Government of Karnataka

گنِت پرکاش

گریڈ 6 کے لیے ریاضی کی درسی کتاب

URDU MEDIUM

6

SIXTH STANDARD

Part-II

© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

4674

विद्यया ऽ मृतमश्नुते

एन सी ई आर टी
NCERT

نیشنل کونسل آف ایجوکیشنل ریسرچ اینڈ ٹریننگ

NATIONAL COUNCIL OF EDUCATIONAL RESEARCH AND TRAINING

باب 6
احاطہ اور رقبہ 1

باب 7
کسری اعداد 23

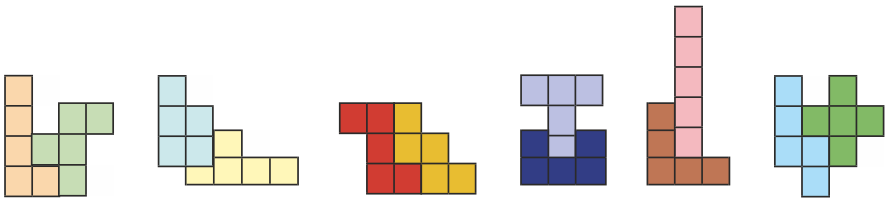
باب 8
تشکیلات کے ساتھ کھیلنا 59

باب 9
تشاکل 89

باب 10
صفر کا دوسرا رخ 114

صفحات برائے آموزشی مواد 115

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED



6

احاطہ اور رقبہ
(Perimeter and Area)

4674CH06

6.1 احاطہ (Perimeter)

کیا آپ کو یاد ہے کہ بند مستوی شکل کا احاطہ کیا ہوتا ہے؟ آیئے! ہم اپنی یادداشت تازہ کرتے ہیں۔

کسی بھی بند مستوی شکل کا احاطہ وہ فاصلہ ہے جو اس کی حدود کے ہمراہ آپ ایک دفعہ چکّر لگاتے ہیں۔ کثیر ضلعی (Polygon) یعنی قطع خطوط سے بنی کوئی بند مستوی شکل کے لیے احاطہ صرف اس کے تمام ضلعوں کی لمبائیوں کا حاصل جمع ہوتا ہے، یعنی اس کا کل فاصلہ باہری حدود کے ہمراہ۔

ایک بند مستوی شکل کا احاطہ = اس کے تمام ضلعوں کی لمبائیوں کا حاصل جمع۔

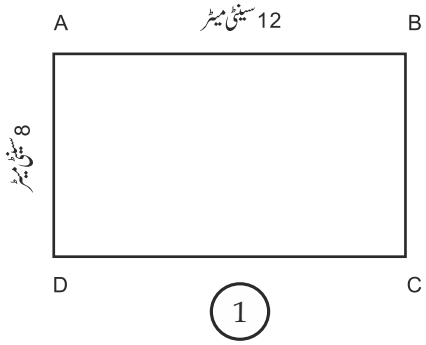
آیئے! ہم مستطیل، مربع اور مثلث کے احاطے کے لیے ان فارمولوں کو دہراتے ہیں۔

مستطیل کا احاطہ (Perimeter of a rectangle)

ایک ABCD مستطیل پر غور کیجیے جس کی لمبائی اور چوڑائی بالترتیب 12 سینٹی میٹر اور 8 سینٹی میٹر ہے۔ اس کا احاطہ کیا ہو گا؟

مستطیل کا احاطہ = اس کے چاروں ضلعوں کی لمبائیوں کا حاصل جمع

$$= AB + BC + CD + DA$$



© KBS NOT TO BE REPUBLISHED

= AB + BC + AB + BC
= 2 × AB + 2 × BC
= 2 × (AB + BC)
= 2 × (12 cm + 8 cm)
= 2 × (20 cm)
= 40 cm.

ایک مستطیل کے مقابل اضلاع ہمیشہ برابر ہوتے ہیں۔

اس لیے، AB=CD اور

AD=BC

اس مثال سے ہم یہ دیکھتے ہیں کہ۔

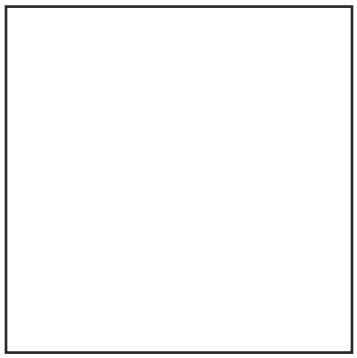
ایک مستطیل کا احاطہ = لمبائی + چوڑائی + لمبائی + چوڑائی۔

مستطیل کا احاطہ = 2x (لمبائی + چوڑائی)۔

مستطیل کا احاطہ اس کی لمبائی اور چوڑائی کے حاصل جمع کا دوگنا ہوتا ہے۔

مربع کا احاطہ (Perimeter of a square)

1 سینٹی میٹر



دیوجیت ایک چوکور (مربع) فوٹو فریم کے چاروں طرف ایک رنگین ٹیپ لگانا چاہتا ہے جس کا ایک ضلع ایک میٹر ہے جیسا کہ دکھایا گیا ہے۔ اسے کتنے لمبے رنگین ٹیپ کی ضرورت ہوگی؟ چوں کہ دیوجیت اس مربع فوٹو فریم پر چاروں طرف ٹیپ لگانا چاہتا ہے، اسے اس فوٹو فریم کا احاطہ معلوم کرنے کی ضرورت ہے۔

اس طرح، مطلوبہ ٹیپ کی لمبائی = مربع کا احاطہ

= مربع کے چاروں اضلاع کی لمبائیوں کا حاصل جمع

= 1 میٹر + 1 میٹر + 1 میٹر + 1 میٹر = 4 میٹر۔

اب ہم جانتے ہیں کہ مربع کے چاروں اضلاع کی لمبائی برابر ہے۔ اس لیے ہر ضلع کی لمبائی کا حاصل جمع نکالنے کے بجائے ہم آسانی سے صرف ایک ضلع کی لمبائی کو 4 سے ضرب کر سکتے ہیں۔

اس طرح مطلوبہ ٹیپ کی لمبائی = 4 × 1 میٹر = 4 میٹر

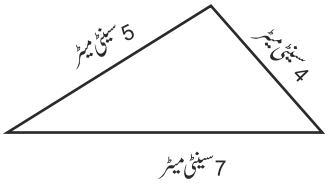
اس مثال سے، ہم دیکھتے ہیں کہ

مربع کا احاطہ = 4 × ایک ضلع کی لمبائی۔

مربع کا احاطہ اس کے اضلاع کی لمبائی کا چوگنا ہوتا ہے۔

© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

مثلث کا احاطہ (Perimeter of a triangle)



ایک مثلث لیجیے جس کے دیئے گئے تینوں اضلاع کی لمبائیاں 4 سینٹی میٹر، 5 سینٹی میٹر اور 7 سینٹی میٹر ہیں۔ اس کا احاطہ معلوم کیجیے۔

مثلث کا احاطہ = 4 سینٹی میٹر + 5 سینٹی میٹر + 7 سینٹی میٹر

= 16 سینٹی میٹر

ایک مثلث کا احاطہ = اس کے تینوں اضلاع کی لمبائیوں کا حاصل جمع

مثال: اکشی ایک مستطیلی میز پوش کے چاروں طرف ایک بیل لگانا چاہتی ہے جس کی لمبائی 3 میٹر اور چوڑائی 2 میٹر ہے۔ اس کو کتنی لمبی بیل کی ضرورت پڑے گی۔



حل:

مستطیلی میز پوش کی لمبائی = 3 میٹر۔

مستطیلی میز پوش کی چوڑائی = 2 میٹر۔

اکشی میز پوش کے چاروں طرف بیل لگانا چاہتی ہے۔

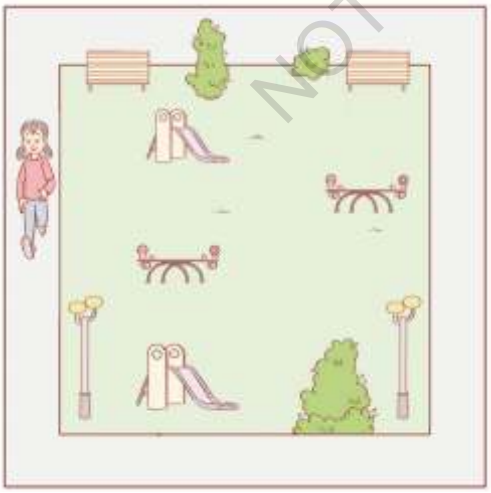
اس لیے، مطلوبہ بیل کی لمبائی مستطیلی میز پوش کا احاطہ ہو گا۔

اب مستطیلی میز پوش کا احاطہ = 2 × (لمبائی + چوڑائی)

= 2 × (3 میٹر + 2 میٹر) = 2 × 5 میٹر = 10 میٹر

اس طرح مطلوبہ بیل کی لمبائی 10 میٹر ہے۔

مثال: اوشا اگر ایک مربع پارک کے تین چکّر لگاتی ہے جس کا ایک ضلع 75 میٹر ہے تو اس کے ذریعے طے کیا گیا فاصلہ معلوم کیجیے۔



حل:

مربع پارک کا احاطہ = 4 × ضلع کی لمبائی = 4 × 75 میٹر = 300 میٹر۔

اوشا کے ایک چکّر کا طے شدہ فاصلہ = 300 میٹر۔

اس لیے، اوشا کے ذریعے تین چکّروں میں کُل طے شدہ فاصلہ

= 3 × 300 میٹر = 900 میٹر۔

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

معلوم کیجیے

1 . غائب ارکان معلوم کیجیے:

a . مستطیل کا احاطہ = 14 سینٹی میٹر؛ چوڑائی = 2 سینٹی میٹر؛ لمبائی = ؟

b . مربع کا احاطہ = 20 سینٹی میٹر؛ ضلع کی لمبائی = ؟

c . مستطیل کا احاطہ = 12 میٹر؛ لمبائی = 3 میٹر؛ چوڑائی = ؟

2 . ایک تار سے بنا ہوا مستطیل جس کے اضلاع کی لمبائی 5 سینٹی میٹر اور 3 سینٹی میٹر ہے۔ اگر اس تار کو سیدھا کر کے پھر موڑ کر اس سے ایک مربع بنایا جائے تو اس مربع کے اضلاع کی لمبائی کیا ہوگی؟

3 . ایک مثلث جس کا احاطہ 55 سینٹی میٹر اور اس کے 2 اضلاع کی لمبائی بالترتیب 20 سینٹی میٹر اور 14 سینٹی میٹر ہیں، اس کے تیسرے ضلع کی لمبائی معلوم کیجیے؟

4 . ایک مستطیلی پارک میں باڑ لگانے کی قیمت کیا ہوگی، جس کی لمبائی 150 میٹر اور چوڑائی 120 میٹر ہے، اگر باڑ لگانے کی قیمت 40 روپئے فی میٹر ہے؟

5 . ایک ڈوری کی لمبائی 36 سینٹی میٹر ہے۔ اس کے ہر ضلع کی لمبائی معلوم کیجیے اگر اس کا استعمال ذیل کو بنانے میں کیا جائے:

a . ایک مربع

b . ایک مثلث جس کے تینوں اضلاع برابر لمبائی کے ہوں، اور

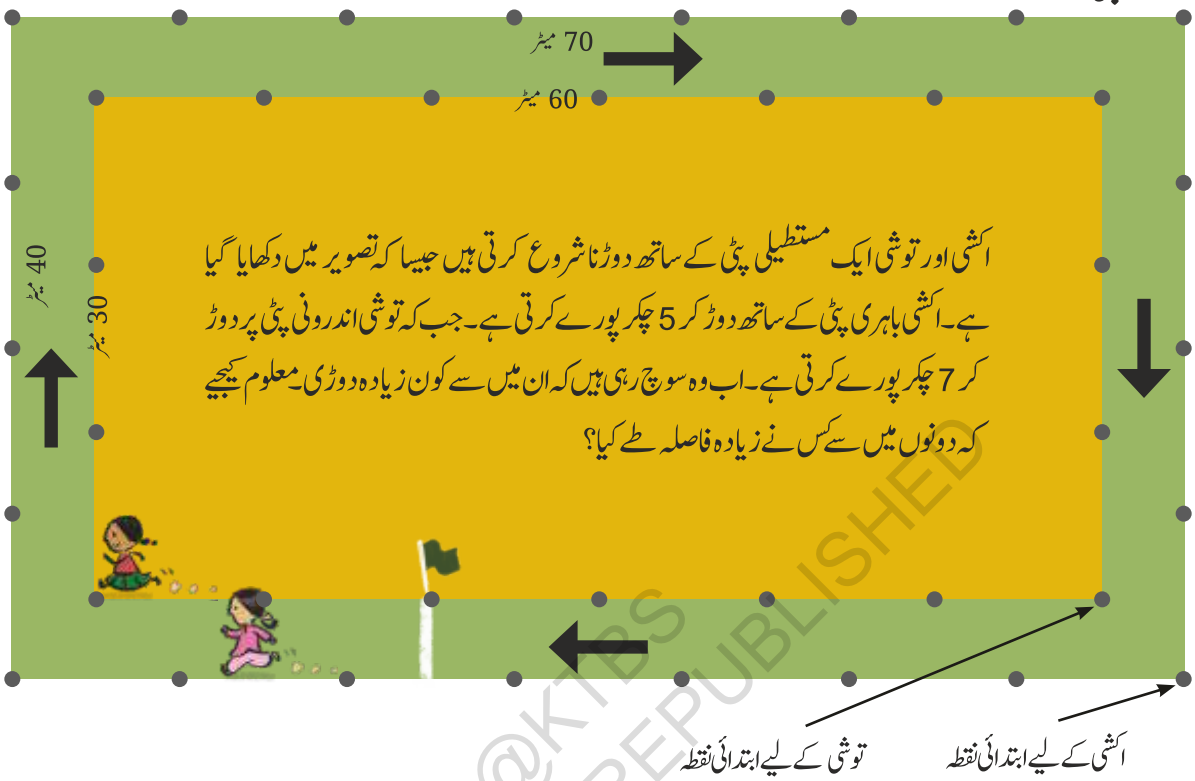
c . ایک منظم چھ ضلعی (چھ ضلعی بند شکل) جس کے تمام اضلاع کی لمبائی برابر ہو؟

6 . ایک کسان جس کے پاس ایک مستطیلی کھیت ہے جس کی لمبائی 230 میٹر اور چوڑائی 160 میٹر ہے۔ وہ رسّی کی تین چکّروں سے اس کی باڑ لگانا چاہتا ہے جیسا کہ تصویر میں دکھایا گیا ہے۔ اس کو کل کتنی لمبی رسّی مطلوب ہے؟



@KEBS NOT TO BE REPUBLISHED

ماتھا پچی!



@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

ہر پٹی ایک مستطیل ہے۔اکشی کی پٹی کی لمبائی 70 میٹر اور چوڑائی 40 میٹر ہے۔اس پٹی پر ایک مکمل چکر لگانے سے 220 میٹر کا فاصلہ طے ہوگا۔یعنی 2 × (70 + 40) میٹر =220 میٹر۔یہ اکشی کے ذریعے طے کیے گئے ایک پورے چکّر کا فاصلہ ہے۔

معلوم کیجیے

1 . معلوم کیجیے اکشی نے 5 چکّروں میں کُل کتنا فاصلہ طے کیا ہے؟

2 . معلوم کیجیے توشی نے 7 چکّروں میں کُل کتنا فاصلہ طے کیا ہے۔کس نے زیادہ فاصلہ طے کیا ہے؟

3 . سوچیے اور بتائے گئے مقامات کی نشاندہی کیجیے۔

a . 250 میٹر دوڑنے کے بعد اکشی کہاں ہوگی اس جگہ 'A' کا نشان لگائیے۔

b . 500 میٹر دوڑنے کے بعد اکشی کہاں ہوگی اس جگہ 'B' کا نشان لگائیے۔

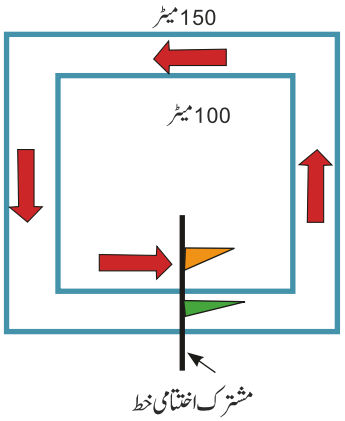
c . اب اکشی 1000 میٹر دوڑ چکی ہے۔وہ اپنی پٹی پر کتنے چکر مکمل کر چکی ہے؟اس جگہ کی نشاندہی 'C' سے کیجیے۔

d . 250 میٹر دوڑنے کے بعد توشی کس جگہ ہوگی اس پر 'X' کا نشان لگائیے۔

e. 500 میٹر دوڑنے کے بعد توشی کہاں ہوگی ،اس جگہ پر 'Y' کا نشان لگائیے۔

f . اب توشی 1000 میٹر دوڑ چکی ہے وہ اپنی پٹی کے کُل کتنے چکّر مکمل کر چکی ہے؟ اس جگہ کی نشان دہی 'Z' سے کیجیے۔

گہرا غوطہ: دوڑ میں تمام دوڑنے والوں کے لیے ایک عام اختتامی خط (Finish line) ہوتی ہے۔یہاں دو مربع شکل کی دوڑنے کی پٹیاں (Tracks) ہیں جس کی اندرونی پٹی کا ایک ضلع 100 میٹر کا ہے اور باہری پٹی کا ہر ضلع 150 میٹر کا ہے۔دونوں دوڑنے والوں کی اختتامی خط مشترکہ ہے اور جھنڈوں سے اس کی نشاندہی کی گئی ہے جو تصویر میں پٹیوں کے اضلاع کے ایک ضلع کے درمیان میں ہیں۔



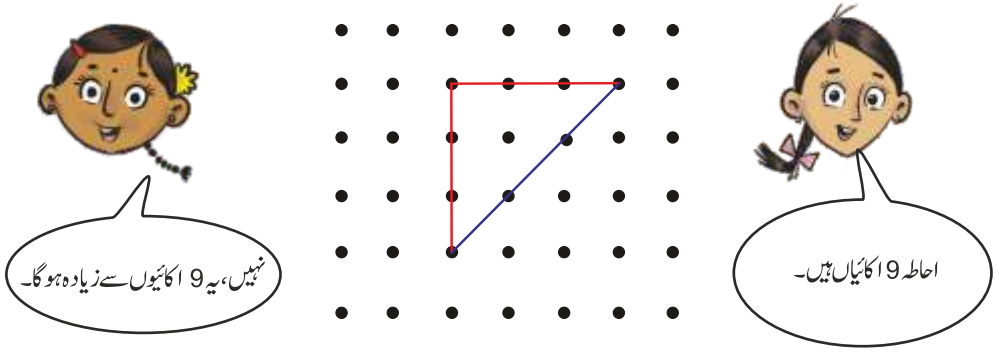
اگر کُل دوڑ 350 میٹر کی ہے تو ہمیں یہ معلوم کرنا ہے کہ دونوں دوڑنے والوں کے ابتدائی مقامات ان دونوں پٹیوں پر کہاں ہونے چاہیے، جن سے 350 میٹر دوڑنے کے بعد دونوں کا اختتامی خط مشترک ہو۔اندرونی پٹی پر دوڑنے والے کے ابتدائی مقام پر 'A' کا نشان لگائیے اور باہری پٹی پر دوڑنے والے کے ابتدائی مقام پر 'B' کا نشان لگائیے۔

تخمینہ لگائیے اور تصدیق کیجیے



کسی رف کاغذ کا ایک ٹکڑا یا اخبار کا کوئی ٹکڑا لیجیے۔کاغذ کو مختلف طریقوں سے کاٹ کر کچھ بے ترتیب شکلیں (Shapes) بنائیے۔ہر شکل کے حدود کی لمبائی کا تخمینہ لگائیے اور کسی پیمانہ یا پیمائشی ٹیپ کی مدد سے اس کے احاطے کی پیمائش کی تصدیق کیجیے۔

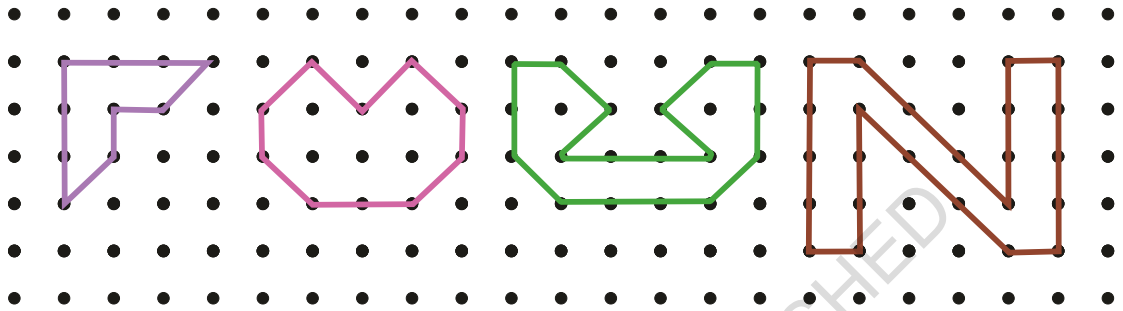
اکشی کہتی ہے کہ اس مثلث شکل کا احاطہ '9' اکائیاں ہیں۔توشی کہتی ہے یہ 9 اکائیاں نہیں ہوسکتیں بلکہ اس کا احاطہ 9 اکائیوں سے زیادہ ہوگا۔آپ کیا سوچتے ہیں؟



NOT TO BE REPUBLISHED @KTBS

اس شکل میں دو مختلف اکائیوں کی لمبائیاں ہیں۔لال اور نیلے خطوط کی لمبائی کو ناپیے، کیا دونوں یکساں ہیں؟ ہم لال خطوط کو سیدھے خطوط اور نیلے خطوط کو وَتری خطوط (Diagonal lines) کہیں گے۔اس لیے، اس مثلث کا احاطہ 6 سیدھی اکائیاں +3 وَتری اکائیاں ہیں۔ہم اس کو مختصراً 6s+3d اکائیوں کے طور پر لکھ سکتے ہیں۔

- نیچے دی گئیں شکلوں کے احاطے سیدھی اور وَتری اکائیوں کے لحاظ سے لکھیے۔



منظم کثیر ضلعی کا احاطہ (Perimeter of a regular polygon)

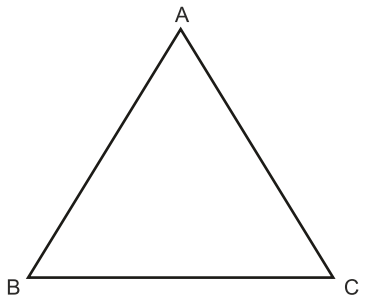
مربعوں کی طرح وہ بند شکلیں جن کے سارے اضلاع اور سارے زاویے برابر ہوں، **منظم کثیر ضلعی** (Regular polygons) کہلاتے ہیں۔

ہم نے منظم کثیر ضلعی تواتر کو 'شکلی تواتر' #1، کے طور پر سبق نمبر 1 میں مطالعہ کیا۔منظم کثیر ضلعی کی مثالیں مساوی ضلعی مثلث (Equilateral) ہیں (جہاں تینوں اضلاع اور تینوں زاویے برابر ہوتے ہیں)، منظم پانچ ضلعی (جہاں پانچوں اضلاع اور پانچوں زاویے برابر ہوتے ہیں) وغیرہ۔

مساوی ضلعی مثلث کا احاطہ (Perimeter of an equilateral triangle)

ہم جانتے ہیں کہ کسی بھی مثلث کا احاطہ اس کے تینوں اضلاع کا حاصل جمع ہوتا ہے۔

اس فہم کے ساتھ، ہم مساوی ضلعی مثلث کا احاطہ معلوم کر سکتے ہیں۔



مساوی ضلعی مثلث کا احاطہ

$= AB + BC + AC = AB + AB + AB$

= ایک ضلع کی تین گنا لمبائی

مساوی ضلعی مثلث کا احاطہ = 3 × ایک ضلع کی لمبائی

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

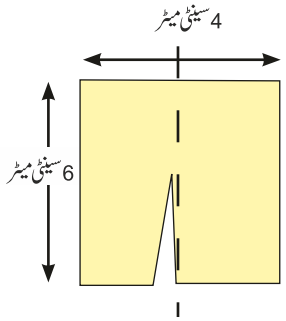
ایک مربع اور مساوی ضلعی مثلث کے درمیان کیا مشابہت ہے؟

- اپنے آس پاس کی چیزوں میں سے کچھ منظم شکلوں کی چیزیں لیجیے اور ان کا احاطہ معلوم کیجیے۔ اس کے علاوہ، دیگر منظم کثیر ضلعی کا احاطہ متعین کرنے کے لیے اپنی تفہیم کو عام بھی کیجیے۔

استاد کے لیے نوٹ

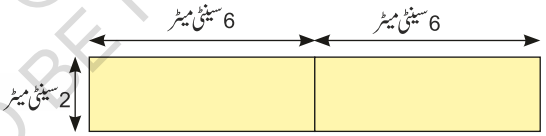
منظم کثیر اضلاع کے بارے میں مزید بات کیجیے اور طلبا کی حوصلہ افزائی کیجیے کہ وہ منظم کثیر ضلعی کے احاطے کے عمومی فارمولے کو خود نکالیں۔

توڑیئے اور دوبارہ جوڑیئے (Split and rejoin)



ایک مستطیلی کاغذ کا ٹکڑا لیجیے جس کی پیمائش (Dimension) چھ سینٹی میٹر × 4 سینٹی میٹر ہو۔ اس کو دکھائی گئی شکل کے مطابق دو برابر حصوں میں کاٹیے۔ یہ دونوں ٹکڑے مختلف طریقوں سے جڑے ہیں۔

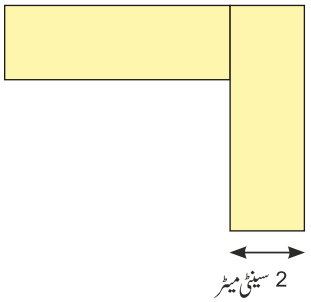
a



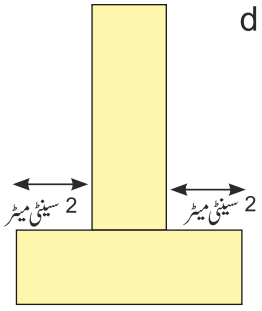
مثال کے طور پر ترتیب a۔ کا احاطہ 28 سینٹی میٹر ہے۔

- نیچے دی گئیں مختلف ترتیبوں میں سے ہر ایک کے کنارے (یعنی، احاطہ) کی لمبائی معلوم کیجیے۔

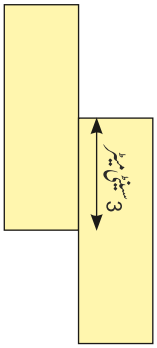
a



c



d



- دو ٹکڑوں کو ایک شکل بنانے کے لیے منظم کیجیے جس کا احاطہ 22 سینٹی میٹر ہو۔

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

6.2 رقبہ (Area)

پچھلی جماعتوں میں ہم بند شکلوں (منظم اور غیر منظم) کے رقبے کے بارے میں پڑھ چکے ہیں۔ آیئے ہم چند کلیدی نقطوں کو دہرا لیتے ہیں۔

ایک بند شکل سے گھری ہوئی جگہ کی مقدار کو اس کا **رقبہ** کہتے ہیں، پچھلی جماعتوں میں ہم گرڈ پیپر کا استعمال کر کے ایک مستطیل اور مربع کے رقبے کے فارمولے تک پہنچے تھے۔ کیا آپ کو یاد ہے؟

مربع کا رقبہ = _____	مستطیل کا رقبہ = _____

استاد کے لیے نوٹ

گرڈ پیپر کی مدد سے مربع اور مستطیل کا رقبہ معلوم کرنے کا طریقہ یاد کرنے میں طلبا کی مدد کیجیے۔ گرڈ پیپر ان کو مہیا کرایئے اور انھیں فارمولہ نکالنے دیجیے۔

آیئے ہم ان خیالات سے جڑے کچھ حقیقی زندگی کے مسائل کو دیکھتے ہیں۔

مثال: ایک فرش جس کی لمبائی 5 میٹر اور چوڑائی 4 میٹر ہے۔ 3 میٹر اضلاع کا ایک مربع قالین فرش پر بچھا ہوا ہے۔ فرش کے اُس حصے کا رقبہ بتایئے، جہاں قالین نہیں ہے۔

حل:

فرش کی لمبائی = 5 میٹر۔

فرش کی چوڑائی = 4 میٹر۔

فرش کا رقبہ = لمبائی × چوڑائی = 5 میٹر × 4 میٹر = 20 مربع میٹر۔

مربع قالین کی لمبائی = 3 میٹر۔

قالین کا رقبہ = لمبائی × لمبائی = 3 میٹر × 3 میٹر = 9 مربع میٹر۔

اس طرح فرش کا وہ حصہ جو قالین سے ڈھکا ہوا ہے۔ 9 اسکوائر میٹر ہے۔

اس لیے فرش کا وہ رقبہ جو قالین سے ڈھکا ہوا نہیں ہے، وہ ہے فرش کا رقبہ – فرش کا وہ رقبہ جو ڈھکا ہوا ہے = 20 مربع میٹر – 9 مربع میٹر = 11 مربع میٹر

مثال: 12 میٹر لمبی اور 10 میٹر چوڑی زمین کے ٹکڑے کے چار کناروں پر چار مربع شکل کی پھولوں کی کیاریاں ہیں جس کا ہر ضلع 4 میٹر کا ہے۔ زمین کے باقی حصے کا رقبہ معلوم کیجیے۔

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

حل

زمین کی لمبائی (l) = 12 میٹر۔

زمین کی چوڑائی(w) = 10 میٹر۔

پوری زمین کا رقبہ = $w \times l$ = 12 میٹر ×10 میٹر = 120 مربع میٹر۔

چاروں پھولوں کی کیاریوں کے کنارے کی لمبائی(s) ہے =4 میٹر۔

ایک پھول والی کیاری کا رقبہ =s×s= 4میٹر ×4میٹر = 16 مربع میٹر۔

اس طرح پھول والی چاروں کیاریوں کا رقبہ= 4 × 16 مربع میٹر =64 مربع میٹر

اس لیے زمین کا باقی بچا رقبہ: زمین کا کل رقبہ تفرق چاروں پھول والی کیاریوں کا رقبہ = 120 مربع میٹر– 64 مربع میٹر =56 مربع میٹر۔

معلوم کیجیے

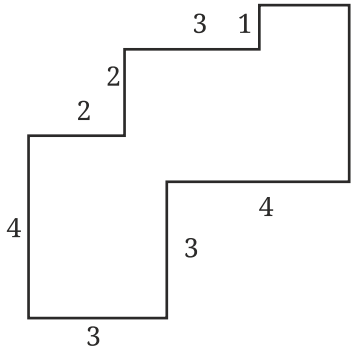
1 . 25 میٹر لمبے ایک مستطیلی باغ کا رقبہ جو 300 مربع میٹر ہے۔ باغ کی چوڑائی کیا ہوگی؟

2 . 500 میٹر لمبے اور 200 میٹر چوڑے ایک مستطیلی پلاٹ ٹائل لگانے کی قیمت معلوم کیجیے اگر ہر 100 مربع میٹر کی قیمت 8 روپیے ہے۔

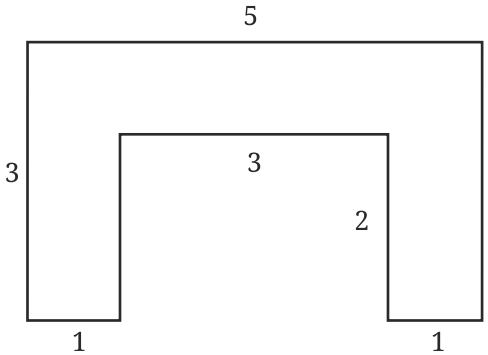
3 . ایک مستطیلی ناریل کا باغ 100 میٹر لمبا اور 50 میٹر چوڑا ہے۔ اگر ہر ناریل کے درخت کو 25 مربع میٹر جگہ چاہیے تو اس باغ میں زیادہ سے زیادہ کتنے درخت لگائے جاسکتے ہیں؟

4 . دی گئیں شکلوں کو مستطیل میں توڑ کر ان کا رقبہ معلوم کیجیے۔ (تمام پیمائشیں میٹر میں دی گئی ہیں)

a.



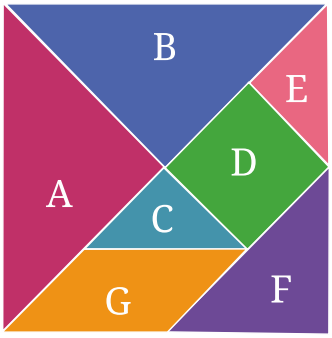
b.



©KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

معلوم کیجیے

آپ اپنی درسی کتاب کے آخر میں دیئے گئے ٹینگرام کے ٹکڑوں کو کاٹ کر نکالیے۔



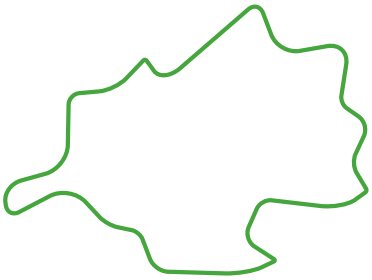
1. غور کیجیے اور معلوم کیجیے کہ کتنے ٹکڑے اس میں یکساں رقبے کے ہیں۔
2. شکل C کے مقابلہ میں شکل D کتنی بڑی ہے۔ شکل C، D اور E کا آپس میں کیا رشتہ ہے؟
3. شکل D یا F میں سے کس شکل کا رقبہ زیادہ ہے؟ اپنے جواب کی وجہ بیان کیجیے؟
4. شکل F اور G میں سے کس شکل کا رقبہ زیادہ ہے؟ اپنے جواب کی وجہ بیان کیجیے؟
5. شکل G کے مقابلے میں شکل A کا رقبہ کیا ہے؟ کیا یہ رقبہ اس سے دوگنا بڑا ہے؟ چار گنا بڑا ہے؟

اشارہ: ٹینگرام کے ٹکڑوں کو جب ہم ایک دوسرے کے اوپر رکھتے ہیں تو ہمیں پتہ چلتا ہے کہ شکل A اور B کا رقبہ مساوی ہے اور شکل C اور شکل E کا رقبہ بھی مساوی ہے۔ آپ نے اس بات پر بھی غور کیا ہوگا کہ شکل D نے شکل C اور E کو پوری طرح ڈھانپ دیا جس کا مطلب ہے کہ شکل D کا رقبہ شکل C اور شکل F کے مقابلے میں دوگنا ہے، وغیرہ۔

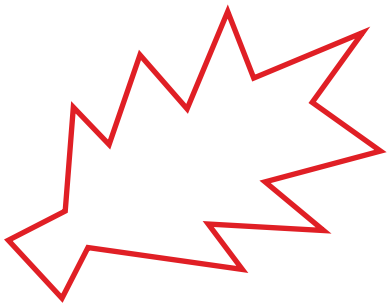
6. کیا آپ اب ان سارے 7 ٹکڑوں سے بننے والے بڑے مربع کا رقبہ، شکل C کے رقبے کے لحاظ سے معلوم کر سکتے ہیں؟
7. ان 7 ٹکڑوں کو ترتیب دے کر ایک مستطیل بنائیے۔ اب شکل C کے مقابلے میں اس مستطیل کا رقبہ کیا ہوگا؟ اپنے جواب کی وجہ بیان کیجیے۔
8. کیا ان 7 ٹکڑوں سے بنے مربع اور مستطیل کے احاطے مختلف ہیں یا مساوی؟ اپنے جواب کی وضاحت پیش کیجیے۔

©KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

❁ دی گئیں شکلوں کو دیکھیے اور اندازہ لگائیے کہ کس شکل کا رقبہ زیادہ ہے۔



a.



b.

ہم کسی بھی آسان بند شکل کے رقبے کا اندازہ ایک مربع پیپر یا گراف پیپر کو استعمال کرتے ہوئے کر سکتے ہیں، جہاں ہر مربع کی پیمائش 1 اکائی × 1 اکائی یا 1 مربع اکائی ہے۔

رقبہ کا اندازہ لگانے کے لیے، ہم کسی شفاف پیپر پر شکل کی نشان دہی کر سکتے ہیں اور اسے کسی مربع کاغذ یا گراف پیپر پر رکھ کر مندرجہ ذیل ہدایات پر عمل کر سکتے ہیں۔

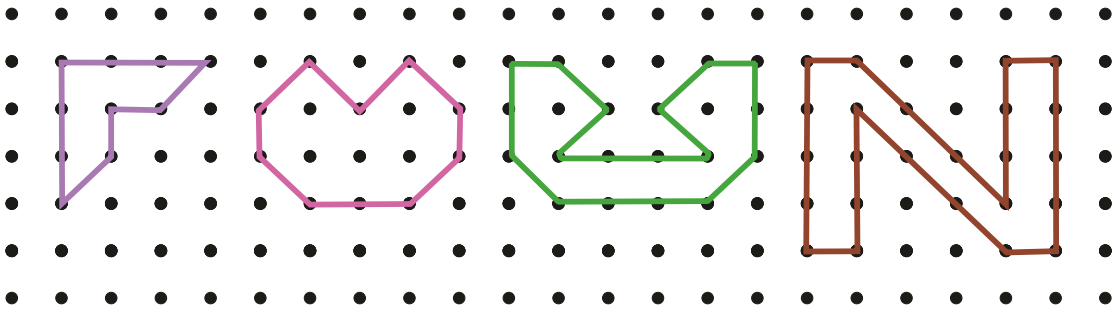
1 . ایک گراف پیپر کا چھوٹا سا مربع کا رقبہ 1 مربع اکائی کے طور پر لیا جاتا ہے۔

2 . رقبے کا وہ حصہ جو نصف مربع سے کم ہو نظر انداز کیا جائے۔

3 . اگر نصف مربع سے زیادہ حصے میں آ رہا ہے تو اس کو 1 مربع اکائی گنا جائے۔

4 اگر حقیقی طور پر نصف مربع گنا گیا ہے تو اس کے رقبے کو $\frac{1}{2}$ مربع اکائی لیجیے۔

❁ درج ذیل شکلوں کا رقبہ معلوم کیجیے۔



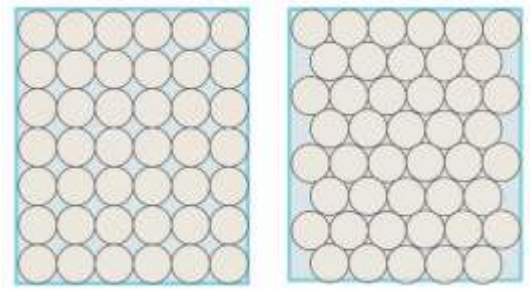
NOT TO BE REPUBLISHED @KTBS

معلوم کیجیے۔



عام طور پر مربعوں کو استعمال کر کے رقبے کی پیمائش کیوں کی جاتی ہے؟

ایک گراف پیپر پر ایک دائرہ بنائیے جس کے قطر (چوڑائی) کی لمبائی 3 ہو۔ مربعوں کی گنتی کیجیے اور دائروی علاقوں کے رقبے کا اندازہ لگائیے۔



جیسا کہ آپ جانتے ہیں کہ دائروں کو خلا کے بغیر سختی سے باندھا نہیں جاسکتا۔ ان کے درمیان خلا رہے گی اس لیے اس کے رقبے کی حقیقی پیمائش دائروں کو اکائی مان کر کرنا بہت مشکل ہے۔ اسی طرح یہاں ایک مستطیل کو دو مختلف طریقوں سے دائروں سے بھرا گیا ہے۔ پہلے مستطیل میں 42 دائرے اور دوسرے میں 44 دائرے ہیں۔

- مختلف شکلوں (مثلث اور مربع) کو استعمال کر کے اس خلا کو پُر کرنے کی کوشش کیجیے اور معلوم کیجیے کہ کسی اور طرح کی شکل کے بجائے مربع شکل کا استعمال کر کے رقبہ نکالنے کے کیا فائدے ہیں۔ اہم نقطے کی فہرست تیار کیجیے جو مربع کے ذریعے رقبہ نکالنے کے طریقے کو بہتر ثابت کرے۔

1 . راہداری کے باہر فرش کا رقبہ (مربع میٹر میں) معلوم کیجیے۔

2 . اپنے اسکول کے کھیل کے میدان کا رقبہ (مربع میٹر میں) معلوم کیجیے۔

معلوم کیجیے۔

ریاضی
بات چیت

- ایک مربعی گرڈ کاغذ (1 مربع = 1 مربع اکائی) پر جتنی ممکن ہو اتنی تعداد میں مستطیل بنائیے جن کی لمبائی اور چوڑائی ایسے اعداد و شمار کے مطابق ہو کہ مستطیل کا رقبہ 24 مربع اکائی ہو۔

a . کس مستطیل کا احاطہ سب سے بڑا ہے؟

b . کس مستطیل کا احاطہ سب سے کم ہے؟

©KTBS
NOT TO BE REPUBLISHED

c . اگر آپ 32 مربع سینٹی میٹر رقبے والا ایک مستطیل لیتے ہیں تو آپ کے جواب کیا ہوں گے؟ دیا گیا کوئی بھی رقبہ ہو، کیا یہ ممکن ہے کہ سب سے زیادہ احاطے والے مستطیل اور سب سے کم احاطے والے مستطیل کی پیش گوئی کی جا سکے؟ مثالیں دیجیے اور اپنے جواب کو دلیل سے واضح کیجیے۔

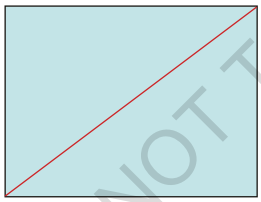
6.3 مثلث کا رقبہ (Area of a Triangle)

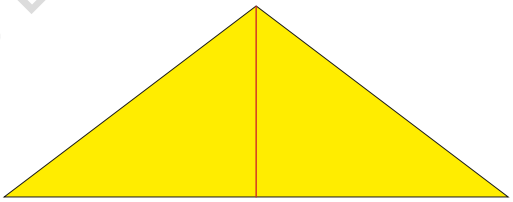
کاغذ کے ایک ٹکڑے پر ایک مستطیل بنا کر اس کا ایک وَتر بنائیے۔ اب مستطیل کو ایک وَتر (Diagonals) کے ساتھ کاٹ کر دو مثلث حاصل کیجیے۔

- جانچ کیجیے! کیا دونوں مثلث ایک دوسرے پر مکمل طور پر منطبق ہیں۔ کیا ان دونوں کا رقبہ یکساں ہے؟
  اسی طرح اور زیادہ مستطیل جو مختلف طول و عرض کے ہوں بنائیے۔ آپ اسے ایک مربع سے بھی جانچ سکتے ہیں۔
- آپ اس مشق سے کیا نتیجے اخذ کر سکتے ہیں؟ برائے مہربانی یہاں لکھیے۔ _____

_____

اب نیچے دی گئیں شکلوں کو دیکھیے۔ کیا نیلے رنگ کے مستطیل کا رقبہ پیلے رنگ کے مثلث کی بہ نسبت زیادہ ہے یا کم؟ یا یہ یکساں ہے؟ کیوں؟





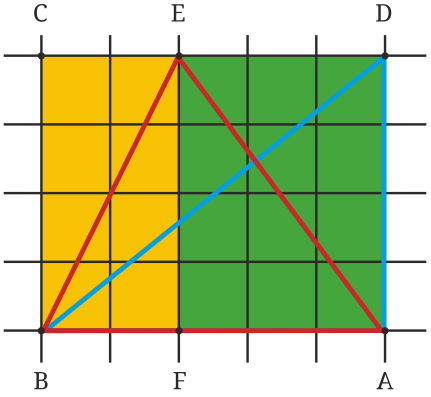
- کیا آپ نیلے مستطیل اور پیلے مثلث اور ان کے رقبے کے درمیان کوئی تعلق دیکھ سکتے ہیں؟ اس تعلق کو یہاں لکھیے۔

_____

استاد کے لیے نوٹ

طلبا نے جو نتیجے اخذ کیے ہیں اور جو تعلق انہوں نے ظاہر کیے ان کی مزید وضاحت میں طلبا کی مدد کیجیے تا کہ وہ اپنی زبان میں ان کی وضاحت کر کے پوری جماعت کے لیے ایک عام رائے قائم کر سکے۔ جماعت میں کسی وَتر کی تعریف یاد کیجیے۔

© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED



اپنے نتیجوں ا ور اوپر دی گئیں مشقوں میں دیکھے گئے تعلقات کی تصدیق کرنے کے لیے گرڈ کاغذ پر مناسب مثلث بنائیے۔

اپنی سابقہ جماعتوں کی سمجھ سے ایک گرڈ کاغذ کا استعمال کرتے ہوئے کسی بند شکل کے رقبے کا تخمینہ لگائیے اور۔

