5 = 10^7$
వంద కోట్లు అనేది ఒక అరబ్బు	$100 \times 1,00,00,000 = 1,00,00,00,000$	$10^2 \times 10^7 = 10^9$
వంద అరబ్‌లు ఒక ఖరాబ్	$100 \times 1,00,00,00,000 = 1,00,00,00,00,000$	$10^2 \times 10^9 = 10^{11}$

దీనిని కొన సాగిస్తూ వంద ఖరాబ్ ఒక నీల్ (10^{13}) వంద నీల్‌లు ఒక పద్మ (10^{15}) వంద పద్మ, ఒక శంఖ్ (10^{17}) మరియు వంద శంఖ్‌లు ఒక మహా శంఖ్ (10^{13}).

అమెరికన్ / అంతరాష్ట్రీయ వ్యవస్థలో మేము చెబుతున్నాము.

వెయ్యివేలు అనేది ఒక మిలియన్	$1000 \times 1000 = 1,000,000$	$10^3 \times 10^3 = 10^6$
వెయ్యి మిలియన్ అనేది ఒక బిలియన్	$1000 \times 1,000,000 = 1,000,000,000$	$10^3 \times 10^6 = 10^9$
వెయ్యి బిలియన్ అనేది ఒక ట్రిలియన్	$1000 \times 1,000,000,000 = 1,00,000,000,000$	$10^3 \times 10^9 = 10^{12}$

దీనిని కొనసాగిస్తూ వెయ్యిట్రిలియన్ ఒక క్వాడ్రిలియన్ (10^{15}) ఈ నమూనా కొనసాగుతుంది. మిలియన్ (10^6), బిలియన్ (10^9), ట్రిలియన్ (10^{12}), క్వాడ్రిలియన్ (10^{15}), క్వింటిలియన్ (10^{18}), సెక్స్‌టిలియన్ (10^{21}), సెప్టలియన్ (10^{24}), అక్టిలియన్ (10^{27}), నోనిలియన్ (10^{30}), డెసిలియన్ (10^{33}) అనే పేర్లను పరిశీలించండి.

© IITBS NOT TO BE REPUBLISHED

? ప్రతి పేరు యొక్క మొదట భాగం దేనిని తెలియజేస్తుంది.

10^{100} సంఖ్యను గూగోల్ అనికూడా అంటారు. విశ్వంలో ఉన్న పరమాణువుల సంఖ్య 10^{78} నుండి 10^{82} వరకు అంచనా వేయబడింది. $10^{\text{గూగోల్}}$ సంఖ్యను గూగోల్ ప్లెక్స్ అంటారు. ఈ సంఖ్య ఎంత పెద్దదో ఊహించడం కష్టం!

ప్రస్తుతం భారతంలో అత్యధిక విలువ కలిగిన కరెన్సీ నోటు 2000 రుపాయలు. ప్రపంచ వ్యాప్తంగా కరెన్సీ నోటు యొక్క అత్యధిక విలువ ఏమిటో ఊహించండి. ఇప్పటివరకు ముద్రించిన అత్యధిక సంఖ్య విలువ కలిగిన బ్యాంకు నోటు 1946 లో హంగేరిలో ముద్రించ బడిన 1 సెక్స్‌టిలియన్ పెంగో (10^{21} లేదా 1 మిలియర్డ్ బిల్పెంగో) విలువైన ప్రత్యేక నోటు, కాని అది ఎప్పుడూ జారీ చేయబడలేదు. 2009 లో జింబాబ్వే 100 ట్రిలియన్ (10^{14}) జింబాబ్వేయిన్ డాలర్ నోటును ముద్రించింది, ఇది ముద్రణ సమయంలో సుమారు $ 30 విలువైనది.





@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

దీన్ని కనుగొనండి:

1. $(2^{224}) \div (4^{32})$ విలువలోని యూనిట్ అంకెలను కనుగొనండి? (సూచన $4 = 2^2$)

2. ఒక కంటైనర్‌లో 5 బాటల్స్ ఉన్నాయి. ప్రతిరోజూ, ఒక కొత్త కంటైనర్ తీసుకు వస్తారు. 40రోజుల తరువాత ఎన్ని బాటిల్స్ ఉంటాయి?

3. ఇవ్వబడ్డ సంఖ్యను రెండు లేదా అంతకంటే ఎక్కువ ఘాతాంకాల లబ్ధంగా మూడు విభిన్న మార్గాల్లో రాయండి. ఘాతాంకాలు పూర్ణాంకాలు కావొచ్చు. (i) 64^3 (ii) 192^8 (iii) 32^{-5}

4. దిగువ ప్రతి ప్రకటనను పరిశీలించండి మరియు "అది ఎల్లప్పుడూ సత్యం", "కొన్నిసార్లు మాత్రమే నిజం" లేదా "ఎన్నడూ నిజంకాదు", అని తెలుసుకోండి. మీ తార్కికతను వివరించండి.

   (i) ఘన సంఖ్యలు కూడా వర్గ సంఖ్యలు.

   (ii) నాల్గవ ఘతాంకాలు కూడ వర్గ సంఖ్యలు.

   (iii) ఒక సంఖ్య ఐదవ ఘాతాంకం ఆ సంఖ్య యొక్క ఘన ముచే భాగించబడుతుంది.

   (iv) రెండు ఘన సంఖ్యల లబ్ధం ఒక ఘన సంఖ్య.

   (V) q^{46} అనేది 4 వ ఘాతం మరియు 6 వ ఘాతం రెండు (q అనేది ఒక ప్రధాన సంఖ్య)

5. వీటిని సరళీ కృతం చేసి ఘాతాంక రూపంలో రాయండి.

(i) $10^{-2} \times 10^{-5}$ (ii) $5^7 \div 5^4$

(iii) $9^{-7} \div 9^4$ (iv) $(13^{-2})^{-3}$

(v) $m^5n^{12}(mn)^9$

6. ఒక వేళ $12^2 = 144$ అయితే

(i) $(1.2)^2$ (ii) $(0.12)^2$

(iii) $(0.012)^2$ (iv) 120^2

7. ఒకే సంఖ్యలను వృత్తం చుట్టండి.

$2^4 \times 3^6$ $6^4 \times 3^2$ 6^{10} $18^2 \times 6^2$ 6^{24}

8. క్రింది వాటిలో ప్రతిదానిలో పెద్ద సంఖ్యను గుర్తించండి.

(i) 4^3 లేదా 3^4 (ii) 2^8 లేదా 8^2 (iii) 100^2 లేదా 2^{100}

9. ఒక డైరి ఒక సంవత్సరంలో 8.5 బిలియన్ ప్యాకెట్ల పాలను ఉత్పత్తి చేయాలని యాచిస్తుంది. ప్రతి ప్యాకెట్‌కు ప్రత్యేకమైన ఐడి (ఐడెంటిఫైయర్) కోడ్ కావాలని కోరుకుంటారు. ఒక వేళ వారు 0-9 అంకెలను ఉపయోగించాలని ఎంచుకున్నట్లయితే కోడ్‌లో ఎన్ని అంకెలు ఉండాలి?

10. 64 అనేది ఒక వర్గ సంఖ్య (8^2) మరియు ఘన సంఖ్య (4^3) వర్గాలు మరియు ఘనాలు రెండు ఉన్న ఇతర సంఖ్యలు ఉన్నాయా? సాధారణంగా అటువంటి సంఖ్యలను వివరించడానికి ఒక మార్గం ఉందా?

11. డిజిటల్ లాకర్‌లో అల్ఫా న్యూమరిక్ (ఇది అంకెలు మరియు అక్షరాలు రెండింటిని కలిగి ఉంటుంది) పాడవు 5 పాస్‌కోడ్‌ను కలిగి ఉంటుంది. కొన్ని ఉదాహరణ కోడ్‌లు.



G89P0, 38098, BRJKW మరియు 003AZ అటువంటి కోడ్‌లు ఎన్ని సాధ్యమవుతాయి?

12. ప్రపంచ వ్యాప్తంగా గొర్రెల జనాభా (2024) సుమారు 10^9 మరియు మేకల జనాభా కూడా అంతేఉంది. గొర్రెలు మరియు మేకల మొత్తం జనాభా ఎంత?

(i) 20^9 (ii) 10^{11} (iii) 10^{10}

(iv) 10^{18} (v) 2×10^9 (vi) $10^9 + 10^9$

13. లెక్కించండి మరియు వైజ్ఞానిక సంజ్ఞామానంలో సమాధానాన్ని రాయండి.

(i) ప్రపంచంలోని ప్రతి వ్యక్తికి 30 దుస్తులు ఉన్నట్లయితే మొత్తం దుస్తుల సంఖ్యను కనుగొనండి.

(ii) ప్రపంచంలో సుమారు 100 మిలియన్ల తేనెటీగ కాలనీలు ఉన్నాయి. ప్రతి కాలనీలో సుమారు 50,000 తేనేటీగలు ఉన్నట్లయితే తెనెటీగల సంఖ్యను కనుగొనండి.

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

(iii) మానవ శరీరంలో సుమారు 38 ట్రిలియన్ బ్యాక్టీరియా కణాలు ఉన్నాయి. ప్రపంచంలోని మానవులందరికి నివసించే బ్యాక్టీరియా జనాభాను కనుగొనండి.

(iv) జీవితకాలంలో తినడానికి గడిపిన మొత్తం సమయం సెకండ్లలో

ప్రయత్నం చెయండి

14. 1 అరబ్ / 1 బిలియన్ సెకండ్ల క్రితం తేడా ఏమిటి?

సారాంశం

- మేము కొన్ని పరిస్థితులను విశ్లేషించాము, ప్రశ్నలు అడిగాము మరియు మొదట ఊహించడం ద్వారా సమాధానాలను కనుగొన్నాము. ఆపై సమస్య ప్రకటనను మోడలింగ్ చేసాము. తరువాత గణనలను నిర్వహించడానికి ఊహలు మరియు ఉజ్జాయింపులు చేసాము
- గుణాకార వృద్ధి అని కూడా పిలువబడే వేగవంతమైన ఘాతాంక వెరుగుదలను సంకలిత పెరుగుదలతో ఎలా పోల్చవచ్చో మేము అనుభవించాము
- n^a అనేది $n \times n \times n \times n \times \ldots\ldots\ldots \times n$ (n స్వయంగా a సార్లు గుణించబడతుంది) మరియు $n^{-a} = \frac{1}{n^a}$.

ఘాతాంకములో క్రియలు సంతృప్తి చెందినప్పుడు

- $n^a \times n^b = n^{a+b}$
- $(n^a)^b = (n^b)^a = n^{a \times b}$
- $n^a \div n^b = n^{a-b}$ $(n \neq 0)$
- $n^a \times m^a = (n \times m)^a$
- $n^a \div m^a = (n \div m)^a$ $(m \neq 0)$
- $n^0 = 1$ $(n \neq 0)$

- 308100000 సంఖ్యకు వైజ్ఞానిక సంజ్ఞామానం 3.081×10^8 ఇది ప్రామాణిక రూపం యొక్క వైజ్ఞానిక సంజ్ఞామానం ఏదైన సంఖ్య $x \times 10^y$, ఇక్కడ $x \geq 1$ మరియు $x < 10$, మరియు y ఒక పూర్ణాంకం.
- ఆసక్తికరమైన ఆలోచనా ఉపయోగాలలో పాల్గొనడం ఒక సంఖ్య లేదా పరిమాణం ఎంత పెద్దదో అర్థం చేసుకోవాడానికి సాధనంగా ఉపయోగించవచ్చు.

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED



''పజిల్ సమయం''

పదిలో బ్రహ్మాండం

ఈ ఆట ఆడటానికి భాగస్వామిని కనుగొనండి. 10 సెకండ్లలో 0-9 అంకెలు మరియు అంకగణిత క్రియలను మాత్రమే ఉపయోగించి ఒక సంఖ్యా లేదా వ్యక్తీకరణను వ్రాసిన వ్యక్తి ఆ రెండింటిలో పెద్ద సంఖ్యను ఇచ్చే వ్యక్తి రౌండ్ గెలుస్తాడు.

10000000000000 999999×999999

రౌండ్ 1 లో రోక్సీ 100000000000000 అని రాశారు మరియు 999999×999999 ఎస్టూఅని రాశారు. ఈ రెండింట మధ్య రోక్సీ సంఖ్య ఎక్కువగా ఉంది. ఎందుకో మీకు అర్థమైందా? రోక్సీ సంఖ్య 10^{13} అయితే ఎస్టూసంఖ్య $(10^6)^2$ కంటే తక్కువ.

2 వ రౌండ్‌లో రోక్సీ వ్రాస్తుంది $10^{1000} + 101^{1000} + 10^{1000}$ మరియు ఎస్టూవ్రాస్తాడు $(10^{1000000}) \times 9000$ ఏది పెద్దదో చెప్పగలలా?

$10^{1000}+10^{1000}+10^{1000}+10^{1000}$ $10^{1000000} \times 9000$

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

వివిధ రౌండ్ల కోసం. మీరు పరిగణించగల కొన్ని షరతులు క్రింద ఉన్నాయి.

(i) ఘాతాంకాలు అనుమతించ బడవు. కేవలం కూడిక మాత్రమే అనుమతించ బడుతుంది.

(ii) ఘాతాంకాలు అనుమతించ బడవు. కూడిక మరియు గుణాకారం మాత్రమే అనుమతించడబడతాయి.

(iii) ఘాతాంకాలు అనుమతించ బడతాయి. కూడిక మాత్రమే అనుమతించ బడుతుంది.

(iv) ఘాతాంకాలు అనుమతించ బడతాయి. ఏదైనా అంకగణిత ప్రక్రియ అనుమతించబడుతుంది. మీరు మాస్వంత సహా పరిస్థితులను సృష్టించవచ్చు మరియు/లేదా ఎక్కువ మందిని కలిసి ఆడుకోవడానికి చేర్చుకోవచ్చు.



3 సంఖ్యల కథ
A STORY OF NUMBERS

F1S6R9

© KITES NOT TO BE REPUBLISHED

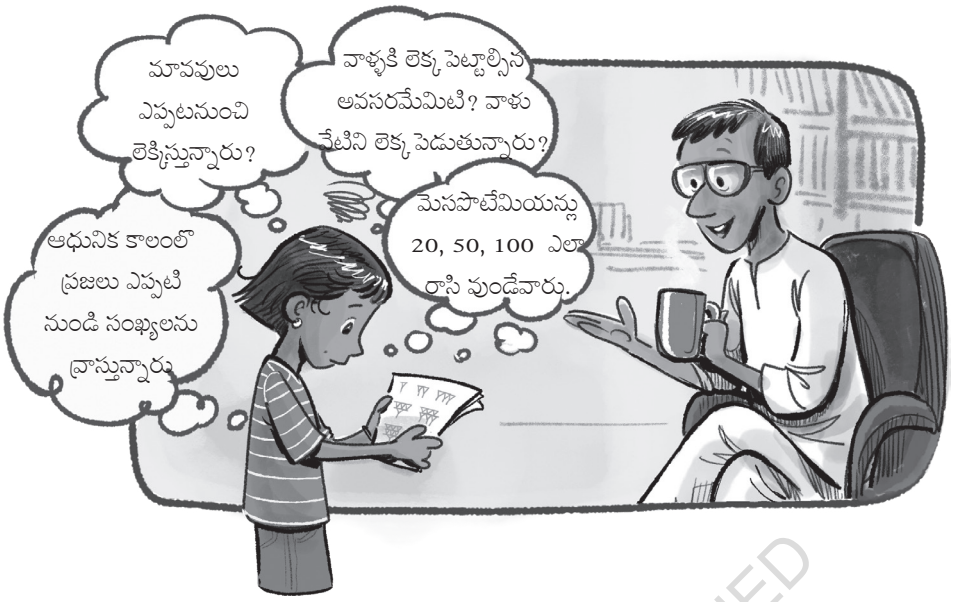
3.1 రీమా యొక్క కుతూహలం

ఒక సమయంలో మధ్యాహ్నం, రీమా ఒక పాత పుస్తకంను తిరిగేస్తుండగా వుష్ ఆ పుస్తకం నుండి ఒక కాగితం ముక్క జారి నేలపై పడింది. ఆమె దాన్ని తీసి దానిపై ఉన్న వింత చిహ్నాలను చూసి ఆశ్చర్య పోయింది. ''ఇదేంటి''? అని ఆమె ఆశ్చర్యపడింది.

ఆ కాగింతను ఒక రహస్యనిధిలా వుంది అనుకొని ఆమె తన తండ్రి దగ్గరకు పరిగెత్తింది. అతను దానిని చూసి నవ్వాడు. 4000 సంవత్సరాల క్రింత మెసపొటేమియ అనే ప్రాంతంలో నాగరికత అభివృద్ధి చెందినది ప్రస్తుతం ఆ నాగరికత ఇరాక్ మరియు దాని పొరుగు దేశాలలో వుంటుంది. వీరు తమ సంఖ్యలను ఈ విధంగా వ్రాయడం వాడుకలో వున్నది.



రీమా కళ్ళు వెలిగి పోయాయి ''నిజంగానా'' ఈవింత చిహ్నాలు సంఖ్యలా? ఆమె ఉత్సాహం రేకెత్తింది. మరియు ఆమె మెదడులో వడి వడిగా ప్రశ్నలు పరుగెత్తు తున్నాయి.



ఆమె ఉత్సాహంను గ్రహించిన ఆమె తండ్రి సంఖ్యలు మరియు సంఖ్యల ప్రాతినిధ్యం అనే ఆలోచన కాల క్రమేణా, భౌగోళిక ప్రాంతాలలోఎలా ఉద్భవించింది చివరకు దాని ఆధునికతను సమర్థవంతమైన రూపాన్ని ఎలా చేరుకుందో చెప్పడం ప్రారంభించాడు. వారితో కలిసి మనము కూడాకాలంలో వెనక్కి ప్రయాణించడానికి సిద్ధంగా వుండండి.

రాతి యుగం నాటికే మానవులకు లెక్కించాల్సిన అవసరం వుండేది. తమ వద్ద ఉన్న ఆహార పరిమాణం వారి పశువులలో వున్న జంతువుల సంఖ్య వస్తువుల వ్యాపారాలకు సంబందించిన వివరాలు, ఆచారాలలో ఇచ్చే నైవేద్యాలు సంఖ్య మొదలైన వాటిని నిర్ణయించడానికి లెక్కించేవారు. వారు గడిచేరోజులను కూడ ట్రాక్ చేయాలను కున్నారు. అమవాస్య, పౌర్ణమి ఋతువు ప్రారంభం వంటి ముఖ్యమైన సంఘటనలు ఎప్పుడు జరుగుతాయో తెలుసుకోవ డానికి మరియు అంచనా వేయడానికి అయితే వారు అలాంటి సంఖ్యలను చెప్పినప్పడు లేదా వ్రాసినపుడు వారు నేడు మనము ఉపయోగించే సంఖ్యలను ఉపయోగించలేదు



నేడు మనం ఉపయోగించే ఆధునిక మౌఖిక మరియు లిఖిత సంఖ్యల నిర్మాణం వేల సంవత్సారాల క్రితం భారతదేశంలొ ఉద్భవించింది. యజుర్వేద సంహిత వంటి ప్రాచీన భారతీయలు గ్రంథాలు 10 యొక్క శక్తులు ఆధారంగా సంఖ్యల పేర్లను ప్రస్తావించారు. దాదాపు నేడు మనము మౌఖికంగా చెప్తునట్లే ఉదాహరణకు 1012 వరకు మరియు అంతకు మించి ఒకటి (ఏకం) పది (దశ) వంద (శత) వెయ్యి (సహస్ర) పదివేలు (అయుత) మొదలైన సంఖ్య లకు పేర్లు జాబితాచేసారు.

© KEDS NOT TO BE REPUBLISHED

నేడు మనము సంఖ్యలను 0 నుంది 9 వరకు అంకెలను ఉపయోగించే విధానం కూడా భారత దేశంలో ఉద్భవించిది మరియు అభివృద్ధి చేయబడింది. ఇది దాదాపు 2000 సంవత్సారాలో 0 అంకెతో సహా 10 అంకెలను ఉపయోగించి సంఖ్యలను వ్రాసి మొదటి ఉదాహరణ బక్షాలి మాన్యుస్క్రిప్ట్ లో (సుమారుగా 3వ శతాబ్ధ CE) కనిపిస్తుంది. ఆర్యభట్ట (సుమారు 499 CE) భారతీయ 10 చిహ్నాల వ్యవస్థతో శాస్త్రీయ గణలను పూర్తిగా వివరించిన మరియు విస్తృతంచేసిన మొదట శాస్త్రజ్ఞడు.

భారతీయ సంఖ్యావ్యవస్థ దాదాపు 800 ఖ్యా CE. నాటికి అరబ్ ప్రపంచ మనకు వ్యాపించిది. దీనిని అరబ్ ప్రపంచంలో గొప్ప పర్షియన్ శాస్త్రజ్ఞడు అల్-ఖ్యారిజ్మి (ఆయన పేరు అల్గారిథం అనే పదం పెట్టుబడింది) తనో పుస్తకం అనేది కారిక్యులేషన్ విత్ హిందు న్యూమరల్స్ (*c.* 825) ద్యారా మరియు ప్రముఖ తత్వవేత అల్-కింది-తనరచన ఆన్ ది యూజ్ ఆఫ్ ది హిందూన్యూమరల్స్ (*c.* 830) ద్వారా ప్రాచుర్యం పొందాడు.



Zero in the *Bakhshali* manuscript

అరబ్ ప్రపంచనుండి హిందూ సంఖ్యలు దాదాపు 1100 CE నాటికి యూరఫ్ మరియు ఆఫ్రికాలోని కొన్ని ప్రాంతాలకు వ్యాపించాయి. హిందూ సంఖ్యల గణనపై అల్-ఖ్యారిజ్మి చేసిన కృషిని లాటిన్ లోకి ఆనువదించినప్పటికి 1200 సంవత్సరంలో ఇటాలియన్ గణితశాస్త్రజ్ఞడు.ఫిబోనాక్సి భారతీయ సంఖ్యలను స్వీకరించాలని యూరప్‌ను ప్రోత్సాహించాడు. అయితే రోమన్ సంఖ్యలు ఆ యూరోపియన్‌ల ఆలోచనలలో ఎంతగా పాతుకుపోయాయంటే. భారతీయ సంఖ్యలు అనేక శతాబ్ధాలవరకు విస్త్ర్తంగా ఉపయోగించబడ లేదు కాని చివరికి యూరోపియన్ పునరుజ్జీవనోద్యమంలో కాలంలో 17వ శతాబ్ధం నాటికి వాటిని స్వీకరించి కపోవడం అసాధ్యంగా మారింది లేదా అది శాస్త్రీయ పురోగతికి ఆటంకం కలిగిస్తుంది.

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

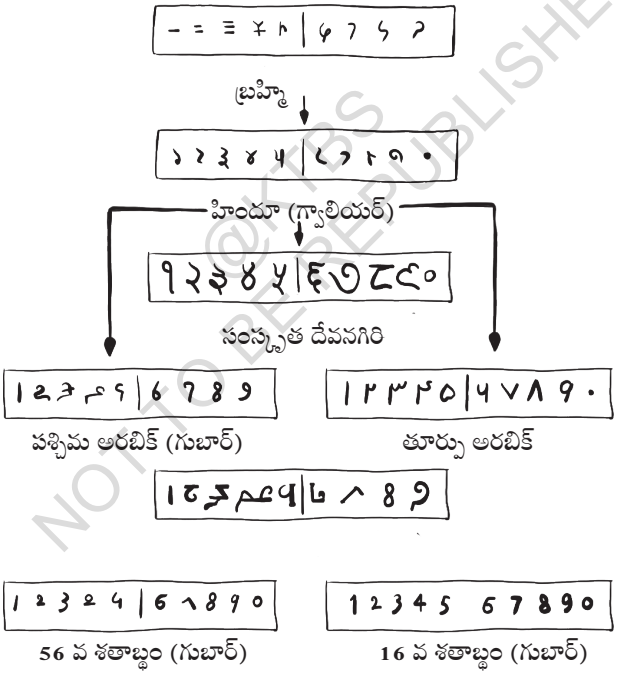
పది చిహ్నాల నమితిని (ప్రతిగుర్తుకు ఒకస్థాన విలువ మరియు ఒక సంపూర్ణ విలువవుంటుంది) ఉపయోగించి ప్రతి సాధ్యమైన సంఖ్యను వ్యక్తీకరించే చాతుర్యమైన పద్ధతి భారత దేశంలో ఉద్భవించింది. ఈ ఆలోచననేటిచాలా సరళంగా కనిపిస్తుంది. దాని ప్రాముఖ్యత మరియు లోతైన ప్రాముఖ్యత ఇకపై ప్రశంసించబడదు. దాని సరళత గణనలను. సులభతరం చేసిన విధానంలో మరియు. ఉపయోగకరమైన ఆవిష్కరణలలో అంకగణితాన్ని అగ్రస్థానంలో ఉంచిన విధానలోవుంది.

పియర్-సైమన్ లాప్లేస్
(1749–1827)

వాటి ఉపయోగం తరువాత ప్రతిఖండానికి వ్యాపించింది మరియు ఇప్పుడు ప్రపంచంలోని ప్రతి మూలలోను ఉపయోగించబడుతోంది.

యూరోపియన్ పండితులు అరబ్ ప్రపంచంనుండి భారతీయ సంఖ్యలను. నేర్చుకున్నందున వారు వారి యూరోఫియన్ దృక్పథాన్ని ప్రతిబింబించడానికి వాటని ''అరబిక్ సంఖ్యలు'' అనిపిలిచాడు. మరొక వైపు పైన వేర్కొన్నట్లగా ఆల్ – ఖ్యారిజ్ని మరియు ఆల్–కిండి వంటి అరబిక్ పండితులు. వాటని ''హిందూసంఖ్యలు'' అని పిలిచారు యురోఫియన్ వలస రాజ్యాలకాలంలో యురోపియన్ పదం అరబిక్ సంఖ్యలు విస్త్రృతంగా ఉపయోగించబడ్డాయి అయితే ఇటీవల సంవత్సారాలలో ఈ తప్పును యూరప్ తోసహా ప్రపంచ వ్యాప్తంగా అనేక పాఠ్యపుస్తకాలలో మరియు పత్రాలలో సరిదిద్దుతున్నారు. మనం సంఖ్యలకు సాధారణంగా ఉపయోగించే పరిభాషలు. హిందూ సంఖ్యలు భారతీయ సంఖ్యలు మరియు పరివర్తన హిందూ అరబిక్ సంఖ్యలు ఇక్కడ హిందూ అనే పదం ఒక మతాన్ని సూచించదు. కాని ఈ సంఖ్యలు వచ్చిన భౌగోళికం ప్రజలను సూచిస్తుంది.

నేటి భారతీయ సంఖ్యా వ్యవస్థలో సంఖ్యలను వ్రాయడానికి ఉపయోగించే 0, 1, 2, ..., 9 అంకెల ఆకారం కొంత కాలం పాటు పరిణామం చెందింది. క్రింద చూపిన విధంగా



భారతీయ సంఖ్యా వ్యవస్థలో ఉపయోగించే అంకెల పరిణామం

భారతీయ సంఖ్యావ్యవస్థను ప్రపంచ వ్యాప్తంగా స్వీకరించడానికి ముందు. వివిధ సమూహాల ప్రజల సంఖ్యలను. సూచించడానికి వేర్వేరు పద్ధతులను. ఉపయోగించారు. వాటిలో కొన్నింటిని ఒకసారి చూద్దాం. మనం వేర్వేరు వ్యవస్థలను. కాలక్రమానుసారంగా చూడటానికి బదులుగా సంఖ్యా ప్రాతినిధ్యం యొక్క ఆలోచనల అభివృద్ధిలో ప్రధాన దశలను చూపించే క్రమం కానీ ముందుగా ఇచ్చిన సేకరణలోని వస్తువుల సంఖ్యను లెక్కించడానికి మరియు నిర్ణయించ డానికి అవసరమైన కొన్ని ప్రాథమిక ఆలోచలను ఆన్వేషిద్దాం.

NOT TO BE REPUBLISHED © KTBS

ది మెకానిజం ఆఫ్ కౌంటింగ్

మనం దాదాపు పదివేల సంవత్సరాల క్రితం రాతియుగంలో జీవిస్తున్నామని ఊహించుకోండి. మనకు ఆవుల మంద వుందని అనుకొందాం. మనం మంద గురించి మనం అడగ గలిగే కొన్ని ప్రశ్నలు ఇక్కడవున్నాయి.



ప్రశ్నలు :

ప్రశ్న 1 : అన్ని ఆవులు మేత తర్వాత సురక్షితంగా వచ్చాయని మనం ఎలా నిర్ధారించుకోవాలి?

ప్రశ్న 2 : మనం పొరుగువారికంటే మనకు తక్కువ ఆవులు ఉన్నాయా?

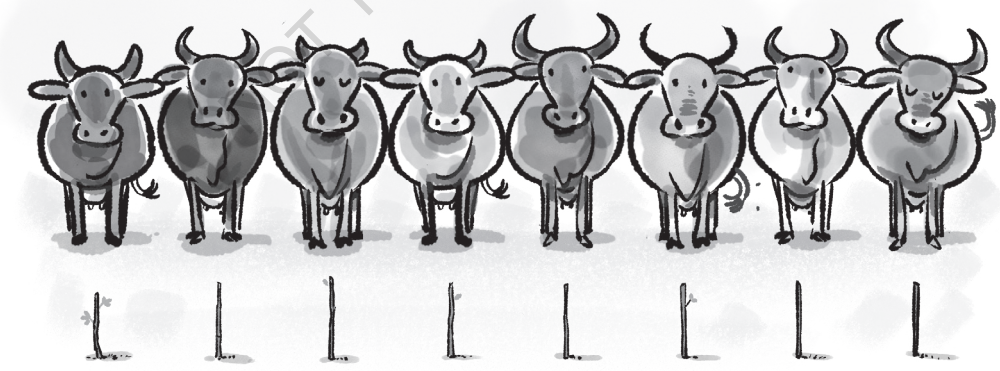
ప్రశ్న 3 : తక్కువ ఆవులు వుంటే మనపొరుగు వారితో సమాన సంఖ్యల ఆవుల వుండటానికి మనకు ఇంకా ఎన్ని ఆవులు అవసరం?

హిందు సంఖ్యా వ్యవస్థ యొక్క సంఖ్యా పేర్లు లేదా లిఖిత సంఖ్యలను ఉపయోగించకుండానే మనం ఈ ప్రశ్నలను పరిష్కరించుకోవాలి. మనం దీన్ని ఎలా చేయాలి.

విధానం 1 : గులకరాళ్ళు, కర్రలు, సమృద్ధిగా లభించే ఏదైన వస్తువును. ఉపయోగించి మనం ప్రశ్నలను పరిష్కరించ వచ్చు. మనం కర్రలను ఎంచుకొందాం. మందలోని ప్రతి ఆవుకు మనం ఒక కర్రను ఉంచుకోవచ్చు.

కర్రల చివరి సేకరణ మనకు ఆవుల సంఖ్యలను తెలియజేస్తుంది. ఏదైన ఆవులు తప్పిపోయాయో లేదో తనిఖీ చేయడానికి దీనిని ఉపయోగించవచ్చు.

ఇక్కడ కొన్ని సాధ్యమయ్యే పద్ధతులు ఉన్నాయి



ప్రతి ఆవును ఒక కర్రతో అనుసంధానించే ఈ పద్ధతిని అంటే రెండు ఆవులు ఒకే కర్రకు అనుసంధానించ బడవు లేదా మ్యాప్ చేయ బడవు దీనిని ఒక వన్-టు-నన్ మ్యాపింగ్ ఆంటారు పట్టికలో చూపిన విధంగా సంఖ్యలను. సూచించే మార్గాన్ని రూపొందించడానికి ఈ మ్యాపింగ్‌ను ఉపయోగించవచ్చు.

© KSRS NOT TO BE REPUBLISHED

సంఖ్య	దాని ప్రాతినిధ్యం (కర్రలను ఉపయోగించి)
1	
2	
3	
4	
5	
.	.
.	.
.	.

? మిగిలిన రెండు ప్రశ్నలకు (Q2 లేదా Q3) సమాధానం ఇవ్వడానికి మీరు ఎలాంటి కర్రలను ఉపయోగిస్తారు?

విధానం 2 : వస్తువులకు బదులుగా, మనం అయినా శబ్దాలు లేదా ప్రామాణిక క్రమాన్ని ఉపయోగించవచ్చు. ఉదాహరణకు మనం ఏదైన బాషలోని అక్షరం శబ్దాలను. ఉపయోగించవచ్చు. లెక్కించేటప్పడు. వస్తువులు మరియు అక్షరాలు మధ్య ఒకదానినొకటి మ్యాపింగ్ చేయవచ్చు. అంటే లెక్కించాల్సిన ప్రతి వస్తువును అక్షర (క్రమాన్ని) అనుసరించి ఒక అక్షరంతో అనుబంధించండి. ఈ మ్యాపింగ్ తర్వాత ఒకమార్గాన్ని రూపొందించ దానికి ఉపయోగించ వచ్చు. సంఖ్యలను మౌఖికంగా సూచించడం.

ఉదాహరణకు మనం '*a*' నుండి '*z*' వరకు ఆంగ్ల అక్షరాలను ఉపయోగిస్తే ఈ మనకు ఈ క్రింది సంఖ్యల ప్రాతినిధ్యం లభిస్తుంది.

సంఖ్య	దాని ప్రాతినిధ్యం (శబ్దాలు లేదా పేర్లను ఉపయోగించి)
1	*a*
2	*b*
3	*c*
4	*d*
5	*e*
.	.
.	.
.	.
26	*z*

NOT TO BE REPUBLISHED @KSTBS

ఈ రూపంలో ఆంగ్ల అక్షరాలను మాత్రమే ఉపయోగించడంలో స్పష్టమైన పరిమితి ఏమిటంటే 26 కంటే ఎక్కువ వస్తువులు. ఉన్న సేకరణలను లెక్కించడానికి దీన్నీ ఉపయోగించలేము

? మీభాషలోని అక్షరాలు శబ్దాలను ఉపయోగించి మీరు ఈ విధంగా ఎన్ని సంఖ్యలను సూచించగలరు?

గణిత చర్చ

విధానం 3 : మనం ఈ క్రింది విధంగా లిఖిత చిహ్నాల క్రమాన్ని ఉపయోగించవచ్చు.

పట్టిక – 1

సంఖ్య	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
చిహ్నాలను ఉపయోగించే ప్రాతినిధ్యం	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X
సంఖ్య	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
చిహ్నాలను ఉపయోగించే ప్రాతినిధ్యం	XI	XII	XIII	XIV	XV	XVI	XVII	XVIII	XIX	XX

? పెద్ద సంఖ్యలను సూచించిడానికి ఈ పద్ధతిని విస్తరించే మార్గం మీకు కనిపిస్తుందా? ఎలా?

పైన చర్చించినదానినుండి ఒక సేకరణ యొక్క పరిమాణాన్ని లెక్కించడానికి మరియు కనుగొనడానికి మనకు వస్తువులు లేదా పేర్ల యొక్క ప్రామాణిక క్రమం అవసరం అని చూస్తాము. దీనికి ప్రామాణిక శ్రేణి సంఖ్యా వ్యవస్థ అనిపిలుస్తాము. శ్రేణి క్రమాన్ని అనుసరించి వాటికి మరియు ప్రామాణిక శ్రేణికి మధ్య వన్-టు-వన్ మ్యాపింగ్ చేయడం ద్వారా వస్తువుల సేకరను లెక్కించవచ్చు.

సంఖ్యలకు అంతం లేదు కాబట్టి లెక్కించడానికి సులభమైన అంతులేని ప్రామాణిక శ్రేణి/సంఖ్యా వ్యవస్థను. రూపొందిచడయే సవాలు. కర్రలను ఉపయోగించడంవలన అంతులేని ప్రామాణిక శ్రేణి/సంఖ్యావ్యవస్థ లభిస్తుంది. అయితే పెద్ద సేకరణలను ఈ లెక్కించడం సౌకర్యంగా వుండదు ఎందుకంటే మనకు లెక్కించబడుతున్న వస్తువుల సంఖ్యకు సమానమైన కర్రలు అవసరం. పద్ధతి 2 లో ఉన్నట్లుగా ఒక భాషలోని అక్షరాలు శబ్దాలను ఉపయోగించడం లెక్కింపు ప్రక్రియకు అనుకూలమైనది కానీ అంతు లేని ప్రామాణిక శ్రేణి / సంఖ్యా వ్యవస్థ కాదు. పద్ధతి 3 లో ఇవ్వబడిన ప్రామాణిక శ్రేణి/సంఖ్యా వ్యవస్థ వాస్తవానికి హిందూ సంఖ్యావ్యవస్థ భర్త చేయడానికి యూరప్‌లో ఉపయోగించిన వ్యవస్థ దీనిని రోమన్ సంఖ్య వ్యవస్థ అంటారు. ఇది శతాబ్దాలుగా ఐరోపాలోవిరివిగా ఉపయోగించడింది. మరియు అనేక ప్రయోజనాల కోసం సౌకర్యవంతంగావుంది. కాని మరిన్ని చిహ్నాలను ప్రవేశపెట్టకుండా ఏక పక్షంగా పెద్ద సంఖ్యలను వ్రాయలేక పోవడం వంటిలోపం వుంది. ఈ సంఖ్యలను వ్రాసేవ్యవస్థ గురించి మనం తర్వాత మరింత తెలుసుకోందాం.



© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

మూడు పద్ధతులు ద్వారా వివరించినట్లుగా చరిత్ర మనకు భౌతిక వస్తువులు (కర్రలు, గులకరాళ్ళు) శరీరభాగాలు మొదలైనవి పేర్లు మరియు లిఖిత చిహ్నాలను ఉపయోగించి ఏర్పడిన సంఖ్యావ్యవస్థల ఉదాహరణలను ఇస్తుంది. కొన్ని సమూహాల ప్రజలు భౌతిక వస్తువులు మరియు పేర్ల ద్వారా సూచించబడిన సంఖ్యలను కలిగివున్నారు. అయితే చైనీయులు వంటి. ఇతర మూడు రకాలు ప్రాతినిధ్యాలను కలిగివున్నారు. లిఖిత సంఖ్యా వ్యవస్థలో సంభవించే చిహ్నాలను సంఖ్యలు వుందాం.

ఉదాహరణకు 0, 1, 5, 36, 193 మొదలైనవి హిందూ సంఖ్యా వ్యవస్థలో సంభవించే కొన్ని సంఖ్యలు "చిన్న" సంఖ్యలను సూచించే సంఖ్యలు ఎల్లప్పుడూ పేర్లను కలిగివుంటాయి. కాబట్టి లిఖిత చిహ్నాలతో కూడిన సంఖ్యా వ్యవస్థ ఎల్లప్పుడూ పేర్లతో కూడిన సంఖ్యా వ్యవస్థతో కలిసివుంటుంది.

? దాన్ని గుర్తించండి

1. మీరు పద్ధతిలో ఉన్నట్లుగా సంఖ్యలను సూచించడానికి కర్రలను ఉపయోగించే సంఖ్యా వ్యవస్తను ఉపయోగించు చున్నారని అనుకొందాం హిందూ సంఖ్యా వ్యవస్థ యొక్క సంఖ్యల పేర్లను. లేదా రెండు కర్రల సముదాయాలను. జోడించడం, తీసివేయడం గుణించడం మరియు భాగించడంకోసం ఒక పద్ధతిని ఇవ్వండి.



2. పద్ధతి 2 లో సంఖ్యావ్యవస్థ విస్తరించడానికి ఒక మార్గం ఏమిటంటే ఒకటి కంటే ఎక్కువ అక్షరాలు ఉన్న స్ట్రింగ్‌లను ఉపయోగించడం ఉదాహరణకు మనం '27' కోసం '*aa*' ని ఉపయోగించవచ్చు, అన్ని సంఖ్యలను సూచించడానికి మీరు ఈ వ్యవస్థను ఎలా విస్తరించవచ్చు? దీన్ని చేయడానికి అనేక మార్గాలు వున్నాయి!

3. మీ స్వంత సంఖ్యా వ్యవస్థను తయారు చేసుకోవడానికి ప్రయత్నించండి.

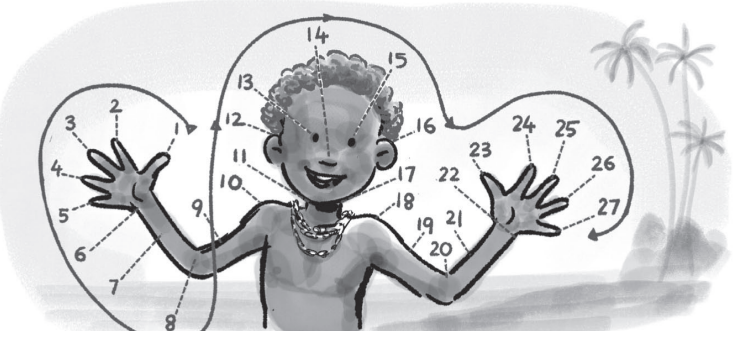


3.2 కొన్ని ప్రారంభ సంఖ్యా వ్యవస్థలు

I. శరీర భాగాల ఉపయోగం



ప్రపంచ వ్యాప్తంగా అనేక సమూహాల ప్రజలు తమ చేతులను మరియు శరీర భాగాలను లెక్కించడానికి ఉపయోగించారు. పాపువా న్యూగినియాలోని ఒక సమూహం ప్రజలు తమ శరీర భాగాలను ప్రామాణిక శేణి/సంఖ్య ఎలా ఉపయోగించారో మరియు ఇప్పడింకా ఉపయోగిస్తున్నారో ఇక్కడ ఉంది.



@KTRS NOT TO BE REPUBLISHED

II. ఎముకలు మరియు మిగిలిన ఉపరితలాల పై ట్యాలీ మార్కులు (అరచేతిగుర్తులు)

సంఖ్యా ప్రాతినిధ్యానికి పురాతన పద్ధతుల్లో ఒకటి ఎముక లేదా గుహగోడవంటి ఉపరితలంపై గీతలు గుర్తులను కత్తిరించడం. ఈ గుర్తులను ట్యాలి మార్కులు అని కూడా అంటారు.

ఈ పద్ధతిలో లెక్కించబడుతున్న ప్రతి వస్తువుకు ఒకగుర్తువేయ బడుతుంది. కాబట్టి మార్కుల తుదిసేకరణ మొత్తం వస్తువుల సంఖ్యను సూచిస్తుంది. ఈ పద్ధతి లెక్కించడానికి కర్రలను ఉపయోగించే పద్ధతికి చాలా పోలివుంటుంది. (పద్ధతి I) కర్రను జోడించడానికి బదులుగా ఒక గుర్తును. తయారుచేయడం తప్ప.

పురావస్తు శాస్త్ర వేత్తలు 20,000 సంవత్సరాలకంటే పాత ఎముకలను కనుగొన్నారు. వీటికి ట్యాలీ మార్కులు వున్నట్లు అనిపిస్తుంది. సంఖ్యలను సూచించే గుర్తులు కలిగిన పురాతన ఎముకలు ఇషాంగో ఎముక మరియు లెబోంబో 20,000 నుండి 35,000 సంవత్సరాల నాటి ఇషాంగో ఎముక డెమొక్రాటిక్ రిపబ్లిక్ ఆఫ్ కాంగొలో కనుగొన బడింది. ఇది స్తంబాలలో అమర్చబడిన నాట్‌లను కలిగివుంటుంది. బహుశ క్యాలెండర్ వ్యవస్థలను సూచిస్తుంది. దక్షిణాఫ్రికాలో కనుగొనబడిన లెబోంబో ఎముక 29నాటతో కూడిన పాతటాలీ స్టిక్ ఇది దాదాపు. 44,000 సంవత్సరాల పురాతనమైనది అంచనా. ఇది పురాతన గణిత కళా ఖండాలలో ఒకటిగా పరిగణించబడుతుంది మరియు టాలీ స్టిక్ లెదా చంద్ర క్యాలెండర్‌గా పని చేసి ఉండవచ్చు.



లెబాంబో ఎముక



ఇషాంగో ఎముక

@KTRS NOT TO BE REPUBLISHED

III. రెండుగా లెక్కించడం ద్వారా పొందిన సంఖ్యా పేర్లు

ఆస్ట్రేలియాలలోని గుముల్గల్ అని పిలువబడే ఒకస్థానిక ప్రజల సమూహం వారి సంఖ్యలకు ఈ క్రింది పదాలను కలిగివుంది.

గుముల్గల్ (ఆస్ట్రేలియా)
1. ఉరాపోన్
2. ఉకాసర్
3. ఉకాసర్ – ఉరపోన్
4. ఉకాసర్ – ఉకాసర్
5. ఉకసర్ – ఉకసర్ – ఉరపోన్
6. ఉకసర్ – ఉకసర్ – ఉకసర్

? వాటి సంఖ్యా పేర్లు ఎలా ఏర్పడుతాయా మీరు చూడగలరా?

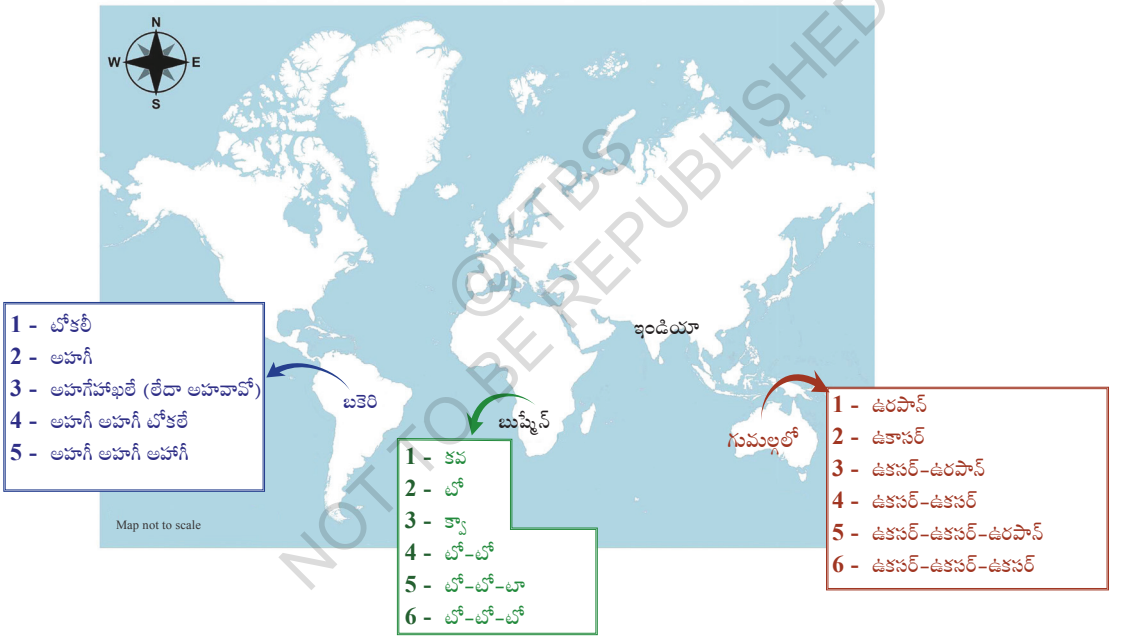
3 యొక్క సంఖ్యా పేరు 2 మరియు 1 సంఖ్యా పేర్లతో కూడి వుంటుంది.

4 యొక్క సంఖ్య పేరు 2 యొక్క సంఖ్య పేరు యొక్క రెండు సంఘటనలతో కూడివుంటుంది.

? ఇతర సంఖ్యాల పేర్లు ఎలా ఏర్పడుతాయా మీరు చూడగలరా?

సంఖ్యలను 2 సెకెన్లలో లెక్కించారు. దీనిని ఉపయోగించి సంఖ్యల పేర్లు ఏర్పడినవి. 32 +1, 42 + 2, 52 + 2 + 1, 6 = 2 + 2 + 2. 6 కంటె పెద్ద సంఖ్యను గుములల్లో రాసిఅనిపిలిచాడు.

ఈ సంఖ్యా వ్యవస్థతో ముడిపడి వున్న చాలా ఆసక్తికరమైన మరియు గందర గోళకరమైన కరమైన చారిత్రక దృగ్విషియంవుంది. దక్షిణ అమెరికాలోని స్థానిక ప్రజల సమూహం మరియు దక్షిణాఫ్రికాలోని బుష్మెన్ యొక్క ఈ క్రింది సంఖ్యా వ్యవస్థలను చూడండి.



©KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

బొగోళికంగా చాలా దూరంలొ ఉన్నప్పటికి వాటి మధ్య ఎటువంటి సంబంధం లేక పోయిన, ఈ మూడు సమూహాలు సమాన సంఖ్యా వ్యవస్థలను అభివృద్ధి చేశాయి – ఇది ఎలా జరిగిందో చరిత్ర కారులు ఆశ్చర్యపోయారు. ఒక సిద్ధాంతం ప్రకారం ఈ మూడు సమూహాల ప్రజలకు ఈ సంఖ్యా వ్యవస్థను ఉపయోగించిన సాధారణ పూర్వీకులు ఉండవచ్చు. కాలక్రమేణా వారి వారసులు ఈ ప్రదేశాలకు వలసవచ్చారు.

గుములల్లో సంఖ్యా వ్యవస్థలొ 6 వరకు సంఖ్యలకు సంఖ్యా పేర్లు ఉన్నప్పటికి ఇక్కడ ఒక ఆలోచన యొక్క ఆవిర్భావాన్ని మనం చూడవచ్చు. ఉదాహరణకు లెక్కింపు వ్యవస్థ కంటే 2లలో లెక్కించడం సంఖ్యలను సూచించడానికి మరింత సమర్థమతంగా వుంటుంది. వివిధ సంఖ్యా వ్యవస్థలలో ఈ ఆలోచన తీసుకొన్న సాధారణ రూపం ఈ క్రింది

విధంగా ఉంది ఒక నిర్ధిష్ట సంఖ్య యొక్క సమూహాలలో లెక్కించండి (గుముల్లలో వ్యవస్థ విషయములో 2 లాగా) మరియు పెద్దసంఖ్యలను సూచించడానికి ఈ సమూహ పరిణామాణంతో అనుబంధించ బడిన పదం లేదా చిహ్నాని ఉపయోగించండం. వేర్వేరు సంఖ్యా వ్యవస్థలో సాధారణంగా ఉపయోగించే సమూహ పరిమాణాలలో కొన్ని 2, 5, 10 మరియు 20 మీరు రోమన్ వ్యవస్థలో 5s ద్వారా లెక్కించే ఆలోచన కనుగొనవచ్చు (పట్టిక 1)

సంఖ్యా వ్యవస్థ పరిణామ చరిత్రలో ఒక నిర్ధిష్ట సమూహ పరిమాణంలో లెక్కించడం మరియు దానిని సంఖ్యలను. సూచించడానికి ఉపయోగించడం అనే ఆలోచన ఒక ముఖ్య ఆలోచన.

ఒకసేకరణ పరిమాణాన్ని వెంటనే తెలునుకోనే మానవ పరిమితి ప్రజలను. ఈ ఆలోచనకు దారితీసిన దృగ్విషయాలలో ఒకటి కావచ్చు. ఈ క్రింది కార్యచరణను ప్రయత్నిద్దాం.

? క్రింది ప్రతి పెట్టలోని వస్తువుల సంఖ్యను త్వరగా లెక్కించండి.



NOT TO BE REPUBLISHED © KSTB

లెక్కించకుండానే వస్తువుల సంఖ్యను మీరు వెంటనే ఎంత సమూహ పరిమాణం వరకు వస్తువులను చూడగలరు? చాలా మంది మానవులకు ఒకేసారి 5 లేదా అంతకంటే ఎక్కువ వస్తువులువున్నా సమూహాలను లెక్కించడం కష్టంగావుంటుంది.

గణిత చర్చ

ఈ అవగాహన పరిమితి పట్టిక 1 లో చూపిన వ్యవస్థలో కనిపించే విధంగా 5 మార్కుల ప్రతి సమూహాన్ని కొత్త చిహ్నంతో భర్తీ చేయడానికి ట్యాలి మార్కులను ఉపయోగించే వ్యక్తులను ప్రేరేపించి ఉండవచ్చు.

? ఒకే పరిమాణంలోని సమూహాలలో మాత్రమే లెక్కించబడే సంఖ్యా వ్యవస్థను ఉపయోగించడంలో ఇబ్బందులు ఏమిటి? 5s ద్వారా మాత్రమే లెక్కించబడే వ్యవస్థలో 1345 వంటి సంఖ్యను మీరు ఎలా సూచిస్తారు?

ఒక నిర్ధిష్ట పరిమాణంలోని సమూహాలలో లెక్కించడం మరియు దాని సంఖ్య ప్రాతినిధ్యంకోసం ఉపయోగించడం లెక్కింపు వ్యవస్థ కంటే మరింత సమర్థవంతంగా ఉన్నప్పటికి ఈ పద్దతి ఇప్పటికీ పెద్ద సంఖ్యలను ఇబ్బంది కరంగా మారుతుంది. వ్యవస్థ ఈ ఆలోచన యొక్క పెరుగుదలను చూపుతుంది.

IV. రోమన్ సంఖ్యలు



20 వరకు ఉన్న రోమన్ సంఖ్యా వ్యవస్థను మనం ఇప్పటికే చూశాము (పట్టిక 1) ఇది 1 కి I, 5 కి V , 10 కి X ఉపయోగిస్తుందని మనం చూశాము.

39 వరకు ఏదైన సంఖ్యకు రోమన్ సంఖ్యలు పొందడానికి ముందుగా దానిని వీలైనన్ని ఎక్కువ 10లుగా మిగిలిన వాటిని వీలైనన్ని ఎక్కువ 5లుగా చివరకు మిగిలిన వాటిని 1 లుగా వర్గీకరిస్తారు.

ఉదాహరణకు: 27 సంఖ్యను తీసుకొందాం.

$$27 = 10 + 10 + 5 + 1 + 1$$

కాబట్టి రోమన్ సంఖ్యలలో 27 అనే XXVII.

50 ని XXXXX గా సూచించడానికి బదులుగా దానికి ఒక క్రొత్త చిహ్నం ఇవ్వబడుతుంది L, 4 అనే సంఖ్య 5 కంటే 1 తక్కువ అదే IV — 40 ను 50 కు కంటే 10 తక్కువ. అంటే XL గా సూచించిన విధానంను అనుసరించి అంటే 40 ను 50ను కంటే 10 తక్కువగా సూచించినందున – అంటే XL గా అయితే. ఈ వ్యవస్థను ఉపయోగించే వ్యక్తులు ఎల్లప్పడూ. ఈ అభ్యాసంనకు అనుగుణంగా లేరు. కొన్ని సార్లు 40 ని XXXX గా కూడా సూచించేవారు.

రోమన్ సంఖ్యా వ్యవస్థ కొన్ని పెద్ద సంఖ్యలకు క్రొత్త చిహ్నాలను పరిచయం చేస్తుంది క్రొత్త ప్రాథమిక చిహ్నాన్ని కలిగివున్న ఈ సంఖ్యలు అన్నింటికి ల్యాండ్ మార్క్ సంఖ్యలుగా పిలుద్దాం ఇక్కడ రోమన్ సంఖ్యా వ్యవస్థ యొక్క కొన్ని ల్యాండ్ మార్క్ సంఖ్యలు మరియు వాటి అనుబంధ సంఖ్యవివరాలు ఉన్నాయి.

I	V	X	L	C	D	M
1	5	10	50	100	500	1,000

NOT TO BE REPUBLISHED @KTBS

ఈ చిహ్నాలు ఇతర సంఖ్యలను సూచించడానికి కూడా ఉపయోగించ బడుతాయి. పరీక్ష కోసం 2367 పరిగణించం. దీనిని 1000 నుండి ప్రారంభమయ్యేల్యాండ్ మార్క్ సంఖ్య యొక్క మొత్తంగా వ్రాస్తే మనం వీలైనన్ని ఎక్కువ 1000లు మొదలైనవి తీసుకుంటాము. మనకులభిస్తుంది.

$$2367 = 1000 + 1000 + 100 + 100 + 100 + 50 + 10 + 5 + 1 + 1$$

ఈ కాబట్టి ఈ రోమన్ సంఖ్యలలో ఈ సంఖ్య MMCCCLXII.

? దాన్ని గుర్తించండి

1. క్రింది సంఖ్యలను రోమన్ సంఖ్యా వ్యవస్థలలో సూచించండి.

(i) 1222 (ii) 2999 (iii) 302 (iv) 715

మనం చూపిన మునుపటి సంఖ్యా వ్యవస్థలలో పోలిస్తే ఈ వ్యవస్థ ఎంత సమర్థవంతంగా ఉందో మనం చూస్తాము. ఈ వ్యవస్థ క్రీస్తు పూర్వం 8వ శతాబ్దంతో రోమ పురాతన గ్రీకు సంఖ్యా వ్యవస్థ నుండి ఉద్భవించింది. కాల క్రమేణా అభివృద్ధి చెందినట్లు కనిపిస్తుంది. ఇది రోమన్ సామ్రాజ్య విస్తరణతో యూరప్ అంతటా వ్యాపించింది..

ఈ వ్యవస్థ యొక్క సామర్థ్యం ఒక నిర్దిష్ట సంఖ్యను ఒక సమూహ పరిమాణంతో కాకుండా మనం ల్యాండ్ మార్క్ సంఖ్యలు అనిపిలిచే సమూహ పరిమాణాల శ్రేణితే వర్గ కరించడం ద్వారా ఆపై ఇచ్చిన సంఖ్యను సూచించదానికి ఈ ల్యాండ్ మార్క్ సంఖ్యలను. ఉపయోగించడం ద్వారాసాధించ బడుతుంది. ఈ ఆలోచన సంఖ్య వ్యవస్థల పరిణామ చరిత్రలో తదుపరి ముఖ్యమైన పురోగతి

© KTRS NOT TO BE REPUBLISHED

రోమన్ వ్యవస్థ యొక్క సాపేక్ష సామర్థ్యం ఉన్నప్పటికి ఇది అంక గణిత కార్యాకలాపాలు గుణాకారం మరియు భాగాహారాన్ని సులభంగా నిర్వహించడానికి అనుగుణంగా ఉండదు.