1 .نیلے مثلث BAD کا رقبہ معلوم کیجیے۔

_____

2 . سرخ مثلث ABE کا رقبہ معلوم کیجیے۔

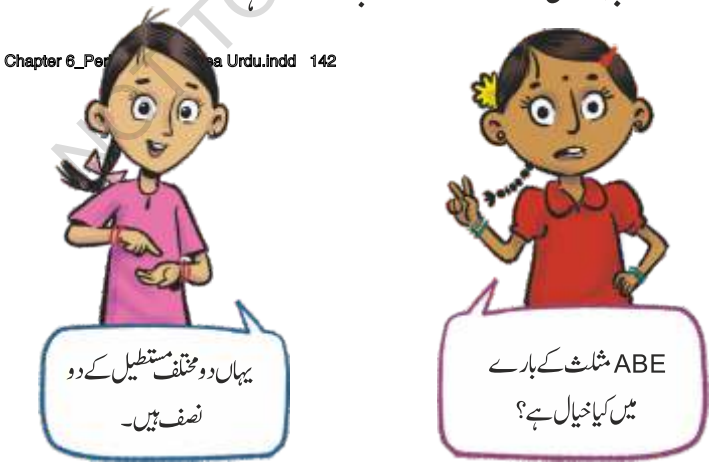
_____



@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

مستطیل ABCD کا رقبہ =_____

اس لیے مثلث BAD کا رقبہ مستطیل ABCD کے رقبے کا نصف ہے۔



Chapter 6_Per ea Urdu.indd 142

مثلث ABE کا رقبہ = مثلث AEF کا رقبہ + مثلث BEF کا رقبہ۔

یہاں مثلث AEF کا رقبہ = مستطیل AFED کے رقبے کا نصف۔

اسی طرح، مثلث BEF کا رقبہ = مستطیل BFEC کے رقبے کا نصف۔

اس طرح، مثلث ABE کا رقبہ = مستطیل AFED کے رقبے کا نصف + BFEC مستطیل کا نصف رقبہ

= مستطیل AFED اور BFEC کے نصف رقبے کے حاصل جمع کا نصف

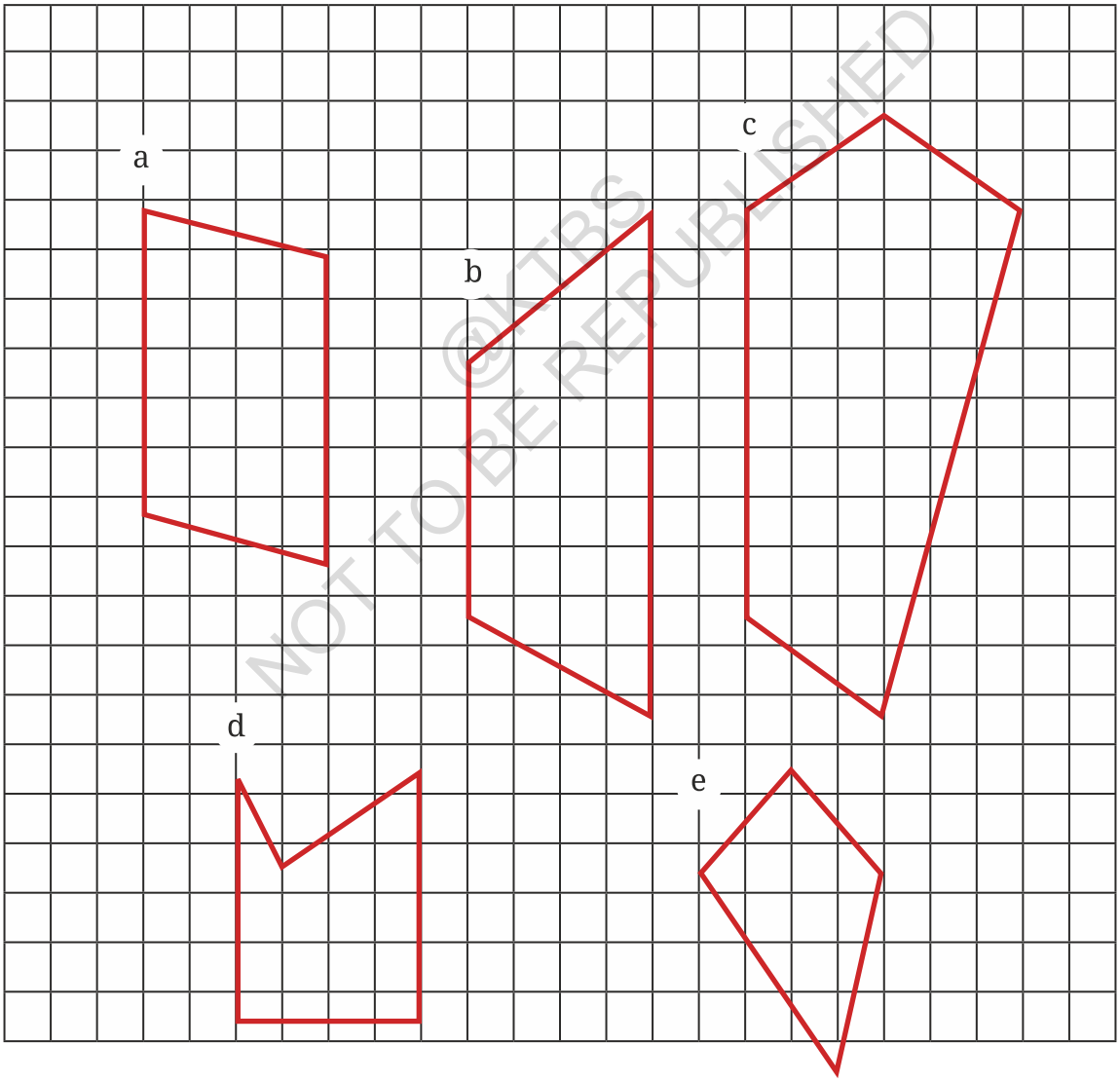
= ABCD مستطیل رقبے کا نصف۔

نتیجہ _____

_____

معلوم کیجیے

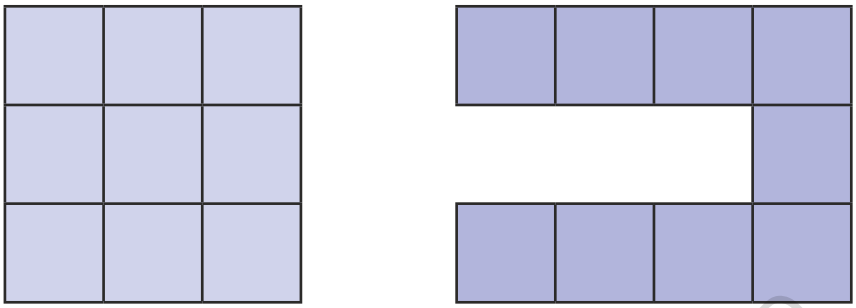
1. مندرجہ ذیل شکلوں کا رقبہ انھیں مستطیل اور مثلث میں تقسیم کر کے معلوم کیجیے۔



@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

'کم' یا 'زیادہ' بنانا

ان دونوں شکلوں پر غور کیجیے۔ کیا ان دونوں میں کوئی مماثلت یا فرق ہے؟



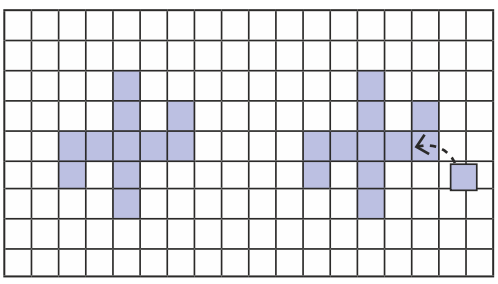
9 اکائی والے مربعے (جن کا رقبہ 9 مربع اکائیاں ہوں) کا استعمال کرتے ہوئے اب تک ہم نے دو مختلف احاطوں والی شکلیں بنائی ہیں۔ پہلی شکل کا احاطہ 12 اکائیاں ہے اور دوسری شکل کا احاطہ 20 اکائیاں ہے۔

9 مربع اکائیوں کے ساتھ دیگر احاطے حاصل کرنے کے لیے مختلف شکلیں ترتیب دیجیے یا بنائیے۔ ہر مربع کم سے کم ایک طرف مکمل طور پر ایک دوسرے مربعے کے ایک ضلع سے ہم صف ہونا چاہیے اور سبھی مربعے ساتھ مل کر ایک مکمل شکل بنانے چاہیے جس میں کوئی سوراخ نہ ہو۔

- 9 اکائی والے مربعوں کو استعمال کر کے ان سوالوں کو حل کیجیے۔

1. ممکنہ طور پر سب سے چھوٹا احاطہ کیا ہے؟
2. ممکنہ طور پر سب سے بڑا احاطہ کیا ہے؟
3. 18 اکائیوں کے احاطے کے ساتھ ایک شکل بنائیے۔
4. کیا آپ مذکورہ تینوں احاطے میں سے ہر ایک کے لیے مختلف شکلیں بنا سکتے ہیں، یا صرف ایک ہی شکل اس احاطے کے لیے ممکن ہے۔ آپ کی دلیل کیا ہے؟

- آیئے ہم کچھ پیچیدہ مشق کریں! یہاں 24 اکائیوں پر مشتمل احاطے کی ایک شکل دی گئی ہے۔

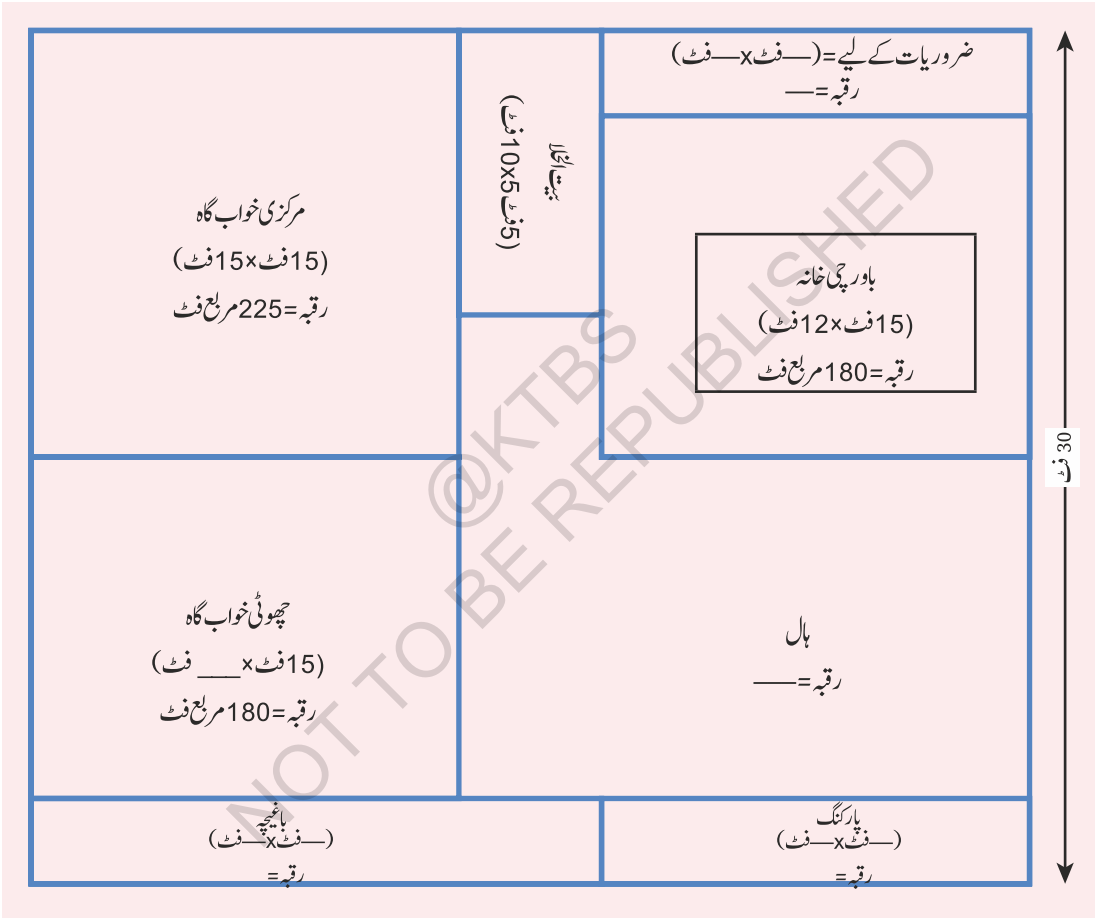


پھر سے مکمل کیے بغیر، غور کیجیے، سوچیے اور معلوم کیجیے اگر دائیں طرف دکھائے گئے ایک نئے مربع کو جوڑا جائے تو احاطے میں کیا تبدیلی آئے گی۔

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

اس نئے مربع کو مختلف مقامات پر رکھنے کا تجربہ کیجیے اور سوچیے کہ اس کے احاطے میں کیا تبدیلی آئے گی۔ کیا آپ مربع کو ایسے رکھ سکتے ہیں کہ احاطہ: a) بڑھتا ہے؛ b) گھٹتا ہے؛ c) مساوی رہتا ہے؟

- نیچے چرن کے گھر کا منصوبہ دیا گیا ہے۔ یہ ایک مستطیلی پلاٹ میں ہے۔ منصوبے کو دیکھیے۔ آپ کیا غور کرتے ہیں؟



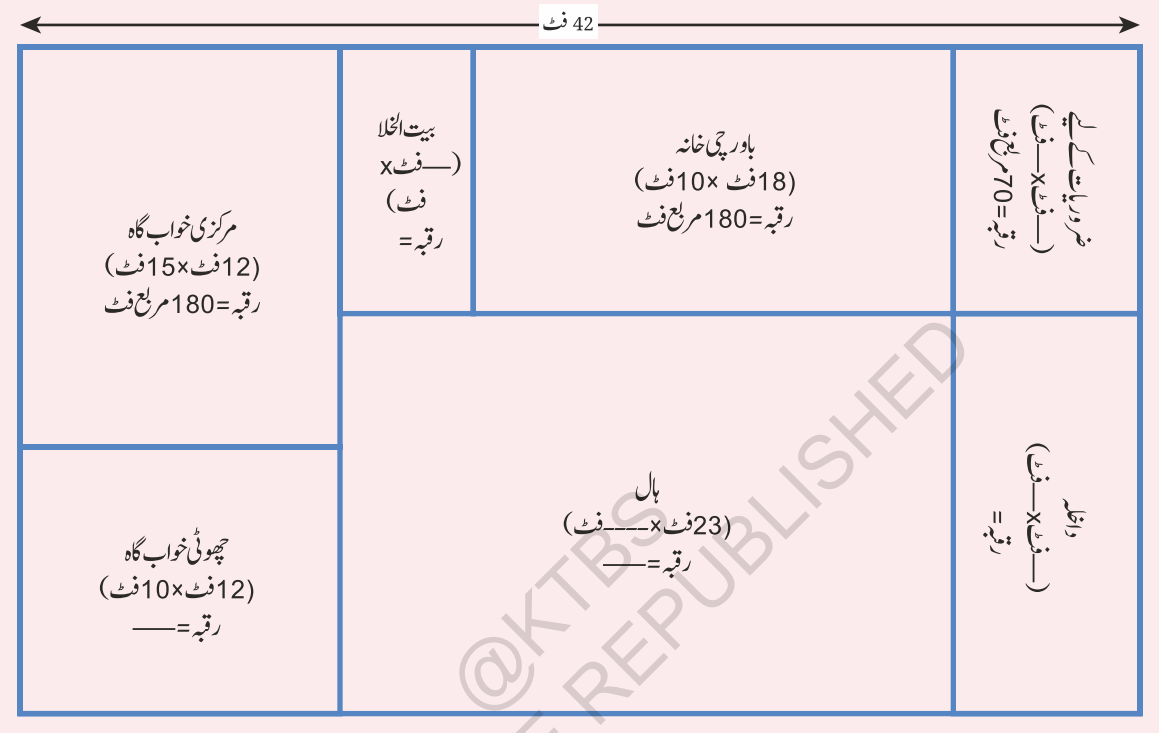
@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

چند پیمائشیں دی گئی ہیں—

a . گمشدہ پیمائشیں معلوم کیجیے۔

b . اس کے گھر کا رقبہ معلوم کیجیے۔

اب شرن کے گھر کے گم شدہ حدود ابعاد اور رقبہ معلوم کیجیے۔۔۔نیچے منصوبہ دیا گیا ہے۔



@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

چند پیمائشیں دی گئی ہیں:

a . گمشدہ پیمائش معلوم کیجیے۔

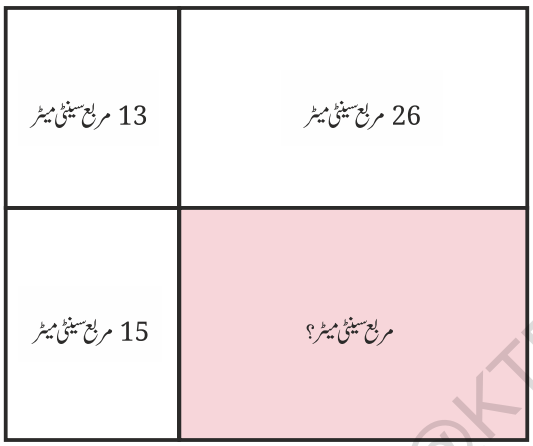
b . اس کے گھر کا رقبہ معلوم کیجیے۔

شرن کے گھر میں تمام مختلف کمروں کے حدود ابعاد (Dimension) کیا ہیں؟ شرن کے گھر اور چرن کے گھر کے رقبے اور احاطے کا موازنہ کیجیے۔

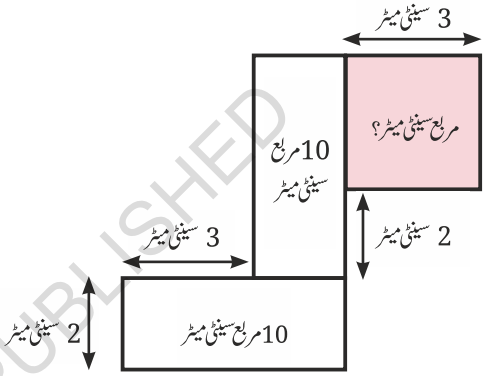
رقبہ سے متعلق معمے

ہر شکل میں اس کے ایک حصے کی یا تو ضلعی لمبائی یا علاقے کا رقبہ معلوم کیجیے۔

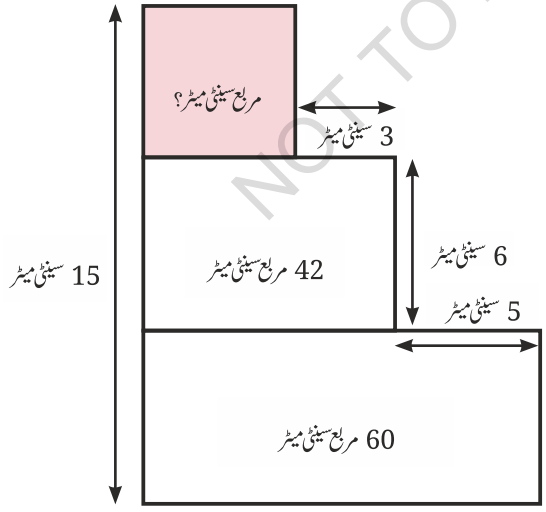
a.



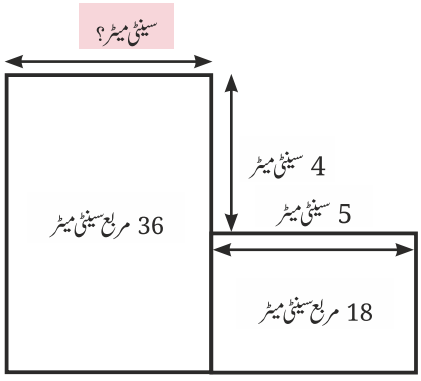
b.



c.



d.



@KTBS
NOT TO BE REPUBLISHED

معلوم کیجیے

1 . ایک مستطیل کا حدود اربعہ معلوم کیجیے جس کا رقبہ ان دو مستطیلوں کے رقبے کا حاصل جمع ہے، جن کی پیمائشیں ہیں: 5 میٹر × 10 میٹر اور 2 میٹر × 7 میٹر۔

2 . 50 میٹر لمبے ایک مستطیلی باغ کا رقبہ 1000 مربع میٹر ہے۔ اس باغ کی چوڑائی معلوم کیجیے۔

3 . ایک کمرے کا فرش 5 میٹر لمبا اور 4 میٹر چوڑا ہے۔ ایک مربع قالین جس کے اضلاع کی لمبائی 3 میٹر ہے فرش پر بچھا ہوا ہے۔ فرش کے اُس حصے کا رقبہ بتائیے جس پر قالین نہیں بچھا ہے۔

4 . 15 میٹر لمبے اور 12 میٹر چوڑے باغ کے چاروں کونوں پر 2 میٹر لمبی اور 1 میٹر چوڑی پھولوں کی چار کیاریاں کھدی ہیں۔ اب باغ میں لان کے لیے کتنی جگہ باقی بچے گی؟

5 . شکل A کا رقبہ 18 مربع اکائی اور شکل B کا رقبہ 20 مربع اکائی ہے۔ شکل A کا احاطہ شکل B سے زیادہ ہے۔ دی گئی پیمائش کے مطابق دو ایسی شکلیں بنائیے جو ان شرائط کی تکمیل کرتی ہوں۔

6 . اپنی کتاب کے ایک صفحے پر ایک مستطیلی بارڈر بنائیے جو اوپر اور نیچے سے 1 سینٹی میٹر اور بائیں اور دائیں سے 1.5 سینٹی میٹر ہو۔ بارڈر کا احاطہ کیا ہے؟

7 . 12 اکائی x 8 اکائی کا ایک مستطیل بنائیے۔ اس کے اندر ایک اور مستطیل بنائیے بغیر باہری مستطیل کو چھوئے جو بالکل آدھا رقبہ گھیرے۔

8 . ایک مربع کاغذ کے ٹکڑے کو آدھا کر کے موڑا گیا۔ مربع کو پھر موڑ سے دو مستطیلوں میں کاٹا گیا۔ مربع کے سائز کی پرواہ کیے بغیر ان میں سے ایک بیان ہمیشہ سچ ہے۔ کون سا بیان یہاں سچ ہے؟

a . ہر مستطیل کا رقبہ مربع کے رقبے سے بڑا ہے۔

b . مربعے کا احاطہ دونوں مستطیلوں کے احاطے کے حاصل جمع سے زیادہ ہے۔

c . دو مستطیلوں کے احاطے کا حاصل جمع مربع کے احاطے کے مقابلے میں ہمیشہ $1\frac{1}{2}$ گنا بڑا ہوتا ہے۔

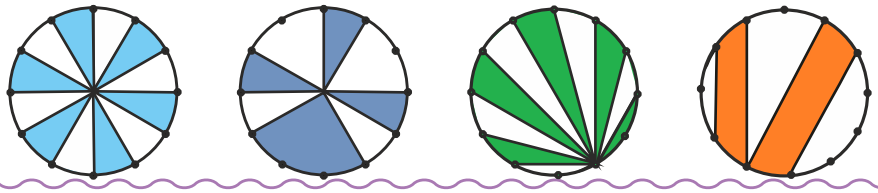
d . مربع کا رقبہ ہمیشہ دونوں مستطیلوں کے حاصل جمع کے مقابلے میں تین گنا بڑا ہے۔

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

خلاصہ

- کثیرضلعی (Polygon) کا احاطہ اس کے تمام اضلاع کی لمبائی کا حاصل جمع ہوتا ہے۔
  a. ایک مستطیل کا احاطہ اس کی لمبائیوں اور چوڑائی کا دوگنا ہوتا ہے۔
  b. ایک مربع کا احاطہ اس کے کسی ایک ضلع کی لمبائی کا چار گنا ہوتا ہے۔
- ایک بند شکل کا رقبہ اس کے خطے کی پیمائش ہے جو اس شکل کے احاطے کے اندر ہے۔
- رقبہ عام طور پر مربع اکائیوں میں ناپا جاتا ہے۔
- مستطیل کا رقبہ اس کی لمبائی اور چوڑائی کا ضرب ہے۔ مربع کا رقبہ اس کے کسی بھی ایک ضلع کی لمبائی کو خود سے ضرب دینے کے برابر ہوتا ہے۔
- دو بند شکلوں کا رقبہ یکساں ہو سکتا ہے مختلف احاطے کے ساتھ یا یکساں احاطہ مختلف رقبے کے ساتھ۔
- خطے کے رقبے کی پیمائش کا تخمینہ (یا حقیقی جاننے کے لیے) ان خطوں کو مربع اکائیوں میں توڑ کر لگایا جا سکتا ہے۔ پھر انھیں مزید عمومی شکل والے مستطیل اور مثلث، جن کے رقبے شمار کیے جا سکتے ہیں، کے ذریعے نکالا جا سکتا ہے۔

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

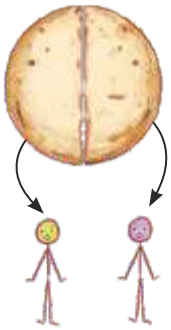


7

4674CH07

کسری اعداد
(Fractions)

یاد کیجئے جب چیزوں کی مکمّل تعداد کچھ لوگوں میں برابر حصوں میں بانٹی جاتی ہیں، تو ہمیں کسری اعداد بتاتے ہیں کہ ہر حصے کی مقدار کتنی ہے۔

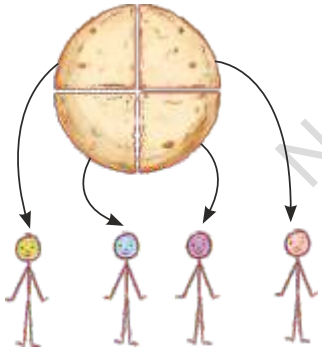


شبنم — کیا آپ کو یاد ہے، اگر ایک روٹی دو بچوں کے بیچ برابر حصوں میں تقسیم کی جاتی ہے تو ہر بچے کو کتنی روٹی ملے گی؟

مکتا — ہر بچے کو آدھی روٹی ملے گی۔

شبنم — کسری اعداد (Fraction) ، نصف، کو $\frac{1}{2}$ لکھا جاتا ہے۔ کبھی کبھی ہم اسے ایک بٹا دو بھی پڑھتے ہیں۔

مکتا — اگر ایک روٹی 4 بچوں کے بیچ برابر تقسیم کی جاتی ہے، تو ہر ایک بچہ کو کتنی روٹی ملے گی؟



شبنم — ہر بچے کے حصے میں $\frac{1}{4}$ روٹی آئے گی۔

مکتا — اور کون سا زیادہ ہے $\frac{1}{2}$ روٹی یا $\frac{1}{4}$ روٹی؟

شبنم — جب 2 بچوں کے بیچ میں 1 روٹی برابر حصّوں میں تقسیم کی جاتی ہے، تو ہر بچے کو $\frac{1}{2}$ روٹی ملے گی۔ جب 1 روٹی 4 بچوں کے بیچ میں تقسیم کی جائے گی تو وہ ہر بچے کے حصّے میں $\frac{1}{4}$ روٹی آئے گی۔

دوسرے گروپ میں یہ ایک روٹی زیادہ بچوں میں تقسیم کی جاتی ہے، اس گروپ کے ہر بچے کو کم حصہ ملتا ہے، اس لیے $\frac{1}{2}$ روٹی $\frac{1}{4}$ روٹی سے زیادہ ہے۔

$\frac{1}{2} > \frac{1}{4}$

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

7.1 کسری اکائیاں اور برابر کے حصے

بینی— کون سا کسری عدد بڑا ہے؟ $\frac{1}{5}$ یا $\frac{1}{9}$؟

ارون— 5، 9 سے بڑا ہے۔ تو میرا اندازہ ہے کہ $\frac{1}{9}$، $\frac{1}{5}$ سے بڑا ہوگا۔ کیا میں صحیح ہوں؟

بینی— نہیں! یہ ایک عام غلطی ہے۔ ان کسری اعداد کو حصوں کی طرح سوچو۔

ارون— اگر ایک روٹی 5 بچوں میں تقسیم کی گئی تو ہر ایک کے حصے میں $\frac{1}{5}$ روٹی آئے گی۔ اگر ایک روٹی 9 بچوں میں تقسیم کی جاتی ہے تو ہر ایک کے حصے میں $\frac{1}{9}$ روٹی آئے گی۔

بینی— بالکل صحیح! اب دوبارہ سوچو۔ کون سا حصہ زیادہ ہوگا؟

ارون— اگر میں زیادہ لوگوں کے ساتھ تقسیم کروں گا تو مجھے کم ملے گی۔ اس لیے $\frac{1}{5} > \frac{1}{9}$۔

بینی— تم سمجھ گئے!

اچھا تو $\frac{1}{100}$، $\frac{1}{200}$ سے بڑا ہے!

جب ایک اکائی کو کئی برابر حصوں میں تقسیم کرتے ہیں، تو ہر حصہ **کسری اکائی** (Fractional unit) کہلاتا ہے۔ یہ سبھی کسری اکائیاں ہیں:

$\frac{1}{2}$، $\frac{1}{3}$، $\frac{1}{4}$، $\frac{1}{5}$، $\frac{1}{6}$، ...، $\frac{1}{10}$، ...، $\frac{1}{50}$، ...، $\frac{1}{100}$، وغیرہ۔

کبھی کبھی کسری اکائیوں کو ہم، **'کسری اعداد'**، بھی کہتے ہیں۔

معلوم کیجیے

خالی جگہوں کو کسری اعداد سے پُر کیجیے۔

ریاضی بات چیت

1. چار امرود کا وزن ایک کلوگرام ہے۔ اگر موٹے طور پر وہ ایک ہی سائز کے ہیں، تو ہر امرود کا وزن ——— کلوگرام ہوگا۔
2. ایک تھوک سامان کا تاجر ایک کلوگرام چاول کو برابر وزن کے چار پیکٹ میں پیک کرتا ہے۔ ہر ایک پیکٹ کا وزن ——— کلوگرام ہوگا۔

©KSEBS NOT TO BE REPUBLISHED

ریاضی بات چیت

3 . چار دوستوں نے 3 گلاس گنے کا رس منگایا اور اس کو آپس میں برابر برابر تقسیم کر لیا۔ ہر ایک نے ـــــــ گلاس گنے کا رس پیا۔

4 . ایک بڑی مچھلی کا وزن $\frac{1}{2}$ کلوگرام ہے۔ چھوٹی مچھلی کا وزن $\frac{1}{4}$ کلوگرام ہے۔ دونوں کا وزن مل کر ـــــــ کلوگرام ہوگا۔

ماضی سے معلومات!

کسری اعداد کا نام اور استعمال ہندوستان میں قدیم زمانے سے ہوتا آرہا ہے۔ رِگ وید میں کسری اعداد $\frac{3}{4}$ کو تری-پدا' کہا گیا ہے۔ اس کا وہی مطلب ہے جو آج بھی بہت سی ہندوستانی زبانوں میں $\frac{3}{4}$ کے لیے استعمال ہوتا ہے، مثال کے طور پر ہندی بول چال کی زبان میں، 'تین پاؤ' اور تمل میں 'مکّال (Mukkaal)۔ درحقیقت آج بہت سی ہندوستانی زبانوں میں استعمال ہونے والے کسری اعداد کے الفاظ قدیم زمانے سے چلے آرہے ہیں۔

معلوم کیجیے کہ آپ کے گھر، شہر یا صوبہ میں بولی جانے والی مختلف زبانوں میں کسری اعداد کے لیے کون سے الفاظ استعمال ہوتے ہیں۔ اپنے دادا دادی، والدین، اساتذہ اور ہم جماعتوں سے پوچھیے کہ وہ مختلف کسری اعداد کے لیے کون سے الفاظ استعمال کرتے ہیں، جیسے کہ ڈیڑھ، تین چوتھائی، سوا، آدھا، پاؤ اور اڑھائی اور انھیں یہاں لکھیے:

_____

5 . ذیل میں خالی خانوں میں چھوٹے سے بڑے تک کسری اعداد کے الفاظ کو سائز کے اعتبار سے ترتیب دیجیے:

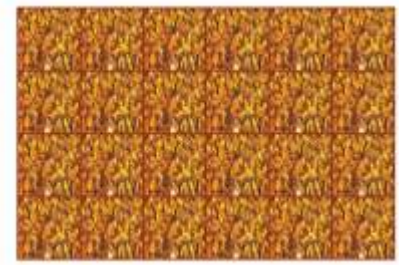
ایک اور آدھا، تین چوتھائی، ایک اور ایک چوتھائی، آدھا، پاؤ اور اڑھائی۔

اپنا جواب یہاں پر لکھیے

© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

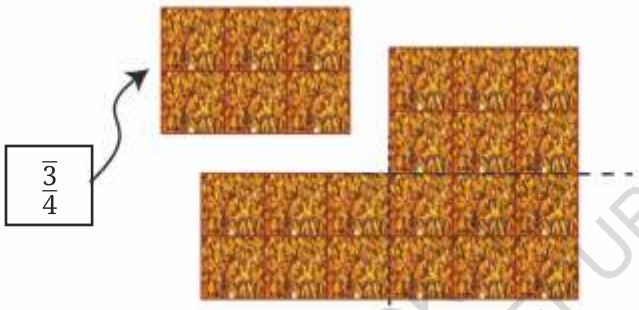
7.2 کسی مکمل کے حصے کی شکل میں کسری اکائیاں

یہ تصویر ایک مکمل چِکّی کو ظاہر کرتی ہے۔

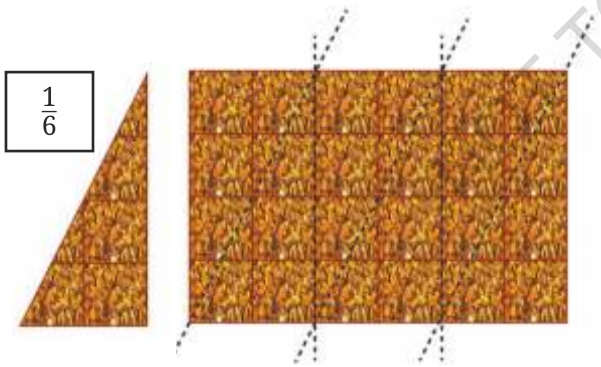


ایک مکمل چِکّی

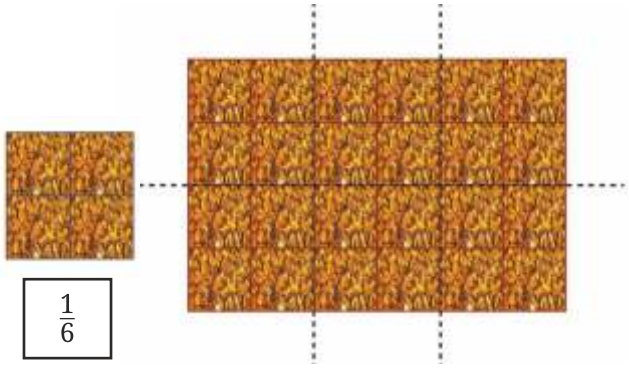
نیچے ایک مکمل چِکّی کو دو برابر حصوں میں توڑنے کی تصویر دکھائی گئی ہے۔ اصل چِکّی کا ہر حصہ کتنا ہوگا؟



ہم دیکھ سکتے ہیں کہ بڑے حصے میں $\frac{1}{4}$ چِکّی والے 3 ٹکڑے ہیں۔ اس لیے ہم بڑے ٹکڑے کو کسری اکائی $\frac{1}{4}$ کا استعمال کر کے ناپ سکتے ہیں۔ ہم نے دیکھا کہ بڑا ٹکڑا $\frac{3}{4}$ چِکّی ہے۔



ایک مکمل چِکّی کو مختلف طریقے سے 6 برابر حصوں میں تراشا گیا۔



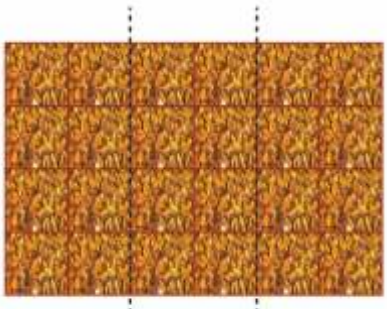
ایک مکمل چِکّی کو 6 برابر حصوں میں تراشا گیا۔

ایک مکمل چِکّی کو مختلف طریقوں سے 6 برابر حصوں میں بانٹنے سے ہمیں مختلف شکلوں کے $\frac{1}{6}$ چِکّی کے ٹکڑے حاصل ہوتے ہیں۔ کیا ان کا سائز ایک ہے؟

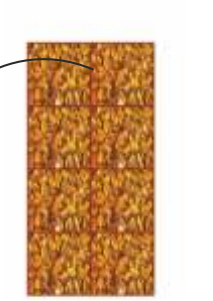
ریاضی بات چیت

© NCERT NOT TO BE REPUBLISHED

مندرجہ ذیل چِکّی کی کسری اکائی کیا ہے؟



ایک مکمل چِکّی



یہ ٹکڑا ہمیں ایک مکمل چِکّی کو 3 برابر حصوں میں تقسیم کرنے سے حاصل ہوا۔ اس لیے یہ $\frac{1}{3}$ چِکّی ہے۔

$\frac{1}{3}$

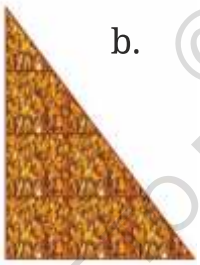
معلوم کیجیے

مندرجہ ذیل تصویریں مکمل چِکّی کے مختلف کسری اکائیوں کو دکھاتی ہیں۔ مکمل چِکّی کا ہر حصہ کتنا ہو گا؟

a.



b.



c.



d.



e.



f.



g.



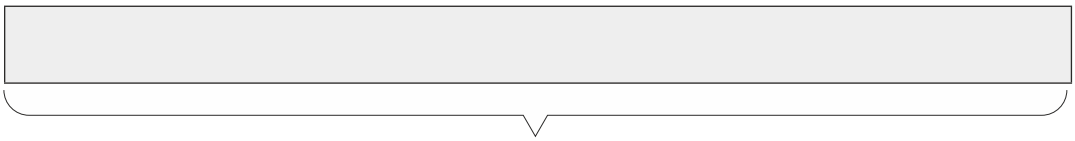
h.



@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

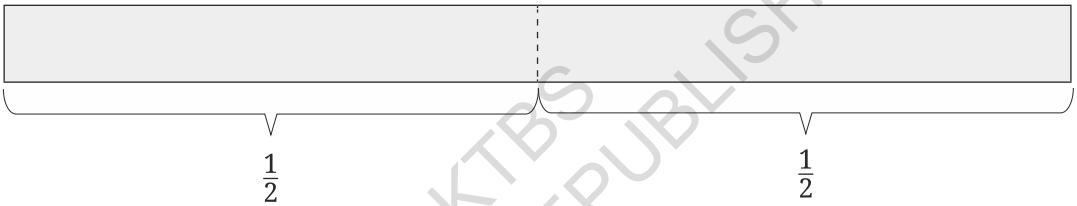
7.3 کسری اکائیوں کا استعمال کرتے ہوئے پیمائش

کاغذ کی ایک پٹی لیجیے۔ ہم اس کاغذ کی پٹی کو ایک اکائی لمبی تصور کرتے ہیں۔

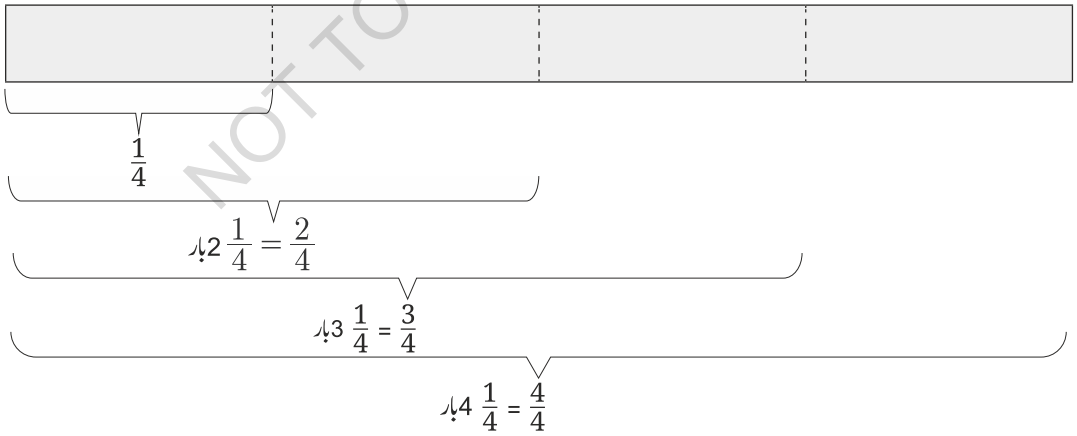


کاغذ کی ایک پٹی

پٹی کو دو برابر حصّوں میں موڑیئے اور پھر اس پٹی کو دوبارہ کھولیے۔ اگر پٹی کی لمبائی ایک اکائی مان لی جائے تو کریز کے ذریعے بننے والی پٹی کے دو نئے حصوں کی لمبائی کیا ہوگی؟

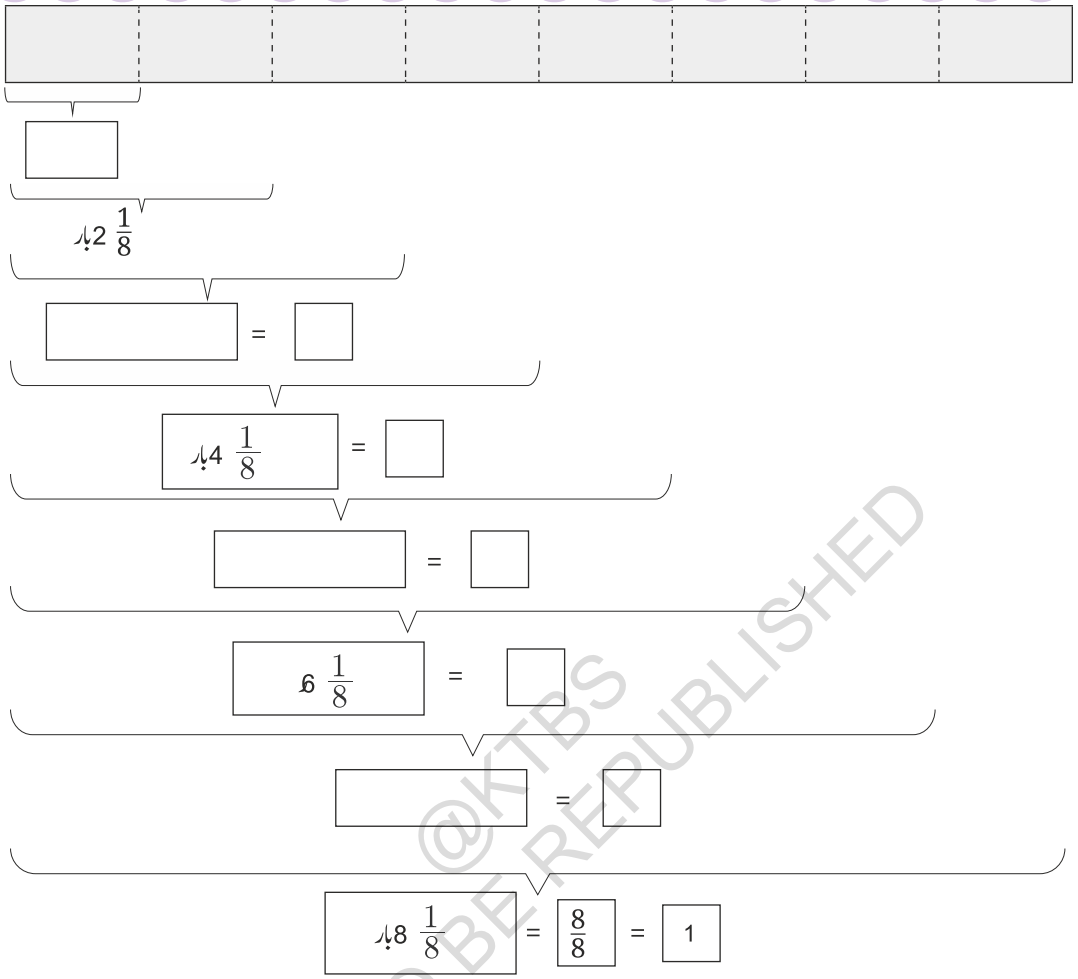


اگر آپ پہلے سے موڑی ہوئی پٹی کو دوبارہ دو برابر حصّوں میں موڑتے ہیں تو آپ کو کیا حاصل ہوگا ؟ آپ کو اب چار برابر حصے ملیں گے۔



اس کو ایک بار پھر سے دہرایئے! اور خالی جگہ کو بھریے۔

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED



کسری اکائیوں کا استعمال کرتے ہوئے کسری مقدار کی پیمائش کی جا سکتی ہے۔

آیئے دوسری مثال دیکھتے ہیں،



یہ تصویر ایک مکمّل روٹی کو دکھاتی ہے

				
$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$	$\frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2}$	$\frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2}$	$\frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2}$
ایک بار نصف =	دو بار نصف =	تین بار نصف =	چار بار نصف =	پانچ بار نصف =

کسری اکائیوں کو ایک ساتھ جمع کر کے ہم بتا سکتے ہیں کہ مقدار کتنی ہے۔

NOT TO BE REPUBLISHED @KTBS

معلوم کیجیے

1 . $\frac{1}{2}$ کے اس جدول کو مزید 2 مراحل تک جاری رکھیے۔

2 . کیا آپ $\frac{1}{4}$ کے لیے ایسا ہی جدول بنا سکتے ہیں؟

3 . کاغذ کی پٹی کا استعمال کر کے $\frac{1}{3}$ بنائیے۔ کیا اس پٹی کا استعمال آپ $\frac{1}{6}$ بنانے میں کر سکتے ہیں؟

4 . ایک تصویر بنائیے اور مندرجہ ذیل کو دکھانے کے لیے اوپر کی طرح ایک اضافی بیان لکھیے:

a. ایک روٹی کا $\frac{1}{4}$، 5 مرتبہ۔ b . ایک روٹی کا $\frac{1}{4}$، 9 مرتبہ۔

5 . ہر ایک کسری اکائی کو اس کی صحیح تصویر سے ملائیے:

$\frac{1}{6}$ $\frac{1}{8}$ $\frac{1}{5}$ $\frac{1}{3}$



@KTPS NOT TO BE REPUBLISHED

کسری اعداد کو پڑھنا:

ہم عام طور پر کسری عدد $\frac{3}{4}$ کو 'تین چوتھائی' یا 'تین بٹا چار' پڑھتے ہیں، لیکن اس کو "3 بار $\frac{1}{4}$" پڑھنے سے ہمیں کسری عدد کے سائز کو سمجھنے میں مدد ملتی ہے کیوں کہ اس سے واضح ہوتا ہے کہ کسری اکائی $\frac{1}{4}$ کیا ہے اور ایسی کتنی کسری اکائیاں ہیں۔

یاد کیجیے کسری اعداد، اوپر والے اعداد اور نیچے والے عدد کو ہم کیا کہتے ہیں۔ کسری عدد $\frac{5}{6}$ میں، 5 **شمار کنندہ** (Numerator) اور 6 **نسب نما** (Denominator) ہے۔

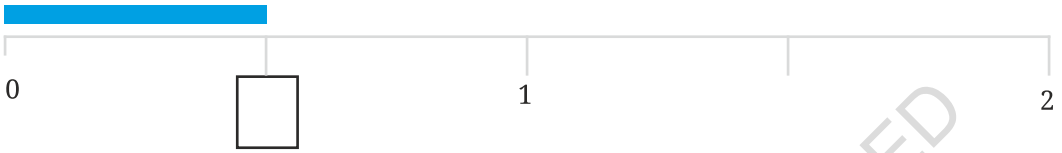
استاد کے لیے نوٹ

کسری اکائی کے تصور کو سمجھنے کے لیے بچوں کو مختلف شکلوں جیسے دائرے، مربع، مستطیل، مثلث کے ذریعے مواقع فراہم کیجیے۔

7.4 کسری لمبائی کی عددی خط پر نشاندہی

ہم نے عددی خط پر 1، 2، 3، .... اکائیوں کے برابر لمبائیاں نشان زد کی ہیں۔ اب ہم عددی خط پر کسری اکائیوں کے برابر لمبائیوں کو نشان زد کرنے کی کوشش کرتے ہیں۔

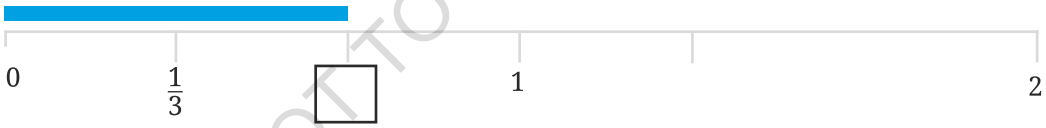
نیلے خط کی لمبائی کیا ہے؟ نیلے خط کی لمبائی بتانے والے کسری عدد کو خالی خانے میں لکھیے۔



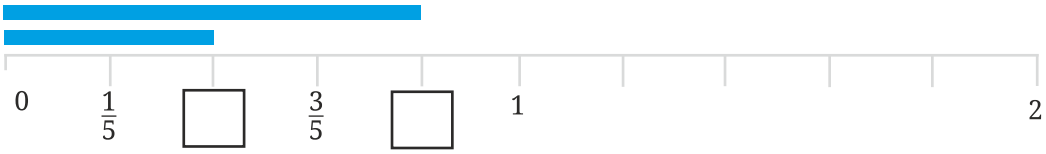
0 اور 1 کے بیچ کا فاصلہ ایک اکائی طویل ہے۔ اسے دو برابر حصوں میں تقسیم کیا گیا ہے۔ اس لیے ہر حصّے کی لمبائی $\frac{1}{2}$ اکائی ہے۔ اس لیے یہ نیلا خط $\frac{1}{2}$ اکائی لمبا ہے۔

اب، کیا آپ مندرجہ ذیل مختلف نیلے خطوط کی لمبائی بتا سکتے ہیں؟ خالی خانوں کو بھی پُر کیجیے۔

1 . یہاں پر کسری اکائی 1 اکائی لمبائی کو تین برابر حصّوں میں تقسیم کر رہی ہے۔ خالی خانے یا اپنی کاپی میں نیلے خط کی لمبائی بتانے والا کسری اعداد کو لکھیے۔



2 . یہاں پر ایک اکائی کو پانچ برابر حصّوں میں تقسیم کیا گیا ہے متعلقہ خانوں میں یا اپنی کاپی میں نیلے خطوط کی لمبائی بتانے والا کسری عدد لکھیے۔



3 . اب ایک اکائی 8 برابر حصّوں میں تقسیم ہے۔ صحیح کسری اعداد کو اپنی کاپی میں لکھیے۔

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

معلوم کیجیے

ریاضی بات چیت

1 . ایک عددی خط پر، $\frac{1}{10}$ ، $\frac{3}{10}$ اور $\frac{4}{5}$ کی لمبائی کے خطوط بنائیے۔

2 . اپنی پسند کے 5 اور کسری اعداد لکھیے اور ان کو عددی خط پر ظاہر کیجیے۔

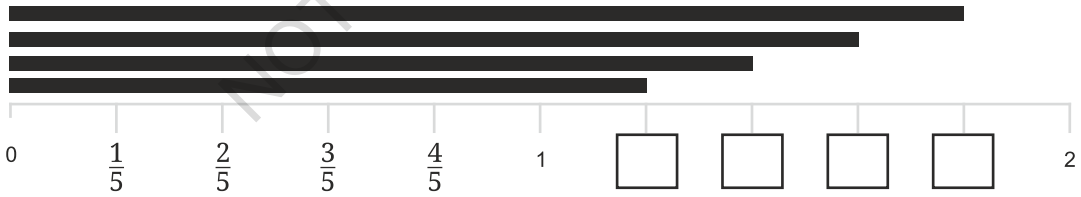
3 . 0 اور 1 کے درمیان کتنے کسری اعداد آتے ہیں، اپنے ہم جماعتوں کے ساتھ بحث کیجیے اور اپنا جواب لکھیے۔

4 . ذیل میں دیا گیا نیلا خط اور سیاہ خط کی لمبائی کیا ہے؟ 0 اور 1 کے درمیان کی لمبائی ایک اکائی ہے، اور اسے دو برابر حصوں میں تقسیم کیا گیا ہے۔ ہر حصے کی لمبائی = $\frac{1}{2}$ ہے۔ اس لیے نیلا خط $\frac{1}{2}$ اکائی لمبا ہے، خالی خانے میں سیاہ خط کی لمبائی



@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

5 . متعلقہ خالی خانوں میں سیاہ خطوط کی لمبائی کا کسری عدد لکھیے۔



استاد کے لیے نوٹ

بورڈ پر یہ خط کھینچیے اور طلبا سے اپنی نوٹ بک میں جواب لکھنے کو کہیے۔

7.5 مخلوط کسری اعداد

ایک سے بڑے کسری اعداد

آپ نے پہلے عددی خط پر کچھ کسری اعداد کو نشان زد کیا تھا، کیا آپ نے محسوس کیا کہ سبھی نیلے خطوط کی لمبائیاں ایک سے کم تھیں اور سبھی سیاہ خطوط کی لمبائیاں ایک سے زیادہ تھیں؟

ان سبھی کسری اعداد کو لکھیے جنھیں آپ نے عددی خط پر پہلے نشان زد کیے تھے۔

اب، آیئے! ہم ان کو دو گروہ میں بانٹتے ہیں:

ایک اکائی سے کم لمبائیاں	ایک اکائی سے زیادہ لمبائیاں

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

کیا آپ نے 1 سے بڑے کسری اعداد میں کچھ یکساں دیکھا؟

1 اکائی سے چھوٹے کسری اعداد میں شمار کنندہ (Numerator)، نسب نما (Denominator) سے چھوٹا ہوتا ہے، جب کہ 1 اکائی سے بڑے کسری اعداد میں شمار کنندہ، نسب نما سے بڑا ہوتا ہے۔

ہم جانتے ہیں کہ $\frac{3}{2}, \frac{5}{2}$ اور $\frac{7}{2}$ 1 اکائی سے بڑے ہیں، لیکن کیا ہم دیکھ سکتے ہیں کہ ان سب میں کتنی مکمّل اکائیاں ہیں؟

$$\frac{3}{2} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1 + \frac{1}{2}$$

$$\frac{5}{2} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 2 + \frac{1}{2}$$



میں جانتی ہوں کہ $\frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} = \frac{3}{3} = 1$ اگر میں مزید ایک بار $\frac{1}{3}$ کا اضافہ کرتی ہوں تو، میں ایک اکائی سے زیادہ حاصل کروں گی! اس لیے، $1 < \frac{4}{3}$۔

معلوم کیجیے

1 . $\frac{7}{2}$ میں کتنی مکمّل اکائیاں ہیں؟

2 . $\frac{4}{3}$ اور $\frac{7}{2}$ میں کتنی مکمّل اکائیاں ہیں؟

ایک سے بڑے کسری اعداد کو مخلوط اعداد کی شکل میں لکھنا

ہم نے دیکھا ہے کہ: $9\frac{3}{2} = 1 + \frac{1}{2}$

ہم دوسرے کسری اعداد کو بھی اسی طرح سے لکھ سکتے ہیں۔ مثال کے طور پر،

$$\frac{4}{3} = \underbrace{\frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3}} + \frac{1}{3} = 1 + \frac{1}{3}.$$

$$3 \times \frac{1}{3} = 1$$

معلوم کیجیے

1 . مندرجہ ذیل کسری اعداد میں ہر ایک کی مکمل اکائیوں کی تعداد معلوم کیجیے:

a. $\frac{8}{3}$ b. $\frac{11}{5}$ c. $\frac{9}{4}$

ہم نے دیکھا کہ

$\frac{8}{3} = 2 + \frac{2}{3}$

کسری عدد — مخلوط عدد

اس عدد کو دو اور دو تہائی بھی کہا جاتا ہے۔
ہم اسے $2\frac{2}{3}$ لکھ سکتے ہیں۔

2 . کیا تمام کسری اعداد جو 1 سے بڑے ہوں، انھیں مخلوط اعداد میں لکھا جا سکتا ہے؟

ایک مخلوط عدد یا مخلوط کسری عدد ایک مکمل عدد پر مشتمل ہوتا ہے (جو مکمل حصہ کہلاتا ہے) اور ایک کسری عدد جو 1 سے کم ہوتا ہے (کسری اکائی کہلاتی ہے)۔

3 . درج ذیل کسری اعداد کو مخلوط کسری اعداد کے طور پر لکھیے۔ (مثال $\frac{9}{2} = 4\frac{1}{2}$)

a. $\frac{9}{2}$ b. $\frac{9}{5}$ c. $\frac{21}{19}$ d. $\frac{47}{9}$ e. $\frac{12}{11}$ f. $\frac{19}{6}$

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED



کیا ہم ایک مخلوط عدد (مخلوط کسری عدد) کو عام کسری عدد کی طرح لکھ سکتے ہیں؟



ہاں! میں نے مخلوط عدد کو عام کسری عدد کی شکل میں لکھنے کا ایک طریقہ نکالا ہے۔

جیا: جب میرے پاس $3+\frac{3}{4}$ ہے، اس کا مطلب یہ ہے کہ $1+1+1+\frac{3}{4}$ ۔ میں جانتی ہوں کہ

$$1=\frac{1}{4}+\frac{1}{4}+\frac{1}{4}+\frac{1}{4}$$

تو مجھے ملتا ہے

$$(\frac{1}{4}+\frac{1}{4}+\frac{1}{4}+\frac{1}{4})+(\frac{1}{4}+\frac{1}{4}+\frac{1}{4}+\frac{1}{4})+(\frac{1}{4}+\frac{1}{4}+\frac{1}{4}+\frac{1}{4})+(\frac{1}{4}+\frac{1}{4}+\frac{1}{4})=\frac{15}{4}.$$

اس لیے، $(4\times\frac{1}{4})+(4\times\frac{1}{4})+(3\times\frac{1}{4})=\frac{15}{4}$

معلوم کیجیے

درج ذیل مخلوط اعداد کو کسر کی شکل میں لکھیے:

a. $3\frac{1}{4}$ b. $7\frac{2}{3}$ c. $9\frac{4}{9}$

d. $3\frac{1}{6}$ e. $2\frac{3}{11}$ f. $3\frac{9}{10}$

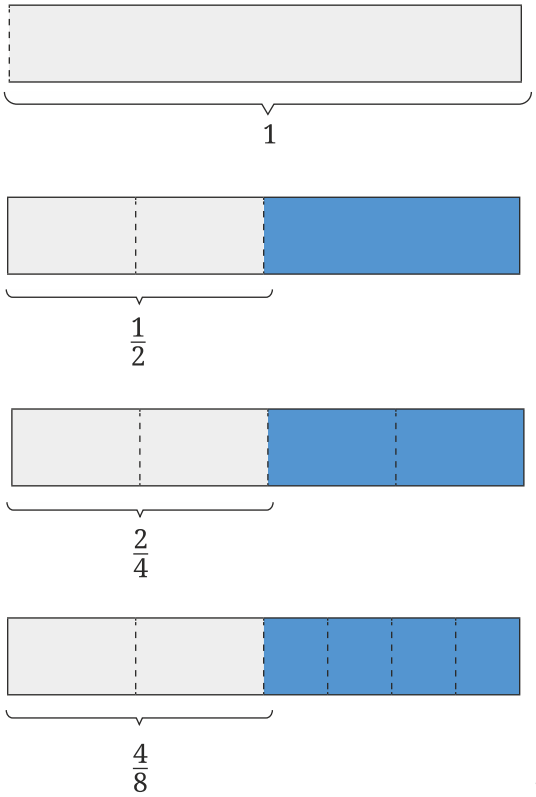


©KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

7.6 مساوی کسری اعداد

ایک کسری دیوار کا استعمال کر کے مساوی کسری لمبائیوں کو نکالنا!

پچھلے حصے میں، آپ نے کاغذ موڑنے کی ترکیب کا استعمال کر کے مختلف کسری اعداد کو کسری اکائیوں کا استعمال کرتے ہوئے دکھایا ہے۔ آیئے ہم اسی طرح کے کاغذ کی پٹیوں سے کچھ اور سرگرمیاں کرتے ہیں۔



آپ کیا مشاہدہ کرتے ہیں؟

- کیا $\frac{1}{2}$ اور $\frac{2}{4}$ لمبائیاں برابر ہیں؟
- کیا $\frac{2}{4}$ اور $\frac{4}{8}$ لمبائیاں برابر ہیں؟

ہم کہہ سکتے ہیں کہ $\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{4}{8}$

©KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

یہ سب 'مساوی کسری اعداد ہیں، جو ایک جیسی لمبائی کو دکھاتے ہیں، لیکن انھیں مختلف کسری اکائیوں کے لحاظ سے ظاہر کیے گئے ہیں۔

کاغذ کی پٹیوں کا استعمال کرتے ہوئے جانچیے $\frac{1}{3}$ اور $\frac{2}{6}$ مساوی کسری اعداد ہیں یا نہیں۔

تصویر میں دکھائی گئی پٹیوں کا استعمال کر کے اپنی کسری دیوار بنائیے!

کسری دیوار کو دیکھ کر درج ذیل سوالوں کے جواب دیجیے:

1. $\frac{1}{2}$ اور $\frac{3}{6}$ لمبائیاں برابر ہیں؟
2. $\frac{2}{3}$ اور $\frac{4}{6}$ مساوی کسری اعداد ہیں؟ کیوں؟
3. $\frac{1}{6}$ لمبائی کے کتنے ٹکڑے مل کر $\frac{1}{2}$ لمبائی بنائیں گے؟
4. $\frac{1}{6}$ لمبائی کے کتنے ٹکڑے مل کر $\frac{1}{3}$ لمبائی بنائیں گے؟

1 اکائی					
$\frac{1}{2}$					$\frac{2}{2}$
$\frac{1}{3}$		$\frac{2}{3}$			$\frac{3}{3}$
$\frac{1}{4}$	$\frac{2}{4}$		$\frac{3}{4}$		$\frac{4}{4}$
$\frac{1}{5}$	$\frac{2}{5}$	$\frac{3}{5}$		$\frac{4}{5}$	$\frac{5}{5}$
$\frac{1}{6}$	$\frac{2}{6}$	$\frac{3}{6}$	$\frac{4}{6}$	$\frac{5}{6}$	$\frac{6}{6}$

اس خیال کو بڑھا کر اسے ایک کسری دیوار میں تبدیل کر سکتے ہیں، جو $\frac{1}{10}$ کسری اکائی تک ہو۔ (یہ کسری دیوار کتاب کے آخر میں دی گئی ہے۔)

1 اکائی									
				$\frac{1}{2}$					$\frac{2}{2}$
		$\frac{1}{3}$				$\frac{2}{3}$			$\frac{3}{3}$
	$\frac{1}{4}$			$\frac{2}{4}$			$\frac{3}{4}$		$\frac{4}{4}$
$\frac{1}{5}$			$\frac{2}{5}$			$\frac{3}{5}$		$\frac{4}{5}$	$\frac{5}{5}$
	$\frac{1}{6}$		$\frac{2}{6}$		$\frac{3}{6}$		$\frac{4}{6}$	$\frac{5}{6}$	$\frac{6}{6}$
$\frac{1}{7}$		$\frac{2}{7}$		$\frac{3}{7}$		$\frac{4}{7}$	$\frac{5}{7}$	$\frac{6}{7}$	$\frac{7}{7}$
$\frac{1}{8}$	$\frac{2}{8}$		$\frac{3}{8}$		$\frac{4}{8}$	$\frac{5}{8}$	$\frac{6}{8}$	$\frac{7}{8}$	$\frac{8}{8}$
$\frac{1}{9}$	$\frac{2}{9}$	$\frac{3}{9}$	$\frac{4}{9}$	$\frac{5}{9}$	$\frac{6}{9}$	$\frac{7}{9}$	$\frac{8}{9}$	$\frac{9}{9}$	
$\frac{1}{10}$	$\frac{2}{10}$	$\frac{3}{10}$	$\frac{4}{10}$	$\frac{5}{10}$	$\frac{6}{10}$	$\frac{7}{10}$	$\frac{8}{10}$	$\frac{9}{10}$	$\frac{10}{10}$

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

معلوم کیجیے

1. کیا $\frac{3}{6}, \frac{4}{8}, \frac{5}{10}$ مساوی کسری اعداد ہیں؟ کیوں؟
2. $\frac{2}{6}$ کے دو مساوی کسری اعداد لکھیے۔
3. (جتنے آپ لکھ سکتے ہیں اتنے لکھیے)۔ $\frac{4}{6} = \square = \square = \square = \ldots\ldots\ldots\ldots$

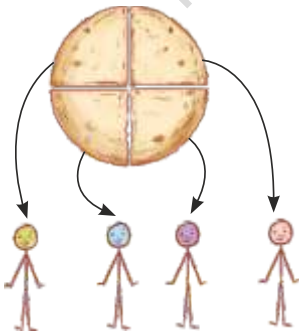
برابر کے حصوں کا استعمال کر کے مساوی کسری اعداد کو سمجھنا

ایک روٹی چار بچوں میں برابر تقسیم کی گئی ہے۔

ہر بچے کو مکمل روٹی کا کتنا حصہ ملا؟

پاس والی تصویر میں ایک روٹی کی تقسیم چار بچوں میں دکھائی گئی ہے۔

ہر بچے کو روٹی کا $\frac{1}{4}$ کسر حاصل ہوا۔



چاروں حصے آپس میں برابر ہونے چاہیے۔

آپ اس واقعہ کا مظاہرہ تقسیمی حقائق، اضافی حقائق اور ضربی حقائق سے بھی کر سکتے ہیں۔

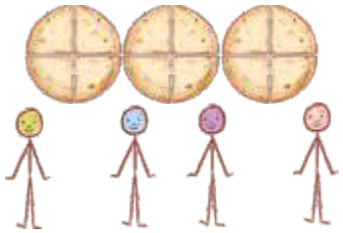
تقسیمی حقائق ہے $1 \div 4 = \frac{1}{4}$

اضافی حقائق ہے $1 = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4}$

ضربی حقائق ہے $1 = 4 \times \frac{1}{4}$

معلوم کیجیے

1 . چار بچوں کے ذریعے تین روٹیاں برابر حصوں میں تقسیم کی گئیں۔ تقسیم کو تصویر کے ذریعہ دکھائیں اور ہر بچے کے حصے میں آئی روٹی کی کسر لکھیے۔ متعلقہ تقسیم کے حقائق، اضافی حقائق اور ضربی حقائق بھی لکھیے۔



ہر بچے کو ملی روٹی کا کسری عدد ———

تقسیمی حقائق:

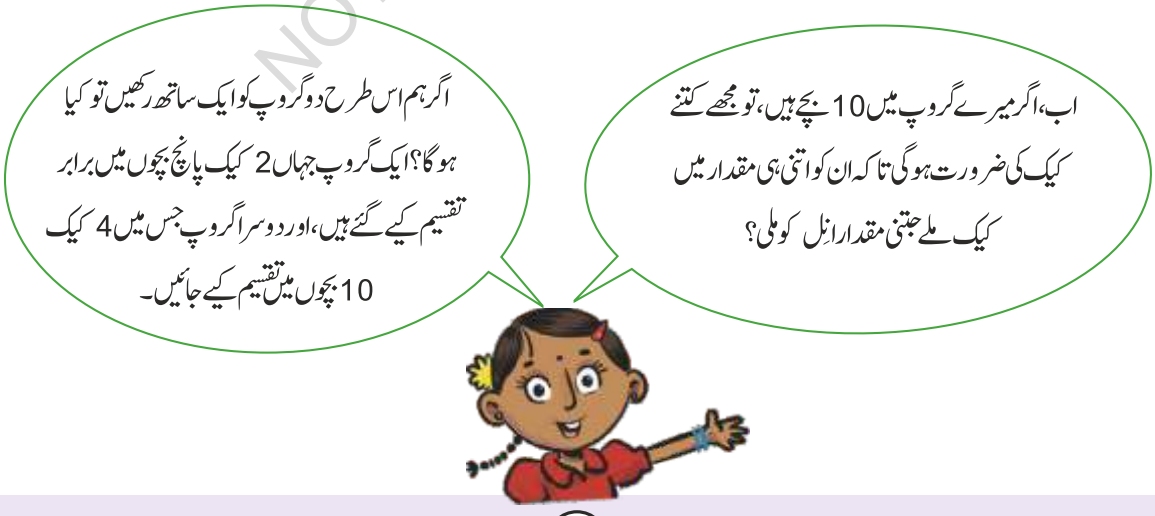
اضافی حقائق:

ضربی حقائق:

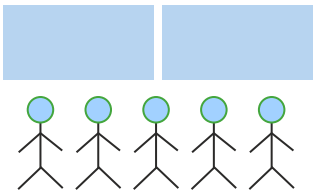
اپنی تصویر اور جوابوں کا موازنہ اپنے ہم جماعتوں کے ساتھ کیجیے!

2 . ایک ایسی تصویر بنائیے جس میں یہ دکھایا جا سکے کہ اگر دو روٹیوں کو چار بچوں میں برابر تقسیم کی جائے تو ہر بچے کو کتنا حصّہ ملے گا؟ متعلقہ تقسیم کے حقائق، اضافی حقائق اور ضربی حقائق بھی لکھیے۔

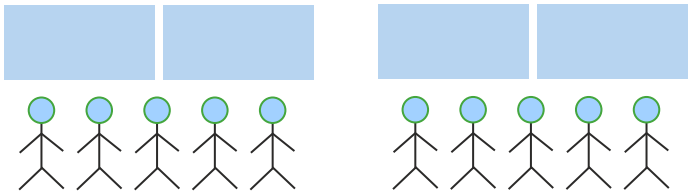
3 . انِل ایک ایسے گروپ میں تھا جس میں دو کیک پانچ بچوں میں برابر تقسیم کیا گیا۔ انِل کو کتنا کیک ملے گا؟



© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED



گروپ 1



گروپ 2

تو، ہر بچے کا حصّہ دونوں صورتوں میں یکساں ہے!



تو، $\frac{2}{5} = \frac{4}{10}$

اب ہم مندرجہ ذیل صورتوں میں ہر بچے کے حصّے کا جائزہ لیتے ہیں۔

- 1 روٹی 2 بچوں میں برابر تقسیم کی گئی۔
- 2 روٹیاں 4 بچوں میں برابر تقسیم کی گئیں۔
- 3 روٹیاں 6 بچوں میں برابر تقسیم کی گئیں۔

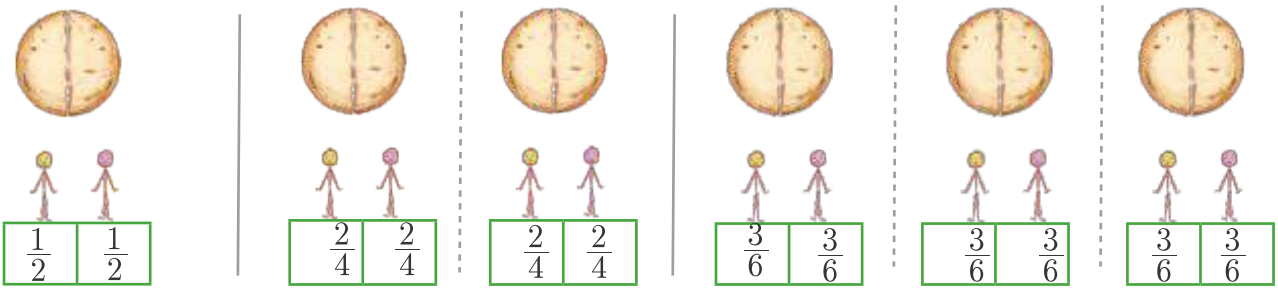
آیئے ہم تصویریں بنائیں اور سمجھا کریں!

کیا آپ نے دیکھا کہ ہر صورت میں ہر بچے کا حصّہ یکساں ہے؟ اس لیے ہم کہہ سکتے ہیں کہ $\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{3}{6}$۔

1 روٹی 2 بچوں میں برابر تقسیم کی جاتی ہے۔

2 روٹیاں 4 بچوں میں برابر تقسیم کی جاتی ہیں۔

3 روٹیاں 6 بچوں میں برابر تقسیم کی جاتی ہیں۔



کسری اعداد جن میں برابر حصّے ہوتے ہیں 'مساوی کسری اعداد' (Equivalent fractions) کہلاتے ہیں۔

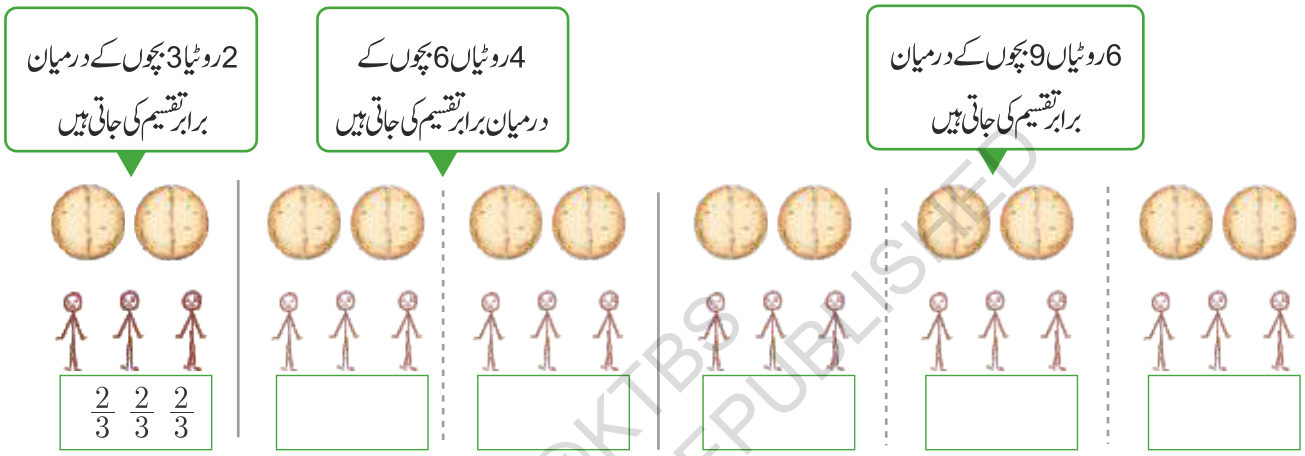
@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

اس لیے، $\frac{1}{2}, \frac{2}{4}$ اور $\frac{3}{6}$ سبھی **مساوی کسری اعداد** ہیں۔

کچھ ایسے کسری اعداد نکالیے جو $\frac{1}{2}$ کے مساوی ہوں۔ انہیں ذیل میں دیے گئے خانوں میں لکھیے۔

☐ ☐ ☐ ☐

مندرجہ ذیل صورتوں میں روٹیوں کو برابر تقسیم کیجیے اور ہر بچے کا حصّہ لکھیے۔ کیا تمام صورتوں میں بچوں کا حصہ یکساں ہے؟ کیوں؟



$\frac{2}{3}$ کو $\frac{4}{6}$ کی سادہ ترین شکل بھی کہتے ہیں۔ یہ $\frac{6}{9}$ کی سادہ ترین شکل بھی ہے۔



کیا آپ نے ان میں سے تمام کسری اعداد کے شمار کنندہ اور نسب نما کے درمیان تعلق پر غور کیا؟

معلوم کیجیے

غیر موجود اعداد کو معلوم کیجیے:

ریاضی بات چیت

a . 4 دوستوں کے درمیان یکساں طور پر تقسیم ہونے والے 5 گلاس جو س برابر ہیں — جوس کے گلاس جو 8 دوستوں میں یکساں تقسیم کیے گئے۔

اس لیے، $\frac{\square}{8} = \frac{5}{4}$

b . 3 تھیلوں میں برابر طور پر تقسیم کیے گئے 4 کلوگرام آلو برابر ہیں — تھیلوں میں برابر طور پر تقسیم کیے گئے 12 کلوگرام آلو کے۔

اس لیے $\frac{12}{\square} = \frac{4}{3}$

NOT TO BE REPUBLISHED @KTBS

c . 5 بچوں کے درمیان تقسیم کی گئیں 7 روٹیاں برابر ہیں—— روٹیوں کے جو——بچوں کے درمیان تقسیم ہوئیں۔

اس لیے $\frac{\square}{\square} = \frac{7}{5}$

❁ کس گروپ میں بچے کو زیادہ چِکّی ملے گی۔

1 چِکّی جب 2 بچوں کے بیچ تقسیم کی جاتی ہے یا 5 چِکّی کو جب 8 بچوں کے بیچ تقسیم کی جاتی ہیں۔

مکتا: تو، ہمیں $\frac{1}{2}$ اور $\frac{5}{8}$ کا موازنہ کرنا چاہیے۔کون سا حصہ بڑا ہے۔

شبنم: ٹھیک ہے، ہم نے دیکھا ہے کہ $\frac{4}{8} = \frac{1}{2}$ ؛اور واضح طور پر $\frac{5}{8} > \frac{4}{8}$ ہے۔لہذا، جن بچوں میں 5 چِکّیاں 8 حصّوں میں برابر تقسیم کی گئیں ہیں ان بچوں کے مقابلے میں زیادہ ملے گی جہاں ایک چِکّی کو دو بچوں میں برابر تقسیم کی گئی۔ دوسرے گروپ کے ہر بچے کو زیادہ چِکّی ملے گی۔

❁ مندرجہ ذیل گروپوں کے بارے میں آپ کیا کہیں گے؟ کون سے گروپ میں ہر بچے کو زیادہ حصّہ ملے گا؟

1 چِکّی کو دو بچوں کے بیچ تقسیم کی جاتی ہے یا 4 چِکّیاں 7 بچوں کے بیچ تقسیم کی جاتی ہے۔

شبنم: اس بار کس گروپ کے بچوں کو زیادہ چِکّی ملے گی۔

مکتا: ہمیں $\frac{1}{7}$ اور $\frac{4}{7}$ کا موازنہ کرنا چاہیے۔

اب،

$\frac{4}{8} = \frac{1}{2}$ تو، $\frac{4}{8} = \frac{1\times4}{2\times4}$

شبنم: لیکن یہاں پر آپ نے شمار کنندہ اور نسب نما کو دوبارہ 4 سے کیوں ضرب دیا؟

مکتا: آپ دیکھیں گی۔!

جب 4 چِکّیاں 7 بچوں میں برابر تقسیم کی جاتی ہیں تو ہر ایک کو $\frac{4}{7}$ چِکّیاں ملیں گی۔جب 4 چِکّیاں 8 بچوں میں برابر تقسیم کی جاتی ہیں، تو ہر ایک کو $\frac{4}{8}$ چِکّی ملیں گی، $\frac{4}{7} > \frac{4}{8}$ ہے۔



@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

اگر تقسیم کی جانے والی اکائیوں کی تعداد یکساں ہو، لیکن جن بچوں میں وہ اکائیاں تقسیم کی جاتی ہیں ان کی تعداد زیادہ ہو، تو حصّہ کم ہو گا۔





اس لیے، $\frac{4}{8} < \frac{4}{7}$ اور $\frac{1}{2} = \frac{4}{8}$ تو $\frac{1}{2} < \frac{4}{7}$

اب مجھے سمجھ آئی کہ آپ نے کیوں شمار کنندہ اور نسب نما کو 4 سے ضرب کیا۔

- مان لیجیے کہ بچوں کی تعداد کو یکساں رکھی جاتی ہے، لیکن تقسیم کی جانے والی اکائیوں کی تعداد بڑھا دی جاتی ہے؟ اب آپ ہر بچے کے حصّے کے بارے میں کیا کہیں گے؟ کیوں؟ بیان کیجیے کہ آپ کا استدلال کس طرح وضاحت کرتا ہے۔

$\frac{1}{2} < \frac{5}{8}$ اور $\frac{3}{7} < \frac{4}{7}, \frac{1}{5} < \frac{2}{5}$

- اب فیصلہ کیجیے کہ کون سے دو گروپوں میں ہر بچے کو زیادہ حصّہ ملے گا:

ریاضی بات چیت

1 . **گروپ 1:** 3 گلاس گنّے کے رس کو 4 بچوں میں برابر تقسیم کیا گیا۔

2 . **گروپ 2:** 7 گلاس گنّے کے رس کو 10 بچوں میں برابر تقسیم کیا گیا۔

3 . **گروپ 3:** 4 گلاس گنّے کے رس کو 7 بچوں میں برابر تقسیم کیا گیا۔

4 . **گروپ 4:** 5 گلاس گنّے کے رس کو 7 بچوں میں برابر تقسیم کیا گیا۔

کون سے گروپوں کا موازنہ کرنا آسان تھا؟ کیوں؟

جب بچوں کی تعداد یکساں ہے تو موازنہ کرنا آسان ہے۔ کیا ایسا نہیں ہے؟



شبنم: پہلے دو گروپوں کا موازنہ کرنے کے لیے ہمیں کسری اعداد $\frac{3}{4}$ اور $\frac{7}{10}$ کے

مکتا: $\frac{3}{4} = \frac{6}{8}$ اور $\frac{7}{10} = \frac{21}{30}$ کیسے؟

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

شبنم: یہاں ایک شرط ہے۔ کسری اکائی جس کا استعمال دونوں کسری اعداد کے لیے کیا جاتا ہے یکساں ہونا چاہیے! جیسے کہ $\frac{2}{6}$ اور $\frac{3}{6}$ دونوں میں ایک ہی کسری اکائی $\frac{1}{6}$ (یعنی ان کے نسب نما یکساں ہیں) ہے لیکن $\frac{6}{8}$ اور $\frac{21}{30}$ میں کسری اکائی یکساں نہیں ہیں (ان کے نسب نما مختلف ہیں)۔

مکتا: ٹھیک ہے، آیئے ہم اب مساوی کسری اعداد بنانا شروع کرتے ہیں:

$\frac{3}{4} = \frac{6}{8} = \frac{9}{12} = \frac{12}{16} = \frac{15}{20} \ldots$ لیکن میں کب رکوں؟

شبنم: سمجھ میں آ گیا! $4 \times 10 = 40$ تک جانے میں کیا خیال ہے۔

تمہارا مطلب ہے دو نسب نماؤں کی حاصل ضرب؟ سننے میں اچھا لگتا ہے! مکتا:

اگر ہمارے $\frac{3}{4}$ اور $\frac{7}{10}$ ہیں۔ تو دونوں نسب نماؤں کا حاصل ضرب (4 اور 10) 40

$\frac{3}{4} = \frac{6}{8} = \frac{9}{12} = \frac{12}{16} = \frac{15}{20} = \frac{18}{24} = \ldots = \frac{27}{36} = \frac{30}{40}$.

$\frac{7}{10} = \frac{14}{20} = \frac{21}{30} = \frac{28}{40}$.

جاری رکھیے جب تک ہم نسب نما 40 تک نہ پہنچ جائیں۔



شبنم: اس لیے $\frac{3}{4}$ اور $\frac{7}{10}$ کے مساوی کسری اعداد ایک ہی کسری اکائی (یکساں نسب نماؤں) کے ساتھ، $\frac{30}{40}$ اور $\frac{28}{40}$ یا $\frac{15}{20}$ اور $\frac{14}{20}$ ہیں۔

چوں کہ واضح طور پر $\frac{30}{40} > \frac{28}{40}$ ہے تو ہم یہ نتیجہ اخذ کرتے ہیں کہ $\frac{3}{4} > \frac{7}{10}$ ہے۔

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

دیے ہوئے کسری اعداد جوڑوں کے لیے مساوی کسری اعداد تلاش کیجیے جن کی کسری اکائیاں یکساں ہوں۔

a. $\frac{7}{2}$ اور $\frac{3}{5}$ b. $\frac{8}{3}$ اور $\frac{5}{6}$ c. $\frac{3}{4}$ اور $\frac{3}{5}$ d. $\frac{6}{7}$ اور $\frac{8}{5}$

e. $\frac{9}{4}$ اور $\frac{5}{2}$ f. $\frac{1}{10}$ اور $\frac{2}{9}$ g. $\frac{8}{3}$ اور $\frac{11}{4}$ h. $\frac{13}{6}$ اور $\frac{1}{9}$

کسی کسری عدد کو کمترین شکل (Lowest Form) میں ظاہر کرنا (یا اس کی سادہ ترین شکل میں)

کسی بھی کسری عدد میں، اس کے شمار کنندہ اور نسب نما دونوں میں 1 کے علاوہ کوئی مشترک جزو ضربی نہیں ہو، تو اس کسری عدد کو اس کی **کمترین شکل** یا **سادہ ترین شکل** میں کہا جاتا ہے۔ دوسرے لفظوں میں، ایک کسر اپنی ادنیٰ شکل میں کہا جاتا ہے اگر اس کا شمار کنندہ اور نسب نما ممکنہ طور پر سب سے چھوٹے ہوں۔

کسی بھی کسری عدد کو کمترین شکل میں بیان کیا جا سکتا ہے اگر ہم ایسا مساوی کسری عدد تلاش کر پائیں جس کا شمار کنندہ اور نسب نما ممکنہ طور پر سب سے چھوٹے ہوں۔

آیئے! ہم اب دیکھیں کہ کسری عدد کو کمترین شکل میں کیسے تبدیل کرتے ہیں۔

مثال: کیا کسری عدد $\frac{16}{20}$ کمترین شکل میں ہے؟ نہیں، 16 اور 20 کا مشترک جزو ضربی 4 ہے۔

آیئے، ہم اب $\frac{16}{20}$ کو اس کی کمترین شکل میں بدلتے ہیں۔

ہم جانتے ہیں کہ 16 (شمار کنندہ) اور 20 (نسب نما) دونوں 4 سے تقسیم ہوتے ہیں۔

اس لیے، $\frac{16 \div 4}{20 \div 4} = \frac{4}{5}$۔

اب 4 اور 5 کے درمیان کوئی مشترک جزو ضربی نہیں ہیں، اس لیے $\frac{16}{20}$ کی کمترین شکل $\frac{4}{5}$ ہے۔ اس لیے، $\frac{4}{5}$، $\frac{16}{20}$ کی سادہ ترین شکل ہے، کیوں کہ 4 اور 5 میں 1 کے علاوہ کوئی مشترک جزو ضربی نہیں ہے۔



کسی بھی کسری عدد کو کمترین شکل میں تبدیل کیا جا سکتا ہے اگر شمار کنندہ اور نسب نما دونوں کو ان کے درمیان سب سے بڑے مشترک جزو ضربی سے تقسیم کریں۔

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

کسی کسری عدد کو اس کی کمترین شکل میں مرحلے وار بھی کیا جاسکتا ہے۔

مان لیجیے کہ ہم $\frac{36}{60}$ کو کمترین شکل میں بیان کرنا چاہتے ہیں۔ سب سے پہلے ہم غور کرتے ہیں کہ دونوں شمار کنندہ اور نسب نما دونوں جفت عدد ہیں۔ اس لیے ہم دونوں کو 2 سے تقسیم کرتے ہیں اور حاصل ہوتا ہے، $\frac{36}{60} = \frac{18}{30}$۔

شمار کنندہ اور نسب نما دونوں پھر سے جفت عدد ہیں، اس لیے دوبارہ ہم دونوں کو 2 سے تقسیم کر سکتے ہیں، ہمیں $\frac{18}{30} = \frac{9}{15}$ حاصل ہوتا ہے۔

اب ہم غور کرتے ہیں کہ، 9 اور 15 دونوں 3 کے اضعاف ہیں، اس لیے ہم دونوں کو 3 سے تقسیم کرتے ہیں تا کہ $\frac{9}{15} = \frac{3}{5}$ حاصل ہو۔

اب 3 اور 5 میں 1 کے علاوہ کوئی مشترک جزو ضربی نہیں ہے اس لیے $\frac{36}{60}$ کی کمترین شکل $\frac{3}{5}$ ہے۔

متبادل صورت میں، ہم غور کر سکتے تھے کہ $\frac{36}{60}$ میں شمار کنندہ اور نسب نما دونوں 12 کے اضعاف ہیں: ہم دیکھتے کہ $36 = 3 \times 12$ اور $60 = 5 \times 12$۔ اس لیے ہم سیدھے طور پر $\frac{3}{5} = \frac{36}{60}$ یہ نتیجہ نکال سکتے ہیں۔

ہم کوئی سا بھی طریقہ اختیار کریں ہمیں ایک ہی جواب ملے گا! لیکن کبھی کبھی مرحلے وار حل کرنا آسان ہوتا ہے۔

معلوم کیجیے

مندرجہ ذیل کسری اعداد کو ان کی کمترین شکل میں بیان کیجیے:

a. $\frac{17}{51}$ b. $\frac{64}{144}$ c. $\frac{126}{147}$ d. $\frac{525}{112}$

7.7 کسری اعداد کا موازنہ

کون سا بڑا ہے، $\frac{4}{5}$ یا $\frac{7}{9}$؟ اس طرح دو کسری اعداد کا سیدھے طور پر موازنہ کرنا مشکل ہو سکتا ہے۔ حالاں کہ ہم جانتے ہیں کہ ایک ہی نسب نما والے دو کسری اعداد کے مساوی کسری اعداد کو کیسے تلاش کیا جاتا ہے۔ آیئے ہم دیکھتے ہیں انہیں کیسے استعمال کر سکتے ہیں:۔

$$\frac{4}{5} = \frac{4 \times 9}{5 \times 9} = \frac{36}{45}$$

$$\frac{7}{9} = \frac{7 \times 5}{8 \times 5} = \frac{35}{45}$$



5 اور 9 کا مشترک ضعف 45 ہے، اس لیے ہم 45 کو مشترک نسب نما کے طور پر استعمال کر سکتے ہیں۔

@KTRS NOT TO BE REPUBLISHED

صاف طور سے $\frac{35}{45} < \frac{36}{45}$

اس لیے، $\frac{4}{5} < \frac{7}{9}$!

آیئے ہم اسے دوسرے جوڑے کے لیے آزما کر دیکھتے ہیں: $\frac{7}{9}$ اور $\frac{17}{21}$ کے لیے۔

9 اور 21 کا مشترک ضعف 63 ہے۔ تب ہم لکھ سکتے ہیں:

$$\frac{7}{9} = \frac{7 \times 7}{9 \times 7} = \frac{49}{63}, \frac{17}{21} = \frac{17 \times 3}{21 \times 3} = \frac{51}{63}$$

صاف طور پر، $\frac{49}{63} < \frac{51}{63}$ اس لیے $\frac{7}{9} < \frac{17}{21}$

آیئے ہم خلاصہ کرتے ہیں!

دو یا دو سے زیادہ دیے گئے کسری اعداد کا موازنہ کرنے کے مراحل:

مرحلہ 1: دیے گئے کسری اعداد کو مساوی کسری اعداد میں تبدیل کیجیے تاکہ ان سب کو یکساں نسب نما یا کسری اکائی میں ظاہر کیا جاسکے۔

مرحلہ 2: اب مساوی کسری اعداد کا موازنہ صرف شمار کنندہ کا موازنہ کرکے کیجیے، یعنی، ہر ایک کسری اکائی کی تعداد کو ملحوظ رکھتے ہوئے۔

معلوم کیجیے

1 . مندرجہ ذیل کسری اعداد کا موازنہ کیجیے اور اپنے جواب کا جواز پیش کیجیے:

a. $\frac{8}{3}, \frac{5}{2}$ b. $\frac{4}{9}, \frac{3}{7}$ c. $\frac{7}{10}, \frac{9}{14}$

d. $\frac{12}{5}, \frac{8}{5}$ e. $\frac{9}{4}, \frac{5}{2}$

2 . مندرجہ ذیل کسری اعداد کو بڑھتی ہوئی ترتیب میں لکھیے۔

a. $\frac{7}{10}, \frac{11}{15}, \frac{2}{5}$ b. $\frac{19}{24}, \frac{5}{6}, \frac{7}{12}$

3 . مندرجہ ذیل کسری اعداد کو گھٹتی ہوئی ترتیب میں لکھیے۔

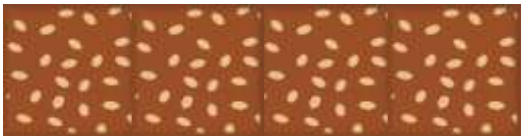
a. $\frac{25}{16}, \frac{7}{8}, \frac{13}{4}, \frac{17}{32}$ b. $\frac{3}{4}, \frac{12}{5}, \frac{7}{12}, \frac{5}{4}$

©KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

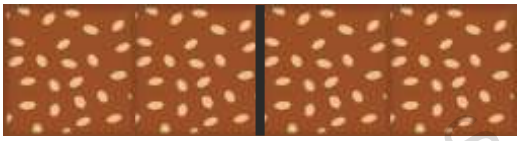
7.8 کسری اعداد کی جمع اور تفریق



مینا کے والد نے کچھ چِکّی بنائی۔ مینا نے اس کا $\frac{1}{2}$ کھایا اور اس کے چھوٹے بھائی نے اس کا $\frac{1}{4}$ کھایا۔ مینا اور اس کے بھائی نے مل کر کل چِکّی کا کتنا حصّہ کھایا؟



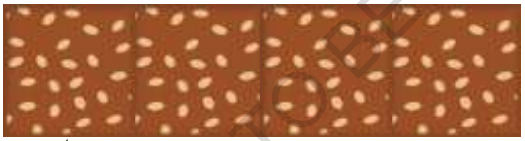
اس تصویر کو دیکھ کر ہم اس کے جواب تک پہنچ سکتے ہیں۔ آیئے ہم اب چِکّی کا ایک ٹکڑا لیتے ہیں اور اسے پہلے اس طرح دو نصف حصّوں میں تقسیم کرتے ہیں۔



مینا نے اس کا $\frac{1}{2}$ حصہ کھایا جیسا کہ تصویر میں دکھایا گیا ہے۔

مینا نے کھایا

آیئے ہم اب بچے ہوئے نصف حصّے کو مزید دو حصّوں میں تقسیم کرتے ہیں جیسا کہ دکھایا گیا ہے۔ ان میں سے ہر ٹکڑا مکمّل چِکّی کا $\frac{1}{4}$ حصہ ہے۔



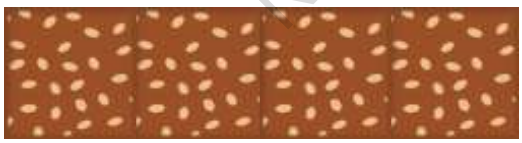
مینا کے بھائی نے مکمل چِکّی کا $\frac{1}{4}$ حصہ کھایا، جیسا کہ تصویر میں دکھایا گیا ہے

مینا نے کھایا

بھائی نے کھایا

اور کھائی گئی کل چِکّی $\frac{1}{2}$ (مینا کے ذریعے)

$\frac{1}{4}$ (اس کے بھائی کے ذریعے)



کھائی گئی کل چِکّی

کھائی گئی کل چِکّی

$$= \frac{1}{2} + \frac{1}{4}$$

$$= \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4}$$

$$= 3 \times \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$

پوری چِکّی کا کتنا حصہ باقی بچا ہے؟

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

یکساں نسب نماؤں یا کسری اکائی والے کسری اعداد کو جوڑنا

مثال $\frac{2}{5}$ اور $\frac{1}{5}$ کا حاصل جمع تلاش کیجیے۔

آیئے ہم مستطیل پٹیوں کا استعمال کرتے ہوئے دونوں کی نمائندگی کرتے ہیں۔ یہاں دونوں کسری اعداد میں کسری اکائی یکساں ہے، یعنی $\frac{1}{5}$ –اس لیے ہر پٹی 5 مساوی حصّوں میں تقسیم کی جائے گی۔

اس لیے، $\frac{2}{5}$ کو اس طرح دکھایا جائے گا—



اور $\frac{1}{5}$ کو اس طرح دکھایا جائے گا—



دیے گئے دو کسری اعداد کو جمع کرنا ایسا ہی ہے جیسا کہ رنگے ہوئے حصّوں کی کل تعداد معلوم کرنا، جن میں سے ہر ایک کسری اکائی $\frac{1}{5}$ کی نمائندگی کرتا ہے

اس صورت میں، رنگے ہوئے خانوں کی کل تعداد 3 ہے۔ چوں کہ ہر رنگا ہوا خانہ کسری اکائی $\frac{1}{5}$ کی نمائندگی کرتا ہے، اس لیے ہم دیکھتے ہیں کہ 3 رنگے ہوئے خانے مل کر کسری اعداد $\frac{3}{5}$ کی نمائندگی کرتے ہیں۔



اس لئے، $\frac{1}{5} + \frac{2}{5} = \frac{3}{5}$ ؟

مثال: $\frac{4}{7}$ اور $\frac{6}{7}$ کا حاصل جمع تلاش کیجیے۔

آیئے ہم دوبارہ دونوں کو مستطیل پٹی کا استعمال کرتے ہوئے ظاہر کرتے ہیں۔ یہاں دونوں کسری اعداد میں، کسری اکائی ایک ہی ہے، یعنی $\frac{1}{7}$، اس لیے ہر پٹی 7 برابر حصّوں میں تقسیم ہوگی۔

پھر $\frac{4}{7}$ کو اس طرح سے دکھایا جائے گا—

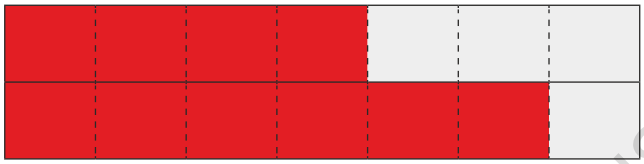


NOT TO BE REPUBLISHED @KTBS

اور $\frac{6}{7}$ کو اس طرح سے دکھایا جائے گا—



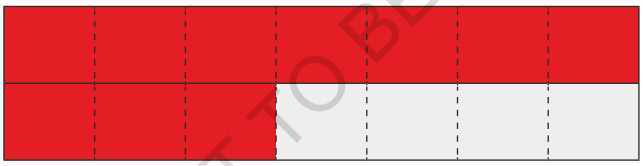
اس صورت میں رنگے ہوئے حصّوں کی کل تعداد 10 اور ہر رنگا ہوا حصّہ کسری اکائی $\frac{1}{7}$ کی نمائندگی کرتا ہے، اس لیے 10 رنگے ہوئے حصّے مل کر کسری عدد $\frac{10}{7}$ کی نمائندگی کرتے ہیں۔ جیسا کہ یہاں دکھایا گیا ہے۔



اس لیے، $\frac{4}{7}+\frac{6}{7}=\frac{10}{7}$

$=1+\frac{3}{7}$

$=1\frac{3}{7}$



$\frac{6}{7}+\frac{4}{7}$ کو عددی خط کا استعمال کر کے جمع کرنے کی کوشش کیجیے۔ کیا آپ کو یکساں جواب حاصل ہوتا ہے؟