? **ఉదాహరణ:** క్రింది సంఖ్యలను హిందూ సంఖ్యలుగా మార్చ కుండా జోడించదానికి ప్రయత్నించండి.

(a) CCXXXII + CCCCXIII



మనం మొత్తం Xs మరియు Cs ని సంఖ్యను కనుగొని వాటిని సమూహపరుద్దాం అతిపెద్ద ల్యాండ్ మార్క్ సంఖ్యనుండి ప్రారంభమవు తుంది

స్పష్టంగా అతి పెద్ద సంఖ్య ల్యాండ్ మార్క్ సంఖ్య CBU లాగా కనిపిస్తోంది కానీ 5 Cs (100లు) ఒకD (500)ను చేస్తాయని గమనించింది కాబట్టి మొత్తం.

D C C X X X I I
C C C C X I I I

XL V
DC X X X I I = DCXLV
X I I I

దీనిని మీరు చేయండి.

(b) LXXXVII + LXXVIII

? రోమన్ సంఖ్యలలో ఇవ్వబడిన రెండు సంఖ్యలను హిందూ సంఖ్యలుగా మార్చకుండా ఎలా గుణిస్తారు? క్రింది ల్యాండ్ మార్క్ సంఖ్యల జతల లబ్ధాన్ని కనుగొనడానికి ప్రయత్నించండి V × L, L × D, V × D, VII × IX.

మీరు చేయండి



రోమన్ వ్యవస్థను ఉపయోగించే ప్రజలు తమ అంకగణిత కార్యకలాపాలను నిర్వహించడానికి అబాకస్ అనే గణన సాధనాన్ని ఉపయోగించారు. అది ఏమిటో తరువాత విభాగంలో చూద్దాం అయితే ప్రత్యేకంగా శిక్షణ పొందిన వ్యక్తులు మాత్రమే గణన కోసం ఈ సాధనాన్ని ఉపయోగించారు.

© NCERT NOT TO BE REPUBLISHED

పైన చర్చించిన సంఖ్యా వ్యవస్థలను పరిశీలిస్తున్నప్పుడు. చారిత్రాత్మకంగా ఒక వ్యవస్థ మనుపటి వ్యవస్థ కంటే మెరుగుదలగా అభివృద్ధి చెందిందని అర్థం చేసుకోకూడదు. రాబోయే సంఖ్యా వ్యవస్థలను అధ్యయనం చేసేటప్పుడు కూడా ఈ విషయాన్ని గుర్తుంచుకోవాలి. ప్రతి సంఖ్యా వ్యవస్థ ఎలా అభివృద్ధి చెందిందో వాస్తవకథ చాలా క్లిష్టంగా ఉంటుంది. మరియు చాలాసార్లు స్పష్టంగా తెలియదు. కాబట్టి మేము దీనిని ఈ అధ్యాయంలో కనుగొనడానికి ప్రయత్నించము.

? దాన్ని గుర్తించండి

1. పసిఫిక్ దీవిలోని ఒక స్థానిక ప్రజల సమూహం వేర్వేరు వస్తువులను లెక్కించ డానికి వేర్వేరు వరుస సంఖ్యల పేర్లను ఉపయోగిస్తుంది. వారు ఇలా ఎందుకు చేస్తారని మీరు అనుకుం టున్నారు?

గణిత చర్చ

2. 2s లెక్కింపు పద్ధతిలో గుములలో సంఖ్యా వ్యవస్థను 6 దాటి విస్తరించడాన్ని పరిగణిం చండి. ఈ వ్యవస్థలో సంభవించే సంఖ్యలకు హిందూ సంఖ్యలను ఉపయోగించకుండా వివిధ అంకగణిత ఆపరేషన్లను (+, –, ×, ÷) నిర్వహించ డానికి మార్గాలను కనుగొ నండి. క్రింది వాటని మూల్యాంకనం చేయడానికి దీన్ని ఉపయోగించండి.

గణిత చర్చ

(i) (ఉకాసర్ – ఉకాసర్ – ఉకాసర్ – ఉకాసర్ – ఉరుపోన్) + (ఉకాసర్ –ఉకాసర్ –ఉకాసర్ –ఉకాపోన్)

(ii) (ఉకాసర్ –ఉకాసర్ –ఉకాసర్ – –ఉకాసర్ – ఉరుపోన్) – (ఉకాసర్ –ఉకాసర్ –ఉకాసర్)

(iii) (ఉకాసర్ –ఉకాసర్ –ఉకాసర్ – –ఉకాసర్ ఉరుపోన్) × (ఉకాసర్ –ఉకాసర్)

(iv) (ఉకాసర్ –ఉకాసర్ –ఉకాసర్ – ఉకాసర్ –ఉకాసర్ – ఉకాసర్ – ఉకాసర్– ఉకాసర్) ÷ (ఉకాసర్ –ఉకాసర్)

3. రోమన్ సంఖ్యా వ్యవస్థలో పోల్చినపుడు హిందూ సంఖ్యా వ్యవస్థను సమర్థవంతంగా చేసే లక్షణాలను గుర్తించండి.

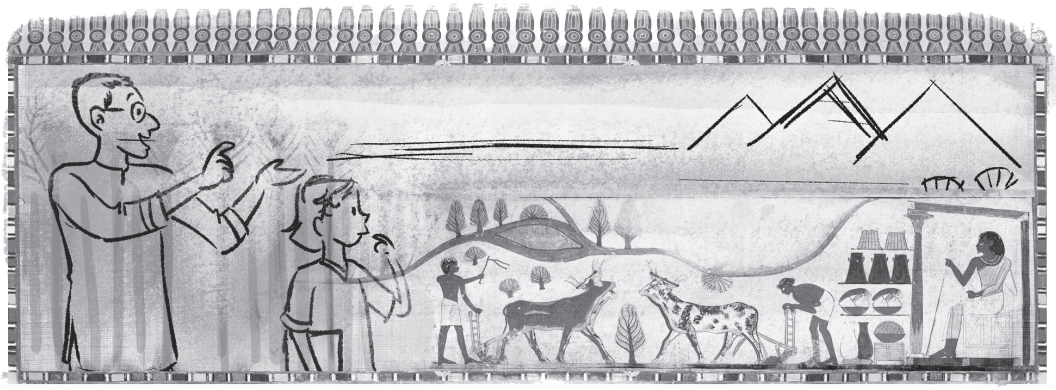
గణిత చర్చ

4. ఈ విభాగములో చర్చించిన ఆలోచనలను ఉపయోగించి మీరు ఇంతకుముందు తయారు చేసేముందే సంఖ్యా వ్యవస్థను మెరుగు పరచడానికి ప్రయత్నించండి.

ప్రయత్నించండి

3.3 చెస్ యొక్క ఆలోచన

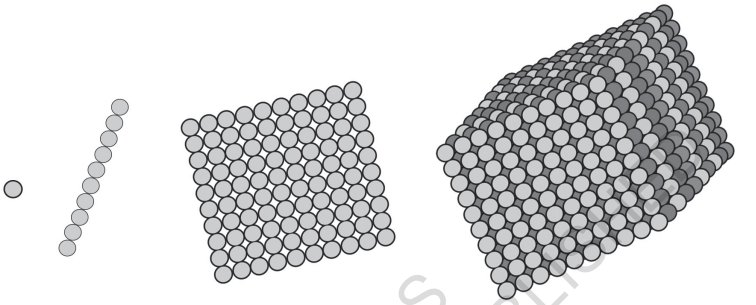
I. ఈజిప్టియన్ సంఖ్యావ్యవస్థ



© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

క్రీస్తు పూర్వం 3000 ప్రాంతంలో ఈజిప్టియన్లు అభివృద్ధి చేసిన లిఖిత సంఖ్యా వ్యవస్థను మనం ఇపుడు చూడ బోతున్నాం ఈ వ్యవస్థలో ఇచ్చిన సంఖ్యను సమూహపరచడానికి మరియు సూచించడానికి ల్యాండ్ మార్క్ సంఖ్యలను ఉపయోగించడాన్ని మనం చూస్తాము. అయితే ఈ వ్యవస్థను ప్రత్యేకంగా చేసేది దాని ల్యాండ్ మార్క్ సంఖ్యల క్రమం.

గులకరాళ్ళ సేకరణలను ఊహించుకోండి. మొదటి ల్యాండ్ మార్క్‌సంఖ్య దీని పరిమాణం మునపట ల్యాండ్ మార్క్ సంఖ్య (1) యు క్క 10 సేకరణలను సమూహ పరచండి. దీని పరిమాణం రెండవ లాండ్ మార్క్ సంఖ్య. ఇది 10 మునుపటి ల్యాండ్ మార్క్‌సంఖ్య (10) యొక్క 10 సేకరణలను సమూహ పరచండి. దీని పరిమాణం మూడవ ల్యాండ్‌మార్క్ సంఖ్య $10 \times 10 = 100$ మరియు మొదలైనవి.



ప్రతి ల్యాండ్ మార్క్ సంఖ్య మునుపటి సంఖ్యకు 10 రెట్లు ఉంటుంది '1' మొదటి ల్యాండ్ మార్క్‌సంఖ్య కాబట్టి అవన్నీ 10 మొక్క ఘాతాలు క్రిందివి. ఈ సంఖ్యలకు ఇవ్వబడిన చిహ్నాలుఈ

1	10	10^2	10^3	10^4	10^5	10^6	10^7
							

రోమన్ సంఖ్యల మాదిరిగానే ఇచ్చిన సంఖ్యను ల్యాండ్ మార్క్ సంఖ్యలు సమూహాలలో లెక్కించబడుతుంది. ఇచ్చిన సంఖ్య కంటే తక్కువ వున్న అతి పెద్ద ల్యాండ్ మార్క్ సంఖ్యనుండి ప్రారంభము అవుతుంది. ఇది తరువాత సంఖ్యనుకేటాయించడానికి ఉపయోగించ బడుతుంది

ఉదాహరణకు 324 సమానమైన $100 + 100 + 100 + 10 + 10 + 4$ ను ఈ విధంగా? 𓍢𓍢𓍢𓎆𓎆𓏺𓏺𓏺𓏺 గా వ్రాస్తారు.

@NTBS NOT TO BE REPUBLISHED

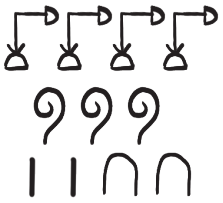
దాన్ని గుర్తించండి

1. ఈజిప్టియన్ వ్యవస్థలో ఈ క్రింది సంఖ్యలను సూచించండి: 10458, 1023, 2660, 784, 1111, 70707.
2. ఈ సంఖ్యలు ఏ సంఖ్యలను సూచిస్తాయి.

(i)



(ii)



II. ఈజిప్టియన్ వ్యవస్థ మరియు ఆధారం పై వైవిధ్యాలు

ల్యాండ్‌మార్క్ సంఖ్యకు సమానమైన పరిమాణంలో ఉన్న 10 సేకరణలను (ఈజిప్టియన్ వ్యవస్థలో....) సమూహ పరచడానికి బదులుగా మునుపటి ల్యాండ్ మార్క్ సంఖ్యను 5 సేకరణలను కలిపి సమూహ పరచడం ద్వారా ఒక్క సంఖ్యా వ్యవస్థను రూపొందించారు? ఈ 5ను ధన పూర్ణాంకం ద్వారా భర్తీ చేయవచ్చా?

అవకాశాన్ని పరిశీలిద్దాం 1 అనేది మొదటి ల్యాండ్‌మార్క్ సంఖ్య అనుకుందాం మునపటి ల్యాండ్‌మార్క్ (1).కి సమానమైన పరిమాణంలో 5 సేకరణలను సమూహపరచండి దీని పరిమాణం రెండవ ల్యాండ్ మార్క్ సంఖ్య. ఇది 5 మునపటి ల్యాండ్ మార్క్ సంఖ్య (5) కి సమానమైన 5 సేకరణలను సమూహపరచండి. దీని పరిమాణం మూడవ ల్యాండ్ మార్క్ సంఖ్య ఇది $5 \times 5 = 25$ మునుపటి ల్యాండ్ మార్క్ సంఖ్య (5) కి సమానమైన పరిమాణంలో 5 సేకరణలను సమూహపరచండి. దీని పరిమాణం నాల్గవ ల్యాండ్ మార్క్ సంఖ్య ఇది.



ఈ విధంగా, మనకు ఒక కొత్త సంఖ్యా వ్యవస్థ ఉంది దీనిలో ప్రతి ల్యాండ్ మార్క్ సంఖ్య మునుపట సంఖ్య కంటే 5 రెట్లు ఉంటుంది 1 మొదటి ల్యాండ్ మార్క్ సంఖ్య కాబట్టి అవన్నీ 5 యొక్క ఘాతాలు.

$5^0 = 1$ $5^1 = 5$ $5^2 = 25$ $5^3 = 125$ $5^4 = 625$ $5^5 = 3125$



© IITBS NOT TO BE REPUBLISHED

? ఈ కొత్త వ్యవస్థలో 143 సంఖ్యను వ్యక్తపరచండి.

$5^3 = 125$ పరిమాణంతో ప్రారంభించి సమూహాన్ని ప్రారంభిద్దాం. ఎందుకంటే ఇది 143 కంటే చిన్న అతి పెద్ద ల్యాండ్ మార్క్ సంఖ్య మనకు లభిస్తుంది.

$$143 = 125 + 5 + 5 + 5 + 1 + 1 + 1.$$

కాబట్టి కొత్త వ్యవస్థలో 143 సంఖ్యను ○□□□△△△.

ల్యాండ్ మార్క్ సంఖ్యలను కలిగి వున్న సంఖ్యా వ్యవస్థ ఏది?

(a) మొదట ల్యాండ్ మార్క్ సంఖ్యలను 1 మరియు

(b) ప్రతి తదుపరి ల్యాండ్ మార్క్ సంఖ్యను ప్రస్తుత ల్యాండ్ మార్క్ సంఖ్యను కొత్త స్థిర సంఖ్యతో గుణించడం ద్వారా పొంచవచ్చు n అనేది బేస్-n సంఖ్యా వ్యవస్థగా చెప్పబడుతుంది.

ఈజిప్టియన్ సంఖ్యా వ్యవస్థ ఒక బేస్ 10 వ్యవస్థ మరియు మనం సృష్టించిన సంఖ్యా వ్యవస్థ ఒక బేస్ – 5 వ్యవస్థ, ఒక బేస్ – 10 సంఖ్యా వ్యవస్థను దశాంశ సంఖ్యా వ్యవస్థ అనికూడ అంటారు.

? **దీన్ని గుర్తించండి**

1. పైన పేరొన్న బేస్ – 5 వ్యవస్థలోని క్రింది సంఖ్యలను పట్టిక 2: 15, 50, 137, 293, 651 లోని చిహ్నాలను ఉపయోగించి వ్రాయండి.

2. పైనవున్న మన బేస్ – 5 వ్యవసలో సూచించలేని సంఖ్య ఏదైన వుందా? ఎందుకు లేదా ఎందుకు కాదు?

3. బేస్ – 7 వ్యవస్థ యొక్క ల్యాండ్ మార్క్ సంఖ్యలను లెక్కించండి సాధారణంగా బేస్ -n వ్యవస్థ యొక్క ల్యాండ్ మార్క్ సంఖ్యలు ఏవి

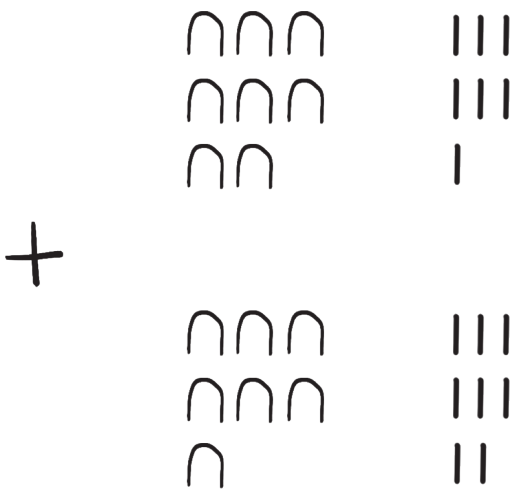
బేస్ -n సంఖ్య వ్యవస్థ యొక్క ల్యాండ్ మార్క్ సంఖ్యలు దీని ఘాతాలు n తో ప్రారంభమయ్యే $n^0 = 1, n, n^2, n^3, \ldots$

బేస్ -n వ్యవస్థ యొక్క ప్రయోజనాలు

ఒక సంఖ్య యొక్క ఘాతాలు ఉండే ల్యాండ్ మార్క్ సంఖ్యలను. కలిగి వుండటం వలన కలిగీ ప్రయోజనం ఏమిటి? దీనిని అర్థం చేసుకోవడోనికి వాటిని ఉపయోగించికొన్ని అంకగణిత పరికల్పనలు చేద్దాం.

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

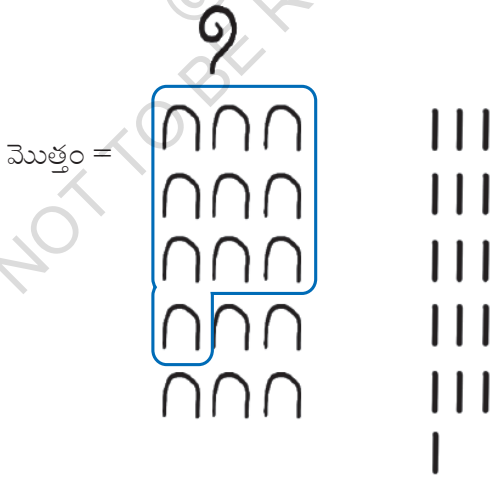
ఉదాహరణ: క్రింది ఈజిప్టియన్ సంఖ్యలను జోడించండి:



మనం మొత్తం 1 సంఖ్యను కనుగొని. వాటిని అతి పెద్ద ల్యాండ్ మార్క్ సంఖ్య అయిన 1 మరియు ∩ లో సమూహ పరుద్దాం దీనిలో మొత్తం

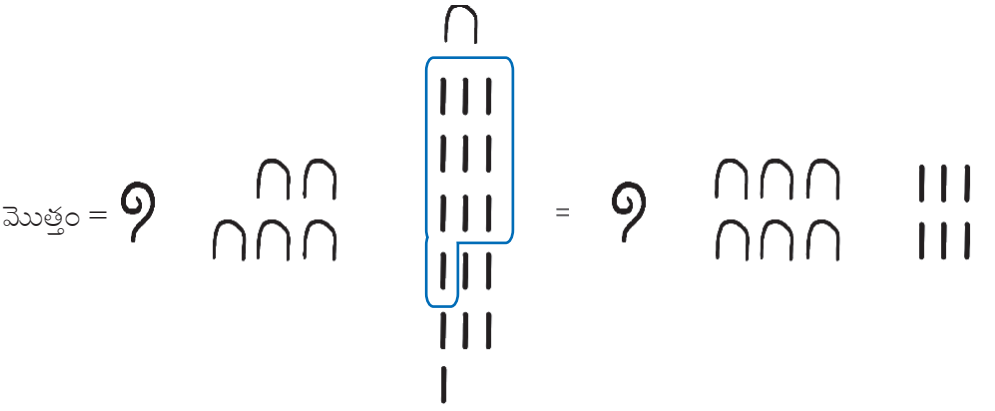
15 ∩ మరియు 15 |.

10 ∩ తరువాత ల్యాండ్ మార్క్ సంఖ్య 9 ని ఇస్తుంది. కాబట్టి మొత్తం ఇలావుండవచ్చు.



@KTRS NOT TO BE REPUBLISHED

కావున 10| ఇచ్చేది ∩ , మనకు కావలసిన



? దాన్ని గుర్తించండి.

1. కింది ఈజిప్టియన్ సంఖ్యలను జోడించండి.

(i)



(ii)

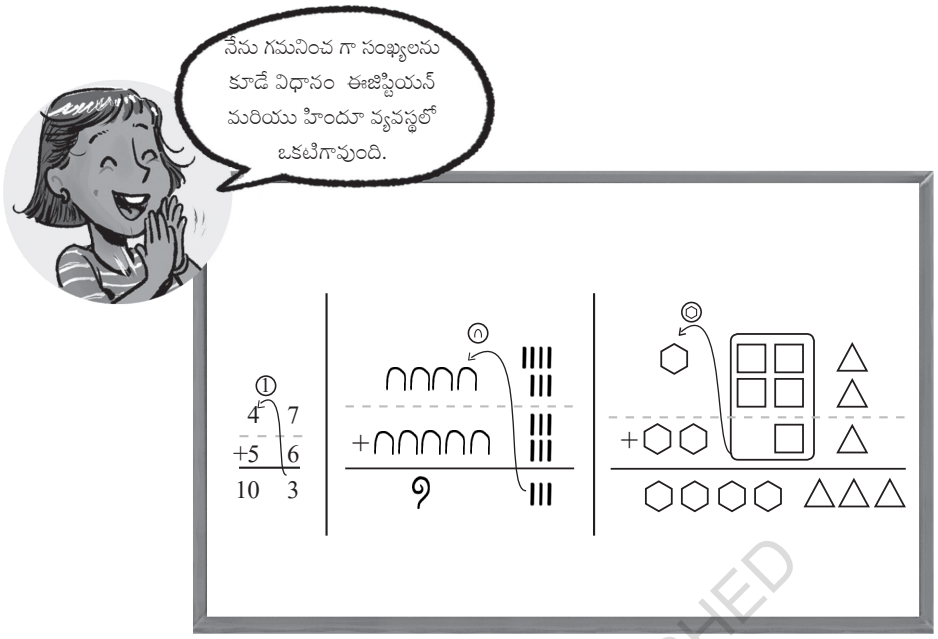


@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

2. మనం సృష్టించిన బేస్ – 5 వ్యవస్థలో వున్న క్రింది సంఖ్యలను జోడించండి.



ఒక వ్యవస్థలో ఒక ల్యాండ్ మార్క్ సంఖ్యకు 5 రెట్లు చేస్తే తదుపరి సంఖ్య వస్తుందని గుర్తుంచుకోండి.

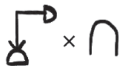


(బేస్-*n* సంఖ్య వ్యవస్థలో చేసిన దానికి రోమన్ వ్యవస్థలో చేసిన దానికి భిన్నంగా చేయండి. రోమన్ వ్యవస్థలో సమూహం మరియు పునర్ వ్యవస్థీకరణ జాగ్రత్తగా చేయాలి. ఎందుకంటే ప్రతి ల్యాండ్‌మార్క్ సంఖ్యను తదుపరి దాన్ని పొందడానికి సమూహ పరచడం ఎల్లప్పుడూ ఒకే పరిమాణంలో ఉండదు. గుణాకారాన్ని పరిగణలోకి తీసుకున్నప్పుడు బేస్ ఉన్న సంఖ్యా వ్యవస్థ యొక్క ప్రయోజనం మరింత స్పష్టంగా కనిపిస్తుంది?

? ఈజిప్టియన్ సంఖ్యలలో రెండు సంఖ్యలను ఎలా గుణించాలి.

ముందుగారెండు ల్యాండ్ మార్క్ సంఖ్యల లబ్ధాన్ని పరిశీలిద్దాం.

? 1. లబ్ధాలను ఏదైనా ల్యాండ్ మార్క్ సంఖ్యను ∩ (అంటే 10)? తో గుణిస్తే ఏమివస్తుంది? క్రింది కనుగొనండిఈ

(i) ∩ × ∩ (ii) 9 × ∩ (iii)  × ∩ (iv)  × ∩

ఈ ప్రతి ల్యాండ్‌మార్క్ సంఖ్య 10 యొక్కశక్తి మరియు దానిని 10 తో గుణించడంవలన 1 శక్తి పెరుగుతుంది. ఇది తదుపరి ల్యాండ్‌మార్క్ సంఖ్య.

? 2. ఏదైన ల్యాండ్ మార్క్ సంఖ్యను 9 (10^2)తో గుణిస్తే ఏమి వస్తుంది? క్రింది లబ్ధాలను కనుగొనండి.

© NCERT NOT TO BE REPUBLISHED

ఈ క్రిందవాటి లబ్ధాలను కనుగొనండి.

(i) ∩ × ୨ (ii) ୨ × ୨ (iii) ୪ × ୨ (iv) ୭ × ୨

(i) ∩ × ୯ (ii) ୨ × ୪ (iii) ୪ × ୪ (iv) ୭ × ୫

అందువల్ల ఏవైన రెండు ల్యాండ్ మార్క్ సంఖ్యల ఉత్పత్తి మరొక ల్యాండ్‌మార్క్ సంఖ్య అవుతుంది!

మనం సృష్టించిన బేస్ 5 వ్యవస్థలో ఈ లక్షణం నిజమా? ఇది బేస్ ఉన్న ఏదైన్న సంఖ్యా వ్యవస్థకు వర్తిస్తుందా?

గణితచర్చ

ఈజిప్టు వ్యవస్థలో ఒక సంఖ్య యొక్క మరియు ∩ (10)ల లబ్ధం గురించి మనం ఏమి తేల్చవచ్చు.

(i) ୨୨ × ∩

୨୨ అదేరీతిగా ୨+୨

కావున ୨୨ × ∩ = (୨+୨) × ∩

ఇవి సంఖ్యలు కాబట్టి పంపిణీ చట్టం వర్తిస్తుంది కాబట్టి.

(୨+୨) × ∩ = ୨ ∩ + ୨ × ∩

= ୪ + ୪

= ୪୪

(ii) ୨∩∩| × ∩

୨∩∩| గా అదేరీతిగా ୨ + ∩∩ + |. అందువలన

୨∩∩| × ∩ = (୨ + ∩∩ + |) × ∩

డిస్టిబ్యూటివ్ ఆస్తి ఇక్కడ కూడా ఉంటుందా? $(a + b) \times n$ కి ఉన్నట్టే సంఖ్యల ఉదాహరణలో ఒకటి ఉన్నప్పుడు కూడా ఇది ఉంటుంది ఎక్కువ పదాలు ఉన్నాయి $(a + b + c) \times n = an + bn + cn$ కాబట్టి 2 కంటే.

© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

$$(9 + \cap\cap + |) \times \cap = (9 \times \cap) + (\cap\cap \times \cap) + (| \times \cap)$$

$$= \text{𓎆} + 99 + \cap$$

$$= \text{𓎆} 99 \cap$$

? ఇప్పుడు ఈ క్రింది లబ్ధాలను కనుగొనండి.

(i) $\left(\begin{matrix}999\\99\end{matrix} \cap\cap\ ||\right) \times \cap$ (ii) $\text{𓎆} \cap \times \cap$

? ఒక సంఖ్యతో గుణించ డానికి ఒకసాధారణ నియమం ఏమిటి ∩?

ఇప్పటికీ గమనించినట్లుగా రెండు సంఖ్యలను గుణించే ప్రక్రియలో ల్యాండ్ మార్క్‌ల సంఖ్యల గుణకారం ఉంటుంది. ల్యాండ్‌మార్క్ సంఖ్యలు ఒక సంఖ్య యొక్క శక్తులు అయినప్పుడు వాటలబ్ధం మారొక ల్యాండ్ మార్క్ సంఖ్య అవుతుంది. ఈ వాస్తవం గుణకార ప్రక్రియను సులభతరం చేస్తుంది అయితే రోమన్ సంఖ్యల విషయంలో ఇడి జరుగదు. అందుకే వాటని ఉపయోగించి గుణించడం కష్టం.

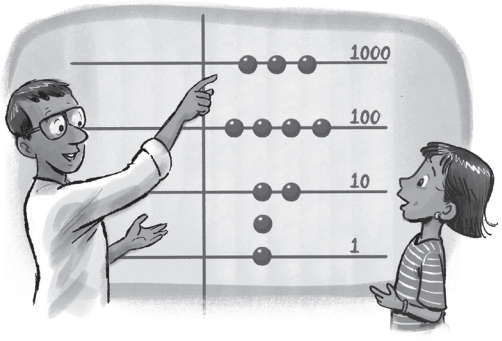
అందువల్ల ల్యాండ్‌మార్క్ సంఖ్యలు సంఖ్య యొక్క శక్తులుగా ఉన్న సంఖ్యా వ్యవస్థ అంటే బేస్ కలిగిన సంఖ్యావ్యవస్థ ప్రాతినిధ్యంలో మాత్రమే కాకుండా అంకగణిత కార్యాకలపాలను నిర్వహించడంలో దాని ఉపయోగంలొ కూడా సమర్థవంతంగా ఉంటుంది.

బేస్ కూడిన సంఖ్యా వ్యవస్థ ఆలోచన చరిత్రలో ఒక మలుపు మన ఆధునిక హిందూ సంఖ్యావ్యవస్థ ఈ నిర్మాణం పై నిర్మించబడింది.

©KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

దశాంశ వ్యవస్థను ఉపయోగించే అబాకస్

11వ శతాబ్దంలో ఇప్పటికీ రోమన్ సంఖ్యలను ఉపయోగిస్తున్న ప్రజలు కూడా దశాంశ వ్యవస్థను ఉపయోగించి నిర్మించిన గణన పరికరం. అబాకస్‌ను ఉపయోగించడం ప్రారంభించారు. ఇది చిత్రం 3.1 లో చూపిన విధంగా రేఖలతో కూడిన బోర్డు 1 ని సూచించే రేఖ నుండి 10 యొక్క వరుస ఘాతాన్ని సూచిస్తుంది.



చిత్రం : 3.1 అబాకస్

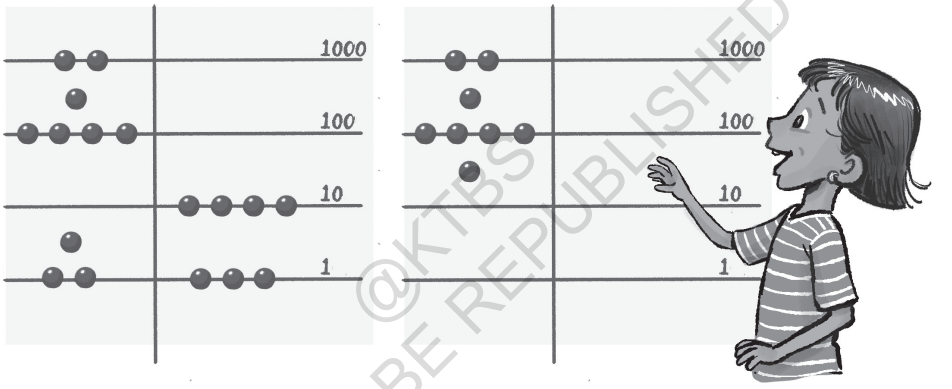
అందులో సంఖ్యలు ఈ క్రింది విధంగా సూచించ బడ్డాయి. ఇవ్వబడిన సంఖ్యను మొదటి ల్యాండ్ మార్క్ సంఖ్యలుగా (10 యొక్క ఘాతంలు) వర్గీకరించారు. ఇప్పటి వరకు మనం వాటిని సమూహ పరుస్తున్న విధంగానే 10 యొక్క ప్రతి ఘాతానికి సమూహంలో ఎన్నిసార్లు సంభవించిందో దాని రేఖపై అనేక కౌంటర్లు ఉంచబడ్డాయి. ఒక రేఖ పై ఒక కౌంటర్ వుండటం 5 విలువ కుదోహద పడుతుంది.

ఉదాహరణకు 3426 సంఖ్యను తీసుకొందాం దీనిని

$3426 = 1000 + 1000 + 1000 + 100 + 100 + 100 + 100 + 10 + 10 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1$

గా వర్గీకరించవచ్చు. ఈ సంఖ్యను చిత్రం 3.1 లో చూపిన విధంగా సూచించబడింది. 6 వాటిని ఎలా సూచిస్తారో గమనించండి.

గణనలకు అబాకస్ ఎలా ఉపయోగించబడుతుందో ఒక సాధారణ కూడిక సమస్యను పరిశీలిద్దాం 2907 + 43 రెండు సంఖ్యలు నిలువు విభజనకు ఇరు వైపులా తీసుకో బడ్డాయి.



@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

మొత్తానికి కనుగొనడానికి మీరు దీన్ని ఎలా ఉపయోగిస్తారు?

ప్రతి రేఖవెంట ఉన్నకౌంటర్లను కలిపి ఉంచారో 10 దాటిన పంక్తిలో d అంటే ఏమిటి?

సూచన: ఈ సమస్యలొ ఒకటి మరియు 3 కలిసి 10 గా ఏర్పడుతాయి. ఇది 10 లను సూచించే రేఖకు ప్రతి రూపం గా ఉపయోగ పడుతుంది.

III. ఈజిప్టు వ్యవస్థ యొక్కలోపాలు

కోటి (10^7) వరకు ఉన్న సంఖ్యలకు సాపేక్షంగా సమర్థ వంతమైన సంఖ్యా ప్రాతినిధ్యాలను మరియు సాపేక్షంగా సులభమైన గుణనలను అనుమతించే సంఖ్యా వ్యవస్థ అయినప్పటికి ఈజిప్టియన్ వ్యవస్థలో ఒకలోపం ఉంది.

పెద్ద మరియు పెద్ద సంఖ్యలను సూచించాల్సిన అవసరం ఉంటే 10 యొక్క ఉన్నత మరియు ఉన్నత ఘాతాల కోసం చిహ్నాల అంతులేని క్రమాన్ని కనపెట్టవలసిన అవసరం ఉంది. ఇక్కడ మనం సంఖ్యా ప్రాతినిధ్యం యొక్క అసలు సవాలును వేరే రూపంలో తిరిగి చూస్తున్నాము.

సంఖ్యావ్యవస్థల పరిణామ చరిత్రలో తదుపరి మరియు చివరి ఆలోచన ఈ సమస్యను పరిష్కరించడమే కాకుండా సంఖ్యా ప్రాతినిధ్యం మరియు గణనలను కూడా అసాధారణంగా సులభతరం చేస్తుంది.

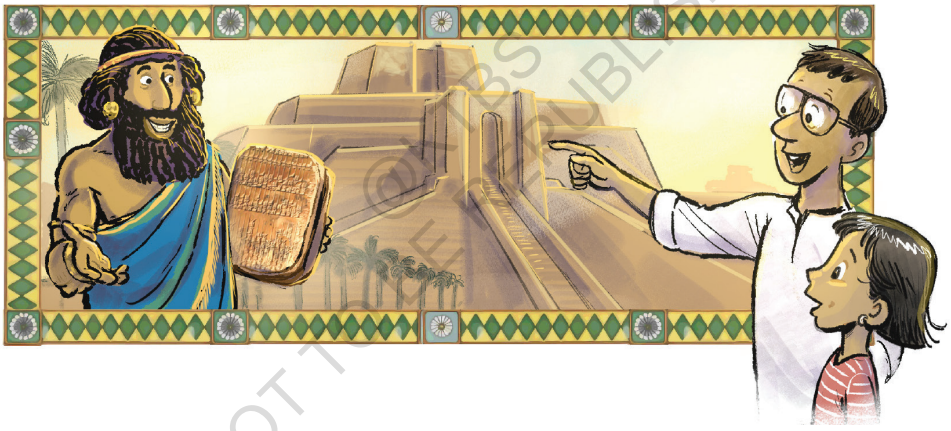
? దాన్ని గుర్తించండి

గణిత చర్చ

1. సంఖ్యలలో ప్రాతినిధ్యం వహించే మెసపోటేనియన్ల సంఖ్య 10 నియమంను లేదా అంతకంటే ఎక్కువసార్లు సంఖ్యలలో సంభవించే చిహ్నాలను కలిగి ఉంటుందా?
2. మీ స్వంత బేస్ 4 సంఖ్యా వ్యవస్థను సృష్టించండి మరియు 1 నుండి 16 వ సంఖ్యలను సూచించండి.
3. మనం సృష్టించిన బేస్ – 5 సంఖ్యా వ్యవస్థలో ఇచ్చిన సంఖ్యను 5 లో గుణించడానికి ఒక సాధారణ ఇవ్వండి.

3.4. స్థానవిలువ ప్రాతినిధ్యం

I. మెసాపొటేనియన్ల సంఖ్యా వ్యవస్థ



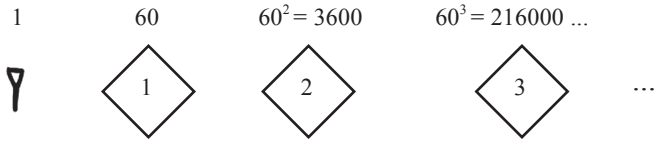
© IBS NOT TO BE REPUBLISHED

ప్రారంభంలో పురాతన మెసాపొటేమియాలో ఉపయోగించిన సంఖ్యావ్యవస్థ వేర్వేరు ల్యాండ్ మార్క్ సంఖ్యలకు వేర్వేరు చిహ్నాలను కలిగి వుంది. తరువాత కాలంలో ఇది చాలా సమర్ధవంతమైన సంఖ్యా ప్రాతినిధ్యంలో బేస్ – 60 వ్యవస్థగా మారింది. దీనిని షష్యమాన వ్యవస్థ గాపిలుస్తారు.

వారు బేస్ – 60 ని ఎందుకు ఎంచుకోన్నారో చాలా మందికి అర్థంకాలేదు. 60 మరియు కొన్ని ముఖ్యమైన సంఘటన కాలాల మధ్య సంబంధం వారుచంద్రనెల పొడవు 30 రోజు లేదు భూమి స్థిరంగా వుందని తీసుకొన్నప్పడు. సూర్యడు. భూమి చుట్టూ ఒక చుట్టు పూర్తి చేయడానికి పట్టె సమయం వంటిని) భిన్నాలును సూచించే సౌలభ్యం (మీము ఇక్కడ దీనిలోకి వెళ్ళము) వాట మునుపట ల్యాండ్ మార్క్ క్రమం –1, 10, 60, 600, 3600, 36000..... 60 యొక్క ఘాతాలు మాత్రమే తగ్గించ బడటం మొదలైన వాటినుండి. దీనిని వివరించడంనకు వివిధ సిద్దాంతాలు వున్నాయి.

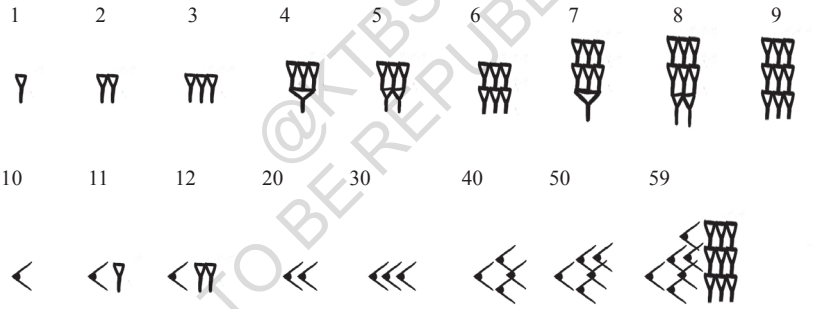
బాబిలోనియన్ సంఖ్యా వ్యవస్థ అనిపిలువ బడే మెసాపొటేమియా సంఖ్యా వ్యవస్థ యొక్క ప్రభావం మనకు వీటికి మన సమయ కొలతల యూనిట్లలో చూడవచ్చు. 1 గంట = 60 నిమిషాలు మరియు 1 నిమిషం = 60 సెకెన్లు ఈ వ్యవస్థ 1 కి మరియు 10 కి 7 చిహ్నాన్ని ఉపయోగించింది ఇప్పడు. వాటి సంఖ్యా వ్యవస్థను అధ్యయనంచేయడంపై క్లుప్తంగా ఆగి ఇప్పటివరకు చూసిన మెసాపోటేమియా లక్షణాలను ఉపయోగించి సమర్థవంతంగా సంఖ్యా వ్యవస్థను ఎలా నిర్వించి టిచ్చే ఆలోచిద్దాం.

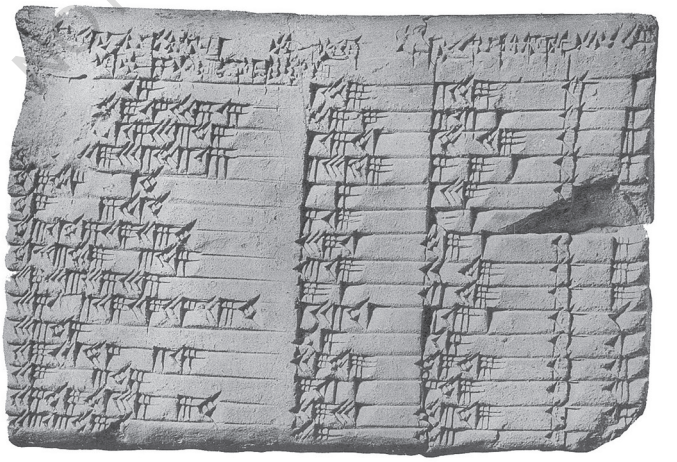
వారి ల్యాండ్ మార్క్ సంఖ్యలకు మన స్వంత చిహ్నాలను ఇద్దాం



ఈ చిహ్నాలకు సృష్టించడంలో మేము వాస్తవంనకు భారతీయ సంఖ్యలను ఉపయోగించామని గమనిమచండి. మేరుమా స్వంత చిహ్నాలను కనిపెట్టి ఉండవచ్చు. కానీ సులభంగా గుర్తుంచు కునేందుకు మరియు ఉపయోగిం చడానికి మేము సుపరిచిమైన సంఖ్యలు 1, 2, 3..... సహాయం ఎంచుకొన్నాము.

మరియు ఉపయోగించి 1 నుంది 59 వరకు సంఖ్యలను సూచించవచ్చు.





మెసపొటేమియన్ టాబ్లెట్ యొక్క పునరుత్పత్తి

@RTBS NOT TO BE REPUBLISHED

ఉదాహరణ : ఈ వ్యవస్థలో 640 సంఖ్యను సూచిస్తాము. దానిని ల్యాండ్ మార్క్ సంఖ్యలుగా సమూహ పరిస్తే మనకు కనిపిస్తుంది.

$$640 = (10) \times 60 + 40.$$

మనం ఈజిప్షియన్ ఆలోచనను ఉపయోగిస్తే, ఈ సంఖ్యను 10 

s ఉపయోగించి సూచిస్తారు. 40ని 4  s ఉపయోగించి సూచిస్తారు.

దీన్ని మనం మరింత సంక్షిప్తంగా సూచించగలమా?

మనం ఈ సంఖ్యను ఇలా చూపించవచ్చు.



దీనిని మనం సమీకరణం వ్రాసినట్లుగా పది 60లు మరియు ఒక 40గా చదవవచ్చు.

ఉదాహరణ : మనం మరొక సంఖ్యను ప్రయత్నిద్దాం - 7530.

$$7530 = (2) \times 3600 + (5) \times 60 + 30$$

కాబట్టి, దాని ప్రాతినిధ్యం ఉంటుంది.



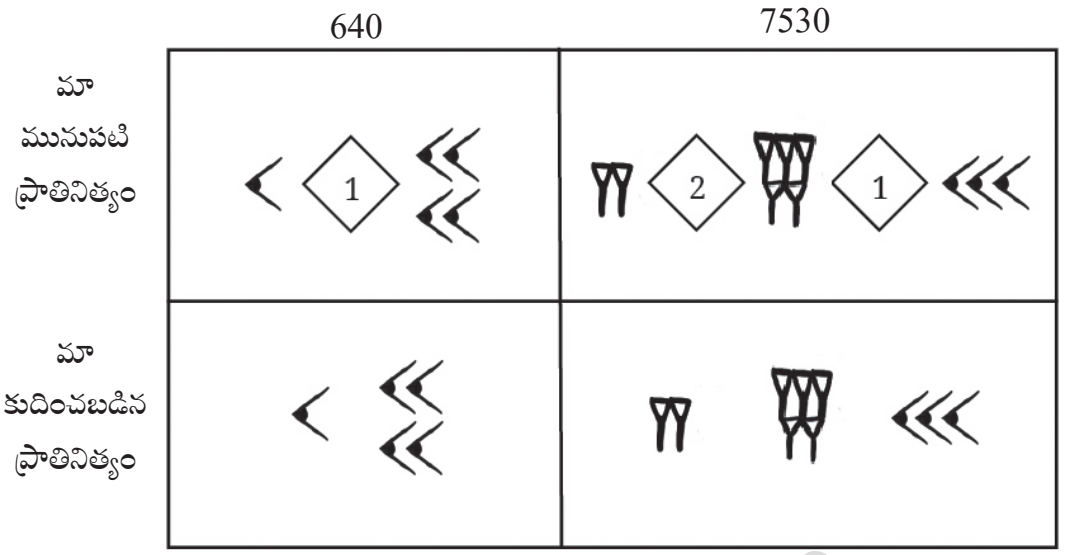
ఒక సంఖ్యను దాని ప్రాతినిధ్యం కోసం 60 ఘాతాలుగా వర్గీక రించినపుడు. 60 ఘాతాలు, 60 లేదు అంతకంటే ఎక్కువ సార్లు సంభవించునని గమనించండి. ఇది జరిగితే వాటిలో 60 ని సమూహాపరచి 60 యొక్క తదుపరి ఘాతాన్ని ఏర్పరచవచ్చు.

ఉదాహరణకు, వ్యక్తీకరణను పరిగణించండి.

$$\begin{aligned}(1) \times 3600 + (70) \times 60 + 2 &= (1) \times 60^2 + (60 + 10) \times 60 + 2 \\ &= (1) \times 60^2 + 60^2 + (10) \times 60 + 2 \\ &= (2) \times 60^2 + (10) \times 60 + 2\end{aligned}$$

కాబట్టి ఏ సంఖ్యలైన ల్యాండ్ మార్క్ సంఖ్యల కోసం సంఖ్యలతో పాటు 1 – 59 సంఖ్యను ఉపయోగించి ఏ సంఖ్యనైన సూచించవచ్చు. ఇప్పుడు మనం ప్రాతినిధ్యాన్ని మరింత పెంచి, 60 యొక్క విభిన్న ఘాతాల చిహ్నాలను వదిలిస్తే ఎమి జరుగుతుంది?

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED



మెసొపొటేమియన్లు సరిగ్గా ఇదే చేశారు. 1 వారి సంఖ్యలో కుడివైపున వున్న చిహ్నాల సమితి 1 ల సంఖ్యను. దాని ఎడమవైపున ఉన్న చిహ్నాల సమితి 60 ల సంఖ్యను తదుపరి 3600 ల సంఖ్యను సూచించింది. 60 యొక్క ఘాతం సంభవించినపుడల్లా ఆస్థానంలో ఖాళీస్థలం ఇవ్వ బడింది.

మెసొపొటేమియన్లు ఈ ఆలోచన మనకు వచ్చిన విధంగానే వచ్చినట్లు అనిపించడం లేదు. కొంత మంది పండితులు వారి మునపటి సంఖ్యా వ్యవస్థలో ల్యాండ్ మార్క్ సంఖ్యలు 1 మరియు 60 లకు ఇవ్వబడిన చిహ్నాల సారూప్యత మరియు వాటిని ప్రమాదవశాత్తు ఉపయోగించడం వలనవారు ఈ ఆలోచనను చూసి ఉండవచ్చు అనిసూచిస్తున్నారు.

© KSTBS NOT TO BE REPUBLISHED

? దాన్ని గుర్తించండి

1. మెసొపొటేనియన వ్యవస్థలో క్రింది సంఖ్యలను సూచించండి.

   (i) 63 (ii) 132 (iii) 200 (iv) 60 (v) 3605

ఈ విధంగా మెసొపొటేమియా వ్యవస్థ చిహ్నాలు వ్రాయబడిన స్థానాలను. ఉపయోగించడం ద్వారా ల్యాండ్ మార్క్ సంఖ్యలకు అంతులేని చిహ్నాల క్రమాన్ని సృష్టించాల్సిన అవసరంను ఎలా తొలగిస్తుందో మనం చూడవచ్చు. ప్రతిచిహ్నంనిర్ణయించడంలో ఉపయోగించుకోనే అటువంటి సంఖ్యావ్యవస్థ (ఆధారం కలిగి ఉంటుంది)ను స్థాన సంఖ్య వ్యవస్థ లేదా స్థాన విలువ వ్యవస్థ అంటారు.

సంఖ్యా వ్యవస్థల పరిణాం చరిత్రలో స్థాన విలువ యొక్క ఈ ఆలోచన అత్యున్నత ఘట్టాన్ని సూచిస్తుంది. పరిమిత సంఖ్యలో విభిన్న చిహ్నాలను ఉపయోగించి సంఖ్యల అంతం లేని క్రమాన్ని సూచించే సమస్యకు చాలా సొగసైన పరిష్కారాన్ని అందిస్తుంది.

అయితే మెసపొటేమియా వ్యవస్తను పూర్తిగా అభివృద్ధిచెందిన స్థాన విలువ వ్యవస్థగా పరిగణించలేము. దీనిలో కొన్నిలో పాలువున్నాయి. అవి సంఖ్యను చదివేటప్పడు గందరగోళంనకు దారి దీస్తాయి.

? 60 యొక్క ప్రాతినిధ్యాన్ని చూడండి. 3600కు ఎంత ప్రాతినిధ్యం వుంటుంది?

సంఖ్యలను వ్రాసేటప్పుడు చిహ్నాల మధ్య అంతరం మనం ఇక్కడ ఇచ్చిన విధంగా ఇవ్వబడలేదు. వేర్వేరు వ్యక్తులు రాసిన వివిధ మాన్యుస్క్రిప్టులలో ఖాళీలకు స్థిరమైన అంతరాన్ని నిర్వహించడం కూడా కష్టం. ఇవి అస్పష్ట తలను సృష్టించాయి ఉదాహరణకు క్రింది సంఖ్యల ప్రాతినిధ్యాలను పరిగణించండి.

సంఖ్యలు	1	60	3600	12	602	36002
మనప్రాతినిధ్యం	𒁹	𒁹	𒁹	𒐜𒁹	𒐜𒁹	𒐜 𒁹
మెసొపొటేనియన్ల ప్రాతినిధ్యం	𒁹	𒁹	𒁹	𒐜𒁹	𒐜𒁹	𒐜𒁹

60 యొక్క ఏఘాతాలకు ఏ చిహ్నాలు సరిపోయతాయో కనుగొనడంలో అస్పష్టత కారణంగా ఒకే సంఖ్యను వేర్వేరు విధంగా చదవవచ్చు. 60 యొక్క వేర్వేరు ఘాతాలకు చిహ్నాల మధ్య ఏకాంతరఅంతరంను. ఉపయోగించి మన ప్రాతినిధ్యంలో కూడ 36002 యొక్క ప్రాతినిధ్యంలో వలె రెండు జతల చిహ్నాల మధ్య ఖాళీల సంఖ్యను తెలుసుకోవడం కష్టం.

ఖాళీ స్థలాలనుండి ఉత్పన్నవుయ్యే సమస్యను పరిష్కరించడానికి లాట్ మెసొపొటేనియమ్లు ఖాళీ స్థలంను సూచించుటకు ప్లేస్ హొల్డరు చిహ్నాని కొటాయించే అద్భుతమైన ఆలోచన ఉపయోగించారు. ఇది మన వ్యవస్థలో మనం ఉపయోగిమచే 0 (సున్నా) లాంటి. అందువల్ల వ్రాయబడిన స్థానవిలువ వ్యవస్థలో ప్లేస్ హొల్డర్‌గా సున్నా తప్పనిసరి

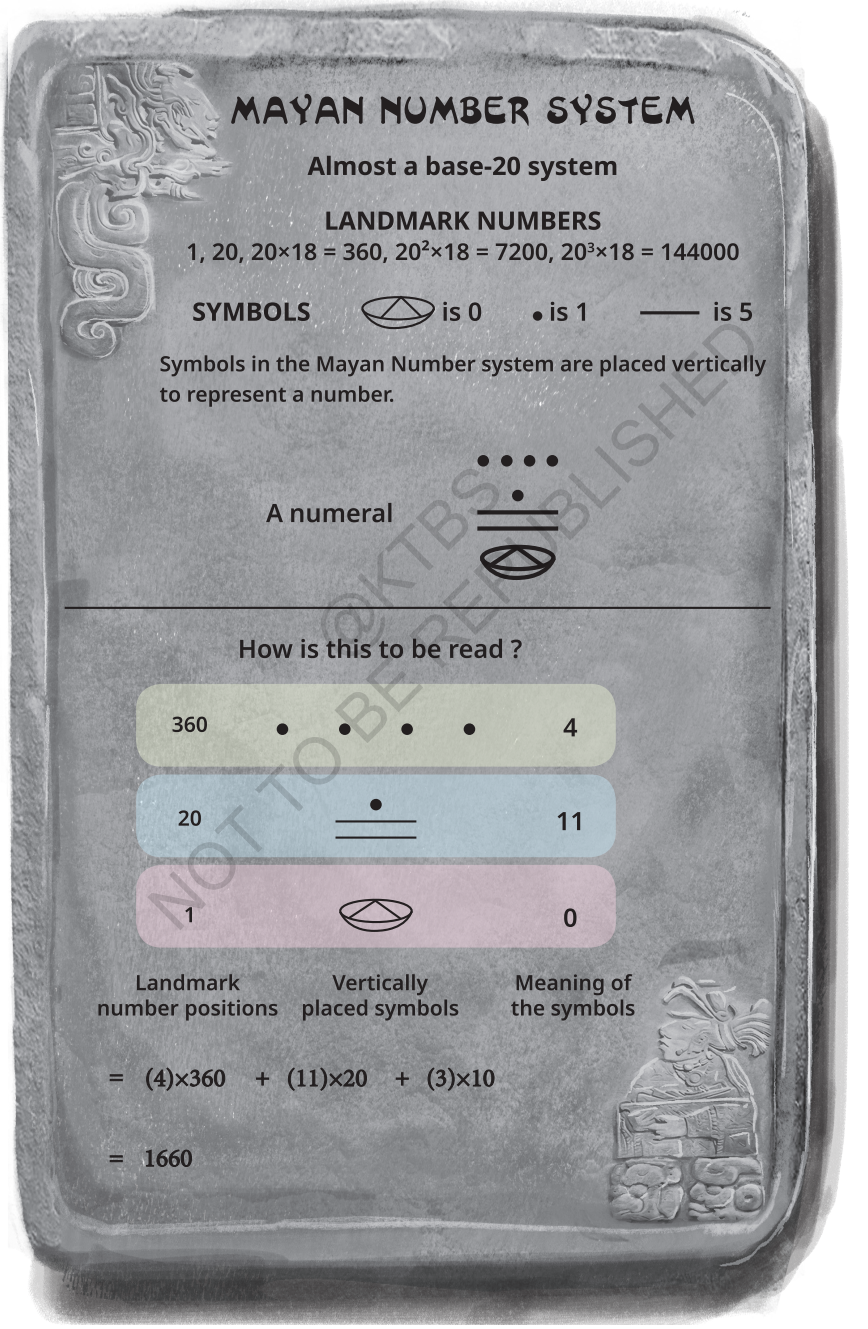
ఖాళీ స్థలాలవల్ల తలెత్తె సమస్య పరిష్కరించ బడినప్పటకి ఇతర అస్పష్టతలు ఇప్పటకీ వ్యవస్థలో ఉన్నాయి. ఉదాహరణకు ప్లేస్ హోల్డర్ గుర్తు ప్రధానంగా సంఖ్యల మధ్యలో ఉపయోగించ బడింది మరియు చివరలో కాదు కాబట్టి వారుదానిని 3600 (మనం ఇలా వ్రాస్తాము) వంటి సంఖ్యను సూచించడానికి ఉపయోగించారు.

II. మాయన్ సంఖ్యా వ్యవస్థ



© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

మధ్య అమెరికాలో మాయన్ నాగరికత అని పిలువ బడే ఒక నాగరికత అభివృద్ధి చెందింది. ఇది 3వ మరియు 10 శతాబ్దాల మధ్య గొప్ప మేధో మరియు సాంస్కృతిపురోగతిని సాదించింది. వారి మేథో పరమైన నిజయాలలో ఆసియాలో ఉన్న వారితో సంబంధం లేకుండా రూపొందించ బడిన వారిస్థాన విలువ ఉంది. వారు ఆధునిక '0' కోసం ప్లేస్ హోల్డరు చిహ్నాని ఉపయోగించారు. ఇది సముద్రపు షెల్‌లాగా కన్పించింది.



ఇక్కడ మనకు ఒక చిక్కుముడిని కలిగించే దృగ్విషయం కనిపిస్తుంది. వారిమూడవ ల్యాండ్ మార్క్ సంఖ్య 400 కంటె 360 ఎందుకు? కొంత మంది పండితులు దీనికి వారి క్యాలెండర్‌లలోతో ఏదైన సంబంధం కలిగి వుండ వచ్చునని భావిస్తున్నారు.

వేర్వేరు ల్యాండ్ మార్క్ సంఖ్యలతో అనుబందించ బడిన చిహ్నాల ఒకదాని క్రింద ఒకటి వ్రాయ బడ్డాయి. దిగువన ఉన్న చిహ్నాల సమితి 1ల సంఖ్యకు అనుగుణంగా వుంటుంది. పై వున్న సమితి 20ల సంఖ్యకు అనుగుణంగా వుంటుంది. పై వున్న సమితి 360ల సంఖ్యకు అనుగుణంగా వుంటుంది మరియు మొదలైనవి.

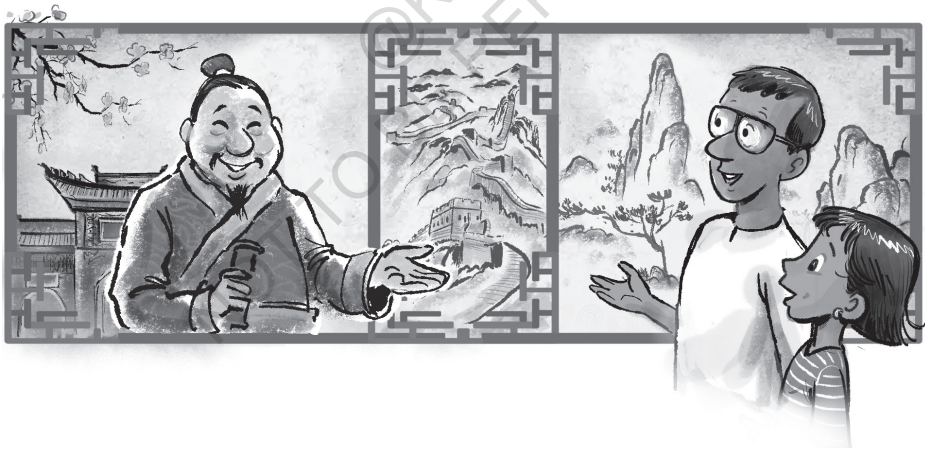
? మాయన్ వ్యవస్థ ఉపయోగించి క్రింది సంఖ్యలను సూచించండి.