مختلف نسب نما یا کسری اکائیوں والے کسری اعداد کو جوڑنا

مثال: $\frac{1}{4}$ اور $\frac{1}{3}$ کا حاصل جمع معلوم کیجیے۔

مختلف کسری اکائیوں کے ساتھ کسری اعداد کو جوڑنے کے لیے، پہلے کسری اعداد کو ایک ہی نسب نما یا کسری اکائی کے ساتھ مساوی کسری اعداد میں تبدیل کیجیے۔ اس صورت میں، مشترک نسب نما کو $12=3\times 4$ بنایا جاسکتا ہے، یعنی ہم کسری اکائی $\frac{1}{12}$ کے ساتھ مساوی کسری اعداد کو معلوم کر سکتے ہیں۔

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED
Chapter 7_FRACTIONS-Urdu.indd 177

آیئے ہم دیے گئے ہر کسری اعداد کے لیے مساوی کسری عدد لکھتے ہیں۔

$$\frac{1}{4}=\frac{1\times 3}{4\times 3}=\frac{3}{12}, \frac{1}{3}=\frac{1\times 4}{3\times 4}=\frac{4}{12}$$

اب $\frac{3}{12}$ اور $\frac{4}{12}$ کی کسری اکائی ایک ہی ہے، یعنی $\frac{1}{12}$۔

اس لیے، $\frac{1}{4}+\frac{1}{3}=\frac{3}{12}+\frac{4}{12}=\frac{7}{12}$

جمع کرنے کا یہ طریقہ، جو کسری اعداد کے کسی بھی عدد کو جمع کرنے میں کارگر ہے، اسے سب سے پہلے برہم گپت نے سال 628 عیسوی میں بیان کیا تھا! ہم بعد کے باب میں مزید تفصیل سے کسری اعداد کی نشوونما کی تاریخ بیان کریں گے۔ فی الحال ہم برہم گپت کے طریقے کے مطابق کسری اعداد کو جوڑنے کے اقدامات کا خلاصہ کرتے ہیں۔

کسری اعداد کو جوڑنے کا برہم گپت کا طریقہ

1 . ایسے مساوی کسری اعداد کو تلاش کیجیے جن میں سبھی کسری اعداد کے لیے یکساں کسری اکائی ہو۔ ایسا نسب نماؤں کے (یعنی نسب نما کی ضرب، یا نسب نما کی سب سے چھوٹی مشترک ضعف) مشترک ضعف تلاش کر کے کیا جاسکتا ہے۔

2 . مساوی کسری اکائیوں کے ساتھ جوڑیئے۔ شمار کنندہ کو جوڑ کر اور نسب نما کو یکساں رکھ کر ایسا کیا جاسکتا ہے۔

3 . اگر ضرورت ہو تو نتیجے کو ادنیٰ شکل میں ظاہر کیجیے۔

آیئے ہم اب برہم گپت کے طریقے کی دوسری مثال بیان کرتے ہیں۔

مثال $\frac{2}{3}$ اور $\frac{1}{5}$ کا حاصل جمع معلوم کیجیے۔

دیے گئے کسری اعداد کے نسب نما 3 اور 5 ہیں۔ 3 اور 5 کا سب سے چھوٹا مشترک ضعف 15 ہے۔ پھر ہم دیکھتے ہیں کہ

$$\frac{2}{3}=\frac{2\times 5}{3\times 5}=\frac{10}{15}, \frac{1}{5}=\frac{1\times 3}{5\times 3}=\frac{3}{15}$$

اس لیے، $\frac{2}{3}+\frac{1}{5}=\frac{10}{15}+\frac{3}{15}=\frac{13}{15}$

©KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

مثال : $\frac{1}{6}$ اور $\frac{1}{3}$ کا حاصل جمع معلوم کیجیے۔

3 اور 6 کا سب سے چھوٹا مشترک ضعف 6 ہے۔

$\frac{1}{6}$ ، $\frac{1}{6}$ ہی رہے گا۔

$$\frac{1}{3} = \frac{1 \times 2}{3 \times 2} = \frac{2}{6}$$

اس لیے، $\frac{1}{6} + \frac{1}{3} = \frac{1}{6} + \frac{2}{6} = \frac{3}{6}$

اب کسری عدد $\frac{3}{6}$ کو اس کی کمترین مقدار میں دوبارہ بیان کیا جاسکتا ہے۔ ایسا شمار کنندہ اور نسب نما دونوں کو 3 (3 اور 6 کا سب سے بڑا اجزو ضربی) سے تقسیم کر کے کیا جاسکتا ہے:

$$\frac{3}{6} = \frac{3 \div 3}{6 \div 3} = \frac{1}{2}$$

اس لیے، $\frac{1}{6} + \frac{1}{3} = \frac{1}{2}$

معلوم کیجیے

1 . مندرجہ ذیل کسری اعداد کو برہم گپت کے طریقے سے جوڑیئے:

a. $\frac{2}{7} + \frac{5}{7} + \frac{6}{7}$ b. $\frac{3}{4} + \frac{1}{3}$ c. $\frac{2}{3} + \frac{5}{6}$ d. $\frac{2}{3} + \frac{2}{7}$ e. $\frac{3}{4} + \frac{1}{3} + \frac{1}{5}$

f. $\frac{2}{3} + \frac{4}{5}$ g. $\frac{4}{5} + \frac{2}{3}$ h. $\frac{3}{5} + \frac{5}{8}$ i. $\frac{9}{2} + \frac{5}{4}$ j. $\frac{8}{3} + \frac{2}{7}$

k. $\frac{3}{4} + \frac{1}{3} + \frac{1}{5}$ l. $\frac{2}{3} + \frac{4}{5} + \frac{3}{7}$ m . $\frac{9}{2} + \frac{5}{4} + \frac{7}{6}$

2 . رحیم $\frac{2}{3}$ لیٹر پیلے رنگ کے پینٹ کو $\frac{3}{4}$ لیٹر نیلے رنگ کے ساتھ ملا کر ہرا رنگ بناتا ہے۔ ہرے رنگ کے پینٹ کی مقدار کیا ہے جو اس نے بنایا؟

3 . گیتا نے 1 میٹر لمبائی کے احاطہ والے میز پوش کے کناروں پر لگانے کے لیے $\frac{2}{5}$ میٹر بیل خریدی اور شمیم نے اسی طرح کی $\frac{3}{4}$ میٹر بیل خریدی۔ خریدی گئی بیل کی کل لمبائی معلوم کیجیے۔ کیا پورے کناروں پر لگانے کے لیے کل خریدی گئی بیل

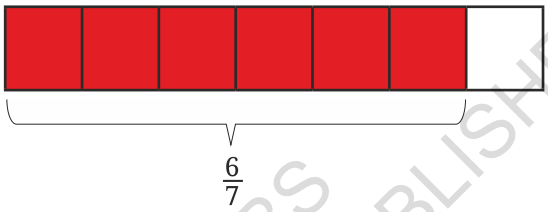
@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

ایک ہی نسب نماؤں یا کسری اکائیوں والے کسری اعداد کی تفریق

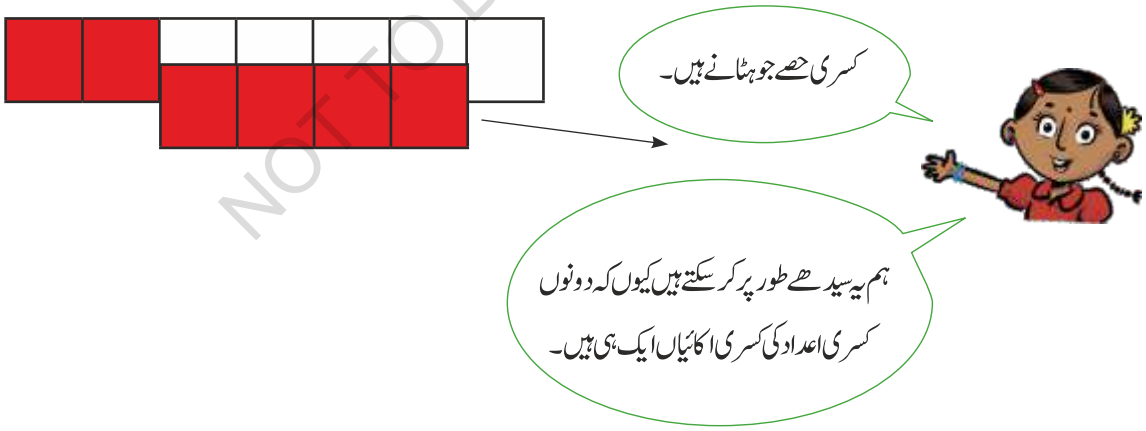
برہم گپت کا طریقہ کسری اعداد کی تفریق کے لیے بھی استعمال ہوتا ہے!

آیئے ہم اب سے $\frac{6}{7}$ سے $\frac{4}{7}$ کی تفریق کرنے کے مسئلے سے شروع کرتے ہیں، یعنی $\frac{6}{7} - \frac{4}{7}$ کیا ہے؟

اس مسئلے کو حل کرنے کے لیے ہم پھر سے مستطیل پٹی والے ماڈل کا استعمال کر سکتے ہیں۔ دونوں کسری اعداد میں کسری اکائی ایک ہی ہے، یعنی $\frac{1}{7}$ ۔ آیئے ہم سب سے پہلے بڑے کسری اعداد کو مستطیل پٹی والے ماڈل کا استعمال کر کے ظاہر کرتے ہیں جیسا کہ دکھایا گیا ہے۔



ہر رنگا ہوا خانہ $\frac{1}{7}$ کی نمائندگی کرتا ہے۔ اب ہمیں $\frac{6}{7}$ میں سے $\frac{4}{7}$ کو تفریق کرنا ہے۔ اس کو حل کرنے کے لیے ہم رنگے ہوئے خانوں میں سے 4 خانوں کو ہٹا دیتے ہیں۔



اس لیے اب ہمارے پاس دو رنگے ہوئے خانے بچے ہیں، یعنی $\frac{6}{7} - \frac{4}{7} = \frac{2}{7}$ ۔

یہی مشق عددی خط کا استعمال کرتے ہوئے کرنے کی کوشش کیجیے۔

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

معلوم کیجیے

1. $\frac{5}{8}-\frac{3}{8}$ 2. $\frac{7}{9}-\frac{5}{9}$ 3. $\frac{10}{27}-\frac{1}{27}$

مختلف نسب نماؤں یا کسری اکائیوں والے کسری اعداد کی تفریق

مثال: $\frac{3}{4}-\frac{2}{3}$ کیا ہے؟

جیسا کے ہم پہلے سے ہی یکساں کسری اکائیوں والے کسری اعداد کی تفریق کرنے کا طریقہ جانتے ہیں، آیئے ہم اب ہر دیے ہوئے کسری اعداد کو یکساں کسری اکائیوں میں تبدیل کرتے ہیں۔

ہاں! ایسا کرنے سے ہم آسانی کے ساتھ دو کسری اعداد کی تفریق کر سکتے ہیں۔

$$\frac{3}{4}=\frac{(3\times3)}{(4\times3)}=\frac{9}{12}$$

سوچیے! ہم نے شمار کنندہ اور نسب نما دونوں کو 3 سے ضرب کرنے کا انتخاب کیوں کیا؟

پھر سے! ہم نے شمار کنندہ اور نسب نما دونوں کو 4 سے ضرب کرنے کا انتخاب کیوں کیا؟

اور اسی طرح

$$\frac{2}{3}=\frac{(2\times4)}{(3\times4)}=\frac{8}{12}$$

اس لیے، $\frac{3}{4}-\frac{2}{3}=\frac{9}{12}-\frac{8}{12}=\frac{1}{12}$

© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

کسری اعداد کی تفریق کے لیے برہم گپت کا طریقہ——

1. دیے ہوئے کسری اعداد کو یکساں کسری اکائی والے مساوی کسری اعداد میں تبدیل کیجیے، یعنی یکساں نسب نماؤں میں۔
2. یکساں کسری اکائیوں والے کسری اعداد کی تفریق کیجیے۔ یہ شمار کنندہ کی تفریق کر کے اور ایک ہی نسب نما رکھ کر کیا جا سکتا ہے۔
3. اس نتیجے کو ضرورت پڑنے پر کمترین شکل میں تبدیل کیجیے۔

معلوم کیجیے

1 . برہم گپت کے طریقہ کو استعمال کرتے ہوئے درج ذیل تفریق کو انجام دیجیے:

a. $\frac{8}{15}-\frac{3}{15}$ b. $\frac{2}{5}-\frac{4}{15}$ c. $\frac{5}{6}-\frac{4}{9}$ d. $\frac{2}{3}-\frac{1}{2}$

2 . اشارے کے مطابق تفریق کیجیے:

a. $\frac{13}{4}$ سے $\frac{10}{3}$ b. $\frac{18}{5}$ سے $\frac{23}{3}$ c. $\frac{29}{7}$ سے $\frac{45}{7}$

3 . مندرجہ ذیل سوالوں کو حل کیجیے:

a. جیا کا اسکول اس کے گھر سے $\frac{7}{10}$ کلو میٹر کی دوری پر ہے۔ وہ روزانہ اپنے گھر سے $\frac{1}{2}$ کلو میٹر کے لیے آٹو لیتی ہے۔ اور پھر اسکول پہنچنے کے لیے باقی دوری کو پیدل چل کر طے کرتی ہے۔ اسکول پہنچنے کے لیے وہ روزانہ کتنی دوری پیدل طے کرتی ہے؟

b. جیو یکا ایک پارک کا پورا چکّر لگانے میں $\frac{10}{3}$ منٹ لیتی ہے اور اس کا دوست نمت ایسا کرنے میں $\frac{13}{4}$ منٹ لیتا ہے۔ کون کم وقت لیتا ہے اور کتنا؟

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

7.9 تاریخ سے ایک چٹکی

کیا آپ جانتے ہیں کے قدیم ہندوستان میں کسری عدد کو کیا کہتے تھے؟ اس کو سنسکرت میں بھِنّ (Bhinna) کہتے تھے، جس کا مطلب ہے 'ٹوٹا ہوا'۔ اس کو بھاگ یا انش یعنی 'حصّہ' یا 'ٹکڑا' بھی کہا جاتا تھا۔

آج کل پوری دنیا میں جس طرح کسری اعداد کو لکھا جاتا ہے، دراصل اس کی شروعات ہندوستان میں ہوئی۔ قدیم ہندوستانی ریاضی کی کتابوں میں، جیسا کہ بکشالی دستاویز (تقریباً 300 عیسوی سے) جب وہ $\frac{1}{2}$ لکھنا چاہتے تھے، تو وہ اسے $\frac{1}{2}$ لکھتے تھے جو کہ بالکل ویسا ہی ہے جیسا کہ ہم آج کل لکھتے ہیں۔ کسری اعداد کے ساتھ لکھنے اور کام کرنے کا یہ طریقہ ہندوستان میں اگلی کئی صدیوں تک جاری رہا، جس میں آریہ بھٹ (499 عیسوی)، برہم گپت (628 عیسوی)، سری دھر آچاریہ (750 عیسوی)، مہاویر آچاریہ (850 عیسوی) شامل ہیں۔ $\frac{1}{2}$ اور دیگر شمار کنندہ اور نسب نما کے بیچ جو لکیر کا حصہ ہے اسے بعد میں

مراقشی (Moroccan) ریاضی دان الحصّار نے (12 ویں صدی میں) متعارف کرایا۔ اس کے بعد چند صدیوں میں یہ علامت یا لکھنے کا یہ طریقہ یورپ اور پھر پوری دنیا میں پھیل گیا۔

کسری اعداد کا استعمال دوسری ثقافتوں مثلاً مصری اور بابلی (Babylonion) تہذیبوں میں بھی کیا گیا تھا، لیکن شروعات میں انہوں نے صرف کسری اکائی کا استعمال کیا۔ یعنی 1 شمار کنندہ والا کسری اعداد۔ مزید کسری اعداد کو کسری اکائیوں کا حاصل جمع کے طور پر ظاہر کیا گیا تھا، اب یہ ''مصری کسری اعداد'' کہلاتے ہیں۔ اعداد کو کسری اکائیوں کا حاصل جمع کے طور پر لکھنا مثال کے طور پر، $\frac{19}{24} = \frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{8}$ یہ ایک فن ہو سکتا ہے جو خوبصورت پہیلیوں کی طرف لے جاتا ہے۔ ہم نیچے اسی طرح کی ایک پہیلی پر غور کریں گے۔

عام کسری اعداد (جن میں شمار کنندہ کا 1 ہونا ضروری نہیں ہے) پہلی بار ہندوستان میں متعارف کیے گئے تھے، ان کے حسابی عمل جیسے کہ جمع، تفریق، ضرب اور حتی کہ کسری اعداد کی تقسیم کے قواعد بھی۔ قدیم ہندوستانی تحریریں، جن کو 'سولبہ۔سوترہ' (Sulba-sutras) کہتے ہیں، یہ ظاہر کرتی ہیں کہ ویدک دور میں بھی ہندوستانیوں نے کسری اعداد کے ساتھ عمل کے قواعد دریافت کر لیے تھے۔ کسری اعداد کے ساتھ کام کرنے اور انہیں حاصل کرنے کے عمومی اصول اور طریقہ کار کو سب سے پہلے برہم گپت نے باضابطہ اور جدید شکل میں مرتب کیا تھا۔

برہم گپت کے کسری اعداد کے ساتھ کام کرنے اور حساب کرنے کے طریقے اب بھی وہی ہیں جو ہم آج استعمال کرتے ہیں۔ مثال کے طور پر، برہم گپت نے بیان کیا کہ کسری اعداد کی جمع اور تفریق کیسے کی جاتی ہے جو کہ مندرجہ ذیل ہے:

''ہر ایک کسری اعداد کے شمار کنندہ اور نسب نما کو دوسرے نسب نما سے ضرب دینے سے کسری اعداد کو ایک مشترک نسب نما میں تبدیل کیا جاتا ہے۔ پھر جمع کے معاملے میں شمار کنندہ کو (مندرجہ بالا کمی کے بعد حاصل ہوئے) جمع کیا جاتا ہے اور تفریق کے معاملے میں ان کے درمیان کا فرق نکالا جاتا ہے۔'' (برہم گپت، برہم اسپوت سدھانت، بول 12.2، 628 عیسوی)۔

کسری اعداد سے متعلق ہندوستانی تصوّرات اور طریقے جو اگلی چند صدیوں میں عربوں کے ذریعے یورپ میں منتقل ہوئے اور 17 ویں صدی کے قریب یورپ میں عام استعمال میں آئے اور پھر پوری دنیا میں پھیل گئے۔

© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

معمہ!

اگر ایک ہی کسری اکائی استعمال کی جائے تو کسری اکائیوں کو جمع کر کے حاصل جمع 1 حاصل کرنا آسان ہے، مثال کے طور پر،

$\frac{1}{2}+\frac{1}{2}=1, \frac{1}{3}+\frac{1}{3}+\frac{1}{3}=1, \frac{1}{4}+\frac{1}{4}+\frac{1}{4}+\frac{1}{4}=1$ وغیرہ۔

تاہم، کیا آپ مختلف کسری اکائیوں کو اس طرح جمع کرنے کا طریقہ سوچ سکتے ہیں کہ حاصل جمع 1 بن جائے؟

دو مختلف کسری اکائیوں والے کسری اعداد کو جوڑ کر 1 حاصل کرنا ممکن نہیں ہے۔ اس کی وجہ یہ ہے کے $\frac{1}{2}$ سب سے بڑی کسری اکائی ہے، اور $\frac{1}{2}+\frac{1}{2}=1$ ہوتا ہے۔

مختلف کسری اکائیاں حاصل کرنے کے لئے ہمیں کم سے کم ایک $\frac{1}{2}$ کو کچھ چھوٹی کسری اکائیوں والے کسری اعداد سے بدلنا پڑے گا—لیکن اس کے بعد حاصل جمع 1 سے کم ہو گا! اس لیے دو مختلف کسری اکائی والے کسری اعداد کو جمع کر کے 1 حاصل کرنا ممکن نہیں ہے۔



ہم اس کے بجائے 1 کو تین مختلف کسری اکائیوں کے مجموعے کے طور پر لکھنے کا طریقہ تلاش کر سکتے ہیں۔

1 . کیا آپ تین مختلف کسری اکائیوں کو تلاش کر سکتے ہیں جن کو جمع کر کے 1 حاصل کیا جا سکتا ہے؟

یہ پتہ چلتا ہے کہ اس مسئلے کا صرف ایک ہی حل ہے (3 کسری اعداد کی ترتیب بدلنے کے علاوہ)! کیا آپ اسے تلاش کر سکتے ہیں؟ آگے پڑھنے سے پہلے اس کو تلاش کرنے کی کوشش کیجیے۔

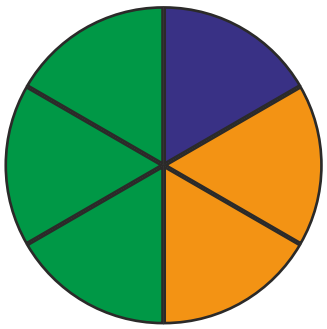
یہاں حل تلاش کرنے کا ایک منظم طریقہ ہے۔ ہم جانتے ہیں کہ $\frac{1}{3}+\frac{1}{3}+\frac{1}{3}=1$ ہے۔ مختلف کسری اکائیاں حاصل کرنے کے لیے ہمیں کسی ایک $\frac{1}{3}$ میں اضافہ کرنا پڑے گا اور دوسرے $\frac{1}{3}$ میں سے کم سے کم کسی ایک کو گھٹانا پڑے گا۔ دوسری کسری اکائی میں اضافہ کرنے کا واحد طریقہ ہے کہ ہم اسے $\frac{1}{2}$ سے بدل دیں۔ اس لیے $\frac{1}{2}$ سبھی کسری اکائیوں میں سے ایک کسری اکائی ہونی چاہیے۔

اب $1=\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{4}$۔ مختلف کسری اکائیاں حاصل کرنے کے لیے ہمیں $\frac{1}{4}$ میں سے ایک کا اضافہ کرنا ہو گا اور اضافے کی تلافی کے لیے دوسرے $\frac{1}{4}$ کو گھٹانا ہو گا۔ اب دوسری کسری اکائیوں میں $\frac{1}{4}$ کا اضافہ کرنے کا واحد طریقہ ہے کہ اسے $\frac{1}{3}$ سے بدل دیا جائے جو $\frac{1}{2}$ سے مختلف ہو۔ اس لیے تمام کسری اعداد میں سے دو کسری اعداد $\frac{1}{2}$ اور $\frac{1}{3}$ ہوں گے! پھر تیسرا کسری عدد کیا

@KTRS NOT TO BE REPUBLISHED

ہو گا، تا کہ تینوں کسری اعداد جمع ہو کر 1 بنائیں؟

یہ واضح کرتا ہے کیوں اس مسئلے کا صرف ایک ہی حل ہے۔



$$\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{6}=1$$

اگر ہم 4 مختلف کسری اکائیاں تلاش کریں جو جمع ہو کر 1 بناتے ہیں تو کیا؟

2. کیا آپ چار مختلف کسری اکائیاں تلاش کر سکتے ہیں، جو جمع ہو کر 1 بنائیں؟



پتہ چلتا ہے کہ اس مسئلے کے چھ حل ہیں! کیا آپ ان میں سے کم از کم ایک حل تلاش کر سکتے ہیں؟ کیا آپ ان سب کو تلاش کر سکتے ہیں؟ آپ اسی استدلال کا استعمال کر سکتے ہیں جو دو اور تین کسری اکائیوں کے لیے کر رہے تھے—یا خود اپنا طریقہ تلاش کیجیے!

ایک بار آپ کو ایک حل مل جائے، تو اسے تصور میں لانے کے لیے اوپر دی گئی تصویر کی طرح دائرے کو مختلف حصوں میں تقسیم کرنے کی کوشش کیجیے۔

© KTBC
NOT TO BE REPUBLISHED

خلاصہ

- **کسری عدد برابر حصّوں کی شکل میں:** جب ایک مکمّل عدد کی اکائیوں کو برابر حصّوں میں تقسیم کیا جاتا ہے اور مساوی طور پر بانٹا جاتا تو ہمیں ایک **کسری عدد** ملتا ہے۔
- **کسری اکائیاں:** جب ایک مکمّل بنیادی اکائی کو برابر حصّوں میں تقسیم کیا جاتا ہے تو ہر حصّہ **کسری اکائی** کہلاتا ہے۔
- **کسری اعداد کا مطالعہ:** ایک کسری عدد مثلاً $\frac{5}{6}$ میں، 5 **شمار کنندہ** کہلاتا ہے اور 6 **نسب نما** کہلاتا ہے۔
- **مخلوط کسری اعداد** میں ایک مکمّل عدد ی حصّہ اور ایک کسری حصّہ ہوتا ہے۔
- **عددی خط:** کسری عدد کو عددی خط پر بھی دکھایا جاسکتا ہے۔ ہر کسری عدد کے ساتھ عددی خطوط پر ایک متعلقہ نقطہ ہوتا ہے۔
- **مساوی کسری اعداد:** جب دو یا دو سے زیادہ کسری اعداد برابر حصّے یا عدد کی نمائندگی کرتے ہیں تو وہ **مساوی کسری اعداد** کہلاتے ہیں۔
- **کمترین ارکان** (Lowest terms): ایک کسری عدد جس کے شمار کنندہ اور نسب نما کے درمیان 1 کے علاوہ کوئی مشترک جزو ضربی نہ ہو تو کہا جاتا ہے کہ وہ کسری عدد اپنے کمترین ارکان میں ہے یا سادہ شکل میں ہے۔
- **کسری اعداد کو جمع کرنے کے لیے برہم گپت کا طریقہ:** جب کسری اعداد کو جمع کرتے ہیں، تو انھیں ایک ہی کسری اکائی (یعنی ایک ہی نسب نما) کے ساتھ مساوی کسری اعداد میں تبدیل کرتے ہیں۔ اور اس کے بعد جمع حاصل کرنے کے لیے ہر کسری اکائیوں کی تعداد کو جمع کیجیے۔ ایسا شمار کنندہ کو جمع کر کے حاصل کیا جاسکتا ہے۔
- **کسری اعداد کی تفریق کے لیے برہم گپت کا طریقہ:** جب کسری اعداد کی تفریق کرتے ہیں تو انہیں مساوی کسری اکائی (یعنی ایک ہی نسب نما) کے ساتھ مساوی کسری عدد میں تبدیل کرتے ہیں اور پھر کسری اکائیوں کی تعداد کی تفریق کرتے ہیں۔ یہ شمار کنندہ کو تفریق کر کے اور نسب نما کو وہی رکھ کر حاصل کرتے ہیں۔

© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

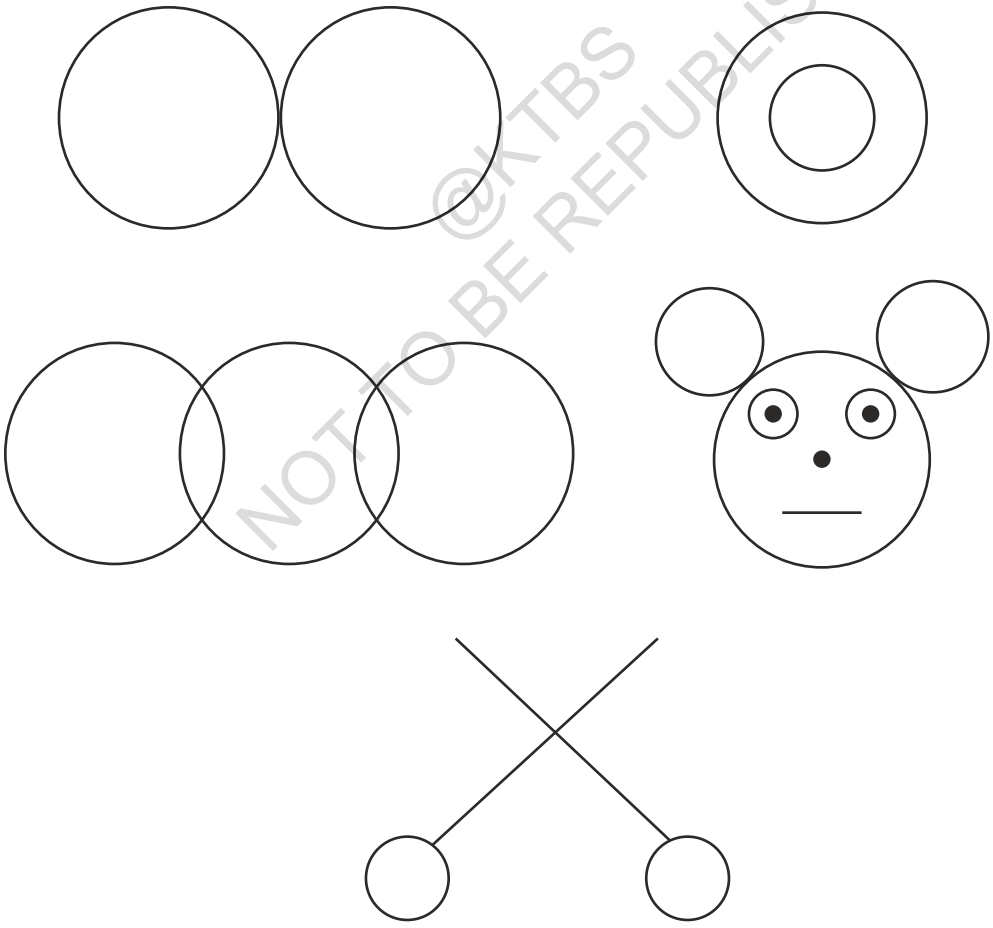
8

تشکیلات کے ساتھ کھیلنا
(Playing with Constructions)

4674CH08

8.1 آرٹ ورک

مندرجہ ذیل اشکال کو دیکھیے اور انھیں ہاتھ سے بنانے کی کوشش کیجیے۔



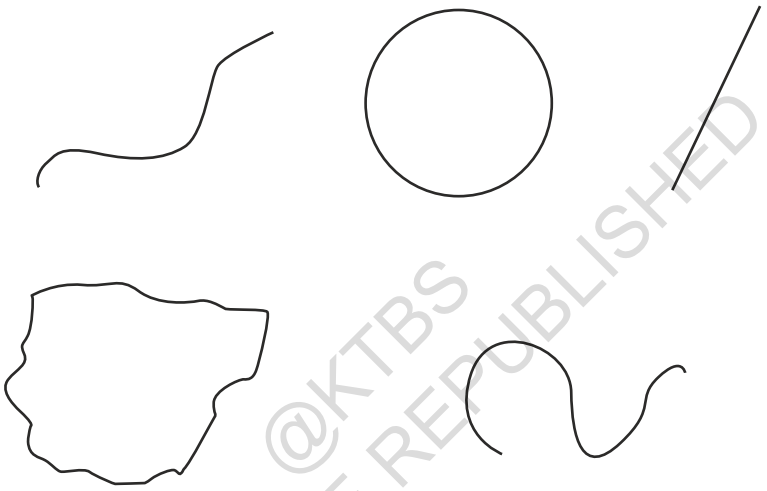
@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

شکل 8.1

اب آپ ایک پیمانہ اور پرکار اٹھایئے۔ آیئے دریافت کرتے ہیں کہ کیا ہم ان شکلوں کو ان چیزوں سے بنا سکتے ہیں اور پرکار کے استعمال سے اچھی طرح واقف ہو سکتے ہیں۔

مشاہدہ کیجیے کہ پرکار کو کس طرح بنایا گیا ہے۔ کوئی شخص پرکار سے کیا بنا سکتا ہے؟ دریافت کیجیے!

کیا آپ کو معلوم ہے منحنی (Curve) کیا ہیں؟ یہ وہ شکلیں ہیں جو کاغذ پر پنسل سے بنائی جا سکتی ہیں اور ان میں خط مستقیم، دائرہ اور دوسری شکلیں بھی شامل ہیں، جیسا کہ ذیل میں دکھایا گیا ہے:



@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

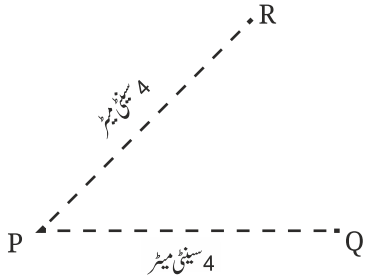
اپنی کاپی پر ایک نقطہ 'P' نشان زد کیجیے۔ پھر مختلف سمتوں میں زیادہ سے زیادہ ممکن نقطے نشان زد کیجیے جو نقطہ P سے 4 سینٹی میٹر کے فاصلے پر ہوں۔

سوچیے: نقطہ P سے 4 سینٹی میٹر کے فاصلے پر تمام نقطوں کو نشان زد کرنا تصور کیجیے۔ وہ کیسے نظر آئیں گے؟

منحنی پر کچھ نقطے بنایئے اور اس بات کی جانچ اور تصدیق کیجیے کہ کیا وہ نقطے P سے ٹھیک 4 سینٹی میٹر کے فاصلے پر ہیں۔

تلاش کیجیے اگر آپ نے ایسا پہلے نہیں کیا ہے، دیکھیے کہ کیا آپ اس مقصد کے لیے پرکار کا استعمال کر سکتے ہیں۔

آپ پرکار کا استعمال کر کے نقطہ P سے 4 سینٹی میٹر کے فاصلے پر کچھ نقطے نشان زد کر کے شروع کر سکتے ہیں، یہ کیسے کیا جا سکتا ہے؟



آپ کو کسی پیمانے کے مقابل پرکار کو کھولنا ہوگا (دیکھیے شکل 8.2) کچھ اس طرح کہ پرکار کی نوک اور پنسل کے درمیان کا فاصلہ 4 سینٹی میٹر ہو۔

- اب آپ پوری منحنی بنانے کی کوشش کیجیے۔

اشارہ : پرکار کی نوک کو ایک جگہ پر رکھیے اور صرف پنسل کو حرکت دیجیے۔

اس منحنی کی شکل کیا ہے؟ یہ ایک دائرہ ہے!

دائرے پر ایک نقطہ لیجیے۔ P سے اس کا فاصلہ کیا ہوگا— 4 سینٹی میٹر کے برابر، 4 سینٹی میٹر سے کم یا 4 سینٹی میٹر سے زیادہ؟ اسی طرح سے اگر کوئی نقطہ دائرہ پر ہو تو نقطہ P سے اس نقطے کا فاصلہ کیا ہوگا؟

جیسا کہ شکل میں دکھایا گیا ہے نقطہ P دائرہ کا **مرکز** (Centre) کہلاتا ہے اور اس نقطے سے دائرے پر موجود کسی بھی نقطے کا فاصلہ **نصف قطر** (Radius) کہلاتا ہے۔



شکل : 8.2

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

اب پرکار کے استعمال سے آپ واقف ہو چکے ہیں، آگے بڑھیے اور شکل 8.1 میں دی گئی تصویروں کو دوبارہ بنائیے۔

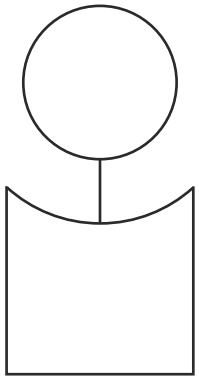
کیا آپ شکلوں کو اتنا ہی اچھا بنا سکتے ہیں، جیسا کہ وہاں دکھایا گیا ہے؟ اگر آپ چاہیں تو دوبارہ کوشش کر سکتے ہیں!

کیا آلات کے استعمال سے تشکیل آسان ہو گئی ہے؟ اب مندرجہ ذیل شکلوں کو بنانے کی کوشش کیجیے۔

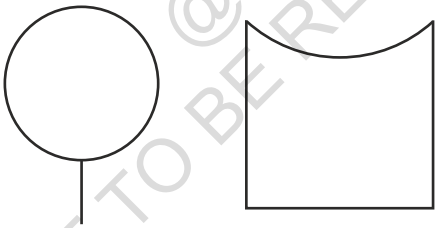
تشکیل کیجیے

1. ایک شخص

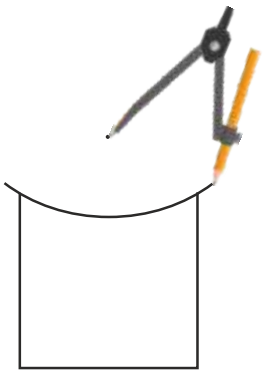
آپ اسے کیسے بنائیں گے؟



اس شکل کے دو اجزائے ترکیبی ہیں۔



آپ نے پہلے حصے کو بنانے کا کوئی طریقہ نکال لیا ہو گا۔ دوسرے حصے کو بنانے کے لیے یہ دیکھیے۔

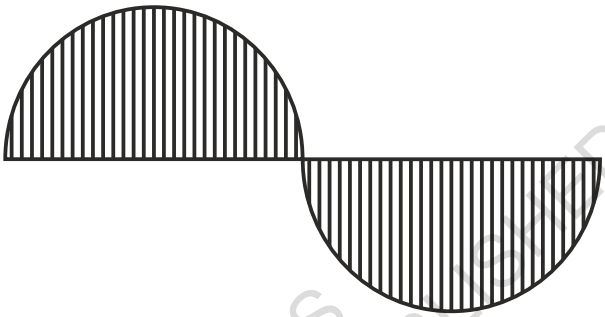


@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

یہاں یہ چیلنج معلوم کرنا ہے کہ اس منحنی کو بنانے کے لیے پرکار کی نوک کہاں رکھی جائے اور نصف قطر کتنا لیا جائے۔ آپ پرکار میں کوئی نصف قطر لے لیجیے اور منحنی حاصل کرنے کے لیے پرکار کی نوک کو مختلف مقامات پر رکھ کر کوشش کیجیے کہ کون سا مقام زیادہ مناسب ہے۔ اپنا تخمینہ استعمال کیجیے کہ پرکار کی نوک کہاں رکھی جائے۔

2. لہردار لہریں

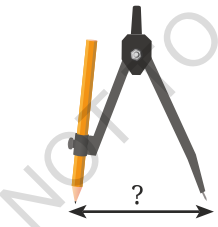
اس کی تشکیل کیجیے۔

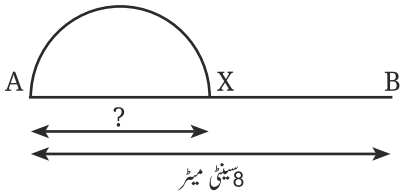


چوں کہ مرکزی خط کی لمبائی مخصوص نہیں کی گئی ہے تو ہم کوئی بھی لمبائی لے سکتے ہیں۔

آیئے مرکزی خط AB کو اس طرح لیتے ہیں کہ AB کی لمبائی 8 سینٹی میٹر ہو، اسے ہم AB = 8 سینٹی میٹر لکھتے ہیں۔

یہاں پہلی لہر نصف دائرے کے شکل میں بنائی گئی ہے۔





© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

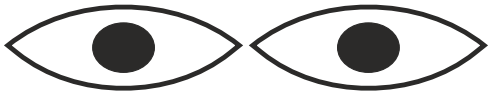
معلوم کیجیے

1. یہ نصف دائرہ حاصل کرنے کے لیے پرکار میں کتنا نصف قطر لیا جائے؟ AX کی لمبائی کیا ہونی چاہیے؟
2. مختلف لمبائی والا مرکزی خط لیجیے اور اس پر لہر بنانے کی کوشش کیجیے۔
3. وہ شکل دوبارہ بنانے کی کوشش کیجیے جہاں لہریں نصف دائرے سے چھوٹی ہوں (جیسا کہ 'ایک شخص' کی گردن تصویر میں دکھائی دے رہی ہے)۔ یہاں چیلنج یہ ہے کہ دونوں لہریں ایک جیسی ہوں۔ یہ تھوڑا پیچیدہ ہو سکتا ہے!

کوشش کیجیے

3. آنکھیں

آپ پرکار کی مدد سے یہ آنکھیں کیسے بنائیں گے؟

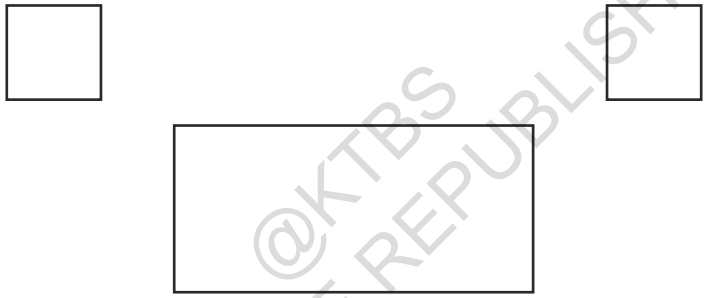


اشارے کے لیے باب کے آخر میں جائیے۔

- پیمانے اور پرکار کے ساتھ اپنی پسند کا دوسرا آرٹ ورک بنائیے۔

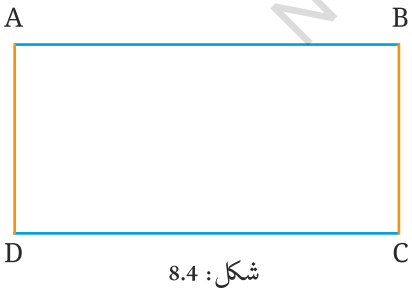
8.2 مربعے اور مستطیلات

اب آیئے ہم ایسی سادہ شکلوں کو دیکھتے ہیں جن کا احاطہ (Boundary) مستقیم خطوط ہوں۔



شکل : 8.3

یہ کیسی شکلیں ہیں؟ ہاں، یہ مربعے اور مستطیلات ایسے ہیں جن سے ہم واقف ہیں۔ لیکن وہ کیا چیز ہے جو ان مربعوں اور مستطیلوں کو بناتی ہے؟



شکل : 8.4

مستطیل ABCD پر غور کیجیے؟

نقطے A، B، C اور D مستطیل کے کونے ہیں۔ خطوط AB، BC، CD اور DA اس کے اضلاع ہیں۔ اس کے زاویے ∠A، ∠B، ∠C اور ∠D ہیں۔

نیلے اضلاع AB اور CD **مقابل اضلاع** (Opposite sides) کہلاتے ہیں کیوں کہ یہ ایک دوسرے کے مقابل ہیں۔ اسی طرح AD اور BC مقابل اضلاع کا دوسرا جوڑا ہے۔

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

مستطیل میں اسے یاد کیجیے:

R1) مقابل اضلاع لمبائی میں برابر ہوتے ہیں، اور

R2) تمام زوایے 90° کے ہوتے ہیں۔

مستطیلوں کی طرح ہی مربعے کے کونے اور اضلاع کی تعریف بیان کی جاتی ہے۔

ایک مربع مندرجہ ذیل دو خصوصیات کو پورا کرتا ہے:

S1) تمام اضلاع برابر ہوتے ہیں اور

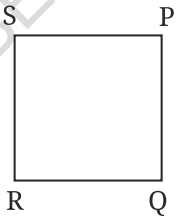
S2) تمام زاویے 90° کے ہوتے ہیں۔

شکل 8.4 میں مستطیل اور اس کو دیے گئے نام ABCD کو دیکھیے۔ اس مستطیل کو ہم دوسرے نام بھی دے سکتے ہیں مثلاً– BCDA، CDAB، DABC، ADCB، DCBA، CBAD اور BADC۔ تو کیا ایک مستطیل کا نام اس کے کسی بھی کونوں کو ملا کر لکھا جا سکتا ہے؟ نہیں! مثال کے طور پر اس کو ABDC یا ACBD نام نہیں دیا جا سکتا۔ کیا آپ دیکھ سکتے ہیں کہ کون سے نام قابل قبول ہیں اور کون سے نہیں ہیں؟

صحیح نام وہی ہوگا جب کونے ترتیب میں ہوں گے۔ یعنی کسی ایک کونے سے شروع کر کے آپ مستطیل کے چاروں طرف چلیں۔

مندرجہ ذیل میں سے کون سا اس مربع کا نام نہیں ہے؟

1. PQSR
2. SPQR
3. RSPQ
4. QRSP



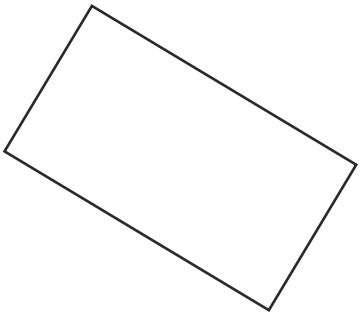
گھومے ہوئے مربعے اور مستطیلات

یہاں ایک مربع کاغذ کا ٹکڑا دیا ہوا ہے جس کے تمام اضلاع برابر ہیں اور تمام زاویے 90° کے ہیں۔ اس کو گھمایا گیا جیسا کہ شکل میں دکھایا گیا ہے۔ کیا یہ اب بھی ایک مربع ہے؟

آیئے جانچتے ہیں کہ گھوما ہوا کاغذ کیا اب بھی مربع کی خصوصیات کو پورا کرتا ہے۔

- کیا تمام اضلاع اب بھی برابر ہیں؟ ہاں۔
- کیا تمام زاویے اب بھی 90° ہیں؟ ہاں۔

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

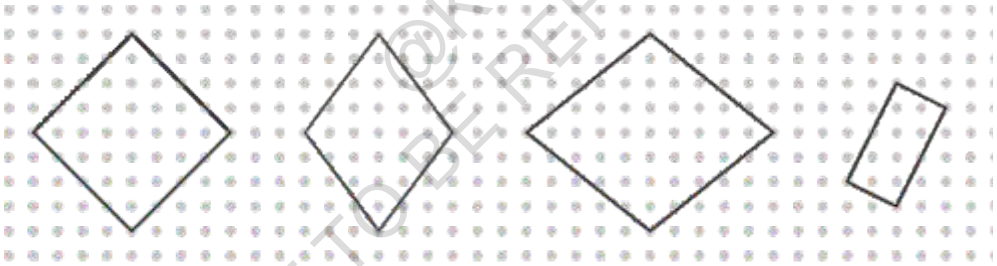


ایک مربع کو گھمانے سے اس کی لمبائی اور زاویے نہیں بدلتے۔
اس لیے یہ گھومی ہوئی شکل مربع کی دونوں خصوصیات پورا کرتی ہے۔اس لیے یہ ایک مربع ہے۔
اسی استدلال سے ایک گھوما ہوا مستطیل اب بھی ایک مستطیل ہی ہے۔

معلوم کیجیے

1. ایک ڈاٹ پیپر پر چار مربعے اور مستطیل بنائیے (جیسا کہ شکل 8.3 میں دکھایا گیا ہے)۔
آپ نے اس شکل کو دوبارہ بنانے کے لیے کیا کیا کہ چاروں مربعے خوش اسلوبی سے مستطیل کے پاس رکھے گئے ہیں؟ اپنے ہم جماعتوں سے بحث کیجیے۔

2. اس مجموعے میں دیکھیے کہ کیا کوئی مربع موجود ہے۔اگر ضرورت ہو تو پیمائشوں کا استعمال کیجیے۔



©KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

سوچیے: کیا یہ ممکن ہے کہ اوپر دی ہوئی اشکال میں بغیر کسی پیمائشی آلوں کے استعمال کے آپ بتا سکتے ہیں کہ اضلاع برابر ہیں یا نہیں اور زاویے درست ہیں یا نہیں؟ کیا ہم صرف ڈاٹ گرڈ میں موجود کونوں کے مقام کو دیکھ کر ایسا کر سکتے ہیں؟

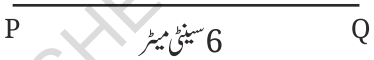
3. ڈاٹ گرڈ پر کم سے کم 3 گھومے ہوئے مربعے اور مستطیلات بنائیے۔انہیں اس طرح بنائیے کہ ان کے کونے ڈاٹ پر نہ ہوں۔تصدیق کیجیے کہ آپ نے جو مربعے اور مستطیلات بنائے ہیں وہ اپنی متعلقہ خصوصیات کو پورا کرتے ہیں۔

8.3 مربعوں اور مستطیلوں کی تشکیل

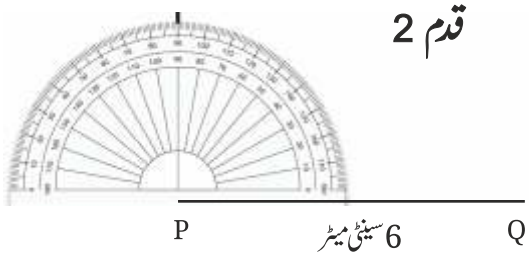
آیئے اب ہم مربعے اور مستطیلات بنانا شروع کرتے ہیں۔ آپ 6 سینٹی میٹر ضلع کے ذریعے مربع کیسے بنائیں گے؟

مدد کے لیے آپ مندرجہ ذیل شکلوں کو دیکھ سکتے ہیں۔ ایک مربع PQRS تشکیل کیا گیا ہے جس کے ضلعے کی لمبائی 6 سینٹی میٹر ہے۔

قدم 1



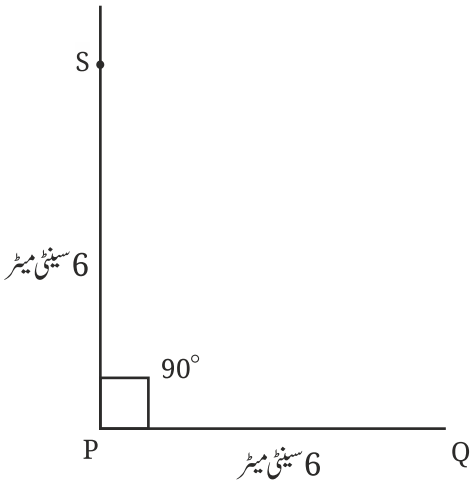
قدم 2



PQ پر عمودی خط بنانے کے لیے P سے گزرتا ہوا ایک نقطہ لگایئے۔

قدم 3

طریقہ 1



پیمانے کا استعمال کرتے ہوئے عمودی خط پر S کو نشان زد کیجیے تا کہ PS=6 سینٹی میٹر ہو۔

طریقہ 2

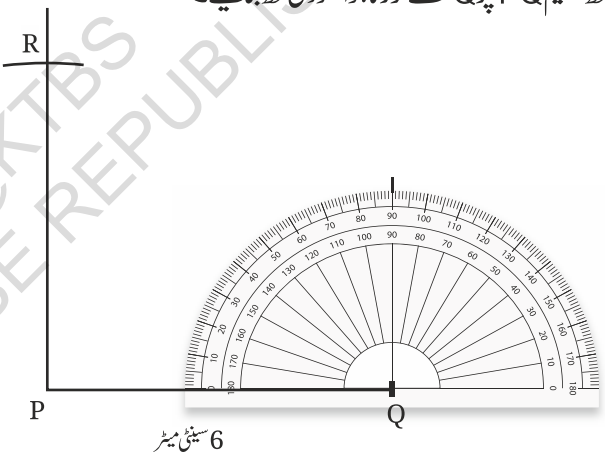
یہ پرکار کا استعمال کرتے ہوئے بھی کیا جا سکتا ہے۔

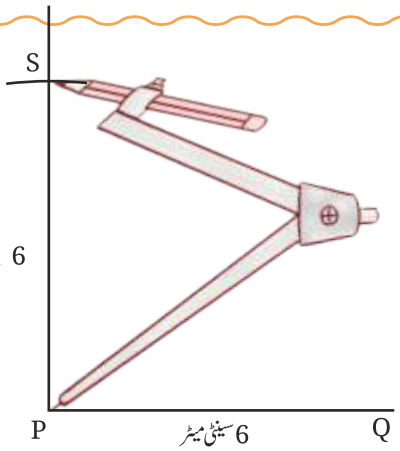
@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED



قدم 4

خط مستقیم PQ پر Q سے گزرتا ہوا عمودی خط بنایئے۔

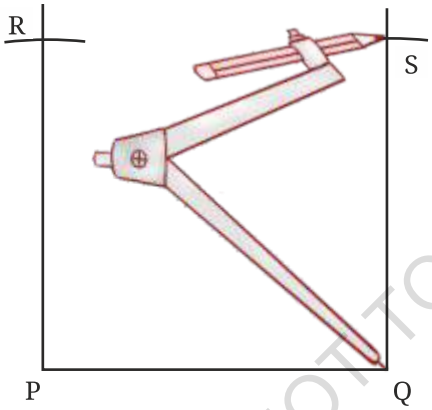




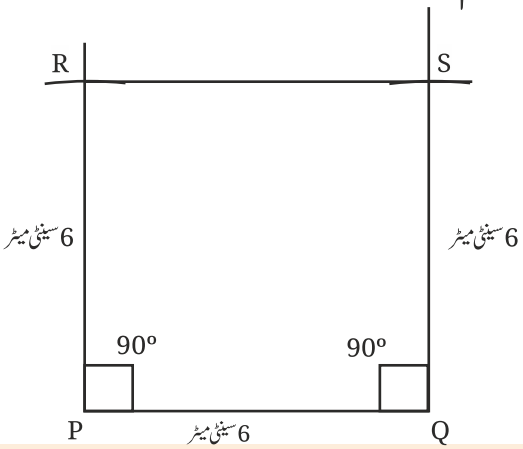
کیا آپ سمجھ سکتے ہیں کہ PS کی لمبائی 6 سینٹی میٹر کیوں ہونی چاہیئے؟

قدم 5

اگر ہم نے پرکار کا استعمال کیا ہوتا تو اگلے نقطے کو آسانی سے اس کا استعمال کرتے ہوئے نشان زد کیا جاسکتا تھا!



قدم 6



ضلع RS کی لمبائی کتنی ہے اور ∠R اور ∠S کی پیمائشیں کیا ہیں؟

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

تشکیل کیجیے

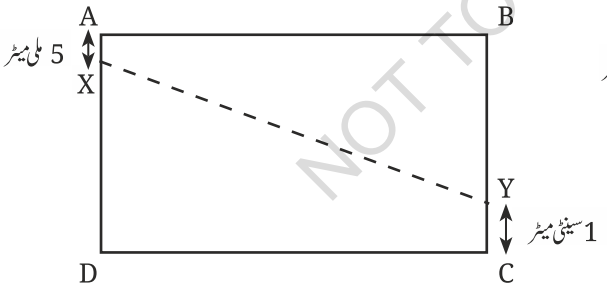
1. 4 سینٹی میٹر اور 6 سینٹی میٹر اضلاع والا ایک مستطیل بنایئے۔ بنانے کے بعد جانچ کیجیے کہ یہ مستطیل کی دونوں خصوصیات کو پورا کرتا ہے۔
2. 2 سینٹی میٹر اور 10 سینٹی میٹر اضلاع والا ایک مستطیل بنایئے۔ بنانے کے بعد جانچ کیجیے کہ یہ مستطیل کی دونوں خصوصیات کو پورا کرتا ہے۔
3. کیا ایک 4 ضلعی شکل کی تشکیل کرنا ممکن ہے جس میں—
   - تمام زاویے 90° کے برابر ہوں لیکن
   - مقابل اضلاع برابر نہ ہوں؟

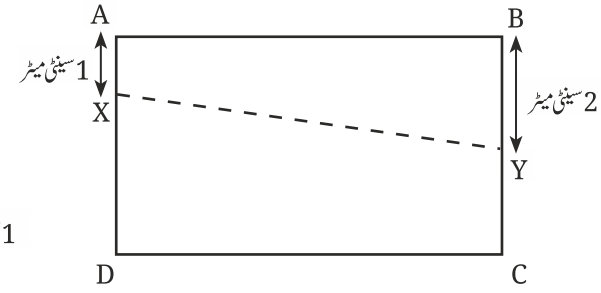
کوشش کیجیے

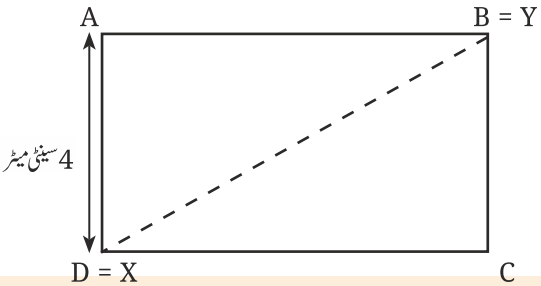
8.4 مستطیلوں کے بارے میں ایک کھوج

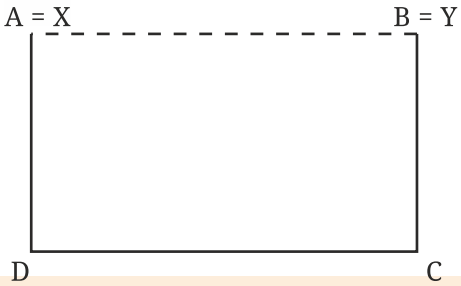
$AB = 7$ سینٹی میٹر اور $BC = 4$ سینٹی میٹر کا ایک مستطیل ABCD بنایئے۔

تصور کیجیے کہ X ایک ایسا نقطہ ہے جسے ضلع AD پر کہیں بھی منتقل کیا جاسکتا ہے۔ اسی طرح تصور کیجیے کہ Y ایک ایسا نقطہ ہے جسے ضلع BC پر کہیں بھی منتقل کیا جاسکتا ہے۔ نوٹ کیجیے کہ X کو بھی نقطہ A یا D کے سرے پر رکھا جاسکتا ہے۔ اسی طرح Y کو بھی B یا C کے سرے پر رکھا جاسکتا ہے۔









© ITBS NOT TO BE REPUBLISHED

ریاضی بات چیت

کن مقامات پر نقطے X اور Y ایک دوسرے سے سب سے زیادہ نزدیک ہوں گے؟ اور کب وہ ایک دوسرے سے سب سے زیادہ دور ہوں گے؟ آپ کا وجدان کیا کہتا ہے؟ اپنے ہم جماعتوں سے بحث کیجیے۔

اب آپ نقطے X اور Y کو اضلاع پر رکھ کر اپنے اس تخمینے کی تصدیق کر سکتے ہیں کہ دونوں کتنے دور اور کتنے پاس ہیں؟

X اور Y کے درمیان کا فاصلہ XY کی لمبائی کو ناپ کر حاصل کیا جا سکتا ہے۔

X اور Y کے درمیان کا کم سے کم فاصلہ AB کی لمبائی سے کیسے موازنہ کرتا ہے؟

X اور Y کے مقام کو تبدیل کر کے جانچ کیجیے کہ کن مقامات پر وہ دونوں ایک دوسرے سے سب سے قریب یا سب سے دور ہیں۔ آپ مستطیل کی بہت سی نقلیں بنائیے اور X اور Y کے مختلف مقامات پر غور کیجیے۔

آپ X اور Y کے مختلف مقامات کے لیے XY کی لمبائیوں کا پتہ کیسے رکھیں گے؟

ایسا کرنے کا ایک طریقہ یہ ہے۔ مان لیجیے کہ آپ نے X اور Y کے لیے کچھ مقامات چن لیے ہیں:

- جب A سے 5 ملی میٹر کے فاصلہ پر X ہو اور Y سے 3 سینٹی میٹر کے فاصلہ پر B ہو تو XY = ___ سینٹی میٹر ___ ملی میٹر۔
- جب A سے 1 سینٹی میٹر کے فاصلے پر X ہو اور B سے 1 سینٹی میٹر کے فاصلہ پر Y ہو تو XY = ___ سینٹی میٹر ___ ملی میٹر۔
- جب A سے 2 سینٹی میٹر کے فاصلے پر X ہو اور B سے 4 سینٹی میٹر کے فاصلہ پر Y ہو تو XY = ___ سینٹی میٹر ___ ملی میٹر اور اسی طرح سے آگے بھی۔

کیا اسے لکھنے کا کوئی آسان طریقہ ہے؟ ان تمام جملوں میں صرف X، Y کے مقام اور XY کی لمبائی میں تبدیلی ہوتی ہے۔ اس لیے ہم اس کو اس طرح لکھ سکتے ہیں:

A سے X کا فاصلہ	B سے Y کا فاصلہ	XY کی لمبائی

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

- کیا آپ نے جانچ کیا ہے کہ جب X اور Y کو بالترتیب A اور B سے برابر فاصلے پر رکھا جاتا ہے تو XY کی لمبائی میں کیا ہوتا ہے؟ مثال کے طور پر جیسے ان حالتوں میں:

A سے X کا فاصلہ	B سے Y کا فاصلہ	XY کی لمبائی
5 ملی میٹر	5 ملی میٹر	
1 سینٹی میٹر	1 سینٹی میٹر	
1 سینٹی میٹر 5 ملی میٹر	1 سینٹی میٹر 5 ملی میٹر	

اور اسی طرح آگے۔

- ان میں سے ہر ایک حالت کا مشاہدہ کیجیے۔

1 . XY کی لمبائی کیسے AB سے موازنہ کرتی ہے اور

2 . 4 ضلعی شکل ABYX کی ہیئت ہے۔

- X اور Y کے درمیان کے سب سے بڑے فاصلے کا AC اور BD کی لمبائی سے موازنہ کیسے کرتے ہیں؟

- **تشکیل کیجیے**

مستطیلوں کو توڑنا



ایک ایسا مستطیل بنائیے جس کو 3 مساوی مربعوں میں تقسیم کیا جاسکے۔ جیسا کہ تصویر میں دکھایا گیا ہے۔

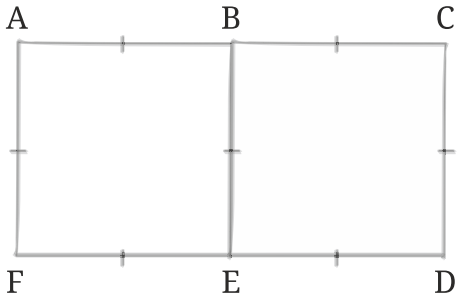
حل

اگر یہ مشکل ہے تو آیئے ہم اسے مل کر آسان بناتے ہیں۔

- دریافت کیجیے

ایک ایسے مستطیل کے بارے میں کیا خیال ہے جس کو دو مساوی مربعوں میں تقسیم کیا جاسکے؟ کیا آپ کوشش کر سکتے ہیں؟ پہلے منصوبہ بنانا اور پھر تشکیل کرنا عقل مندی ہے۔ لیکن ہم منصوبہ کیسے بناتے ہیں؟ کیا آپ کوئی طریقہ سوچ سکتے ہیں؟ حتمی شکل کے تصور کا ایک طریقہ یہ ہے کہ اس کی ایک رَف شکل بنائی جائے۔

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED



ہم اس شکل سے کیا نتیجہ اخذ کر سکتے ہیں؟

کیا آپ مساوی اضلاع کی شناخت کر سکتے ہیں؟

چوں کہ دونوں مربعے یکساں ہیں۔

BC=AB اور ED=FE

چوں کہ ABEF اور BCDE مربعے ہیں اس لیے ہر مربعے کے تمام اضلاع برابر ہیں۔اس کو ہم اس طرح لکھ سکتے ہیں—

AF=AB=BE=FE

BE=BC=CD=ED

اس لیے تمام چھوٹے خطوط برابر ہیں!

مساوی اضلاع کو روایتی طور پر ظاہر کیا جاتا ہے۔اس کو خط پر ایک '|' لگا کر کیا جاتا ہے۔اس کی رف شکل کو دیکھیے۔

اس کا استعمال کرتے ہوئے کیا آپ اسے بنانے کی کوشش کر سکتے ہیں؟ یاد رکھیے کہ یہ ایک ایسا مستطیل بنانے کے لیے کیا گیا ہے جس کو تین یکساں مربعوں میں تقسیم کیا جا سکتا ہے اور جس میں کسی پیمائش کی کوئی بندش نہیں ہے۔

مستطیل ACDF کی تشکیل کے لیے، AF کو کوئی بھی لمبائی دی جا سکتی ہے۔

ا O $AF = 4$ سینٹی میٹر لیتے ہیں، تو AC کی لمبائی کیا ہوگی؟

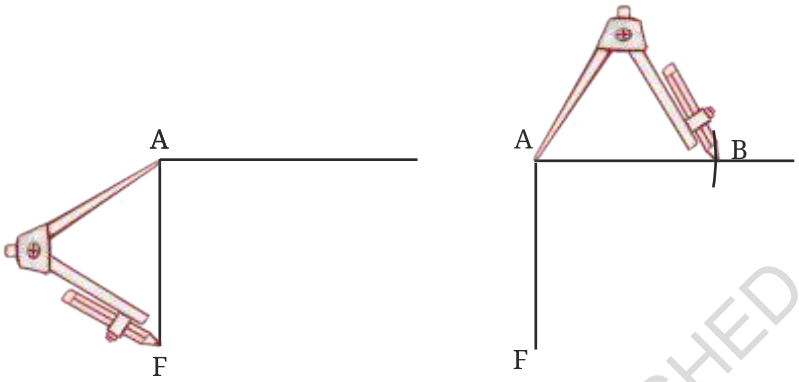
معلوم کیجیے: کیا اب مستطیل کو مکمل کیا جا سکتا ہے؟

درحقیقت کوئی بھی شخص پیمانے کا استعمال کرتے ہوئے اس AF کی لمبائی کی پیمائش کیے بغیر بھی AF کھینچ کر آگے بڑھ سکتا ہے۔ہم AF کے عمودی ایک اشاریہ خط کھینچ سکتے ہیں جس میں دوسرا ضلع بھی شامل ہو سکے۔ چوں کہ AF=AB ہے،

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

اس لیے نقطہ B حاصل کرنے کے لیے ہمیں AF کی لمبائی کو تبدیل کرنے کی ضرورت ہے۔ ہم پیمانے کے بغیر ایسا کیسے کریں گے؟ کیا ہم اسے پرکار کی مدد سے کر سکتے ہیں؟

مشاہدہ کیجیے کہ پرکار کا استعمال کرتے ہوئے AF کی لمبائی کی پیمائش کیسے کی جاتی ہے۔



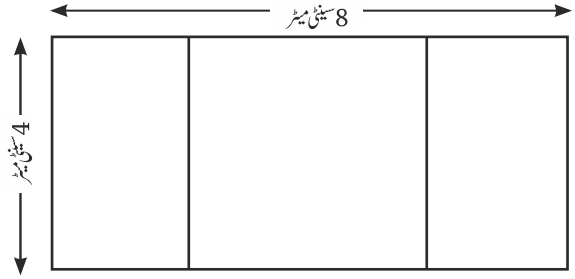
اس کو استعمال کر کے نقطے B اور C نشان زد کیجیے اور مستطیل کو مکمل کیجیے۔

- اس خیال کا استعمال کرتے ہوئے ایک ایسا مستطیل بنانے کی کوشش کیجیے جسے تین یکساں مربعوں میں تقسیم کیا جا سکتا ہو۔
- ایک مستطیل کے اضلاع کی لمبائیاں بتائیے جن کو تقسیم نہیں کیا جا سکتا—
  - دو یکساں مربعوں میں۔
  - تین یکساں مربعوں میں۔

تشکیل کیجیے

1. کسی مستطیل کے اندر ایک مربع

8 سینٹی میٹر اور 4 سینٹی میٹر کے اضلاع والا ایک مستطیل بنائیے۔ آپ اس کے اندر ایسا مربع کیسے بنائیں گے جیسا کہ شکل میں دکھایا گیا ہے تاکہ مستطیل اور مربع دونوں کا مرکز ایک ہو؟

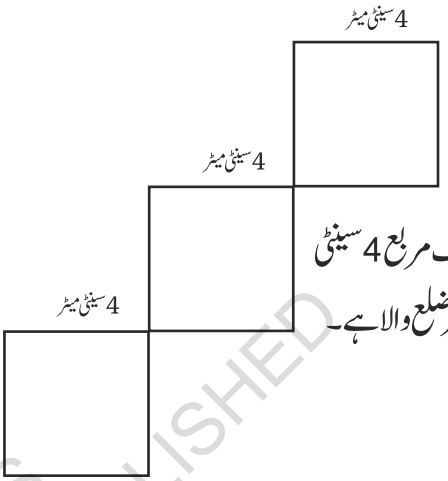


@KBS NOT TO BE REPUBLISHED

اشارہ : ایک رف شکل بنائیے۔مربع کے ضلع کی لمبائی کیا ہوگی؟مربع کے کونوں اور باہری مستطیل کے درمیان فاصلہ کیا ہوگا؟

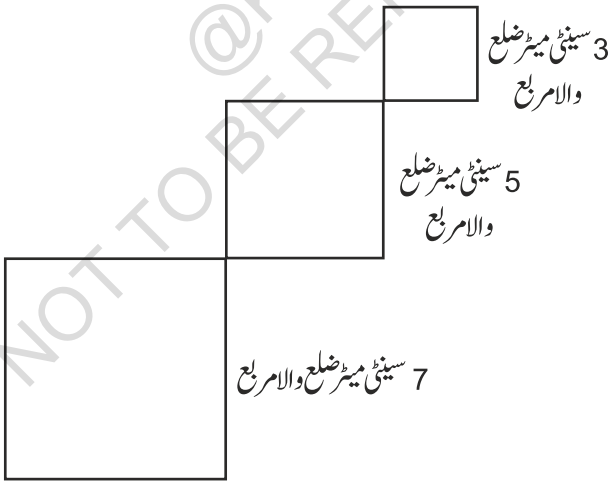
2. گرتے ہوئے مربعے

یقینی بنائیے کہ مربعوں کو اسی طرح ترتیب دیا گیا ہے جیسے وہ دکھائے گئے ہیں۔

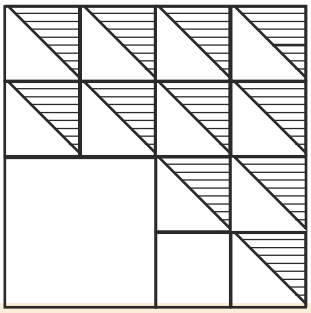


ہر ایک مربع 4 سینٹی میٹر ضلع والا ہے۔

اب یہ کوشش کیجیے۔



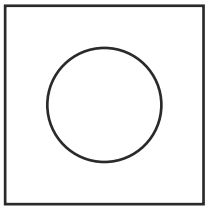
@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED



3. شیڈنگ (Shadings)

اس کی تشکیل کیجیے۔اپنے پسند کی پیمائش لیجیے۔نوٹ کیجیے کہ 4 بڑے ضلع والی شکل ایک مربع ہے اور اسی طرح چھوٹے ضلع والی شکل بھی مربع ہے۔

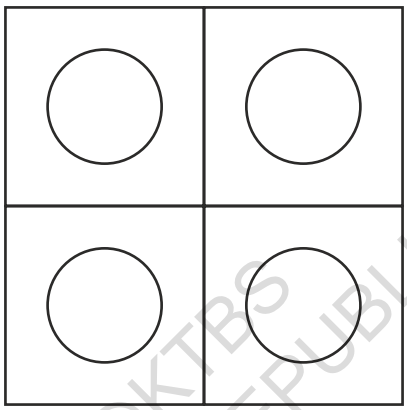
4 . ایک سوراخ والا مربع



مشاہدہ کیجیے کہ گول سوراخ مربع کے بالکل بیچ میں ہے۔

اشارہ: سوچیے کہ دائرے کا مرکز کہاں ہونا چاہیے۔

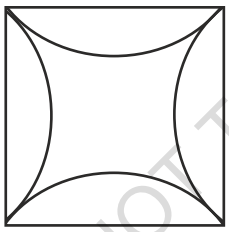
5 . زیادہ سوراخ والا مربع



@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

6. منحنی کے ساتھ مربع



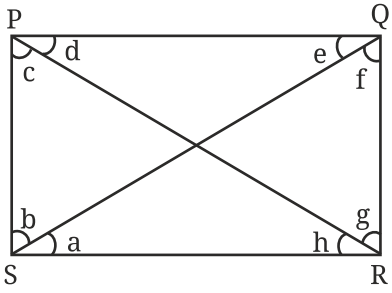


یہ ایک 8 سینٹی میٹر ضلعوں والا مربع ہے۔

اشارہ: سوچیے کہ پرکار کی نوک کہاں رکھی جائے کہ ہر ضلع کے یکساں 4 نمایاں قوسین (Arcs) حاصل ہوں۔ اس کی کوشش کیجیے!

8.5 مستطیلوں اور مربعوں کے وتروں کو معلوم کرنا

ایک مستطیل PQRS لیجیے۔ PR اور QS کو ملائیے۔ یہ دو خطوط مستطیل کے وتر (Diagonals) کہلاتے ہیں۔



وتروں کی لمبائی کا موازنہ کیجیے۔ پہلے جواب کی پیشن گوئی کیجیے۔ پھر ایک مستطیل کی تشکیل کیجیے اور نقطوں کو نشان زد کیجیے جیسے کہ دکھایا گیا ہے۔ پھر وتروں کی پیمائش کیجیے۔

مستطیل PQRS میں P اور R زاویہ قائمہ ہیں، جن کو ہم مقابل زاویہ کہتے ہیں۔ مقابل زاویوں کا دوسرا جوڑا قائمہ زاویے Q اور S پر ہے۔

مشاہدہ کیجیے کہ وتر مقابل زاویوں کے جوڑوں کو دو چھوٹے زاویوں میں تقسیم کرتا ہے۔ شکل میں وتر PR، زاویہ R کو دو چھوٹے زاویوں میں تقسیم کرتا ہے جن کو ہم زاویہ g اور h کہتے ہیں۔ یہ وتر زاویہ P کو بھی c اور d میں تقسیم کرتا ہے۔ کیا g اور h زاویے برابر ہیں؟ کیا c اور d زاویے برابر ہیں؟

پہلے جوابات کا اندازہ کیجیے اور پھر زاویوں کی پیمائش کیجیے۔ آپ کیا مشاہدہ کرتے ہیں؟ برابر زاویوں کے جوڑوں کی نشاندہی کیجیے۔

دریافت کیجیے

مستطیل کی تشکیل کیسے کی جائے کہ اس کا وتر مقابل زاویوں کو برابر حصوں میں بانٹے؟

آپ اپنے مشاہدات کیسے ریکارڈ کریں گے؟ پہلے ان پیمائشوں کی شناخت کیجیے جن کو معلوم کرنے کی ضرورت ہے۔ وہ مستطیل کے اضلاع اور دو وتروں سے بنائے گئے 8 زاویے ہیں۔ کیا کوئی اور پیمائشیں ہیں جو آپ معلوم کرنا چاہیں گے۔

اضلاع	A	B	C	D	E	F	G	H

© TBS NOT TO BE REPUBLISHED

اپنے تجربے کے عمل میں کیا آپ نے اس معاملے پر غور کیا جب مستطیل کے چاروں اضلاع برابر ہوں؟ یعنی کیا آپ نے مربع کے معاملے پر غور کیا؟ دیکھیے اس مخصوص حالت میں کیا واقع ہوتا ہے!

ریاضی بات چیت

آپ نے اضلاع اور زاویوں سے متعلق کون سے عمومی قوانین کے بارے میں مشاہدہ کیا؟ ان کی فہرست بنائیے اور اپنے ہم جماعتوں کے ساتھ بحث کیجیے۔

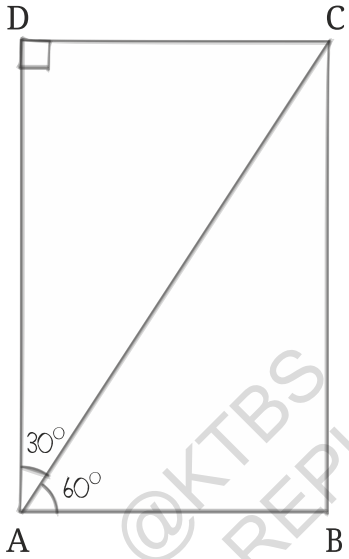
کوئی کیسے مطمئن ہو سکتا ہے کہ وہ قوانین جن کا آپ نے مشاہدہ کیا ہے وہ ہمیشہ صحیح ہوں گے؟

تشکیل کیجیے

1 . ایک ایسا مستطیل بنائیے جس میں کوئی بھی ایک وتر مقابل زاویوں کو $60°$ اور $30°$ میں تقسیم کرتا ہے۔

حل:

آیئے ہم ایک رف شکل سے شروع کرتے ہیں۔

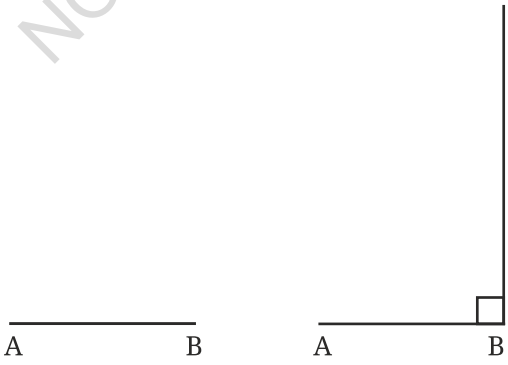


@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

اس کے حصوں کو کس ترتیب میں بنایا جائے؟

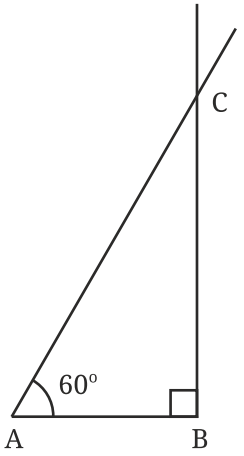
ہم مختصر طور پر ایک ممکنہ تشکیل کی ترتیب کا خاکہ بناتے ہیں۔

قدم 1



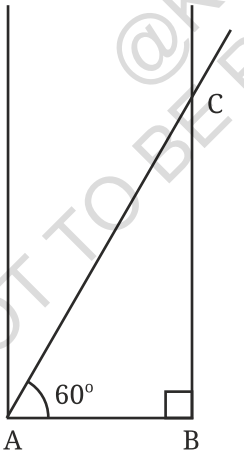
AB کو اپنی پسند کی لمبائی لے کر بنایا گیا۔ اگلا نقطہ کون سا ہے جس کی نشاندہی ہو سکتی ہے؟

قدم 2



قدم 3

ہم اس خط کو جانتے ہیں جس پر D واقع ہے۔A سے گزرتے ہوئے عمود AB پر ایک خط بنایئے۔



@KTBS
NOT TO BE REPUBLISHED

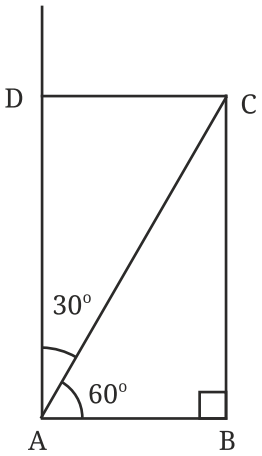
اب A∠ دوزاویوں میں تقسیم کیا گیا ہے۔ایک کی پیمائش 60° ہے۔دوسرے زاویے کی جانچ کیجیے۔

نقطہ D کو معلوم کرنے کے کم سے کم دو طریقے ہیں—

- ایک اس حقیقت کو استعمال کرتے ہیں کہ مستطیل کے تمام زاویے، قائمہ زاویے ہوتے ہیں۔
- دوسرے اس حقیقت کو استعمال کرتے ہیں کہ مستطیل کے مقابل اضلاع برابر ہوتے ہیں۔

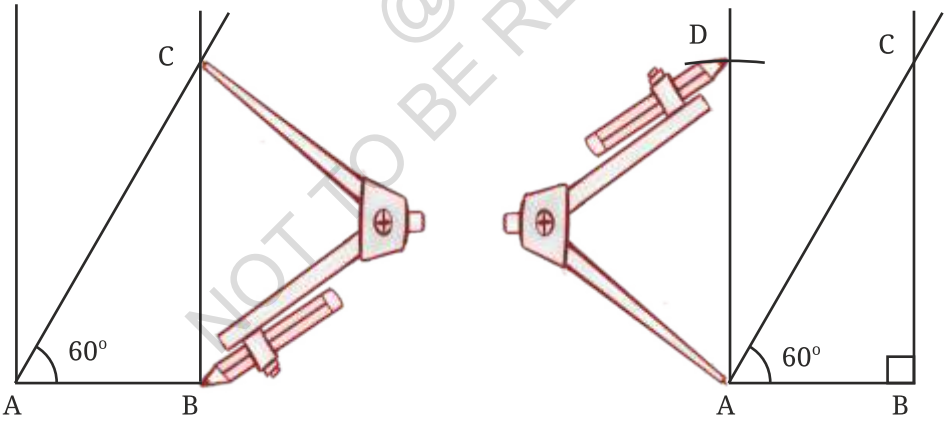
قدم 4

طریقہ 1



BC کے نقطہ C پر ایک عمود بنائیے تا کہ نقطہ D حاصل ہو سکے۔

طریقہ 2



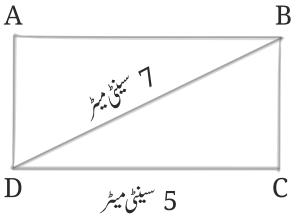
ایک پرکار کا استعمال کرتے ہوئے نقطہ D کو اس طرح نشان زد کیجیے کہ AD=BC ہو۔ CD کو ملائیے اور مطلوبہ مستطیل حاصل کیجیے۔

ہم دیکھ چکے ہیں کہ ہم مستطیلات کیسے بناتے ہیں جب ان کے اضلاع دیئے گئے ہوں۔ لیکن اگر ایک ضلع اور ایک وتر دیا جائے تو ہم کیا کرتے ہیں؟

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

2 . ایک مستطیل کی تشکیل کیجیے جس کے ایک اضلاع کی لمبائی 5 سینٹی میٹر ہو اور وتر کی لمبائی 7 سینٹی میٹر ہو۔

حل



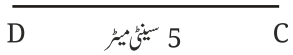
آیئے ہم ایک رف شکل بناتے ہیں۔

آیئے تشکیل کے اقدامات طے کرتے ہیں۔

سب سے پہلے کون سا خط کھینچ سکتے ہیں؟

قدم 1

5 سینٹی میٹر کی لمبائی والے اساس CD (base) کو ہم آسانی سے بنا سکتے ہیں۔

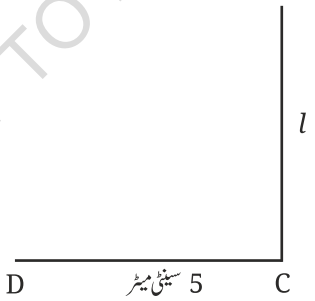


@KTBS
NOT TO BE REPUBLISHED

اگلا؟

قدم 2

خط DC کے نقطہ C پر ایک عمود بنایئے۔ اسے ہم l کہیں گے۔



یہ آسان ہے کیوں کہ ہم جانتے ہیں کہ یہ خط اساس کے عمود میں ہے۔ نقطہ B کو کہیں اس خط l پر ہونا چاہیے۔

ہم اسے کیسے تلاش کرتے ہیں؟ ہم B کے مقام کے بارے میں اور کیا جانتے ہیں؟

ہم جانتے ہیں کہ یہ نقطہ D سے 7 سینٹی میٹر کے فاصلے پر ہے۔

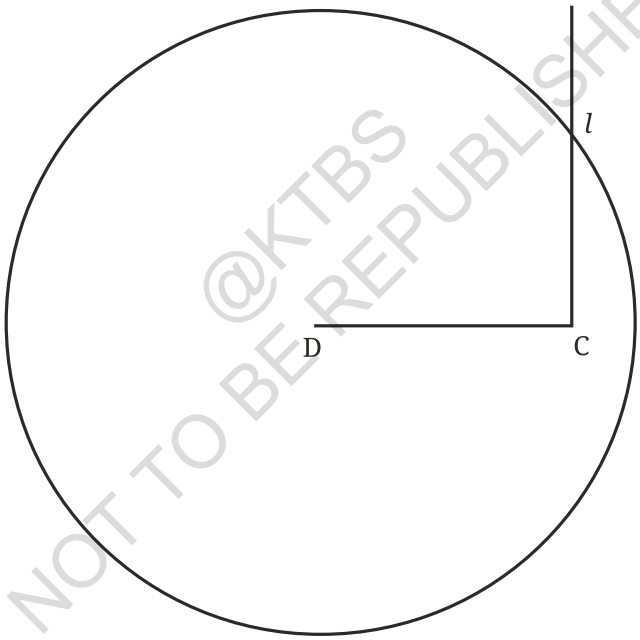
نقطہ B کو نشان زد کرنے کا ایک طریقہ تو یہ ہے کہ ایک پیمانہ لیجیے اور نقطہ D سے 7 سینٹی میٹر حاصل کرنے کے لیے خط l کے ہمراہ اس کو حرکت دیجیے۔ تاہم اس کے لیے ہمیں کوشش اور خطا (Trial and error) کی ضرورت ہوتی ہے۔ ایک اور موثر طریقہ ہے جو کوشش اور خطا پر مبنی نہیں ہے۔

اس کے لیے نقطہ D سے 7 سینٹی میٹر کے فاصلہ پر نقطہ B حاصل کرنے کے بجائے آیئے ہم ایک ایسا طریقہ اپناتے ہیں جس میں نقطہ D سے 7 سینٹی میٹر کے فاصلہ پر موجود تمام نقطے حاصل کیے جا سکیں۔

ہم جانتے ہیں کہ یہ شکل کیا ہے!

قدم 3

طریقہ 1



@KTBS
NOT TO BE REPUBLISHED

D کو مرکز مانتے ہوئے 7 سینٹی میٹر نصف قطر والا ایک دائرہ بنایئے۔

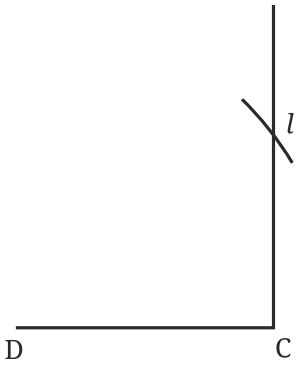
کیا آپ یہاں نقطہ B کو تلاش کر سکتے ہیں؟ یاد رکھیے کہ یہ خط l پر واقع ہے اور نقطہ D سے 7 سینٹی میٹر کے فاصلے پر ہے۔

اس نقطہ پر غور کیجیے جہاں دائرہ اور خط ایک دوسرے کو کاٹتے ہیں۔ نقطہ D سے اس کا فاصلہ کیا ہے؟ اگر ضروری ہو تو دی ہوئی شکل کی جانچ کیجیے۔ آپ کیا مشاہدہ کرتے ہیں؟

جس مقام پر دائرہ خط l کو قطع کرتا ہے، وہ مطلوبہ نقطہ B ہے۔

طریقہ 2

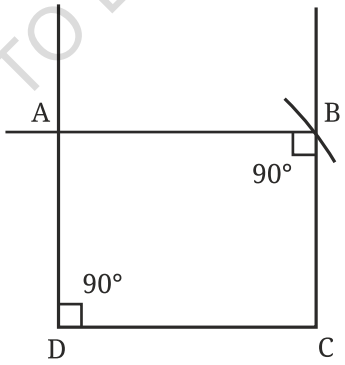
نقطہ B تلاش کرنے کے لیے کیا پورا دائرہ بنانا ضروری تھا؟ ہم دیکھ سکتے ہیں کہ خط l کے نزدیک صرف قوس (Arc) مطلوب ہے۔ اس لیے تیسرا قدم نیچے دی ہوئی شکل میں دکھائے گئے طریقے کی طرح بھی مکمل کیا جاسکتا ہے۔



مستطیل کے تین نقطے نشان زد کرنے کے بعد ہمیں صرف اسے مکمل کرنے کی ضرورت ہے۔ یاد کیجیے ہم پچھلے سوال میں بھی ایسی ہی حالت سے دوچار تھے۔ ہم نے یہاں مستطیل کو مکمل کرنے کے دو طریقے دیکھے۔ ہم ان میں سے کسی ایک طریقے کو اپنا سکتے تھے۔

@KEBS
NOT TO BE REPUBLISHED

قدم 4



نقطہ D اور B سے گزرتے ہوئے بالترتیب عمود DC اور BC بنایئے۔ جس نقطے پر یہ دونوں خطوط ملتے ہیں وہ چوتھا نقطہ A ہے۔

جانچ کیجیے کہ ABCD واقعی ایک مستطیل ہے جو R1 اور R2 خصوصیات کو پورا کرتا ہے۔

تشکیل کیجیے

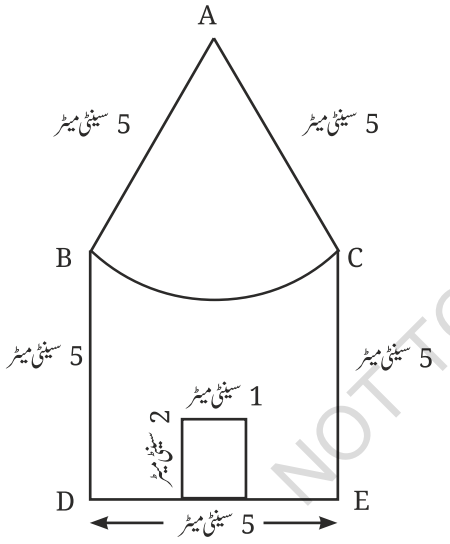
1. ایک مستطیل بنائیے جس کا ایک وتر مقابل زاویوں کو $50°$ اور $40°$ میں تقسیم کرتا ہے۔
2. ایک مستطیل بنائیے جس کا ایک وتر مقابل زاویوں کو $45°$ اور $45°$ میں تقسیم کرتا ہے۔ آپ اضلاع کے بارے میں کیا مشاہدہ کرتے ہیں؟
3. ایک مستطیل بنائیے جس میں ایک ضلع کی لمبائی 4 سینٹی میٹر اور وتر کی لمبائی 8 سینٹی میٹر ہو ۔
4. ایک مستطیل بنائیے جس میں ایک ضلع کی لمبائی 3 سینٹی میٹر اور وتر کی لمبائی 7 سینٹی میٹر ہو ۔

8.6 دو دیے گئے نقطوں سے یکساں فاصلہ پر موجود نقطے

تشکیل کیجیے

مکان

اس شکل کو دوبارہ بنائیے۔

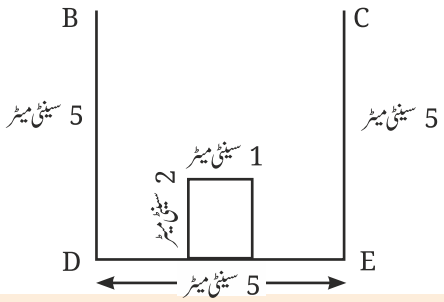


نوٹ کیجیے کہ گھر کی سرحد بنانے والے تمام خطوط کی لمبائی 5 سینٹی میٹر ہے۔

حل

پہلا کام یہ شناخت کرنا ہے کہ خطوط اور منحنی کس ترتیب کے مطابق بنانا ہے۔

قدم 1



@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

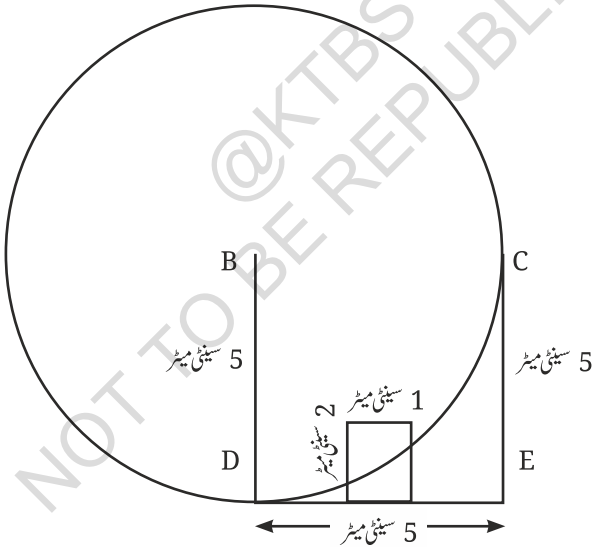
کیا آپ شکل کو مکمل کر سکتے ہیں؟ کوشش کیجیے!

ہمیں نقطہ A کو تلاش کرنا ہے جو نقطہ B اور C سے 5 سینٹی میٹر کے فاصلے پر ہے۔ آپ نے شاید محسوس کیا ہوگا کہ یہ پیمانے کا استعمال کر کے کیا جا سکتا ہے۔ حالاں کہ یہ بہت کوشش اور غلطی کی طرف لے جائے گا۔ اس تشکیل کو مزید آسان بنایا جا سکتا ہے۔ کیسے؟

اگر آپ نے یہ اندازہ لگایا ہے کہ آپ اسے پرکار کی مدد سے کر سکتے ہیں تو آپ بالکل صحیح ہیں! آگے بڑھیے اور معلوم کیجیے کہ نقطہ A کو کوشش اور غلطی کے بغیر کیسے معلوم کیا جا سکتا ہے۔

اس مسئلے میں نقطہ A ڈھونڈنا اور پچھلے حصے (صفحہ 209 دیکھیں) کے دوسرے حل شدہ مثال کے قدم 3 میں نقطہ B کو ڈھونڈنے میں مشابہت ہے۔

قدم 2



@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

ایک منحنی بنائیے جس کے تمام نقطے نقطہ B سے 5 سینٹی میٹر کے فاصلے پر ہوں؛ وہ دائرہ جس کا مرکز B ہو اس کا نصف قطر 5 سینٹی میٹر ہونا چاہیے۔

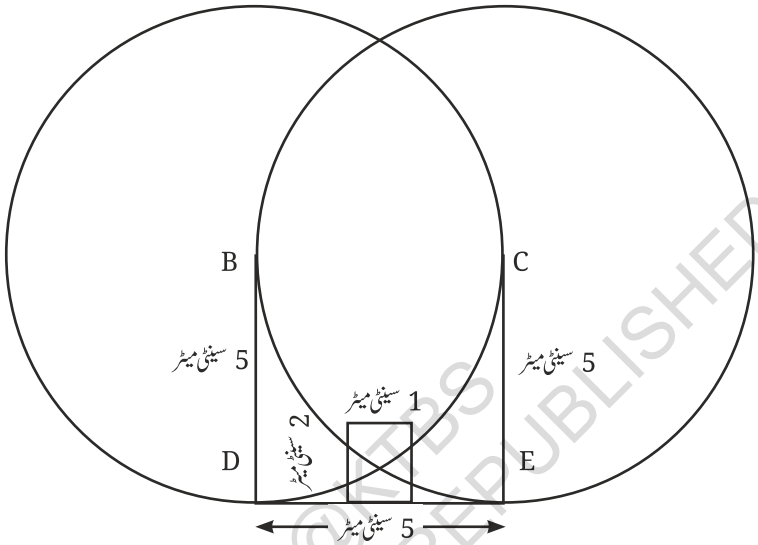
کیا اس سے آپ کو نقطہ A تلاش کرنے میں مدد ملتی ہے؟ تشکیل کیجیے اور شکل میں تلاش کیجیے۔

نقطہ A کو تلاش کیا جا سکتا ہے اگر ہم دائرے پر وہ درست نقطہ تلاش کریں جو نقطہ C سے 5 سینٹی میٹر کے فاصلے پر ہو۔ پھر اس کو دوبارہ پیمانے کی مدد سے معلوم کیا جا سکتا ہے۔ لیکن کیا ہم اس کے لیے پرکار استعمال کر سکتے ہیں؟

قدم 3

طریقہ 1

پرکار میں 5 سینٹی میٹر کا نصف قطر لیجیے اور C کو مرکز بنا کر ایک دائرہ بنائیے۔



© NCERT NOT TO BE REPUBLISHED

کیا آپ نقطہ A کو تلاش کر پا رہے ہیں؟ اپنی کاپی میں اس شکل کی جانچ کیجیے۔ آپ کیا مشاہدہ کرتے ہیں؟

اس نقطہ کو دیکھیے جہاں دونوں دائرے ایک دوسرے کو قطع کرتے ہیں۔ یہ نقطہ B سے کتنے فاصلے پر ہے؟

یہ نقطہ C سے کتنے فاصلے پر ہے؟

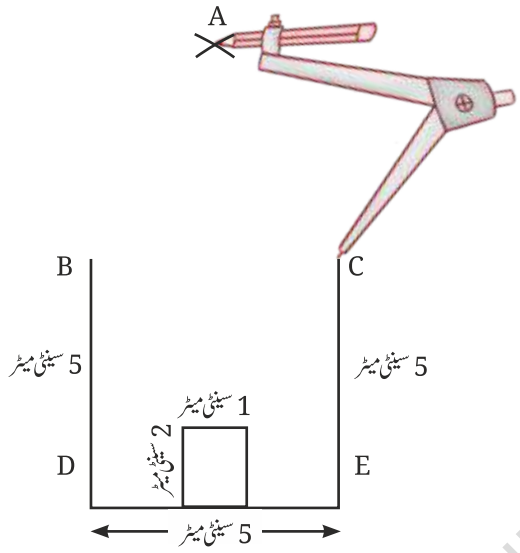
اس طرح یہ نقطہ A ہے!