(i) 77 (ii) 100 (iii) 361 (iv) 721

మాయన్ వ్యవస్థ వాస్తవంగా బేస్ – 20 వ్యవస్థ కానందున గణ నలకు బేసి వున్న వ్యవస్థకు ఉన్న ప్రయోజనాలు దీనికి లేవు. అయినప్పటికి వాటిస్థాన విలువ సంజ్ఞామానం మరియు సున్నా కోసం ప్లేస్ హోల్డర్ చిహ్నాని ఉపయోగిం చడం సంఖ్యా వ్యవస్థ చరిత్రలో ఒక ముఖ్యమైన పురోగతి పరిగణించబడుతుంది. ఆసక్తి కరమైన విషయం ఏమిటంటే. కొన్ని యురోపియన్ భాషలో పేర్లలో బేస్ – 20 వాడుకాన్ని మనం ఇప్పటికి కనుగొనవచ్చు.

© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

III. చైనీయులు రెండు సంఖ్యా వ్యవస్థలను



చైనీయులు రెండు సంఖ్య వ్యవస్థలను ఉపయోగించారు. పరిమాణాలను నమోదు చేయడానికి ఒక రూపాంతర వ్యవస్థ మరియు గణనలను నిర్వహించడానికి ఒక వ్యవస్థ. రాడ్–ఆధారిత సంఖ్యా వ్యవస్థలోని సంఖ్యలను రాడ్ సంఖ్యలు అంటారు. ఇక్కడ మనం రాడ్ సంఖ్యల గురించి చర్చిస్తాము. ఇవి చైనీయుల ప్రాత పూర్వక వ్యవస్థ కంటే సంఖ్యలతో వ్రాయడంలో గణించడంలో మరింత సమర్పవంతంగా పని చేస్తాయి.

రాడ్ సంఖ్యలు చైనాలో కనీసం 3వ శతాబ్దం AD వాటికి అభివృద్ధి చెందాయి. మరియు 17వ శతాబ్దం వరకు ఉపయోగించ బడ్డాయి. ఇది దశాంశ వ్యవస్థ (బేస్ 10) 1 నుండి 9 వరకు చిహ్నాలు ఈ క్రింది విధంగా వున్నాయి.

CHINESE NUMBER SYSTEM

Base-10 or Decimal

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Zongs	𝍠	𝍡	𝍢	𝍣	𝍤	𝍥	𝍦	𝍧	𝍨
Hengs	𝍩	𝍪	𝍫	𝍬	𝍭	𝍮	𝍯	𝍰	𝍱

Note: The *zongs* represent units, hundreds, tens of thousands, etc., and the *hengs* tens, thousands, hundreds of thousands, etc.

A numeral 𝍫 𝍥 𝍢 𝍣

	2 (*Heng*)	6 (*Zong*)	3 (*Heng*)	4 (*Zong*)
How is this to be read?	𝍪	𝍥	𝍫	𝍣
Landmark number positions	10^3	10^2	10	1

$= (2) \times 10^3 + (6) \times 10^2 + (3) \times 10 + (4) \times 1$

$= 2634$

NOT TO BE REPUBLISHED @KTRS

మెసొపొటేమియన్లు మాదిరిగానే రాడ్ సంఖ్యలు స్థాన విలువ యొక్క దాటివేతను. సూచించ డానికి ఖాళీ స్థలంను. ఉపయోగించారు. అయితే ఒకటి నుండి తొమ్మది వరకు చిహ్నాల పరిమాణాలు ఏకరీతిగా వుండటంవల్ల మెసొపొటేమియన్ వ్యవస్థ కంటే ఖాళీ స్థలంలను గుర్తించడం సులభం.

రాడ్ సంఖ్యలు హిందూ వ్యవస్థకు ఎంత స్వరూపంగా ఉన్నాయో గమనించండి. సున్నాకి చిహ్నంతో కూడిన చైనీస్ వ్యవస్థ పూర్తిగా అభివృద్ధి చెందిన స్థాన విలువ వ్యవస్థ అవుతుంది.

IV. హిందూ సంఖ్యావ్యవస్థ



? సంఖ్యా ప్రాతినిధ్య ఆలోచనల పరిమాణంలో హిందూ/భారతీయ సంఖ్యా వ్యవస్థ ఎక్కడ కనిపిస్తుంది? దాని ల్యాండ్ మార్క్ సంఖ్యలు ఏమిటి? మరియు అదే స్థాన విలువ వ్యవస్థను ఉపయోగిస్తుందా?

© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

Hindu Number System

Base-10 or Decimal

Ten symbols 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9

A numeral **375**

How is this to be read?	3	7	5
Landmark number positions	10^2	10	1

$= (3) \times 10^2 + (7) \times 10 + (5) \times 1$

$= 375$

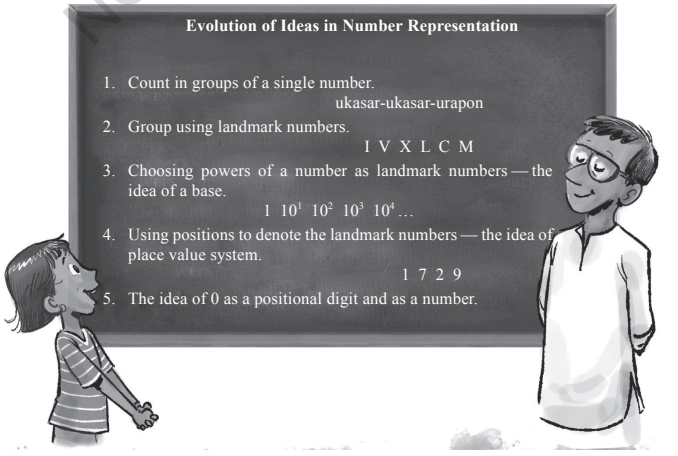
చూడగలిగినట్లుగా హిందూ సంఖ్యా వ్యవస్థ ఒక స్థాన విలువ వ్యవస్థ హిందూ సంఖ్యా వ్యవస్థ కనీసం 200 BCE నాటికే 0 కి ఒక చిహ్నాన్ని కలిగివుంది. 0 ను అంకెగా ఉపయోగించడం మరియు ప్రతి స్థానంలో ఒకే అంకెను ఉపయోగించడం వల్ల, ఈ వ్యవస్థ ఎలాంటి అస్పష్టతకు దారి తీయదు.

సంఖ్యలను చదవడం లేదా వ్రాయడం ఈ కారణంతో H_1 హిందూ సంఖ్యా వ్యవస్థ ఇప్పుడు ప్రపంచ వ్యాప్తంగా ఉపయోగించు బడుతోంది.

'0' ని అంకెగా నిజానికి ఒక సంఖ్యగా ఉపయోగించడం నిజంగా గణితం మరియు శాస్త్రీయ గణిత ప్రపంచాన్ని మార్చివేసింది. నిజానికి సున్నాను. ప్లేస్ హోల్ విలువ వ్యవస్థగా మాత్రమే ఉపయోగించ లేదు. కానీ ఇతర సంఖ్యలతో సమానంగా సంఖ్య హోదా కూడ ఇవ్వబడింది. అంకగణిత లక్షణాలు (ఉదాహరణకు '0' ని ప్లస్ ఎదైనా సంఖ్య ఒకే సంఖ్య అని మరియు '0' ని ఏదైన సంఖ్యకు సున్నా అని) ఆర్యభట్ట 499 CE తో తన ఆర్యభాషలో హిందూ సంఖ్యలను పయోగించి గణించడానికి మరియు విస్త్రృతమైన శాస్త్రీయ గణనలను చేయడానికి స్పష్టంగా ఉపయోగించాడు. ప్రాథమిక అంకగణిత కార్యకలాపాలను నిర్వహించగల ఏదైన ఇతర సంఖ్య వలె '0' ని సంఖ్యగా ఉపయోగించడాన్ని బ్రహ్మగుప్తుడు 628 CE లో తన బ్రహ్మోబుషి సిద్ధాంతరచనలో క్రోడికరించాడు, మనం మనుపట తరగతిలో నేర్చుకున్నట్లుగా.

బ్రహ్మగుప్తుడు ఋణసంఖ్యలతో పాటు 0 ను ఒక సంఖ్యగా ప్రవేశ పెట్టడం ద్వారా ఆధునిక పరిభాషలో 'వలయం' అనిపిలువ ఒదే దానిని సృష్టించాడు. అనగా కూడిక తీసివేత మరియు గుణకారం క్రింద మూసి వేయబడిన సంఖ్యల సమితి (అనగా సమితిలోని ఏవైన రెండు సంఖ్యలను పొండివచ్చు) తీసివేయవచ్చు లేదా గుణించవచ్చు. ఆ సమితిలో మరొక సంఖ్యను పొందవచ్చు. ఈ కొత్త ఆలోచనలు ఆధునిక గణిత శాస్రానికి ముఖ్యంగా బీజగణితం మరియు విశ్లేషణ రంగాలకు పునాదులు వేసాయి.

ఆశాజనకంగా ఇదినేడుఈ మనం చేసే విధంగా సంఖ్యలతో రాయడం మరియు గుణించడంలో జరిగిన అన్ని ఆలోచనల గురించి మీకు ఒక ఆవగాహన కల్పిస్తుంది. 0 యొక్క ఆవిష్కరణ మరియు దాని ఫలితంగా వచ్చిన భారతీయ సంఖ్యా వ్యవస్థ నిజంగా అన్ని కాలాలలోనూ గొప్ప అత్యంత ప్రభావంతమైన ఆవిష్కరణలలో ఒకటి. ఇది మన దైనందిన జీవితంలో నిరంతరం కనిపిస్తుంది మరియు ఆధునిక శాస్త్రం సాంకేతికత, కంప్యూటింగ్, ఆకౌంటింగ్, సర్వేయింగ్ మరియు మరిన్నింటికి ఆధారం అవుతుంది. తదుపరి మీరు సంఖ్యలను వ్రాస్తున్నప్పుడు వాటివెనుక వున్న అద్భుతమైన చరిత్ర మరియు వాటి ఆవిష్కరణలో వున్న అన్నిలోత్తైన ఆలోచనల గురించి ఆలోచించండి.



© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

దాన్ని గుర్తించండి

1. చైనీయులు జోంగ్ మరియు హెంగ్ చిహ్నాల మధ్య ఎందుకు ప్రయత్నంగా మారావని మీరు అనుకొంటున్నారు? జోంగ్ చిహ్నాలను మాత్రమే ఉపయోగిమచినట్లుయితే 41ని ఎలా చూపిస్తారు? రెండువరుస స్థానాల మధ్య గణనీయ మైన అంతరం లేకపోతే ఈ సంఖ్యను లేక ఈ విధంగా అర్థం చేసు కోవచ్చా?

గణిత చర్చ

2. ఈకాసర్ మరియు ఊరపొన్‌లను అంకెలుగా ఉపయోగించి బేస్ – 2 స్థాన విలువ వ్యవస్థను. రూపొందించంది. ఈ వ్యవస్థను గుముల్లలో వ్యవస్థతో పోల్చింది.

3. మీ దైనందిన జీవితంలో ఏ ఉద్యోగాలలో హిందూ సంఖ్యలు మరియు 0 ఎక్కడ ముఖ్యమైన పాత్ర పోషిస్తాయి? మన సంఖ్యా వ్యవస్థ మరియు '0' కనబడకపోతే లేదా ఉహించ బడకపోతే మన జీవితాలు ఎలా భిన్నంగా ఉండేవి?

4. మానవులకు 10 వేళ్ళు వుంటాయి. కాబట్ట మనం లెక్కించడానికి మన వేళ్ళను ఉపయోగించవచ్చు. కాబట్టి ప్రాచీన భారతీయులు హిందూ సంఖ్యా వ్యవస్థకు బేస్ 10 ను ఉపయోగించారు. కానీ మనకు 8 వేళ్ళు మాత్రమే ఉంటే? అపుడు మనం సంఖ్యలను ఎలా వ్రాస్తాము? మన బదులుగా '0' బేస్ – 8 ను ఉపయోగిస్తుంటే హిందూ సంఖ్యలు ఎలావుంటాయి? బేస్ – 5? బేస్ 10 హిందూ సంఖ్యా 25ను వరుసగా బేస్ – 8 మరియు బేస్ – 5 హిందూ సంఖ్యగా వ్రాయడానికి ప్రయత్నించండి.

గణిత చర్చ

© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED



మ్యాప్ వివిధ నాగరికతల స్థానాలను చూపిస్తుంది. అవి వేర్వేరు కాలాల్లో వున్నాయి.

సారాంశం

- సంఖ్యలను సూచించడానికి మనకు స్థిర క్రమాన్ని కలిగివున్న వస్తువులు పేర్లూ లేదా లిఖిత చిహ్నాల ప్రామాణిక రకంగా అవసరం ఈ ప్రామాణిక శ్రేణిని సంఖ్యా వ్యవస్త అంటారు.
- లిఖిత సంఖ్యా వ్యవస్థలో సంఖ్యలను సూచించే చిహ్నాలను సంఖ్యలు అంటారు.
- సంఖ్యా వ్యవస్థలో ల్యాండ్ మార్క్ సంఖ్యలు అనేవి సులభంగా గుర్తించదిగిన సంఖ్యలు మరియు ఇతర సంఖ్యలను అర్థం చేసుకోవడానికి మరియు వాటితో ఏనిచేయ దానికి సూచన చిందువులుగా ఉపయోగించ బడుతాయి. అవి సంఖ్యా వ్యవస్థలో లంగరులుగా ఏమి చేస్తాయి. ప్రజలు తమకుతాము ఓరియంట్ చేసుకోవడానికి సహాయపడుతాయి.
- n అనేసంఖ్య యొక్క ఘాతాలు ల్యాండ్ మార్క్ సంఖ్యలుగా ఉండే సంఖ్యా వ్యవస్తను బేస్ – n సంఖ్యా వ్యవస్థ ఆంటారు.
- ఒక చిహ్నా యొక్క స్థానంను ఉపయోగించి దానికి సంబంధించిన ల్యాండ్ మార్క్ సంఖ్యను నిర్ణయించే బేస్ కలిగిన సంఖ్యా వ్యవస్థలను స్థాన సంఖ్య వ్యవస్థలు లేదా స్థాన విలువ వ్యవస్థ అంటారు.
- మెసపొటేమియా (బాబిలోనియన్) మాయన్, చైనీస్ మరియు భారతీయ నాగరికతలలో స్థాన విలువ ప్రాతినిధ్యాలు ఉపయోగించబడ్డాయి.
- నేడు మనం ప్రపంచ వ్యాప్తంగా ఉపయోగించే సంఖ్యా వ్యవస్థ హిందూ సంఖ్య వ్యవస్థ (కొన్నిసార్లు దీనిని భారతీయ సంఖ్యా వ్యవస్థ లేదా హిందూ అరబిక్ సంఖ్యా వ్యవస్థ అని కూడ పిలుస్తారు) ఇది సాధారణంగా 10 అంకెలతో కూడిన స్థాన విలువ వ్యవస్థ ఇందులో '0' అనే అంకె కూడా ఉంటుంది. ఇది ఇతర అంకెలతో సమానంగా పరిగణించ బడుతుంది. '0' ని సంఖ్యగా ఉపయోగించడం వల్ల

  ఈ వ్యవస్థ అన్ని సంఖ్యలను నిస్సందేహంగా వ్రాయడానికి వీలు కల్పిస్తుంది మరియు సమర్థవంతమైన గణనను కూడా అనుమతి ఇస్తుంది. ఈ వ్యవస్థ 2000 సంవత్సరాలు క్రితం భారతదేశంలో ఉద్భవించింది ఆపై ప్రపంచ వ్యాప్తంగా వ్యాప్తించింది. మరియు మానవ చరిత్రలో గొప్ప ఆవిష్కరణలో ఒకటిగా పరిగణించ బడుతుంది.

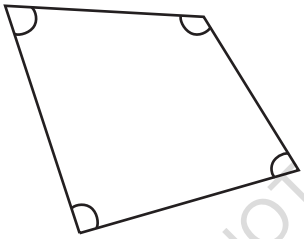
© QKTES NOT TO BE REPUBLISHED

4 చతుర్భుజాలు
QUADRILATERALS

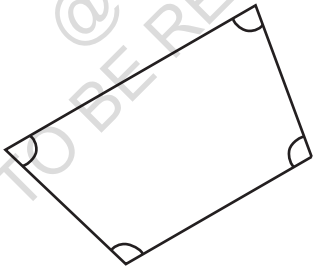
K6V3D3

ఈ అధ్యాయంలో మనం కొన్ని ఆసక్తి కరమైన నాలుగు భుజాల చిత్రాలను, బొమ్మలను అధ్యయనం చేస్తాము. మరియు వాటి ఆధారంగా సమస్యలను పరిష్కరిస్తాము. అటువంటి చిత్రాలను సాధారణంగా చతుర్భుజాలు అని పిలుస్తారు. ''చతుర్భుజం'' అనే పదం లాటిన్ పదంనుండి ఉద్భవించింది. క్వాడ్రి (Quadri) అంటే నాలుగు మరియు లాటిన్ (Latus) అనేది భుజాలను సూచిస్తుంది.

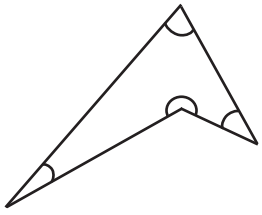
? ఈ క్రింది చిత్రాలను గమనించండి..



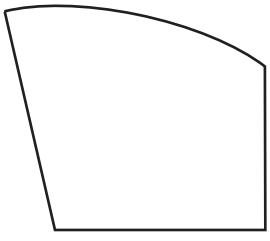
(i)



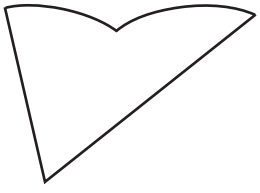
(ii)



(iii)



(iv)



(v)

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

చిత్రం (i), (ii), మరియు (iii) చతుర్భుజాలు మిగిలినవి కావు ఎందుకు?

చతుర్భుజాలైన (i), (ii), మరియు (iii) యొక్క కోణాలు మరియు భుజాలు గుర్తించ బడ్డాయి.

మనకు పరిచయమైన చతుర్భుజాలైన దీర్ఘచతురస్రం, చతురస్రం గురించి తెలుసు కొందాము.

4.1 దీర్ఘ చతురస్రాలు మరియు చతురస్రాలు

మనకు దీర్ఘ చతురస్రాలు ఏమిటో తెలుసు వాటిని నిర్వచించుందాం.

దీర్ఘచతురస్రం: ఒక దీర్ఘ చతురస్రం ఒక చతుర్భుజం దీనిలో

(i) కోణాలన్నీ లంబకోణాలు (90°), మరియు

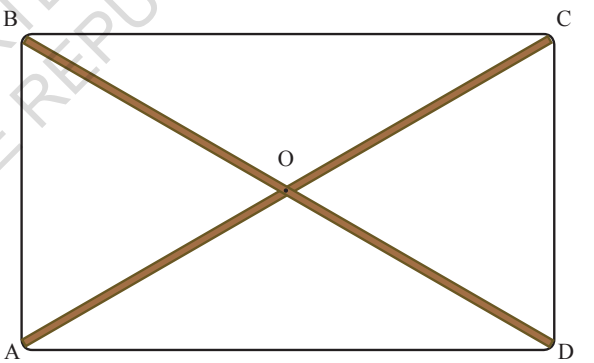
(ii) వ్యతిరేక భుజాలు సమాన పొడవు కలిగివుంటాయి ఈ నిర్వచనం ఒక చతుర్భుజంను దీర్ఘచతురస్రం అని పిలువ బడుటకు సంతృప్తి పరిచాల్సిన పరిస్థితులను ఖచ్చితంగా వేర్కొంటుంది.

? దీర్ఘ చతురస్రం నిర్వచించడానికి ఇతర మార్గాలు వున్నాయా?

దీర్ఘ చతురస్రాల నిర్మాణానికి సంబంధించిన క్రింది సమస్యను పరిశీలిద్దాం.

ఒక వడ్రంగి సమస్య

? ఒక వడ్రంగి రెండు సన్ననిచెక్క ముక్కలను కలిపి ఉంచాలి. చిత్రం 1లో చూపిన విధంగా ఒక దారాన్ని వాటి ముగింపు బిందువుల గుండా పంపిన పుడు. అది ఒక దీర్ఘ చతుంస్రాన్ని ఏర్పరుస్తుంది. ఆమెకు ఇప్పటికి 8 సెం.మీ. 11 పొడవును. ఒక స్ట్రిప్ వుంది. మరొక స్ట్రిప్ పొడవు ఎంత వుండాలి? రెండింటిన్ ఎక్కడ కలపాలి? ముందుగా వండ్రంగి తయారుచేయాల్సిన నిర్మాణాన్ని మాదిరి మోడళ్ చేద్దాం స్ట్రిప్ వాటి చివర దీర్ఘ చతురస్రం ద్వారా ఏర్పడిన లైన్ సెగ్మెంటోలుగా చతుర్భుజం గా మోడల్ చేయవచ్చు మనం క్రింది ప్రశ్నలకు సమాధానంచెప్పాలి.



చిత్రం 1

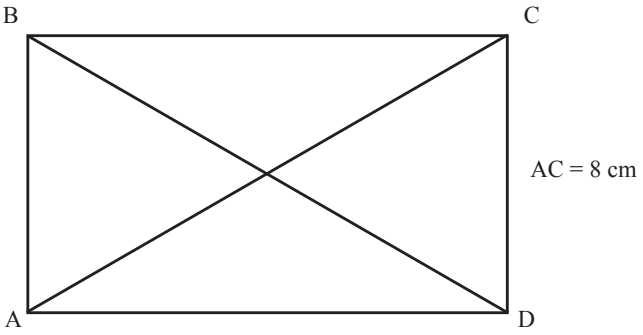
? 1. మరొక కర్ణం నకు పొడవు ఎంతవుండాలి?

? 2. రెండు కర్ణాలు ఖండించు కొనే ఖండన బిందువు ఏమిటి?

©KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

? 3. రెండు కర్ణాల మధ్య కోణం ఎంతవుండాలి?

? ఈ ప్రశ్నలకు ..... భాగాహార తార్కికంగా (ఆగమన)ఉపయోగించి సమాధానం ఇద్దాం. టోపి సవాలుతో కూడుకున్నది. కొన్ని దీర్ఘ చతురస్రాలను కొలవడం ప్రయత్నించండి.



చిత్రం 2

ఈ ప్రశ్నలకు సమాధానాలు కనుగొనడానికి మనం కర్ణాలను వాటి ముగింపు బిందువులు ఒక దీర్ఘ చతురస్రం యొక్క శీర్షాలను ఏర్పరిచే విధంగా ఉంటాయని అనుకొందాం ఇది చిత్రం 2 లో చూపబడింది.

మిసహాయింపు – 1 ఇతర కర్ణం యొక్క పొడవు ఎంత?

దీనిని ఈ క్రింది విధంగా సారూప్యతను ఉపయోగించి ఊహించవచ్చు.

ABCD ఒక దీర్ఘ చతురస్రంకాబట్టిమనకు

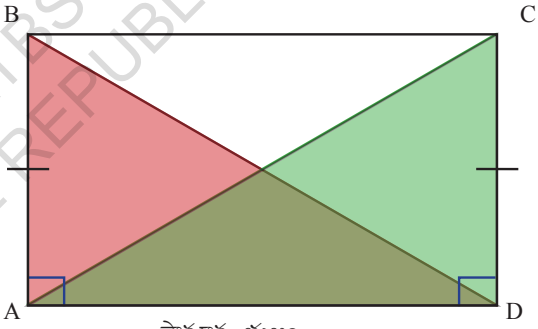
AB = CD

$\angle BAD = \angle CDA = 90°$

రెండు త్రిభుజాలకు AD ఉమ్మడిగా వుంటుంది.

కాబట్టి SAS సమరూపత నియమం ద్వారా

$\Delta ADC \cong \Delta DAB$



సామాన్య భుజం

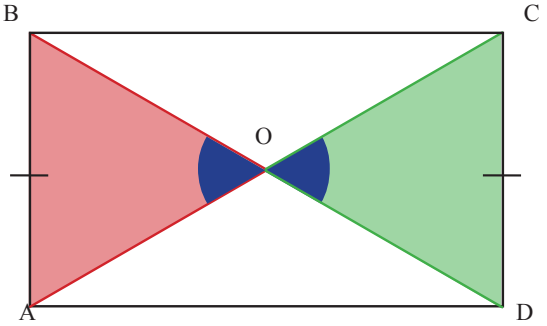
కాబట్టి AC = BD ఎందుకంటే అవి సర్వసమాన త్రిభుజాల అనురూప భుజాలు. ఇది దీర్ఘ చతురస్రం యొక్క కర్ణాలు ఎల్లప్పుడూ ఒకే పొడవును కలిగి ఉంటాయని చూపిస్తుంది.

కాబట్టి ఇంకొక కర్ణం కూడా 8 సెం.మీ. పొడవు ఉండాలి. మీరు కొన్ని దీర్ఘ చతురస్రాలను నిర్వించడం/కొలవడం ద్వారా ఈ లక్షణంను ధృవీకరించవచ్చు.

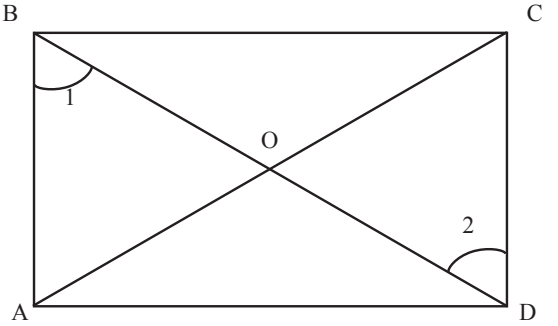
మిసహాయింపు 2 రెండు కర్ణాలు ఖండన బిందువు ఏమిటి?

దీనిని సమరూపత ఉపయోగించి కూడ కనుగొనవచ్చు. OA మరియు OC ల మధ్య మరియు OB మరియు OD ల మధ్య సంబంధలను. మనం తెలుసుకోవలయును కాబట్టి. ABCD దీర్ఘ చతురస్రంలోని ఏరెండు త్రిభుజాలను పరిగణించాలి?

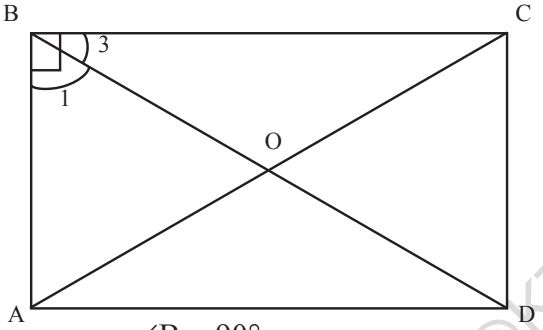
@KTRS NOT TO BE REPUBLISHED



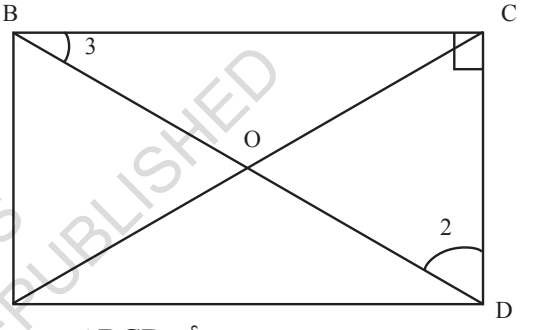
నీలిరంగువున్న కోణాలు సమానం ఎందుకనగా అవి శీర్షాభి కోణాలు



సమరూపత నియమం ఆధారంగా $\angle 1$ మరియు $\angle 2$ సమానమా?



$\angle B = 90°$,
$\angle 3 + \angle 1 = 90°$.



ΔBCD లో
$\angle 3 + \angle 2 + 90 = 180$,
$\angle 3 + \angle 2 = 90°$.

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

కాబట్టి $\angle 1 = \angle 2 \ (= 90° - \angle 3)$.

అందువలన $\Delta AOB \cong \Delta CODC$ AAS సమరూపతనియమం ప్రకారం

కాబట్టి $OA = OC$ మరియు $OB = OD$ ఎందుకంటే సర్వసమాన త్రిభుజాలు అనురూప భుజాలు కాబట్టి O అనేది AC మరియు BD మధ్య బిందువు.

ఇది ఒక దీర్ఘ చతురస్రం యొక్క కర్ణాలు వాటి మధ్య బిందువు వద్ద ఎల్లప్పుడు ఖండించు కొంటాయి అనిచూపిస్తుంది కాబట్టి ఒక దీర్ఘ చతురస్రం పొందడానికి మధ్య బిందువు వద్ద సమానంగా ఉండి ఖండించుకునే కర్ణాలును గీయాలి.



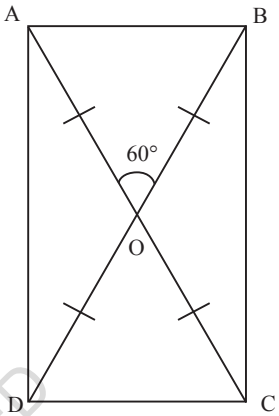
రెండు కర్ణాల వాటి మధ్య బిందువులవద్ద ఖండించుకుటే అని ఒకదానికొకటి ఖండించు కొంటాయని అని మనం అంటాము. ఒక పరిమాణంను విభజించడం అంటే దానిని రెండు సమాన భాగాలుగా విభజించడం. ఈ లక్షణంను కొన్ని దీర్ఘ చతురస్రాలను నిర్మించి వాటి కర్ణాలను మరియు ఖండన బిందువు కొలవడం ద్వారా దృవీకరించవచ్చు.

? $\Delta AOD \cong \Delta COB$ అని స్థాపించుటకు ఈ క్రింది సమానతలను ఉపయోగించవచ్చా?

$AO = CO$ (పైన నిరూపించ బడింది)

$\angle AOB = \angle COD$ (శీర్షాధికోణంలు)

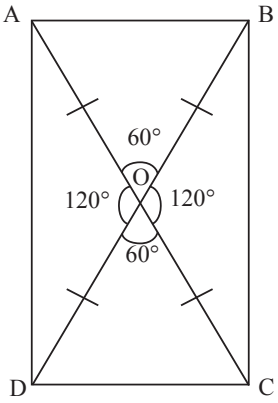
$AD = CB$



మినహాయింపు 3 : కర్ణాల మధ్య కోణాలు ఏమిటి?

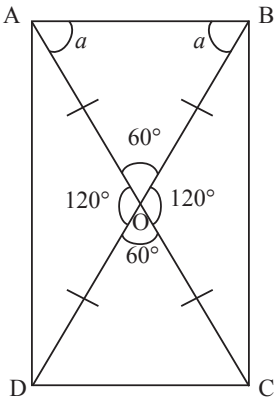
కుడివైపు చిత్రంలో చూపిన విధంగా రెండు కర్ణాలు. వాటి పొడవులు సమానంగా వుండేలా ఒకదానినొకటి ఖండించు కొనేలా మరియు $60°$, అనుకుందాం వాటి మధ్య యాదృచ్ఛికకోణం వుండేలా గీస్తే మనకు లభించే చతుర్భుజం ఏమిటి పరిశీలిద్దాం.

? మిగిలిన అన్ని కోణాలను మీరు కనుగొనగలరా?



నిలువుగా, వ్యతిరేక కోణాలు మరియు రేఖీయ జతలపై మనకున్న అవగాహనను ఉపయోగించి కర్ణాల మధ్య మిగిలిన కోణాలను కనుగొనవచ్చు.

ΔAOB లో OA అనేది OB కాబట్టి వాటికి వ్యతిరేకకోణాలు సమానంగా వుంటాయి (a అనుకొందాం)



? a యొక్క విలువ కనుగొనగలరా?

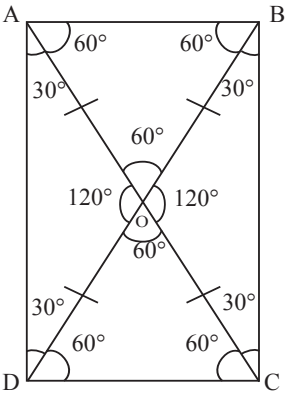
ΔAOB లో మనకు

$a + a + 60 = 180$ (త్రిభుజం యొక్క అంతరకోణాలు).

కావున $2a = 120$.

అందువలన $a = 60$.

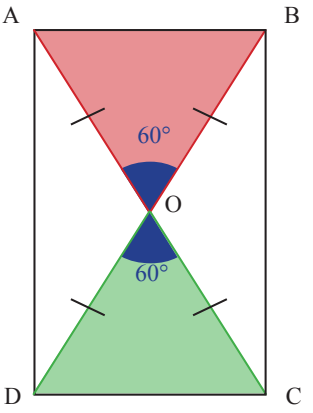
అదేవిధంగా మనం అన్ని ఇతర కోణాలను విలువను. కనుగొనవచ్చా ?

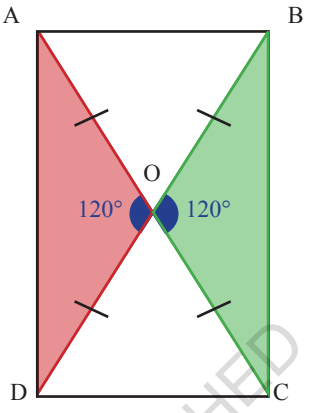


@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

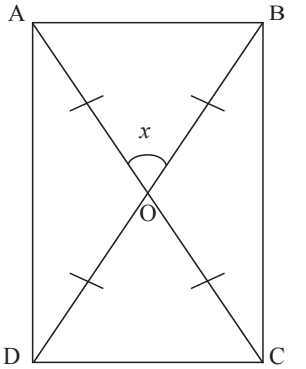
? ఇప్పుడు మనం ఏరకమైన చతుర్భుజం ABCD ని గుర్తించగలమా? దానికోణంలను అన్నీ కలిపితే మొత్తం 90° అవుతుందని గమనించండి. (30° + 60°)

? దాని భుజాల గురించి ఏమి చెప్పగలము?





$\Delta AOB \cong \Delta COD$ మరియు $\Delta AOD \cong \Delta COB$ అని మనం చూడవచ్చు. అందువల్ల AB = CD, మరియు AD = CB ఎందుకంటే అది సర్వ సమాన త్రిభుజం సంబంధించిన భాగాలు కాబట్టి ABCD ఒక దీర్ఘచతురస్రం ఎందుకంటే ఒక దీర్ఘ చతురస్రం యొక్క నిర్వచనంను సంతృప్తి పరుస్తుంది..



? రెండు కర్ణాల మధ్య కోణం మారితే ABCD దీర్ఘ చతురస్రంగానే ఉంటుందా? దీనిని మనం సాధారణీకరించవచ్చా?

కర్ణాల మధ్యఉన్న కోణాలలో ఒకదాన్ని x గా తీసుకొందాం

కర్ణాల మధ్య నాలుగు కోణాలు x, x, $180 - x$, మరియు $180 - x$ గా వ్రాయవచ్చు.

? మీరు ఇతర కోణాలను కనుగొనగలరా?

ΔAOB అనేది సమద్విబాహు త్రిభుజం కాబట్టి వాటి రెండు బేస్ కోణాల కొలతలను a తోసూచించ వచ్చు.

? x లో ఉన్న a (డిగ్రీలలొ) విలువ ఎంత?

మనదగ్గర

@KTDS NOT TO BE REPUBLISHED

$a + a + x = 180$ (త్రిభుజం)

(యొక్క అంతర కోణాల మొత్తం)

$$2a = 180 - x$$

$$a = \frac{(180 - x)}{2} = 90 - \frac{x}{2}.$$

అదేవిధంగా ΔAOD సమద్విబాహు త్రిభజంలో బేస్ కోణాలు b అనుకంటే.

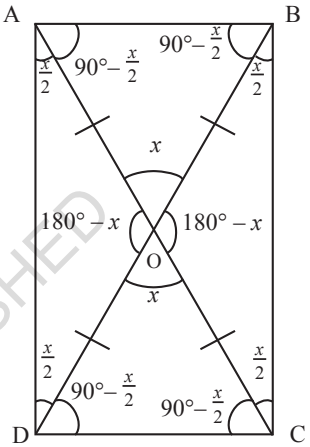
$$b + b + 180 - x = 180°$$

$$2b = 180° - (180° - x)$$

$$2b = 180° - 180° + x$$

$$2b = x$$

$$b = \frac{x}{2}.$$



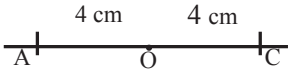
చతుర్భుజంలోని అన్ని కోణాలు $a + b$, అయితే

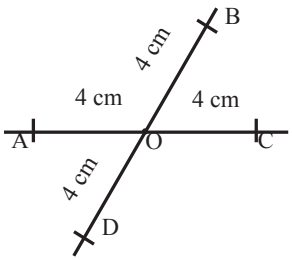
$$90° - \frac{x}{2} + \frac{x}{2} = 90.$$

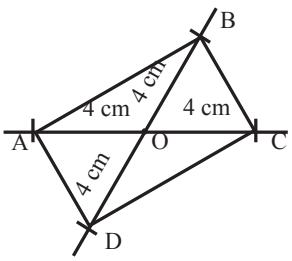
అందువలన చతుర్భుజం ABCD యొక్క నాలుగు కోణాలు 90°.

? AB మరియు CD మరియు AD మరియు BC గురించి మనం ఏమి చెప్పగలం?

మనకు $\Delta AOB \cong \Delta COD$ మరియు $\Delta AOD \cong \Delta COB$ ఉన్నాయి కాబట్టి AB = CD మరియు అవి సర్వ సమాన త్రిభుజాల యొక్క సంబంధిత భాగాలు కాబట్టి అందువల్ల కర్ణాల మధ్య కోణాలు ఎలా ఉన్నా కర్ణాలు సమానంగా ఉంది. అవి ఒకదానినొకటి ఖండించుకొంటే ఏర్పడిన చతుర్భుజం యొక్క కోణాలు ఒక్కొక్కటి 90° మరియు వ్యతిరేక భుజాలు సమానంగా వుంటాయి. అందువలన చతుర్భుజం ఒకదీర్ఘ చతురస్రం యొక్క శీర్షాలను ఏర్పరచడానికి ఎలా కలిపి ఉంచాలో తెలుసు! అవి సమానంగా వుండాలి మరియు వాటి మధ్య బిందువుల వద్ద అను సంధానించబడి ఉండాలి.







@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED



ఈ పద్ధతిని వాస్తవానికి ఆచరణలో దీర్ఘ చతురస్రాలను తయారు చేయడానికి ఉపయోగిస్తారు. యూరప్‌లోని వడ్రంగిలు దీర్ఘ చతురస్రాకార చట్టాన్ని పొందడానికి ఈ పద్ధతిని ఉపయోగిస్తారు. ఆఫ్రికాలోని ఒక దేశమైన మొజాంబిక్‌లోని రైతులు ఇంటిపునాదిని దీర్ఘ చతురస్రా కారంలో పొందడానికి ఇళ్ళు నిర్మించేటప్పుడుఈ పద్ధతిని ఉపయోగిస్తారని కూడ తెలుసు.

లక్షణాలను కనుగొనే ప్రక్రియ

మనం దిగువ తరగతులనుండి చూస్తున్నట్లుగా సమాంతర రేఖలు, కోణాలు మరియు త్రిభుజాలువంటి. రేఖాగణిత వస్తువుల లక్షణాలను రేఖా గణిత తార్కికం ద్వారా ఊహించవచ్చు. ఈ అధ్యాయంలో ప్రత్యేక రకాల చతుర్భుజ లక్షణాలను ఊహించడం కొనసాగిస్తాము.

మీరు ఒక చతుర్భుజం యొక్క లక్షణాన్ని ఊహించిన తరువాత దానిని వాస్తవ ప్రపంచంలో చతుర్భు జంను కాగితంపై నిర్మించిన చతుర్భుజం లేదా చతుర్భుజ ఆకారంను కలిగి వున్న ఉపరితలంతో దృవీకరించడం మంచిది. మీరు తగ్గింపు లక్షణం గుర్తించ లేకపోతే వాస్తవ ప్రపంచంలో చతుర్భుజాలను తీసుకొని మిమ్ములను పరిశీలించడం ద్వారా మీరు ప్రయోగంచేయవచ్చు. ఈ పరిశీలనలు లక్షణం గురించి ఉపయోగ కరమైన ఇస్తాయని గమనించండి. కాని వాటిలో మనం ఒక ఊహను మాత్రమే రూపొందించగలము. అంటే మనకు చాలా నమ్మకంగా ఉన్నప్రకటన, కానీ అది ఎల్లప్పడు నిజమో కాదో ఇంకా ఖచ్చితంగా తెలియదు. ఉదాహరణకు కొన్ని దీర్ఘ చతురస్రాలను నిర్మించడం మరియు కొలతలద్వారా వాటి కర్ణాలు ఒక దాని నొకటి విభజించడాన్ని గమనించడం అంటే ఇది ఎల్లప్పడూ జరుగుతుందని అర్థంకాదు. మనం నిర్మించే 1000 వ దీర్ఘ చతురస్రం కూడా ఈ లక్షణం కలిగి ఉంటుందని మనం ఖచ్చితంగా చెప్పగలమా? ఈ లక్షణం గురించి మనం ఖచ్చితంగా చెప్పగల ఏకైక మార్గం మనం మినహాయింపు 2లో చేసినట్లుగా ప్రకటనను సమర్థించడం లేదా నిరూపించడం .

ఉపాధ్యాయనిక గమనిక : విద్యార్థులను లక్షణాలను తగ్గించ మని లేదా సమర్థించమని సున్నితంగా ప్రోత్సహిం చండి విద్యార్థులు దీన్ని చేయడంలో సవాళ్ళు ఎదుర్కొన్నప్ప డల్లా వారు ప్రయోగాలు చేయడానికి ప్రోత్సహిం చండి మరియు లక్షణాలను గుర్తించడానికి వారి అంతర్ దృష్టి ఉపయోగించండి.

వడ్రంగి సమస్య దీర్ఘ చతురస్రాలను ఈ క్రింది విధంగా కూడ నిర్వచించవచ్చని చూపిస్తుంది.

దీర్ఘచతురస్రం : ఒక దీర్ఘ చతురస్రం అనేది ఒక చతుర్భుజం దీని కర్ణాలు సమానంగా ఉంటాయి. మరియు ఒక దాని నొకటి ఖండించు కొంటాయి.

ఈ నిర్వచనం మునుపటి దానినుండి. ఎంత భిన్నంగా ఉందో గమనించండి. అయినప్పటకీ రెండూ ఒకేరకమైన చతుర్భుజాలను సూచిస్తాయి ఇంకా మొదట నిర్వచనంను సరళీకరించ వచ్చని ఇది చూపిస్తుంది.

© NCERT NOT TO BE REPUBLISHED

? మును పటి నిర్వచనంలో ఒక దీర్ఘ చతురస్రం (a) సమాన వ్యతిరేక భుజాలు మరియు (b) అన్ని కోణాలు 90° కి సమానం అని మనం చెప్పాము. అన్ని కోణాలు 90° మనం ఒక దీర్ఘ చతురస్రాన్ని ఉన్న దీర్ఘచతురస్రం చతుర్భుజంగా నిర్వచించి నట్లయితే అది తప్పా?

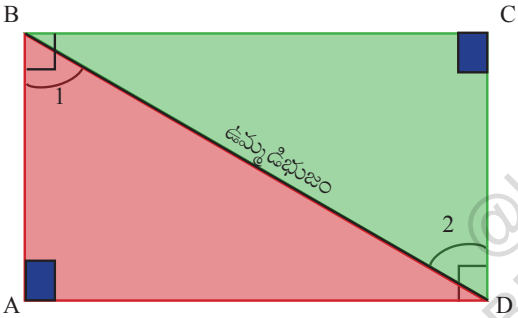
? ఈ నిర్వచనం అసంపూర్ణంగా ఉందని మీరు అనుకుంటే కోణాలు అన్ని 90° ఉంది వ్యతిరేక భుజాలు సమానంగా వున్న చతుర్భుజాన్ని నిర్మించడానికి ప్రయత్నించండి.

మీరు అలాంటి చతుర్భుజాన్ని నిర్మించగలరా?

ఇది ఎందుకు అసాధ్యమో మనం నిరూపిద్దాం.

మినహాయింపు – 4 : అన్ని కోణాలు 90° కి సమానమైన చతుర్భుజం ఆకారం ఏమిటి?

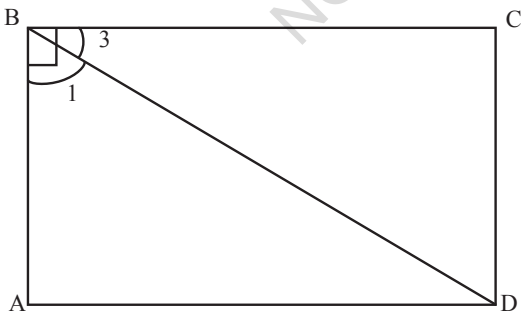
? అన్ని కోణాలు 90° కొలిచే చతుర్భుజం ABCD ని పరిగణించండి. అటువంటి చతుర్భుజం యొక్క వ్యతిరేక భుజాలు గురించి మనం ఏమి చెప్పగలము?



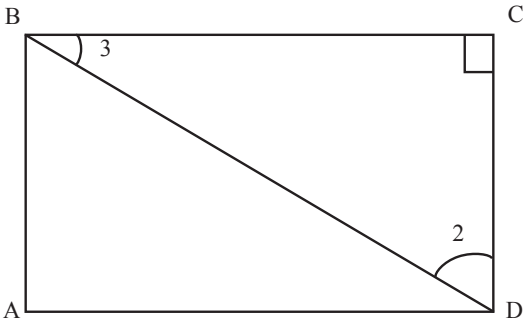
BDలో ΔBAD మరియు ΔDCB సమానంగా కనిపిస్తున్నాయి. ఈ వాదనను సమర్థించ గలమా? త్రిభుజాలలో రెండు సమానతలను నేరుగా చూడవచ్చు. ∠1 మరియు ∠2 గురించి మనం ఏమిచెప్పగలము?

© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

మినహాయింపు 2లో మనం ఇలాంటి సమస్యను పరిష్కరించామని గుర్తుంచుకోండి మనం ఇక్కడ కూడా అదే తార్కికతను ఉపయోగించవచ్చు.



కావున ∠B = 90°,
∠3 + ∠1 = 90°.



ΔBCD అయితే
∠3 + ∠2 + 90° = 180°,
∠3 + ∠2 = 90°.

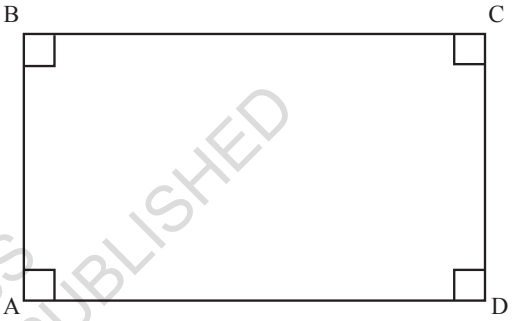
అయితే $\angle 1 = \angle 2$ కావున కోణం, కోణం భుజం నియమము ప్రకారం $\Delta BAD \cong \Delta DCB$. అయితే $AD = CB$, మరియు $DC = BA$ ఎందుకంటే ఇవి సర్వసమాన త్రిభుజ భుజాలు

? $\Delta BAD \cong \Delta CDB$ రాయడం తప్పా? ఎందుకు?

ఈ విధంగా చతుర్భుజంలోని అన్ని కోణాలు లంబకోణాలు అయితే వ్యతిరేక భుజాలు సమాన పొడవు కలిగి ఉంటాయని మేము నిర్ధారించాము. కాబట్టి చతుర్భుజం ఒక దీర్ఘ చతురస్రం అందువల్ల దీర్ఘ చతురస్రంను ఈ క్రింది విధంగా నిర్వచించవచ్చు.

దీర్ఘచతురస్రం: ఒక దీర్ఘ చతురస్రం అనేది అన్ని కోణాలు $90°$ ఉన్న చతుర్భుజము.

ఒక దీర్ఘ చతురస్రం యొక్క లక్షణాలు పట్టిక చేద్దాం



లక్షణం 1 : దీర్ఘ చతురస్రం యొక్క అన్ని కోణాలు $90°$.

లక్షణం 2 : దీర్ఘ చతురస్రం యొక్క వ్యతిరేక భుజాలు సమానంగా ఉంటాయి.

? దీర్ఘచతురస్రం యొక్క వ్యతిరేక భుజాలు సమాంతరంగా వున్నాయా?

అవి ఖచ్చితంగా అలాగే కనిపిస్తాయి. ఈ వాస్తవంను విలోమ లక్షణాలలో ఒక దానిని ఉపయోగించి నమర్ధించవచ్చు.

AB అనేది, AD, BC, కి వ్యతిరేకభుజం అని గమనించండి. మరియు $\angle A + \angle B = 90° + 90° = 180°$ అని గమనించండి. విలోమ రేఖ యొక్క ఒకే వైపునవున్న అంతర్గత కోణాల మొత్తం $180°$ అయినప్పుడు రేఖలు సమాంతరంగా ఉంటాయి. ఈ వాస్తవంను ఉపయోగించి మనం AD మరియు BC రేఖలు సమాంతరంగా ఉన్నాయని నిర్ధారించవచ్చు. వీటిని మనం $AD \parallel BC$ గా సూచిస్తాము.

అదే విధంగా ABC, D $(AB \parallel DC)$ సమాంతరంగా ఉందని మీరు చూపించగలరా?

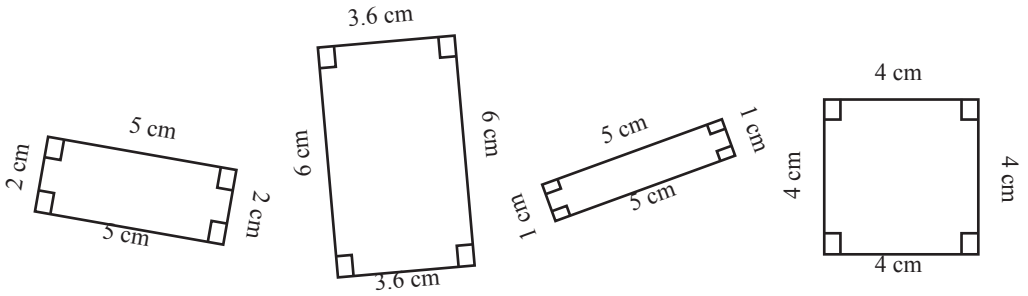
లక్షణం 3 : దీర్ఘ చతురస్రం యొక్క భుజాలు ఒక దాని నొకటి సమాంతరంగా ఉంటాయి.

లక్షణం 4 : దీర్ఘ చతురస్రం యొక్క కర్ణాలు సమాన పొడవు కలిగి వుంటాయి మరియు అవి ఒకదాని నొకటి ఖండించు కొంటాయి.

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

ఒక ప్రత్యేక దీర్ఘ చతురస్రం

ఈ క్రింది చతుర్భుజాలలో దీర్ఘ చతురస్రం కానివి ఏవైన వున్నాయా??



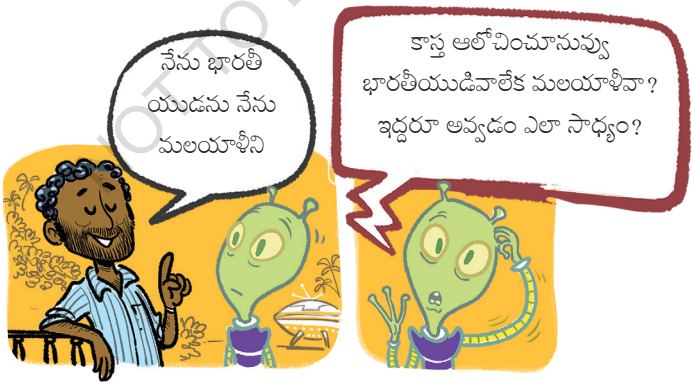
(i) (ii) (iii) (iv)

ఈ చత్భుజాలన్నీ (iv) తో దీర్ఘ చతురస్రాలు చతుర్భజం (iv) అనేది ఒక దీర్ఘ చతురస్రం ఎందు కంటే దాని అన్ని కోణాలు 90° అయితే ఇది అన్ని వైపుల సమాన పొడవు కలిగిన ఒక ప్రత్యేక రకమైన దీర్ఘ చతురస్రం ఈ చతుర్భుజంను చతురస్రం అని కూడ అంటారు.

చతురస్రం: చతురస్రం అనేది ఒక చతుర్భుజం దీనిలో అన్ని కోణాలు 90°కి సమానమైన మరియు అన్ని భుజాలు సమాన పొడవు కలిగి ఉంటాయి.

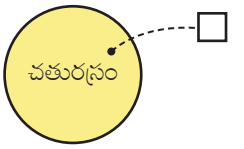
అందువలన ప్రతి చతురస్రం కూడా దీర్ఘ చతురస్రమే కాని స్పష్టంగా ప్రతి దీర్ఘ చతురస్రం ఒక చతురస్రంకాదు.

© KTDS NOT TO BE REPUBLISHED

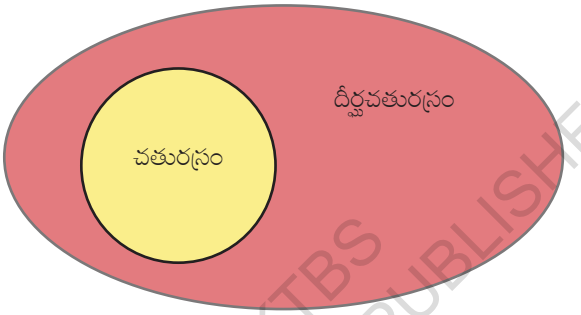


ఈ సంబంధంను వెన్ రేఖా చిత్రం ఉపయోగించి చిత్ర రూపంలొ సూచించవచ్చు. మనం ఈ రేఖా చిత్రాలను ఇంతకు ముందు చూశాము. వెన్ రేఖా చిత్రంలో వస్తువులను సమితిని మూయబడిన వక్రములో ఏ బిందువులుగా సూచిస్తారు.

సాధారణంగా ఈ క్లోజ్డ్ వక్రతలు అండాకారాలు లేదా వృత్తాలు. ఉదాహరణకు అన్ని చతురస్రాల సమితిని ఇలా సూచిస్తారు.

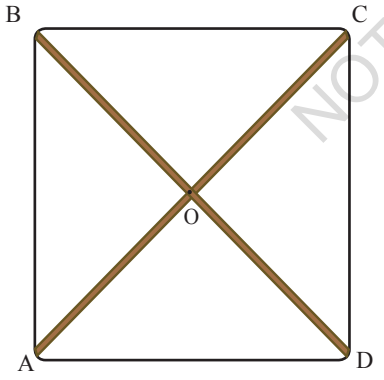


ఆ ప్రాంతంలోని ప్రతి బిందువు ఒక చతురస్రంను సూచిస్తుంది. తద్వారా సాధ్యమయ్యే అన్ని చతురస్రాలను కవర్ చేస్తుంది. ప్రతి చతురస్రం ఒక దీర్ఘ చతురస్రం కాబట్టి ఈ రెండు సమూహాల యొక్క వెన్ రేఖా చిత్రం ప్రాతినిధ్యం ఈ క్రింది విధంగా వుంటుంది.



? మళ్ళీ వడ్రంగి పరిశీలిద్దాం చెక్క ముక్కలను వాటి చివరల గుండా వెళ్ళే దారం చతురస్రాన్ని ఏర్పరుచు కునేలా ఉంచ వలసి వస్తే ఏమిచేయాలి?

ముసపటి సందర్భంలో ఏవి 8 సెం.మీ. పొడవు గల కర్రాలు కలిగిన ఒక చతురస్రాన్ని నిర్వించడానికి ప్రయత్నిద్దాం.



ఒక దీర్ఘ చతురస్రం విషయంలో వడ్రంగి సమస్యను పరిష్కరిస్తున్నప్పుడు. అన్ని కోణాలు 90° (మరియు సమాన పొడవు గల వ్యతిరేక భుజాలు కలిగిన చతుర్భుజంను పొందడానికి కర్రాలు ఈ విధంగా గీయాలని మనం చూసాము.

(i) అవి సమాన పొడవు కలిగి ఉంటాయి మరియు

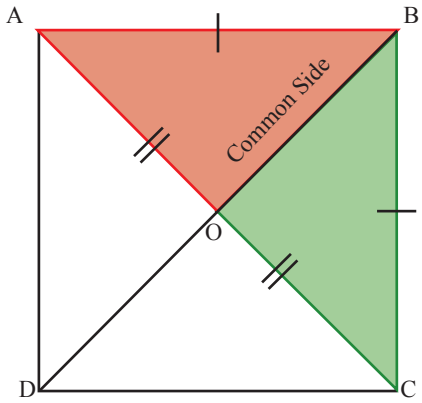
(ii) అవి ఒక దానినొకట ఖండించు కొంటాయి మనం చూశాము.

©KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

? సమాన భుజాల పొడవులు పొందడానికి ఇంకా ఏమి చేయాలి? కర్ణాల మధ్య కోణాన్ని సరిగ్గా ఎంచు కోవడం ద్వారా దీనిని సాధించవచ్చా? దీన్ని గుర్తించడానికి మీరు లెక్కించగలరో మరియు లేదా ప్రయోగం చేయగలరో చూడండి.

మినహాలంపు 5 : కర్ణాల ద్వారా ఏర్పడే కోణం ఎంత ఉండాలి?

కర్ణాల మధ్య కోణంను కనుగొనవలయునంటే సమరూపత అనేనియమము ఉపయోగించి కనుగొంటారు. మనం సమాన కర్ణాలను కలుపతాము. తద్వారా అవి ఒక దానినొకటి ఖండించు కొంటాయి. మరియు ఫలితంగా ఒక చతురస్రం వస్తుంది. చతురస్రాన్ని ABCD అని గుర్తిస్తాము.