سوچیے

کیا نقطہ A حاصل کرنے کے لیے دو مکمل دائرے بنانا ضروری تھا؟ ہمیں دونوں دائروں کے صرف ایک حصے کی ضرورت تھی۔

طریقہ 2

اس لیے نقطہ A کو نقطہ B اور C سے صرف 5 سینٹی میٹر نصف قطر کا قوس بنا کر بھی حاصل کیا جا سکتا تھا۔



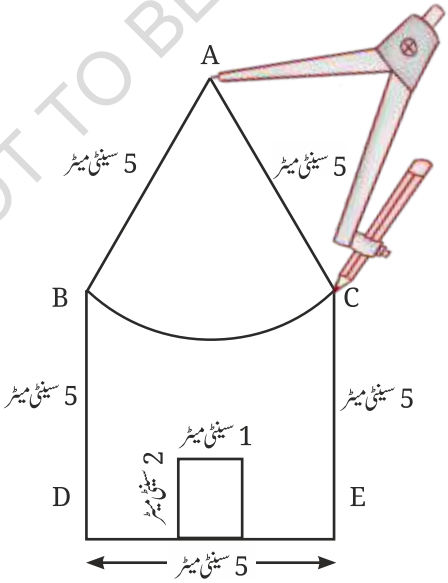
خطوط مستقیم کے ذریعے A کو نقطہ B اور C سے ملایئے۔

نقطہ A حاصل کرنے کے بعد باقی کام صرف باقی قوس کی تشکیل کرنا ہے۔ ہم اسے کیسے کرتے ہیں؟

کیا ہم اس حقیقت کا استعمال کر سکتے ہیں کہ نقطہ A، نقطہ B اور نقطہ C دونوں سے ہی 5 سینٹی میٹر کے فاصلے پر ہے؟

قدم 4

پرکار میں 5 سینٹی میٹر کا نصف قُطر لیجیے اور A سے قوس بنایئے جو B اور C کو چھوتے ہوں جس طرح اس شکل میں ظاہر ہے۔



مکان تیار ہے!

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

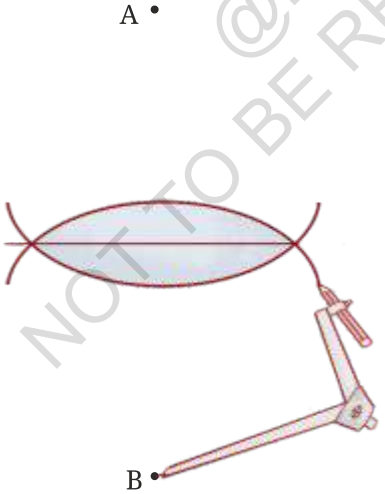
تشکیل کیجیے

1. ایک بڑا مکان بنایئے جس کے تمام اضلاع کی لمبائی 7 سینٹی میٹر ہو۔
2. سیکشن 'آرٹ ورک' سے 'شخص'، 'لہر دار لہروں'، اور 'آنکھوں' کو دوبارہ بنانے کی کوشش کیجیے، ان خیالات کا استعمال کرتے ہوئے جو 'گھر' کی تشکیل میں شامل ہیں۔
3. کیا کوئی 4 ضلعی شکل ہے جس کے تمام اضلاع لمبائی میں برابر ہوں لیکن وہ مربع نہ ہو؟ اگر ایسی کوئی تصویر موجود ہے تو کیا آپ اس کی تشکیل کر سکتے ہیں؟

اشارے

A) آنکھیں (8.1 آرٹ ورک اور مذکورہ تشکیل (صفحہ نمبر 215) سے)۔

اس سے پہلے تشکیل کا ایک حصہ دکھایا گیا ہے۔ اسے محتاط ہو کر مشاہدہ کیجیے۔ آپ دیکھیں گے کہ دو افقی خطوط ہلکے انداز کے بنائے گئے ہیں۔ جیومیٹری کی تشکیلات میں کسی کو اکثر معاون خمیدہ خطوط یا نقوش بنانے پڑتے ہیں جو دیے گئے نقش کا حصہ نہیں ہوتے لیکن اس کی تشکیل میں معاون ہوتے ہیں۔



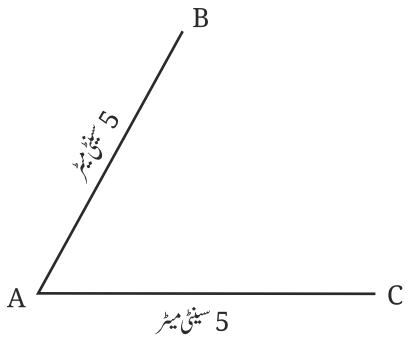
آنکھ کی اوپری اور نچلی خط منحنی بنانے کی تکنیک وہی ہے جو ''ایک شخص'' کی شکل میں استعمال ہوئی ہے۔ نقطہ A اور B وہ مقامات ہیں جہاں پر کار کی نوک کو آنکھ کی خمیدہ لکیر بناتے وقت رکھا جاتا ہے۔ نوٹ کیجیے کہ اوپری خمیدہ لکیر اور نچلی خمیدہ لکیر مل کر متشاکل (Symmetry) نقش بناتی ہیں۔ ایسا ہونے کے لیے A اور B نقطوں کو کہاں رکھا جائے؟ بہتر تخمینہ کیجیے۔

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

جتنا ممکن ہوا تنا متشاکل اور یکساں آنکھیں بنانے کی کوشش کیجیے۔اس سلسلے میں کئی کوششیں ضروری ہوسکتی ہیں۔

B) (مذکورہ تشکیل (صفحہ نمبر 211)

تشکیل کے مقصد کے لیے آیئے ہم ضلعوں کی لمبائی کو 5 سینٹی میٹر لیتے ہیں۔اس شکل پر غور کیجیے۔



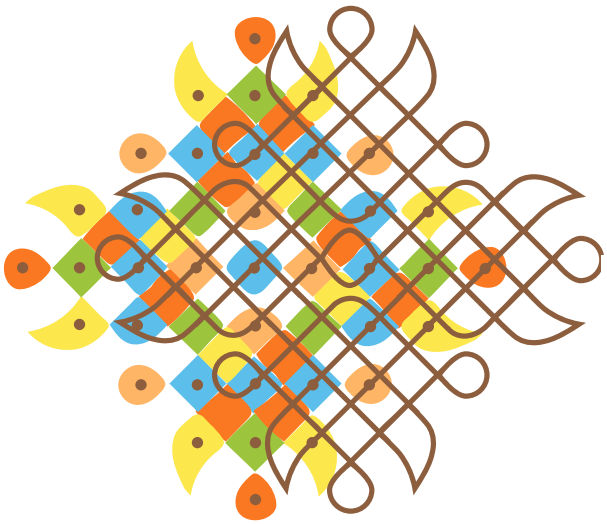
اس شکل کو 4 ضلعی شکل بنانے کے لیے ہمیں صرف ایک اور نقطہ کو شناخت کرنے کی ضرورت ہے۔مان لیجیے وہ نقطہ D ہے جسے B اور C دونوں سے 5 سینٹی میٹر کے فاصلے پر ہونا چاہیے۔ایسا نقطہ کیسے حاصل ہوسکتا ہے؟

کیا 'مکان' کے مسئلے میں استعمال ہونے والے تصورات میں سے کسی کو یہاں استعمال کیا جاسکتا ہے؟

© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

خلاصہ

- دائرے پر موجود تمام نقطے **مرکز** (Centre) سے برابر کے فاصلے پر ہیں۔ یہ فاصلہ دائرے کا **نصف قطر** (Radius) کہلاتا ہے۔
- دائرے اور ان کے مختلف حصے بنانے کے لیے پرکار کا استعمال کیا جاسکتا ہے۔
- کسی دی ہوئی شکل کی تشکیل کی منصوبہ بندی کرنے کے لیے کوئی رف شکل مفید ہوسکتی ہے۔
- ایک مستطیل کی تشکیل کی جاسکتی ہے اگر اس کے اضلاع کی لمبائیاں دی ہوئی ہوں، یا کوئی ایک ضلع اور وتر دیے ہوئے ہوں۔



4674CH09

9

تشاکل
(Symmetry)

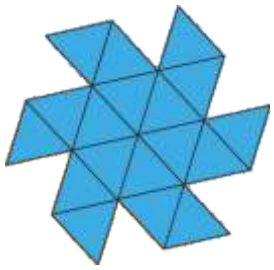
آپ اپنے اطراف میں دیکھیے–آپ کو بہت سی چیزیں نظر آسکتی ہیں جو آپ کی توجہ اپنی طرف کھینچتی ہیں۔ایسی ہی کچھ چیزیں نیچے دکھائی گئی ہیں:



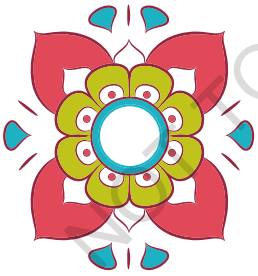
تتلی



پھول



پھول پھرکی (Pinwheel)



رنگولی

اوپر دی گئیں تصاویر میں کچھ خوب صورتی ہے۔

پھول مختلف زاویوں سے ایک جیسے دکھائی دیتے ہیں۔تتلی کے متعلق آپ کا کیا خیال ہے؟ بلاشبہ اس کے رنگ بہت دل کش ہیں۔لیکن تتلی کی اور کون سی چیز آپ کو پسند آتی ہے؟

ان تصاویر میں یہ ظاہر ہوتا ہے کہ شکل کے کچھ حصے دہرائے گئے ہیں اور ایسا لگتا ہے کہ یہ ایک مخصوص پیٹرن میں نظر آتے ہیں۔کیا آپ دیکھ سکتے ہیں کہ اس خوب صورت رنگولی کی شکل میں کیا پیٹرن دہرایا جاتا ہے؟ رنگولی میں،

© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

پھول کو مرکز کے گرد 90 ڈگری زاویے سے گھمانے پر سرخ پنکھڑیاں خود پر واپس آجاتی ہیں اور رنگولی کے دوسرے حصے بھی ایسا ہی کرتے ہیں۔

پھول پھر کی کے متعلق آپ کا کیا خیال ہے؟ کیا آپ بتا سکتے ہیں کہ کون سا پیٹرن دہرایا جارہا ہے؟

اشارہ : پہلے پھول پھر کی کے چھ زاویوں کو دیکھیے۔



بادل

کیا اب آپ بتا سکتے ہیں کہ چھ زاویوں کے ہر ضلع کے ساتھ کون سی تصویر دہرائی جارہی ہے؟ ہر ضلع سے لگی ہوئی تصویر کی شکل کیا ہے؟ کیا آپ اسے پہچانتے ہیں؟ جب آپ چھ زاویوں کی سرحد کے ساتھ حرکت کرتے ہیں تو یہ شکلیں کیسے حرکت کرتی ہیں؟ دوسری تصاویر کے متعلق آپ کا کیا خیال ہے– ان ڈھانچوں کے متعلق کون سی چیز آپ کو پرکشش لگتی ہے اور ان ڈھانچوں میں کون سے پیٹرن دہرائے جارہے ہیں؟

دوسری طرف بادلوں کی اس تصویر کو دیکھیے، یہاں ایسا کوئی متواتر پیٹرن نہیں ہے۔

ہم کہہ سکتے ہیں کہ پہلی چار شکلیں متشاکل ہیں اور آخری ایک غیر متشاکل۔ تشاکل کسی شکل کے ایک یا ایک سے زیادہ حصوں سے تعلق رکھتا ہے جو ایک مخصوص پیٹرن میں دہرائے جاتے ہیں۔



تاج محل



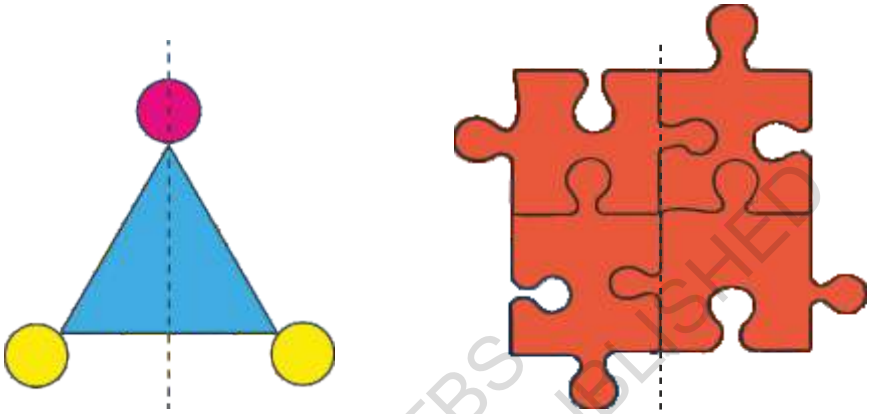
گوپورم

ان خوب صورت ڈھانچوں میں آپ کو کون سے تشاکلات نظر آرہے ہیں؟

NOT TO BE REPUBLISHED @KSCERT

9.1 خط تشاکل (Line of Symmetry)

شکل (a) نقطے دار خط کے ساتھ ایک نیلے مثلث کو دکھا رہی ہے۔ کیا واقع ہو گا اگر آپ اس مثلث کو نقطے دار خط کے مطابق موڑیں گے؟ جی ہاں، مثلث کا ایک نصف حصہ دوسرے نصف حصے کو پوری طرح ڈھک لیتا ہے۔ انہیں **نصف آئینے** (Mirror halves) کہتے ہیں!



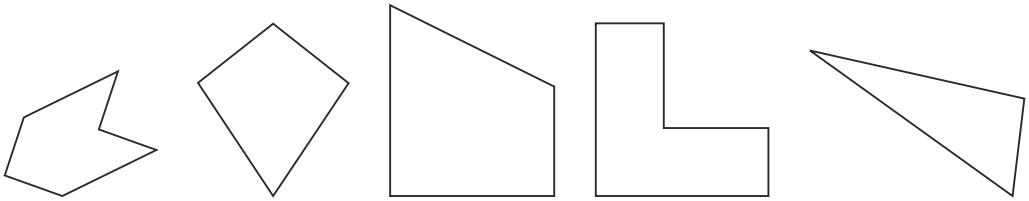
(a) (b)

چار ٹکڑوں والے معمہ کی شکل (b) اور اس کے درمیان سے نکلتا ہوا نقطہ دار خط کے متعلق آپ کا کیا خیال ہے؟ کیا یہ نصف آئینے ہیں؟ نہیں، جب ہم اسے خط کے مطابق موڑتے ہیں تو بایاں نصف دایاں نصف کو مکمل طور پر نہیں ڈھک پاتا ہے۔

ایک خط جو کسی شکل کو دو حصوں میں تقسیم کرتا ہے جب ان دو حصوں کو اس خط کے ساتھ موڑا جاتا ہے تو وہ بالکل ایک دوسرے کے اوپر آجاتے ہیں اسے **خط تشاکل** (Line of symmetry) کہتے ہیں۔

معلوم کیجیے

1. کیا آپ باب کے ابتدا میں دی گئیں تصاویر میں کوئی خط تشاکل دیکھتے ہیں؟ بادل کی تصویر کے بارے میں کیا خیال ہے؟
2. مندرجہ ذیل تمام اشکال کے لیے خط تشاکل تلاش کیجیے اگر وہ موجود ہو۔

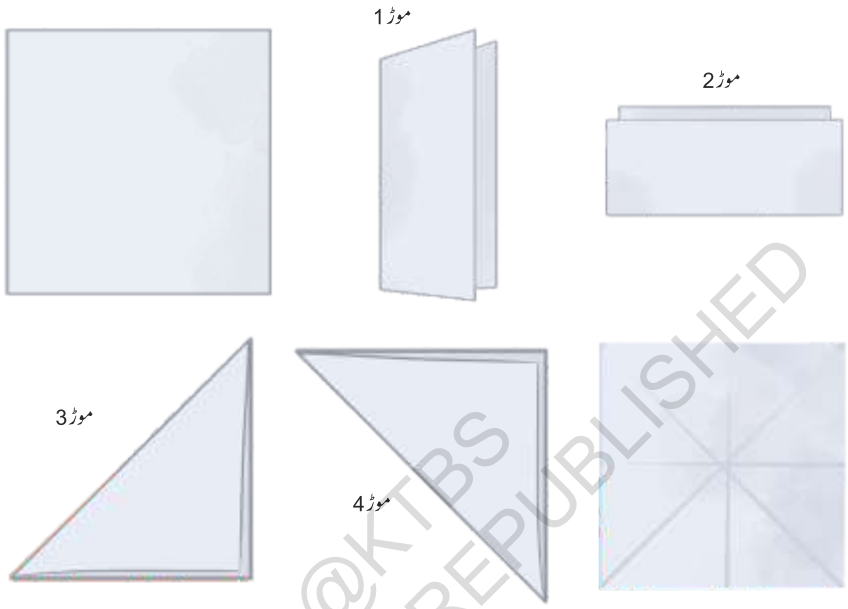


©KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

ایک سے زیادہ خط تشاکل والی شکلیں

کیا مربع میں صرف ایک خط تشاکل ہے؟

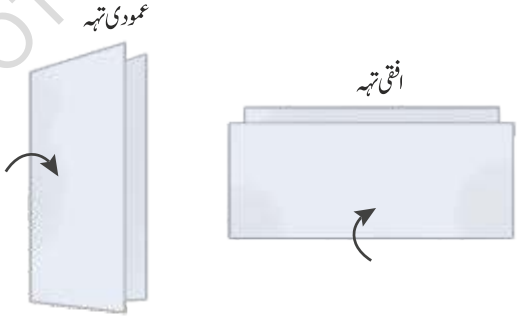
ایک مربع کاغذ لیجیے۔ اسے موڑتے ہوئے اس کے تمام خط تشاکل تلاش کیجیے۔



@KTBS
NOT TO BE REPUBLISHED

یہاں مختلف تہیں ہیں جن سے مختلف خط تشاکل حاصل ہوتے ہیں۔

- کاغذ کو عمودی طور پر نصف موڑیے۔
- اسے دوبارہ افقی طور پر نصف موڑیے (یعنی آپ نے اسے دوبار موڑا)۔ پھر ان تہوں کو کھولیے۔

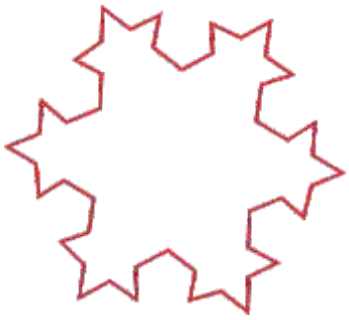
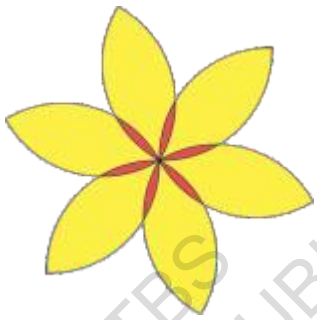
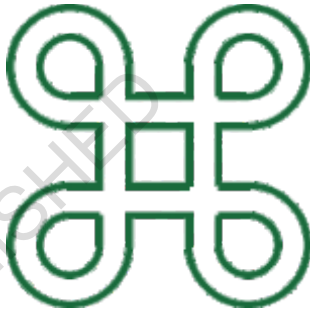


پھر مربع کو نصف موڑیے (اب تیسری دفعہ)، لیکن اس دفعہ ایک وتر کے مطابق جیسا کہ شکل میں دکھایا گیا ہے۔ پھر اسے کھولیے۔

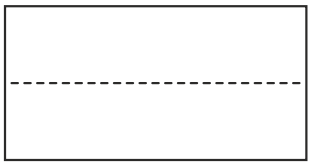
اس کو نصف موڑیے (چوتھی دفعہ)، لیکن اس بار دوسرے وتر کے مطابق، جیسا کہ شکل میں دکھایا گیا ہے۔ اب اس تہہ کو کھولیے۔

- کیا مربع کو موڑنے کا کوئی اور طریقہ ہے جس میں دونوں نصف حصے ایک دوسرے کے اوپر آجائیں؟ مربع شکل میں کتنے خط تشاکل ہیں؟

اس طرح شکلوں میں ایک سے زیادہ خط تشاکل ہو سکتے ہیں۔ ذیل کی شکلوں میں بھی ایک سے زیادہ خط تشاکل ہیں۔ کیا آپ ان تمام خطوط کو ڈھونڈ سکتے ہیں؟

- ہم نے دیکھا کہ مربع کا وتر بھی ایک خط تشاکل ہے۔ آیئے ہم ایک مستطیل لیتے ہیں جو کوئی مربع نہیں ہے۔ کیا اس کا وتر بھی ایک خط تشاکل ہے؟



پہلے مستطیل کو دیکھیے اور اس سوال کا جواب دیجیے۔ پھر ایک مستطیل کاغذ لیجیے اور یہ معلوم کیجیے کہ کیا اسے وتر کے مطابق تہہ کرنے پر اس کے دونوں حصے ایک دوسرے کے اوپر آتے ہیں۔ آپ کیا مشاہدہ کرتے ہیں؟

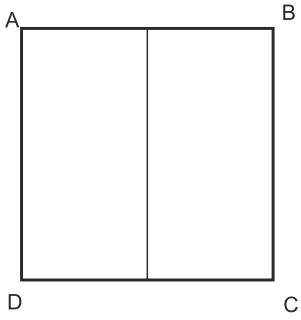
انعکاس (Reflection)

اب تک ہم یہ کہہ رہے ہیں کہ جب ہم ایک شکل کو خط تشاکل سے موڑتے ہیں تو اس کے دونوں حصے مکمل طور پر ایک دوسرے کے اوپر آجاتے ہیں۔ ہم یہ بھی کہہ سکتے تھے کہ شکل کا ایک حصہ خط تشاکل کے ذریعے دوسری طرف منعکس ہو جاتا ہے؛ اسی طرح شکل کا دوسرا حصہ خط تشاکل کے ذریعے پہلی طرف منعکس ہو جاتا ہے! آیئے ہم اس کو سمجھنے کے لیے شکل پر کچھ نقطے لگاتے ہیں۔

شکل ایک مربع دکھاتی ہے جس کے کونے A، B، C اور D کے نام سے نشان زد ہیں۔ آیئے ہم سب سے پہلے عمودی خط تشاکل پر غور کرتے ہیں۔ جب ہم اس خط کے ساتھ مربع کو منعکس کرتے ہیں تو دائیں طرف کے نقطے B اور C بائیں طرف

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

منعکس ہو کر آجاتے ہیں جہاں پہلے A اور D تھے۔ نقطے A اور D کے ساتھ کیا واقع ہوتا ہے؟ A اس مقام پر آتا ہے جہاں پہلے B تھا اور D اس مقام پر آتا ہے جہاں پہلے C تھا!



اگر ہم A سے C تک وتر کے ساتھ منعکس کرتے ہیں تو کیا ہوتا ہے؟ نقطے C،B،A اور D کہاں جائیں گے؟ اگر ہم افقی خط تشاکل کے ساتھ منعکس کریں تو کیا ہو گا؟

ایک شکل جس میں ایک یا ایک سے زیادہ خط تشاکل ہوتے ہیں، اسی طرح کہا جاتا ہے کہ اس میں **انعکاسی تشاکل** (Reflection symmetry) بھی ہوتا ہے۔

خط تشاکل والی شکلیں بنانا

اب تک ہم نے متشاکل (Symmetrical) اور غیر متشاکل (Asymmetrical) شکلیں دیکھی ہیں۔ کوئی اس طرح کی متشاکل شکلیں کیسے بنا سکتا ہے؟ آیئے ہم اسے دریافت کرتے ہیں۔

انک بلاٹ ڈیولس (Ink Blot Devils)

آپ نے پہلے پانچویں جماعت میں اس سرگرمی سے لطف اٹھایا۔ ایک کاغذ کا ٹکڑا لیجیے۔ اسے نصف سے موڑیے۔ اسے کھولیے اور آدھے حصے پر سیاہی (یا پینٹ) کے چند قطرے ڈالیے۔

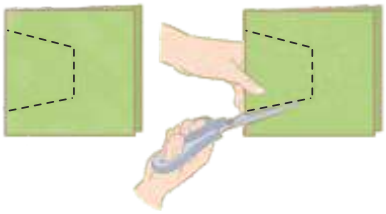
اب دونوں حصوں کو ایک ساتھ دبایئے اور پھر دوبارہ کاغذ کھولیے۔

- آپ کیا دیکھتے ہیں؟
- کیا حاصل ہونے والی شکل متشاکل ہے؟
- اگر ہاں تو خط تشاکل کہاں ہے؟
- کیا کوئی دوسرا خط ہے جس کے ساتھ موڑنے پر ہمیں دو یکساں حصے حاصل ہو سکتے ہیں؟
- اس طرح کے مزید پیٹرن بنانے کی کوشش کیجیے۔

@KTBC NOT TO BE REPUBLISHED

کاغذ موڑنا اور کاٹنا

تشاکل شکلیں بنانے کا ایک دوسرا طریقہ یہاں ہے!

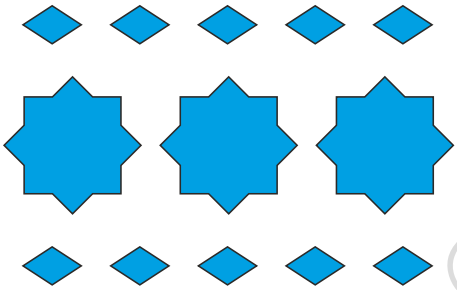


ان دو شکلوں میں ایک کاغذ کا تہہ شدہ ٹکڑا ہے اور دکھائی گئی نقطہ دار لکیر کے ساتھ تراشا گیا ہے۔ ایک خاکہ بنائیے کہ کاغذ کو کھولنے پر وہ کیسا دکھائی دے گا؟

کیا آپ اس تصویر میں خط تشاکل دیکھتے ہیں؟ وہ کون سی ہے؟

کاغذ کو موڑ کر اور تراش کر مختلف تشاکل شکلیں بنائیے۔

کاغذ کے ٹکڑوں کو موڑنے اور کاٹنے کے مزید طریقے موجود ہیں جن سے تشاکل شکلیں بنائی جا سکتی ہیں!

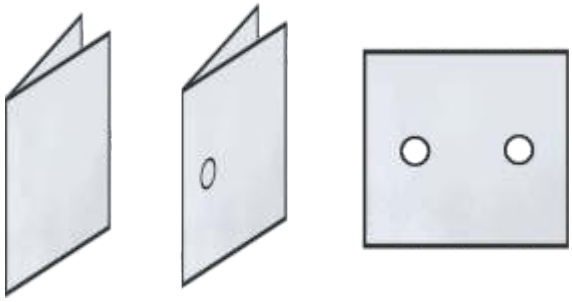


باریک رنگین مستطیل کاغذ استعمال کیجیے۔ اس کو کئی دفعہ موڑیے اور کاغذ کو تراشتے ہوئے کچھ پیچیدہ پیٹرن بنائیے، جیسے یہاں دکھایا گیا ہے۔ بار بار آنے والے ڈیزائن میں خط تشاکل کی شناخت کیجیے۔ ایسے سجاوٹی کاغذی کٹ آؤٹ کو تہواروں کے مواقع پر استعمال کیجیے۔

معلوم کیجیے

پنچنگ گیم (Punching Game)

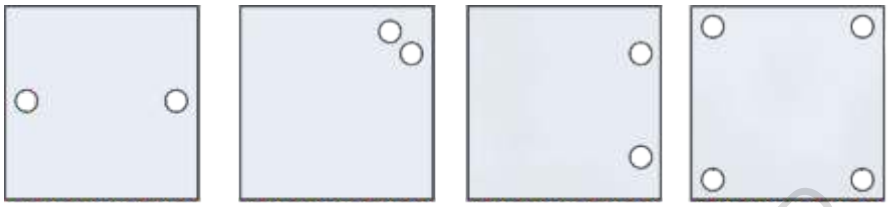
تہہ ایک خط تشاکل ہے۔ چھیدنے والی مشین (Punching Machine) کا استعمال کرتے ہوئے ایک تہہ شدہ مربع کاغذ پر سوراخ کیجیے اور مختلف تشاکل پیٹرن بنائیے۔



@KTES NOT TO BE REPUBLISHED

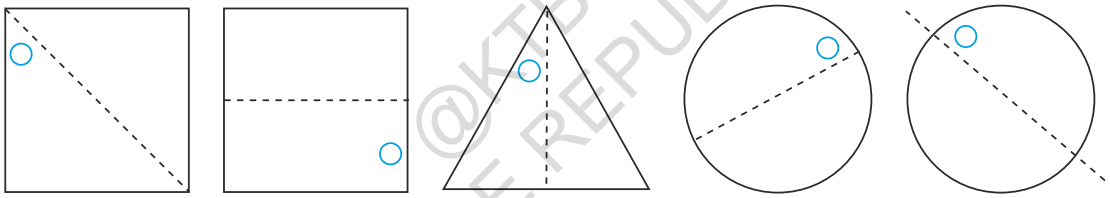
1 . نیچے دی گئیں سب شکلوں میں تہہ شدہ مربع کاغذ پر ایک سوراخ کیا گیا ہے اور پھر انھیں کھولا گیا ہے۔اس لکیر کی شناخت کیجیے جس کے ساتھ کاغذ کو موڑا گیا تھا۔

شکل (d) ایک سوراخ کر کے بنائی گئی تھی۔ کاغذ کو کیسے موڑا گیا تھا؟



a. b. c. d.

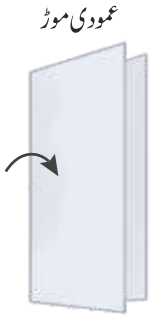
2 . دیے گئے خط تشاکل کی بنیاد پر دوسرے سوراخ معلوم کیجیے:



a. b. c. d. e.

3 . کاغذ تراشنے سے متعلق یہاں چند سوالات ہیں۔

ایک عمودی موڑ فرض کیجیے۔ہم اسے اس طرح دکھاتے ہیں:



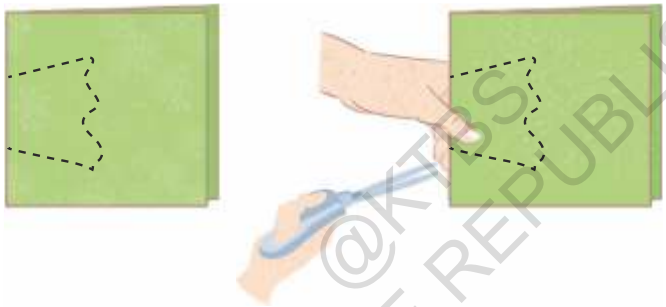
@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

اسی طرح ایک افقی موڑ کو اس طرح دکھایا جاتا ہے:

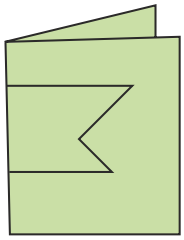


4 . مندرجہ ذیل ہر تراش کے بعد کاغذ کے سوراخ کی نوعیت کے بارے میں کاغذ کو کھولنے سے پیشتر بتائیے۔ اپنی پیش گوئی کے بعد کٹ آؤٹس بنائیے اور اپنے جواب کی تصدیق کیجیے۔

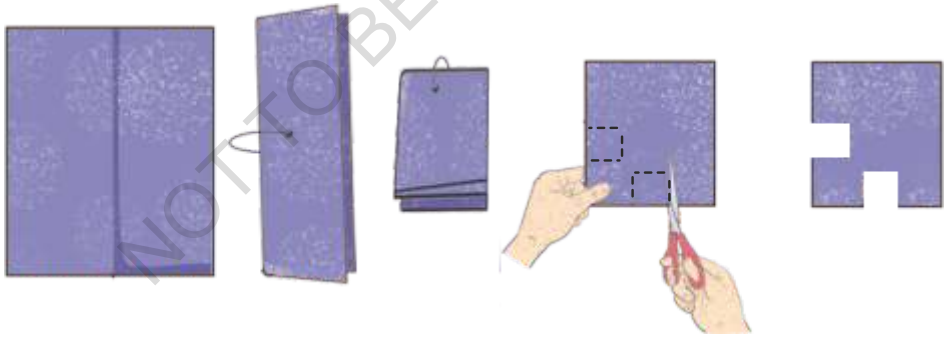
a.



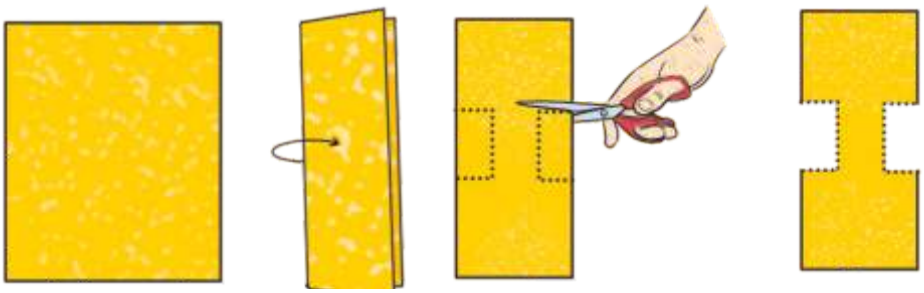
b.



.c



.d



@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

5 . فرض کیجیے کہ آپ کو ان میں سے ہر شکل کو کچھ تہوں اور ایک سیدھی تراش کے ساتھ حاصل کرنا ہے۔ آپ یہ کیسے کریں گے؟

a. مرکز میں سوراخ ایک مربع ہے۔



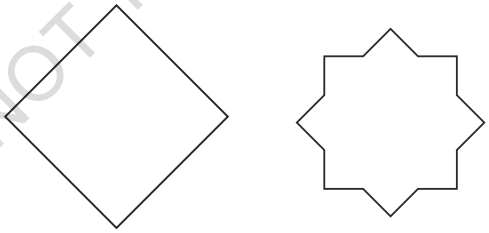
b. مرکز میں سوراخ ایک مربع ہے۔



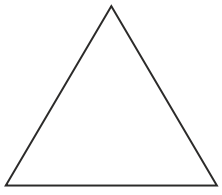
نوٹ : اوپر دیے گئے دونوں سوالوں کے لیے یہ جانچ کیجیے کہ مرکز میں موجود 4 ضلعی شکلیں مربع کی دونوں خصوصیات کو پورا کرتی ہیں یا نہیں؟

6 ان شکلوں میں کتنے خط تشاکل ہیں؟

a.

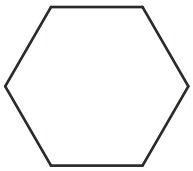


b . یکساں ضلعوں اور یکساں زاویوں والا مثلث۔

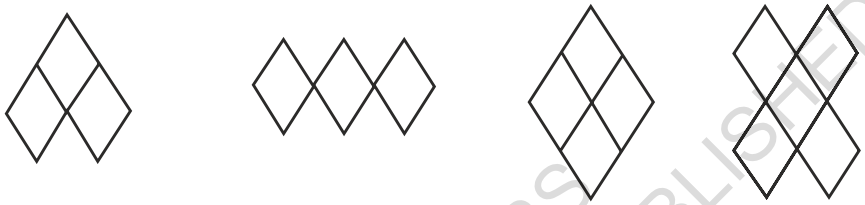


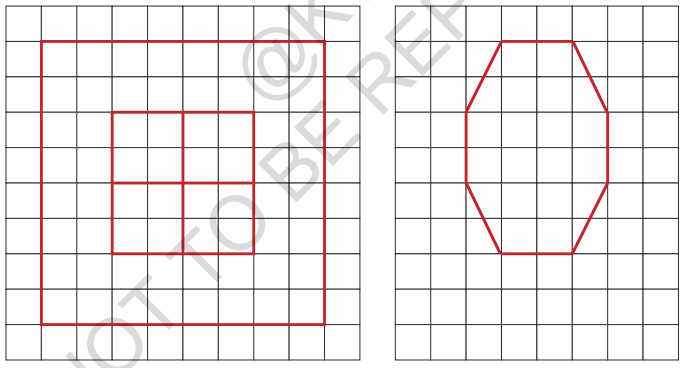
@RTBS NOT TO BE REPUBLISHED

c . یکساں ضلعوں اور یکساں زاویوں والا مسدس (Hexagon)۔



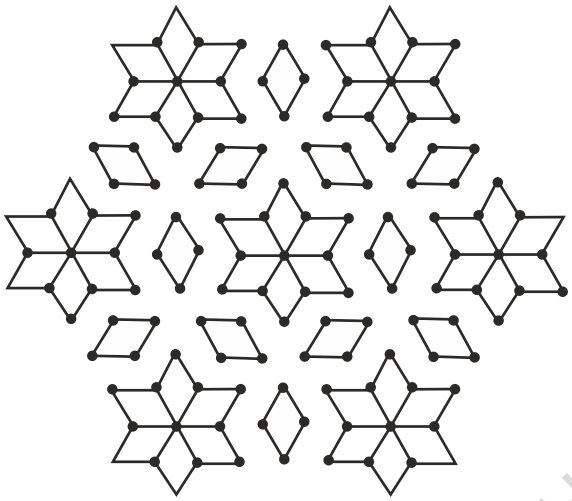
7. ہر شکل کو نشان زد کیجیے اور خط تشاکل بنائیے، اگر کوئی ہو:





©KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

8. مندرجہ ذیل کولم کے لیے خط تشاکل تلاش کیجیے۔



9. مندرجہ ذیل کو بنائیے۔

a. ایک مثلث جس میں صرف ایک خط تشاکل ہو۔

b. ایک مثلث جس میں تین خطِ تشاکل ہوں۔

c. ایک مثلث جس میں کوئی خط تشاکل نہ ہو۔

کیا ایسا ممکن ہے کہ کوئی مثلث بنائی جائے جس میں دو خط تشاکل ہوں؟

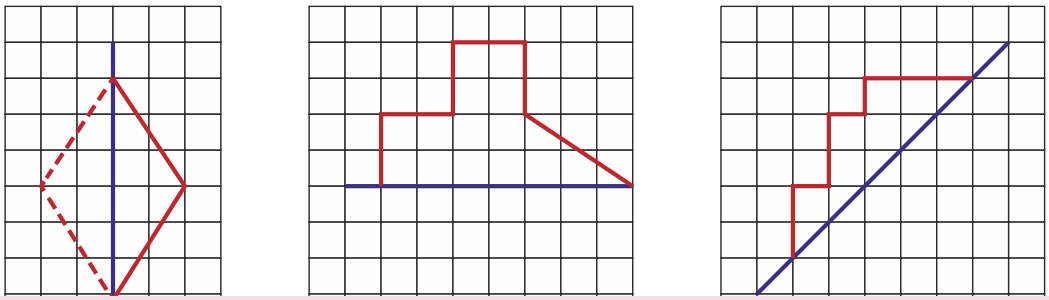
10. مندرجہ ذیل کو بنائیے۔ ہر حال میں تصویر میں کم از کم ایک منحنی حد (Curved boundary) ہونی چاہیے۔

a . ایک شکل جس میں صرف ایک خط تشاکل ہو۔

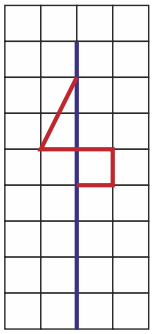
b . ایک شکل جس میں دو خط تشاکل ہوں۔

c . ایک شکل جس میں چار خط تشاکل ہوں۔

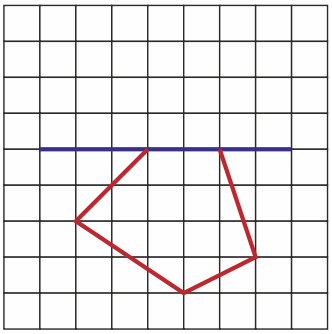
11. درج ذیل کو مربع کاغذ پر نقل کیجیے۔ انہیں اس طرح مکمل کیجیے کہ نیلی لکیر خط تشاکل ہو۔ مسئلہ (a) آپ کے لیے حل کیا گیا ہے۔



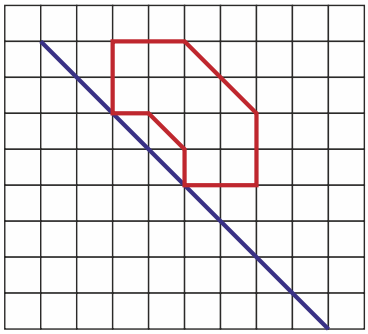
@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED



(d)



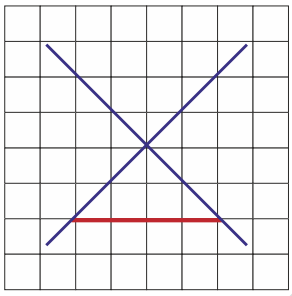
(e)



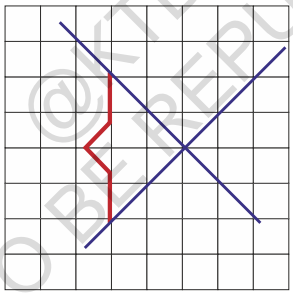
(f)

اشارہ: (c) اور (f) کے لیے دیکھیے کہ کتاب کو گھمانا مددگار ثابت ہوتا ہے!

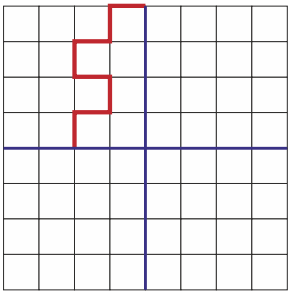
12. درج ذیل شکلوں کو مربع کاغذ پر نقل کیجیے۔ ہر ایک کو مکمل کیجیے تاکہ حاصل شدہ شکل میں دو نیلی لکیریں خط تشاکل کے طور پر ہوں۔



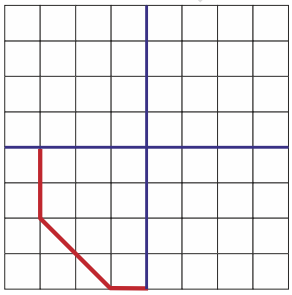
(a)



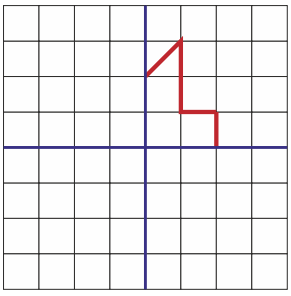
(b)



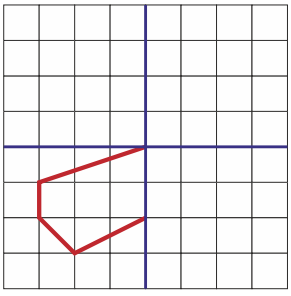
(c)



(d)



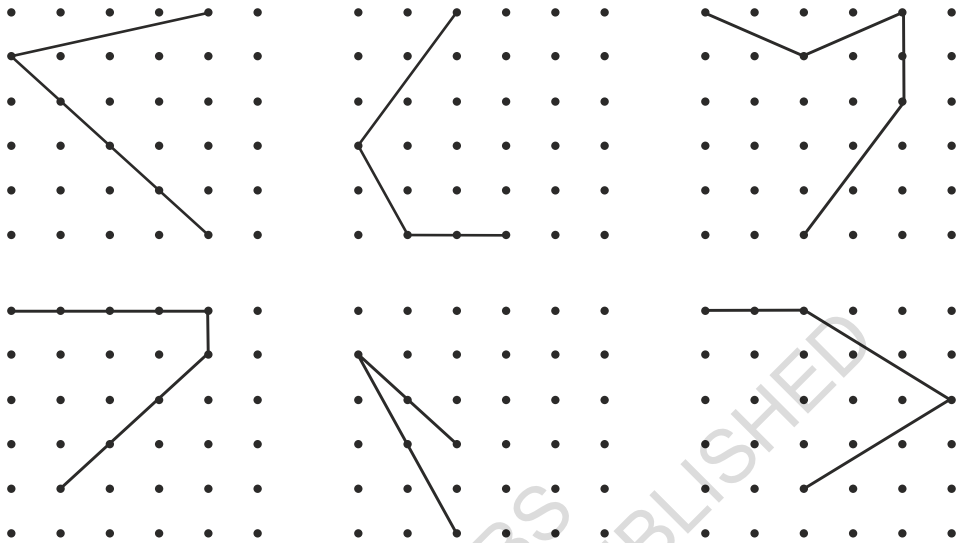
(e)



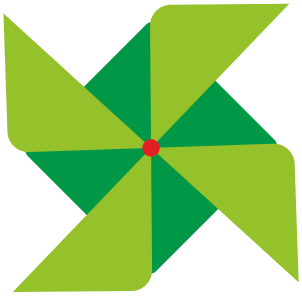
(f)

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

13. مندرجہ ذیل کو نقطہ گرڈ پر نقل کیجیے۔ ہر تصویر کے لیے دو مزید خطوط بنائیے تا کہ ایک ایسی شکل بنے جس میں ایک خط تشاکل موجود ہو۔



9.2 گردشی تشاکل (Rotational Symmetry)



تصویر میں کاغذی ہوائی چکی (Paper windmill) بظاہر متشاکل دکھائی دیتی ہے لیکن اس میں کوئی خط تشاکل نہیں ہے! حالاں کہ اگر آپ اسے تہہ کریں گے تو دونوں نصف حصے ایک دوسرے کے اوپر نہیں آئیں گے۔ دوسری طرف اگر آپ اسے مرکزی سرخ نقطے کے مطابق $90°$ پر گردش کرتے ہیں تو ہوائی چکی بالکل ویسی ہی نظر آتی ہے۔

ہم کہتے ہیں کہ کاغذی ہوائی چکی میں **گردشی تشاکل** (Rotational symmetry) ہے۔

جب ہم گردشی تشاکل کی بات کرتے ہیں تو اس میں ہمیشہ کوئی متعین نقطہ ہوتا ہے، جس کے مطابق چیزوں کو گردش دی جاتی ہے۔ اس متعین نقطے کو **گردش کا مرکز** (Centre of rotation) کہا جاتا ہے۔

کیا اوپر والی ہوائی چکی $90°$ سے کم زاویے پر گھمانے پر بالکل ویسی ہی نظر آئے گی؟

نہیں!