సమరూపత నియమము SSS (భు.భు.భు) ప్రకారం
$\Delta BOA \cong \Delta BOC$

? కర్ణాల ద్వారా ఏర్పడిన $\angle BOA$ మరియు $\angle BOC$ కోణాలు కనుగొనడానికి దీనిని ఉపయోగించవచ్చా?

ఈ కోణాలు సమరూప త్రిభుజాల యొక్క సంబంధిత భుజాలు కాబట్టి అవి సమానంగా ఉంటాయి. ఇంకా ఈ కోణాలు కలిసి ఒక సరళ కోణాన్ని ఏర్పరుస్తాయి. కాబట్టి $\angle BOA + \angle BOC = 180°$ అందువలన ఈ కోణాలు ఒక్కొక్కటి $90°$ ఉండాలి.

దీని అర్థం ఒక చతురస్రం యొక్క కర్ణాలు ఒకదాని నొకటి లంబంగా ఖండించు కొంటాయి. దీని అర్థం కర్ణాలను సమాన పొడవులు ఉండేలా గీయాలి మరియు లంబంగా ఒకదాని నొకటి ఖండించుకోవాలి. కర్ణాల చివర బిందువులు చతుర్భుజం యొక్క శీర్షాలను ప్రత్యేకంగా నిర్ణయిస్తాయి. కాబట్టి కర్ణాలను ఈ విధంగా కలిపినప్పుడు మనకు చతురస్రం లభిస్తుంది.

? ఈ వాస్తవంను ఉపయోగించి 8 సెం.మీ. పొడవుగల కర్ణంతో ఒక చతురస్రాన్ని నిర్మించండి.

చతురస్రం యొక్క లక్షణాలు

చతురస్రం అనేది ఒక ప్రత్యేక రకం దీర్ఘ చతురసం కాబట్టి దీర్ఘ చతురస్రం యొక్క అన్ని లక్షణాలు చతురస్రానికి వర్తిస్తాయి.

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

? మినహాయింపు 1 మరియు మినహాయింపు 2 లలో రేఖాగణితం తార్కికతను పరిశీలించడం ద్వారా ఇది నిజమో కాదో ధృవీకరించండి. మరియు అన్ని లక్షణాలు చతురస్రానికి వర్తిస్తాయి

లక్షణం 1 : చతురస్రం యొక్క అన్ని భుజాలూ ఒక దానినొకటి సమానంగా వుంటాయి.

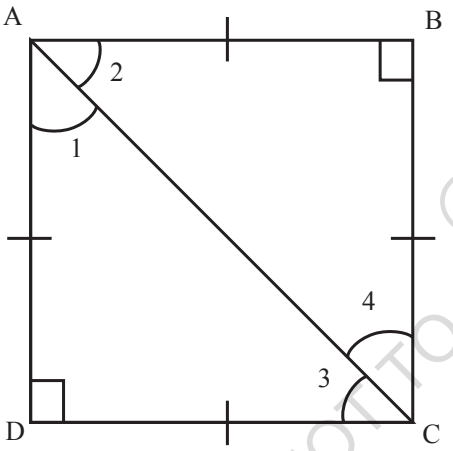
లక్షణం 2 : చతురస్రం యొక్క వ్యతిరేక భుజాలు ఒక దానినొకటి సమాంతరంగా ఉంటాయి.

లక్షణం 3 : చతురస్రం యొక్క కోణాలన్నీ 90°.

లక్షణం 4 : చతురస్రం యొక్క కర్ణాలు సమాన పొడవు కలిగి వుంటాయి. మరియు 90° వద్ద ఒకదాని నొకటి ఖండించు కొంటాయి.

చతురస్రానికి మరొక ప్రత్యేక లక్షణంవుంది.

? ∠1, ∠2, ∠3, మరియు ∠4 యొక్క కొలతలు ఏమిటి? మీరు దీనిని గుర్తించడానికి తర్కించగలరో లేదా ప్రయోగం చేయగలరో చూడండి.



ΔADC లో మనకు
∠1 + ∠3 + 90 = 180
అయితే AD = DC మనకు ∠1 = ∠3.
∠1 = ∠3 = 45°.

@RTBS NOT TO BE REPUBLISHED

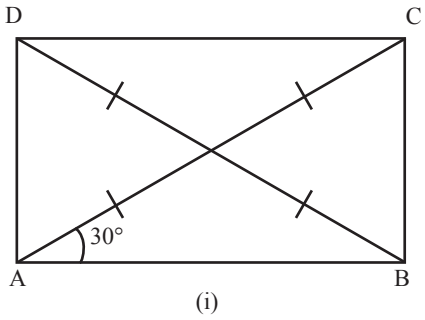
అదేవిధంగా ∠2 మరియు ∠4 కనుగొనండి.

అందువలన మనకు చతురస్రం యొక్క మరొక లక్షణంవుంది.

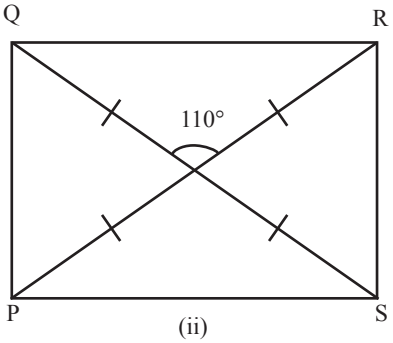
లక్షణం 5 : ఒక చతురస్రం యొక్క కర్ణాలు చతురస్రం యొక్క కోణాలను సమాన భాగాలుగా విభజిస్తాయి. దీనిని ఇలా కుడా వ్యక్తీకరించవచ్చు. చతురస్రం యొక్క కర్ణాలు చతురస్రం యొక్క కోణాలను ఖండిస్తాయి.

దాన్ని గుర్తించండి

1. క్రింది దీర్ఘ చతురస్రాల యొక్క అన్ని ఇతర అంతర్గత కోణాలను కనుగొనండి.



(i)



(ii)

2. 8 సెం.మీ. సమాన పొడవుగల కోణంలో ఖండించుకొనే కర్ణాలు కలిగిన చతుర్భుజాన్ని గీయండి.

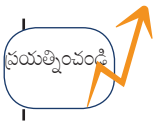
(i) 30° (ii) 40° (iii) 90° (iv) 140°

3. O కేంద్రం గావున్న వృత్తాన్ని పరిగణించండి. PL మరియు AM రేఖా ఖండాలు వృత్తం యొక్క రెండు లంబ వ్యాసాలు APML అనే చిత్రం ఏమిటి? దీనిని గుర్తించడానికి కారణం లేదా ప్రయోగం చేయండి..



4. కాగితం మడత పెట్టడం ద్వారా 90° మీ. ఒక తీగ కలిగిన పొందులో మనం చూశాము ఇపుడు మన దగ్గర కాగితం లేదు కానీ సమాన పొడవుగల రెండు గణిత కర్రలు ఉన్నాయి అనుకొందాం వీటిని ఉపయోగించి మనం ఖచ్చితమైన 90° ఎలా తయారు చేయాలి?

5. దీర్ఘ చతురస్రం యొక్క లక్షణాలలో ఒక దానినొకటి వ్యతిరేక భుజాలు సమాంతరంగా ఉండటం మనం చూశాము. దీనిని దీర్ఘ చతరస్రం యొక్క నిర్వచనంగా ఎంచుకోవచ్చు? మరో మాటలో చెప్పాలంటే వ్యతిరేక భుజాలు ప్రతి చతుర్భుజం సమాంతరంగా మరియు సమానంగా ఉందా?



© @KTRS NOT TO BE REPUBLISHED

4.2 చతుర్భుజంలో కోణాలు

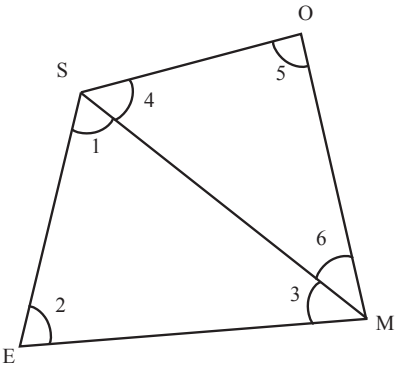
మూడు కోణాలు 90° కి సమానం మరియు నాల్గవ కోణం 90° సమానంకాని చతుర్భుజం నిర్మించడం సాధ్యమేనా?

నిర్మాణాల ద్వారా ఇది సాధ్యం కాకపోవచ్చు అని మీరు గమనించి ఉండవచ్చు.

? కానీ ఎందుకు కాదు?

ఇది చతుర్భుజాల యొక్క సాధారణ లక్షణం ఇది వాటి కోణాలకు సంబందించినది?

ఒక త్రిభుజం యొక్క కోణంల మొత్తం 180° అని మనం చూశాము చతుర్భుజం యొక్క కోణం మొత్తంలో కూడా ఇలాంటి క్రమ బద్ధత వుంటుంది.



చతుర్భుజం SOME ని పరిగణించండి.

ఒక కర్ణం SM ను గీయండి మనకు ΔSEM మరియు ΔSOM అనే రెండు త్రిభుజాలు లభిస్తాయి.

ΔSEM లో మనకు ∠1 + ∠2 + ∠3 = 180°.

ఉంటుంది మరియు ΔSOM లో ∠4 + ∠5 + ∠6 = 180°

మనం ఆరు సంఖ్యలను కలిపితే మనకు ఏమి లభిస్తుంది.

∠1+ ∠2 + ∠3 + ∠4 + ∠5 + ∠6 = 180° + 180° = 360°.

లేద (∠1+ ∠4) + (∠3 + ∠6) +∠2 + ∠5 = 360°.

కానే (∠1 + ∠4), (∠3 + ∠6), ∠2 మరియు ∠5 చతుర్భుజం యొక్క కోణాలు కాబట్టి మనకు ఈ క్రింది ఫలితం లభిస్తుంది.

ఏదైన చతుర్భుజంలోని అన్ని కోణాలు మొత్తం360°.

ఇది ఒక చతుర్భుజానికి మూడు లంబకోణాలు ఉండటం ఎందుకు అసాధ్యమెలా వివరిస్తుంది నాల్గవ కోణం లంబకోణం కాదు.

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

4.3 సమాంతరంగా ఎదురుగా ఉన్న భుజాలు కలిగినమరిన్ని చతుర్భుజాలు సమాంతరంగా

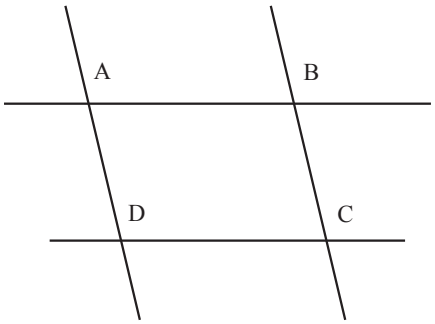
దీర్ఘ చతురస్రాలు (మరియు అందువల్ల చతురస్రాలు) సమాంతర వ్యతిరేక భుజాలను కలిగివుంటాయి.

? దీర్ఘ చతురస్రాలు కాని సమాంతర వ్యతిరేక భుజాలు కలిగిన చతుర్భుజాలు ఉన్నాయా?

ఇలాంటది నిర్మించడానికి ప్రయత్నిద్దాం

రెండు జతల సమాంతర రేఖలను గీయడం ద్వారా అవిలంబ కోణాలలో కలుసు కాకుండా చూసుకోవడం ద్వారాదీన్ని సులభంగా చేయవచ్చు.

? స్కేలు మరియు మూలమట్టాల ద్వారా దిక్సూచి మరియు స్కేలు ఉపయోగించి సమాంతర రేఖలను ఎలా నిర్మించవచ్చో గుర్తు చేసుకోవడం ద్వారా అటువంటి చిత్రంను నిర్మించండి.



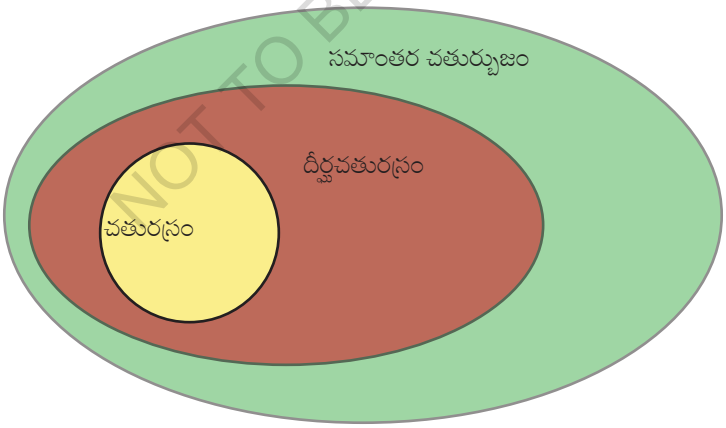
ABCD చతుర్భుజంను గమనించండి దీనికి సమాంతరంగా వ్యతిరేక భుజాలు వుంటాయి కాని దీర్ఘ చతురస్రం కాదు.

అందువల్ల వ్యతిరేక భుజాలు సమాంతరంగా ఉండే పెద్ద చతుర్భుజాల పెద్ద సమూహం వుంది. అటువంటి చతుర్భుజాలను సమాంతర చతుర్భుజం అందురు.

? ఒక దీర్ఘ చతురస్రం సమాంతర చతుర్భుజమా?

ఒక దీర్ఘ చతురస్రం సమాంతరంగా వ్యతిరేక భుజాలను కలిగి ఉంటుంది. కాబట్టి ఇది సమాంతర చతుర్భుజం నిర్వచనాన్ని సంతృప్తి పరుస్తుంది. అందువల్ల ఇది నిజానికి ఒక సమాంతర చతుర్భుజం మరింత ప్రత్యేకంగా చెప్పాలంటే ఒక దీర్ఘ చతురస్రం అనేది దాని అన్ని కోణాలు 90° కి సమానమైన ఒక ప్రత్యేక రకమైన సమాంతర చతుర్భుజం.

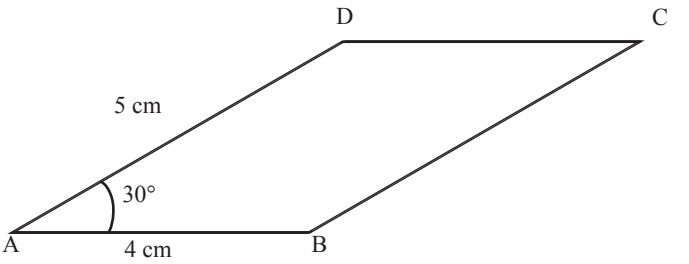
ఈ సంబంధంను వెన్ రేఖా చిత్రం ఉపయోగించి ప్రాతినిధ్యం వహించాలి.



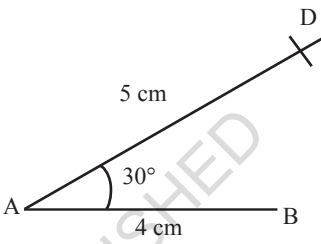
@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

సమాంతర చతుర్భుజం యొక్క భుజాలు మరియు కోణాల మధ్య సంబంధాలను అర్థం చేసుకోవడానికి ఈ క్రింది చిత్రంను నిర్మిస్తాము.

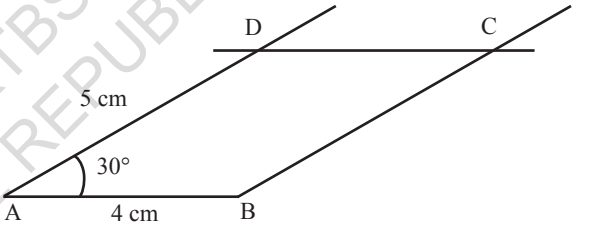
? 4 సెం.మీ. మరియు 5 సెం.మీ. పొడవుగల ప్రక్క ప్రక్కలు మరియు వాటి మధ్య 30° కోణం ఉండేలా ఒక సమాంతర చతుర్భుజాన్ని గీయండి.



దశ 1: AB = 4 సెం.మీ. మరియు AD = 5 సెం.మీ. రేఖా ఖండాలను వాటి మధ్య 30° కోణంతో గీతలను గీయండి.



దశ 2: D బిందువు ద్వారా AB కి సమాంతరంగా ఒక గీతను మరియు B ద్వారా AD కి సమాంతరంగా ఒక గీతను గీయండి. ఈ రేఖలు ఖండించు కొనే బిందువును C గా గుర్తించండి ABCD ఆనేది అవసరమైన సమాంతర చతుర్భుజం.



? సమాంతర చతుర్భుజం యొక్క మిగిలిన ఏమిటి? మిగిలిన భుజాల పొడవులు ఏమిటి? వీటని గుర్తించడానికి మీరు తర్కించ గలరా మరియు లేదా ప్రయోగంచేయ గలరా అని చూడండి.

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

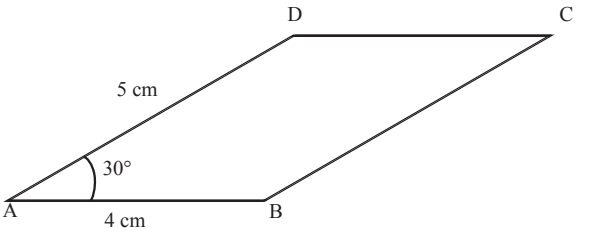
? **మినహాయింపు 6 : సమాంతర చతుర్భుజం యొక్కకోణాల గురించి మనం ఏమి చెప్పగలం?**

సమాంతర చతుర్భుజం ABCD లో AB||CD మరియు AD వాటికి అడ్డంగా ఉంటాయి.

$\angle A + \angle D = 180°$ (ఒక అడ్డంగా వుండే రేఖ యొక్క ఒక వైపువున్న అంతర్గత కోణాల మొత్తం)

$\angle D = 180 - \angle A$

$= 180 - 30 = 150°$.



అదేవిధంగా AD||BC, మరియు AB మరియు CD లు వాటి ఖండవలు ఉంటాయి.

కాబట్టి $\angle A + \angle B = 180°$.

కాబట్టి $\angle C + \angle D = 180°$.

ఈ సమీకరణాలను ఉపయోగించి మనకు $\angle B = 150°$ మరియు $\angle C = 30°$వస్తుంది.

ఈ సమాంతర చతుర్భుజంలో ప్రక్కనవున్న కోణాల జతల మొత్తం **180°** అవుతుందని మరియు వ్యతిరేక కోణాల జతల సమానం అని మనం చూస్తాము అందువలన

$\angle A + \angle B = 180°$, $\angle A + \angle D = 180°$, $\angle C + \angle D = 180°$ మరియు $\angle B + \angle C = 180°$.

మరియు $\angle A = \angle C$ మరియు $\angle B = \angle D$.

ప్రక్కనే వున్న కోణాలు ఒక జత సమాంతర రేఖలకు అడ్డంగా వున్న కోణాన్నికి ఒకే వైపున వున్న అంతర్గత కోణాలు కాబట్టి వాటి మొత్తం 180° వరకు ఉండాలి. వ్యతిరేక కోణాల సంగతి ఏమిటి? అన్ని సమాంతర చతుర్భుజాలలో సమానంగా ఉంటాయా? అయితే మనం ఎలా ఖచ్చితంగా చెప్పగలం?

? అభిముఖ కోణాలు గురించి ఏమి చెబుతారు? అన్ని సమాంతర చతుర్భుజాలలో సమానంగా ఉంటాయా? అవును అయితే మనం ఎలా ఖచ్చితంగా చెప్పగలము.

కోణాలలో ఒక దాన్ని x గా తీసుకొందాం

ఇతర కోణాలు ఏవి?

$\angle P + \angle R = 180°$ కాబట్టి

$\angle R = 180 - \angle P = 180 - x$.

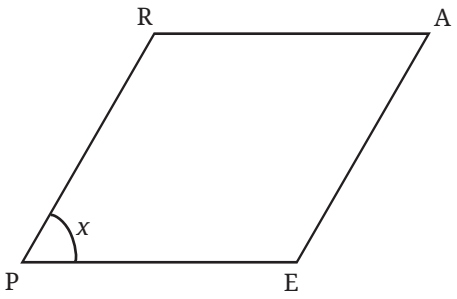
అదేవిధంగా $\angle A + \angle R = 180°$,

$\angle A = 180 - \angle R = 180 - (180 - x)$

$= 180 - 180 + x = x$ అందువలన

$\angle P = \angle A = x$ అదేవిధంగా

$\angle R = \angle E = 180 - x$ అని నిర్ణయించవచ్చు



కాబట్ట ఇది సమాంతర చతుర్భుజం యొక్క అభిముఖ కోణాలను చూపిస్తుంది, ఎల్లప్పుడూ సమానంగా ఉంటాయి.

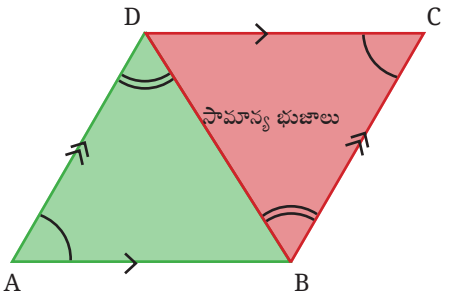
? **మినహాయింపు 7 : కాబట్టి సమాంతర చతుర్భుజం యొక్క భుజాల గురించి మనం ఏమి చెప్పగలం?**

ఒక సమాంతర చతుర్భుజాన్ని చూస్తే అభిముఖ భుజాలు సమానంగా ఉన్నట్లు కనిపిస్తుంది దీనిని చూపించడానికి మళ్లీ సమరూపతను ఉపయోగించ వచ్చా? దీనికోసం ఏరెండు త్రిభుజాలను పరిగణించవచ్చు.

ΔABD మరియు ΔCDB లలో ఒకే చాపంతో గుర్తించబడిన కోణాల సమానంగా ఉంటాయి. ఎందుకంటే అవి సమాంతర చతురబ్జం యొక్క అభిముఖ కోణాలు అయినాయి కావున సమానం.

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

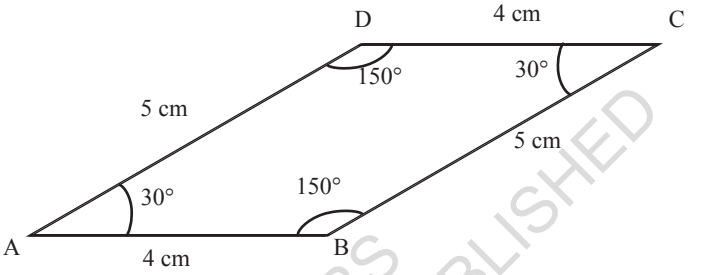
కాబట్టి (AAS) కో.కో.భు. నియమం ప్రకారం త్రిభుజాలు సమానంగా ఉంటాయి. అంటే $\Delta ABD \cong \Delta CDB$.



కాబట్టి AD = CB మరియు AB = CD అందువలన సమాంతర చతుర్భుజం యొక్క అభిముఖ భుజాలు సమానంగా ఉంటాయి.

? $\Delta ABD \cong \Delta CBD$ అని రాయడం తప్పా? ఎందుకు?

ఈ మినహాయింపు మనం సమాంతర చతుర్భుజం యొక్క మిగిలిన భుజాలు మరియు కోణాలను కనుగొనవచ్చు.



© KSTBS NOT TO BE REPUBLISHED

సమాంతర చతుర్భుజం యొక్క లక్షణాలను పట్టిక చేద్దాం

లక్షణం 1 : సమాంతర చతుర్భుజం యొక్క అభిముఖ భుజాలు సమానంగా ఉంటాయి.

లక్షణం 2 : సమాంతర చతుర్భుజం యొక్క అభిముఖ భుజాలు సమాంతరంగా ఉంటాయి.

లక్షణం 3 : ఒక సమాంతర చతుర్భుజంలో పార్శ్వ కోణాల మొత్తం180° అవుతుంది. మరియు అభిముఖ కోణాలు సమానంగా వుంటాయి.

? సమాంతర చతుర్భుజం యొక్క కర్ణాలు ఎల్లప్పుడూ సమానంగా ఉంటాయా? మీరు నిర్మించిన సమాంతర చతుర్భుజంతో తనిఖీ చేయండి.

సమాంతర చతుర్భుజం యొక్క కర్ణాలు సమానంగా ఉండన అవసరం లేదని మనం చూస్తాము.

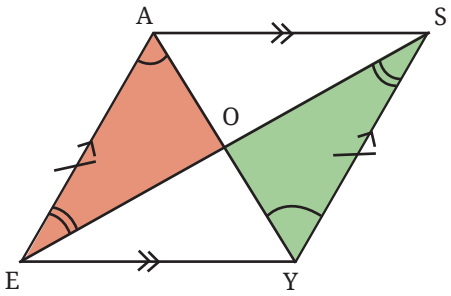
? అవి ఒక దానినొకటి ఖండించు కొంటాయా? (వాటి మధ్య బిందువుల వద్ద ఖండించు కుంటాయా) దీనిని గుర్తించ దానికి కారణం మరియు లేదా ప్రయోగ రీతిగా పరిక్షించండి.

మినహాయింపు 8 : సమాంతర చతుర్భుజంలో రెండు కర్ణాల ఖండన బిందువు ఏమిటి?

దీర్ఘ చతురస్ర విషయంలో లాగానే EASY. సమాంతర చతుర్భుజంలో ΔAOE మరియు ΔYOS ల సమరూపతను పరిశీలించడం ద్వారా కర్ణాలు ఒక దానినొకటి ఖండించు కొంటాయో లేదో మనం కనుగొన వచ్చు.

AE = YS (అవి సమాంతర చతుర్భుజానికి అభిముఖ భుజాలు కాబట్టి)

చాపాన్ని ఉపయోగించి గుర్తించబడిన కోణాలు సమానంగా ఉంటాయి మరియు రెండు చాపంలను ఉపయోగించి గుర్తించ బడిన కోణాలు సమానంగా వుంటాయి. ఎందుకంటే అవి సమాంతర రేఖల యొక్క ఏకాంతర కోణాల నియమం.



కాబట్టి (ASA) భు.కో.భు నియమం ప్రకారం త్రిభుజాలు సమానంగా వుంటాయి.

$\Delta AOE \cong \Delta YOS$.

కాబట్టి $OA = OY$, మరియు $OE = OS$ ఎందు కంటే అవి సర్వసమాన త్రిభుజాల అనురూప భుజాలు.

అందువలన O అనేది రెండు కర్ణాల మధ్య బిందువు

? $\Delta AOE \cong \Delta SOY$ అని రాయడం తప్పా? ఎందుకు?

లక్షణం 4 : సమాంతర చతుర్భుజం యొక్క కర్ణాలు ఒక దాని నొకటి ఖండించు కొంటాయి.

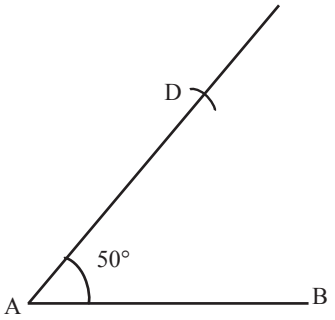
? సమాంతర చతుర్భుజం యొక్క కర్ణాలు ఒక నిర్దిష్ట కోణంలో ఖండించు కొంటాయా?

@KTES NOT TO BE REPUBLISHED

4.4 సమాన భుజాల కలిగిన చతుర్భుజాలు

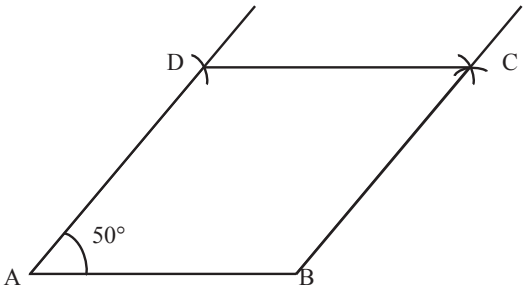
? సమాన భుజాలు కలిగిన చతుర్భుజాలు చతురస్రాలు మాత్రమేనా ఈ ప్రశ్నను సూత్రీకరించడం ద్వారా అన్వేషిద్దాం.

ఒక దాని నొకటి లంబంగా లేని రెండు సమాన భుజాలు AD మరియు AB లను గీయండి.



? ఈ చతుర్భుజం యొక్క అన్ని వైపులా ఒకే పొడవు ఉండేలా మనం దానిని పూర్తి చేయగలమా?

B మరియు D లనుండి దూరం AB (లేదా AD) కు సమానమైన బిందువు C ని గుర్తించండి. దీని కోసం దిక్సూచిని ఉపయోగించి AB ని కొలవండి. ఈ పొడ వును వ్యాసార్ధంగా ఉంచుకొని B మరియు D ల నుండి చాపాలను కత్తిరించండి.



ఇప్పుడు మనకు A కి సమాన భుజాల పొడవు మరియు దాని కోణాలలో ఒకటి 50° కల్గిండవచ్చు అనే చతుర్భుజం ఉంది 180° కంటే తక్కువ కోణంను (50° స్థానంలో) మనం అంటారు. చతుర్భుజాన్ని నిర్మించ వచ్చు గమనించండి.

అన్ని భుజాలు ఒకే పొడవు కలిగిన చతుర్భుజాన్ని రాంబస్ అంటారు.

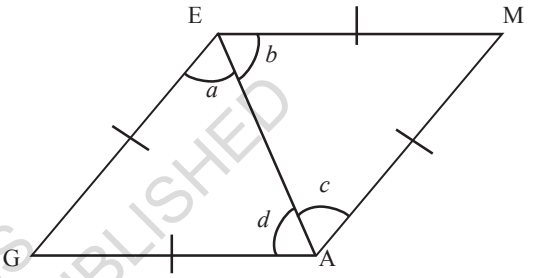
? మనం నిర్మించిన రాంబస్ ABCD యొక్క ఇతర కోణాలు ఏమిటి? దీనిని గుర్తించడానికి కారణం మరియు లేదా ప్రయోగంచేయండి.

మినహాయింపు 9 : రాంబస్ లోని కోణాల గురించి మనం ఏమి చెప్పగలం?

ఒక రాంబస్ GAME ను పరిగణించండి..

ΔGAE లో $GE = GA$, $a = d$.

అదేవిధంగా ΔMAE లో $ME = MA$ కాబట్టి $b = c$.

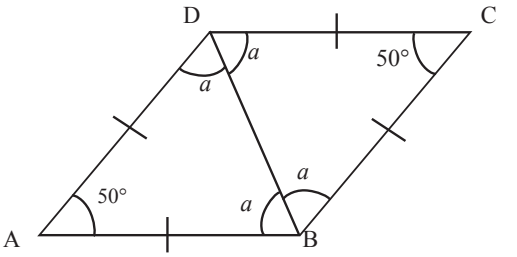


? $\Delta GAE \cong \Delta MAE$ (ఎలా?) అని చూడవచ్చు.

కాబట్టి $a = b$, $c = d$ మరియు $\angle G = \angle M$ (అవి సర్వ సమాన త్రిభుజాల అనురూప భుజాలు).

అందువలన మనకు $a = b = c = d$ వస్తుంది.

ఈ వాస్తవాలు ఏ రాంబస్‌కు అయినా వర్తిస్తాయి. మనం ముందుగా నిర్మించిన రాంబస్ ABCD కి వీటిని వర్ణింపచేద్దాం. చిత్రంలో చూపిన విధంగా కర్ణం ద్వారా ఏర్పడిన నాలుగు సమాన కోణాలను a గా భావించండి.



ΔADB లో మనకు

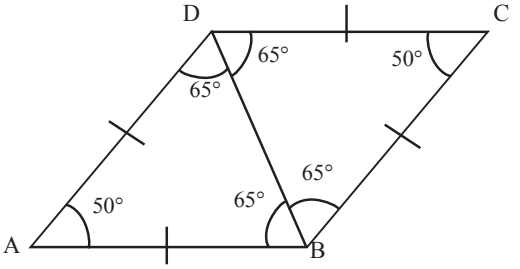
$a + a + 50° = 180°$ ఉంది

కాబట్టి $a = 65°$.

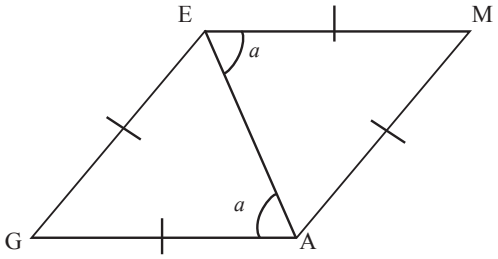
కాబట్టి రాంబస్ ABCD యొక్క కోణాలు 50°, 130°, 50° మరియు 130°.

కాబట్టి ఒక రాంబస్‌లో వ్యతిరేక కోణాలు ఒక దాని నొకటి సమానంగా ఉంటాయి.

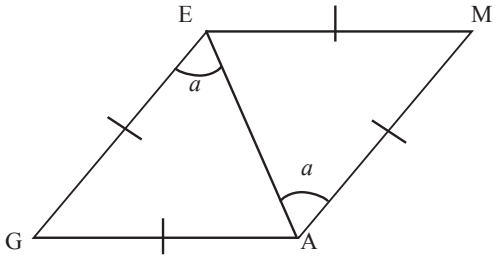
రాంబస్ ABCD యొక్క (65°) ఇతర కోణాలను కనుగొన గలిగే మరోమార్గం ఉంది సాధారణం గా రాంబస్‌లో చూపబడింది కర్ణంద్వారా ఏర్పడిన నాలుగు కోణాలు ఒకదాని నొకటి సమానంగా ఉంటాయి.



© SCERT NOT TO BE REPUBLISHED

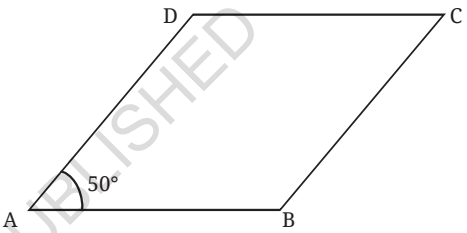


EM మరియు GA రేఖలను మరియు వాటి లంబంగా ఉండే AE. రేఖలను పరిగణించండి.పర్యాయ కోణాలు సమానంగా ఉరటాయి కాబట్టి EM||GA.



అదే విధంగా GE మరియు AM రేఖలను మరియు వాట లంబం AE ని పరిగణించండి. పర్యాయ కోణాలు సమానంగా ఉంటాయి. కాబట్టి GE||AM.

వ్యతిరేక భుజాలు సమాంతరం కాబట్టి GAME అనేది సమాంతర చతుర్భుజము. కావున ప్రతి ఒక రాంబస్ కూడ సమాంతర చతుర్భుజం. సమాంతర చతుర్భుజ లక్షణాలు రాంబస్ కూడ నిజం అందువల్ల రాంబస్ యొక్క కోణాల మొత్తం 180° అవుతుంది. మరియు అభిముఖ కోణాలు సమానంగా అవుతాయి. (మినహాయింపు 6 వాదనలను రాంబస్‌కు కూడా వర్తించవచ్చని దృవీకరించండి)



అందువలన రాంబస్ ABCD లో

$$\angle A = \angle C = 50°$$

మరియు $\angle D = \angle B = 180 - 50 = 130°$.

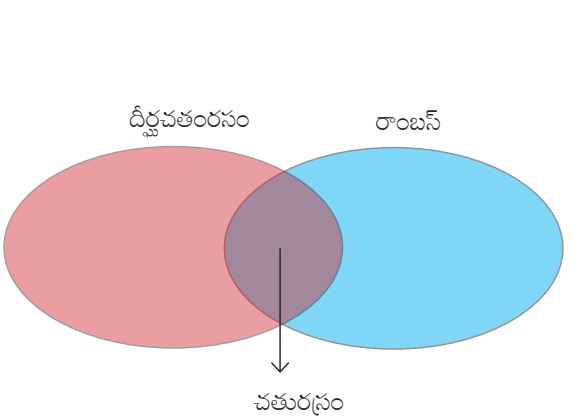
? కాబట్టి రాంబస్ ఒక సమాంతర చతుర్భుజం మరియు దీర్ఘ చతురస్రం కూడ ఒక సమాంతర చతుర్భుజమే. వెన్ రేఖా చిత్రం ఉపయోగించి దీనిని ఎలా సూచించవచ్చు.

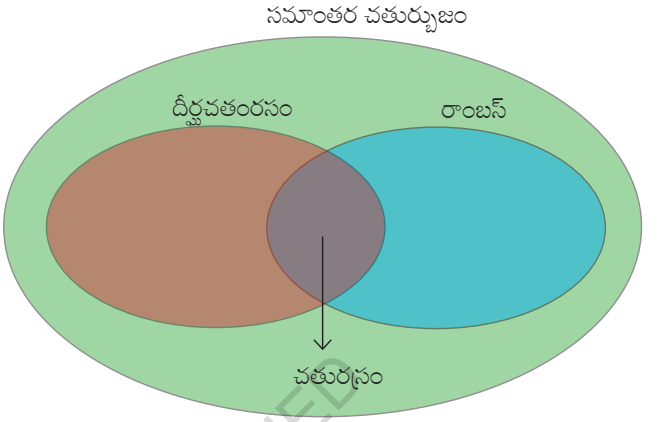
? ఈ చిత్రంలో చతురస్రాల సమూహమును ఎక్కడ కనుగొన గలరు?

చతురస్రం ఒక దీర్ఘ చతురస్రం అని మనకు తెలుసు చతురస్రం యొక్క అభిముఖ భుజాలు సమాంతరంగా

@KVBS NOT TO BE REPUBLISHED

వుంటాయి కాబట్టి చతురస్రం కూడ ఒక సమాంతర చతుర్భుజమే ఇంకా చతురస్రం యొక్క అన్ని భుజాలు ఒకే పొడవు కలిగివుంటాయి కాబట్టి చతురస్రం కూడా ఒక రాంబస్ అవుతుంది. అందువలన వెన్ రేఖా చిత్రం ఈ క్రింది విధంగా వుంటుంది.





రాంబస్ యొక్క లక్షణాలను పట్టిక చేద్దాం

లక్షణం 1 : రాంబస్ యొక్క అన్ని వైపులా ఒక దానినొకటి సమానంగా ఉంటాయి.

లక్షణం 2 : రాంబస్ యొక్క ఎదురెదురు భుజాలు ఒక దానినొకటికి సమాంతరంగా వుంటాయి.

లక్షణం 3 : ఒక రాంబస్‌లో, పార్శ్వ కోణాల మొత్తం 180° వ్యతిరేక కోణాలు సమానంగా ఉంటాయి

? రాంబస్ యొక్క రెండు కర్ణాలు సమానంగా ఉన్నాయా?

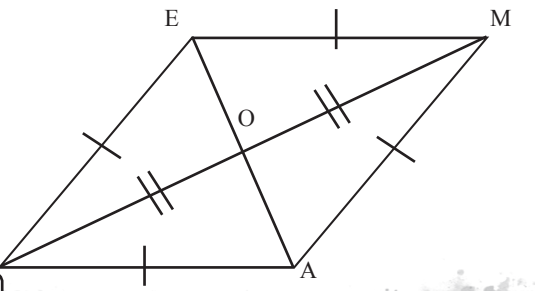
లక్షణం 4 : రాంబస్ యొక్క రెండు కర్ణాలు ఒకదాని నొకటి ఖండించు కొంటాయి.

లక్షణం 5 : రాంబస్ యొక్క కర్ణాలు దానికోణాలను ఖండిస్తాయి.

? రాంబస్ యొక్క కర్ణాలు ఏదైన నిర్దిష్ట కోణంలో ఖండించు కుంటాయా? దీనిని గుర్తించడానికి కారణం చెప్పండి లేదా ప్రయోగం చేయండి.

మినహాయింపు 10 : రాంబస్ యొక్క కర్ణాలు వాటి ఖండన బిందువు వద్ద ఏర్పడిన కోణాల గురించి మనం ఏమి చెప్పగలం?

? రాంబస్ GAME లో మనకు $\Delta GEO \cong \Delta MEO$ (ఎందుకు?) ఉంటుంది.



కాబట్టి $\angle GOE = \angle MOE$ ఎందుకంటే అవి

©KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

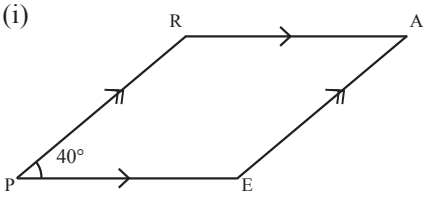
సర్వ సమాన త్రిభుజాల యొక్క సంబంధిత భుజాలు అవి 180° వరకు జోడించినపుడు అవి ఒకొక్కటి 90° వుండాలి.

లక్షణం 6 : రాంబస్ యొక్క కర్ణాలు 90°కోణంలో ఒక దానినొకటి ఖండించు కొంటాయి.

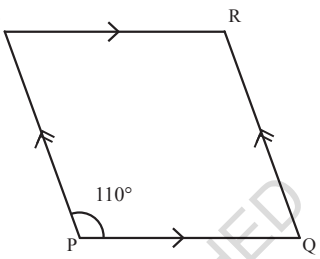
? దాన్ని గుర్తించండి.

1. క్రింది చతుర్భుజాలలో మిగిలిన కోణాలను కనుగొనండి.

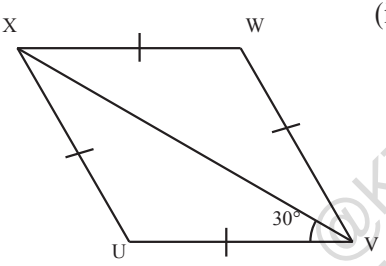
(i)



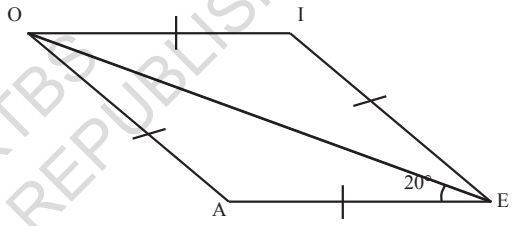
(ii)



(iii)



(iv)



@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

2. కర్ణాల లక్షణాలను ఉపయోగించి 7 సెం.మీ. మరియు 5 సెం.మీ. పొడవుగల కర్ణాలు కలిగిన సమాంతర చతుర్భుజాన్ని నిర్మించి 140° కోణంలో ఖండించుకొంది.

3. కర్ణాల లక్షణాలను ఉపయోగించి 4 సెం.మీ. మరియు 5 సెం.మీ. పొడవుగల కర్ణాలు కలిగిన రాంబస్‌ను నిర్మించండి.

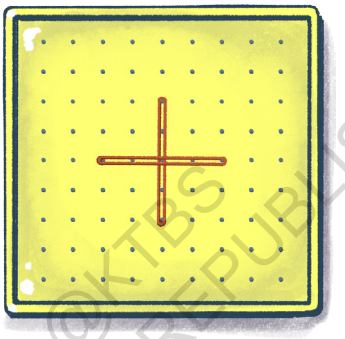
4.5 చతుర్భుజాలతో ఆడుకోవడం

జియోబోర్డ్ కార్యాచరణం

ఒక జియోబోర్డ్ మరియు కొన్ని రబ్బరు బ్యాండ్లు తీసుకొండి. మీ దగ్గర ఇవి లేకపోతే పుస్తకం చివర ఇవ్వబడిన చుక్కల గ్రీడ్ పేపర్లను ఈ కృత్యంనకు ఉపయోగించవచ్చు.

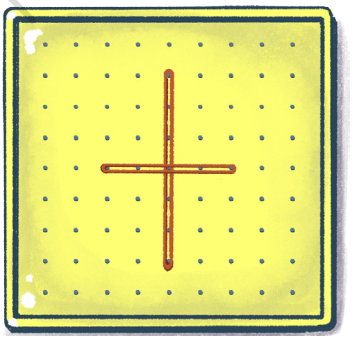


రెండు రబ్బరు బ్యాండ్లను ఒకదాని నొకటి లంబంగా వుంది. సమాన పొడగల కర్ణాలను ఏర్పరచుకోండి చివరలను కలపండి.



©KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

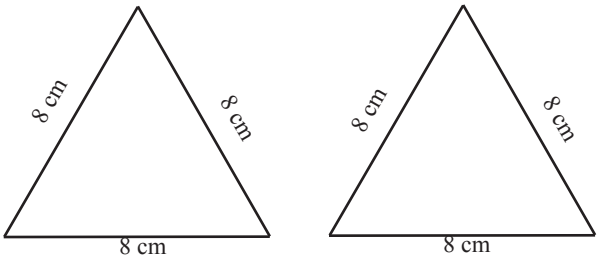
? మనకు లభించిన చతుర్భుజం ఏమిటి? మీ సమాధాన్ని సమర్థించండి. రెండు వైపులా ఉన్న కర్ణాలలో ఒకదానిని 2 సెం.మీ. పొడిగించండి.



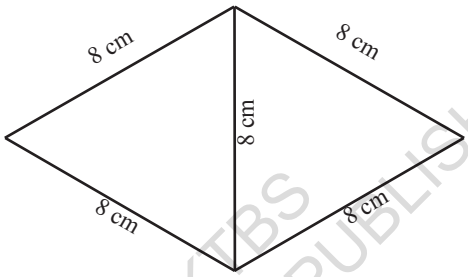
? ఇప్పుడు మీకు ఏ చతుర్భుజం లభిస్తుంది మీ సమాధానంను సమర్థించండి.

త్రిభుజాలను జోడించండి

1. 8 సెం.మీ. పొడవున్న సమాబాహు త్రిభుజం యొక్క రెండు కార్డ్‌బోర్డ్ ముక్కలను తీసుకోండి.

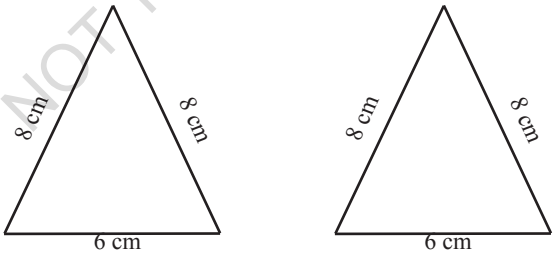


? చతుర్భుజం పొందడానికి మీరు వీటిని జోడించగలరా?



? ఇది ఏ రకమైన చతుర్భుజం? సమాధానాన్ని సమర్థించండి.

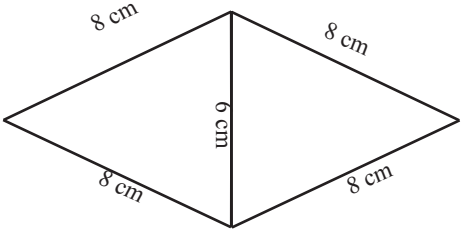
2. 8 సెం.మీ. 8 సెం.మీ. మరియు 6 సెం.మీ. పొడవున్న సమబాహు త్రిభుజం యొక్క రెండు కార్డ్‌బోర్డ్ ముక్కలను తీసుకోండి.



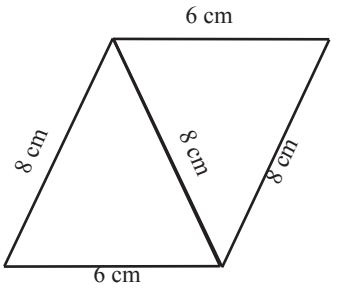
@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

? చతుర్భుజం పొండడానికిపై త్రిభుజాలను ఏ విధంగా జోడించవచ్చు?

ఈ విధంగా వాటితో చేర్చడంవల్ల మీరు పొందుతారు

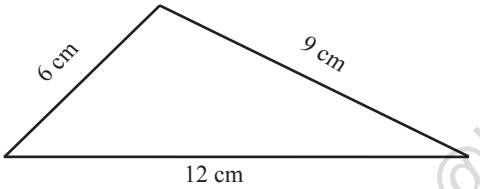


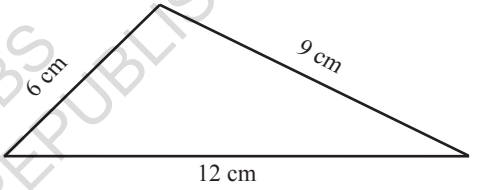
ఈ విధంగా వీటిని చేర్చడం వల్ల మీరుపొందుతారు



? ఇవి ఏ చతుర్భుజాలు? మీ సమాధానాలను సమర్థించండి.

3. 6 సెం.మీ., 9సెం.మీ. మరియు 12 సెం.మీ. భుజాలు కలిగిన విషమబాహు త్రిభుజం యొక్క రెండు కార్డ్‌బోర్డ్ ముక్కలను తీసుకొండి.





? చతుర్భుజం పొందడానికి వాటిని ఏ విధమైన మార్గాల్లో జోడించవచ్చు?

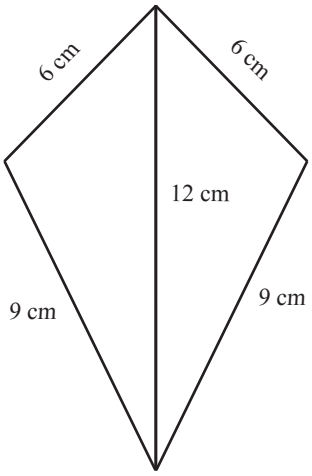
? రెండు త్రిభుజాలనుజోడించవచ్చు ద్వారా లభించే వివిధ చతుర్భుజాలను మీరు గుర్తించగలరా? మీరు చతుర్భుజంను గుర్తించడంవల్ల మీ సమాధానంను సమర్థించండి.

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

4.6 గాలిపటం మరియు ట్రెఫిజియం

గాలిపటం

6 సెం.మీ., 9 సెం.మీ. మరియు 12 సెం.మీ. భుజాలు కలిగిన రెండు త్రిభుజాలను కలిపే మార్గాలలో ఒకటి ఈ క్రింది విధంగా ఉంటుంది.—

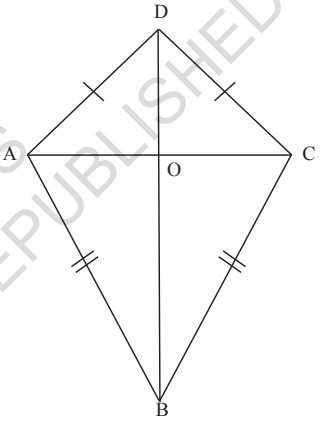






ఈ చతుర్భుజం గాలిపటంలా కనిపిస్తుంది. ప్రక్కనే ఉన్న భుజాలు ఒకే పొడవు ఉన్నాయని గమనించండి.

గాలిపటం: అనేది ఒక చతుర్భుజం దీనిని ABCD అని పిలుస్తారు అంటే AB = BC మరియు CD = DA.



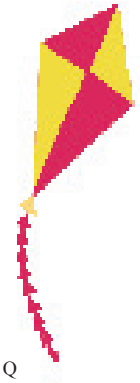
@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

లక్షణం 1 : గాలిపటంలో కర్ణం BD చూపించు.

(i) ∠ABC మరియు ∠ADC ఖండించండి.

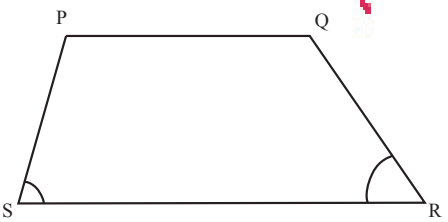
(ii) కర్ణం AC అంటే AO = OC ని ఖండిస్తుండి మరియు దానికి లంబంగా ఉంటుంది.

సూచన : ΔAOB ≅ ΔCOB?



ట్రెఫిజియం

సమాంతర చతుర్భుజాలు అంటే సమాంతర వ్యతిరేక భుజాలు కలిగివున్న చతుర్భుజాలు. ఈ పరిస్థితిని మనం సడలిస్తే మనకు కొత్త రకమైన చతుర్భుజం లభిస్తుంది ట్రెఫిజియం అంటే కనీసం ఒకజత సమాంతర ఎదురెదురు భుజాలు కలిగిన చతుర్భుజం.



? ట్రెఫిజియం నిర్మించండి. పాదాల కోణాలను కొలవండి (చిత్రంలో గుర్తించబడినది.)

? మిగిలిన కోణాలను కొలవకుండేనే మీరు కనుగొనగలరా?

PQ||SR నుండి మనకు

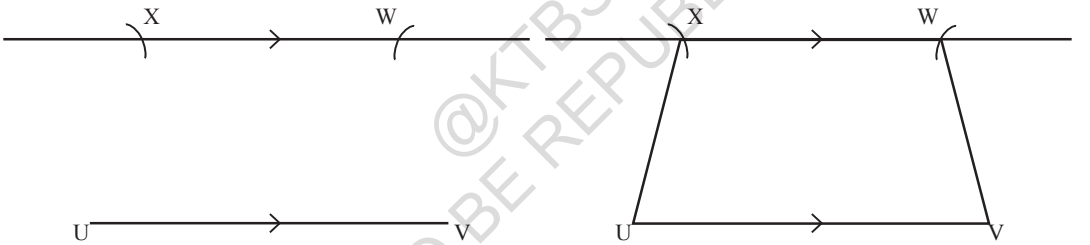
లక్షణం 1 ': $\angle S + \angle P = 180°$ మరియు $\angle R + \angle Q = 180°$.

ఈ వాస్తవంలను ఉపయోగించి మిగిలిన కోణాలను సులభంగా కనుగొనవచ్చు. వాటిని కనుగొన్న తర్వాత మీ సమాధానంను ధృవీకరించండి.

ఒక ట్రెఫిజియం యొక్క సమాంతరంగా తిసి భుజాలు ఒకే పొడవు కలిగి ఉన్నప్పుడు అ ట్రెఫిజియంను సమ ట్రెఫిజియం అంటారు.

? సమ ట్రెఫిజియంను ఎలా నిర్మిస్తాము?

? UVWX లో సమట్రెఫిజియం UV||XW ను నిర్మించండి $\angle U$ ని కొలవండి.



X మరియు W అయితే UX = VW

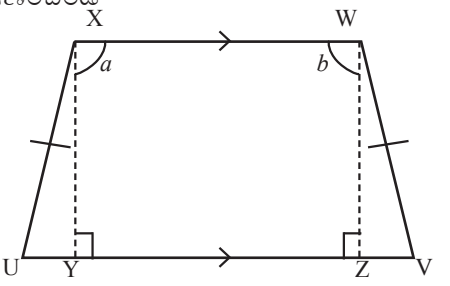
@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

మిగిలిన కోణాలను కొలవకుండా మీరు కనుగొనగలరా?

సమాన భుజాలకు ఎదురెదురు కోణాలు సమానంగా ఉన్నట్లు కనుగొలమా? $\angle U$ లు కూడ సమానమా? ఇక్కడ మనం సర్వసమాన త్రిభుజాలను కనుగొన గలమా?

UV కి లంబంగావున్న XY మరియు WZ రేఖా ఖండాలను పరిగణించండి

? XWZY ఏరకమైన చతుర్భుజం ?



XW||UV నుండి

$a = 180° - \angle XYZ = 90°$ మరియు

$b = 180° - \angle WZY = 90°$ (ఒకవైపు అంతర్గ కోణాలు కాబట్టి 180° వరకు కూడితే)

XWZY ఒక దీర్ఘ చతురస్రం

? ఇప్పుడు $\Delta UXY \cong \Delta VWZ$ అని చూపించ వచ్చు (ఎలా?)

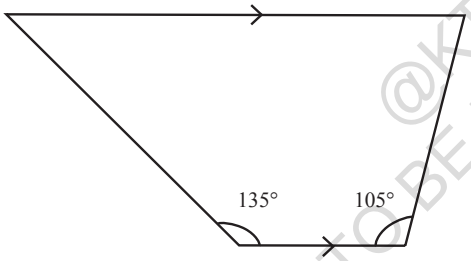
అందువలన $\angle U = \angle V$.

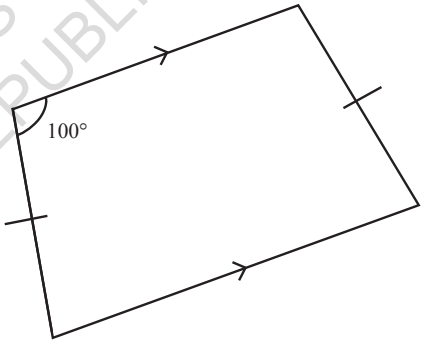
ఈ వాస్తవలాను ఉపయోగించి సమబాహు ట్రెఫిజియం యొక్క మిగిలిన కోణాలను నిర్ణయించవచ్చు కొలత ద్వారా కోణాలను ధృవీకరించండి.

లక్షణం 2: సమబాహు ట్రెఫిజియంలో సమాన భుజాలకు ఎదురెదురు కోణాలు సమానంగా వుంటాయి.

? **దీన్ని లెక్కించండి.**

1. 4 సెం.మీ. భుజాలు కలిగిన రెండు సమబాహు త్రిభుజాలను జోడించడం ద్వారా పొందిన చతుర్భుజం యొక్క అన్ని భుజాలు మరియు కోణాలను కనుగొనండి.
2. 6 సెం.మీ. మరియు 8 సెం.మీ. పొడవుగల కర్ణాలు కలిగిన గాలి పటాన్ని నిర్మించండి.
3. క్రింది ట్రెఫిజియంలో మిగిలిన కోణాలను కనుగొనండి.





@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

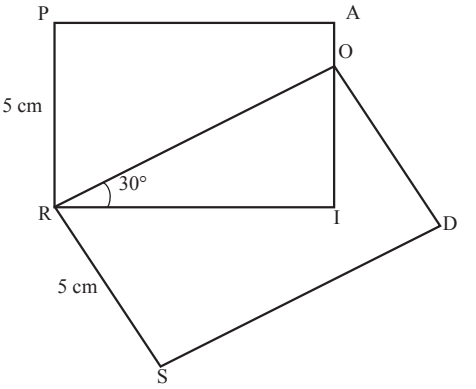
4. సమాంతర చతుర్భుజాలు, రాంబస్‌లు, దీర్ఘ చతురస్రాలు, మరియు చతురస్రాల సమితిని చూపించే వెన్ చిత్రాన్ని గీయండి తరువాత ఈ క్రింది ప్రశ్నలకు సమాధానం ఇవ్వండి.

   (i) గాలిపటం మరియు సమాంతర చతుర్భుజం రెండింటిని కలిగి ఉండే చతుర్భుజం ఏమిటి?

   (ii) గాలి పటం మరియు దీర్ఘ చతురస్రం రెండింటిని కలిగి ఉండే చతుర్భుజం ఉంటుందా?