ایک ایسا زاویہ جس کے ذریعے کسی شکل کو بالکل یکساں نظر آنے کے لیے گھمایا جاسکتا ہے، اسے **زاویہ گردشی تشاکل** (Angle of rotational symmetry) یا مختصراً **زاویہ تشاکل** (Angle of symmetry) کہتے ہیں۔

© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

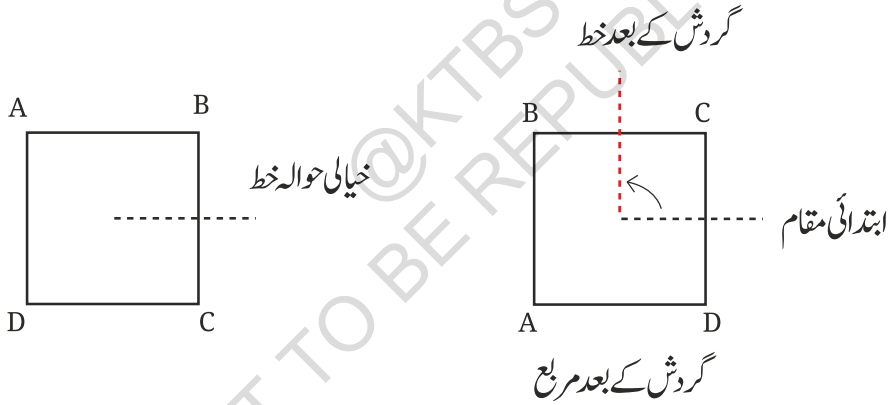
کاغذی ہوائی چکی کے لیے زاویہ تشاکل $90°$ (چوتھائی چکر)، $180°$ (نصف چکر)، $270°$ (تین چوتھائی چکر)، اور $360°$ (مکمل چکر) ہیں۔غور کیجیے کہ جب کوئی بھی شکل $360°$ سے گھمائی جاتی ہے تو وہ اپنی اصل صورت میں واپس آجاتی ہے،اس لیے $360°$ ہمیشہ ایک زاویہ تشاکل ہوتا ہے۔

اس طرح ہم دیکھتے ہیں کہ کاغذی ہوائی چکی میں 4 زاویہ تشاکل ہیں۔

کیا آپ کسی ایسی دیگر شکل کے بارے میں جانتے ہیں جس میں بالکل چار زاویہ تشاکل ہوں؟

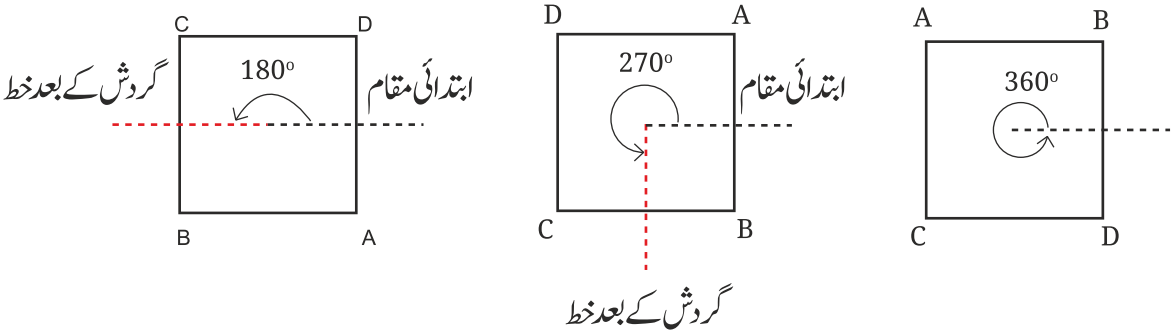
ایک مربع میں کتنے زاویہ تشاکل ہوتے ہیں؟ابتدائی مربع حاصل کرنے کے لیے اسے کتنی گردش درکار ہے؟

ہمیں $90°$ کی گردش کے بعد منطبق مربع واپس حاصل ہوتا ہے۔یہ نقطہ A کو نقطہ B کے مقام تک لے جاتا ہے،نقطہ B کو نقطہ C کے مقام پر،نقطہ C کو نقطہ D کے مقام پر اور نقطہ D کو واپس نقطہ A کے مقام تک لے جاتا ہے۔کیا آپ جانتے ہیں کہ گردش کے مرکز کو کہاں نشان زد کرنا ہے؟

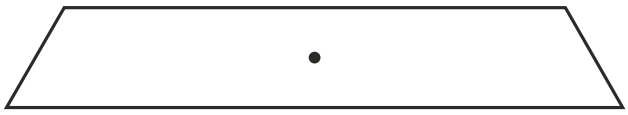


@KTBS
NOT TO BE REPUBLISHED

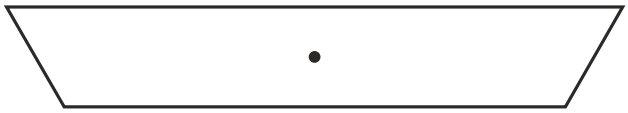
اس کے دیگر زاویہ تشاکل کیا ہیں؟



مثال: درج ذیل پٹی کے زاویہ تشاکل معلوم کیجیے۔



حل: آیئے ہم اس پٹی کو اس کے مرکز کے مطابق گھڑی کی سمت (Clockwise) میں گھماتے ہیں۔



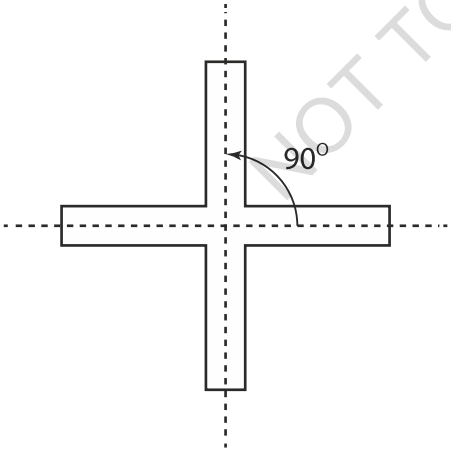
180° کے زاویے کی گردش کا نتیجہ اوپر موجود شکل ہے۔ کیا یہ اصل شکل کو منطبق کرتی ہے۔ نہیں۔ کیوں؟

اس مقام سے دوبارہ 180° کی گردش کرنے پر اصل شکل حاصل ہوتی ہے۔

یہ شکل 360° کی مکمل گردش کے بعد اپنی اصل حالت میں واپس آتی ہے۔ اس لیے ہم کہتے ہیں کہ اس شکل میں **گردشی تشاکل** نہیں ہے۔

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

عمودی بازوؤں والی اشکال کا گردشی تشاکل



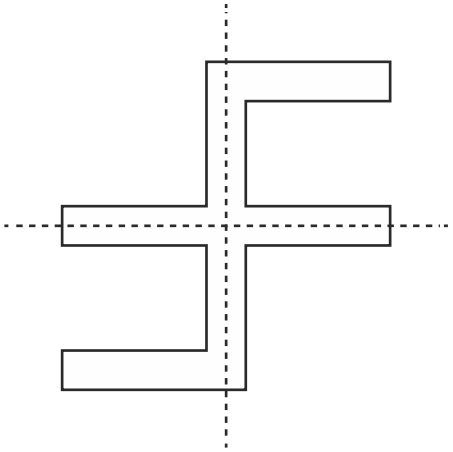
اس شکل پر غور کیجیے، جس میں 4 عمودی بازو ہیں۔ اس میں کتنے زاویہ تشاکل ہیں؟ وہ کون سے ہیں؟ نوٹ کیجیے کہ ہر دو نزدیکی مرکزی نقطہ دار خطوط کے درمیان 90° کا زاویہ ہے۔

کیا آپ عمودی بازوؤں کے درمیان زاویوں کو اس طرح تبدیل کر سکتے ہیں کہ شکل میں پھر بھی 4 زاویہ تشاکل ہوں؟ اسے بنانے کی کوشش کیجیے۔

یہ جانچنے کے لیے کہ آیا کھینچی گئی شکل میں واقعی 4 زاویہ تشاکل ہیں، آپ شکل کو کاغذ کے دو مختلف ٹکڑوں پر بنا سکتے ہیں۔ ایک کاغذ سے عمودی بازوؤں کو کاٹ لیجیے۔ کاغذ پر موجود شکل کو ثابت رکھیے اور تراش کر نکالی گئی شکل کو گھما کر گردشی تشاکل کی جانچ کیجیے۔

آپ اوپر والی شکل میں کیسے ترمیم کریں گے تا کہ اس میں صرف دو زاویہ تشاکل ہوں؟

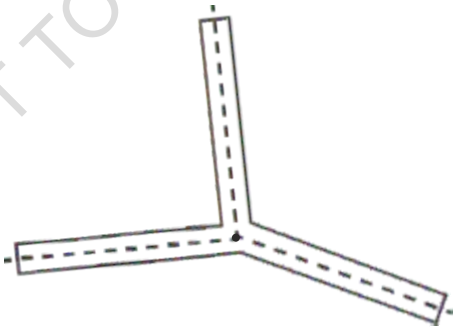
یہاں ایک طریقہ دیا گیا ہے:



ہم نے 4 اور 2 زاویہ تشاکل والی شکلیں دیکھی ہیں۔ کیا ہم ایک ایسی شکل بنا سکتے ہیں جس میں صرف 3 زاویہ تشاکل ہوں؟ کیا آپ اس کے لیے عمودی بازوؤں کا استعمال کر سکتے ہیں؟

آیئے ہم 3 عمودی بازوؤں کے ساتھ کوشش کرتے ہیں جیسا کہ ذیل کی تصویر میں دکھایا گیا ہے۔ اس میں کتنے زاویہ تشاکل ہیں اور وہ کون سے ہیں؟

یہاں 3 عمودی بازوؤں والی ایک تصویر ہے۔



اس شکل کی نقل بنایئے اور اسے تراش لیجیے۔ تراشی ہوئی نقل کو شکل پر گھمایئے اور گردش کے زاویے معلوم کیجیے۔

ہم دیکھتے ہیں کہ صرف ایک مکمل چکر یا 360° کی گردش شکل کو اس کی اصل حالت میں واپس لے آتی ہے۔ اس لیے 360° ہی اس تصویر کا واحد تشاکل ہے، اس تصویر میں گردشی تشاکل نہیں ہے۔

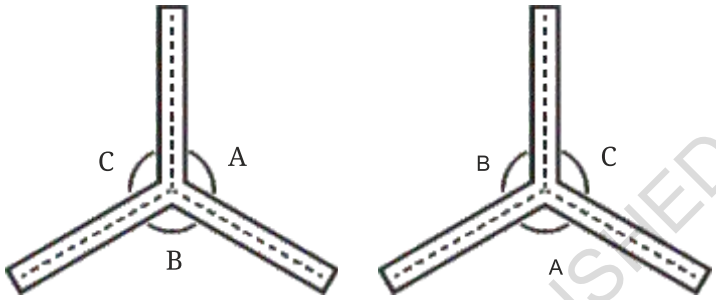
@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

تاہم کیا اس شکل میں کچھ تبدیل کیا جاسکتا ہے تا کہ اس میں 3 زاویہ تشاکل ہوں؟

کیا یہ نقطہ دار خطوط کے درمیانی زاویوں کو تبدیل کر کے کیا جاسکتا ہے؟

اگر تین عمودی بازوؤں والی شکل میں گردشی تشاکل ہونا چاہیے تو اس کی گردشی شکل کو اصل شکل پر منطبق ہونا چاہیے۔ یہاں ان دونوں کے رف خاکے ہیں۔

اگر یہ دونوں شکلیں ایک دوسرے پر منطبق ہوں تو آپ ان کے زاویوں کے متعلق کیا کہیں گے؟



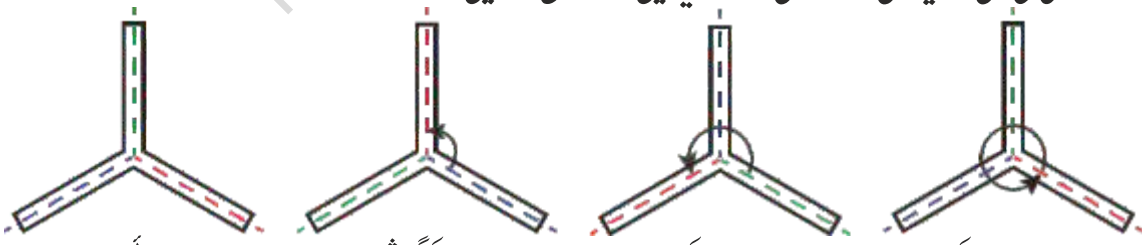
غور کریں کہ ∠A کو ∠B پر منطبق ہونا چاہیے، ∠B کو ∠C پر منطبق ہونا چاہیے اور ∠C کو A پر منطبق ہونا چاہیے۔

اس لیے ∠A = ∠B = ∠C ۔ یہ زاویہ کیا ہوگا؟

ہمیں معلوم ہے کہ ایک مکمل گردش میں 360 ڈگری ہوتی ہیں۔ یہ تینوں زاویوں کے درمیان برابر تقسیم ہوں گی۔ تو ہر زاویہ لازماً $\frac{360^\circ}{3} = 120^\circ$ ہوگا۔

اس لیے 3 عمودی بازوؤں والی شکل اس وقت گردشی تشاکل ظاہر کرتی ہے جب قریبی نقطہ دار خطوط کا درمیانی زاویہ 120° کا ہو۔ اس مشاہدے کی تصدیق کے لیے کاغذ کے کٹ آؤٹ کا استعمال کیجیے۔

دی گئی اس تصویر میں کتنے گردش کے زاویے ہیں اور وہ کون سے ہیں؟



ابتدائی مقام

120° کی گردش کے بعد

240° کی گردش (120+120) کے بعد

360° کی گردش (120°+120°+120°) کے بعد

نوٹ : گردشوں کو دکھانے کے لیے رنگوں کا استعمال کیا گیا ہے۔

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

آیئے ہم مزید شکلوں کا جائزہ لیتے ہیں۔

- کیا آپ ایک ایسی شکل بنا سکتے ہیں جس میں عمودی بازوئیں ہوں—

a. لازماً 5 زاویہ تشاکل ہوں،

b. 6 زاویہ تشاکل ہوں؟ ہر صورت حال میں تشاکل کے زاویے معلوم کیجیے۔

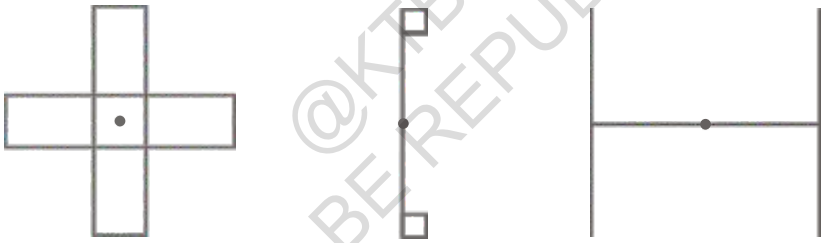
اشارہ: پہلی صورت حال کے لیے 5 عمودی بازوؤں کا استعمال کیجیے۔ دو قریبی عمودی بازوؤں کے درمیان کا زاویہ کیا ہونا چاہیے؟

- عمودی بازوؤں والی ایک شکل پر غور کیجیے جس میں 7 زاویہ تشاکل ہیں۔ اس کا سب سے چھوٹا زاویہ تشاکل کیا ہوگا؟ کیا ڈگری کی تعداد اس صورت میں ایک مکمل عدد ہوگی؟ اگر نہیں تو اس کو مخلوط کسری عدد (Mixed fraction) کے طور پر ظاہر کیجیے۔

آیئے ہم مختلف قسم کی شکلوں کے لیے زاویہ تشاکل تلاش کرتے ہیں۔

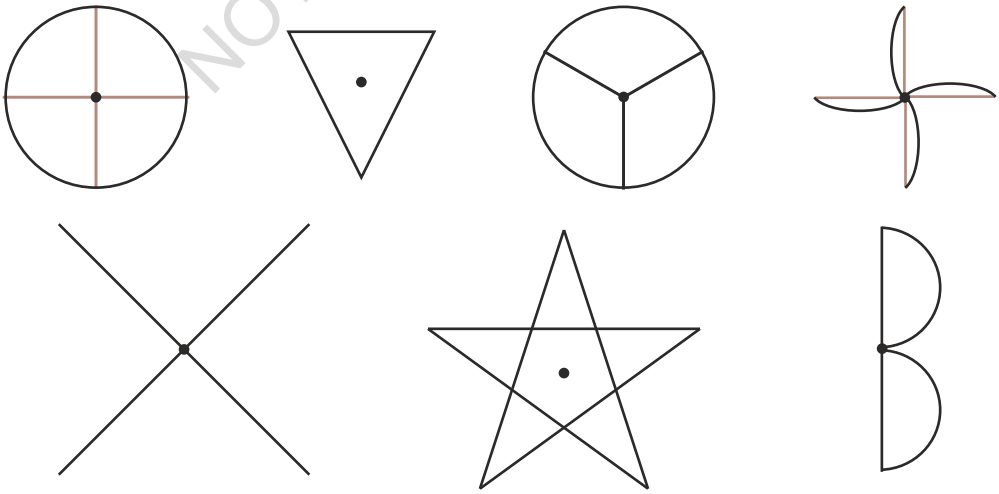
- **معلوم کیجیے**

1. نشان زد نقطے (•) کے مطابق مندرجہ ذیل شکلوں میں زاویہ تشاکل معلوم کیجیے۔



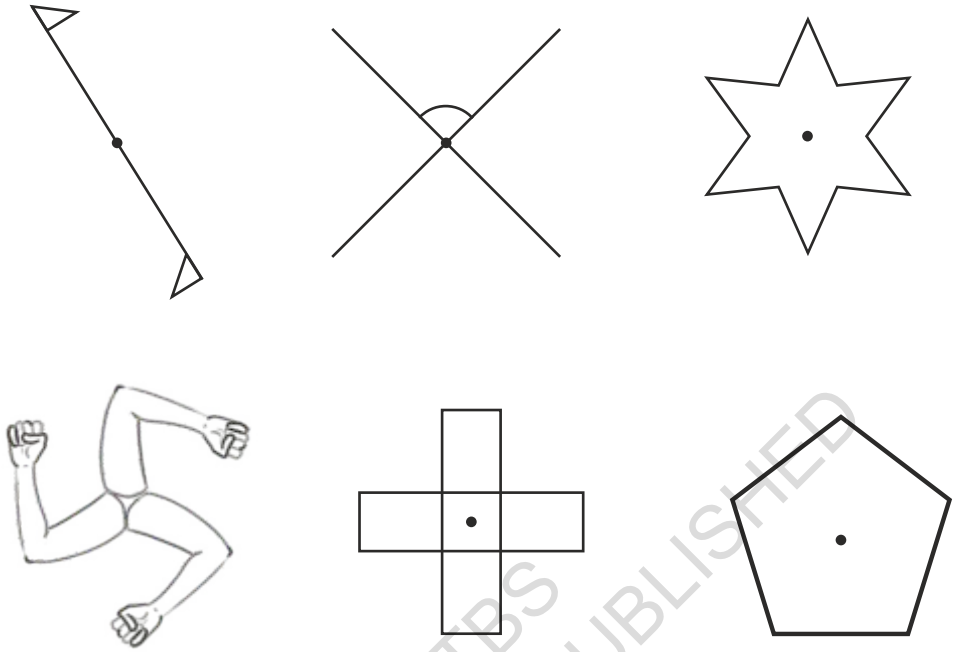
(a) (b) (c)

2. مندرجہ ذیل میں سے کن شکلوں میں ایک سے زیادہ زاویہ تشاکل ہیں؟



@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

3 . ہر ایک شکل میں گردشی تشاکل کی ترتیب بتایئے:



©KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

آیئے ہم مذکورہ تمام صورت حال کے لیے تشاکل کے زاویے کی فہرست بنائیں۔

- جب زاویہ تشاکل دو ہوں: 180°، 360° ۔
- جب زاویہ تشاکل 3 ہوں: 120°، 240°، 360° ۔
- جب زاویہ تشاکل 4 ہوں 90°، 180°، 270°، 360°۔

کیا آپ نے ان تمام صورتوں میں تشاکل کے زاویے کے متعلق کچھ عام مشاہدے کیے؟ پہلے سیٹ کے سبھی اعداد 180 کے اضعاف ہیں۔ دوسرے سیٹ میں سارے 120 کے اضعاف ہیں۔ تیسرے سیٹ میں سارے 90 کے اضعاف ہیں۔

ہر صورت حال میں زاویے سب سے چھوٹے زاویہ کا اضعاف ہوتے ہیں۔ آپ شاید متحیر ہوں اور سوال کریں کہ کیا ایسا ہمیشہ واقع ہوگا۔ آپ کا کیا خیال ہے؟

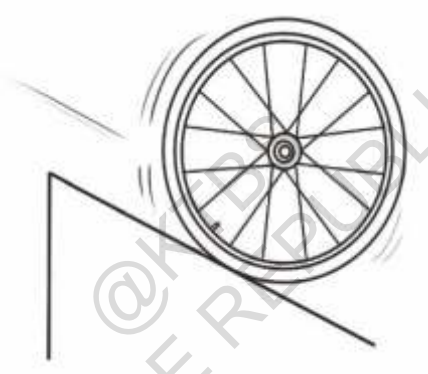
صحیح یا غلط

- ہر شکل میں 360 ڈگری ایک زاویہ تشاکل ہوگا۔
- اگر ایک شکل کا سب سے چھوٹا زاویہ تشاکل ڈگریوں میں ایک طبعی عدد ہو تو یہ 360 کا جزو ضربی ہے۔

کیا سبھی شکلوں کے لیے ایک سب سے چھوٹا زاویہ ہے؟ ایسا لگتا ہے کہ یہ زیادہ تر شکلوں کے لیے درست ہے، سوائے سب سے زیادہ تشاکل شکلوں کے، مثلاً دائرہ، جس کے تشاکل کے متعلق ہم اب بات کریں گے۔

دائرہ کے تشاکلات (Symmetries of a circle)

دائرہ ایک دلچسپ شکل ہے۔ جب آپ ایک دائرے کو اس کے مرکز کے مطابق گھڑی کی سمت (Clockwise) میں گھماتے ہیں تو کیا ہوتا ہے؟ یہ خود کے ساتھ منطبق ہو جاتا ہے۔ اس سے فرق نہیں پڑتا کہ آپ اسے کس زاویے سے گھماتے ہیں! لہٰذا دائرے کے لیے ہر زاویہ ایک زاویہ تشاکل ہوتا ہے۔



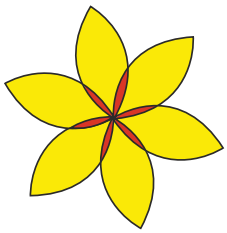
@KEDP NOT TO BE REPUBLISHED

اب دائرہ کے رم (Rim) پر ایک نقطہ لیجیے اور اسے مرکز سے ملائیے۔ قطعہ خط (Line sigment) کو دائرے کے قُطر (Diameter) تک بڑھائیے۔ کیا وہ قُطر ایک انعکاسی تشاکل کی خط ہے؟ ہاں ہے۔ ہر قُطر خط تشاکل ہوتا ہے۔

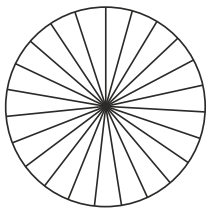
پہیوں کی طرح ہم اپنے اردگرد میں گردشی تشاکل والی دوسری چیزیں تلاش کر سکتے ہیں۔ انھیں تلاش کیجیے۔ ان میں سے کچھ نیچے دکھائی گئی ہیں:



پنکھا



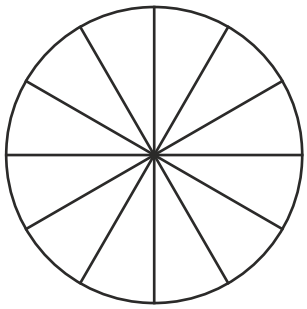
پھول



سائیکل کا پہیہ

معلوم کیجیے

1 . دیے گئے دائرے کے قطعوں کو ایسے رنگیے کہ شکل میں (i) تین زاویہ تشاکل ہوں (ii) چار زاویہ تشاکل ہوں (iii) مختلف طریقوں سے تمام قطعوں (Sectors) میں رنگ بھر کر کتنے زاویہ تشاکل حاصل کیے جاسکتے ہیں؟



2 . دائرے اور مربع کے علاوہ دو ایسی شکلیں بنائیے جن میں انعکاسی تشاکل اور گردشی تشاکل دونوں موجود ہوں۔

3 . اگر ممکن ہو تو ان کے رف خاکے بنائیے۔

a. ایک مثلث جس میں کم از کم دو خط تشاکل اور دو زاویہ تشاکل ہوں۔

b. ایک مثلث جس میں صرف ایک خط تشاکل ہو اور گردشی تشاکل نہ ہو۔

c. ایک چار ضلعی جس میں گردشی تشاکل ہو مگر انعکاسی تشاکل نہ ہو۔

d. ایک چار ضلعی جس میں انعکاسی تشاکل ہو مگر گردشی تشاکل نہ ہو۔

کوشش کیجیے

4. ایک مثلث میں $60°$ سب سے چھوٹا زاویہ تشاکل ہے۔ اس شکل کے لیے دوسرے زاویہ تشاکل کیا ہوں گے؟

5 . ایک تصویر میں $60°$ زاویہ تشاکل ہے۔ اس شکل میں دو زاویہ تشاکل $60°$ سے چھوٹے ہیں۔ اس کا سب سے چھوٹا زاویہ تشاکل کیا ہے؟

6 . کیا ہم ایک ایسی گردشی تشاکل والی شکل بنا سکتے ہیں جس کا سب سے چھوٹا زاویہ تشاکل ہو:

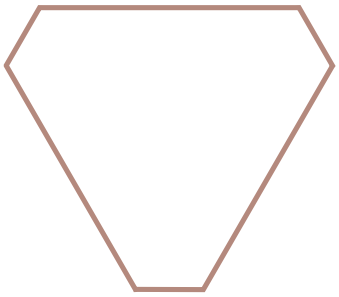
(a) $45°$؟

(b) $17°$؟

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

7. یہ نئی پارلیمنٹ کی عمارت کی تصویر ہے جو دہلی میں ہے۔





a. کیا اس تصویر کے باہری کنارے (Boundary) میں انعکاسی تشاکل ہے؟ اگر ہے تو خط تشاکل بنائیے۔ ان کی تعداد کتنی ہے؟

b. کیا اس میں مرکز کے گرد گردشی تشاکل ہے؟ اگر ہے تو گردشی تشاکل کے زاویہ تشاکل معلوم کیجیے۔

8. باب 1، جدول 3 میں مساوی کثیر ضلعی کے پہلے اشکالی تواتر کی اشکال میں کتنے تشاکل ہیں؟ آپ کو کون سا عددی تواتر (Number sequence) حاصل ہوا؟

9. باب 1، جدول 3 میں مساوی کثیر ضلعی کے پہلے اشکالی تواتر کی اشکال میں کتنے زاویہ تشاکل ہیں؟ آپ کو کون سا عددی تواتر حاصل ہوا؟

10. باب 1، جدول 3 میں کوچ اسنوفلیک تواتر (Koch snowflake sequence) کے آخری اشکالی تواتر کی اشکال میں کتنے خط تشاکل ہیں؟ کتنے زاویہ تشاکل ہیں؟



11. اشوک چکر میں کُل کتنے خط تشاکل اور زاویہ تشاکل موجود ہیں؟

ٹائلوں کے ساتھ کھیلنا (Playing with tiles)

a. کتاب کے آخر میں دی گئی رنگین ٹائلز  کا استعمال کر کے مندرجہ ذیل شکل کو اس طرح مکمل کیجیے کہ اس میں صرف 2 خط تشاکل ہوں۔

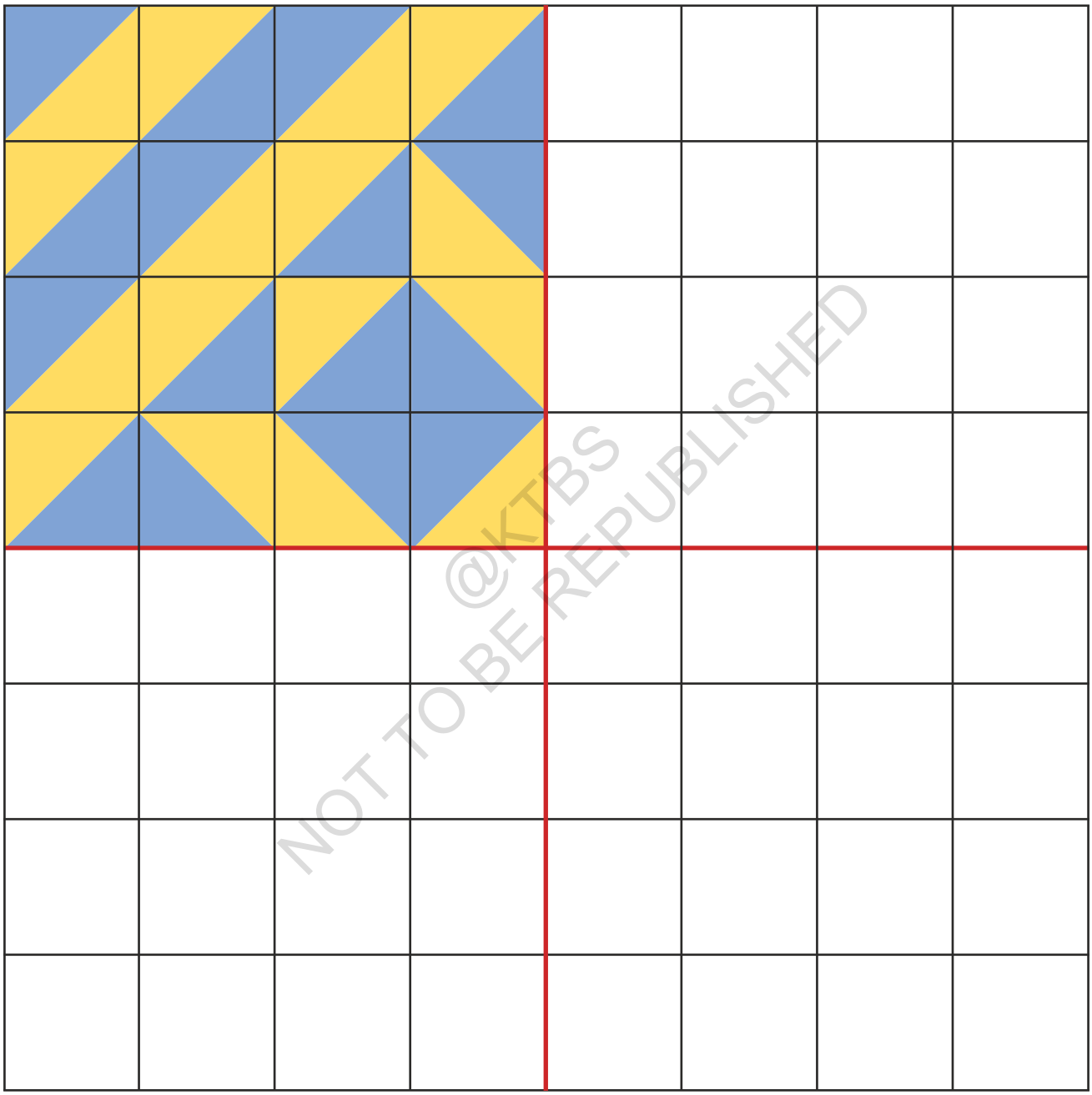
b. اسی طرح کی 16 ٹائلوں کا استعمال ایسی شکلیں بنانے میں کیجیے جن میں صرف:

1 خط تشاکل ہو

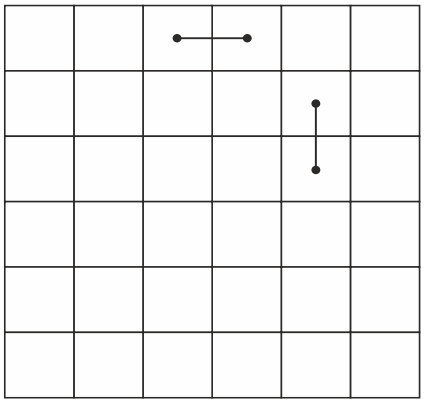
2 خط تشاکل ہوں

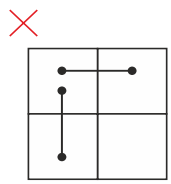
c. ان ٹائلوں کا استعمال تخلیقی متشاکل ڈیزائن (Creative symmetric designs) بنانے میں کیجیے۔

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED



@KTBS
NOT TO BE REPUBLISHED





کھیل

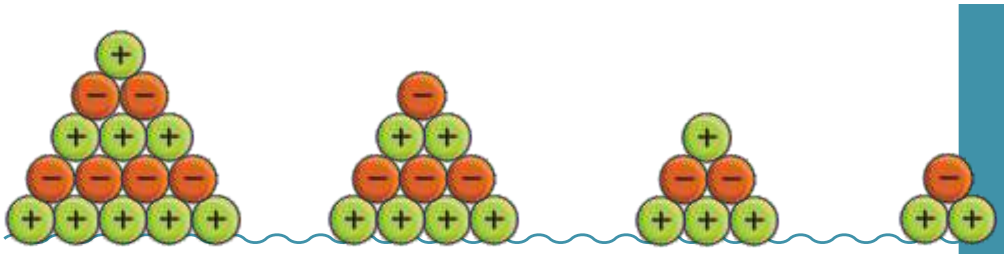
ایک 6x6 کا گرڈ بنائیے۔ دو کھلاڑی اپنی باری لیں اور خط کھینچتے ہوئے 2 قریبی مربعوں کو ڈھانپیں۔ خط کو عمودی یا افقی دونوں طرح سے کھینچ سکتے ہیں۔ خطوط آپس میں منطبق نہیں ہونے چاہیے۔ کھیل تب تک جاری رہے گا جب تک ایک کھلاڑی کوئی بھی مزید خطوط نہ کھینچ سکے۔ جو کھلاڑی خط کھینچنے میں ناکام ہو جائے گا وہ ہار جائے گا۔

اس کھیل کو جیتنے کے لیے کس حکمت عملی کے ساتھ کھیلا جا سکتا ہے؟

خلاصہ

- جب کوئی تصویر ایسے حصوں سے بنتی ہے جو ایک مخصوص پیٹرن میں دہرائے جاتے ہیں تب ہم کہتے ہیں اس شکل میں **تشاکل** (Symmetry) ہے۔ ہم کہتے ہیں کہ **تشاکل** (Symmetrical) ہے۔
- ایک خط جو کسی شکل کو دو ایسے حصوں میں تقسیم کرتا ہے جب اس خط کے ساتھ تہہ کیا جائے تو دونوں حصے بالکل ایک دوسرے پر منطبق ہو جائیں، اسے شکل **کا خط تشاکل** (Line of symmetry) **یا محورِ تشاکل** (Axis of symmetry) کہتے ہیں۔
- ایک شکل میں کثیر خط تشاکل ہو سکتے ہیں۔
- بعض دفعہ اگر ہم کسی شکل کو متعین نقطے کے گرد کسی زاویے کے مطابق گھماتے ہیں تو وہ اصل شکل سے یکساں نظر آتی ہے۔ اس طرح کے زاویے کو **زاویہ تشاکل** (Angle of symmetry) کہتے ہیں۔ ایک شکل جس کا زاویہ تشاکل 0 اور 360 ڈگری کے درمیان کا ہوتا ہے تو اسے گردشی تشاکل کہتے ہیں۔ وہ نقطہ جس کے گرد یہ گردش ہوتی ہے اسے **گردش کا مرکز** (Centre of rotation) کہتے ہیں۔
- ایک شکل میں ایک سے زیادہ زاویہ تشاکل ہو سکتے ہیں۔
- کچھ شکلوں میں خط تشاکل ہو سکتا ہے لیکن ممکن ہے کہ کوئی زاویہ تشاکل نہ ہو جب کہ دیگر شکلوں میں زاویے تشاکل تو ہو سکتے ہیں لیکن ممکن ہے کہ کوئی خط تشاکل موجود نہ ہو۔ بعض شکلوں میں خط تشاکل اور زاویہ تشاکل دونوں ہو سکتے ہیں۔

© NTBS NOT TO BE REPUBLISHED



10

صفر کا دوسرا رخ

(The other side of Zero)

4674CH10

◀ صحیح اعداد

مزید اور مزید اعداد!

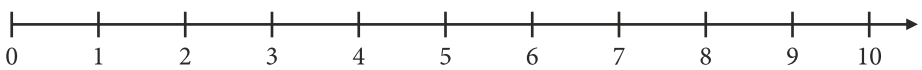
یاد کیجیے کہ ریاضی کے مطالعے میں سب سے پہلے جن اعداد کے بارے میں ہم نے جانا تھا وہ اعداد 1، 2، 3، 4، .... تھے۔

پھر ہم نے یہ سیکھا کہ اور بھی اعداد ہیں! مثلاً، ایک عدد '0' (صفر) ہے جو کچھ بھی نہیں کی نمائندگی کرتا ہے اور 1 سے پہلے آتا ہے۔ 0 ہندوستان کی تاریخ میں اور اب دنیا میں بھی بہت اہم ہے مثلاً دنیا بھر میں ہم ہندوستانی عددی نظام میں 0 سے 9 تک کے ہندسوں کا استعمال کر کے اعداد لکھنا سیکھتے ہیں، ہم صرف ان 10 ہندسوں کے استعمال سے بڑے یا پھر چھوٹے اعداد لکھتے ہیں۔

پھر ہم نے مزید اعداد کے بارے میں سیکھا جو ان اعداد 0، 1، 2، 3، 4..... کے درمیان موجود ہیں، جیسے کہ $\frac{1}{2}$، $\frac{3}{2}$ اور $\frac{13}{6}$۔ انہیں کسری اعداد (Fractions) کہتے ہیں۔

لیکن کیا اور بھی مزید اعداد ہیں؟ اچھا، 0 ایک اضافی عدد ہے جس کے بارے میں ہم پہلے نہیں جانتے تھے، اور یہ 1 T پہلے آتا ہے اور 1 سے کم ہوتا ہے۔ کیا ایسے مزید اعداد ہو سکتے ہیں جو 0 سے پہلے آتے ہیں اور 0 سے بھی کم ہیں؟

دوسرے الفاظ میں ہم نے عددی خط دیکھا ہے:



حالاں کہ یہ اصل میں صرف ایک عددی شعاع (Ray) ہے، ہم نے زبان میں پہلے جیومیٹری کے بارے میں سیکھا تھا؛ یہ شعاع 0 سے شروع ہوتی ہے اور ہمیشہ اپنے دائیں جانب بڑھتی جاتی ہے۔ کیا 0 کی بائیں جانب بھی اعداد موجود ہیں، جس سے اس عددی شعاع کو مکمل کر کے ایک حقیقی عددی خط بنایا جا سکے؟

اس باب میں ہم یہی جائزہ لیں گے!

© NCERT NOT TO BE REPUBLISHED

کیا 0 سے کم کوئی عدد ہو سکتا ہے؟ کیا آپ کسی ایسی صورت کے بارے میں سوچ سکتے ہیں جس میں کسی چیز کی مقدار 0 سے کم ہو؟

10.1 بیلا کی تفریحی عمارت



بچے بیلا کی آئس کریم فیکٹری میں اس کی مزیدار آئس کریم دیکھنے اور چکھنے کے لیے جمع ہوتے ہیں۔ بچوں کے لیے اسے مزید دلچسپ بنانے کے لیے بیلا نے ایک کثیر منزلہ عمارت خریدی اور اسے پرکشش اشیا سے بھر دیا۔ اس نے اس عمارت کا نام بیلا کی تفریحی عمارت رکھا۔

لیکن یہ کوئی عام عمارت نہیں تھی!

غور کریں کہ اس تفریحی عمارت میں کچھ منزلیں زمین کے نیچے ہیں۔ آپ کو ان منزلوں پر کون کون سی دوکانیں ملتی ہیں؟ زمینی منزل (Ground floor) پر کیا ہے؟

منزلوں کے درمیان اوپر اور نیچے جانے کے لیے لفٹ کا استعمال کیا جاتا ہے۔ اس میں دو بٹن ہیں '+' اوپر جانے کے لیے اور '-' نیچے جانے کے لیے۔ کیا آپ لفٹ کو دیکھ سکتے ہیں؟



استقبالیہ ہال (Welcome hall) سے آرٹ سینٹر جانے کے لیے آپ کو '+' کو دو بار لازمی دبانا ہوگا۔

ہم کہتے ہیں کہ بٹن دبانے کا عمل ++ یا 2+ ہے۔

دو منزلیں نیچے جانے کے لیے آپ کو '--' بٹن کو دو بار لازمی دبانا ہوگا۔ جسے ہم -- یا 2- لکھتے ہیں۔

لہٰذا اگر آپ 1+ دبائیں (یعنی اگر آپ '+' بٹن کو ایک بار دبائیں) تو آپ ایک منزل اوپر جائیں گے اور اگر آپ 1- دبائیں (یعنی '--' بٹن کو ایک بار دبائیں) تو آپ ایک منزل نیچے جائیں گے۔

> لفٹ بٹن دبتا ہے اور اعداد:
> +++ کو 3+ لکھا جاتا ہے۔
> ---- کو 4- لکھا جاتا ہے۔

آپ چار منزلیں اوپر جانے کے لیے کیا دبائیں گے؟ آپ تین منزلیں نیچے جانے کے لیے کیا دبائیں گے؟

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

تفریحی عمارت میں منزلوں کا شمار

تفریحی عمارت میں داخلہ زمینی سطح کی منزل پر ہوتا ہے جسے 'استقبالیہ ہال' کہا جاتا ہے۔ زمینی منزل سے آپ 1+ کو دبا کر فوڈ کورٹ پہنچ سکتے ہیں اور 2+ کو دبا کر آرٹ سینٹر پہنچ سکتے ہیں۔ تو ہم کہہ سکتے ہیں کہ فوڈ کورٹ منزل 1+ پر ہے اور آرٹ سینٹر منزل 2+ پر ہے۔

زمینی منزل سے کھلونوں کی دوکان تک پہنچنے کے لیے آپ کو 1- دبانا ہوگا۔ تو کھلونوں کی دوکان منزل 1- پر ہے، اسی طرح زمینی منزل سے ویڈیو گیمز کی دوکان تک پہنچنے کے لیے آپ کو 2- لازمی دبانا ہوگا۔ کیوں کہ ویڈیو گیمز کی دوکان منزل 2- پر ہے۔

زمینی منزل کو 0 منزل کہا جاتا ہے، کیا آپ سمجھ سکتے ہیں کیوں؟



- تفریحی عمارت میں تمام منزلوں کو نمبر دیں۔

کیا آپ نے توجہ دی کہ 3+ کتابوں کی دوکان کا منزل نمبر ہے، لیکن یہ ان منزلوں کی گنتی بھی ہے جو آپ 3+ دبا کر منتقل ہوتے ہیں؟ اسی طرح 3- منزل کا نمبر ہے مگر یہ ان منزلوں کی گنتی بھی ہے جن پر آپ 3- دبانے کے بعد نیچے جاتے ہیں، یعنی جب آپ نے ---دبایا تو تین منزلیں نیچے گئے۔

ایسا عدد جس کے سامنے '+' کا نشان ہوتا ہے **مثبت عدد** (Positive number) کہلاتا ہے۔ ایسا عدد جس کے سامنے '-' کا نشان ہوتا ہے **منفی عدد** (Negative number) کہلاتا ہے۔

تفریحی عمارت میں زمینی منزل، منزل '0' کو بطور حوالہ یا نقطہ آغاز کے طور پر استعمال کر کے نمبر دیا گیا ہے۔ زمین کے اوپر منزلوں کو مثبت اعداد کے ساتھ نمبر دیا گیا ہے۔ اوپر جانے کے لیے لفٹ میں '+' کا بٹن چند مرتبہ دبانا ہوتا ہے۔ زمین کے نیچے کی منزلوں کو منفی اعداد کے ساتھ نمبر دیا گیا ہے۔ نیچے جانے کے لیے لفٹ میں '-' کا بٹن چند مرتبہ دبانا ہوتا ہے۔

صفر نہ تو مثبت عدد ہے نہ ہی منفی عدد۔ ہم اس کے آگے '+' یا '-' کا نشان نہیں لگاتے ہیں۔

حرکت کا حساب رکھنے کے لیے جمع

فوڈ کورٹ سے شروع کریں اور لفٹ میں 2+ دبائیں۔ آپ کہاں پہنچیں گے؟ _____

ہم اسے ایک عبارت کے ذریعے بیان کر سکتے ہیں:

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

ابتدائی منزل (Starting floor) + حرکت (Movement) = ہدف منزل (Target floor)

ابتدائی منزل 1+ (فوڈ کورٹ) ہے اور جس بٹن کو دباتے ہیں وہ 2+ ہے۔ اس طرح آپ ہدف کی منزل (+ 1) + (+ 2) = + 3 (کتابوں کی دوکان) پہنچ جاتے ہیں۔

معلوم کیجیے

1 . آپ منزل 2+ سے شروع کرتے ہیں اور لفٹ میں 3- دباتے ہیں۔ آپ کہاں پہنچیں گے؟ اس نقل و حرکت کے لیے ایک عبارت لکھیے۔

2 . ان عبارتوں کا جائزہ لیجیے، (آپ انھیں تفریحی عمارت کا حوالہ دے کر ان کو ابتدائی منزل + حرکت کے طور پر سوچ سکتے ہیں۔)

a. (+1(+)+4) = _____ b. (+4(+)+1) = _____

c. (+ 4(+)– 3) = _____ d. (– 1(+)+ 2) = _____

e. (–1(+)+1) = _____ f. 0+(+2) = _____

g. 0+(–2) = _____

3 . مختلف منزلوں سے شروع کرتے ہوئے یہ معلوم کیجیے کہ منزل 5 تک پہنچنے کے لیے کتنی حرکت درکار ہے۔ مثال کے طور پر اگر میں منزل 2+ سے شروع کرتا ہوں تو مجھے 5 تک پہنچنے کے لیے 7- دبانا ہوگا۔ عبارت یہ ہے

$(+2) + (-7) = -5$

اس طرح کی مزید ابتدائی پوزیشن تلاش کیجیے اور منزل 5- تک پہنچنے کے لیے درکار حرکت معلوم کیجیے اور عبارتیں لکھیے۔

دبائے گئے بٹنوں کو اکٹھا کرنا بھی جمع ہے

گُرمیت کھلونوں کی دوکان میں تھا اور دو منزلیں نیچے جانا چاہتا تھا۔ لیکن غلطی سے اس نے دو بار '+' بٹن دبا دیا۔ اسے اپنی غلطی کا احساس ہوا اور اس نے تیزی سے تین بار '–' بٹن دبایا۔ گُرمیت کھلونوں کی دوکان سے کتنی منزلیں نیچے یا اوپر پہنچے گا۔

گُرمیت ایک منزل نیچے جائے گا۔ ہم بٹن دبانے کے جوڑ کے نتیجے میں ہونے والی حرکت کو بطور عبارت دکھا سکتے ہیں:

(+ 2) + (3) = – 1

معلوم کیجیے

بٹن دبانے کے جوڑ کے نتیجے میں ہونے والی نقل و حرکت کے طور پر ان عبارتوں کی قدر معلوم کیجیے:

© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

a.)+1(+)+4(= _____ b.)+4(+)+1(= _____

c.)+4(+)–3(+)–2(= _____ d.)–1(+)+2(+)–3(= _____

صفر پر واپسی!



بسنت بہت جلدی میں زمینی منزل پر تھا اور غلطی سے وہ 3+ دبا دیتا ہے۔ وہ اسے رد کرنے کے لیے کیا کر سکتا ہے تا کہ وہ زمینی منزل پر ہی رہے؟ وہ اسے 3- دبا کر منسوخ کر سکتا ہے یعنی

$0 = (-3) + .(+3)$

ہم 3- کو 3+ کا الٹا یا معکوس (Inverse) کہتے ہیں۔ اسی طرح 3- کا معکوس 3+ ہے۔

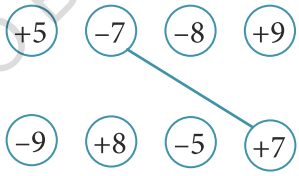
اب اگر بسنت پہلے لفٹ میں 4+ دباتا ہے اور پھر 4- دباتا ہے تو وہ کہاں پہنچے گا؟

یہاں معکوس کے تصور کی وضاحت کا ایک اور طریقہ ہے۔ اگر آپ منزل 4+ پر ہیں اور آپ اس کا معکوس 4- کو دباتے ہیں تو آپ واپس صفر، یعنی زمینی منزل پر پہنچ جائیں گے! اگر آپ منزل 2- پر ہیں اور اس کا معکوس 2+ کو دباتے ہیں تو آپ $0 = (+2) + (2-)$ دوبارہ زمینی منزل پر پہنچ جائیں گے!