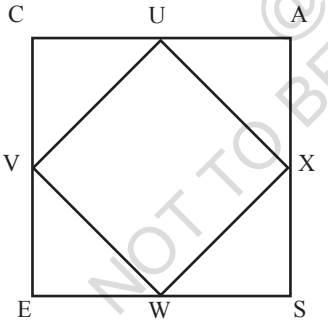
   (iii) ప్రతి గాలి పటం ఒక రాంబస్ అవునా? లేకపోతే ఈ రెండు రకాల చతుర్భుజాల మధ్య సరైన సంబంధం ఏమిటి?

5. జత మరియు RODS రెండు దీర్ఘ చతురస్రాలు అయితే ∠IOD కనుగొనండి.

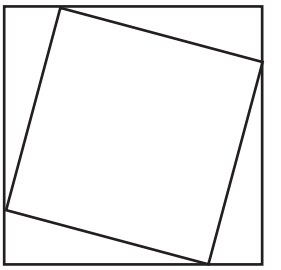


6. వృత్త లేఖిని ఉపయోగించకుండ 6 సెం.మీ. కర్ణంతో ఒక చతురస్రాన్ని నిర్మించండి.

7. CASE అనేది ఒక చతురస్రం U, V, W మరియు X బిందువులు చతురస్రం యొక్క భుజాలమధ్య బిందువులు UVWX ఏరకమైన చతురస్రం? రేఖాగణిత తార్కికం ఉపయోగించి అలాగే నిర్మాణం మరియు కొలత ద్వారా దీనిని కనుగొనండి. చిత్రం (b) లో చూపిన విధంగా లోపలిచతురస్రం యొక్క శీర్షాలు బయట చతురస్రం వైపులా ఉండేలా చతురస్రంలోపల చతురస్రాన్ని నిర్మించడానికి ఇతర మార్గాలను కనుగొనండి..



(a)


(b)

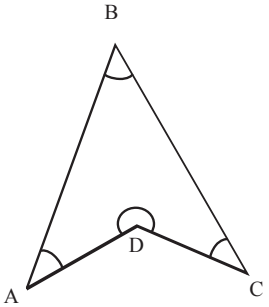
@KTES NOT TO BE REPUBLISHED

8. ఒక చతుర్భుజానికి నాలుగు సమాన భుజాలు మరియు 90° కోణం ఉంటే అది చతురస్రం అవుతుందా? రేఖాగణిత తార్కికం ఉపయోగించి అలాగే నిర్మాణం మరియు కొలత ద్వారా సమాధానం కనుగొనండి.

9. వ్యతిరేక భుజాలు సమానంగా ఉండే చతుర్భుజం ఏరకమైనది? మీ సమాధానంను సమర్థించండి.

సూచన : ఒక కర్ణాన్ని గీసి సమరూప త్రిభుజాల కోసం తనిఖీ చేయండి.

10. క్రింది చతుర్భుజంలోని కోణాల మొత్తం కంటె తక్కువ 360°అవుతుందా? రేఖాగణిత తార్కికతను ఉపయోగించి అలాగే ఈ చిత్రంను నిర్మించి కొలవడం ద్వారా సమాధానాన్ని కనుగొనండి.



11. క్రింది ప్రకటనలు నిజమో కాదో పేర్కొనండి. మీ సమాధానాలను సమర్థించండి.

(i) కర్ణాలు సమానంగా ఉంది, ఒకదానినొకటి ఖండించుకునే చతుర్భుజం ఒక చతురస్రం అయివుండాలి.

(ii) మూడు లంబకోణాలు కలిగిన చతుర్భుజం తప్పని సరిగా ఒక దీర్ఘ చతురస్రం అయ్యి వుండాలి.

(iii) కర్ణాలు ఒకదాని నొకటి ఖండించు కునే చతుర్భుజం సమాంతర చతుర్భుజం అయ్యి వుండాలి.

(iv) ఒక చతుర్భుజం యొక్క కర్ణాలు ఒకదాని నొకటిలంబంగా అది తప్పని సరిగా రాంబస్ అయ్యి వుండాలి.

(v) వ్యతిరేక కోణాలు సమానంగా ఉండే చతుర్భుజం సమాంతర చతుర్భుజం అవుతుంది.

(vi) అన్ని కోణాలు సమానంగా ఉండే చతుర్భుజంను దీర్ఘ చతురస్రం అంటారు.

(vii) సమబాహు ట్రెఫిజియంలు సమాంతర చతుర్భుజాలు.

© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

సారాంశం

✦ ఒక దీర్ఘ చతురస్రం అనేది ఒక చతుర్భుజం దీనిలో అన్ని కోణాంలు 90° ఉంటాయి.

దీర్ఘ చతురస్రం యొక్క లక్షణాలు –

- ఒక దీర్ఘ చతురస్రం యొక్క వ్యతిరేక భుజాలు సమాంతరంగా ఉంటాయి.
- ఒక దీర్ఘ చతురస్రం యొక్క కర్ణాలు సమాన పొడవు కలిగి వుంటాయి. మరియు అవి ఒకదానినొకటి ఖండించు కొంటాయి.
- ఒక చతురస్రం అనేది ఒక చతుర్భుజం దీనిలో అన్ని కోణాలు 90° మరియు అన్ని భుజాలు సమాన పొడవు కలిగివుంటాయి.

చతురస్రం యొక్క లక్షణాలు

- ఒక చతురస్రం యొక్క వ్యతిరేక భుజాలు ఒక దానికొకటి సమాంతరంగా వుంటాయి.
- ఒక చతురస్రం యొక్క కర్ణాలు సమాన పొడవు కలిగివుంటాయి. మరియు అవి 90° వద్ద ఒక దానొకటి ఖండించుకొంటాయి.
- ఒక చతురస్రం యొక్క కర్ణాలు దాని కోణాలను ఖండిస్తాయి.
- సమాంతర చతుర్భుజం అనేది ఒక చతుర్భుజం దీనిలో వ్యతిరేక భుజాలు సమాంతరంగా ఉంటాయి.

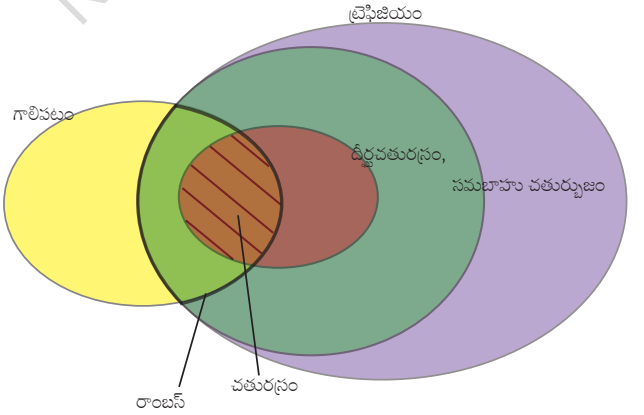
సమాంతర చతుర్భుజం యొక్క లక్షణాలు

- సమాంతర చతుర్భుజం యొక్క వ్యతిరేక భుజాలు సమానంగా ఉంటాయి.
- ఒక సమాంతర చతుర్భుజంలో ప్రక్కనే వున్న కోణాలు మొత్తం 180° అవుతుంది. మరియు వ్యతిరేక కోణాలు సమానం గావుంటాయి.
- సమాంతర చతుర్భుజం యొక్క కర్ణాలు ఒక దానినొకటి ఖండించుకొంటాయి.
- రాంబస్ అనేది ఒక చతుర్భుజం దీనిలో అన్ని భుజాలు ఒకే పొడవు కలిగివుంటాయి.

రాంబస్ యొక్క లక్షణాలు

- రాంబస్ యొక్క వ్యతిరేక భుజాలు ఒకదానినొకటి సమాంతరంగా వుంటాయి.
- ఒక రాంబస్‌లో ప్రక్కనే వున్న కోణాల మొత్తం 180° అవుతుంది. మరియు వ్యతిరేక కోణాలు సమానంగా వుంటాయి.
- రాంబస్ యొక్క కర్ణాలు లంబంగా ఒకదాని నొకటి ఖండించు కొంటాయి.
- **ఒక రాంబస్** యొక్క కర్ణాలు దాని కోణాలను ఖండిస్తాయి.
- **గాలి పటం** అనేది ఒకే పొడవు కలిగిన రెండు అతి వ్యాప్తి చెందని ప్రక్క ప్రక్కల జతలతో కూడిన చతుర్భుజం.
- **ట్రెఫిజియం** అనేది ఒక జత సమాంతర వ్యతిరేక భుజాలను కలిగి వున్న చతుర్భుజం.
- ఒక చతుర్భుజంలో కోణాల మొత్తం 360°

© KTRS NOT TO BE REPUBLISHED



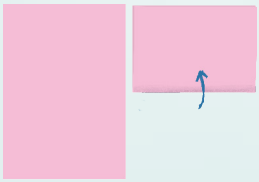


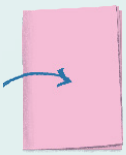
"పజిల్ సమయం"

ఏ చతుర్భుజం

గేమ్‌ప్లే (Gameplay)

1. పేపరు సగానికి మడవండి.

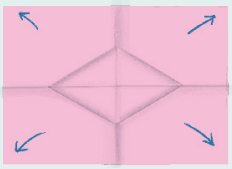




2. ఇప్పుడు దాన్ని మళ్ళీ పావు వంతుగా మడవండి.

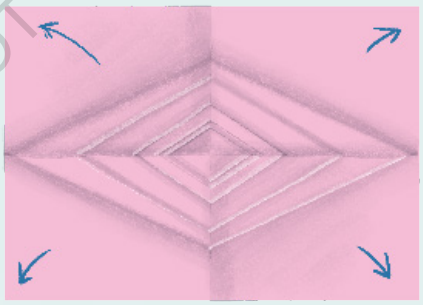
3. కాగితం మధ్య మూలలో ఒక త్రిభుజం గీయండి.





4. పేపరు తెరవండి రేఖల ద్వారా ఏ ఆకారం ఏర్పడుతుంది.

5. క్రింది ఉన్న చిత్రంలో చూపిన రేఖలను పొందడానికి మీరు ఒక చతురస్ర కాగితాన్ని ఎలామడుస్తారు.



6. ఒక చతురస్రాన్ని ఏర్పరచడానికి కాగితంను చతురస్రంను ఎలా మడచాలి?



@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

5 సంఖ్యల ఆట
NUMBER PLAY

5.1 ఇవి గుణిజాలా?

వరుస సంఖ్యల మొత్తం

అన్ను వరుస సంఖ్యల మొత్తాలను అన్వేషిస్తున్నాడు అతను ఈ క్రింది వాటిని వ్రాశాడు.

$$7 = 3 + 4$$
$$10 = 1 + 2 + 3 + 4$$
$$12 = 3 + 4 + 5$$
$$15 = 7 + 8$$
$$= 4 + 5 + 6$$
$$= 1 + 2 + 3 + 4 + 5$$

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

అప్పుడు అతను ఆశ్చర పోతున్నాడు

- నేను పతి సహజ సంఖ్యను వరుస సంఖ్యల మొత్తంగా వ్రాయవచ్చునా.
- నేను ఏ సంఖ్యలను వరుస సంఖ్యల మొత్తంగా ఒకటి కంటే ఎక్కువ విధాలుగా వ్రాయగలనా?
- ఓహ్ అన్ని బేసి సంఖ్యలను రెండు వరుస సంఖ్యల మొత్తంగా వ్రాయవచ్చని నాకు తెలుసు. మనం అన్ని సరి సంఖ్యలను వరుస సంఖ్యలుగా వ్రాయగలమా?
- నేను వరుస సంఖ్యల మొత్తంగా '0' ను వ్రాయవచ్చా? నేను అవసరమైతే ఋణాత్మక సంఖ్యలను ఉపయోగించాలి?

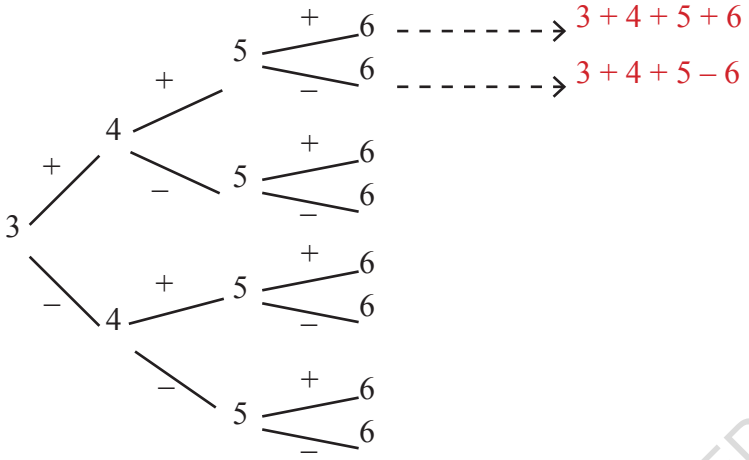
? ఈ ప్రశ్నలను మరియు మీతరగతిలో తలెత్తే ఏవైన ఇతర ప్రశ్నలను చర్చించండి?

? ఏవైన 4 వరుస సంఖ్యలను తీసుకోండి ఉదాహరణకు 3, 4, 5, మరియు 6 సంఖ్యల మధ్య '+'. '–' గుర్తులను ఉంచండి. ఎన్ని విభిన్న అవకాశాలు ఉన్నాయో మరియు వాటిన్నంటిని వ్రాయండి.

గణిత చర్చ

$$3 + 4 - 5 + 6$$
$$3 - 4 - 5 - 6$$

అలాంటి ఎనిమిద వ్యక్తీకరణలు ఉన్నాయి అన్ని అవకాశాలు క్రమపద్ధతిలో జాబితా చేయడానికి మీరు క్రింద ఉన్న చిత్రం ఉపయోగించవచ్చు.



? ప్రతి మౌల్యాంకనం చేసి దాని ప్రక్కన ఫలితాన్ని రాయండి. మీరు ఆసక్తి కరంగా ఏదైన గమనించారా?

? ఇప్పడు వరుసగా మరోనాలుగు సంఖ్యలను తీసుకోండి మీరు ఇంతకు ముందు. చేసినట్లుగా '+' మరియు '–' సంకేతాలను ఉంచండి. ప్రతి వ్యక్తీకరణ ఫలితాన్ని కనుగొనండి. మీరు ఏమి గమనిస్తారు?



? వరుసగా 4 సంఖ్యల సమితుల కోసం దీన్ని పునారువృత్తం చేయండి మీరు కనుగొన్నవాటిని పంచుకోండి.

3 + 4 – 5 + 6 = 8	5 + 6 – 7 + 8 = 12	__ + __ – __ + __ = __
3 – 4 – 5 – 6 = – 12	5 – 6 – 7 – 8 = – 16	__ – __ – __ – __ = __
.	.	.
.	.	.
.	.	.

వరుసగా 4 సంఖ్యలను ఎంచుకొన్నా కొన్ని మొత్తాలు ఎల్లప్పడూ కనిపిస్తాయి. అది ఆసక్తికరంగా లేదా?

? వరుసగా ఏ 4 సంఖ్యలను ఎంచుకొన్నా ఈ నమూనాలు సంభవిస్తాయా? తార్కికంగా ద్వారా తెలుసు కోవడానికి ఏదైన మార్గం ఉందా?

©KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

సూచన : బీజగణితంను ఉపయోగించి 8 బీజగణిత సమాసాలను సాధారణ రూపంలో వివరించండి.

అన్ని సమాసాల ఫలితాలు సరిసంఖ్యలు అని మీరు గమనించి ఉండవచ్చు. సరి సంఖ్యలు 2 యొక్క కారణాంకాలు 2 యొక్క కారణాంకాలు ఉన్న ఋణాత్మక సంఖ్యలు కూడా సరిసంఖ్యలే. ఉదాహరణకు $-2, -4, -6,$ మొదలైనది మీ తరగతిలో ఎవరకైనా బేసి సంఖ్య వచ్చిందో లేదో పరీక్షించండి.

4 వరుస సంఖ్యలను ఎంచుకున్నప్పుడు వాటి మధ్య '+' మరియు '–' గుర్తులను ఉంచుతారు ఫలితం వ్యక్తీకరణలు ఎల్లప్పుడూ స్పష్టంగా ఉన్నాయి ఏవైన 4 సంఖ్యలు + మరియు – సంకేతాలు ఎనిమిది వేర్వేరుతీసుకోండి. మరియు ఫలితం వ్యకీకరణను విశ్లేషించండి. మీరు వాట సమానత్వం గురించి తెలుసుకోవచ్చు.

? ఇది ఎందుకు జరుగుతుందో వివరించడానికి ఒక మార్గం ఉందా?



4 సంఖ్యల ఇతర సమూహాలతో పునరావృతంచేయండి

సూచన: రెండు సంఖ్యల మొత్తం లేదా వ్యత్యాసం యొక్క సమానత్వ కోసం నియమాల గురించి ఆలోచించండి.

వివరణ 1 : a, b, c మరియు d అనే నాలుగు సంఖ్యలతో ఏర్పడిన 8 బీజగణిత సమాసాలలో దేనినైన పరిశీలిద్దాం. దాని గుర్తులలో ఒక దాన్ని మార్చినపుడు దాని విలువ ఎల్లప్పుడూ సరిసంఖ్యతో పెరుగుతుంది లేదా తగ్గుతుంది ఎందుకో చూద్దాం.

$a + b – c – d$ + b ని $–b$ తో భర్తిచేస్తేమనకు లభిస్తుంది.

$$a – b – c – d.$$

సంఖ్య ఎంత మార్చబడిండి? అది ఎంత మార్చబడిండి

$$(a + b – c – d) – (a – b – c – d)$$

$= a + b – c – d – a + b + c + d$ (మనం రెండవ బ్రాకెట్ల సెట్‌ను తెరిచినప్పుడు సంకేతాలు ఎలా మారి పోయావో గమనించండి).

$= 2b$ (సరిసంఖ్య)

రెండు సంఖ్యల మధ్య వ్యత్యాసం సరి సంఖ్య అయితే వాటికి వేర్వే సరిసంఖ్యలు ఉండవచ్చా? కాదు! కాబట్టి రెండు సరి సంఖ్యలు లేదా రెండూ బేసి సంఖ్యలు ఇప్పడు ఒక ఋణాత్మక గుర్తును ధనాత్మక గుర్తుకు మార్చినప్పుడు ఏమి జరుగుతుందో చూద్దాం.

? $a + b – c – d$ అనే వ్యక్తీకరణలోని ఏదైన ఋణాత్మక గుర్తును సానుకూల గుర్తుతో భర్తీ చేసి రెండు సంఖ్యల మధ్య వ్యత్యాసాన్ని కనుగొనండి.

NOT TO BE REPUBLISHED @KTPS

? ఈ పరిశీలన నుండి మీరు ఏమి గమనించారు?

ఏదైన వ్యక్తీకరణనుండి ప్రారంభించి '+' మరియు'–' సంకేతాల మధ్య స్విచ్ ఇన్ చేయడం ద్వారా లేదా అంత కంటే ఎక్కువ 7 బీజీయ సమాసాలను పొందవచ్చు అందువలన ఆన్నీ వ్యక్తీకరణలు ఒకే *pa* ను కలిగియుం టాయి.

వివరణ 2: మనకు తెలుసు

బేసి ± బేసి= సరి

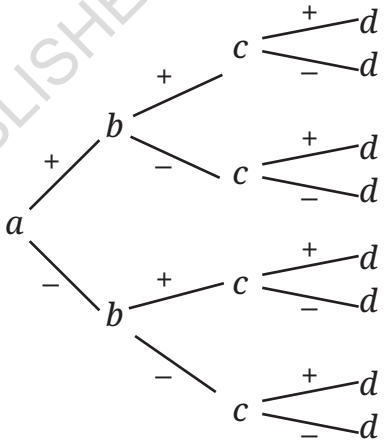
సరి ± సరి = సరి

బేసి ± సరి = బేసి

a మరియు *b* ల సమానత్వాలతో సంబంధం లేకుండా *a* + *b* మరియు *a* + *b* ల సమానత్వం ఒకటే ఉంటుందని మనం చూశాం.

వివరణ 3 : మీరు పూర్ణాంకాల అధ్యాయములో మీరు అధ్యయనం చేసిన సానుకూల మరియు ప్రతికూల టోకెన్ నమూనా *a* ని ఉపయోగించి ఎలాగో ఆలోచించడానికి ప్రయత్నించండి.

a, *b*, *c*, *d* అనే 4 సంఖ్యలను ఎంచుకొని వాటిని '+' మరియు '–' సంకేతాలు ఉపయోగించి ఉంది అనంతం *a* ± *b* ± *c* ± *d* అనే అన్ని కలయికలు ఎల్లప్పుడూ ఒకే సమానత్వం కలిగి ఉంటాయని వాటి ద్వారా వెళ్ళాల్సిన అవసరం లేకుండానే నిరూపిం చాడానికి గణిత తార్కికం మనకు అనుమతిస్తుంది.



@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED



గణిత శాస్త్రంలో అనేక సమస్యలు ఆలోచించవచ్చు. వివిధ మార్గాలలో పరిష్కరించ బడింది. మీరు తీసుకొన్న పద్ధతి మీకు ప్రియమైనది కావచ్చు. అది వినోద భరితంగా మరియు సుసంపన్నంగా వుంటుంది. రెండు చిన్న విషయాలు పంచుకోవడం మరియు వినడం.

? అన్ని సమాసాలు ఒకే సమాన త్వాన్ని కలిగివుండటం అనే దగ్విషయం 4సంఖ్యలను తీసుకోవడానికి పరిమితం చేయబడిందా? మీరు ఏమి అనుకొంటున్నారు?



ఏమైతే? అది ఎల్లప్పుడూ జరుగుతుందా? ఆలోచించడం మరియు ప్రశ్నలు మరియు అంచనాలూ వేయడం గణితంలో సమస్య పరిష్కారంలో ఒక భాగం.

సమంగా విభజించుట(బ్రేకింగ్ ఈవెన్)

సరిసంఖ్యలను ఎలా గుర్తించాలో మనకు తెలుసు. వాటిని లెక్కించకుండానే, కింది అంకగణిత సమాసాలలో ఏది సరిసంఖ్య కనుక్కోండి.

$43 + 37$	$672 - 348$	$4 \times 347 \times 3$	$708 - 477$
$809 + 214$	119×303	$543 - 479$	513^3

? వివిధ ప్రక్రియల క్రింద సమానత్వం ఎలా ప్రవర్తిస్తుందో మన అవగాహనను. ఉపయోగించి క్రింది వాటిలో బీజగణితం అక్షర – సంఖ్యలకు ఏదైన పూర్ణాంక విలువకు సమానంగాను ఇచ్చే వ్యకీకరణును గుర్తించండి.

$2a + 2b$	$3g + 5h$	$4m + 2n$	$2u - 4v$
$13k - 5k$	$6m - 3n$	$x^2 + 2$	$b^2 + 1$	$4k \times 3j$

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

m మరియు q ఏదైన పూర్ణాంక విలువలకు $4m + 2q$ అనే బీజీయ సమాసం ఎల్లప్పుడూ సరిసంఖ్యలకు మూల్యాంకనం చేస్తుంది. దీనిని మనం రెండు రకాలుగా సమర్థించవచ్చు.

- m మరియు q పూర్ణాంకాలకు $4m$ సరి మరియు $2q$ సరి అని మనకు తెలుసు. కాబట్టి వాటి మొత్తం కూడా సరి అవుతుంది.
- $4m + 2q$ అనే బీజీయసమాసం $2(2m + q)$ అనే బీజీయ సమాసంకు సమానము. ఇక్కడ $2(2m + q)$ అనే బీజీయసమాసం 2 సార్లు $2m + q$ అని అర్థం మరోమాటలో చెప్పాలంటే 2 అనేది ఈ బీజీయసమాసం యొక్క కారణాంకం కాబట్టి ఈ బీజీయసమాసం ఎల్లప్పుడూ m మరియు q అనే ఏదైన పూర్ణాంకాలు సరిసంఖ్య ఇస్తుంది.

ఉదాహరణకు : $m = 4$ మరియు $q = -9$ అయితే $4m + 2q$ వ్యక్తీకరణ $4 \times 4 + 2 \times (-9) = -2$, అవుతుంది. ఇది సరిసంఖ్య

$x^2 + 2$ అనే బీజీయసమాసం x సరిసంఖ్య అయితే x^2 సరిసంఖ్య మరియు x బేసిసంఖ్య అయితే x^2 బేసి సంఖ్య కాబట్టి $x^2 + 2$ అనే బీజీయసమాసం ఎల్లప్పుడూ, సరిసంఖ్యను ఇవ్వదు. బీజీయసమాసం సరిసంఖ్యకు మూల్యాంకనం చేసినప్పుడు ఉదాహరణ మరియు ఉదాహరణకానిది. (i) $x = 6$, అయితే $x^2 + 2 = 38$, మరియు (ii) $x = 3$, అయితే $x^2 + 2 = 11$.

? అదే విధంగా ఇతర బీజీయసమాసాలలో ఏది ఎల్లప్పుడూ సరిసంఖ్యలను ఇస్తుందో నిర్ణయించి వివరించండి. రెండు ఉదాహరణలు మరియు ఉదాహరణలు కానివాటిని ఇలా వ్రాయండి.

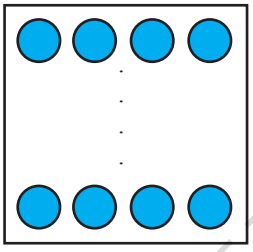
? ఎల్లప్పుడూ సరి సంఖ్యను ఇచ్చే కొన్ని బీజీయ సమాసాలను వ్రాయండి.

4ల గుంపు లేదా 4 జతలు

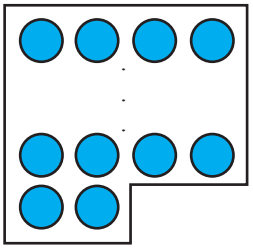
? ఒక జత సరిసంఖ్యలను తీసుకోండి వాటిని కూడండి మొత్తం 4 చే భాగించబడుతుందా? వివిధ జతల సరి సంఖ్యలతో దాన్ని ప్రయత్నించండి.

ఒక మొత్తం ఎల్లప్పుడు 4 యొక్క గుణకం అవుతుంది మరియు ఎప్పుడూ కాదు? దీనికి ఏదైన సాధారణ నియమం లేదా సమూనా ఉందా?

? 4 తో భాగించినప్పుడు మిగిలి పోయేశేషాల ఆధారంగా సరిసంఖ్యలు రెండు రకాలుగా వుంటాయి.



4 యొక్క గుణిజాలుగా వున్న సరి సంఖ్యలను 4 తో భాగించినపుడు 0 శేషంగా వుంటుంది.



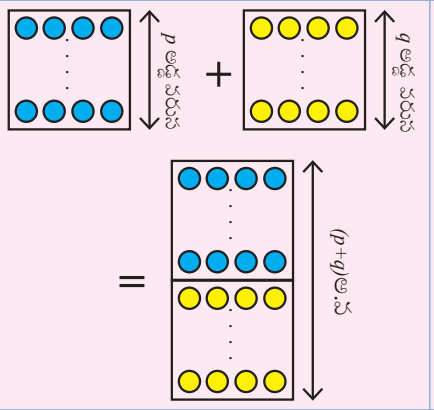
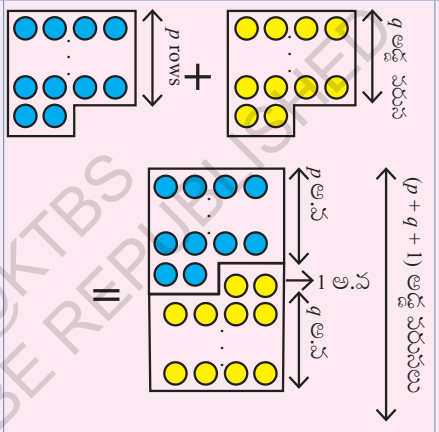
4 యొక్క గుణజాలు కాని సరి సంఖ్యలను 4 చే భాగించినపుడు 2 శేషం మిగులుతుండి

? ఎప్పుడు రెండు సరి సంఖ్యలు కలిపి 4 యొక్క గుణకం అవుతుంది?

ఈ సమస్య రెండు సంఖ్యలను కలిపితే సరి సంఖ్యగా ఎల్లప్పుడు కలిసిన గుర్తించే ప్రశ్నకు సమానంగా ఉంటుంది. మీరు దీన్ని గుర్తించగలరా?

పరిశీలించడానికి మూడు దృశ్యాలు వున్నాయి?

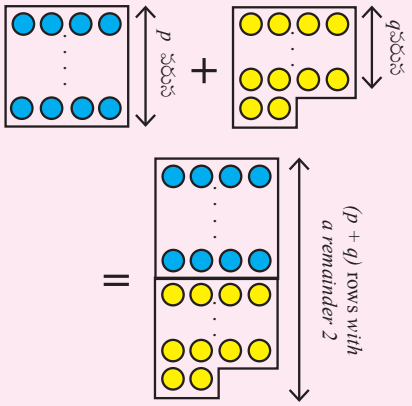
@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

	బీజగణితం మరియు దృశ్యీకరణతో వివరణ		ఉదాహరణలు
4 యొక్క గుణిజాలైన రెండూ సరి సంఖ్యలను కూడితే ఎల్లప్పుడూ 4 యొక్క గుణిజం వస్తుంది	$4p$ మరియు $4q$. $4p + 4q$ $= 4\,(p + q)$.		4, 12, 16, 24, 36. $12 + 16$ $= 4\,(3 + 4)$ $= 28$. $16 + 28$ $= 4\,(4 + 7)$ $= 44$.
4 యొక్క గుణిజాలుకాని రెండు సరి సంఖ్యలను కూడితే ఎల్లప్పుడూ 4 యొక్క గుణిజం వస్తుంది. ఎందుకంటే వాటి 2 యొక్క శేషాలు కూడితే 4 వస్తుంది.	$(4p + 2)$ మరియు $(4q + 2)$. $(4p + 2) + (4q + 2)$ $= 4p + 4q + 4$ $= 4\,(p + q + 1)$.		2, 6, 10, 18, 22, 42. $2 + 6 = 8$. $6 + 10 = 16$. $22 + 6 = 28$.

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

4 యొక్క గుణిజం కాకుండా సరి సంఖ్యకు 4 యొక్క గుణిజాన్ని జోడించినపుడు ఏమి జరుగుతుంది? ఇది ఒక సరి సంఖ్య మరియు బేసి సంఖ్య యొక్క మొత్తం యొక్క సమానత్యంను పోలివుంటుంది.

క్రింది వ్యక్తీకరణ మరియు దృశ్యీకరణలను చూడండి దానికి సంబంధిత వివరణ మరియు ఉదాహరణలు వ్రాయండి.

బీజగణితం మరియు దృశీకరణ వివరణ			ఉదాహరణలు
	$4p$ మరియు $(4q + 2)$ $= 4p + (4q + 2)$ $= 4p + 4q + 2$ $= 4 (p + q) + 2.$		

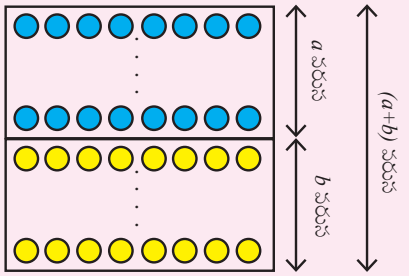
బీజగణితంను ఉపయోగించి మరియు దృశ్యీకరణ ఉపయోగించి. అంక గణిత లక్షణాలను సాధారణీ కరించి నిరూపించగలమా గమనించండి.

ఎల్లప్పుడూ, కొన్నిసార్లు లేదా ఎప్పుడూ

? మేము కారణాంకాలు మరియు గుణిజాల గురించి వేర్వేరు ప్రకటనలను పరిశీలిస్తాము మరియు ఆ ప్రకటన ''ఎల్లప్పుడూ నిజం ''కొన్ని సార్లు నిజం లేదా'' ఎప్పటికీ నిజం కాదు. అని నిర్ణయిస్తాము.

2 యొక్క ఏవైన రెండు గుణిజాల మొత్తం కూడా 2 యొక్క గుణిజ మే అని మనకు తెలుసు

? 1. రెండు సంఖ్యలను విడివిడిగా మరియు ఖచ్చితంగా భాగించాలి 8 ద్వారా భాగించ బడితే అది వాటి మొత్తంను ఖచ్చితంగా భాగించాలి.

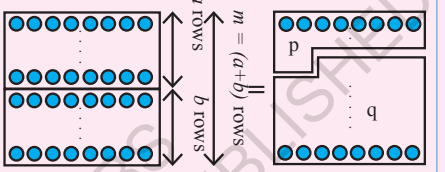
బీజగణితం మరియు దృశీకరణ వివరణ			ఉదాహరణలు
రెండు సంఖ్యలకు 8 అనే కారణాంక ఉంటుంది. మరోమాట చెప్పాలంటే అ రెండు సంఖ్యలు 8 యొక్క గుణిజాలు	$8a$ మరియు $8b$.		8 మరియు 16. 16 మరియు 56. 80 మరియు 120.
8 యొక్క గుణిజాలకు పోందడానికి పదే పదే 8ని కూడితే వస్తుంది కాబట్టి 8 యొక్క రెండు గుణిజాల మొత్తం కూడా 8 యొక్క గుణిజాలా	$8a + 8b$ $= 8 (a + b).$		$8 + 16 = 8(1 + 2)$ $= 24.$ $16 + 56 = 72.$ $80 + 120 = 200.$

© NCERT NOT TO BE REPUBLISHED

నిర్వచనం 1 : ఎల్లప్పుడూ నిజం మినహాయింపు అది నిజమో కాదో నిర్ణయించండి.

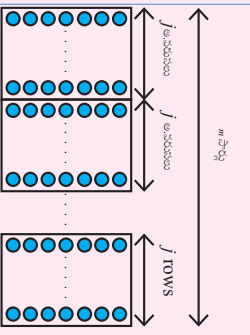
సాధారణంగా a అనేది M ని భాగిస్తే a అనేది N ని భాగిస్తే a అనేది $M + N$ ని భాగిస్తుంది మరియు a అనేది $M-N$ని భాగిస్తుంది, మరొమాటలో చెప్పాలంటే M మరియు Nలు a యొక్కగుణిజాలు అయితే $M + N$ అయితే $M - N$ కూడా a యొక్క గుణిజాలు అవుతాయి.

2. ఒక సంఖ్యను 8 చే భాగించగలిగి తే ఆ సంఖ్యకు కూడా ఏవైన రెండు సంఖ్యలను (కలిపితే) అవికూడా విడివిడిగా 8 చే భాగించబడుతాయి.

బీజగణితం మరియు దృశీకరణ వివరణ			ఉదాహరణలు
ఒక సంఖ్య 8 చే భాగించ దగినది 8 యొక్క గుణకం	8 మీ.		8, 16, 56, 72.
8 ద్వారా భాగించబడే సంఖ్యను 8 యొక్క రెండు గుణిజాల మొత్తం గా లేదా 8 యొక్క రెండు కాని గుణిజాల మొత్తంగా వర్గీకరించవచ్చు.	$8m = 8a + 8b$ $8m = p + q$ $(p, q$ లు 8 యొక్క గుణిజాలు కాదు)		$72 = 48 + 24$ $(8\times9 = 8\times6 + 8\times3)$. $72 = 50 + 22$

కాబట్టి ప్రకటన 2 కొన్నిసార్లు నిజం అవుతాయి.

3. ఒక సంఖ్యను 7 చే భాగించ గలిగితే ఆ సంఖ్య యొక్క అన్ని కారణాంకాలు 7 చే భాగించ బడుతాయి.

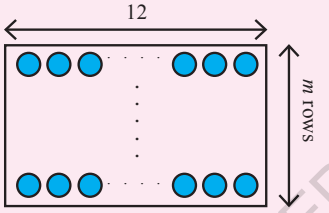
బీజగణితం మరియు దృశీకరణ వివరణ			ఉదాహరణలు
7 చే భాగించ బడే సంఖ్యలకు 7 ఒక కారణాంకంగా ఉంటుంది.	$7j$		$14 = 7 \times 2$ $(j = 2)$. $42 = 7 \times 6$ $(j = 6)$. $98 = 7 \times 14$ $(j = 14)$.
ఇందులో మొత్తం mj వరుసలు ఉన్నాయి. కాబట్టి ఇది కూడా 7 యొక్క గుణకం	$(7j) \times m$		14 యొక్క కొన్ని గుణిజాలు 1: $28 = (7 \times 2) \times 2$. $70 = (7 \times 2) \times 5$. $154 = (7 \times 2) \times 11$

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

$7jm$ లేదా $(7 \times j \times m)$ సంఖ్యకు 7 కారణాంకంగా ఉంటుంది. మనం చూడగా 3 నిర్వచనాలు ఎల్లప్పుడూ నిజమే.

సాధారణంగా A ను k తో భాగించబడితే A యొక్క అన్ని గుణిజాలు k తో భాగించ బడుతాయి.

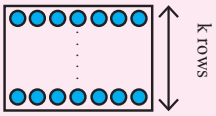
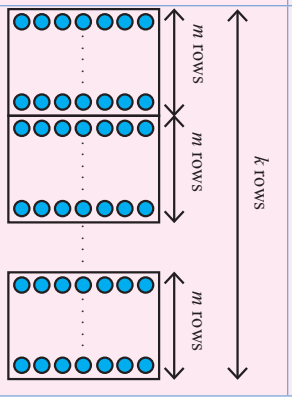
? 4. ఒక సంఖ్య 12 చే భాగించ బడితే ఆ సంఖ్య 12 యొక్క అన్ని కారణాంకాలతో భాగించబడుతుంది.

బీజగణితం మరియు దృశీకరణ వివరణ			ఉదాహరణలు
12 చే భాగించబడే సంఖ్య 12 యొక్క గుణకం	$12m$		12, 24, 36, 48, 108, 132.
12 యొక్క గుణిజాల కారణాంకాలను 12 యొక్క కారణంకాలు పుంటాయి	$12m$ $= 2 \times 6 \times m$ $= 3 \times 4 \times m$	 12 యొక్క కారణాంకాలు ఒక వరుసను పూర్తిగా కవర్ చేస్తుంది కాబట్టి ఇది 12 యొక్క అన్ని గుణజాలను పూర్తిగా కవర్ చేస్తుంది.	24 యొక్క కారణాంకంలు 24: 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24.

NOT TO BE REPUBLISHED @KTBS

సాధారణంగా A ను k తో భాగిస్తే A, k యొక్క అన్ని కారణాంకాలతో భాగిస్తారు. కాబట్టి, నిర్వచనం 4 ఎల్లప్పుడూ నిజం.

? 5 ఒక సంఖ్య 7 చే భాగించ బడితే అది 7 యొక్క ఏదైనా గుణిజంతో కూడ భాగించబడతుంది.

బీజగణితం మరియు విజువలైజేషన్ వివరణ			ఉదాహరణలు
7 చే భాగించ బడే సంఖ్యలు 7 యొక్క గుణజాలు	$7k$		
7 యొక్క గుణికాలు m అనేది k యొక్క కారణాంకం అయితే మాత్రమే $7k$ ను $7m$ ద్వారా భాగించవచవచ్చు.	$7m$ *If* $k = ym$ అప్పుడు $7k \div 7m = 7ym \div 7m = y$		42 (7×6) ను 7 చే భాగించ వచ్చు కానీ అది 28 (7×4) చే భాగించ బడదు. 42 (7×6) ను 7 చే భాగించ వచ్చు మరియు 14 (7×2) చే భాగించ బడదు.

ఈ ప్రకటన కొన్నిసార్లు మాత్రమే నిజమని మనం చూడవచ్చు.

గణిత చర్చ

క్రింది నిర్వచనంలలో ప్రతిదాన్ని పరిశీలించి ''అది ఎల్లప్పుడూ నిజం'' కొన్నిసార్లు నిజం ''ఎల్లప్పుడూ నిజం కాదు'' అని నిర్ణయించండి.

6 ఒక సంఖ్య 9 మరియు 4 రెండింటి ద్వారా భాగించ బడితే అది 36 ద్వారా భాగించ బడాలి

7 ఒక సంఖ్య 6 మరియు 4 రెండింటి ద్వారా భాగించ బడితే అది 24 ద్వారా భాగించ బడాలి.

సాధరణంగా A ను k తో భాగించ గలిగితే మరియు A ను m తో కూడ భాగించ బడితే A అనేది k మరియు గుణకంద్వారా m ల భాగించబడుతుంది. ఎందుకంటే A అనేది k యొక్క గుణకం మరియు m యొక్క గుణకం కూడా కాబట్టి A యొక్క ప్రధాన కారణాంకంలో (km) యొక్క గుణకం యొక్క కారణాంకంగా వుండాలి.

8 ఒక సరి సంఖ్యకు బేసి సంఖ్యను కలిపితే మనకు 6 గుణకం వస్తుంది.

6 యొక్క గుణిజాలన్ని సరిసంఖ్య అని మనకు తెలుసు. బేసి సంఖ్య మరియు సరిసంఖ్యల మొత్తం బేసి సంఖ్య అవుతుంది కాబట్టి ఈ ప్రకటన ఎల్లప్పుడూ నిజంకాదు. దీనినిమనం బీజగణితంగా కూడా వివరించవచ్చు.

$(2n) + (2m + 1) = 6j$ అని అనుకొందాం,

ఇక్కడ $2n$ ఒక సరిసంఖ్య $2m + 1$ ఒక బేసి సంఖ్య మరియు $6j$ అనేది 6 యొక్క గుణకం అప్పుడు

$$2n + 2m = 6j - 1$$
$$2\,(n + m) = 6j - 1$$



$2(n + m)$ ఇది సరిసంఖ్య అవుతుంది. అంటే $6j - 1$ సమానంగా ఉండాలి.ఇది బేసి సంఖ్య ఇది ఎప్పుడూ నిజం కాదు.

ఏమి మిగిలి ఉంది?

5 తో భాగించినపుడు 3 శేషం వున్న సంఖ్యను కనుగొనండి. ఆ సంఖ్యలను వ్రాయండి.

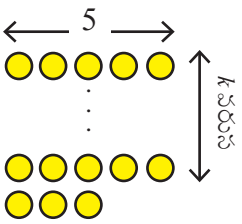
ఏ బీజగణిత సమాసం(లు) అటువంటి సంఖ్యలన్నింటిని సంగ్రహిస్తాయి.

(i) $3k + 5$ (ii) $3k - 5$ (iii) $\frac{3k}{5}$

(iv) $5k + 3$ (v) $5k - 2$ (vi) $5k - 3$

NOT TO BE REPUBLISHED @KTRS

5 చే భాగించినపుడు 0 శేషంను వదిలి వేసేసంఖ్యలు 5 యొక్క గుణిజాలు. కాని 5 తో భాగించి బడినపుడు 3 శేషం మిగిలి ఉండే సంఖ్యలు మనకు కావాలి. ఈ సంఖ్యలు 5 యొక్క గుణిజాల కంటే 3 ఎక్కువ 5 యొక్క గుణిజాలు $5k$ రూపంలో వుంటాయి. కాబట్టి 5 తో భాగించినప్పుడు 3 శేషం వదిలివేసే సంఖ్యలు $5k + 3$ లో ఉంటాయి.



$k =$	0	1	2	3	4
$5k + 3 =$	3	8	13	18	23

? మరొక వ్యక్తీకరణ $5k - 2$ ని పరిశీలిద్దాం మరియు k యొక్క విభిన్న విలువలకు అది తీసుకునే విలువలను చూద్దాం.

5 తో భాగించినపుడు 3 శేషంగా ఉండే సంఖ్యలను 5 యొక్క గుణిజాల కంటే 2 తక్కువగా చూడవచ్చు ; $5k - 2$, ఇక్కడ $k \geq 1$.

$k =$	1	2	3	4	5
$5k - 2 =$	3	8	13	18	23

? 5 యొక్క గుణిజంకంటే 3 ఎక్కువ సంఖ్యలను ఉత్పత్తి చేసే ఇతర వ్యక్తీకరణలు ఉన్నాయా?

? దాన్ని గుర్తించండి (కనుగొనండి)

1. నాలుగు వరుస సంఖ్యల మొత్తం 34 అయితే ఆ సంఖ్యలు ఏవి?
2. ఐదువరుస సంఖ్యలు ఉన్ననాలుగు సంఖ్యలలో p అతి పెద్దదని భావించండి సంఖ్య p పరంగా పదాలలో వివరించండి
3. క్రింద వున్న ప్రతి నిర్వచనంకు అది ఎల్లప్పుడూ నిజమేనా, కొన్ని సార్లు నిజమేనా, లేదా ఎప్పుడూ నిజం కాదు అని నిర్ణయించండి. మీ సమాధానంను ఉదాహరణలు మరియు ఉదాహరణలతో కాని బీజగణితంను ఉపయోగించి నిర్వచనంను సమర్థించండి.

   (i) రెండు సరి సంఖ్యలు మొత్తం 3 యొక్క గుణకం

   (ii) ఒక సంఖ్య 18 చే భాగించబడక పోతే అది 9 చే భాగించబడదు.

   (iii) రెండు సంఖ్యలు 6 చే భాగించ బడకపోతే వాటి మొత్తం 6 చే భాగించబడదు.

   (iv) 6 యొక్క గుణిజం మరియు 9 యొక్క గుణిజం మొత్తం 3 యొక్క గుణిజం.

   (v) 6 యొక్క గుణిజం మరియు 3 యొక్క గుణిజం మొత్తం 9 యొక్క గుణిజం.

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

4. 3 చే భాగించినప్పుడు 2 శేషం మరియు 4 చే భాగించినప్పుడు 2 శేషం మిగిలివుండే కొన్నిసంఖ్యలను కనుగొనండి. అటువంటి సంఖ్యలు అన్నింటిని వివరించడానికి బీజగణిత సమాసాన్ని రాయండి.

5. నేను కొన్ని గులక రాళ్ళను తీసుకొన్నాను నేను వాటిని 3 గా సమూహ పరిచినప్పుడు ఒకటి నాతోనే వుంటుంది. నేను వాటిని జతచేయడానికి ప్రయత్నించండి. అది పనిచేయదు. నా దృష్టిలో ఒక మొండి వింత గులకరాయి మిగిలివుంది. నేను వాటిని 5 లుగా సమూహ పరచండి. అయినప్పటికీ ఒకటి ఇంకా ఉంది. కానీ ఏడు ద్వారాసమూహపరచడం. పరిపూర్ణత కనుగొనబడింది. వందకంటే ఎక్కువ చాలా ధైర్యంగా ఉంటుంది. నా దగ్గర ఎన్ని గులకరాళ్ళు ఉన్నాయో మీరు నాకు చెప్పగలరా?



6. తథాగత్ అనేక సంఖ్యలను వ్రాసాడు వాటిని 6 తో భాగిస్తే 2 శేషంగా ఉంటుంది. అతను ఇలా వాదిస్తున్నాడు. ''మీరు అలాంటి మూడు సంఖ్యలను జోడిస్తే మొత్తం ఎల్లప్పుడూ 6 యొక్క గుణకారంగా ఉంటుంది. తథా గత్ వాదన నిజమేనా?

7. 661 సంఖ్యను 7 తో భాగించినప్పుడు సంఖ్య 3 శేషంగా ఉంటుంది. మరియు 4779 5 శేషంగా ఉంటుంది. లెక్కించ కుండా క్రింది 7 తో భాగించినప్పుడు ఎంత శేషం ఉంటుందో మీరు చెప్పగలరా? బీజగణిత పరంగా మరియు దృశ్యీకరణంగా పరిష్కారాన్ని చూపించండి.

(a) (i) 4779 + 661 (ii) 4779 – 661

8. 3తో భాగించినప్పుడు 2 శేషం, 4 తో భాగించినప్పుడు 3 శేషం, 5 తో భాగించినప్పుడు 4 శేషం, వచ్చే 3 సంఖ్యను కనుగొనండి. అటువంటి సంఖ్యలలో అతి చిన్నది ఏది? అది ఎందుకు చిన్నదో మీరు సరళమైన వివరణఇవ్వగలరా?

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

5.2 విభజనను త్వరగా తనిఖీ చేయడం

ద్వారా భాగించబడుతుందో లేదో తనిఖీ చేయడానికి సత్వరమార్గాలు నేర్చుకొన్నారు. భారతీయ సంఖ్యా వ్యవస్థలో వ్రాయబడిన 2, 4, 5, 8 మరియు 10 ద్వారా భాగించవచ్చో.

10, 5, మరియు 2 ద్వారా భాగించ బడే గుణం; ఒక సంఖ్య యొక్క ఒకట్ల అంకె '0'అయితే అది 10 ద్వారా భాగించబడుతుంది. ఇది బీజగణితం ద్వారా ఎందుకు సాధ్యమో అర్థం చేస్తుకుందాం. భారతీయ వ్యవస్థలో ఒక సంఖ్య యొక్క సాధారణ రూపాన్ని మనం అక్షరాల సంఖ్యల సమితిని ఉపయోగించి వ్రాయవచ్చు. ఉదాహరణకు 5 – అంకెల సంఖ్యను *edcba* గా వ్యక్తీకరించవచ్చు. ఇది $e \times 10000 + d \times 1000 + c \times 100 + b \times 10 + a$ ని సూచిస్తుంది e, d, c, b మరియు a అనే అక్షరాలు సంఖ్యలు 5– అంకెల సంఖ్య యొక్క ప్రతి అంకెను సూచిస్తాయి.

ఏ సంఖ్య అయిన సాధారణ రూపంలో $dcba$ గా వ్రాయవచ్చు. ఇక్కడ a, b, c మరియు d అనే అక్షరాల వరుసగా ఒకట్లు, ఐదులూ, వందలు, వేలు అంకెలను సూచిస్తాయి స్థాన విలువ మొత్తంగా ఈ సంఖ్య ఉదాహరణకు 4075 సంఖ్యలో $d = 4$, $c = 0$, $b = 7$ మరియు $a = 5$ యూనిట్ల స్థానం మినహా ప్రతిస్థాన విలువ 10 యొక్క గుణకం అని మనకు తెలుసు కాబట్టి $10b$, $100c$, అన్ని 10 యొక్క గుణకాలు అవుతాయి. అందువల్ల ఒకట్ల అంకె a అనేది 0 అయితే మాత్రమే ఆ సంఖ్య10 ద్వారా భాగించ బడుతుంది.

? అదే విధంగా5, 2, 4, మరియు 8 లకు భాగాహార సత్వర మార్గాలు ఎందుకు పని చేస్తాయో బీజగణితంను ఉపయోగించి వివరించండి.

ఇప్పుడు మనం కొన్ని ఇతర సంఖ్యలతో భాగాహారంను తనిఖీ చేయడానికి సత్వర మార్గాలను పరిశీలిద్దాం మరియు అవి ఏ విధంగా పని చేస్తాయో వివరిస్తాము.

9 తోభాగించ బడటానికి ఒక షార్ట్‌కట్ పద్ధతి

? వాస్తవంనకు లెక్కించకుండానే ఈ సంఖ్యలలో ఏది 9 తో: 999, 909, 900, 90, 990 భాగించ బడుతుందో మీరు చెప్పగలరా?

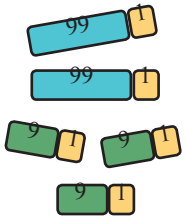
అవన్నీ

? '0' మరియు '9' అంకెలు మాత్రమే ఉన్న ఏ సంఖ్య అయిన, ఏ క్రమంలో వున్న ఎల్లప్పుడూ 9 ద్వారా భాగించ వచ్చని మనం చెప్పగలమా?

అవును ప్రతి అంకె 0 లేదా 9 అయితే దాని విస్తరించిన రూపంలో ప్రతి పదం 9 × □ లేదా 0 × □ ('□' అనేది స్థానవిలువను సూచిస్తుంది). దీని అర్థం ప్రతి పదం 9 యొక్క గుణకం అవుతుంది. ఉదాహరణకు

$$99009 = 9 \times 10000 + 9 \times 1000 + 0 \times 100 + 0 \times 10 + 9 \times 1.$$

కాని ఈ సత్వర మార్గం మాత్రమే 9 యొక్క అన్ని గుణిజాలను గుర్తించదు. 2, 5 మరియు 10 సంఖ్యల మాదిరిగా కాకుండా యూనిట్ యొక్క అంకెను చూడటం ద్వారా మనం 9 యొక్క గుణిజాలను గుర్తించాము.



99 మరియు 109 అనేవి ఒకట్లఅంకెగా 9 వున్న రెండు సంఖ్యలు కాని 99 9 ద్వారా భాగించ బడుతుంది. అయితే 109 కాదు.

? 10 ని 9 తో భాగించవచ్చా? లేకపోతే మిగిలినది ఎంత?

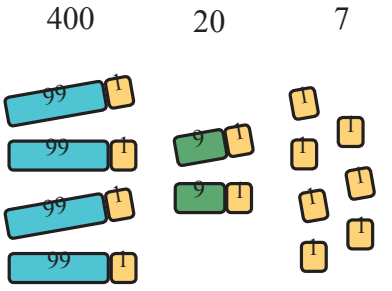
10 (10, 20, 30, ...) యొక్క ఇతర గుణిజాల భాగాహారాన్ని 9 తో తనిఖీ చేయండి. 10 యొక్క ఏదైన గుణిజానికి శేషం పదుల సంఖ్యకు సమానం అని మీరు గమనించవచ్చు.

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

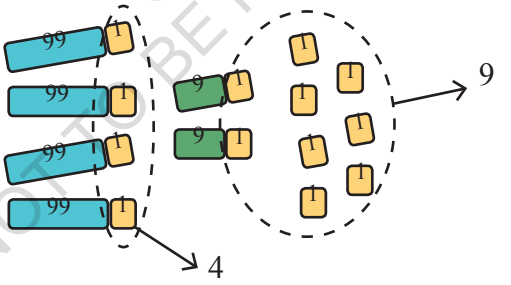
? అదే విధంగా 100 (100, 200, 300, …) యొక్క గుణిజాలను 9 తో భాగించినప్పుడు శేషాన్ని చూడండి మీరు గమనించారు?

మిగిలినది 100 కి పందల సంఖ్యకు సమానం

? ఈ పరిశీలను ఉపయోగించి 427 ను 9 తో భాగించినప్పుడు శేషం కనుగొనండి.



427 కి 4 పందలు ఉన్నాయని మనం చూస్తాము. అందువల్ల దాని సంబంధించిన శేషం (9 తో భాగించనబడినప్పుడు) 4 అవుతుంది. 427 కి 2 పదులు వుంటాయి మరియు దాని సంబంధించిన శేషం 2 అవుతుంది. మనకు ఒకట్లు కూడా మిగిలి వున్నాయి అన్ని శేషాలను కలిపితే మనకు 4 + 2 + 7 = 13 వస్తుంది మనం 13 తో 9 యొక్క మరొక సమూహాన్ని తయారు చేయవచ్చు 4 యొక్క శేషాన్ని పదిలి వేస్తాము కాబట్టి 427 ÷ 9 యొక్క శేషాన్ని ఇస్తుంది.

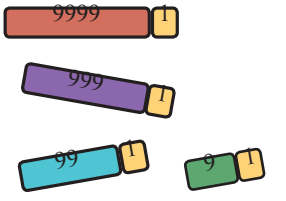


శేషం

? ఇది పెద్ద సంఖ్యలతో పని చేస్తుందా?

ఏదైన స్థాన విలువలకు ఇది నిజమని మీరు చూడవచ్చు

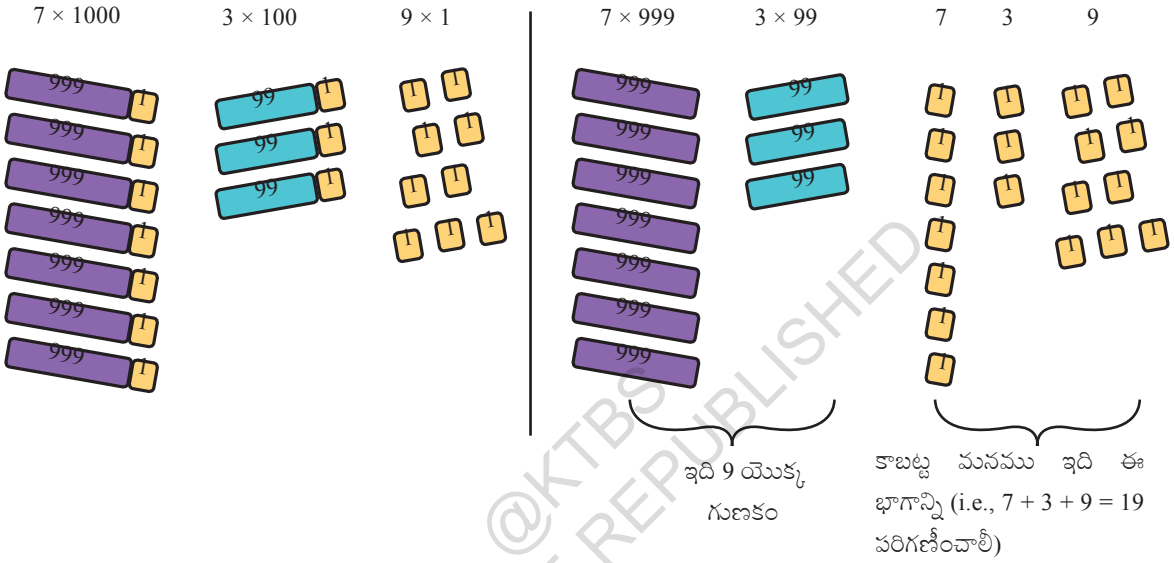
1 = 0 + 1



NOT TO BE REPUBLISHED @KSCERT

$10 = 9 + 1$
$100 = 99 + 1$
$1000 = 999 + 1$

$10000 = 9999 + 1$ మొదలైనవి ప్రతి అంకె సంబంధించిన స్థాన విలువను 9 తో భాగించినపుడు శేషాన్ని సూచిస్తుంది. ఉదాహరణకు 7309 యొక్క శేషాన్ని 9 ద్వారా భాగించినప్పుడు కనుగొనడానికి మనం అన్ని అంకెలన ు $-7 + 3 + 0 + 9$ జోడిస్తే 19 వస్తుంది. దీనిని చూడవచ్చు.



@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

$7 \times 1000 + 3 \times 100 + 0 \times 10 + 9 \times 1$
$= 7 \times (999 + 1) + 3 \times (99 + 1) + 0 \times (9 + 1) + 9 \times (0+1)$
$= (7 \times 999 + 3 \times 99 + 0 \times 9 + 9 \times 0) + (7 \times 1 + 3 \times 1 + 0 \times 1 + 9 \times 1)$
$= (\underline{7 \times 999 + 3 \times 99 + 0 \times 9 + 9 \times 0}) + (\underline{7 + 3 + 0 + 9})$.

9 యొక్క గుణకం — ఈ భాగంను మేము గ్రహించాలి

దీని అర్థం 7309 అనే సంఖ్య 9 యొక్క గుణిజం కంటే 19 ఎక్కువ 1 మరియు 9 అకెంలను మరింత జోడించి $1 + 9 = 10$ పొందవచ్చు. ఇప్పుడు 7309 అనేది 9 యొక్క గుణిజం కంటే 10 ఎక్కువ అని మనం అనుకొంటా మరియు ఈ దశసంఖ్య 10 నిపునారు వృత్తం చేస్తే మనకు శేషం $1 + 0 = 1$ అవుతుంది. అంటే 7309 అనేది 9 యొక్క గుణిజం కంటే ఎక్కువ కాబట్టి $7309 \div 9$ యొక్క శేషాన్ని ఇస్తుంది.

ఒక సంఖ్య యొక్క అంకెల మొత్తం 9 చే భాగించ బడితేనే అది 9 చే భాగించ బడుతుంది. అలాగే ఒకే అంకె వచ్చేవరకు మనం ఒక సంఖ్య యొక్క అంకెలను పదే పదే జోడించవచ్చు. ఈ ఒకే అంకె ఆ సంఖ్యను 9 చే భాగించినప్పుడు వచ్చే శేషం.

? క్రింది ప్రకటనలలో ప్రతి దాన్ని చూడండి. ఏవిసరైనవి మరియు ఎందుకు సరైనవి?

(i) ఒక సంఖ్య 9 చే భాగించబడితే దాని అంకెల మొత్తం 9 చే భాగించ బడితుంది.

(ii) ఒక సంఖ్య యొక్క అంకెల మొత్తం 9 చే భాగించ బడితే, ఆ సంఖ్య 9 చే భాగించ బడుతుంది.

(iii) ఒక సంఖ్య 9 చే భాగించ బడ కపోతే, దాని అంకెల మొత్త 9 చే భాగించబడుదు.

(iv) ఒక సంఖ్య యొక్క అంకెల మొత్తం 9 చే భాగించబడక పోతే, అ సంఖ్య 9 ద్వారా భాగించబడదు.



గణితం నేర్చుకోవడం అంటే కొన్ని సత్వర మార్గాలను తెలసుకోవడం మరియు విధానాలను అనుసరించడం మాత్రమే కాదు. ఏదైన ఎందుకు పని చేస్తుందో అర్థం చేసుకోవడం.

? కనుగొనండి

1. క్రింది సంఖ్యలు 9 తో భాగించ బడతాయో లేదో విభజించకుండా కనుగొనండి.

   (a) (i) 123 (ii) 405 (iii) 8888 (iv) 93547 (v) 358095

2. బేసి అంకెలు లేకుండే 9 యొక్క అతి చిన్న గుణకాన్ని కనుగొనండి.

3. 6000 సంఖ్యకు దగ్గరగా ఉన్న 9 చే గుణిజాన్ని కనుగొనండి.

4. 4300 మరియు 4400 సంఖ్యల మధ్య 9 యొక్క ఎన్ని గుణిజాలు ఉన్నాయి?

3 ద్వారా భాగించ బడటానికి ఒక షార్ట్‌కట్ పద్ధతి/త్వరిత పద్ధతి

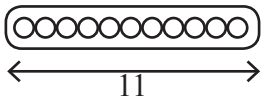
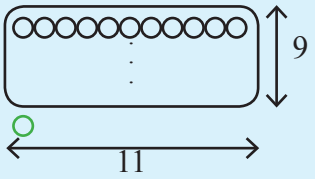
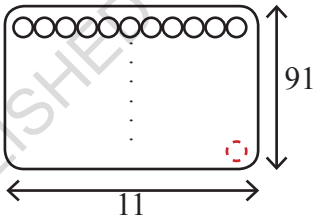
9 యొక్క గుణిజాలన్నీ కూడా 3 యొక్క గుణిజాలే అని మనకు తెలుసు అంటే ఒక సంఖ్య 9 ద్వారా భాగించబడితే అది 3 ద్వారా కూడ భాగించబడుతుంది అయితే 9 యొక్క గుణిజాలు కాని 3 యొక్క గుణిజాలు ఇతర ఉన్నాయి. ఉదాహరణకు 15 33 మరియు 87.

? 3 ద్వారా భాగహారతను కనుగొనడానికి త్వరిత 9 పద్ధతికి సమానంగా ఉంటుంది. ఒక సంఖ్య దాని అంకెల మొత్తం 3 ద్వారా భాగించ బడితే అది 3 ద్వారా భాగించ బడుతుంది. 10 యొక్క ఘాతాలను 3 ద్వారా భాగించనప్పడు శేషాలను అన్వేషించండి. ఈ పద్ధతి ఎందుకు పని చేస్తుందో వివరించండి.

11 ద్వారా భాగించ బడటానికి ఒక షార్ట్‌కట్ పద్ధతి/త్వరిత పద్ధతి

ఆసక్తి కరంగా 11 కి త్వరిత కూడా స్థాన విలువతో కూడిన శేషాల పై ఆధారపడి ఉంటుంది ఏలాగో చూద్దాం.

© KSTBS NOT TO BE REPUBLISHED

ఒకట్ల స్థానం (1)	$11 \times 0 = 0$ $1 = 11 \times 0 + \mathbf{1}$	1 అనేది 11 యొక్క గుణిజం కంటే ఒకట ఎక్కువ	○
పదుల స్థానం (10)	$11 \times 1 = 11$ $10 = 11 \times 1 - \mathbf{1}$	10 అనేది 11 యొక్క గుణిజం కంటే ఒకట ఎక్కువ	
వందల స్థానం (100)	$11 \times 9 = 99$ $100 = 11 \times 9 + \mathbf{1}$	100 అనేది 11 యొక్క గుణిజం కంటే ఒకటి ఎక్కువ	
వేల స్థానాలు (1000)	$11 \times 91 = 1001$ $1000 = 11 \times 91$ $- \mathbf{1}$	1000 అనేది 11 యొక్క గుణిజం కంటే ఒకటి తక్కువ	
. . . .	. . . .	. . . .	. . . .

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

11 కంటే ఒకటి ఎక్కువ మరియు 11 కంటే తక్కువ అనే ఈ ప్రత్యామ్నాయ నమూనా అధిక స్థానా విలువలకు కొన సాగుతుంది.

400 లో 4 వందలు ఉంటాయి. కాబట్టి 400 అనేది 11 యొక్క గుణిజం కంటే 4 ఎక్కువ 11 (396 + 4). 60 లో 6 పదులు ఉంటాయి. కాబట్టి 60 అనేది 11 యొక్కగుణిజం కంటే 6 తక్కువ (66 – 6) 2 లో 2 ఒకట్లు ఉంటాయి కాబట్టి 2 అనేది 11 యొక్క గుణిజం కంటే 2 ఎక్కువ ఆంటే 2 = (0 + 2).

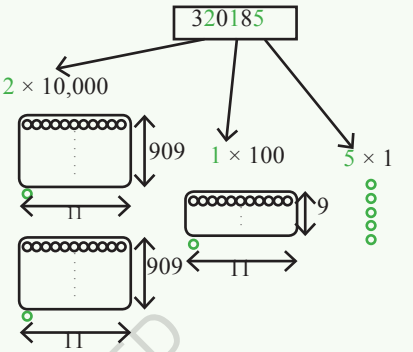
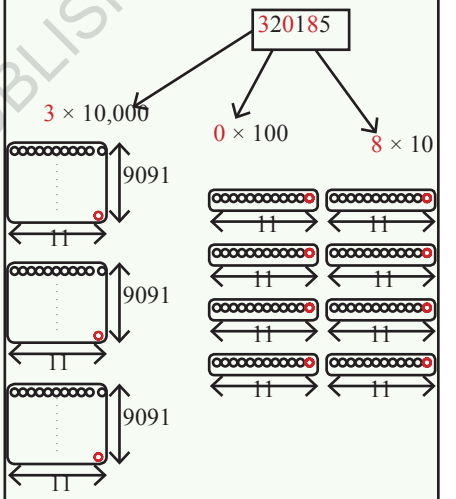
? ఈ పరిశీలనలను ఉపయోగించి 462 సంఖ్య11 చే భాగించ బడుతుందో లేదో మీరు చెప్పగలరా?



? ఒక సంఖ్య 11 ద్వారా భాగించ బడుతుందో దాన్ని తనిఖీ చేయడానికి సాధారణ పద్ధతి లేదా సత్వర మార్గం ఏమిటి?



స్థాన విలువలు 11 యొక్క గుణిజాల కంటే 1 ఎక్కువ మరియు 1 తక్కువ అని ప్రత్యామ్నా యంగా ఉన్నాయని మనం చూశాము. ఈ పరిశీలనను ఉపయోగించి.

దశలు	ప్రయోజనం	320185 ఉదాహరణకు
1. స్థాన విలువల అంకెలను జోడించండి అవి 1 ఎక్కువ (11 గుణిజం కంటే) అంటే 1, 100, 10000, మొదలై వాటికి అనుగుణమైన స్థాన విలువలు	ఈ స్థాన విలువలు సంబంధించి మనం గుణిజంనకు ఎంత ఎక్కువగా ఉన్నాయో తెలుసుకోవడానికి	 మొత్తం అదనపు 2 + 1 + 5 = 8.
2. స్థానవిలువ అంకెలను జోడించండి. అవి 11 గుణిజం కంటే తక్కువ అంటే 10, 1000, 100000 మొదలైన వాటికి అనుగుణమైన స్థాన విలువలు.	ఈ స్థాన విలువలకు సంబంధించి మనం 11 గుణజంనకు ఎంత తక్కువగా ఉన్నామో తెలుసుకోవడానికి.	 మొత్తం అదనపు 3 + 0 + 8 = 11.
3. ఈ రెండు మొత్తాల మధ్య వ్యత్యాసాన్ని లెక్కించండి అనగా (అదనపుసంఖ్య) – (తక్కువ సంఖ్య).	11 చే భాగించినప్పుడు లభించే శేషాన్ని తెలుసుకో వడానికి	 8 – 11 = – 3. (11 యొక్క గుణిజానికి 3 తక్కువ)

ఈ రెండు మొత్తాల మధ్య వ్యత్యాసం 8 – 11 = – 3 ఇది 3,28,105 ను సంఖ్య 11 యొక్క గుణిజం కంటే 3 తక్కువ లేదా 8 ఎక్కువ అని సూచిస్తుంది.

? ఈ వ్యత్యాసం 11 లేదా 11 యొక్క గుణకం అయితే, ఆ సంఖ్య 11 ద్వారా భాగించ బడినప్పుడు లభించే శేషం

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

గురించి దాని అర్థం ఏమిటి?

? ఈ సత్వర మార్గాన్ని ఉపయోగించే కింది సంఖ్యలు 11 ద్వారా భాగించ బడతాయో లేదో తెలుసుకోండి ఇంకా ఆ సంఖ్య 11 ద్వారా భాగించ బడక పోతే శేషాన్ని కనుగొనండి.

(i) 158 (ii) 841 (iii) 481 (iv) 5529 (v) 90904 (vi) 857076

క్రింది విధానాన్ని చూడండి—

అనుసరించాల్సిన దశలు	**328105** సంఖ్యకు ఉదాహరణ
1. ఒకట్ల అంకెనుండి ప్రారంభమయ్యే ప్రతి అంకెకు ముందు '+' మరియు '–' సంకేతాలను ప్రత్యామ్నాయంగా ఉంచండి.	–3 + 2 – 8 + 1 – 0 + 5
2. సమానాన్ని అంచనా వేయండి	–3 + 2 – 8 + 1 – 0 + 5 = – 3
3. ఆ సంఖ్యను 11 తే భాగించినప్పుడు లభించే శేషాన్ని ఫలితం సూచిస్తుంది.	328105 అనేది 11 గుణిజం కంటే 3 తక్కువ లేదా 8 ఎక్కువ

? ఈ పద్ధతి మనం ఇంతకు ముందు చూసిన పద్ధతికి సారూప్యంగా ఉందా లేదా భిన్నంగా ఉందా?

? క్రింది పట్టికను పూరించండి దీన్ని చేయడానికి శీఘ్ర మార్గాన్ని కనుగొనండి.

సంఖ్య	ద్వారా భాగించ బడుతుంది								
	2	3	4	5	6	8	9	10	11
128	అవును	లేదు	లేదు	లేదు	లేదు	అవును	లేదు	లేదు	లేదు
990									
1586									
275									
6686									
639210									
429714									
2856									
3060									
406839									



©KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

మరిన్ని భిన్న సత్వరమార్గాలు/త్వరిత మార్గాలు

ఇతర సంఖ్యలకు భాగాహారంనకు సత్వర మార్గాలు

? ఒక సంఖ్య 6 చే భాగించ బడుతుందో లేదో మనం ఎలా కనగొనగలం?

? ఒక సంఖ్య దాని భాగాహారతను దాని 2 మరియు 3 కారణాంకాలతో తనిఖీచేయడం పని చేస్తుందా? ఈ సంఖ్యల పై 2 మరియు 3 కోసం త్వరిత పద్ధతిని ఉపయోగించి మరియు ప్రతి సంఖ్యను 6 చే భాగించి 38, 225, 186, 64 లను ధృవీకరించండి.

? 24 ద్వారా భాగాహారతను తనిఖీ చేయడం ఎలా? దాని కారణాంకలైన 4 మరియు 6 ద్వారా భాగాహారంను తనిఖీ చేయడం పని చేస్తుందా? ఎందుకు లేదా ఎందుకు కాదు?

4 మరియు 6 ద్వారా భాగాహారం తనిఖీ చేయడం ద్వారా 24 ద్వారా భాగాహారాన్ని నిర్ణయించడం పని చేయదు. ఉదాహరణకు 12 అనే సంఖ్య 4 మరియు 6 రెండింటి ద్వారా భాగించ బడుతుంది. కానీ 24 ద్వారా కాదు.

24 ద్వారా భాగాహారాన్ని తనిఖీ చేయడానికి మనం 3 ద్వారా భాగాహారంను మరియు 8 ద్వారా భాగాహారంను తనిఖీ చేయవచ్చు.

24 ద్వారా భాగాహారంను తనిఖీ చేయడానికి మనం 3 ద్వారా భాగాహారంను మరియు 8 ద్వారా భాగాహారంను తనిఖీ చేయడం ఎందుకు పని చేస్తుందో, కానీ 4 మరియు 6 ద్వారా భాగాహారాన్ని తనిఖీ చేయడం 24 ద్వారా భాగాహారంను తనిఖీచేయడానికి ఎందుకు సరిపోదో ప్రధాన కారణాంకం ఉపయోగించి వివరించండి.

100 వరకు ప్రతి సంఖ్యలనూ 100 కంటె ఎక్కువ ఉన్న సంఖ్యలకు భాగాహారంను తనిఖీ చేయడానికి ఇటువంటి సత్వర మార్గాలు ఉన్నాయి. ఉన్నత తరగతుల్లో కొన్ని భావనలను నేర్చుకొన్న తర్వాత ఇవి ఎలా పని చేస్తాయో అర్థం చేసుకోవడానికి మీరు ప్రయత్నించవచ్చు.

© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

డిజిటల్ (రూట్స్) మూలాలు

ఒక సంఖ్యను తీసుకోండి. మీకు ఒకే అంకె సంఖ్య వచ్చే వరకు దాని అంకెలను పదే పదే జోడించండి. ఈ ఒకే అంకె సంఖ్యను ఆ సంఖ్య యొక్క డిజిటల్ మూలం అంటారు. ఉదాహరణకు 489710 సంఖ్య యొక్క డిజిటల్ మూలం

$$2\ (4 + 8 + 9 + 7 + 1 + 0 = 29,\ 2 + 9 = 11,\ 1 + 1 = 2).$$

? ఈ డిజిటల్ (రూట్) మూలం ఏ లక్షణంను కలిగివుంటుంది అని మీరు అనుకుంటున్నారు? 9 యొక్క భాజకం కోసం సత్వర మార్గంను. కనుగొనేటప్పడు. మనం దీన్ని చేశామని గుర్తుంచుకోండి..

? 600 మరియు 700 సంఖ్యల మధ్య ఉన్న ఏ సంఖ్యలకు డిజిటల్ మూలం ఉంటుంది.

(i) 5, (ii) 7, (iii) 3?

? ఏవైన 12 వరుస సంఖ్యల డిజిటల్ మూలాలను వ్రాయండి. మీరు ఏమి గమనిస్తారు?

గణిత చర్చ

9 యొక్క గుణిజాల డిజిటల్ మూలం ఎల్లప్పుడూ 9 అని మనం చూశాము.

? ఇప్పుడు (i) 3, (ii) 4, మరియు (iii) 6 ల యొక్క కొన్ని వరుస గుణిజాల డిజిటల్ మూలాలను కనుగొనండి.

? 6 యొక్క గుణిజం కంటే 1 ఎక్కువ ఉన్న సంఖ్యల డిజిటల్ మూలాలు ఏమిటి? మీరు ఏమి గమనించారు? గమనించిన నమూనాలను వివరించుటకు ప్రయత్నించండి.

? నేను అంకెలతో తయారు అయ్యాను.
ప్రతి ఒక్కటి చాలా చిన్నది మరియు బేసి 1 అనే ధాతువు తో ఆధారం లేదు
ఎంతమిది? నా అంకెలు లెక్కించ బడుతాయి వాటి మొత్తం మూలం అన్నీ ఒక సాహాపేతమైన సంఖ్య యొక్క అన్వేషణను సూచిస్తాయి. నేను గర్వంగా చెప్పకునే అతి పెద్ద బేసి ఒక అంకె సంఖ్య ఏమిటి? నా పేరు ఏమిటి



ఆర్యభట్ట II (c. 950 CE) రాసిన మహా సిద్ధాంతం అనే గ్రంధంలో ఒకే అంకే సంఖ్య వచ్చేవరకు సంఖ్య యొక్క డిజిటల్ మూలాన్ని పదే పదే జోడించడం ద్వారా లెక్కించే పద్ధతిని ప్రస్తావిస్తుంది. ఈ పద్ధతిని అంకగణిత కార్యా కలాపాల గణనలను తనిఖీచేయడానికి ఉపయోగించినట్లు తెలిసింది.

@KTRS NOT TO BE REPUBLISHED

? **దాన్ని గుర్తించండి /కనుగొనండి**

1. 8 అంకెల సంఖ్య యొక్క డిజిటల్ మూలం 5 ఆ సంఖ్య కంటే 10 ఎక్కువ ఉంటే డిజిటల్ మూలం ఎంత అవుతుంది.
2. ఏదైన సంఖ్యను రాయండి దానికి పదే పదే 11 ని జోడించడం ద్వారా సంఖ్యల శ్రేణిని సృష్టించండి. ఈ శ్రేణిలోని సంఖ్యల యొక్క డిజిటల్ మూలాలు ఏమిటి? మీ పరిశీలనలను పంచుకోండి.
3. $9a + 36b + 13$ సంఖ్య యొక్క డిజిటల్ మూలం ఎంత అవుతుంది?
4. వీటి మధ్య ఏదైన నమూనాల లేదా సంబంధాలు ఉన్నాయా అని పరిశీలించడం ద్వారా ఊహించండి.

   (i) ఒక సంఖ్య యొక్క సమానత్వం మరియు దాని డిజిటల్ మూలం.

   (ii) ఒక సంఖ్య యొక్క డిజిటల్ మూలం మరియు ఆ సంఖ్యను 3 లేదా 9 ద్వారా భాగించినపుడు లభించే శేషం.

గణిత చర్చ

5.3 మారు వేషంలో ఉన్నబొమ్మలు

గతసంవత్సరం మేము క్రిప్టారిథమ్స్ పజిల్స్ చూశాము. ఇక్కడ ప్రతి అక్షరం ఒక అంకెను సూచిస్తుంది.

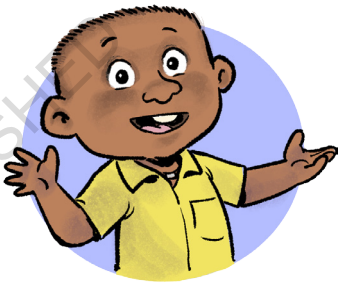
ప్రతి అంకె గరిష్ఠంగా ఒక అక్షరంతో సూచించ బడుతుంది. మరియు ఒక సంఖ్యలో మొదటి అంకె ఎప్పుడూ 0 కాదు.

? క్రింద ఇవ్వడిన క్రిప్టారిథమ్‌లను పరిష్కరించండి.

$$\text{(i)}\ \begin{array}{r} A1 \\ +\ 1B \\ \hline B0 \end{array} \qquad \text{(ii)}\ \begin{array}{r} AB \\ +\ 37 \\ \hline 6A \end{array} \qquad \text{(iii)}\ \begin{array}{r} ON \\ ON \\ +\ ON \\ \hline PO \end{array} \qquad \text{(iv)}\ \begin{array}{r} QR \\ QR \\ +\ QR \\ \hline PRR \end{array}$$

ఇప్పుడు గుణకారానికి సంబంధించిన కొన్ని కిప్టారిథమ్స్‌లను (గూఢలిపి సిద్ధాంతంలను) పరిష్కరించడానికి ప్రయత్నిద్దాం.

? (v) PQ × 8 = రూ



గుణ ఇలా అంటాడు. "ఓహో దాని అర్ధం 2 అంకెల సంఖ్యను 8 తో గుణిస్తే మరొక 2 అంకె సంఖ్య వస్తుంది. 10 × 8 = 80 కాని అది నాకు తెలుసు కోని 10 మరియు 80 యొక్క ఒకట్ల అంకెలు ఒకటే అది మనకు అక్కర్లేదు. అదే కారణంతో PQ 11 కాకూడదు ఎందు కంటే P మరియు Q వేర్వేరు. అంకెలకు అనుగుణంగా ఉంటాయి. 12 × 8 = 96 అన్ని పరిస్థితుంకు సరిపోతుంది. PQ 13 అవుతుందా? ఆలోచించండి.

13 × 8 = 104 కాబట్టి ఇది సాధ్యంకాదు. 12 కంటే ఎక్కువ ఉన్న అన్ని 2 అంకెలకు 8 ఉన్న లబ్ధం 3 అంకెల సంఖ్య.



? (vi) ఇప్పుడే దీన్ని ప్రయత్నించండి GH × H = 9K.

దీని అర్ధం 2- అంకెల సంఖ్య 1-అంకెల సంఖ్యతో గుణిస్తే 90 లలో మరొక 2 అంకెల సంఖ్య వస్తుంది. ఈ క్రిప్టారిథమ్‌లోని ఒకట్ల అంకెలకు సంబంధించిన అక్షరాలను గమనించండి ఇవ్వబడిన ఎంపికల నుండి ఈ ప్రశ్నకు పరిష్కారాన్ని ఎంచుకోండి.

11 × 9 = 99, 12 × 8 = 96, 46 × 2 = 92, 24 × 4 = 96, 47 × 2 = 94, 31 × 3 = 93, 16 × 6 = 96.

? (vii) ఇక్కడ ఇంకొకటి వుంది BYE × 6 = RAY.

లబ్ధం 3 అంకెల సంఖ్య కాబట్టి B లేదా 2 అంతకంటే ఎక్కువ ఉండ కూడదు. B = 2 అంటే 2 వందలు అయితే లబ్ధం 1200 కంటే ఎక్కువగా ఉంటుంది కాబట్టి B = 1" అని అన్ను అంటారు.

© QTRS NOT TO BE REPUBLISHED

? Y' గురించి మీరు ఏమి చెప్పగలరు? ఏ అంకెలు సాధ్యమవుతాయి? సాధ్యం కావు?

"Y లేదా 7 అంతకంటే ఎక్కువ ఉండకూడదు. ఎందుకంటే Y = 7 అయితే 170 × 6 = 1020 కానీ మనకు 3-అంకెల లబ్ధంకావాలి. అలాగే Y సరి సంఖ్య అవుతుంది. అని అన్ను వివరిస్తుంది.

మనం క్లిప్టారిథమ్‌లను ఉపయోగించి సంఖ్యల కార్యకలాపాలకు సంబంధించిన నమూనాలు లక్షణాలు మరియు తార్కికతను పరిష్కరించ గలము.

? క్రింది వాటిని పరిష్కరించండి.

(i) UT × 3 = PUT (ii) AB × 5 = BC (iii) L2N × 2 = 2NP

(iv) XY × 4 = ZX (v) PP × QQ = PRP (vi) JK × 6 = KKK

? దాన్ని గుర్తించండి/కనుగొనండి

1. 31*z*5 అనేది 9 యొక్క గుణకం అయితే Z అనేది ఒక అంకె అయితే Z విలువ ఎంత? ఈ సమస్యకు రెండు సమాధానాలు ఎందుకు ఉన్నాయో వివరించండి.

2. నేను ఒక సంఖ్యను తీసుకొని 12 తో భాగించినప్పుడు 8 శేషం మిగిలినది. 12 గుణిజానికి 4 తక్కువ వున్న మరొక సంఖ్యను తీసుకొంటాను వాటి మొత్తం ఎల్లప్పుడు. 8 గుణిజంగా వుంటుంది. అని స్నేహతో వాదిస్తున్నాడు. అతని వాదనను పరిశీలించి మీ తీర్మానాన్ని సమర్థించుకోండి.

3. 3 యొక్క రెండు గుణిజాల మొత్తం ఎప్పుడు 9 యొక్క గుణిజం ఎప్పుడు మరియు అది ఎప్పుడు కాదు? విభిన్న సాధ్యమయ్యే సందర్భాలను వివరించండి మరియు నమూనాను సాధారణీకరించండి.

4. శ్రీలత ఇలా అంటుంది. "నా దగ్గర 9 చే భాగించ బడే ఒక సంఖ్య ఉంది. నేను దాని అంకెలను తిప్పి కొట్టినప్పటికి అది ఇప్పటికీ 9 చే భాగించబడుతుంది.

   (i) ఆమె అంచనా 9 యొక్క ఏదైన గుణకారానికి నిజమో కాదో పరిశీలించండి.

   (ii) 9 యొక్క ఏవైన అంకెలను తిప్పికొట్టడం ద్వారా ఏర్పడిన సంఖ్య ఇప్పటికి 9 యొక్క గుణకారంగా ఉంటుందా?

5. 48*a*23*b* అనేది 18 యొక్క గుణకం అయితే *a* మరియు *b* లకు సాధ్యమయ్యే అన్ని జతల విలువలను పట్టిక చేయండి.

6. 3*p*7*q*8 ను 44 ద్వారా భాగించబడితే *p* మరియు *q* లకు సాధ్యమయ్యే అన్ని జతల విలువలను జాబితా చేయండి.

© DIETS NOT TO BE REPUBLISHED

7. మొదటి సంఖ్య 2 యొక్క గుణకం, రెండవ సంఖ్య 3 యొక్క గుణకం మరియు మూడవ సంఖ్య 4 యొక్క గుణకం అయ్యేలా మూడు వరుస సంఖ్యలను కనుగొనండి. ఇలాంటి సంఖ్యలు ఇంకా ఏమైనా ఉన్నాయా? అవి ఎంత సార్లు సంభవిస్తాయి?



8. 45,000 మరియు 47,000 మధ్య 36 యొక్క ఐదు గుణిజాలను వ్రాయండి మీవిధానంను తరగతితో పంచుకోండి.



9. వరుసగా వచ్చే 5 వరుస సంఖ్యల శ్రేణిలో మధ్య సంఖ్య $5p$ మిగిలిన నాలుగు సంఖ్యలను p పరంగా వరుసగా వ్యక్త పరచండి.

10. 15 చే భాగించబడే 6-అంకెల సంఖ్యను అంకెలను తారుమారు చేసినపుడు. అది 6 చే భాగించ బడుతుంది తరువాత ఆ సంఖ్యను వ్రాయండి

11. దీపక్ ఇలా అంటున్నాడు "11 యొక్క కొన్ని గుణిజాలు వున్నాయి. వాటిని రెట్టింపు. అయినప్పటికి అవి ఇప్పటికే 11 యొక్క గుణిజాలుగా వుంటాయి. కానీ 11 యొక్క ఇతర గుణిజాలు. రెట్టింపు చేసినపుడు 11 యొక్క గుణిజాలుగా మిగిలిపోతాయి" అతని ఊహను పరిశీలించండి.

12. క్రింద ఇచ్చిన నిర్వచనంలు ఎల్లప్పుడూ నిజం, కొన్నిసార్లు నిజం లేదా ఎప్పటికి నిజంకాదు అని నిర్ణయించండి. మీ తీర్మాన్ని వివరించండి.

    (i) 6 యొక్క గుణిజం మరియు 3 యొక్క గుణిజం

    (ii) వరుసగా మూడు సరిసంఖ్యల మొత్తం 6 ద్వారా భాగించ బడుతుంది.

    (iii) *abcdef* 6 యొక్క గుణిజం అయితే *badcef* 6 యొక్క గుణిజం అవుతుంది.

    (iv) $8(7b - 3) - 4(11b + 1)$ అనేవి 12 యొక్క గుణిజాలు.

13. ఏవైన 3 సంఖ్యలను ఎంచుకోండి. వాటి మొత్తం ఎప్పుడు 3 చే భాగించ బడుతుంది? సాధ్యమయ్యే అన్ని సందర్భాలను అన్వేషించి సాధారణీకరించండి.

14. రెండు వరుస పూర్ణాంకాల లబ్ధం ఎల్లప్పుడు 2కు గుణిజమా? ఎందుకు? ఈ వరుస పూర్ణాంకాల లబ్ధం గురించి ఏమిటి? ఇది ఎల్లప్పుడూ 6 కి గుణిజమా? ఎందుకు లేదా ఎందుకు కాదు? 4 వరుస పూర్ణాంకాల లబ్ధం గురించి మీరు ఏమి చెప్పగలరు? ఐదు వరుస పూర్ణాంకాల లబ్ధం గురించి ఏమిటి?

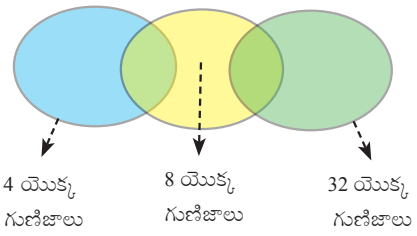
15. క్లిప్టోరిథమ్‌లను పరిష్కరించండి.

    (i) EF × E = GGG (ii) WOW × 5 = MEOW

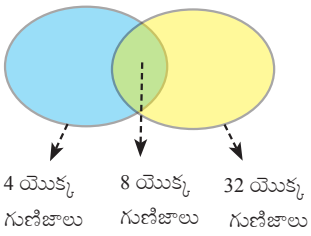
16. కింది వాటిలో 4, 8, మరియు 32 యొక్క గుణిజాల మధ్య సంబంధాన్ని సంగ్రహించే వెన్ రేఖా చిత్రం ఏది?

© KTES NOT TO BE REPUBLISHED

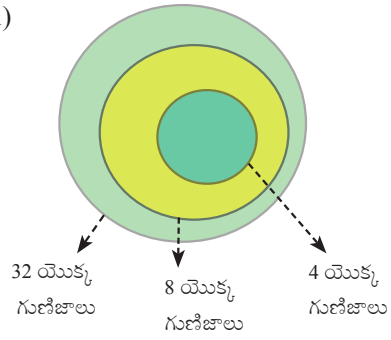
(i)



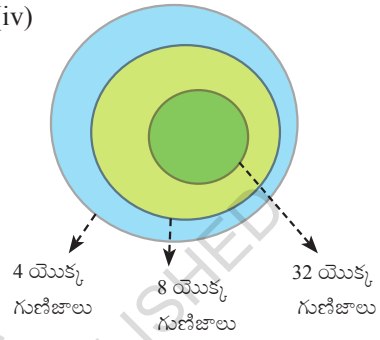
(ii)



(iii)



(iv)



సారాంశం

- మేము భాజకాల యొక్క వివిధ లక్షణాలను అన్వేషించి నేర్చుకొన్నాము.
  - a అనేది b తో భాగించ బడితే a యొక్క అన్ని గుణిజాలు b తో భాగించ బడుతాయి.
  - a అనేది b తో భాగించ బడితే a అనేది b యొక్క అన్ని కారణాంకాలతో భాగించ బడుతుంది.
  - a అనేది m ని భాగిస్తే మరియు a అనేది n ని భాగిస్తే a అనేది $m + n$ ని మరియు $m - n$ భాగిస్తుంది.
  - a అనేది b ద్వారా భాగించబడి c ద్వారా కూడా భాగించబడితే అప్పుడు a అనేది b మరియు c యొక్క LCM ద్వారా భాగించ బడుతుంది.
- 3, 9 యొక్క 11 ద్వారా భాగించదగిన వాటిని తనిఖీ చేయడానికి మరియు అవి ఎందుకు పని చేస్తాయా తెలుసుకోవడానికి మేము సత్వర మార్గాలను నేర్చు కొన్నాము.
- వీటన్నింటి ద్వారా మనం బీజగణితం, దృశీకరణ ఉదాహరణలు మరియు ప్రతి ఉదాహరణలను ఉపయోగించి గణిత ఆలోచన మరియు తార్కికం యొక్క శక్తిని అనుభవించాము.

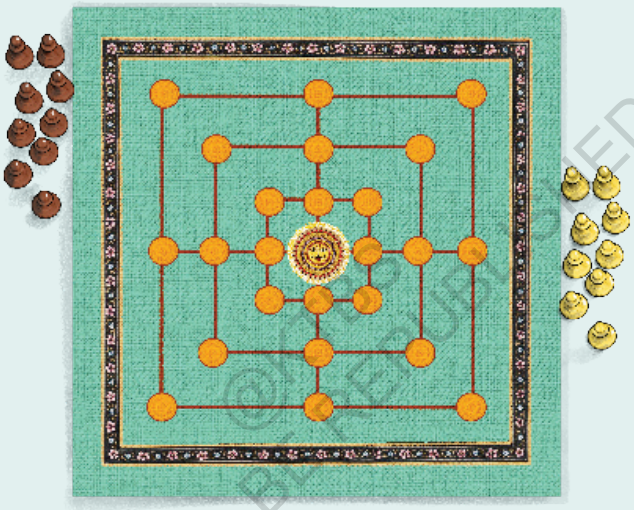
© KTRS NOT TO BE REPUBLISHED



''పజిల్ సమయం''

నవకంకరి

నవకంకరిరో వేప్‌గేమ్, బార్–పోర్ లేదా నవకంకరి అని కూడా పిలుస్తారు. ఇది నైన్ మెన్స్ మారిస్ 'లేదా' మిల్స్ ఇస్ట్ ది వెస్ట్ లాంటి సాంప్రదాయ బోర్డు గేమ్ ఇది ఇద్దరు ఆటగాళ్ళ వ్యూహాత్మక గేమ్, దీనిలో ప్రత్యర్థి బంటులను తోలగించడానికి లేదా వాటి కదలికను నిరోధించడానికి మూడు బంటులవరుసలను ఏర్పరచడం లక్ష్యం.



© NOT TO BE REPUBLISHED

ఆట ఆడుట ఎలా

1. ప్రతి క్రీడా కారుడు 9 బంటులతో ప్రారంభిస్తాడు ఆటగాళ్ళు తమ బంటులను గుర్తిమచ బడిన కూడ ళ్లపై ఉంచుతారు. ఒక కూడలిలో గరిష్ఠంగా ఒక బంటు ఉండవచ్చు.
2. అన్ని బంటులను ఉంచిన తర్వాత ఆటగాడు ఒక బంటును ప్రక్కనే ఉన్న ఖాళీ కూడళ్లకు తరలించి మూడవ వరుసలను ఏర్పరుస్తాడు. వరుస క్షితిజ సమాంతరంగా లేదా నిలువుగా ఉంచవచ్చు.
3. ఒక ఆటగాడు తమ బంటులతో వరుసలను ఏర్పరుచుకున్న తర్వాత వారు తమ ప్రత్యర్థి వరుసలలో భాగం కాని ఏదైన బంటును తీసి వేయవచ్చు.

   ప్రత్యర్థివద్ద 3 కంటే తక్కువ బంటులూ ఉంటే లేదా కదలిక లేకపోతే ఆటగాడు గెలుస్తాడు.



6 మేము పంపణీ చేసినప్పటికీ వస్తువులు గుణించ బడుతున్నాయి.

T8R8QZ

WE DISTRIBUTE, YET THINGS MULTIPLY

నమూనాలు మరియు సంబంధాల గురించి సాధారణ ప్రకటనలు సంక్షిప్త పద్ధతిలో రాయడానికి బీజగణితం అక్షరాలు చిహ్నాలకు ఎలా ఉపయోగిస్తుందో మనం చూసాం. మునుపటి అధ్యాయంలో మీరు చూసిన అనేక లక్షణాల మాదిరిగా వాదనలు మరియు అంచనాలను సమర్థించడానికి లేదా నిరూపించడానికి మరియు వివిధ రకాల సమస్యలను పరిష్కరించడానికి కూడా బీజగణితాన్ని ఉపయోగించవచ్చు.

పంపిణీ అనేది గుణకారం మరియు సంకలనానికి సంబంధించిన ఒక లక్షణం, దీనిని బీజగణితాన్ని ఉపయోగించి సంక్షిప్తంగా సంగ్రహించవచ్చు ఈ అధ్యాయంలో, మనం వివిధ రకాల గుణకార నమూనాలను అన్వేషిస్తాం మరియు పంపణీని ఉపయోగించడం ద్వారా బీజగణిత భాషలో వాటిని ఎలా వర్ణించవచ్చో చూపుదాం.

©KSBS NOT TO BE REPUBLISHED

6.1 గుణకారం యొక్క కొన్ని లక్షణాలు

గుణలబ్ధంలో వృద్ధి

రెండు సంఖ్యల గుణకారాన్ని పరిగణించండి, 23×27. అనుకుందాం.

? 1. మొదటి సంఖ్య (23)ను 1 పెంచితే లబ్ధం ఎంత పెరుగుతుంది?

? 2. రెండవ సంఖ్య (27) ని పెంచితే ఏమి జరుగుతుంది?

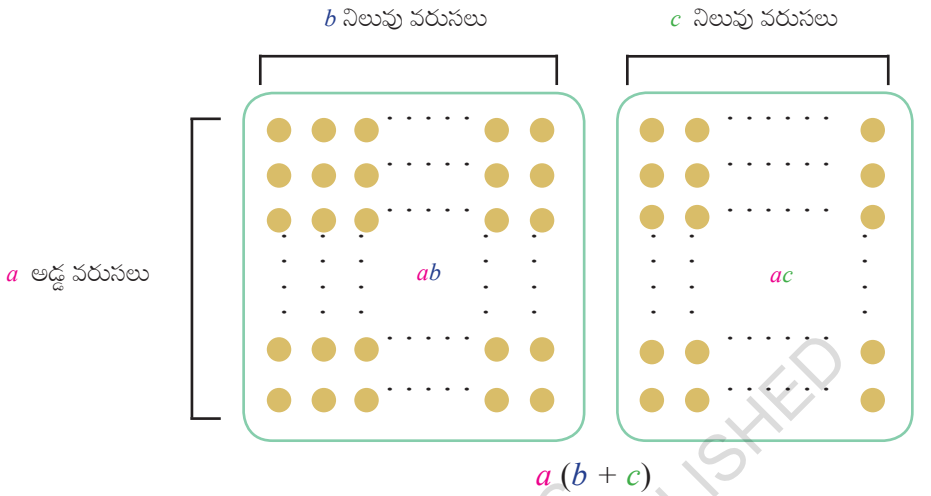
? 3. రెండు సంఖ్యలను 1 పెంచితే ఎలా ఉంటుంది?

? మన పరిశీలనలను ఏదైనా రెండు సంఖ్యల లబ్ధానికి సాధారణీ కరించడంలో సహాయపడే నమూనా మీకు కనిపిస్తుందా?

ముందుగా మనం ఒక సరళమైన సమస్యను పరిశీలిద్దాం? 27ను 1 పెంచినపుడు లబ్ధంలో పెరుగుదలను కనుగొనండి. గుణకారం (స్థిత్యంతర ధర్మం) నిర్వచించడం ద్వారా లబ్ధం 23 పెరుగుతుందని స్పష్టంగా తెలుస్తుంది. దీనిని గుణకారం యొక్క విభాగ ధర్మం నుండి కూడా చూడవచ్చు a, b, c లు మూడు సంఖ్యలు అయితే అపుడు

$$a\,(b + c) = ab + ac$$

ఈ ధర్మాన్ని రేఖా చిత్రాన్ని ఉపయోగించి దృశ్యమానం చేయవచ్చును



$a\,(b + c)$

దీనిని సంకలనం పై **గుణకార విభజన** నియమం అంటారు. $a\,(b + c) = ab + ac$ అనే సర్వసమీకరణం నుపయోగించి $a = 23$, $b = 27$, మరియు $c = 1$, తో

$$23\,(27 + 1) = 23 \times 27 + \boxed{23}$$

పెరిగింది

ఇక్కడ $a\,(b + c)$ మరియు $23\,(27 + 1)$ వరుసగా $a \times (b + c)$ మరియు $23 \times (27 + 1)$, అని గుర్తుంచుకోండి. $5a$, xy, మొదలైన వ్యక్తీకరణాల మాదిరిగానే బ్రాకెట్లును ముందు లేదా తర్వాత '×' చిహ్నాన్ని రాయడం మనం సాధారణంగా దాటవేస్తాం.

అదే విధంగా మనం $(a + b)\,c$ ని కూడా విభాగ ధర్మాన్ని ఉపయోగించి ఈ క్రింది విధంగా విస్తరించవచ్చు.

$$\begin{aligned}(a + b)\,c &= c\,(a + b) \text{ (గుణకార స్థిత్యంతరం)}\\ &= ca + cb \text{ (విభాగ)}\\ &= ac + bc \text{ (గుణకార స్థిత్యంతరం)}\end{aligned}$$

సాధారణంగా, లబ్ధంలోని ఒకటి లేదా రెండు సంఖ్యలను 1 పెంచితే లబ్ధం ఎంత పెరుగుతుందోతెలుసుకోవడానికి మనం విభాగధర్మాన్ని ఉపయోగించవచ్చు. ప్రారంభ రెండు సంఖ్యలు a మరియు b అనుకుందాం. సంఖ్యలలో ఒకటి b అని చెప్పండి, 1 పెంచితే మనకు

© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

మేము పంపణీ చేసినప్పటికీ వస్తువులు గుణించ బడుతున్నాయి.

$a\,(b+1) = ab \times \square$
పెరుగుదల

ఇపుడు ఒక లబ్ధంలోని రెండు సంఖ్యలను 1 పెంచితే ఏమి జరుగుతుందో చూద్దాం. లబ్ధంలోని ab, a మరియు b రెండింటినీ 1 పెంచితే $(a + 1)\,(b + 1)$ లభిస్తుంది.

? మనం ఏ విధంగా దీనిని వివరిస్తాం?

$(a + 1)$ ను ఒకే పదంగా పరిశీలిద్దాం. అపుడు విభాగ ధర్మం ద్వారా మనకు

$(a + 1)\,(b + 1) = (a + 1)\,b + (a + 1)\,1$

మళ్ళీ విభాగ ధర్మాన్ని వర్తింపజేస్తే

$(a + 1)\,(b + 1) = (a + 1)\,b + (a + 1)\,1$
$= ab + \boxed{(b + a + 1)}$
పెరుగుదల

$a = 23$ మరియు $b = 27$ అయితే

$(23 + 1)\,(27 + 1) = (23 + 1)\,27 + (23 + 1)\,1$
$= 23 \times 27 + \boxed{(27 + 23 + 1)}$
పెరుగుదల

కాబట్టి a మరియు b లను 1 పెంచినపుడు ab లబ్ధం $a + b + 1$ పెరుగుతుంది.

? మనం $(a + 1)\,(b + 1)$ ను మొదట ఒకే పదంగా తీసుకొని విస్తరించి ఉంటే మనకు ఏమి వస్తుంది? ప్రయత్నించి చూడండి.

? ఒక లబ్ధంలోని సంఖ్యలలో ఒక దానిని 1 పెంచి, మరొకటి 1 తగ్గించినపుడు ఏమి జరుగుతుంది? లబ్ధంలో ఏదైనా మార్పు ఉంటుందా?

మళ్ళీ a మరియు b అనే రెండు సంఖ్యల లబ్ధం ab ని తీసుకొందాం. a ని 1 పెంచి b ని 1 తగ్గించినట్లయితే వాటి లబ్ధం $(a + 1)\,(b - 1)$ అవుతుంది దీనిని విస్తరిస్తే

$(a + 1)\,(b - 1) = (a + 1)\,b - (a + 1)\,1$
$= ab + b - (a + 1)$
$= ab + \boxed{b - a - 1}$
పెరుగుదల

$a = 23$ మరియు $b = 27$, అయితే

$(23 + 1)\,(27 - 1) = (23 + 1)\,27 - (23 + 1)\,1$
$= 23 \times 27 + 27 - (23 + 1)$
$= 23 \times 27 + \boxed{27 - 23 - 1}$
పెరుగుదల

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

? లబ్ధం ఎల్లప్పుడూ పెరుగుతుందా? లబ్ధం ఎక్కడ తగ్గుతుందో 3 ఉదాహరణలతో కనుక్కోండి.

? a మరియు b లు ఋణ పూర్ణాంకాలు అయినపుడు ఏమి జరుగుతుంది?

పైన పేర్కొన్న ప్రతి సందర్భంలోనూ a మరియు b లకు వేర్వేరు విలువలను ఇవ్వడం ద్వారా పరీక్షించండి. ఉదాహరణకు $a = -5, b = 8$; $a = -4, b = -5$ మొదలగునవి.

పూర్ణ సంఖ్యలు కూడా విభాగ ధర్మాన్ని తృప్తి పరుస్తాయని మనం చూసాం. అంటే x, y z లు ఏవైనా మూడు పూర్ణసంఖ్యలైతే $x\,(y + z) = xy + xz$.

అందువల్ల అక్షరాల సంఖ్యలు ప్రతికూల పూర్ణాంక విలువలు తీసుకున్నప్పుడు కూడా గుణకారాల పెరుగుదలకు మనకు ఉన్న వ్యక్తీకరణలు అలాగే ఉంటాయి.

రెండు బీజగణిత సమాసాలు వాటి అక్షరాల సంఖ్యలకు సంఖ్యలతో భర్తీ చేసినపుడు ఒకే విలువలను తీసుకుంటే అవి సమానమని గుర్తుంచుకోండి ఇవి సంఖ్యలు ఏదైనా పూర్ణాంకాలు కావచ్చు రెండు బీజగణిత సమాసాల సమానత్వాన్ని వ్యక్తపరిచే గణిత ప్రకటనలు, ఉదాహరణకు

$$a\,(b + 8) = ab + 8a,$$

$$(a + 1)\,(b - 1) = ab + b - a - 1,$$ మొదలైనవి

వీటిని సర్వసమీకరణాలు అంటారు

? రెండు సంఖ్యలలో ఒక దానిని m లోను మరొక దానిని n లోను పెంచితే వాటిలబ్ధం ఎంత మారుతుంది?

a మరియు b లు గుణించబడిన ప్రారంభ సంఖ్యలు అయితే, అవి $a + m$ మరియు $b + n$ అవుతాయి.

$$(a + m)\,(b + n) = (a + m)b + (a + m)n$$

$$= ab + mb + an + mn$$ పెరుగుదల

$an + bm + mn$.

గమనించండి, లబ్ధం అనేది $(a + m)$ యొక్క ప్రతి పదం యొక్క లబ్ధం యొక్క మొత్తం, దానితో $(b + n)$ యొక్క ప్రతి పదం ఉంటుంది.

సర్వసమీకరణం 1 $(a + m)\,(b + n) = ab + mb + an + mn$

ఈ సర్వసమీకరణాన్ని ను ఈ క్రింది విధంగా దృశ్యమానం చేయవచ్చు.

NOT TO BE REPUBLISHED @KTBS

మేము పంపణీ చేసినప్పటికీ వస్తువులు గుణించ బడుతున్నాయి.



$(a + m)(b + n)$

? గుణించబడిన సంఖ్యలను ఏదైనా మొత్తంలో పెంచినపుడు లేదా తగ్గించినపుడు లబ్ధంలు ఏ విధంగా మారుతాయో ఈ సర్వసమీకరణాన్ని ఉపయోగించవచ్చు. ఒకటి లేదా రెండు సంఖ్యలను తగ్గించినపుడు ఈ సర్వసమీకరణాన్ని ఎలా ఉపయోగించవచ్చో మీరు చూడగలరా?

ఉదాహరణకు, ఒక సంఖ్యను $(a + 1)$ $(b + (–1)$ గా పెంచినపుడు లబ్ధాన్ని $(a + 1)(b – 1)$ గా రాద్దాం. సర్వసమీకరణంలో $m = 1$ మరియు $n = –1$ గా తీసుకుంటే మనకు

$$ab + (1) \times b + a \times (–1) + (1) \times (–1) = ab + b – a – 1$$ వస్తుంది

ఇది మనం ఇంతకు ముందే సమాసం.

? సర్వసమీకరణం 1 ని ఉపయోగించి లబ్ధం ఎలా మారుతుందో కనుగొనండి.

(i) ఒక సంఖ్యను 2 తగ్గించి, మరొక సంఖ్యను 3 పెంచినపుడు.

(ii) రెండు సంఖ్యలు ఒకటి 3 తో మరొకటి 4 తో తగ్గుతాయి.

? తీసివేతలను కూడికలు గా మార్చకుండా లబ్ధాలను కనుగొని సమాధానాలను సరి చూడండి.

దీనిని సామాన్యీకరించి, మనం $(a + u)(b – v)$ లబ్ధాన్ని ఈ క్రింది విధంగా కనుగొనవచ్చు.

©KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

$$(a+u)\,(b-v) = (a+u)\,b - (a+u)\,v$$
$$= ab + ub - (av + uv)$$
$$= ab + ub - av - uv.$$

1 లో $m = u$ మరియు $n = -v$ తీసుకున్న దానికి ఇది సమానం అని సరిచూడండి.

గమనిక: 1 లో వలె, లబ్ధం $(a + u)\,(b - v)$ అనేది లబ్ధంలోని $a + u$ (a మరియు u) యొక్క ప్రతి పదం $b - v$ (b) మరియు $(-v)$). యొక్క ప్రతి పదంతో పదాల సంకేతాలను సాధారణ పూర్ణాంక గుణాకార నియమాలను ఉపయోగించి నిర్ణయించగలదనేలబ్ధం యొక్క మొత్తం.



పూర్ణాంక గుణకార నియమాలు ఒకే సమానత్వాన్ని ఉపయోగించి అనేక సందర్భాలను ఎలా నిర్వచించడానికి అనుమతిస్తాయో చూడండి.

? (i) $(a - u)\,(b + v)$, (ii) $(a - u)\,(b - v)$ విస్తరించండి

$$(a - u)\,(b + v) = ab - ub + av - uv, \text{ మరియు}$$
$$(a - u)\,(b - v) = ab - ub - av + uv.$$

విభాగధర్మం బ్రాకెట్‌లోని రెండు పదాలకు పరిమితంకాదు.

? ఉదాహరణ 1 $\frac{3a}{2}\,(a + b + \frac{1}{5})$ ను విస్తరించండి

$$\frac{3a}{2}\,(a - b + \frac{1}{5}) = (\frac{3a}{2} \times a) - (\frac{3a}{2} \times b) + (\frac{3a}{2} \times \frac{1}{5}).$$

పదాలను క్రింది విధంగా సరళీకరించవచ్చు

$$\frac{3a}{2} \times a = \frac{3}{2} \times (a \times a).$$

ఘాతాంక నియమాన్ని ఉపయోగించి $\frac{3}{2} \times (a \times a) = \frac{3}{2}\,a^2$ గా రాయవచ్చు

$$\frac{3a}{2} \times b = \frac{3}{2} \times (a \times b) = \frac{3}{2}\,ab.$$
$$\frac{3a}{2} \times \frac{1}{5} = (\frac{3}{2} \times \frac{1}{5})\,a = \frac{3}{10}\,a$$
$$\frac{3a}{2}\,(a - b + \frac{1}{5}) = \frac{3}{2}a^2 - \frac{3}{2}\,ab + \frac{3}{10}\,a.$$

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

ఒకే పదాన్ని పొందడానికి ఏవైనా రెండు పదాలను కూడవచ్చా?

ఉదాహరణకు $\frac{3}{2}a^2$ మరియు $\frac{3}{10}a$ లను కలిపి ఒకే పదాన్ని పొందవచ్చా?

ఏ రెండు పదాలకు సరిగ్గా ఒకే లాంటి అక్షరాల సంఖ్యలు ఉండవని మనం చూస్తాం. దీని వలన వాటిని ఒకే పదంగా సరళీకరించవచ్చు. కావున వ్యక్తీకరణ యొక్క మరింత సరళీకరణ సాధ్యం కాదు పదాల మాదిరిగానే అక్షరాల సంఖ్యలను కలిగి ఉన్న పదాలను '**సజాతి పదాలు**' అని పిలుస్తామని గుర్తుచేసుకోండి.

ఉదాహరణ 2 : $(a + b)\ (a + b)$ విస్తరించండి.

మనకు $(a + b)\ (a + b) = (a+b)\ a + (a + b)b = a \times a + b \times a + ab + b \times b$

$= a^2 + ba + ab + b^2$ లభిస్తుంది.

$ba = ab$ కావున మనకు ఒకే రకమైన అక్షరాల సంఖ్యలను కలిగి ఉన్న రెండు పదాలు ba మరియు ab (లేదా అవి సజాతి పదాలు) వీటిని జోడించవచ్చు.

$$ba + ab = ab + ab = 2ab$$

అందువల్ల

$$(a + b)\ (a + b) = a^2 + 2ab + b^2 \text{ మనకు లభిస్తుంది}$$

ఉదాహరణ 3: $(a + b)\ (a^2 + 2ab + b^2)$ విస్తరించండి.

$(a + b)\ (a^2 + 2ab + b^2) = (a + b)a^2 + (a + b) \times 2ab + (a + b)b^2$

$= (a \times a^2) + ba^2 + (a \times 2ab) + (b \times 2ab) + ab^2 + (b \times b^2)$

పదాలను క్రింది విధంగా సూక్ష్మీకరించవచ్చు

$a \times a^2 = a^3$ (ఎందుకు?)

$ba^2 = a^2b$

$a \times 2ab = 2 \times a \times a \times b = 2a^2b$

$b \times 2ab = 2 \times a \times b \times b = 2ab^2$

$b \times b^2 = b^3$

అందువల్ల $(a + b)(a^2 + 2ab + b^2) = a^3 + a^2b + 2a^2b + 2ab^2 + ab^2 + b^3$.

a^2b మరియు $2a^2b$ లు ఒకే అక్షర సంఖ్యలను కలిగి ఉన్నాయని మనం చూస్తాం. (లేదా సజాతి పదాలు) అందువల్ల వాటిని కూడవచ్చు.

$$a^2b + 2a^2b = (1 + 2)\ a^2b = 3a^2b.$$

అదే విధంగా ab^2 మరియు $2ab^2$ లు సజాతి పదాలు అందువల్ల వీటిని కూడవచ్చును.

$$ab^2 + 2ab^2 = (1 + 2)ab^2 = 3ab^2.$$

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

అందువల్ల

$$(a + b) \times (a^2 + 2ab + b^2) = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3 \text{ వస్తుంది}$$

కొంచెం చరిత్ర

అనేక ప్రాచీన నాగరికతలలో, ముఖ్యంగా పురాతన ఈజిప్ట్, మెసొపొటేమియా, గ్రీసు, చైనా మరియు భారత దేశంలోని గణిత శాస్త్రజ్ఞ గణనలలో కూడిక కంటే గుణకారం యొక్క విభాగ లక్షణం అంతర్లీనంగా ఉంది. ఉదాహరణకు, గణిత యూక్లిడ్ (జ్యామితీయ రూపంలో) మరియు ఆర్యభట్ట (బీజగణిత రూపంలో) వారి గణిత మరియు శాస్త్రీయ రచనలలో విభాగ ధర్మాన్ని విస్తృతంగా ఉపయోగించారు. విభాగ లక్షణం యొక్క స్పష్టమైన ప్రకటనను బ్రహ్మగుప్తుడు తన రచన బ్రహ్మస్ఫుట సిద్ధాంత (శ్లోకం 12.55) లో ఇచ్చాడు. అతను గుణకారం కోసం ఆస్తిని ఖండ–గుణనం (భాగాల ద్వారా గుణకారం) గా ఉపయోగించడాన్ని ప్రస్తావించాడు. అతని పద్యం ఈ విధంగా చెపుతుంది "గుణకం రెండు లేదా అంతకంటే ఎక్కువ భాగాలుగా విభజింపబడింది దాని మొత్తం దానికి సమానం; గుణకారాన్ని వీటిలో ప్రతిదానితో గుణించి ఫలితాలు కూడబడతాయి" అంటే రెండు భాగాలు ఉంటే, అక్షరాల చిహ్నాలను ఉపయోగించి $(a + b)\, c = ac + bc$ తత్సమానానికి సమానం తదుపరి శ్లోకంలో (శ్లోకం 12.56), (బ్రహ్మగుప్తుడు ఈ విభాగ ధర్మాన్ని ఉపయోగించి వేగంగా గుణించడం కోసం ఒక పద్ధతిని మరింత వివరిస్తాడు. దీనిని మనం తదుపరి విభాగంలో మరింతగా అన్వేషిస్తాం.

? దీన్ని గుర్తించండి

1. క్రింది ఉన్న గుణకార గ్రిడ్‌ను గమనించండి. గ్రిడ్‌లోపల ఉన్న ప్రతి సంఖ్య రెండు సంఖ్యలను గుణించడం ద్వారా ఏర్పడుతుంది. 3×3 చట్రం యొక్క మధ్య సంఖ్యను చిత్రంలో చూపిన విధంగా వ్యక్తీకరణ pq, ద్వారా ఇస్తే, గ్రిడ్‌లోని ఇతర సంఖ్యలకు వ్యక్తీకరణలో రాయండి.

x	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
3	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
4	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40
5	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
6	6	12	18	24	30	36	42	48	54	60
7	7	14	21	28	35	42	49	56	63	70
8	8	16	24	32	40	48	56	64	72	80
9	9	18	27	36	45	54	63	72	81	90
10	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100

3×5	3×6	3×7
4×5	4×6	4×7
5×5	5×6	5×7

	pq	

NOT TO BE REPUBLISHED @KTBS

2. క్రింది లబ్ధాలను విస్తరించండి.

(i) $(3 + u)(v - 3)$ (ii) $\frac{2}{3}(15 + 6a)$

(iii) $(10a + b)(10c + d)$ (iv) $(3 - x)(x - 6)$

(v) $(-5a + b)(c + d)$ (vi) $(5 + z)(y + 9)$

3. రెండు సంఖ్యలలో ఒక దానిని 2 పెంచి మరొక దానిని 4 తగ్గించినపుడు వాటి లబ్ధం మారకుండా ఉండే 3 ఉదాహరణలను కనగొనండి.



4. (i) $(a + ab - 3b^2)(4 + b)$ మరియు (ii) $(4y + 7)(y + 11z - 3)$ లను విస్తరించండి.

5. (i) $(a - b)(a + b)$, (ii) $(a - b)(a^2 + ab + b^2)$ మరియు (iii) $(a - b)(a^3 + a^2b + ab^2 + b^3)$, లను విస్తరించండి. మీకు ఒక నమూనా కనిపిస్తుందా? మీరు చూసె నమూనాలో తర్వాతి సర్వసమీకరణం ఏమిటి?

విభాగ ధర్మాన్ని ఉపయోగించి వేగంగా గుణించుట

విభాగ ధర్మాన్ని ఉపయోగించి వేగవంతమైన గుణకారాలు కొన్ని రకాల సంఖ్యలను గుణించినపుడు త్వరిత గుణకార పద్ధతులను రూపొందించడానికి విభాగధర్మాన్ని ఉపయోగించవచ్చు.

ఆ సంఖ్యలలో ఒకటి **11, 101, 1001, ...**అయినపుడు

? ఒకే దశలో 11 కలిగిన సంఖ్య యొక్క లబ్ధాన్ని కనుగొనడానికి క్రింది గుణకారాలను ఉపయోగించండి.

(a) 3874×11 (b) 5678×11

మొదటి గుణకారాన్ని తీసుకుందాం

$$3874 \times 11 = 3874\,(10 + 1) = 38740 + 3874$$

$$\begin{array}{r} 38740 \\ +\quad 3874 \\ \hline \\ \hline \end{array}$$

అంకెలు ఎలా కూడబడుతున్నాయో గమనించండి.

మనం 4 – అంకెల సంఖ్య $dcba$ ని తీసుకుందాం. అంటే వేల స్థానంలో d వందల స్థానంలో c పదుల స్థానంలో b మరియు ఒకట్ల స్థానంలో a ఉన్న 2 సంఖ్య

$$dcba \times (10 + 1) = dcba \times 10 + dcba.$$

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

ఇది

$$\begin{array}{cccccc} & d & c & b & a & o \\ + & & d & c & b & a \\ \hline & d & (c+d) & (b+c) & (a+b) & a \end{array}$$ అవుతుంది

దీనినుపయోగించి ఒకే వరుసలో లబ్ధాన్ని పొందవచ్చును.

దశ 1

3874×11

4

దశ 2

3874×11

14

దశ 3

3874×11

614

దశ 4

3874×11

2614

దశ 5

3874×11

42614

? ఒక సంఖ్యను (ఎన్ని అంకెల సంఖ్యవైనా) 11 తో గుణించి, లబ్ధాన్ని ఒకే వరుసలో రాయడానికి ఒక సాధారణ నియమాన్ని వివరించండి.

లెక్కించండి : (i) 94×11, (ii) 495×11, (iii) 3279×11, (iv) 4791256×11.

గణిత చర్చ

? ఒక సంఖ్య 101 తో గుణించడానికి ఇలాంటి నియమాన్ని మనం రూపొందించగలమా?

? 3874 ను 101 తో గుణించండి.

మనం 4- అంకెల సంఖ్య $dcba$ ని తీసుకుందాం.

$$dcba \times 101 = dcba \times (100 + 1) = dcba \times 100 + dcba.$$

ఇది

$$\begin{array}{cccccc} d & c & b & a & o & o \\ + & & d & c & b & a \\ \hline d & c & (b+d) & (a+c) & b & a \end{array}$$ అవుతుంది

? దీన్ని ఉపయోగించి 3874×101 ని ఒకే వరుసలో గుణించండి.

గణిత చర్చ

? ఒక సంఖ్యను 101 తో గుణించి, లబ్ధాన్ని ఒకే వరుసలో రాయడానికి సాధారణ నియమం ఏమిటి? 1001, 10001 తో గుణించడానికి ఈ నియమాన్ని విస్తరించండి. ...

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

? (i) 89 × 101, (ii) 949 × 101, (iii) 265831 × 1001, (iv) 1111 × 1001, (v) 9734 × 99 మరియు (vi) 23478 × 999 లను కనుగొడానికి దీన్ని ఉపయోగించండి.

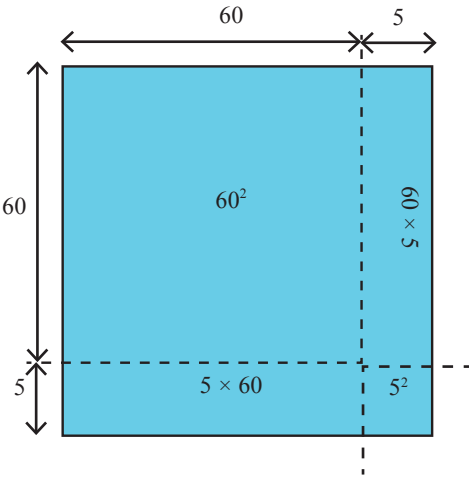
రెండు సంఖ్యలను సులభంగా గుణించడానికి విభాగ ధర్మాన్ని వర్తించే పద్ధతులను బ్రహ్మగుప్త (628 CE), శ్రీధరాచార్య (లీలావతి 1150 CE) గణితశాస్త్ర రచనలలో విస్తృతంగా చర్చించారు. బ్రహ్మస్ఫుట సిద్ధాంతం (శ్లోకం 12.56) అనే తన రచనలో, బ్రహ్మగుప్తుడు ఇష్ట – గుణన వంటి విభాగధర్మాన్ని ఉపయోగించి వేగంగా గుణించడం కోసం ఇటువంటి పద్ధతులను ప్రస్తావించాడు.

6.2 విభాగధర్మం యొక్క ప్రత్యేక సంధర్భాలు

రెండు సంఖ్యల మొత్తం / వ్యత్యాసం యొక్క వర్గం

? 60 యూనిట్లు భుజం పొడవు కలిగిన చతురస్ర వైశాల్యం 3600 చ.యూ. (60^2) మరియు 5 యూనిట్ల భుజం పొడవు కలిగిన చతురస్ర వైశాల్యం 2500 చ.యూ (5^2) 65 యూనిట్ల భుజం పొడవు గల చతురస్ర వైశాల్యం కనుగొనడానికి దీన్ని ఉపయోగించి వచ్చా?

చిత్రంలో చూపిన విధంగా 65 యూ భుజం పొడవు గల చతురస్రాన్ని నాలుగు భాగాలుగా విభజించవచ్చు. 60 యూ భుజం పొడవు గల చతురస్రం 5 యూ భుజం పొడవు గల చతురస్రం మరియు రెండు 60 మరియు 5 భుజాల పొడవు గల దీర్ఘ చతురస్రాలు. 65 భుజం పొడవుగల చతురస్ర వైశాల్యం దాని అన్ని భాగాల వైశాల్యాల మొత్తం పై చిత్రంతో నాలుగు భాగాల వైశాల్యాలను మీరు కనుగొన గలరా?



మనకు

$65^2 = (60 + 5)^2 = 60^2 + 5^2 + 2 \times (60 \times 5)$.

$= 3600 + 25 + 600 = 4225$ చ.యూ. వస్తుంది

$(60 + 5) \times (60 + 5)$ ను విభాగధర్మాన్ని ఉపయోగించి గుణిద్దాం

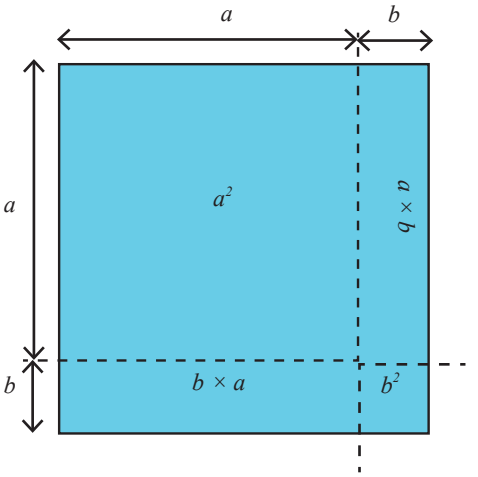
$(60 + 5) \times (60 + 5)$

$= 60 \times 60 + 5 \times 60 + 60 \times 5 + 5 \times 5$

$= 60^2 + 2 \times (60 \times 5) + 5^2$.

? 65^2 ను $(30 + 35)^2$ లేదా $(52 + 13)^2$గాస్తే ఏమి జరుగుతుంది? చిత్రాలను గీచి మీకు లభించే వైశాల్యాలను తనిఖీ చేయండి. రెండు సంఖ్యల మొత్తం వర్గం యొక్క సాధారణ సమాసం $(a + b)^2$ను చూద్దాం.

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED



విభాగ ధర్మాన్ని ఉపయోగించి $(a+b)^2$ క్రింది విధంగా విస్తరించవచ్చు.

$(a+b) \times (a+b) = a \times a + a \times b + b \times a + b \times b$

$= a^2 + 2ab + b^2,$

ఉదాహరణ 2లో దీనిని మనం ఇంతకు ముందే చూసాం

సర్వసమీకరణం 1A $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

? a మరియు b లు ఏవైనా రెండు పూర్ణ సంఖ్యలైతే $(a + b)^2$ ఎల్లప్పుడూ $a^2 + b^2$కంటే పెద్దదా? లేకుంటే ఎపుడు పెద్దది?

గణిత చర్చ

? 104^2, 37^2 విలువలను సర్వసమీకరణం 1A ను ఉపయోగించి కనుక్కోండి. (**సూచన :** 104 మరియు 37 లను చిన్న మొత్తాలు లేదా సంఖ్యల వ్యత్యాసాల వర్గాలు సులభంగా లెక్కించబడుతాయి)

? క్రింది వ్యక్తీకరణలను రాయడానికి 1A సర్వసమీకరణం ఉపయోగించండి.

(i) $(m + 3)^2$ (ii) $(6 + p)^2$

? $(6x + 5)^2$ ను విస్తరించండి.

విభాగధర్మాన్ని ఉపయోగించి	సర్వసమీకరణం ఉపయోగించి
$(6x + 5)^2 = (6x + 5)(6x + 5)$ $= (6x \times 6x) + (5 \times 6x) + (6x \times 5) + 5 \times 5$ $= (6x)^2 + 2(6x \times 5) + 5^2$ $= 36x^2 + 60x + 25.$	$(6x + 5)^2 = (6x)^2 + 5^2 + 2 \times (6x \times 5)$ $= 36x^2 + 25 + 60x.$

© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED



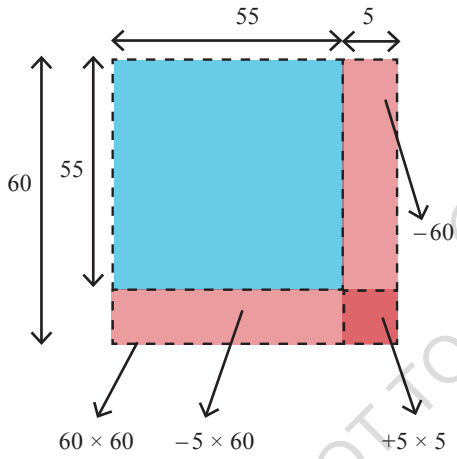
మీకు సాధారణ నియమాన్ని గుర్తుంచుకోవడానికి ఉపయోగించడానికి కష్టంగా ఉంటే విభాగ ధర్మాన్ని ఉపయోగించి గుణించి కావలసిన ఫలితాన్ని పొందవచ్చును.

? సర్వసమీకరణం మరియు విభాగధర్మాన్ని రెండింటినీ ఉపయోగించి $(3j + 2k)^2$ ను విస్తరించండి.

? 60^2 (=3600) మరియు 5^2 (=25) ను ఉపయోగించి మనం $(60 - 5)^2$ లేదా 55^2 విలువను కనుగొనవచ్చునా?

భుజం పొడవు 60 ఉన్న చతురస్రంలోపల కూర్చొని భుజం పొడవు 55 ఉన్న చతురస్రం గీయడంద్వారా జ్యామితీయంగా దీనిని సమీపించడం.

భుజం పొడవు 55 ఉన్న చతురస్ర వైశాల్యం $(60 - 5)^2 = 55^2$.



భుజం పొడవు 60 ఉన్న చతురస్ర వైశాల్యాన్ని తీసుకొని రెండు దీర్ఘ చతురస్రాల వైశాల్యాలను తీసివేయడం ద్వారా మనం భుజం పొడవు 55 ఉన్న చతురస్ర వైశాల్యాన్ని పొందవచ్చును. అంటే $60^2 - (60 \times 5) - (5 \times 60)$. ఇలా చేయడం ద్వారా భుజం పొడవు 5 ఉన్న చిన్న చతురస్ర వైశాల్యాన్ని రెండు సార్లు తొలగిస్తాంఈ వాస్తవ వైశాల్యాన్ని పొందడానికి ఈ వ్యక్తీకరణతో మనం ఏమి చెయవచ్చు?

ఈ సమాసానికి భుజం పొడవు 5 ఉన్న చతురస్ర వైశాల్యాన్ని మనం తిరిగి జోడించవచ్చు. ఈ విధంగా మనం ఈ వైశాల్యాన్ని ఒకసారి మాత్రమే తీసివేస్తున్నాం.

$$\begin{aligned}(60 - 5)^2 &= 60^2 - (60 \times 5) - (5 \times 60) + 5^2 \\ &= 3600 - 300 - 300 + 25 \\ &= 3025.\end{aligned}$$

భుజం పొడవు 55 గల చతురస్ర వైశాల్య 3025 చ.యూ$(a + b)^2$ ను విస్తరిస్తే ఏం వస్తుందో మనం చూసాం $(a - b)^2$ విస్తరణ ఏమి?

@KSBSE NOT TO BE REPUBLISHED

విభాగధర్మాన్ని ఉపయోగించి

$$\begin{aligned}(a-b)^2 &= (a-b)\times(a-b)\\ &= (a)^2 - ba - ab + (b)^2\\ &= a^2 - 2ab + b^2.\end{aligned}$$

? $(a+b)^2$ విస్తరణను పొందడానికి మనం $(a-b)^2$ విస్తరణను కూడా ఉపయోగించవచ్చు. ఆలోచించండి.

సూచన : $(a-b)^2 = (a+(-b))^2$.

ఇపుడు మనం నేరుగా $(a+b)$ విస్తరణను ఉపయోగించవచ్చు.

$$(a+(-b)^2 = (a)^2 + (-b)^2 + 2\times(a)\times(-b)$$

సర్వసమీకరణం 1B $(a-b)^2 = a^2 + b^2 - 2ab$

? మనం 55^2 కనుగొన్న విధంగా జ్యామితీని ఉపయోగించి $(a-b)^2$ కు సాధారణ విస్తరణను కనుగొనండి.

? సర్వసమీకరణం $(a-b)^2$ ను ఉపయోగించి (a) 99^2 మరియు (b) 58^2 విలువలు కనుగొనండి.

? క్రింది వాటిని సర్వసమీకరణం 1B మరియు విభాగ ధర్మం రెండింటినీ ఉపయోగించి విస్తరించండి.

(i) $(b-6)^2$ (ii) $(-2a+3)^2$ (iii) $(7y - \frac{3}{4z})^2$

పరిశోధన నమూనాలు

నమూనా 1

క్రింది నమూనాను పరిశీలించండి.

$$2\,(2^2 + 1^2) = 3^2 + 1^2$$

$$2\,(3^2 + 1^2) = 4^2 + 2^2$$

$$2\,(6^2 + 5^2) = 11^2 + 1^2$$

$$2\,(5^2 + 3^2) = 8^2 + 2^2.$$

? ఒక జత సహజ సంఖ్యలను తీసుకోండి వాటి వర్గాల మొత్తాన్ని లెక్కించండి. ఈ మొత్తం రెట్టింపును రెండు వర్గాల మొత్తంగా మీరు రాయగలరా?

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

దీనిని ఇతర సంఖ్యల జతలతో కూడా ప్రయత్నం చేయండి. నమూనాను చిత్రించగలరా?

గుర్తించండి $2\,(5^2 + 6^2) = (6 + 5)^2 + (6 - 5)^2$.

? క్రింది సర్వసమీకరణాలు గమనించిన నమూనాలను వివరించడానికి ఉపయోగపడుతాయా?

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(a + b)^2 + (a - b)^2 = (a^2 + 2ab + b^2) + (a^2 - 2ab + b^2)$$

సజాతి పదాలను కూడగా s $a^2 + a^2 = 2a^2$, $b^2 + b^2 = 2b^2$ మరియు $2ab - 2ab = 0$,

$2\,(a^2 + b^2) = (a + b)^2 + (a - b)^2$ మనకు లభిస్తుంది.

నమూనా 2

? ఇక్కడ సంబంధిత నమూనా ఉంది. నమూనా ఎల్లప్పుడూ అలాగే ఉందో లేదో తెలుసుకోవడానికి బీజగణితాన్ని ఉపయోగించి నమూనాను వివరించడానికి ప్రయత్నించండి.

$$9 \times 9 - 1 \times 1 = 10 \times 8$$

$$8 \times 8 - 6 \times 6 = 14 \times 2$$

$$7 \times 7 - 2 \times 2 = 9 \times 5$$

$$10 \times 10 - 4 \times 4 = 14 \times 6$$

ఇక్కడ నమూనా $a^2 - b^2 = (a + b) \times (a - b)$.

$$(a + b) \times (a - b) = a^2 - ab + ba - a^2.$$

ఇక్కడ నమూనా $ab + (-ab) = 0$ అని చూస్తాం

సర్వసమీకరణం 1C $(a + b) \times (a - b) = a^2 - b^2$.

మీరు ఇంతకు ముందే 5(i) లో సర్వసమీకరణాన్ని చిత్రీకరించడాన్ని చూసారు.

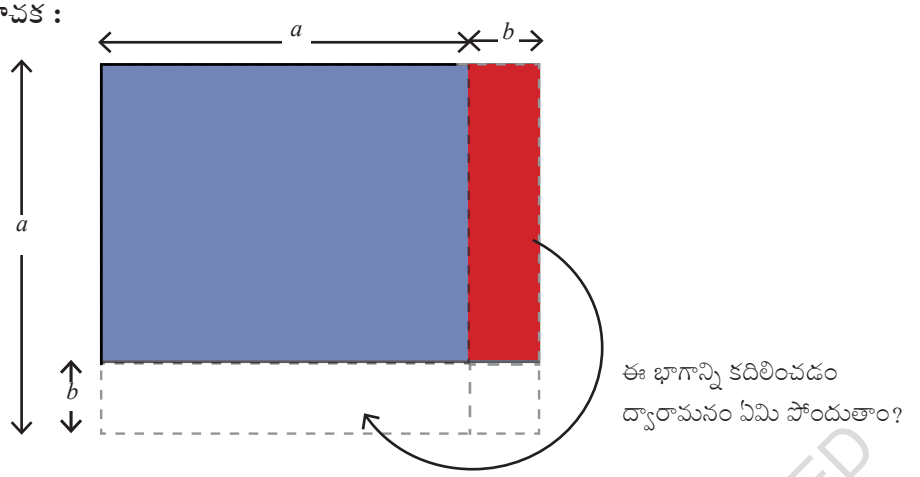
? సర్వసమీకరణం1C ని ఉపయోగించి 98×102 మరియు 45×55 ని లెక్కించండి.

© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

? $(a + b) \times (a - b) = a^2 - b^2$ ని జ్యామితీయంగా చూపండి.

వీన్ని ప్రయత్నించండి

సూచక :



శ్రీధరా చార్య (750 CE) సర్వ సమీకరణ 1C ని ఉపయోగించి సంఖ్యల వర్గాలను త్వరగా గుణించడానికి ఒక ఆసక్తికరమైన పద్ధతిని అందించాడు! ఈ గుర్తింపు యొక్క సవరించిన రూపం

$$a^2 = (a + b)(a - b) + b^2$$

? ఈ సర్వసమీకరణం ఎందుకు నిజం?

ఇపుడు ఉదాహరణకు, 31^2 ని $a = 31$ మరియు $b = 1$ గా తీసుకొని కనుగొన గలము

$$31^2 = (31 + 1)(31 - 1) + 1^2$$

$$= 32 \times 30 + 1$$

$$= 961.$$

197^2 ను $a = 197$ మరియు $b = 3$ గా తీసుకొని కనుగొనగలం

$$197^2 = (197 + 3)(197 - 3) + 3^2$$

$$= 200 \times 194 + 9$$

$$= 38809.$$

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

? దీన్ని గుర్తించండి

1. ఏది ఎక్కువ : $(a-b)^2$ లేదా $(b-a)^2$ మీ జవాబును సమర్థించండి.
2. 100 ను ఇలా వ్యక్తపరచండి! రెండు వర్గాల వ్యత్యాసంగా.
3. మీరు ఇంతకు ముందు నేర్చుకున్న సర్వసమీకరణాలనుపయోగించి 406^2, 72^2, 145^2, 1097^2 మరియు 124^2 ను కనుగొనండి.



4. సమూనాలు 1 మరియు 2 సహజ సంఖ్యలను లెక్కించడానికి మాత్రమే వర్తిస్తాయా?ఋణ పూర్ణాంకాలకు కూడా వర్తిస్తాయా? భిన్నాల సంగతేమి? మీ జవాబును సమర్థించండి.

6.3 తప్పును చూసుకోండి, తప్పును సరిదిద్దండి

మేము కొన్ని బీజీయ సమాసాలను వాటి సరళమైన రూపాలను విస్తరించి సరళీకరించాము.

(i) ప్రతి సూక్ష్మీకరణను పరిశీలించి తప్పులున్నాయేమో చూడండి.

(ii) తప్పు ఉంటే, ఏమి తప్పు జరిగి ఉందో వివరించడానికి ప్రయత్నించండి.

(iii) తర్వాత సరైన సమాసాన్ని రాయండి..

© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

1. $-3p(-5p+2q)$
$= -3p + 5p - 2q$
$= p - 2q$

2. $2(x-1)+3(x+4)$
$= 2x - 1 + 3x + 4$
$= 5x + 3$

3. $y + 2(y+2)$
$= (y+2)^2$
$= y^2 + 4y + 4$

4. $(5m+6n)^2$
$= 25m^2 + 36m^2$

5. $(-q+2)^2$
$= q^2 - 4q + 4$

6. $3a\ (2b \times 3c)$
$= 6ab \times 9ac$
$= 54a2bc$

7. $\frac{1}{2}(10s-6)+3$
$= 5s - 3 + 3$
$= 5s$

8. $5w^2 + 6w$
$= 11w^2$

9. $2a^3 + 3a^3 + 6a^2b + 6ab^2$
$= 5a^3 + 12a^2b^2$

10. $(x+2)(x+5)$
$= (x+2)x + (x+2)5$
$= x^2 + 2x + 5x + 10$
$= x^2 + 7x + 10$

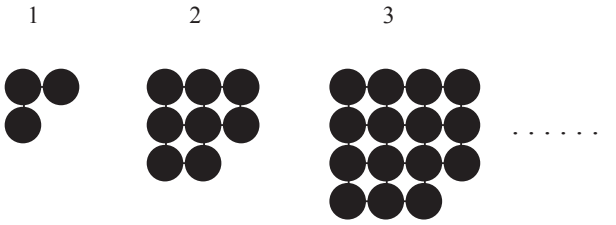
11. $(a+2)(b+4)$
$= ab + 8$

12. $ab^2 + a^2b + a^2b^2$
$= ab(a + b + ab)$

6.4 ఈ దారి అయినా, ఆ దారి అయిన అన్ని మార్గాలు

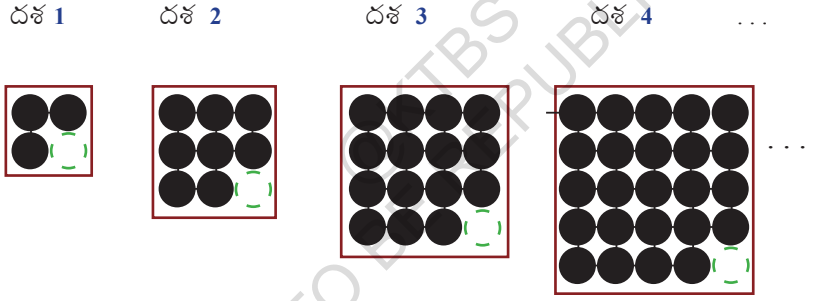
గణిత చర్చ

క్రింది చిత్రంలో సమూనాను గమనించండి క్రమంలో తర్వాతి బొమ్మను గీయండి. దానిలో ఎన్ని వృత్తాలు ఉన్నాయి? దశ 10లో మొత్తం ఎన్ని వృత్తాలున్నాయి? దశ k లోని వృత్తాల సంఖ్యకు సమూనాన్ని రాయండి.



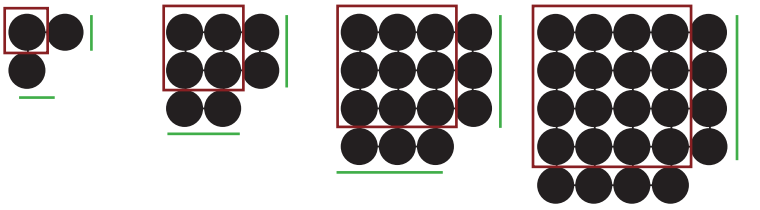
ఈ సమూనాను అర్థం చేసుకోవడానికి అనేక మార్గాలున్నాయి. ఇక్కడ కొన్ని అవకాశాలు ఉన్నాయి.

పద్ధతి 1



$2^2 - 1$ $= (1 + 1)^2 - 1$ | $3^2 - 1$ $= (2 + 1)^2 - 1$ | $4^2 - 1$ $= (3 + 1)^2 - 1$ | $5^2 - 1$ $= (4 + 1)^2 - 1$ | . . . | $(k + 1)^2 - 1$

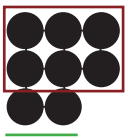
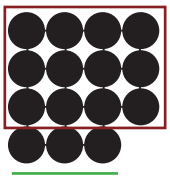
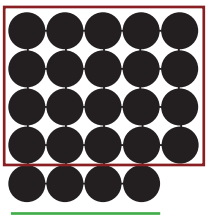
పద్ధతి 2



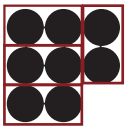
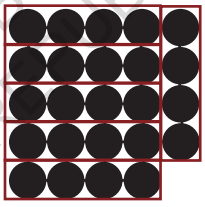
$1 + 2 \times 1$ $= 1^2 + 2 \times 1$ | $2^2 + 2 \times 2$ $= 2^2 + 2 \times 2$ | $3^2 + 2 \times 3$ $= 3^2 + 2 \times 3$ | $4^2 + 2 \times 4$ $= 4^2 + 2 \times 4$ | . . . | $k^2 + 2 \times k$

NOT TO BE REPUBLISHED

పద్ధతి 3

దశ 1	దశ 2	దశ 3	దశ 4	...	దశ k
				...	
$1 \times 2 + 1$ $= \mathbf{1} \times (\mathbf{1} + 1) + \mathbf{1}$	$2 \times 3 + 2$ $= \mathbf{2} \times (\mathbf{2} + 1) + \mathbf{2}$	$3 \times 4 + 3$ $= \mathbf{3} \times (\mathbf{3} + 1) + \mathbf{3}$	$4 \times 5 + 4$ $= \mathbf{4} \times (\mathbf{4} + 1) + \mathbf{4}$	...	$k \times (k + 1) + k$

పద్ధతి 4

దశ 1	దశ 2	దశ 3	దశ 4	...	దశ k
				...	
1×3 $= \mathbf{1} \times (\mathbf{1} + 2)$	2×4 $= \mathbf{2} \times (\mathbf{2} + 2)$	3×5 $= \mathbf{3} \times (\mathbf{3} + 2)$	4×6 $= \mathbf{4} \times (\mathbf{4} + 2)$	...	$k \times (k+2)$

NOT TO BE REPUBLISHED © SCERT

మీ పద్ధతి వీటిలో దేనితోనైనా సరిపోతుందా లేదా అవి భిన్నంగా ఉందా? ప్రతి వ్యక్తీకరణ భిన్నంగా కనిపిస్తుంది, కానీ అవి నిజంగా భిన్నంగా ఉన్నాయా? అవి ఒక నమూనాను వివరిస్తాయి కాబట్టి అవి అన్నీ ఒకే విధంగా ఉండాలి. ప్రతి వ్యక్తీకరణను సరళీకృతం చేసి తెలుసుకుందాం.

$(k+1)^2 - 1$ $= k^2 + 1 + 2k - 1$ $= k^2 + 2k$	$k^2 + 2 \times k$ $= k^2 + 2k$	$k \times (k+1) + k$ $= k^2 + k + k$ $= k^2 + 2k$	$k \times (k+2)$ $= k^2 + 2k$

సరిగ్గా నిర్వహించినపుడు అన్ని పద్ధతులు ఒకే జవాబు $k^2 + 2k$ కు దారి తీస్తాయి. సమాసం $k^2 + 2k$ దశ k వద్ద ఉన్న వృత్తాల సంఖ్యను ఇస్తుంది.

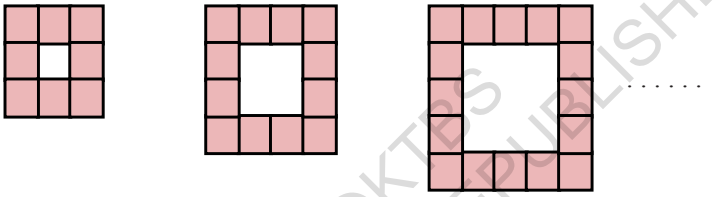


గణితంలో ఒక సమూనాను చూడడానికి అనేక మార్గాలుంటాయి మరియు ఒక సమస్యను పరిష్కరించడానికి విభిన్న మార్గాలుంటాయి. అలాంటి మార్గాలను కనుగొనడానికి చాలా సృజనాత్మకత లేదా ఊహ అవసరం! ఒకటి లేదా రెండు మార్గాలు మీకు ఇష్టమైనవి కావచ్చు ఇతర మార్గాలను కూడా అన్వేషించడం వినోదభరితంగా మరియు సుసంపన్నంగా ఉంటుంది.

? ఈ సూత్రాన్నుపయోగించి దశ 15లో ఉన్న వృత్తాల సంఖ్యను లెక్కించండి.

? క్రింది చిత్రంలో చేసిన చతురస్ర పలకల సమూనాను పరిగణించండి.

1 2 3



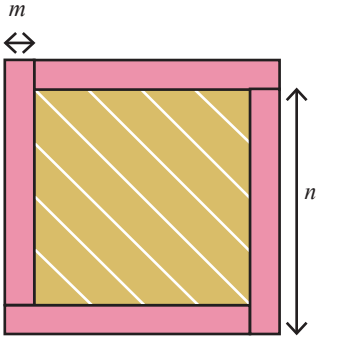
? ప్రతి చిత్రంలో ఎన్ని చతురస్రపలకలు కలవు?

? శ్రేణిలో 4వ దశలో ఎన్ని ఉన్నాయి? 10వ దశ గురించి ఏమిటి?

? దశ n లోని పలకల సంఖ్యను బీజగణిత సమాసాన్ని రాయండి మీ పద్ధతులను తరగతితో పంచుకోండి. సమాధానాన్ని చేరుకోవడానికి మీరు ఒకటి కంటే ఎక్కువ పద్ధతులను కనుగోన గలరా?



? క్రింద ఉన్న చిత్రంలో షేడ్ (లోపలి) చేసిన ప్రాంతము వైశాల్యాన్ని కనుగొనండి నాలుగు దీర్ఘచతుర స్రాలు ఒకే కొలతలు కలిగి ఉంటాయి.



తడాంగ్ పద్ధతి :

మొత్తం ప్రాంతం భుజం $(m + n)$ గా గల చతురస్ర వైశాల్యం$(m + n)^2$.

మొత్తం వైశాల్యం నుండి నాలుగు దీర్ఘచతురస్రాల వైశాల్యాన్ని తీసివేస్తే లోపలి షేడ్ చేసిన ప్రాంతం వైశాల్యం వస్తుంది

అంటే $(m + n)^2 - 4mn$.

@KTPS NOT TO BE REPUBLISHED

యూసిఫ్ పద్ధతి

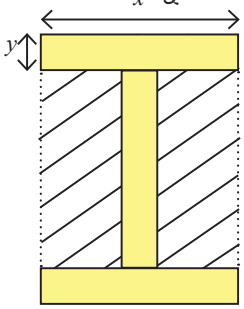


Fig. 1

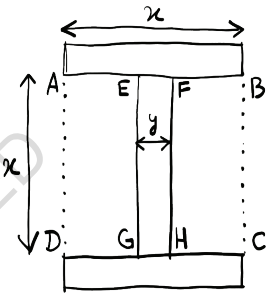
షేడ్ చేసిన ప్రాంతం భుజం పొడవు $(n - m)$ కలిగిన చతురస్రం కాబట్టి, దాని వైశాల్యం $(n - m)^2$.

? రెండు సమాసాలను విస్తరించడం ద్వారా

$(m + n)^2 - 4mn = (n - m)^2$ అని గుర్తించండి

? చిత్రంలో వాలు రేఖలతో గల ప్రాంతం వైశాల్యాన్ని గుర్తించండి. మూడు దీర్ఘ చతురస్రాలు ఒకే కొలతలు కలిగి ఉంటాయి (చిత్రం 1)

అనూష పద్ధతి:



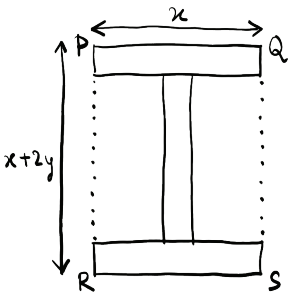
కోరిన ప్రాంతం వైశాల్యం = వైశాల్యం (ABCD) – వైశాల్యం (EFGH)

ABCD వైశాల్యం $= x^2$.

EFGH వైశాల్యం $= xy$.

కావలసిన వైశాల్యం $= x^2 - xy$.

వైష్ణవి పద్ధతి :



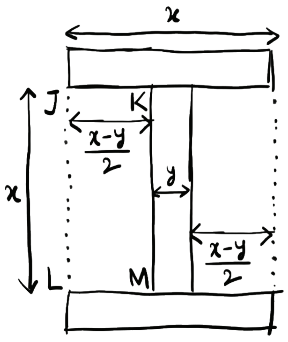
$$QS = y + x + y$$
$$= x + 2y.$$

PQSR వైశాల్యం $= x(x + 2y)$

కావలసిన వైశాల్యం = PQSR వైశాల్యం – (మూడు దీర్ఘ చతురస్రాల వైశాల్యం)

$= x(x + 2y) - 3xy.$

ఆదిత్య పద్ధతి :



కావలసిన వైశాల్యం JKLM వైశాల్యానికి 2 రెట్లు

$$JK = \frac{x - y}{2}, \quad KM = x$$

JKML వైశాల్యం $= x\left(\frac{x - y}{2}\right)$

కావలసిన వైశాల్యం = 2 × JKML వైశాల్యం

$= 2x\left(\frac{x - y}{2}\right)$

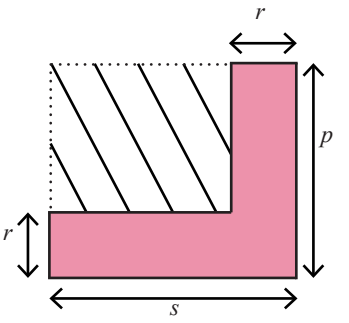
$= x(x - y).$

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

? సమాసాలను విస్తరించడం ద్వారా, అన్ని సమాసాలు సమానం అని సరి చూడండి. $x = 8$ మరియు $y = 3$ అయితే షేడ్ చేసిన భాగం వైశాల్యం కనుగొనండి.

? క్రింది చిత్రంలో షేడ్ చేసిన భాగం వైశాల్యంనకు సమాసం రాయండి. సమాధానం పొందడానికి ఒక పద్ధతి కంటే ఎక్కువ ఉపయోగించండి. p = 6, $r = 3.5$ మరియు $s = 9$ ని ప్రతిక్షేపించి వైశాల్యంను లెక్కించండి.

గణిత చర్చ



@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

? దీన్ని గుర్తించండి

1. సూచించిన సర్వసమీకరణాలనుపయోగించి క్రింది లబ్ధాలను లెక్కించండి

   (i) సర్వసమీకరణం 1A $(a + b)^2$ నుపయోగించి 46^2

   (ii) $(a + b)\,(a - b)$ కోసం సర్వసమీకరణం 1C ఉపయోగించి 397×403.

   (iii) $(a - b)^2$ కోసం సర్వసమీకరణం 1B ఉపయోగించి 91^2

   (iv) $(a + b)\,(a - b)$ కోసం సర్వసమీకరణం 1C ఉపయోగించి 43×45

2. సరైన సర్వసమీకరణాన్ని లేదా విభాగ ధర్మాన్ని ఉపయోగించి క్రింది లబ్ధాలను కనుగొనండి.

   (i) $(p - 1)\,(p + 11)$

   (ii) $(3a - 9b)\,(3a + 9b)$

   (iii) $-(2y + 5)\,(3y + 4)$

   (iv) $(6x + 5y)^2$

   (v) $(2x - \frac{1}{2})^2$

   (vi) $(7p) \times (3r) \times (p + 2)$

3. ప్రతి వాక్యానికి సరైన బీజీయ సమాసాన్ని గుర్తించండి.

(i) వర్గసంఖ్య కంటే 2 ఎక్కువ

$2 + s$ $(s + 2)^2$ $s^2 + 2$ $s^2 + 4$ $2s^2$ 2^2s

(ii) రెండు వరుస సంఖ్యల వర్గాల మొత్తం

$m^2 + n^2$ $(m + n)^2$ $m^2 + 1$ $m^2 + (m + 1)^2$

$m^2 + (m - 1)^2$ $(m + (m + 1))^2$ $(2m)^2 + (2m + 1)^2$

4. చిత్రంలో చూపిన విధంగా ఒక క్యాలెండర్‌లో ఏదైనా 2 × 2 వర్గ సంఖ్యలను పరిగణించండి.

February

Su	M	Tu	W	Th	F	Sa
						1
2	3	4	5	6	7	8
9	10	11	12	13	14	15
16	17	18	19	20	21	22
23	24	25	26	27	28	

ప్రతి కర్ణంలో ఉన్న సంఖ్యల గుణకారాలను కనుగొనండి. — 4 × 12 = 48, 5 × 11 = 55 మిగిలిన 2 × 2 చతురస్రాల ఇలా చేయండి కర్ణాల గుణకార లబ్ధాల గురించి మీరు ఏమి గమనించారు? ఇలా ఎందుకు జరిగిందని మీరు వివరించండి.

a	$(a + 1)$
$a + 7$	$(a + 8)$



5. క్రింది వాక్యాల్లో ఏది నిజమో ధృవీకరించండి.

(i) $(k + 1)(k + 2) - (k + 3)$ ఎల్లప్పుడూ 2 అవుతుంది.

(ii) $(2q + 1)(2q - 3)$ అనేది 4 యొక్క గుణకం.

(iii) సరి సంఖ్యల వర్గాల అన్నీ 4 యొక్క గుణజాలు. మరియు బేసి సంఖ్యల వర్గాలు అన్నీ 8 గుణిజాల కంటే 1 ఎక్కువ.

(iv) $(6n + 2)^2 - (4n + 3)^2$ అనేది వర్గ సంఖ్య కంటే 5 తక్కువ.

NOT TO BE REPUBLISHED @KSTBC

6. ఒక సంఖ్యను 7 చే భాగించినపుడు 3 శేషం వస్తుంది మరియు మరొక సంఖ్యను 7 చే భాగించినపుడు 5 శేషం వస్తుంది. వాటి మొత్తం వ్యత్యాసం మరియు లబ్ధం 7 చే భాగించినపుడు ఎంత శేషం వస్తుంది?

7. మూడు వరుస సంఖ్యలను తీసుకొని, మధ్య సంఖ్య వర్గాన్ని మిగిలిన రెండు సంఖ్యల లబ్ధం నుండి తీసివేయండి. ఇదే పునరావృతం చేయండి. మీరు ఏ నమూనాను గమనించారు? మనం దీనిని బీజగణిత సమీకరణంగా ఎలా రాస్తాం? ఇది నిజమైన సర్వసమీకరణం అని సరి చూడడానికి సమీకరణం యొక్క రెండువైపులా విస్తరించండి.

8. క్రింది దశలను వివరించే బీజగణిత వ్యక్తీకరణ ఏమిటి?

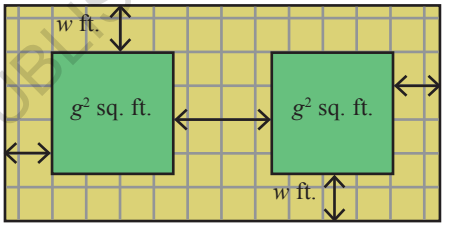
   ఏవైనా రెండు సంఖ్యలను దీన్ని రెండు సంఖ్యల మొత్తంలో సగంతో గుణించండి. ఈ ఫలితం రెండు సంఖ్యల మొత్తంలో సగం వర్గం అని నిరూపించండి.

9. ఏది పెద్దది? గుణలబ్ధాన్ని పూర్తి లెక్కించకుండానే కనుగొనండి.

   (i) 14×26 లేదా 16×24

   (ii) 25×75 లేదా 26×74

10. దొలిలో ఒక చిన్న ఉద్యానవనం రాబోతుంది. ప్లాన్ చిత్రంలో చూపబడింది. రెండు చదరపు ప్లాట్లు, ఒక్కొక్కటి g^2 చదరపు అడుగులు, ఆకుపచ్చరంగులో ఉంటాయి మిగిలిన ప్రాంతంలో అడుగు వెడల్పు గల నడక మార్గం దీనికి టైల్స్ వేయాలి టైల్స్ వేయాల్సిన ప్రాంతానికి సమాసాన్ని రాయండి.



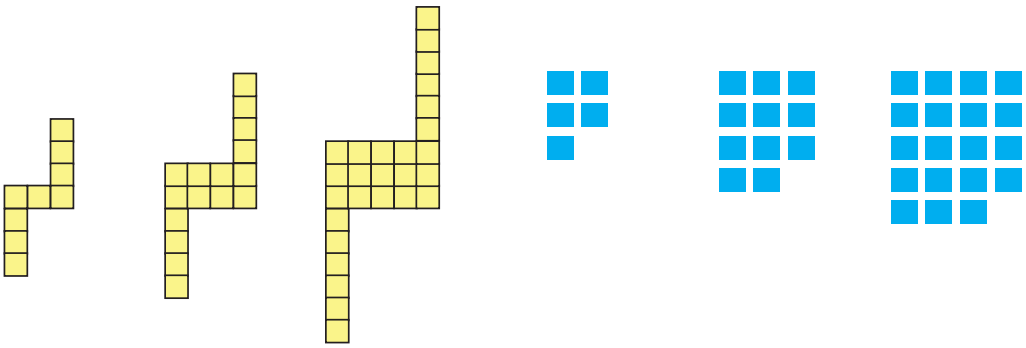
11. క్రింద చూపిన ప్రతి నమూనాకు

   (i) క్రమంలో తదుపరి బొమ్మను గీయండి.

   (ii) దశ 10లో ఎన్ని ప్రాథమిక యూనిట్లు ఉన్నాయి?

© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

(iii) దశ y లోని ప్రాథమిక యూనిట్ల సంఖ్యను వివరించడానికి ఒక సమాసాన్ని రాయండి. .



© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

సారాంశం

- ప్రతి దానిలో రెండు పదాలు కలిగిన రెండు సమాసాల గుణలబ్ధాన్ని కనుగొనడానికి విభాగ ధర్మాన్ని మనం పొడిగించవచ్చు. దీనికి సాధారణ రూపం $(a + b) \times (c + d) = ac + ad + bc + bd$
- ఈ సర్వసమీకరణంలో కొన్ని ప్రత్యేక సంధర్భాలను మనం చూసాం

  $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

  $(a – b)^2 = a^2 – 2ab + b^2$

  $(a + b)\,(a – b) = a^2 – b^2$
- విభిన్న నమూనాలను పరిగణించాం మరియు బీజగణితాన్ని ఉపయోగించి వాటిని ఎలా అర్థం చేసుకోవాలో అన్వేషించాం. తరచుగా ఒక సమస్యను పరిష్కరించడానికి మరియు అదే సరైన సమాధానాన్ని చేరుకోవడానికి అనేక మార్గాలు ఉంటాయని మనం చూసాం. ఒక సమస్యను సాధించడానికి మరియు పరిష్కరించడానికి వేర్వేరు పద్ధతులను కనుగొనడం అనేది ఒక సృజనాత్మక ప్రక్రియ.



''పజిల్ సమయం''

నాణెంల సంయోగం

ఎడమ వైపున చూపిన విధంగా ఒక త్రిభుంజంలో 10 నాణేలను అమర్చండి. ఒక సమయంలో ఒక నాణెంను కదిలించడం ద్వారా త్రిభుజాన్ని తలక్రిందులుగా చేయడం పని ఎన్ని కదలికలు అవసరం? కనీస కదలికల సంఖ్య ఎంత?

3 నాణేల త్రిభుజాన్ని ఒకే కదలికతో తలక్రిందులుగా చేయవచ్చు. మరియు 6 నాణేల త్రిభుజాన్ని 2 నాణేలను కదిలించడం ద్వారా త్రిప్పవచ్చు.



10 నాణెల త్రిభుజాన్ని కేవలం 3 కదలికలతో తిప్పవచ్చు మీరు ఎలా కనుగొన్నారా? 15 నాణేలు ఉన్న తదుపరి పెద్ద త్రిభుజాన్ని త్రిప్పడానికి అవసరమైన కనీస కదలికలను కనుగొనండి పెద్ద తిభుజ సంఖ్యల కోసం ప్రయత్నించండి.

అటువంటి త్రిభుజాకార అమరికకు అవసరమైన నాణెం కదలికల కనీస సంఖ్యను లెక్కించడానికి ఒక సులభమైన మార్గం ఉందా?

© NCERT NOT TO BE REPUBLISHED



7 అనుపాత హేతు బద్ధత – 1

PROPORTIONAL REASONING-1

R3L7F5

7.1 మార్పులో సారూప్యతను గమనించండం

మనందరికీ డిజిటల్ చిత్రాల గురించి తెలుసు, మన అవసరాలకు అనుగుణంగా ఈ చిత్రాల పరిమాణం మరియు విన్యాసాన్ని తరచుగా మారుస్తాం క్రింద ఉన్న చిత్రాల సమితిని గమనించండి.



చిత్రం A



చిత్రం B



చిత్రం C



చిత్రం D



చిత్రం E

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

అన్ని చిత్రాలు వేర్వేరు పరిమాణాలలో ఉన్నాయని మనం చూడవచ్చు.

? ఏ చిత్రాలు ఒకేలా కనిపిస్తున్నాయి? మరియు ఏవి భిన్నంగా కనిపిస్తున్నాయి? చిత్రాలు (A, C మరియు D) వేర్వేరు పరిమాణాలు కలిగి ఉన్నప్పటికీ ఒకేలా కనిపిస్తాయి.

? మిగతా మూడు చిత్రాల మాదిరిగా B మరియు E చిత్రాలున్నాయా?

కాదు, అవి కొద్దిగా వక్రీకరించబడ్డాయి. పులి B లో పొడవుగా కనిపిస్తుంది, మరియు E లో కుదింపబడి లావుగా కనిపిస్తుంది!

? ఎందుకు

A, C, మరియు D చిత్రాలు దీర్ఘ చతురస్రాకారంలో ఉన్నాయని మీరు గమనించవచ్చు కానీ E చతురస్రం. బహుశా అందుకే E భిన్నంగా కనిపిస్తుంది. కానీ B కూడా ఒక దీర్ఘ చతురస్రం! ఇది ఇతర దీర్ఘ చతురస్రాకార చిత్రాల కంటే ఎందుకు భిన్నంగా కనిపిస్తుంది.

ఈ ప్రశ్నకు సమాధానం ఇవ్వడానికి ఏదైనా నమూనాను మనం గమనించగలమా? బహుశా దీర్ఘ చతురస్రాలను కొలవడం ద్వారా?



చిత్రం	వెడల్పు (మి.మీలో)	ఎత్తు (మి.మీలో)
చిత్రం A	60	40
చిత్రం B	40	20
చిత్రం C	30	20
చిత్రం D	90	60
చిత్రం E	60	60

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

? A, C, మరియు D చిత్రాలు ఒకేలా, మరియు B మరియు E చిత్రాలు భిన్నంగా కనిపించేలా చేసేది ఏమిటి?

చిత్రం A ని C తో పోల్చినపుడు, C యొక్క వెడల్పు A యొక్క సగం అని మనం గమనించవచ్చు. ఎత్తు కూడా A లో సగం. ఈ సందర్భంలో వెడల్పు మరియు ఎత్తు ఒకే కారణాంకం ద్వారా (గుణకారం) ద్వారా ఈ సందర్భంలో సగం. వెడల్పులు మరియు ఎత్తులు ఒకే కారణాంకం ద్వారా మారినందుకు చిత్రాలు ఒకేలాగా కనిపిస్తాయి.

చిత్రం A ని చిత్రం B తో పోల్చినపుడు, B యొక్క వెడల్పు A కంటే 20 mm తక్కువగా ఉండటం మనం గమనించవచ్చు. ఎత్తు కూడా A ఎత్తు కంటే 20 mm తక్కువగా ఉంటుంది. వ్యత్యాసం తీసివేత ద్వారా ఒకేలా ఉన్నప్పటికీ, చిత్రాలు భిన్నంగా కనిపిస్తాయి. వెడల్పు మరియు ఎత్తు ఒకే కారణాంకంతో మార్చబడ్డాయా B యొక్క ఎత్తు A యొక్క సగం ఎత్తు. కానీ B వెడల్పు మరియు ఎత్తులు ఒకే కారణాంకంతో మారలేదు కాబట్టి, చిత్రాలు భిన్నంగా కనిపిస్తాయి.

? చిత్రం A తో పోలిస్తే చిత్రం D యొక్క వెడల్పు మరియు ఎత్తు ఏ కారణాంకం ద్వారా మారుతుందో మీరు తనిఖీ చేయగలరా?కారణాంకాలు ఒకేలా ఉన్నయా?

A, C, D చిత్రాలు ఒకే విధంగా కనిపిస్తాయి ఎందుకంటే వాటి వెడల్పులు మరియు ఎత్తులు ఒకే కారణాంకం ద్వారా మారాయి. వాటి వెడల్పులు మరియు ఎత్తులలో మార్పులు అనుపాతంలో ఉంటాయని మనం చెపుతాం.

7.2 నిష్పత్తులు

గణితంలో అటువంటి అనుపాత సంబంధాలను సూచించడానికి మనం నిష్పత్తి భావనను ఉపయోగిస్తాం.

చిత్రం A యొక్క వెడల్పు మరియు ఎత్తు నిష్పత్తి ఎంత అని మనం చెప్పవచ్చు.

60 : 40.

60 మరియు 40 సంఖ్యలను నిష్పత్తి యొక్క పదాలు అంటాం.

చిత్రం C యొక్క వెడల్పు మరియు ఎత్తు నిష్పత్తి 30 : 20 మరియు చిత్రం D యొక్క నిష్పత్తి 90 : 60.

$a : b$ రూపంలో, మొదటి పరిమాణంలోని ప్రతి 'a' యూనిట్లకు రెండవ పరిమాణంలోని 'b' యూనిట్లు ఉన్నాయని మనం చెప్పవచ్చు.

కాబట్టి, చిత్రం A లో, ప్రతి 60 mm వెడల్పుకు, 40 mm ఎత్తు ఉంటుందని మనం చెప్పగలం.

చిత్రాల A, C, మరియు D యొక్క వెడల్పు మరియు ఎత్తుల నిష్పత్తులు అనుపాతంలో ఉంటాయని మనం చెప్పవచ్చు ఎందుకంటే ఈ నిష్పత్తుల, పదాలు ఒకే కారణాంకంతో మారుతాయి కాబట్టి అవి అనుపాతంలో ఉంటాయి ఎలాగో చూద్దాం.

చిత్రం A — 60 : 40

రెండు పదాలను $\frac{1}{2}$, చే గుణిస్తే

$60 \times \frac{1}{2} : 40 \times \frac{1}{2}$ వస్తుంది

చిత్రం C లో వెడల్పు మరియు ఎత్తు నిష్పత్తి 30 : 20

? 90 : 60 (చిత్రం D)? పొందడానికి 60 : 40 (చిత్రం A) నిష్పత్తిని ఏ కారణాంకంతో గుణించాలి?

నిష్పత్తులు అనుపాతంలో ఉన్నాయో లేదో పోల్చడానికి మరింత క్రమమైన పద్ధతి ఏమిటంటే వాటిని వాటి సరళమైన రూపానికి తగ్గించి, ఈ సరళమైన రూపాలు ఒకే విధంగా ఉన్నాయో లేదో చూడడం.

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

7.3 నిష్పత్తులు వాటి సరళమైన రూపంలో

పదాలను వాటి గ.సా.ప్ర ద్వారా భాగించడం ద్వారా మనం నిష్పత్తులను వాటి సరళమైన రూపానికి తగ్గించవచ్చు.

చిత్రం A లో, పదాలు 60 మరియు 40. 60 మరియు 40 ల గ.సా.ప్ర ఎంత? ఇది 20, పదాలను 20 చే భాగిస్తే, చిత్రం A యొక్క నిష్పత్తి దాని సరళమైన రూపంలో 3 : 2 వస్తుంది.

చిత్రం D నిష్పత్తి 90 : 60. రెండు పదాలను 30 (90, 60 ల గ.సా.ప్ర) సరళ రూపం 3 : 2 వస్తుంది. చిత్రాలు A మరియు D ల నిష్పత్తులు అనుపాతంలో ఉంటాయి.

చిత్రాలు B మరియు E నిష్పత్తుల సాధారణ రూపమేమి?

చిత్రంB నిష్పత్తి 40 : 20 దీని సరళరూపం 2 : 1.

చిత్రం E నిష్పత్తి 60 : 60 దీని సరళ రూపం 1 : 1.

ఈ నిష్పత్తులు 3 : 2 కి సమానం కావు. కాబట్టి చిత్రాల A, C మరియు D నిష్పత్తులు చిత్రాలు వెడల్పునుండి ఎత్తు B మరియు E నిష్పత్తులకు అనులోమాను పాతంలో ఉన్నాయని మనం చెప్పవచ్చు.

> రెండు నిష్పత్తులు వాటి సరళమైన రూపాల్లో ఒకేలా ఉన్నప్పుడు ఆ నిష్పత్తులు అనుపాతంలో ఉన్నాయని మనం చెపుతాము అందువల్ల $a : b :: c : d$ అనేది $a : b$ మరియు $c : d$ నిష్పత్తులు అనుపాతంలో ఉన్నాయని సూచిస్తుంది.

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

అందువల్ల

60 : 40 :: 30 : 20 మరియు 60 : 40 :: 90 : 60.

7.4 అనుపాత తార్కికంతో సమస్యసాధన

ఉదాహరణ 1: 3 : 4 మరియు 72 : 96 నిష్పత్తులు అనుపాతంలో ఉన్నాయా?

3 : 4 అనేది ఇప్పటికే దాని సరళరూపంలో ఉంది.

72 : 96 సరళరూపం కనుగొనడానికి రెండు పదాలను వాటి గ.సా. ప్రతో భాగించాలి.

72 మరియు 96 ల.గ.సా. ప్ర ఎంత?

72 మరియు 96 ల గ.సా. ప్ర 24 రెండు పదాలను 24 చే భాగిస్తే 3 : 4 వస్తుంది.

అందువల్ల రెండు నిష్పత్తులు వాటి సరళరూపంలో ఒకే విధంగా ఉన్నాయి అందువల్ల అవి అనుపాతంలో ఉన్నాయి.

ఉదాహరణ 2: కేసాంగ్ ఒక వేడుక కోసం నిమ్మరసం తయారు చేయాలను కుంది. ఆమె ఒక పాత్రలో 6 గ్లాసుల నిమ్మరసం తయారు చేయాలను కుంది. ఆమె ఒక పాత్రలో 6 గ్లాసుల నిమ్మరసం తయారు చేసి, ఆ పానీయానికి 10 చెంచాల చెక్కెర కలిపింది. ఆమె తండ్రి వేడుకకు ఎక్కువ మంది వస్తారని ఆశించాడు అందువల్ల అతను ఆమెను మరో 18 గ్లాసుల నిమ్మరసం తయారు చేయమని అడిగాడు. అదే తీపితో నిమ్మరసం తయారు చేయడానికి, ఆమె ఎన్ని చెంచాల చక్కెర జోడించాలి?

అదే తీపిని కొనసాగించడానికి, ఎన్ని గ్లాసుల నిమ్మరసం మరియు ఎన్ని చెంచాల చక్కెర నిష్పత్తి అనుపాతంలో ఉండాలి. 6 గ్లాసుల నిమ్మరసం కోసం, ఆమె 10 చెంచాల చక్కెరను కలిపింది.



గ్లాసుల నిమ్మరసం మరియు చెంచాల చక్కెర నిష్పత్తి 6 : 10. ఆమె ఇంకా 18 గ్లాసుల నిమ్మరసం, తయారు చేయాల్సివస్తే, ఆమే ఎన్ని చెంచాల చక్కెరను ఉపయోగించాలి? మనం ఈ సమస్యను ఈ విధంగా చెయవచ్చు.

$$6 : 10 :: 18 : ?$$

నిష్పత్తులు అనుపాతంలో ఉండాలంటే, నిష్పత్తిలోని ప్రతి పదం ఒకే కారణాంకం ద్వారా మారాలని మనకు తెలుసు. నిష్పత్తిలో మార్పు కారణాంకాన్ని మనం ఎలా కనుగొనగలం?

నిష్పత్తిలో మార్పు కారణాంకాన్ని మనం ఎలా కనుగొనగల?

మొదటి పదం 6 నుండి 18కి పెరిగింది. మార్పు కారణాంకాన్ని కనుగొనడానికి, మనం 18ని 6తో భాగించి 3ను పొందవచ్చు.

రెండవ పదం కూడా అదే కారణాంకాం మారాలి 10, 3 కారణాంకాన్ని పరిగినపుడు అది 30 అవుతుంది అందువలన

$$6 : 10 :: 18 : 30.$$

కాబట్టి, ఆమె 30 చెంచాల చక్కెరను ఉపయోగించి 18 గ్లాసుల నిమ్మరసం మునుపటిలాగే తీపిగా తయారు చేయాలి.

ఉదాహరణ 3: నితిన్ మరియు హరి చుట్టూ కాంపౌండ్‌వాల్ నిర్మిస్తున్నారు. నితిన్ 60 అడుగుల పొడవైన వైపును, హరి 40 అడుగుల వైపును నిర్మిస్తున్నాడు. నితిన్ 3 బస్తాల సిమెంట్ ఉపయోగించాడు కానీ హరి 2 బస్తాల సిమెంట్ మాత్రమే ఉపయోగించాడు. ఆమె తక్కువ ఉపయోగించి నిర్మించిన గోడ తాను నిర్మించిన గోడ అంత బలంగా ఉండదని నితిన్ ఆందోళన చెందాడు.

@KTBS NOT TO BE PUBLISHED

? నితిన్ ఆలోచన సరైనదేనా?

నితిన్ మరియు హరి విషయంలో, మనం గోడ పొడవుల నిష్పత్తిని ఉపయోగించిన సిమెంట్ సంచులతో పోల్చి, అనుపాతంలో ఉన్నాయో లేదో చూడాలి.

నితిన్ సందర్భంలో నిష్పత్తి 60 : 3, అంటే 20 : 1 (ఇది సరళ రూపంలో).

హరి సందర్భంలో నిష్పత్తి 40 : 2, అంటే 20 : 1 (ఇది సరళ రూపములో).

రెండు నిష్పత్తులు అనుపాతంలో ఉన్నందువల్ల గోడలు సమాన దృడంగా ఉంటాయి. నితిన్ ఆందోళన చెందనవసరం లేదు.

? **ఉదాహరణ 4:** ఒక పాఠశాలలో 5 గురు ఉపాధ్యాయులు మరియు 170 మంది విద్యార్థులు ఉన్నారు. పాఠశాలలో ఉపాధ్యాయులకు విద్యార్థులకు మధ్య నిష్పత్తి 5 : 170 పాఠశాలలో ఉపాధ్యాయులు మరియు విద్యార్థుల సంఖ్యను లెక్కించండి. మీ పాఠశాలలో ఉపాధ్యాయులకు విధ్యార్థుల మధ్య నిష్పత్తి ఎంత? దానిని క్రింద రాయండి.

_____ : _____

? మీ పాఠశాలలోని ఉపాధ్యాయ – విద్యార్థి నిష్పత్తి మా పాఠశాలలోని దానికి అనులోమానుపాతంలో ఉందా?

? **ఉదాహరణ 5:** మీ తరగతి గదిలోని బ్లాక్‌బోర్డు వెడల్పు మరియు ఎత్తు (సమీప సెం.మీ వరకు) కొలవండి. బ్లాక్ బోర్డు వెడల్పు మరియు ఎత్తుల నిష్పత్తి ఎంత?

_____ : _____

? మీ నోట్‌బుక్‌లో వెడల్పు మరియు ఎత్తు బ్లాక్‌బోర్డు నిష్పత్తికి అనులోమానుపాతంలో ఉంటే దీర్ఘ చతురస్రాన్ని గీయగలరా?

గణిత చర్చ

? మీరు గీసిన దీర్ఘ చతురస్రాన్ని మీ క్లాస్‌మేట్స్ గీసిన వాటితో పోల్చండి. అవన్నీ ఒకేలా కనిపిస్తున్నాయా

ఉపాధ్యాయునికి గమనిక : విద్యార్థులు అర్థం చెసుకోగలిగే మరిన్ని ఉదాహరణలను ఇవ్వండి. వారు అడగ గలిగే ఉదాహరణలివ్వండి. వారు సరైనవి అని ఎందుకను కుంటున్నారో కారణాలను వారికి తెలియజేయాలి సమస్యను పరిష్కరించడానికి అభ్యాస విధానాలు మరియు తార్కిక విధానాలను అనుసరించాలి.

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

ఉదాహరణ 6: నీలిమకు 3 సంవత్సరాల వయస్సు ఉన్నప్పుడు, ఆమె తల్లి వయస్సు ఆమె వయస్సుకు 10 రెట్లు. నీలిమ వయస్సు ఆమె తల్లి వయస్సుకు నిష్పత్తి ఎంత? నీలిమకు 12 సంవత్సరాల వయస్సు ఉన్నప్పుడు వారి వయస్సుల నిష్పత్తి ఎంత? అది అలాగే ఉంటుందా?

నీలిమకు 3 సంవత్సరాల వయస్సు ఉన్నప్పుడు నీలిమ వయస్సు, ఆమె తల్లి వయస్సు నిష్పత్తి 3 : 30 (నీలిమ వయస్సుకు 10 రెట్లు ఆమె తల్లి వయస్సు) సరళరూపంలో 1 : 10.

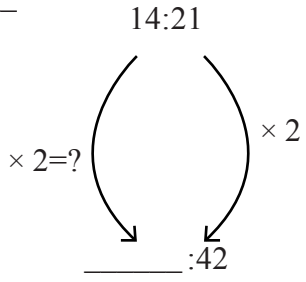
నీలిమకు 12 సంవత్సరాల వయస్సు (అంటే 9 సం. తర్వాత) ఉన్నప్పుడు వారి వయస్సుల నిష్పత్తి 12 : 39 (9 సంవత్సరాల తర్వాత ఆమె తల్లి వయస్సు 39 సంవత్సరాలు. సరళ రూపంలో 4 : 13.

నిష్పత్తిలోని పదాలకు సమాన సంఖ్యను కూడడం (లేదాతీసివేయడం) ద్వారా నిష్పత్తి మారుతుంది మరియు మూల నిష్పత్తికి ఇవి అనుపాతంలో ఉండ నవసరం లేదు.

ఉదాహరణ 7: 14 : 21 నిష్పత్తికి అనుపాతంలో ఉండే సంఖ్యలతో క్రింది ఖాళీలను పూరించండి.

_____ : 42 6 : _____ 2 : _____

మొదటి నిష్పత్తిలో మనకు మొదటి పదం తెలీదు, కానీ రెండవ పదం 42. ఇది 14 : 21 నిష్పత్తిలో రెండవ పదం 2 రెట్లు. అందువల్ల మొదటి పదం 14 యొక్క 2 రెట్లుండాలి. అందువల్ల అనుపాత నిష్పత్తి 28 : 42. రెండవ నిష్పత్తిలో మొదటి పదం 6.



ఏ కారణాంకంతో 14 ను గుణిస్తే 6 వస్తుంది? ఇది పూర్ణసంఖ్యనా? లేక భిన్నమా?

దీనిని ఈ విధంగా చేస్తాం $14y = 6$. అందువలన $y = \frac{6}{14} = \frac{3}{7}$.

అందువల్ల 21 ని మనం (14 : 21 లో రెండవ పదం) అదే కారణాంకం $\frac{3}{7}$. చే గుణించాలి.

$21 \times \frac{3}{7}$ నిష్పత్తి 6 : 9

మూడవ నిష్పత్తిలో మొదటి పదం 2

14 ను (14 : 21 లో మొదట పదం) 7 చే భాగిస్తే మనం 2 ను పొందవచ్చు (14 మరియు 21 ల.గ.సా.ప)

21ని 7చే భాగిస్తే మనకు 3 లభిస్తుంది నిష్పత్తి 2 : 3

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

ఫిల్టర్ కాఫీ!



కాఫీ డికాషన్‌ను పాలతో కలిపి తయారు చేసే పానీయం ఫిల్టర్ కాఫీ.

మంజునాథ్ సాధారణంగా తన అంగడిలో 15 మి.లీ. కాఫీ డికాషనకు 35 మి.లీ. పాలను కలిపి ఒక కప్ ఫిల్టర్ కాఫీని తయారు చేస్తారు.

ఈ సందర్భంలో కాఫీ డికాషన్ మరియు పాల నిష్పత్తి 15 : 35.

కొనుగోలు దారుడు స్ట్రాంగ్ ఫిల్టర్ కాఫీ కోరితే మంజునాథ్ 20 మి.లీ. ల డికాషన్‌కు 30 మి.లీ. ల పాలను కలుపుతాడు. ఇక్కడ నిష్పత్తి 20 : 30

గణిత చర్చ

? ఎందువల్ల కాఫీ స్ట్రాంగ్‌గా ఉంది?

పలుచటి కాఫీ కోరితే అతను 10 మి.లీ. కాఫీకి 40 మి.లీ. పాలు కలుపుతాడు అపుడు నిష్పత్తి 10 : 40.

? ఎందువల్ల కాఫీ పలుచగా ఉంది?

గణిత చర్చ



© DIETS NOT TO BE REPUBLISHED

క్రింది పట్టికలో వివిధ నిష్పత్తుల్లో మంజునాథ్ కాఫీ డికాషన్, పాలు కలపడాన్ని చూపబడింది. చివరి వరుసలో కాఫీ చిక్కనది, పలుచనిది లేదా సాధారణం రాయండి.

కాఫీడికాషన్ (మి.లీ. లలో)	పాలు(మి.లీ. లలో)	సాధారణ/చిక్కనిది / పలుచనిది
300	600	
150	500	
200	400	
24	56	
100	300	

? దీన్ని గుర్తించండి.

1. సరైన అనుపాతం గల వాటికి వృత్తాన్ని గీయండి.

(i)	4 : 7 :: 12 : 21	(ii)	8 : 3 :: 24 : 6
(iii)	7 : 12 :: 12 : 7	(iv)	21 : 6 :: 35 : 10
(v)	12 : 18 :: 28 : 12	(vi)	24 : 8 :: 9 : 3

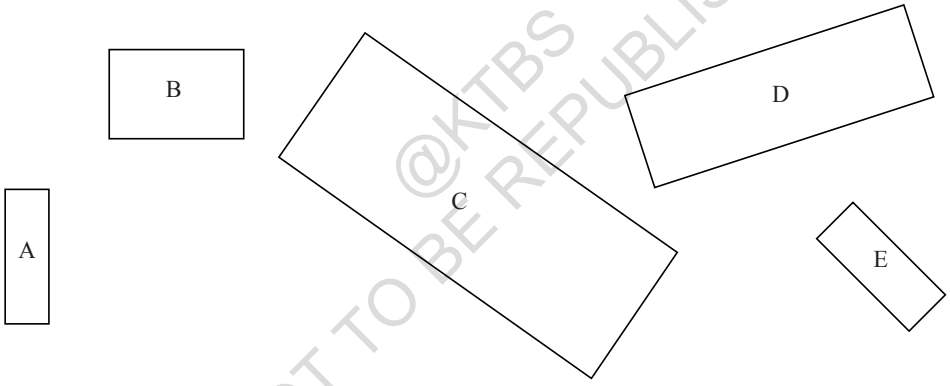
2. 4 : 9 కి అనుపాతంలో ఉండే 3 నిష్పత్తులు ఇవ్వండి.

_____ : _____ _____ : _____ _____ : _____

3. 18 : 24 కు అనుపాతంలో గల నిష్పత్తులలో వదిలిన సంఖ్యను రాయండి.

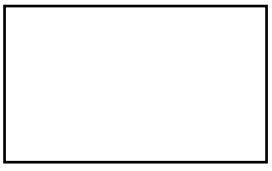
3 : _____ 12 : _____ 20 : _____ 27 : _____

4. క్రింది దీర్ఘ చతురస్రాలను చూడండి. ఏ దీర్ఘ చతురస్రం ఒక దానికొకటి సరూపంగా ఉంది? మీరు దీనిని వాటి పొడవు, వెడల్పులను స్కేలుతో కొలిచి నిష్పత్తులను పోల్చడం ద్వారా సరి చూడండి.



@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

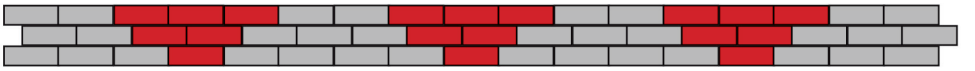
5. క్రింది దీర్ఘ చతుర స్రాన్ని చూడండి. దీని పొడవు, వెడల్పు నిష్పత్తికి సమానమైన చిన్న దీర్ఘ చతురస్రం, పెద్ద దీర్ఘ చతురస్రాలను మీ నోటు పుస్తకంలో గీయగలరా? మీ దీర్ఘ చతురస్రాలను మీ సహాధ్యాయుల దీర్ఘ చతురస్రాలతో పోల్చండి.



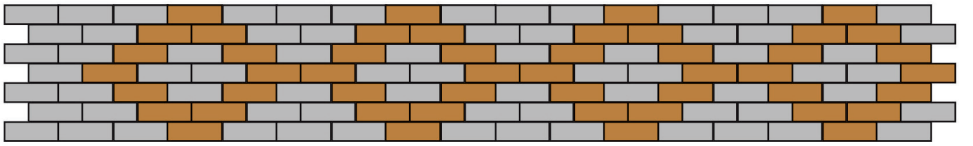
గణిత చర్చ

6. క్రింది చిత్రంలో ఒక పెద్ద ఇటుక గోడలో కొద్ది భాగం రంగుల ఇటుకలతో నమూనాలు తయారు చేయ బడింది. ప్రతి గోడ ఈ నమూనా కొనసాగించ బడినది. బూడిదరంగు ఇటుకలకు, రంగుల ఇటుకలకు గల నిష్పత్తి ఎంత? సరళ రూపంలో వాటి నిష్పత్తులను ఇవ్వడానికి ప్రయత్నించండి.

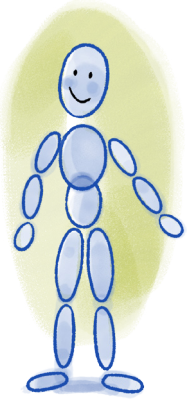
(a)



(b)



7. కొన్ని మానవ ఆకారాల చిత్రాలు గీద్దాం. మీ స్నేహితుల తల, మొండెం, కాళ్ళు, చేతుల పొడవులు కొలిచి క్రింద చూపిన విధంగా నిష్పత్తులు రాయండి.



(a) తల : మొండెం

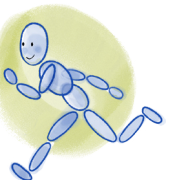
(b) _____ : _____

(c) మొండెం : చేతులు

(d) _____ : _____

(e) మొండెం : కాళ్ళు

(f) _____ : _____





@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

ఇప్పుడు పై నిష్పత్తులకు సమానమైన తల, మొండెం, కాళ్ళు, చేతులతో చిత్రాలు గీయండి.

? నిష్పతులు అనుపాతంలో ఉంటే రేఖాచిత్రాలు చూడడానికి సహజంగా ఉన్నాయా? ఎందుకు? ఎందుకు కాదు?



గమనిక: ఈ అన్ని కార్యాచరణాలలో ఎందువల్ల వారి రేఖా చిత్రాలు అనుపాతంలో ఉన్నాయని కారణాలు చర్చించడానికి విద్యార్థులను ప్రోత్సహించండి.

త్రైరాసిక – మూడు నియమాలు

ఉదాహరణ 8 : 120 మంది విద్యార్థులు ఉన్న పాఠశాలలో మధ్యాహ్న భోజనం కోసం వంటవాడు 15 kg ల అన్నం వండుతాడు. వర్షాకాలంలో కేవలం 80 మంది విద్యార్థులు మాత్రమే స్కూలుకు వస్తారు. ఆహారం వృధా కాకుండా ఉండటానికి వంటవాడు ఎంత అన్నం వండాలి?

విద్యార్థుల సంఖ్యకు అవసరమైన బియ్యం నిష్పత్తి అనుపాతంలో ఉంటుంది.

కావున 120 : 15 :: 80 : ?

మొదటిపదంలో మార్పు కారణాంకం ఏమిటి?

దానిని మనం పదాలను భాగించడం ద్వారా కనుగొనగలం $\frac{80}{120} = \frac{2}{3}$.

$\frac{2}{3}$ కారణాంకంతో గుణించడం ద్వారా విద్యార్థుల సంఖ్యను కనుగొనవచ్చు.

అదే కారణాంకంతో బియ్యం బరువును గుణించడం ద్వారా

$$15 \times \frac{2}{3} = 10.$$

అందువల్ల వంటవాడు ఆరోజు 10 kg బియ్యాన్ని వండాలి.

అనుపాత తార్కికాన్ని ఉపయోగించి సమస్యను సాధించడానికి పై సందర్భం ఒక విలక్షణమైన ఉదాహరణ. నాలుగు పరిమాణాలు అనుపాతంలో అనుసంధానించబడి ఉంది. వీటిలో మూడు తెలిసినవి మరియు మనం నాల్గవ తెలియని పరిమాణాన్ని కనుగొనాలి.

అటువంటి సమస్యలను పరిష్కరించడానికి, మనం $a : b :: c : d$ వంటి బీజగణిత సంజ్ఞామానాన్ని ఉపయోగించి రెండు అనుపాత నిష్పత్తులను నమూనా చేయవచ్చును.

ఈ రెండు నిష్పత్తులు అనుపాతంలో ఉండాలంటే c అనేపదం a అనే పదం యొక్క గుణకం ఉదాహరణకు f అనే కారణాంకం మరియు d అనే పదం b యొక్క గుణకార కారణాంకం f అనే పదం యొక్క గుణకం అని మనకు తెలుసు

$$c = fa \quad ...(1)$$
$$d = fb \quad ...(2)$$

© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

(1) మరియు (2) లనుండి

$$f = \frac{c}{a} \text{ మరియు } f = \frac{d}{b}.$$

$$\therefore \frac{c}{a} = \frac{d}{b}.$$

ఇరువైపులా ab చే గుణిస్తే

$$ab \times \frac{c}{a} = ab \times \frac{d}{b}$$

$$\cancel{a}b \times \frac{c}{\cancel{a}} = a\cancel{b} \times \frac{d}{\cancel{b}}$$

$$bc = ad \text{ లేదా } ad = bc$$

అందువల్ల $a : b :: c : d$ అయితే $ad = bc$ అగును. దీనిని పదాల యొక్క అడ్డగుణకారం అంటారు.

కావున $ad = bc$, $d = \frac{bc}{a}$ అనిమనం చూపవచ్చు

రెండు నిష్పత్తులు అనుపాతంలో ఉంటే వాటి పదాల అడ్డగుణకారం సమానం. తెలియని నాల్గవ పరిమాణాన్ని అటువంటి అడ్డగుణకారం ద్వారా కనుగొనవచ్చును.

ప్రాచీన భారతంలో, ఆర్యభట్ట (199 CE) మరియు ఇతరులు ఇటువంటి అనుపాత సమస్యలను మూడు సమస్యల నియమం అని పిలిచారు. ప్రమాణం (మా విషయంలో కొలత 'a'), ఫలా (మా విషయంలో'b') మరియు ఇచ్ఛ (మా విషయంలో అభ్యర్థన 'c') ఇచ్చిన మూడు సంఖ్యలున్నాయి. ఇచ్ఛాఫలా (మా విషయంలో దిగుబడి 'd') ను కనుగొనడానికి ఆర్యభట్ట ఇలా అంటాడు.

''ఫలాను, ఇచ్ఛతో గుణించి, ఫలిత గుణలబ్ధాన్ని ప్రమాణంతో భాగించాలి'

మరో మాటలో చెప్పాలంటే ఆర్యభట్ట ఇలా అంటాడు.

ప్రమాణ : ఫల : : ఇచ్ఛ : ఇచ్ఛాఫల

$\therefore$ ప్రమాణ $\times$ ఇచ్ఛాఫల = ఫల $\times$ ఇచ్ఛా

అందువల్ల ఇచ్ఛాఫల = $= \frac{\text{ఫల} \times \text{ఇచ్ఛాఫల}}{\text{ప్రమాణ}}$.

ఆర్యభట్ట ప్రతిపాదించిన అడ్డగుణకార పద్ధతినుపయోగించి ప్రాచీన భారతీయులు అనుపాతానికి సంబంధించిన సంక్లిష్ట సమస్యలను సాధించేవారు.

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

ఉదాహరణ 9: ఒక కారు 150 నిముషాలు 90 km ప్రయాణిస్తుంది. ఇదే వేగంతో ప్రయాణిస్తే 4 గంటల్లో ఎంత దూర ప్రయాణిస్తుంది?

$$150 : 90 :: 4 : ?$$

ప్రశ్నను రూపొందించడానికి ఇది సరైన మార్గమేనా?

కాదు, ఎందుకంటే 150 నిముషాల్లో ఉంది, 4 గంటల్లో ఉంది. రెండవ నిష్పత్తిలో, మొదటి నిష్పత్తిలో ఉన్న అదే యూనిట్లను సమయానికి ఉపయోగించాలి. 4 గంటలకు 240 నిముషాలు కావున సరైన రూపం.

$$150 : 90 :: 240 : ?$$

240 నిముషాల్లో ప్రయాణించిన దూరాన్ని మీరు ఎలా కనుగొంటారు?

మీ తరగతి విద్యార్థులతో చర్చించి వ్యూహాలను ఉపయోగించి సమాధానాన్ని కనుగొనండి.

ఉపాధ్యాయులకు గమనిక : దూరం సమస్యను సాధించడానికి ఒకే పద్ధతిని ఇవ్వడానికి బదులు, విభిన్న వ్యూహాలను ఉపయోగించి సమాధానాన్ని రాబట్టడానికి విద్యార్థులను ప్రోత్సహించండి. వారు సమాన భిన్నాలు మరియు సమాన నిష్పత్తులను అర్థం చేసుకుని జవాబు కనుగొనగలరు.

@KTE NOT TO BE REPUBLISHED

మనం అనుపాతాన్ని ఈ విధంగా రాస్తాం

$$150 : 90 :: 240 : x.$$

అడ్డ గుణకారం ద్వారా

$$150 \times x = 240 \times 90 \text{ లభిస్తుంది}$$

$$\therefore \quad x = \frac{240 \times 90}{150}.$$

$$= \frac{\overset{48}{\cancel{240}} \times \overset{3}{\cancel{90}}}{\underset{5}{\cancel{150}}} = 144.$$

$$1$$

4 గంటల్లో కారు ప్రయాణించే దూరం144 km.

ఉదాహరణ 10: హిమాచల్ ప్రదేశ్‌లో ఒక చిన్న రైతు 200 g టీ ప్యాకెట్‌ను ₹200 లకు అమ్ముతాడు. మేఘాలయలో ఒక పెద్ద ఎస్టేట్‌లో 1 kg టీ ప్యాకెట్ ₹800 లకు అమ్ముతారు రెండు ప్రాంతాల్లో తూకము – ధరల నిష్పత్తి అనుపాతంలో ఉందా? ఏ టీ ఎక్కువ ఖరీదైనది?

హిమాచల్‌లో టీ బరువు, ధర నిష్పత్తి 200 : 200.

మేఘాలయ టీ బరువు, ధర నిష్పత్తి ఎంత? అది 1 : 800?

ఇది సరైనది కాదు. ఎందుకటే హిమాచల్ విషయంలో మనం బరువును గ్రాములలో పరిగణించాం. కాబట్టి మేఘాలయలో బరువును గ్రాములుగా మార్చిన తర్వాత బరువు, ధరల నిష్పత్తి 1000 : 800 నిష్పత్తులు అనుపాతంలో ఉన్నాయో లేదో తనిఖీ చేయడానికి రెండు నిష్పత్తులను వాటి సరళరూపాల్లో ఒకెలా ఉన్నాయో లేదో మనం చూడాలి.

హిమాచల్‌లో టీ నిష్పత్తి దాని సరళమైన రూపంలో 1 : 1.

మేఘాలయా టీ నిష్పత్తి దాని సరళమైన రూపంలో 5 : 4.

నిష్పత్తులు ఆనుపాతంలో లేవు

? ఏ టీ ఖరీదైనది? ఎందుకు?

ఉపాధ్యాయునికి గమనిక : ఖరీదైన టీ గురించి చర్చను ప్రోత్సహించండి. వారు తమ నిర్ణయాలకు ఎలా వచ్చారు మరియు ఆ టీ ఖరీదైనదిగా ఉండటానికి కారణాలు ఏమిటి?

ఏ టీ ఖరీదైనది అని చెప్పడానికి రెండు చోట్ల ఒకే బరువు ఉన్న టీ ధరను పోల్చాలి.

మేఘాలయలో 1 kg టీ ధర ఎంత? ₹ 800.

హిమాచల్‌లో 200 g టీ ధర ₹ 200 అయితే 1 kg టీ ఎంత?

1 kg టీ ఖరీదు x రూపాయలు అనుకొందాం $200\text{ g} = \frac{1}{5}$ of 1 kg.

$$\frac{1}{5} \times x = 200.$$

ఇరువైపుల 5 చే గుణించగా

$$\frac{1}{5} \times x \times 5 = 200 \times 5$$
$$\frac{1}{\cancel{5}} \times x \times \cancel{5} = 1000$$
$$x = 1000.$$

మేఘాలయలో 1 kg టీ ₹800, హిమాచల్‌లో ₹1,000

∴ హిమాచల్ టీ ఖరీదైనది

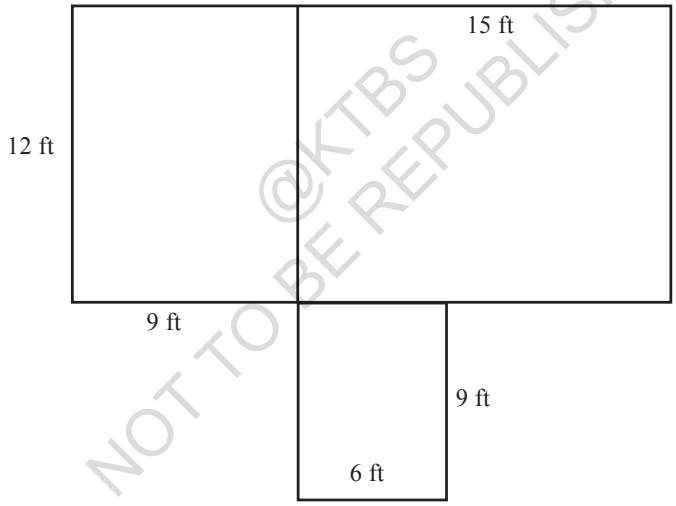
NOT TO BE REPUBLISHED @KTBS

కార్యాచరణం 1 : మీకు ఇష్టమైన వంటకాన్ని తీసుకోండి. మీ కుటుంబానికి వంట చేయడానికి అవసరమైన అన్ని పదార్థాలు మరియు వాటి పరిమాణాలను కనుగొనండి. మీరు ఒక పండుగ జరుపుకుంటున్నారని అనుకుందాం. మీరు 15 మంది అతిథులను ఆహ్వానించాలని అనుకుంటున్నారు. వారికి అదే వంటకం వండటానికి అవసరమైన పదార్థాల పరిమాణం కనుగొనండి.

దీన్ని గుర్తించండి/కనుగొనండి

1. భూమి ఒక సంవత్సరంలో సూర్యుని చుట్టూ దాదాపు 940 మిలియన్ కిలో మీటర్లు ప్రయాణిస్తుంది. ఒక వారంలో ఎన్ని కిలో మీటర్లు ప్రయణిస్తుంది?

2. ఒక తాపీ మేస్త్రీ రేఖా చిత్రంలో చూపిన ఆకారంలో ఇల్లు నిర్మిస్తునాడు. అతను బయట గోడలు మరియు లోపలి గోడ రెండింటిని నిర్మించాలి. అది రెండు గదులను వేరు చేస్తుంది. 10 అడుగుల గోడ నిర్మించడానికి అతనికి దాదాపు 1450 ఇటుకలు అవసరం. ఇల్లు నిర్మించడానికి అతనికి ఎన్ని ఇటుకలు అవసరం? అన్ని గోడలు ఒకే ఎత్తు, ఒకే మందంతో ఉన్నాయని అనుకుందాం.

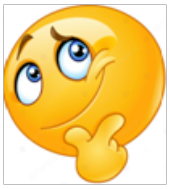


@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

పునీత్ తండ్రి లక్నో నుండి కాన్పూర్ కు 50 కి.మి./గం. వేగంతో తన మోటార్ సైకిల్‌లో 2 గంటలలో ప్రయాణించాడు. అతను 75 కి.మీ/గం వేగంతో డ్రైవ్ చేస్తే కాన్పూర్ చేరుకోవడానికి ఎంత సమయం పడుతుంది? ఈ సమస్యను మనం నిష్పత్తిగా రూపొందించగలమా



$$50 : 2 :: 75 : \_\_$$



పునీత్ తండ్రి కాన్పూర్ వెళ్ళడానికి ఎక్కువ సమయం పడుతుందా లేదా తక్కువ సమయం పడుతుందా? ఆలోచించండి.

ఈ సమస్య మునుపటి సమస్యల మాదిరిగానే కనిపించి నప్పటికీ, మూడు నియమాన్ని ఉపయోగించి దీనిని పరిష్కరించలేము.

వేగం పెరిగినపుడు వాస్తవానికి ప్రయాణ సమయం తగ్గుతుంది. కాబట్టి ఈ సమస్యను50 : 2 :: 75 : __ గా చేయలేము.

కార్యాచరణం 2 : మార్కెట్‌కి వెళ్ళి వివిధ పరిమాణాలు షాంపూ కంటైనర్‌ల అదే షాంపూ ధరలను సేకరించండి. క్రింద చూపిన విధంగా పట్టికను తయారు చేయండి. షాంపు పరిమాణం ధరకు అనులోమానుపాతంలో ఉందో లేదో చూడండి.

కంటైనర్	పరిమాణం	ధర
సాచెట్	6 మి.లీ.	₹ 2
చిన్న బాటిల్	180 మి.లీ.	₹ 154
మధ్యరకం బాటిల్	340 మి.లీ.	₹ 276
పెద్ద బాటిల్	1000 మి.లీ.	₹ 540

పైన ఉన్న నమూనా పట్టిక కోసం నిష్పత్తులను పోల్చి చూద్దాం ఒక చిన్న సీసాకు, సాచెట్ పరిమాణంల నిష్పత్తి 6 : 180. వాటి ధరల నిష్పత్తి 2 : 154. ఈ నిష్పత్తులు అనులోమాను పాతంలో ఉన్నాయా?

ధరల నిష్పత్తి, పరిమాణాల నిష్పత్తికి అనులోమానుపాతంలో లేదని మీరు ఎందుకు అనుకుంటున్నారు?

కంపెనీకి మరియు కష్టమర్లకు వేర్వేరు నైజు బాటిళ్ళ యొక్క లాభాలు మరియు నష్టాలను చర్చించండి. పర్యావరణ పరిరక్షణకు మీరు కంపెనీకి మరియు కష్టమర్‌కు ఏమి సిఫార్స్ చేస్తారు?

గణిత చర్చ

ఇతర ఉత్పత్తులకు కూడా ఇదే జరుగుతుందా?

మార్కెట్‌లోని ఇతర ఉత్పత్తులకు ఇలాంటి పట్టికలను తయారు చేయండి.

ఒకే ఉత్పత్తి యొక్క వివిధ కొలతలకు వేర్వేరు ధరలను పరిమితం చేయండి ఉదా: బియ్యం లేదా ఆటా (పిండి) ధరలు వివిధ కొలతలకు అనుపాతంలో ఉన్న ఉత్పత్తులను గమనించండి.

ఒకే ఉత్పత్తి ధరలకు, కొలతలకు మధ్య ఉన్న అనుపాత సంబంధాన్ని తరగతిలో చర్చించండి.

© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

ఉపాధ్యాయునికి గమనిక : విద్యార్థులకు ఒక ప్రాజెక్ట్ ఇవ్వండి తరగతిని గుంపులుగా విభజించండి. ప్రతి గుంపు ఒక అంగడికి వెళ్ళి ఒకే వస్తువు యొక్క వివిధ ప్రమాణాల ధరలను సేకరించాలి. ఉదాహరణకు 1 kg బియ్యం, 500 g బియ్యం 10 kg బియ్యం ధరలను నోటు చేసుకోవాలి వారు కొలత పరిమాణాలు, ధరలతో పట్టికను తయారు చేయాలి వాటిని మిగిలిన తరగతికి అందించాలి ధరలు అనుపాతంలో ఉన్నాయా లేదా ఎందుకు అనేదాని గురించి చర్చించాలి.

7.5 పంచుకోవడం, కానీ సమానంగా కాదు!

కార్యాచరణం 3: ఒక జతను ఏర్పరచండి 12 లెక్కించదగిన వస్తువులు లేదా కౌంటర్లను సేకరించండి (అవి నాణేలు, విత్తనాలు లేదా గులకరాళ్ళు కావచ్చు). ఇపుడు వాటిని ఇద్దరి మధ్య వివిధ మార్గాల్లో పంచుకోండి.



మీరు వాటిని సమానంగా విభజిస్తే, మీలో ప్రతి ఒక్కరిలో ఉన్న కౌంటర్ల సంఖ్య నిష్పత్తి ఎంత?

మీలో ప్రతి ఒక్కరికి 6 కౌంటర్లులభిస్తాయి. కాబట్టి నిష్పత్తి 6 : 6 లేదా దాని సరళమైన రూపంలో 1 : 1.

ఇపుడు మనం సమానంగా పంచుకోవచ్చు.



మీ భాగస్వామికి 5 కౌంటర్లు వస్తే, మీకు ఎన్ని వస్తువులు వస్తాయి? కౌంటర్ల నిష్పత్తి ఎంత?

మీకు మీ భాగస్వామి కౌంటర్లకు గల నిష్పత్తి 5 : 7 ఇపుడు మీరు మీ ఇద్దరి మధ్య 3 : 1 నిష్పత్తిలో కౌంటర్లను పంచుకోవాలను కుంటే మీలో ప్రతి ఒక్కరికి ఎన్ని కౌంటర్లు వస్తాయి?

కౌంటర్లను వివిధ మార్గాల్లో పంచుకోండి మరియు ఏ కలయిక 3 : 1 నిష్పత్తిలో ఉందో చూడండి 3 : 1 నిష్పత్తిలో కౌంటర్లను పంచుకోవడానికి ఒక మార్గం క్రింది విధంగా ఉంది.

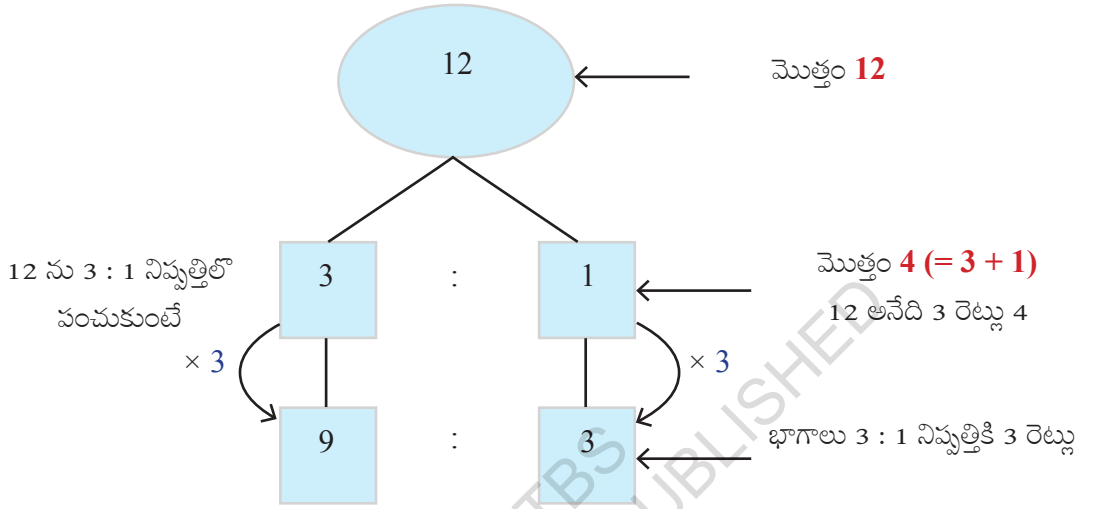
1. ఒకటి మీ భాగస్వామి 3 కౌంటర్లు తీసుకుంటారు మీరు 1 తీసుకుంటారు. ఇపుడు మీ వద్ద 8 కౌంటర్లు మిగిలి ఉన్నాలు.
2. మీ భాగస్వామి మరో 3 కౌంటర్లు తీసుకుంటారు. మీరు మరో 1 కౌంటర్ తీసుకుంటారు ఇపుడు మీ వద్ద 4 కౌంటర్లు మిగిలి ఉన్నాయి.

© IITBS NOT TO BE REPUBLISHED

3. మీ భాగస్వామి మరో 3 కౌంటర్లు తీసుకుంటారు మీరు మరో 1 కౌంటర్ తీసుకుంటారు. ఇక కౌంటర్లు మిగిలి లేవు.

కాబటి మీ భాగ స్వామికి మొత్తం 9 కౌంటర్లు లభిస్తాయి. మీకు 3 కౌంటర్లు లభిస్తాయి.

మనం 12 కౌంటర్లను 3 : 1 నిష్పత్తిలో ఇద్దరి వ్యక్తుల మధ్య విభజించినపుడు ఒకరికి 9 కౌంటర్లు మరొకరికి 3 కౌంటర్లు లభిస్తాయి.



? ఇపుడు మీరు మీ ఇద్దరి వద్ద 42 కౌంటర్లను 4 : 3 నిష్పత్తిలో పంచుకోవాలను కుంటే మీరు దానిని ఎలా చేస్తారు?

ఒకే విధానాన్ని ఉపయోగించడం చాలా సమయం పడుతుంది! నిర్దిష్ట నిష్పత్తిలో భాగాలతో మొత్తాన్ని పంచుకోవ డానికి సులభమైన మార్గం ఉంది.

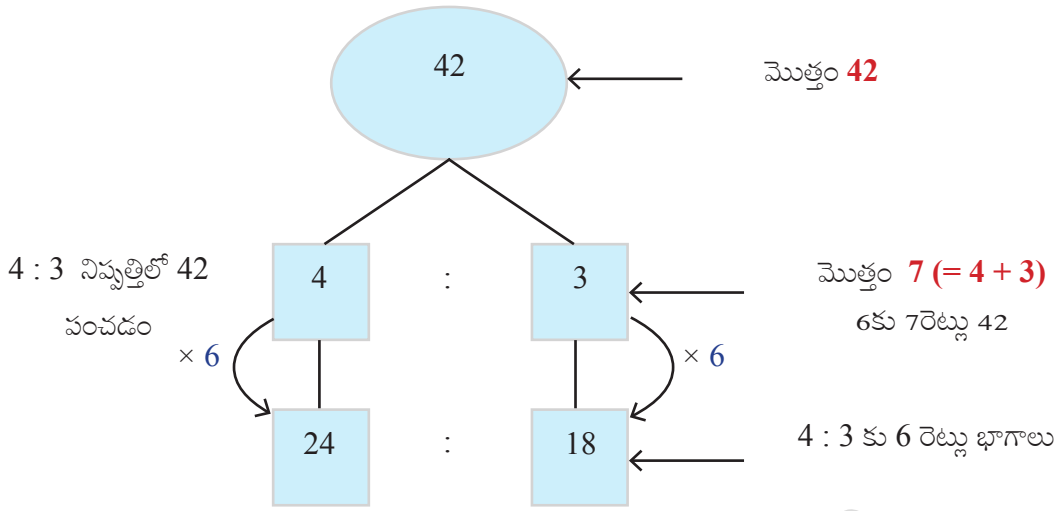
మీరు 42ను గ్రూపులుగా విభజించాలి. మీ భాగస్వామికి 4 గ్రూపులు మీకు 3 గ్రూపులు వస్తాయి.

? గ్రూపు యొక్క పరిమాణం ఎంత?

మీ భాగస్వామికి 4 గ్రూపులు వస్తే, మీకు 3 గ్రూపులు వస్తే మొత్తం గ్రూపుల సంఖ్య 7 కాబట్టి ప్రతి గ్రూపు పరిమాణం $42 \div 7 = 6$

మీరు 4 : 3 నిష్పత్తిలో 42 కౌంటర్లను పంచుకున్నప్పుడు ప్రతి గ్రూపు పరిమాణంతో గ్రూపుల సంఖ్యను గుణిస్తే మీ భాగ స్వామికి 24 కౌంటర్లు మరియు మీకు 18 కౌంటర్లు లభిస్తాయి.

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED



సాధారణంగా మనం ఒక పరిమాణాన్ని ఉదాహరణకు x ను $m : n$ నిష్పత్తిలో విభజించాలను కున్నప్పుడు మనం ఈ క్రింది వాటిని చేస్తాం

1. మనం x ను రెండు భాగాలుగా విభజించగలిగేలా గ్రూపులుగా విభజించాలి, అందులో మొదటి భాగంలో m గ్రూపులు మరియు రెండవ భాగంలో n గ్రూపులు ఉంటాయి.
2. కానీ ప్రతి సమూహం పరిమాణం ఎంత? దీనిని x సమూహాల సంఖ్యతో భాగించడం ద్వారా కనుగొన వచ్చును. సమూహాల సంఖ్య $m + n$ అందువల్ల ప్రతి సమూహ పరిమాణం $\frac{x}{m+n}$.
3. కావున మొదటి భాగంలో $m \times \frac{x}{m+n}$ వస్తువులు మరియం రెండవ భాగంలో $n \times \frac{x}{m+n}$ వస్తువులున్నాయి.

అందువల్ల మనం ఒక పరిమాణం x ను $m : n$ నిష్పత్తిలో విభజించాలను కుంటే భాగాలు $m \times \frac{x}{m+n}$ మరియు $n \times \frac{x}{m+n}$ అవుతాయి.

$$m \times \frac{x}{m+n} : n \times \frac{x}{m+n} :: m : n$$ అని మనం చూస్తాం

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

ఉదాహరణ 11: ప్రశాంతి మరియు భువన్ తమ పాఠశాల దగ్గర ఆహారబండి వ్యాపారాన్ని ప్రారంభించారు. ప్రశాంతి ₹ 75,000 మరియు భువన్ ₹25,000 పెట్టుబడి పెట్టారు. మొదటి నెల చివరిలో, వారికి ₹4,000 లాభం వచ్చింది వారుతమ పెట్టబడికి సమానమైన నిష్పత్తిలో లాభాలను పంచుకోవాలను కున్నారు. లాభంలో ప్రతి ఒక్కరి వాటా ఎంత?

పెట్టుబడుల నిష్పత్తి 75000 : 25000.

నిష్పత్తిని దాని సరళమైన రూపానికి తగ్గిస్తే మనకు 3 : 1 వస్తుంది.

3 + 1 అనేది 4 దీనితో లాభం 4000 ను భాగిస్తే 1000 వస్తుంది

కాబట్టి ప్రశాంత్ వాటా $3 \times 1000 = 3000$

భువన్ వాటా $1 \times 1000 = 1000$

కాబట్టి ప్రశాంత్‌కు ₹ 3,000, భువన్‌కు ₹1,000 లాభం వస్తుంది.

ఉదాహరణ 12: 40 కిలోల మిశ్రమంలో ఇసుక మరియు సిమెంట్ 3 : 1 నిష్పత్తిలో ఉన్నాయి. ఇసుక మరియు సిమెంట్ నిష్పత్తి 5 : 2 గా చేయడానికి మిశ్రమానికి ఎంత సిమెంట్‌ను కలపాలి?

మూల మిశ్రమంలో ఇసుక మరియు సిమెంట్ పరిమాణాన్ని కనుగొందాం.

నిష్పత్తి 3 : 1 మరియు మొత్తం బరువు 40 kg.

ఇసుక బరువు $\frac{3}{(3+1)} \times 40 = 30$ kg

సిమెంట్ బరువు $\frac{1}{(3+1)} \times 40 = 10$ kg.

కొత్త మిశ్రమంలో ఇసుక బరువు అలాగే ఉంది. అవి 30గానే ఉంది. కానీ ఇసుక, సిమెంట్ నిష్పత్తి కొత్తగా 5 : 2 కాబట్టి ప్రశ్న ఏమిటంటే

$$5 : 2 :: 30 : ?$$

నిష్పత్తి 5 : 2 అయితే రెండవ పదం మొదటి పదంతో $\frac{2}{5}$ గుణించ బడుతుంది కొత్త నిష్పత్తి 5 : 2 కి సమానంకాబట్టి కొత్త నిష్పత్తిలో రెండవ పదం కూడా 30కి $\frac{2}{5}$ రెట్లు ఉండాలి

$$\frac{2}{5} \times 30 = 12.$$

ఇసుక, సిమెంట్ నిష్పత్తి 5 : 2 ఉండాలంటే కొత్త మిశ్రమంలో 12 kg ల సిమెంట్ ఉండాలి.

ఇప్పటికే 10 kg సిమెంట్ ఉంది కావున మూల మిశ్రమానికి 2 kg ల సిమెంట్‌ను కలవాలి.

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

దీన్ని గుర్తించండి కనుగొనండి

1. ₹4,500 ను 2 : 3 నిష్పత్తిలో రెండు భాగాలు గా చేయండి.
2. ఒక విజ్ఞాన ప్రయోగశాలలో ఒక ద్రావణాన్ని తయారు చేయడానికి ఆమ్లం మరియు నీరు 1 : 5 కలిపారు. ఒక బాటిల్‌లో 240 మి.లీ. ద్రావణం ఉంటే దానిలో ఎంత ఆమ్లం, ఎంత నీరు ఉంది?
3. ఆకుపచ్చ పెయింట్ ఉత్పత్తి చేయడానికి నీలం మరియు పసుపు పెయింట్‌లు 3 : 5 నిష్పత్తిలో కలుప బడ్డాయి. 40 మి.లీ. ల ఆకుపచ్చ పెయింట్ ఉత్పత్తి చేయడానికి ఈ రెండు రంగులు ఎంత అవసరం?

లేత ఆకుపచ్చ రంగు పెయింట్ చేయడానికి నేను ఈ మిశ్రమానికి 20 మి.లీ. పసుపు రంగు కలిపాను. ఈ పెయింట్‌లో నీలం మరియు పసుపు పెయింట్ల కొత్త నిష్పత్తి ఎంత?

4. మెత్తటి ఇడ్లీలు తయారు చేయడానికి బియ్యం మరియు ఉద్దిబేడలను 2 : 1 నిష్పత్తిలో కలపాలి రేపు ఉదయం ఇడ్లీలను తయారు చేయడానికి 6 కప్పుల ఇడ్లిపిండి కావాలి, దీనికి ఎన్ని కప్పుల బియ్యం మరియు ఉద్దిబేడలు కావాలి?

5. నా వద్ద ఒక బకెట్ ఆరెంజ్ పెయింట్ ఉంది దీనిని తయారు చేయడానికి ఎరుపు మరియు పసుపు పెయింట్‌లను 3 : 5 నిష్పత్తిలో కలిపాను నేను మరొక బకెట్ పసుపు పెయింట్‌ను మిశ్రమానికి కలిపాను. ఈ కొత్త మిశ్రమంలో పసుపు పెయింట్‌కు ఎరుపు పెయింట్ నిష్పత్తి ఎంత?

7.6 యూనిట్ మార్పిడులు

అనుపాతంలో సమస్యలను పరిష్కరించడం తరుచుగా ఒక వ్యవస్థ నుండి మరొక వ్యవస్థను యూనిట్లను మార్చవలసి ఉంటుందని మనం ఇంతకు ముందే గమనించాం. ఇక్కడ మీ సూచన కోసం కొన్ని ముఖ్యమైన యూనిట్ మార్పులు

పొడవు

1 మీటర్ = 3.281 అడుగులు

వైశాల్యం

1 చదరపు మీటర్ = 10.764 చదరపు అడుగులు

1 ఎకరా = 43,560 చదరపు అడుగులు

1 హెక్టార్ = 10,000 చదరపు అడుగులు

1 హెక్టార్ = 2.471 ఎకరాలు

ఘన పరిమాణం

1 మిల్లీ మీటర్ (mL) = 1 ఘన సెంటీ మీటర్ (cc)

1 లీటర్ = 1,000 mL లేదా 1,000 cc

ఉష్ణోగ్రత

ఫారిన్‌హీట్ మరియు సెల్సియస్ మార్పు కొద్దిగా సంక్షిప్తమైనది $0^{o}C = 32\ ^{o}F$ మరియు

$$\text{ఫారిన్‌హీట్} = \frac{9}{5} \times \text{సెల్సియస్} + 32$$

NOT TO BE REPUBLISHED @KSBS

మరియు

$$\text{సెల్సియస్} = \frac{5}{9} \times (\text{ఫారిన్‌హీట్} - 32)$$

ఉదాహరణకు 25°C అనేది 77°F.

? దీన్ని గుర్తించండి

1. అనఘ 600 మి.లీ. నారింజ రసాన్ని 900 మి.లీ. ఆపిల్ రసంతో కలిపి పండ్ల రసం తయారు చేశాడు. నారింజరసం మరియు ఆపిల్‌రసం నిష్పత్తిని సరళ రూపంలో రాయండి.

2. గత సంవత్సరం మేము పాఠశాల పర్యటన కోసం 3 బస్‌లను అద్దెకు తీసుకున్నాం. పర్యటనకు మొత్తం 162 మంది విద్యార్థులు మరియు ఉపాధ్యాయులు వెళ్ళారు మరియు అన్ని బస్‌లు నిండిపోయాయి. ఈ సంవత్సరం మా వద్ద 204 మంది విద్యార్థులు ఉన్నారు. మాకు ఎన్ని బస్‌లు అవసరం? అన్ని బస్‌లు నిండిపోయాయా?

3. డిల్లీ వైశాల్యం 1,484 చ.కి.మీ మరియు ముంబై వైశాల్యం 550 చ.కి.మీ. డిల్లీ జనాభా దాదాపు 3 కోట్ల మంది ముంబై జనాభా 2 కోట్ల మంది. ఏ నగరం ఎక్కువ జనసాంద్రత కలిగి ఉంది? మీరు అలా ఎందు కనుకుంటున్నారు?

4. 155 సెం.మీ. ఎత్తు ఉన్న కొంగ మెడ మరియు మిగిలిన శరీరం 4 : 6 నిష్పత్తిలో ఉన్నాయి. మీ ఎత్తుకు, మీ మెడ మరియం శరీరంలోని మిగిలి భాగం కూడా ఈ నిష్పత్తిని కలిగి ఉంటే మీ మెడ ఎంత పొడవు ఉంటుంది?



5. లీలావతి రాసిన ఒక పురాతన సమస్యను ప్రయత్నిద్దాం. ఆ కాలంలో బరువులను పలాస్ అనే యూనిట్లలో మరియు డబ్బును నిస్కాస్ అనే యూనిట్లలో కొలుస్తారు. "$2\frac{1}{2}$ పలాస్ కుంకుమ పువ్వు ఖరీదు $\frac{3}{7}$ నిస్కాస్‌లు ఓ నిపుణుడైన వ్యాపారి వేత్త 9 నిస్కాస్‌కు ఎంత కుంకుమపువ్వు కొనవచ్చో త్వరగాచెప్పు?

6. హర్మైన్ । సం॥ బాలిక ఆమె అన్నయ్య వయస్సు 5 సంవత్సరాలు. ఆమె వయస్సు, సోదరుడు వయస్సు నిష్పత్తి 1 : 2 అయితే హర్మైన్ వయస్సు ఎంత?

7. సమాన ఘనపరిమాణం గల బంగారు మరియు నీటి ద్రవ్యరాశి నిష్పత్తి 37 : 21 లీ. నీరు 1 kg ద్రవ్యరాశి కలిగి ఉంటే, 1 లీ. బంగారు ద్రవ్యరాశి ఎంత?

8. ఒక ఎకరం భూమికి 10 టన్నుల ఆవు పేడను వేయడం మంచి వ్యవసాయ పద్ధతి. ఒక రైతు 200 అడుగుల నుండి 500 అడుగుల విస్తీర్ణంలో టమోటాలు పండించాలని యోచిస్తున్నాడు. అతను ఎంత ఎరువును కొనగోలు చేయాలి? (ఈ అధ్యాయంలో ముందుగా ఉన్న యూనిట్ మార్పిడుల విభాగాన్ని చూడండి)

© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

9. ఒక కుళాయి ఒక మగ్గు నీటిని నింపడానికి 15 సెకన్లు పడుతుంది మగ్గు పరిమాణం 500 మి.లీ. బకెట్ 10 లిటర్ల సామర్థ్యం కలిగి ఉంటే అదే కుళాయి ఒక బకెట్ నీటిని నింపడానికి ఎంత సమయం పడుతుంది?

10. ఒక ఎకరం భూమి ధర ₹15,00,000. అదే భూమి 2,400 చ. అడుగుల ధర ఎంత?

11. ఒక ట్రాక్టర్ ఒక పొలంలోని అదే ప్రాంతాన్ని ఒక జత ఎద్దుల కంటే 4 రెట్లు వేగంగా దున్నగలదు. ఒక రైతు తన 20 ఎకరాల పొలాన్ని దున్నాలని కోరుకుంటాడు. ఒక జత ఎద్దులు ఒక ఎకరం భూమిని దున్నడానికి 6 గంటలు పడుతుంది రైతు పొలం దున్నడానికి ఒక జత ఎద్దులను ఉపయోగిస్తే ఎంత సమయం పడుతుంది? బదులుగా ట్రాక్టర్‌ను ఉపయోగించాలని నిర్ణయించుకుంటే అతనికి ఎంత సమయం పడుతుంది?

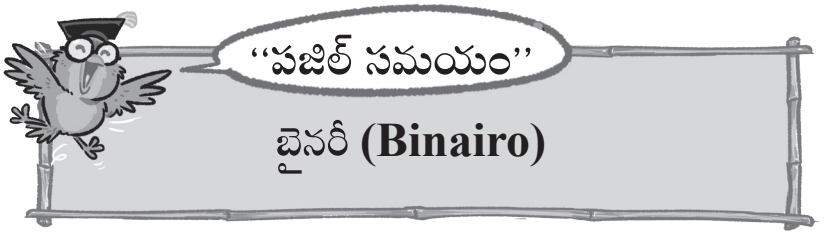
12. ₹ 10 నాణెం అనేది 'కుప్రో–నికెల్' అని పిలువబడే రాగి మరియు నికెల్‌ల 3 : 1 నిష్పత్తుల మిశ్రయం నాణెం ద్రవ్యరాశి 7.74 g రాగి ధర 1 kg కి ₹ 906 మరియు నికెల్ ధర 1kg కి ₹1,341 అయితే ₹10 నాణెంలో ఈలోహపుధర ఎంత?

ప్రయత్నించండి

సారాంశం

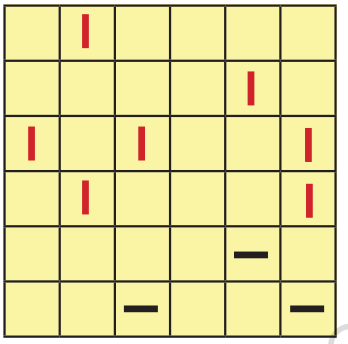
- $a : b$ రూపంలోని నిష్పత్తులు మొదటి పరిమాణంలోని ప్రతి 'a' యూనిట్‌కు, రెండవ పరిమాణం లోని 'b' యూనిట్లు ఉన్నాయని, 'a' మరియు 'b' అనేవి నిష్పత్తిలోని పదాలు సూచిస్తాయి.
- రెండు నిష్పత్తులు $a : b$ మరియు $c : d$లు అనుపాతంలో ఉంటే $(a : b :: c : d)$ వాటి పదాలు ఒకే కారణాంకం ద్వారా మారితే, అంటే $ad = bc$.
- x ని $m : n$ నిష్పత్తిలో రెండు భాగాలుగా విభజించినట్లయితే, మొదటి భాగం యొక్క పరిమాణం $m \times \frac{x}{m+n}$ మరియు రెండవ భాగం పరిమాణం $n \times \frac{x}{m+n}$.

@KTRS NOT TO BE REPUBLISHED

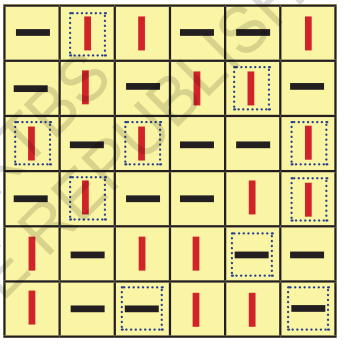


టకుజు అని కూడా పిలువబడే బైనరీ సరళమైన నియమాలతో కూడిన లాజిక్ పజిల్. బైనరీ సాధారణంగా నిర్దిష్ట పరిమాణం లేని చదరపు గ్రిడ్‌లో ఆడుతారు. కొన్ని గదులు రెండు చిహ్నాలతో నిండి ప్రారంభమవుతాయి. ఇక్కడ క్షితిజ సమాంతర మరియు లంబరేఖలు మిగిలిన గదులు ఖాళీగా ఉన్నాయి గదులను ఈ విధంగా నింపడం పని.

1. ప్రతి అడ్డు వరుస మరియు నిలువు వరుసలు సమాన సంఖ్యలో క్షితిజ సమాంతర మరియు నిలువు వరుసలు ఉండాలి.
2. రెండు కంటే ఎక్కువ క్షితిజ సమాంతర లేదా నిలువు రేఖలు ప్రక్కనే ఉండకూడదు.
3. ప్రతి అడ్డు వరుస ప్రత్యేకమైనదిఈ ప్రతి నిలువు వరుస ప్రత్యేకమైనది.



పజిల్



పరిష్కారం

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

క్రింది బైనరీ సంఖ్యా పజిల్స్ పరిష్కరించండి.