- ان اعداد کے معکوس لکھیے:

  $+4, -4, -3, 0, +2, -1$

- خطوط کا استعمال کرتے ہوئے معکوسوں کو ملائیے۔



منزلوں کا استعمال کرتے ہوئے اعداد کا موازنہ کرنا

- کون سب سے نچلی منزل پر ہے؟

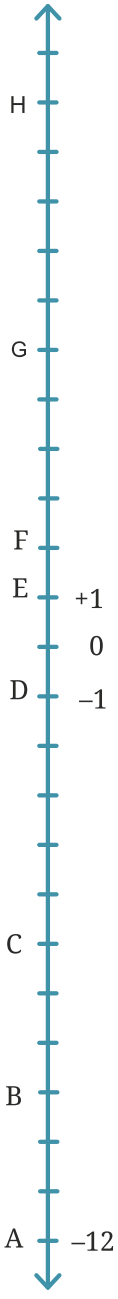
1. جے آرٹ سینٹر میں ہے۔ تو وہ منزل 2+ پر ہے۔
2. آسین اسپورٹس سینٹر میں ہے تو وہ منزل ——— پر ہے۔
3. بِنّو سنیما سینٹر میں ہے تو وہ منزل ——— پر ہے۔
4. امن کھلونے کی دوکان میں ہے تو وہ منزل ——— پر ہے۔

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

منزل 3+ منزل 4+ سے نیچے ہے۔ لہٰذا 4+ < 3+ لکھتے ہیں۔ ہم 3+ > 4+ بھی لکھتے ہیں۔

کیا ہمیں 4– < 3– لکھنا چاہیے یا 3– < 4– ؟

منزل 4- منزل 3- سے نیچے ہے۔ لہٰذا 4– < 3– سے 3– < 4– یہ بھی لکھنا درست ہے۔



معلوم کیجیے

1 . تفریحی عمارت کا استعمال کرتے ہوئے درج ذیل اعداد کا موازنہ کیجیے اور > یا < کے ساتھ خانوں کو پُر کیجیے۔

a. –2 ☐ +5 b. –5 ☐ +4 c. –5 ☐ –3

d. +6 ☐ –6 e. 0 ☐ –4 f. 0 ☐ +4

> غور کیجیے کہ تمام منفی اعداد والی منزلیں منزل 0 سے نیچے ہیں۔ لہٰذا تمام منفی اعداد 0 سے کم ہیں۔ تمام مثبت اعداد والی منزلیں، منزل 0 سے اوپر ہیں۔ لہٰذا تمام مثبت اعداد 0 سے بڑے ہیں۔

2 . تصور کیجیے کہ تفریحی عمارت میں مزید منزلیں ہیں۔ اعداد کا موازنہ کیجیے اور > یا < کے ساتھ خانوں کو پُر کیجیے۔

a. –10 ☐ –12 b. +17 ☐ –10

c. 0 ☐ –20 d. +9 ☐ –9

e. –25 ☐ –7 f. +15 ☐ –17

3 . اگر دائیں جانب دیے گئے بلڈنگ کے خط میں منزل A = –12 منزل D = –1 اور فلور E = +1 ہے، تو منزل B، C، F، G اور H کے اعداد معلوم کیجیے۔

4 . دائیں جانب دی گئیں بلڈنگ کی منزلوں پر نشان لگائیے۔

a. –7 b. –4 c. +3 d. –10

صحیح بٹن دبانے کے لیے تفریق

پچھلی جماعتوں میں ہم نے تفریق کا مطلب 'کم کرنا' سمجھا تھا۔ مثال کے طور پر شیلف پر 10 کتابیں ہیں۔ میں شیلف سے چار کتابیں لے لیتا ہوں۔ شیلف پر کتنی کتابیں باقی رہ گئیں؟

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

ہم تفریق کا استعمال کرتے ہوئے جواب تلاش کر سکتے ہیں: 10 – 4 = 6 یا دس میں سے چار لے لیتے ہیں تو چھ کتابیں باقی رہتی ہیں۔

آپ تفریق کے ایک اور معنی سے بھی واقف ہو سکتے ہیں جس کا تعلق موازنہ یا تعداد کو مساوی بنانے سے ہے۔ مثال کے طور پر، اس صورت حال پر غور کیجیے: میرے پاس 10 روپے ہیں اور میری بہن کے پاس 6 روپے ہیں۔

اب میں یہ سوال پوچھ سکتا ہوں: میری بہن کو مزید کتنے روپے ملنے چاہیے تا کہ اس کے پاس بھی میرے برابر پیسے ہو جائیں؟

ہم اسے دو طریقوں سے لکھ سکتے ہیں: 10 = ? + 6 یا 10 – 6 = ?

یہاں ہم 'گمشدہ عدد کو معلوم کرنا' اور تفریق کے درمیان تعلق دیکھتے ہیں۔

مثبت اور منفی اعداد کی تفریق کے لیے، ہم تفریق کے اس معنی کو 'یکساں بنانا' یا 'گمشدہ عدد کو معلوم کرنا' کے معنی میں استعمال کریں گے۔

- اس نظریے کی مدد سے حل کیجیے: 10–100, 5–15، اور 34 – 74 کی قدر نکالیے۔

استاد کے لیے نوٹ

عام طور پر جب دو مقدار غیر مساوی ہیں تو تفریق اس تبدیلی کو ظاہر کرتی ہے جو ان مقداروں کو مساوی کرنے کے لیے ضروری ہوتی ہے۔ تفریق دکھاتی ہے کہ شروعاتی مقدار کو کتنا بدلنا چاہیے جس سے وہ ہدف مقدار تک پہنچ سکے۔ مختلف منزل کی سطحوں کے تناظر میں ابتدائی سطح سے ہدف کی سطح تک پہنچنے کے لیے کتنی تبدیلی کی ضرورت ہے؟ نوٹ کیجیے کہ مطلوبہ تبدیلی مثبت ہو سکتی ہے (اضافہ کے لیے) یا منفی (کمی کے لیے)۔

آپ کی شروعاتی منزل آرٹ سینٹر ہے اور آپ کا ہدف اسپورٹ سینٹر کی منزل ہے۔ آپ کو کون سا بٹن دبانا چاہیے؟

آپ کو تین منزلیں اوپر جانا ہے، لہٰذا آپ کو 3+ بٹن دبانا چاہیے۔ ہم تفریق کا استعمال کرتے ہوئے اسے عبارت کے طور پر لکھ سکتے ہیں۔

ہدف منزل – ابتدائی منزل = درکار حرکت

مندرجہ بالا دی گئی مثال میں ابتدائی منزل 2+ (آرٹ سینٹر) اور ہدف منزل 5+ ہے۔ اس لیے 5+ سے 2+ تک پہنچنے کے لیے 3+ دبانا ہوگا۔ تو

$$(+5) - (+2) = +3$$

وضاحت

جمع اور تفریق کے درمیان تعلق کو یاد کیجیے۔ 5 + ? = 5 کے لیے، ہم تفریق کا استعمال کرتے ہوئے گمشدہ عدد تلاش کر سکتے

© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

ہم جانتے ہیں کہ—

ابتدائی منزل + درکار حرکت = ہدف منزل

اگر ضروری حرکت کو تلاش کرنا ہو، تو،

ابتدائی منزل + ؟ = ہدف منزل

لہٰذا،

ہدف منزل – ابتدائی منزل = ؟ = درکار حرکت۔

مزید مثالیں:

a. اگر ہدف منزل 1- ہے اور ابتدائی منزل 2- ہے، تو آپ کو کون سا بٹن دبانا چاہیے؟
آپ کو ایک منزل اوپر جانا ہے اس لیے آپ کو 1+ دبانا چاہیے۔
عبارت: **(+1) = (–2) – (–1)**

b. اگر ہدف منزل 1- ہے اور ابتدائی منزل 3+ ہے، تو آپ کو کون سا بٹن دبانا چاہیے؟
آپ کو چار منزل نیچے جانے کی ضرورت ہے لہٰذا آپ کو 4- بٹن دبانا چاہیے۔
عبارت: **(–4) = (+3) – (–1)**

c. اگر ہدف منزل 2+ ہے اور ابتدائی منزل 2- ہے، تو آپ کو کون سا بٹن دبانا چاہیے؟
آپ کو چار منزل اوپر جانے کی ضرورت ہے، لہٰذا آپ کو 4+ بٹن دبانا چاہیے۔
عبارت: **(+4) = (–2) – (+2)**

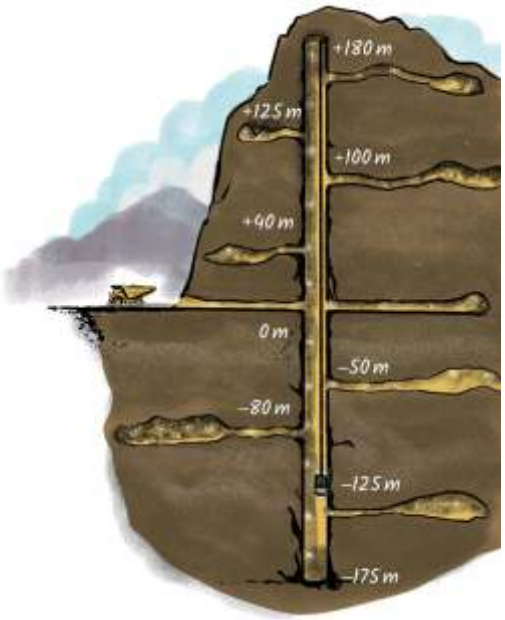
معلوم کیجیے

ان عبارتوں کو مکمل کیجیے۔ آپ ان کے بارے میں ایسے سوچ سکتے ہیں کہ ابتدائی منزل سے ہدف منزل تک پہنچنے کے لیے کتنی حرکت درکار ہے۔

a. (+1(–)+4) = _____
b. (0(–)+2) = _____
c. (+4(–)+1) = _____
d. (0(–)–2) = _____
e. (+4(–)–3) = _____
f. (–4(–)–3) = _____
g. (–1(–)+2) = _____
h. (–2(–)–2) = _____

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

بڑے اعداد کی جمع اور تفریق



تصویر میں ایک کان دکھائی گئی ہے جہاں چٹان میں کھدائی کر کے معدنیات (Minerals) نکالی جاتی ہیں۔ٹرک زمینی سطح پر ہے لیکن معدنیات زمینی سطح سے اوپر اور نیچے دونوں جگہ موجود ہیں۔ یہاں ایک تیز رفتار لفٹ ہے جو لوگوں اور معدنیات کو لے کر اوپر نیچے چلتی ہے۔

کچھ سطحوں کو تصویر میں نشان زد کیا گیا ہے۔ زمینی سطح کو 0 سے نشان زد کیا گیا ہے۔زمین سے اوپر کی سطحوں کو مثبت اعداد سے نشان زد کیا گیا ہے اور زمین کے نیچے کی سطحوں کو منفی اعداد سے نشان زد کیا گیا ہے۔عدد بتاتا ہے کہ یہ زمین سے کتنا میٹر اوپر یا نیچے ہے۔

کان میں بالکل تفریحی عمارت کی طرح:

ابتدائی سطح + حرکت = ہدف سطح

مثال کے طور پر،

$(-90) + (-55) = -145$ $\qquad$ $(+40) + (+60) = +100$

ہدف سطح – ابتدائی سطح = درکار حرکت

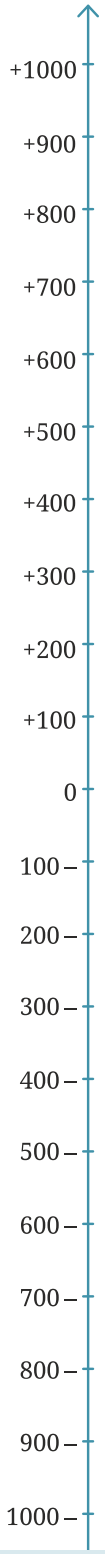
مثال کے طور پر

$(-90) - (+40) = -130$ $\qquad$ $(+40) - (-50) = +90$

کتنے منفی اعداد ہیں؟

بیلا کی تفریحی عمارت میں صرف چھ منزلیں اوپر اور پانچ منزلیں نیچے تھیں۔یعنی عدد 5- سے 6+ تک۔اوپر کی کان میں ہمارے پاس 200- سے 180+ تک کے اعداد ہیں۔لیکن ہم بڑی سے بڑی عمارتوں یا کان کے شافٹ کا تصور کر سکتے ہیں۔جس طرح مثبت عدد 1+، 2+، 3+ ..... بغیر اختتام کے اوپر کی طرف بڑھتے جاتے ہیں اسی طرح منفی اعداد 1-، 2-، 3- ..... بغیر اختتام کے نیچے کی طرف بڑھتے جاتے ہیں۔مثبت اور منفی اعداد صفر کے ساتھ مل کر **صحیح اعداد** (Integers) کہلاتے ہیں۔یہ 0 کے دونوں طرف جاتے ہیں:

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED



معلوم کیجیے

ان عبارتوں کو مکمل کیجیے۔

a. $(+40)+$ _____ $=+200$

b. $(+40)+$ _____ $=-200$

c. $(-50)+$ _____ $=+200$

d. $(-50)+$ _____ $=-200$

e. $(-200(-)-40)=$ _____

f. $(+200(-)+40)=$ _____

g. $(-200(-)+40)=$ _____

کان کی راہ (Mineshaft) میں حرکت کو ذہن میں رکھتے ہوئے اپنے جوابات کی جانچ کیجیے۔

کسی بھی اعداد کی جمع، تفریق اور موازنہ

بڑے صحیح اعداد کو جمع اور تفریق کے لیے ہم اس سے بھی بڑی لفٹوں کا تصور کر سکتے ہیں! بلکہ ہم ایک ایسی لفٹ کا تصور سکتے ہیں جو 0 سطح سے شروع کرتے ہوئے، مسلسل اوپر اور نیچے جاسکتی ہے۔ضروری نہیں کہ کوئی عمارت یا کان ہو—بس ایک 'لامحدود لفٹ'!

ہم اپنی پسند کے صحیح اعداد کو جمع اور تفریق کرنے میں اس تخیل کا استعمال کر سکتے ہیں۔

مثلاً، ہمیں (-200) -2000+ کی تفریق کو انجام دینا ہے۔ہم ایک ایسی لفٹ تصور کر سکتے ہیں جس میں زمین کے اوپر 2000 منزلیں اور زمین کے نیچے 200 منزلیں ہوں۔یاد کیجیے کہ،

ہدف سطح-ابتدائی سطح=درکار حرکت

-200 سے شروع کرتے ہوئے ہدف سطح 2000+ تک جانے کے لیے ہمیں 2200+ دبانا ہوگا (صفر پر پہنچنے کے لیے 200+ ،اور پھر اس کے بعد اوپر 2200 تک پہنچنے کے لیے 2000+)۔اس لئے، $-(-200) = +2200$ $(+2000)$

غور کیجیے $(+2000) + (+200)$ بھی 2200+ ہے۔

اس طرح ایک مناسب لفٹ کی ڈرائنگ یا تصور کی مدد سے مندرجہ ذیل عبارتوں کو حل کرنے کی کوشش کیجیے۔

a. $-125+(-30)$

b. $+105-(-55)$

c. $+105+(+55)$

d. $+80-(-150)$

e. $+80+(+150)$

f. $-99-(-200)$

©KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

اوپر دی گئی مثال میں ہم نے دیکھا، $2200 = + 2000 + (+200) = + 2000 - (-200)$

ریاضی بات چیت

دوسرے الفاظ میں ایک منفی عدد کی تفریق کرنا دراصل اسی کے مساوی مثبت عدد جمع کرنے کے مترادف ہے۔یعنی ہم منفی عدد کی تفریق کو مثبت عدد کی جمع سے تبدیل کر سکتے ہیں!

کیا آپ نے اوپر کی دیگر مشقوں میں یہ غور کیا کہ منفی عدد کی تفریق مثبت عدد کو جمع کرنے کے مترادف تھی؟

مندرجہ بالا 'لامحدود لفٹ' پر ایک نظر ڈالیے۔کیا یہ آپ کو کسی عددی خط کی یاد دلاتی ہے؟ کن طریقوں سے؟

عددی خط پر واپسی

اوپر ہم نے جو 'لامحدود لفٹ' دیکھی، وہ عددی خط کی طرح تھی، کیا نہیں؟ درحقیقت اگر ہم اسے $90°$ پر گھماتے ہیں تو یہ بنیادی طور پر ایک عددی خط بن جاتا ہے۔مذکورہ خط ہمیں یہ بھی بتاتا ہے کہ ایک عددی عمودی لکیر کو عددی خط میں کیسے مکمل کیا جائے، اس سوال کا جواب دیتے ہیں جو ہم نے باب کی ابتدا میں پوچھا تھا۔0 کے بائیں طرف منفی اعداد 1-، 2-، 3-... ہوتے ہیں۔

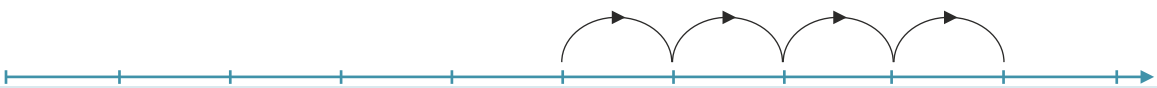
عام طور پر مثبت اعداد پر '+' کی علامت ہم نہیں لکھتے اور ان اعداد کو ہم 1، 2، 3 ..... ہی لکھتے ہیں۔



لفٹ کا استعمال کرتے ہوئے عددی خط پر سفر کرنے کے بجائے ہم صرف اس پر چلنے کا تصور کر سکتے ہیں۔دائیں طرف مثبت (آگے کی جانب) سمت ہے اور بائیں طرف منفی (پیچھے کی جانب) سمت ہے۔

اب چھوٹے اعداد، بڑے اعداد کے بائیں جانب ہیں اور بڑے اعداد، چھوٹے اعداد کے دائیں جانب ہیں۔تو $2 > -5$؛ $-3 > -5$ اور $-3 > -2$۔

اگر آپ 5- سے 9 پر پہنچنا چاہتے ہیں تو آپ کو عددی خط پر کتنی دور جانا ہوگا؟



@KBS NOT TO BE REPUBLISHED

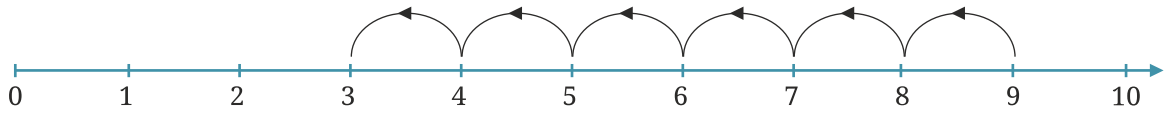
آپ کو 4 قدم چلنا ہو گا۔ اس لیے $5 + 4 = 9$

(یاد رکھیے: ابتدائی عدد + حرکت = ہدف عدد)

متعلقہ تفریقی بیان ہے $9 - 5 = 4$

یاد رکھیے: ہدف عدد – ابتدائی عدد = درکار حرکت)

اب اگر آپ کو 9 سے 3 پر جانا ہے تو آپ کو عددی خط کے ساتھ کتنا چلنا ضروری ہے؟



آپ کو 6 قدم پیچھے لازمی طور پر جانا ہو گا یعنی آپ کو 6- لازمی چلنا ہے۔ اس لیے ہم لکھتے ہیں $9 + (-6) = 3$

(دوبارہ یاد کیجیے: ابتدائی عدد + حرکت = ہدف عدد)

اس کے متعلقہ تفریقی بیان $3 - 9 = -6$ ہے۔

(دوبارہ یاد کیجیے: ہدف عدد – ابتدائی عدد = درکار حرکت)

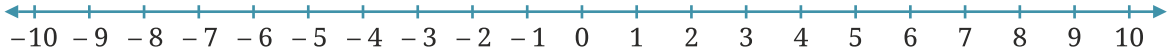
اب اگر 3 سے آپ کو 2- پر جانا ہے تو آپ کو کتنا سفر کرنا ضروری ہے؟



آپ کو 5- قدم سفر کرنا ہے یعنی 5 قدم پیچھے۔ اس طرح $3 + (-5) = -2$

اس کے متعلقہ تفریقی بیان: $3 - (-2) = 5$

معلوم کیجیے



1 . مندرجہ بالا عددی خط میں 3 مثبت اعداد اور 3 منفی اعداد کو نشان زد کیجیے۔

2 . مندرجہ ذیل خانوں میں اوپر دیے گئے 3 منفی اعداد کو لکھیے: ☐ ☐ ☐

3 . کیا $-3 < -2$ ہے؟ کیوں؟ کیا $3 > -2$ ہے؟ کیوں؟

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

4 . یہ کیا ہیں:

a. $-5+0$ b. $7+(-7)$ c. $-10+20$ d. $10-20$ e. $7-(-7)$ f. $-8-(-10)$?

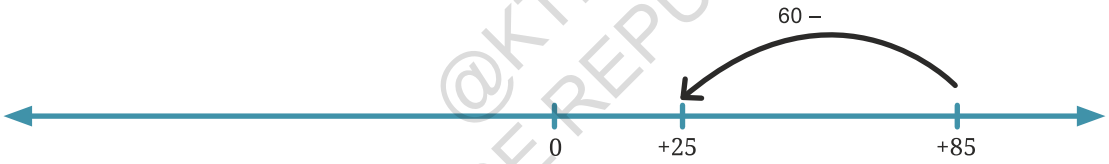
جمع اور تفریق کے لیے غیر نشان زدہ عددی خط کا استعمال کرنا

جیسے آپ اوپر دیے گئے عددی خط کا استعمال کرتے ہوئے چھوٹے اعداد سے جمع، تفریق اور موازنہ کر سکتے ہیں، اسی طرح آپ ایک 'لامحدود عددی خط (Infinite number line) یا (Unmarked number line) یا ایک 'غیر نشان زد خط' کھینچ کر بڑے اعداد کے ساتھ بھی ایسا کر سکتے ہیں:



یہ خط صرف صفر کا مقام بتاتا ہے۔ دوسرے اعداد اس پر نشان زد نہیں ہیں۔ غیر نشان زدہ عددی خط کو استعمال کر کے صحیح اعداد کی جمع اور تفریق ہمارے لیے آسان ہو گی۔ عددی خط کا پیمانہ اور اعداد کے مقام کا تصور کر کے آپ اس کا مظاہرہ کر سکتے ہیں۔

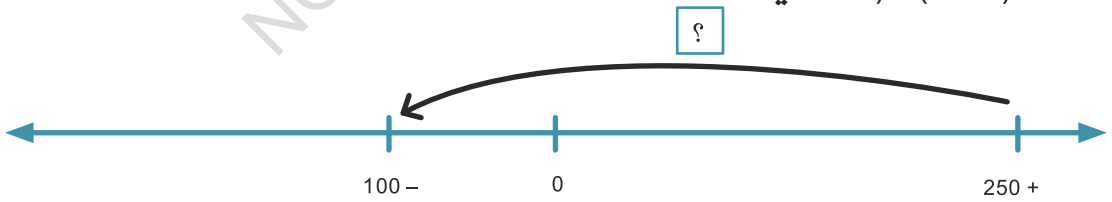
مثلاً، یہ غیر نشان زدہ عددی خط جمع کے ایک مسئلے کا مظاہرہ کرتا ہے: $85 + (-60) = ?$



پھر ہم تصور کر سکتے ہیں کہ: $85 + (-60) = 25$

یہ غیر نشان زدہ عددی خط تفریق کا ایک مسئلہ دکھاتا ہے جسے جمع میں لاپتہ عدد کے ایک مسئلے کے طور پر بھی لکھا جا سکتا ہے:

$250 + ? = -100$ یا $(-100) - (+250) = ?$



پھر ہم اس مسئلے میں تصور کر سکتے ہیں کہ: $-350 = ?$

اس طرح سے آپ غیر نشان زدہ عددی خط کا استعمال کرتے ہوئے کاغذ پر یا دماغ میں مثبت اور منفی اعداد کے ساتھ جمع اور تفریق کے مسائل انجام دے سکتے ہیں۔

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

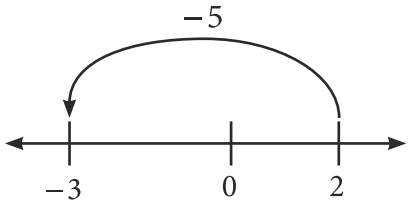
ان کو مکمل کرنے کے لیے غیر نشان زدہ عددی خط کا استعمال کیجیے۔

a. $-125 + (-30) =$ _____

b. $+105 - (-55) =$ _____

c. $+80 - (-150) =$ _____

d. $-99 - (-200) =$ _____



تفریق کو جمع اور جمع کو تفریق میں تبدیل کرنا

یاد کیجیے کہ ہدف منزل – ابتدائی منزل = درکار حرکت

یا

ہدف منزل = ابتدائی منزل + درکار حرکت

اگر ہم 2 سے شروع کرتے ہیں اور 3- پر پہنچنا چاہتے ہیں تو درکار حرکت کیا ہے؟

پہلا طریقہ: عددی خط کو دیکھتے ہوئے، ہم دیکھتے ہیں کہ ہمیں 5– کی حرکت درکار ہے (یعنی 5 پیچھے کی جانب) اس لیے **$2 - 3 = -5$** ہے۔ لہٰذا درکار حرکت 5– ہے۔

دوسرا طریقہ: 2 سے 3– تک کے سفر کو دو حصوں میں تقسیم کیجیے۔

a۔ 2 سے 0 تک کی حرکت $0 - 2 = -2$ ہے۔

b۔ 0 سے 3- تک کی حرکت $(-3) - (0 -) = -3$ ہے۔

کُل حرکت دونوں حرکتوں کی جمع ہے **$-3 + (-2) = -5$**

ان دو رنگین عبارتوں کو دیکھیے۔ دوسرے طریقے میں کوئی تفریق نہیں ہے!

اس طرح، ہم ہمیشہ تفریق کو جمع میں تبدیل کر سکتے ہیں۔ **جس عدد کی تفریق کی جا رہی ہے اسے اس کے معکوس سے تبدیل کیا جا سکتا ہے اور پھر جمع کیا جا سکتا ہے۔**

اسی طرح، جس عدد کی جمع کی جا رہی ہے اسے اس کے معکوس سے تبدیل کیا جا سکتا ہے اور پھر تفریق کی جا سکتی ہے۔ اس طرح سے ہم ہمیشہ جمع کو تفریق میں بھی تبدیل کر سکتے ہیں۔

مثالیں —

a. $(+7) - (+5) = (+7) + (-5)$

b. $(-3) - (+8) = (-3) + (-8)$

c. $(+8) - (-2) = (+8) + (+2)$

© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

10.2 ٹوکن ماڈل

جمع کے لیے ٹوکن کا استعمال کرنا

بیلا کی تفریحی عمارت میں لفٹ چلانے والا اُکتا گیا ہے۔ اپنی تفریح کے لیے وہ ایک ڈبہ رکھتا ہے جس میں بہت سارے مثبت (سرخ) اور منفی (سیاہ) ٹوکن ہوتے ہیں۔ ہر بار جب وہ '+' کا بٹن دباتا ہے تو وہ ڈبے سے ایک مثبت ٹوکن نکالتا ہے اور اسے اپنی جیب میں ڈال دیتا ہے۔ اسی طرح ہر بار جب وہ '−' کا بٹن دباتا ہے تو ایک منفی ٹوکن نکالتا ہے اور اسے اپنی جیب میں ڈال دیتا ہے۔

وہ خالی جیب کے ساتھ زمینی منزل (منزل 0) سے شروع کرتا ہے۔ ایک گھنٹے کے بعد اس نے اپنی جیب دیکھی تو اسے پانچ مثبت اور تین منفی ٹوکن ملے۔ وہ اب کس منزل پر ہے؟

اس نے '+' کو ضرور 5 مرتبہ اور '−' کو 3 مرتبہ دبایا ہوگا۔ $(+5) + (-3) = +2$ (تو، اب وہ منزل 2+ پر ہے۔

یہاں شمار کرنے کا ایک اور طریقہ ہے۔



ایک مثبت ٹوکن اور ایک منفی ٹوکن ایک دوسرے کو منسوخ کر دیتے ہیں کیوں کہ اس جوڑے کی مجموعی قدر صفر ہے۔ اس کی جیب میں ان دو ٹوکنوں کا مطلب یہ ہے کہ اس نے بالترتیب ایک مرتبہ '+' اور ایک مرتبہ '−' دبایا جو ایک دوسرے کو منسوخ کرتے ہیں۔ ہم کہتے ہیں کہ ایک مثبت اور ایک منفی ٹوکن 'صفر کا جوڑا' بناتے ہیں۔ جب آپ سارے صفر جوڑے ہٹاتے ہیں تو آپ کے پاس دو مثبت ٹوکن رہ جاتے ہیں۔ اس لیے، $(+5) + (-3) = +2$

ہم ٹوکنوں کا استعمال کرتے ہوئے اس طرح کی کوئی بھی جمع انجام دے سکتے ہیں۔

مثال — 5+ اور 8- کو جمع کیجیے۔



© NCERT NOT TO BE REPUBLISHED

تصویر کی مدد سے ہم دیکھتے ہیں کہ ہم 5 صفر جوڑے ہٹا سکتے ہیں اور پھر ہمارے پاس 3- شکلیں باقی رہ جاتی ہیں۔ اس لیے،

$(+5) + (-8) = -3$

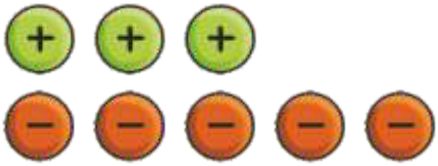
معلوم کیجیے

1 . ٹوکن کو استعمال کرتے ہوئے جمع کو مکمل کیجیے۔

a. $(+6) + (+4)$ b. $(-3) + (-2)$

c. $(+5) + (-7)$ d. $(-2) + (+6)$

2 . مندرجہ ذیل دو ٹوکنوں کے سیٹوں میں صفر کے جوڑوں کو منسوخ کیجیے۔ ہر صورت حال میں لفٹ چلانے والا کس منزل پر ہے؟ ہر صورت حال کے متعلقہ جمع کی عبارت کیا ہے؟

a. 

b. 

تفریق کے لیے ٹوکنوں کا استعمال

ہم نے دیکھا ہے کہ مثبت اور منفی ٹوکنوں کے ساتھ صحیح اعداد کی جمع کو کیسے انجام دیا جاسکتا ہے۔ ہم ٹوکنوں کا استعمال کر کے تفریق بھی کر سکتے ہیں!

مثال: آیئے ہم تفریق کرتے ہیں:

$(+5) - (+4)$



$(+5) - (+4) = +1$

یہ کرنا آسان ہے۔ نتیجہ دیکھنے کے لیے مثبت میں سے 4 مثبت نکال لیجیے۔

مثال: آیئے ہم تفریق کرتے ہیں:

$(-7) - (-5)$

کیا $(-5) - (-7)$ اور $(+5) + (-7)$ یکساں ہیں؟



$(-7) - (-5) = -2$

مثال: آیئے ہم تفریق کرتے ہیں: $(+6) - (+5)$

5 مثبت لیجیے۔



لیکن 6 مثبت نکالنے کے لیے ٹوکن کافی نہیں ہیں!

©KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

اس مسئلے کے حل کے لیے ہم مزید ایک صفر جوڑے (ایک مثبت اور ایک منفی) کو شامل کر سکتے ہیں، یہ جانتے ہوئے کہ اس سے ٹوکنوں کے سیٹ کی قدر میں کوئی تبدیلی نہیں آتی ہے۔

اب ہم 6 مثبت نکال سکتے ہیں!



دیکھیے کیا باقی رہ گیا:

ہمارا نتیجہ یہ ہے $(+5)-(+6)=-1$

معلوم کیجیے

1 . ٹوکنوں کا استعمال کرتے ہوئے مندرجہ ذیل میں دیے گئے فرق کا اندازہ لگائیے۔ جانچ کیجیے کہ کیا دوسرے طریقوں سے آپ کو وہی نتیجہ حاصل ہوتا ہے جو اب آپ جانتے ہیں:

a. $(+10)-(+7)$ b. $(-8)-(-4)$ c. $(-9)-(-4)$

d. $(+9)-(+12)$ e. $(-5)-(-7)$ f. $(-2)-(-6)$

2 . تفریق مکمل کیجیے:

a. $(-5)-(-7)$ b. $(+10)-(+13)$ c. $(-7)-(-9)$

d. $(+3)-(+8)$ e. $(-2)-(-7)$ f. $(+3)-(+15)$

مثال: $(-6) \times -(+4)$

4 مثبت سے شروع کیجیے۔

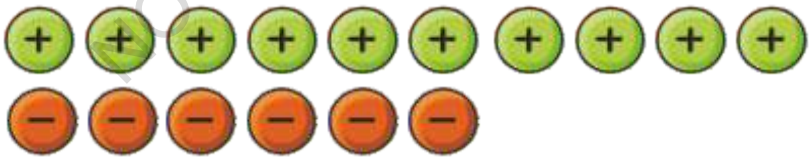


ہمیں ان میں سے 6 منفی نکالنے ہیں۔ لیکن یہاں موجود منفی کافی نہیں ہیں۔

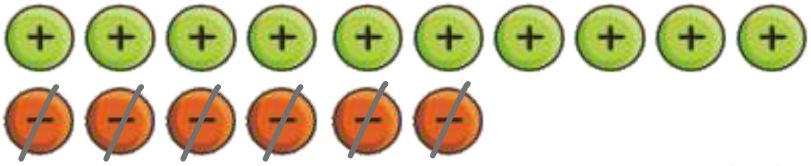
یہ کوئی مسئلہ نہیں ہے۔ ہم کچھ صفر جوڑوں کو شامل کرتے ہیں کیوں کہ اس سے ٹوکنوں کے سیٹ کی قدر میں کوئی تبدیلی نہیں آتی۔

لیکن کتنے صفر جوڑے؟ ہمیں 6 منفی لینا ہے لہٰذا ہمیں 6 صفر جوڑوں کی ضرورت ہے:

ہم نے 6 صفر جوڑے لیے:



اب ہم 6 منفی نکال سکتے ہیں:



اس لیے $+4-(-6)=+10$

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

معلوم کیجیے

1 . 1۔تفریق کرنے کی کوشش کیجیے: (+5) - -3

آپ کو کتنے صفر جوڑے شامل کرنے ہوں گے؟ نتیجہ کیا ہے؟

2 . ٹوکنوں کا استعمال کرتے ہوئے تفریق کی قدر نکالیے:

a. $(-3)-(+10)$	b. $(+8)-(-7)$	c. $(-5)-(+9)$
d. $(-9)-(+10)$	e. $(+6)-(-4)$	f. $(-2)-(+7)$

10.3 دوسرے مقامات پر صحیح اعداد

کمائی اور خرچ

فرض کیجیے کہ آپ نے اپنے مقامی بینک میں 100 روپیوں کے ساتھ ایک کھاتا کھولا جو آپ پچھلے ایک مہینے سے بچا رہے تھے۔ اس لیے آپ کا بینک بیلنس 100 روپے سے شروع ہوتا ہے۔

پھر اگلے دن آپ اپنی نوکری سے 60 روپے کماتے ہیں اور اسے اپنے کھاتے میں جمع کراتے ہیں۔ یہ آپ کے بینک پاس بک (Passbook) میں کمائی (Credit) کے طور پر دکھایا جاتا ہے۔

- آپ کے بینک کے کھاتے کی نئی رقم کتنی ہے ____۔

اگلے دن آپ اپنے بینک کھاتے سے 30 روپے کا بجلی کا بل ادا کرتے ہیں۔ یہ آپ کے بینک کے پاس بک میں خرچ (Debit) کے طور پر دکھایا جاتا ہے۔

- اب آپ کے بینک کھاتے میں کتنی رقم ہو گی؟ ____

اگلے دن آپ اپنے کاروبار کے لیے 150 روپے کی ایک بڑی خریداری کرتے ہیں۔ پھر یہ خرچ کے طور پر دکھایا جاتا ہے۔

- اب آپ کے بینک کھاتے میں کتنی رقم ہے؟ _____

کیا یہ ممکن ہے؟

ہاں، کچھ بینک آپ کے بینک کھاتے کو وقتی طور پر منفی ہونے کی اجازت دیتے ہیں! کچھ بینک آپ سے ایک اضافی رقم بھی لیتے ہیں اگر آپ کے بینک کھاتے میں منفی رقم ہو جاتا ہے 'سود' یا 'فیس' کی شکل میں۔

آپ کے گذشتہ روز کی حکمت عملی کے تحت کی گئی بڑی خریداری آپ کو اگلے دن کاروبار میں 200 روپے کمانے کا موقع

©KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

اب آپ کی رقم کتنی ہے؟——

آپ اپنی 'کمائی' کو مثبت اعداد اور 'خرچ' کو منفی اعداد کی شکل میں سوچ سکتے ہیں۔ آپ کی کمائی (مثبت اعداد) اور خرچ (منفی اعداد) ملاکر آپ کے بینک کے کھاتے کی کل رقم ہوگی۔ یہ مثبت یا منفی ہوسکتی ہے!

عام طور پر بہتر ہے کہ آپ اپنے کھاتے میں مثبت رقم رکھنے کی کوشش کیجیے!

معلوم کیجیے

1. مان لیجیے کہ آپ نے بینک کھاتے کی شروعات '0' روپیوں سے کی اور پھر کمائی 30 روپے، 40 روپے اور 50 روپے ہوئی اور خرچ 40 روپے، 50 روپے اور 60 روپے ہوا۔ اب آپ کے بینک کھاتے میں کل رقم کیا ہے؟
2. مان لیجیے کہ آپ نے بینک کھاتے کی شروعات '0' روپیوں سے کی اور پھر آپ کا خرچ 1، 2، 4، 8، 16، 32، 64 اور 128 روپے ہوا اور بس ایک کمائی 256 روپے کی ہوئی۔ اب آپ کے بینک کھاتے میں کتنی رقم ہے؟
3. کیوں عام طور پر بینک کھاتے میں مثبت رقم رکھنا بہتر ہوتا ہے؟ وہ کون سے حالات ہوں گے جب بینک کھاتے میں وقتی طور پر منفی رقم ہونا کارآمد ہوگی؟

جیسا کہ آپ دیکھ سکتے ہیں کہ صفر کے ساتھ منفی اور مثبت اعداد بینکنگ اور اکاؤنٹنگ کی دنیا میں بے حد کارآمد ہیں۔

جغرافیائی کراس سیکشن (Geographical cross section)

ہم 'سطح سمندری' سے جغرافیائی خصوصیات جیسے پہاڑوں، سطح مرتفع (Plateaus) اور صحراؤں کی اونچائی کی پیمائش کرتے ہیں۔ سمندری سطح پر اونچائی 0 میٹر ہوتی ہے۔ سمندری سطح سے اوپر کی اونچائی کو مثبت اعداد سے ظاہر کیا جاتا ہے اور سمندری سطح سے نیچے کی اونچائی کو منفی اعداد سے ظاہر کیا جاتا ہے۔

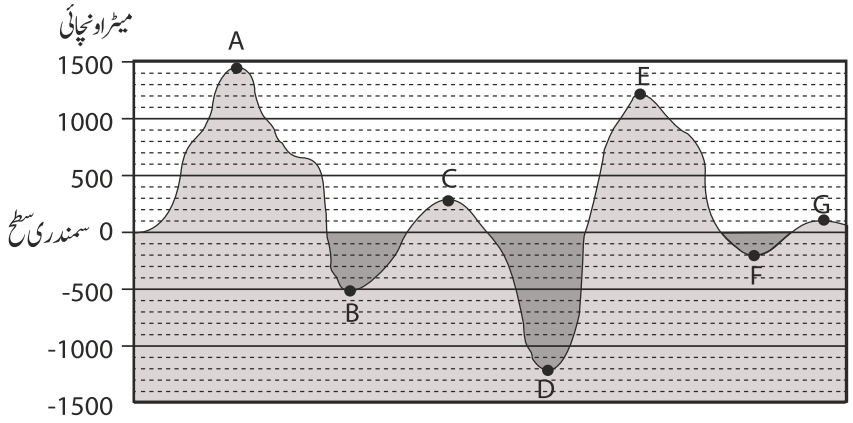
معلوم کیجیے

1. جغرافیائی کراس سیکشن کو دیکھتے ہوئے متعلقہ اونچائیوں کو خانوں میں بھریے۔

a. ☐ b. ☐ c. ☐ d. ☐

e. ☐ f. ☐ g. ☐

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED



استاد کے لیے نوٹ

اس صفحے پر دی گئی شکل کو دکھا کر پوچھیے کہ جغرافیائی کراس سیکشن کیا ہے۔ یہ ایسا ہے جیسے زمین کے کسی مقام پر عمودی طور پر ایک ٹکڑا نکال لیا جائے۔ یہ ایسا ہے جیسے اسے کسی پہلو سے (Side view) دیکھا جائے گا۔ جغرافیہ میں اونچائیوں اور گہرائیوں کی پیمائش کے لیے 'سمندری سطح' کے تصور پر بات کیجیے۔

2. جغرافیائی کراس سیکشن میں سب سے اونچا نقطہ کون سا ہے؟ سب سے نیچا نقطہ کون سا ہے؟
3. کیا آپ A، B.....G، نقطوں کو ان کی اونچائیوں کے مطابق گھٹتی ہوئی ترتیب میں لکھ سکتے ہیں؟ کیا آپ ان نقطوں کو ان کی اونچائیوں کے مطابق بڑھتی ہوئی ترتیب میں لکھ سکتے ہیں؟
4. زمین پر سمندری سطح سے اوپر سب سے اونچا مقام کون سا ہے؟ اس کی اونچائی کیا ہے؟
5. سمندری سطح کے لحاظ سے زمین یا سمندری سطح پر سب سے نیچا مقام کون سا ہے؟ اس کی اونچائی کیا ہے؟ (یہ اونچائی منفی ہونی چاہیے)۔

درجۂ حرارت (Temperature)

گرمی کے موسم کے دوران آپ نے خبروں میں سنا ہوگا کہ 'گرمی کی لہر' (Heat wave) ہے۔ آپ کے خیال میں اس وقت درجۂ حرارت کیا ہوگا جب آپ کو بہت گرمی محسوس ہوتی ہے؟ سردی کے موسم میں ہمارے پاس درجۂ حرارت زیادہ ٹھنڈا یا سرد ہوتا ہے۔

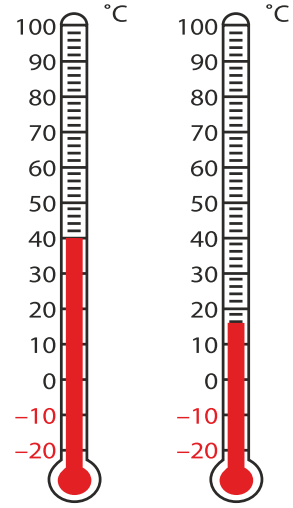
آپ کے علاقے میں پچھلے سال گرمیوں میں سب سے زیادہ درجۂ حرارت اور سردیوں میں سب سے کم درجۂ حرارت کیا تھا؟ پتہ لگائیے۔

جب ہم درجۂ حرارت کی پیمائش کرتے ہیں تو ہم سیلسیس (°C) کو پیمائش کی اکائی کے طور پر استعمال کرتے ہیں۔

©KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

معلوم کیجیے

ریاضی بات چیت



1. کیا آپ کو معلوم ہے کہ ہندوستان میں کچھ ایسی جگہیں ہیں جہاں درجۂ حرارت 0°C سے نیچے جاسکتا ہے۔ہندوستان میں ایسی جگہیں تلاش کیجیے جہاں درجۂ حرارت کبھی 0°C سے نیچے جاتا ہے۔ ان جگہوں میں کیا یکسانیت ہے؟ وہاں کیوں اتنی ٹھنڈ ہوتی ہے جب کہ دوسرے مقامات میں نہیں ہوتی۔

2. لداخ کا لہہ (Leh) سردیوں میں بہت ٹھنڈا ہوجاتا ہے۔نومبر کے مہینے کے ایک دن لہہ میں دن سے رات تک کے کچھ وقفوں میں درجۂ حرارت کی پیمائش درج ذیل جدول میں دیا گیا ہے۔ درجۂ حرارت کو دن اور رات کے صحیح وقت کے ساتھ ملایئے۔

ٹمپریچر
14°C
8°C
−2°C
−4°C

وقت
02:00 a.m.
11:00 p.m.
02:00 p.m.
11:00 a.m.

© NCTBS NOT TO BE REPUBLISHED

استاد کے لیے نوٹ

تھرمامیٹر کے بارے میں بات کیجیے اور بتایئے کہ یہ کس طرح درجہ حرارت کو ناپنے کے لیے استعمال ہوتے ہیں۔ کلاس میں ایک تجربہ گاہ کے تھرمامیٹر (Laboratory thermometer) کو لایئے اور گرم پانی اور ٹھنڈے پانی کا درجہ حرارت ناپیے۔ بچوں کو دکھایئے کہ تھرمامیٹر میں 0°C سے نیچے نشان ہوتے ہیں۔اس کے بارے میں بات کیجیے کہ 0°C کیا ظاہر کرتا ہے، یعنی پانی کا نقطۂ انجماد۔

10.4 صحیح اعداد کے ساتھ جستجو

بیچ سے خالی کسی صحیح عدد کا گرڈ

4	−1	−3
−3		1
−1	−1	2

5	−3	−5
0		−5
−8	−2	7

ان دو گرڈوں کے بارے میں کچھ خاص بات ہے۔ آیئے دریافت کریں کہ وہ کیا ہے۔

اوپر کی قطار	$4+(-1)+(-3)=0$	$5+(-3)+(-5)=$ ____
نیچے کی قطار	$(-1)+(-1)+2=0$	$(-8)+(-2)+7=$ ____
بایاں کالم	$4+(-3)+(-1)=0$	$5+0+(-8)=$ ____
دایاں کالم	$(-3)+1+2=0$	$(-5)+(-5)+7=$ ____

ہر گرڈ میں دو قطاروں میں سے ہر ایک کے اعداد (اوپر والی قطار اور نیچے والی قطار) اور دونوں کالموں میں سے ہر کالم کے اعداد (سب سے بایاں کالم اور سب سے دایاں کالم) جوڑ کر یکساں عدد دیتے ہیں۔ ہم اس جمع کو 'بارڈر کا حاصل جمع، (Border sum) کہہ سکتے ہیں۔ پہلے گرڈ کے بارڈر کا حاصل جمع '0' ہے۔

معلوم کیجیے

1. اوپر دیے گئے دوسرے گرڈ کو حل کیجیے اور بارڈر کا حاصل جمع معلوم کیجیے۔
2. گرڈ کو مکمل کیجیے اور بارڈر کا مطلوبہ حاصل جمع بنایئے:

7		
		−5

بارڈر کا حاصل جمع -4

6	8	
		−5
	−2	

بارڈر کا حاصل جمع -2

−10		
		−5
9		

بارڈر کا حاصل جمع +4

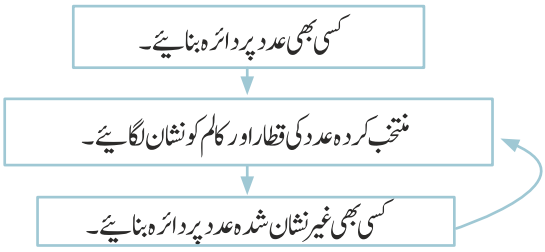
3. بارڈر کا حاصل جمع 4- بنانے کے لیے اوپر دیے گئے گرڈ کو بھرنے کے لیے ایک سے زیادہ طریقے معلوم کیجیے۔
4. کون سے دوسرے گرڈ کو متعدد طریقوں سے بھرا جاسکتا ہے؟ کیا وجہ ہوسکتی ہے؟
5. ایک بارڈر صحیح اعداد مربع پہیلی بنایئے اور اپنے ہم جماعتوں کو چیلنج کیجیے۔

اعداد کا شاندار گرڈ!

ذیل میں ایک گرڈ ہے جس میں کچھ اعداد موجود ہیں۔ دیے گئے اقدامات پر اس وقت تک عمل کیجیے جب تک کہ گرڈ میں کوئی عدد باقی نہ رہے۔

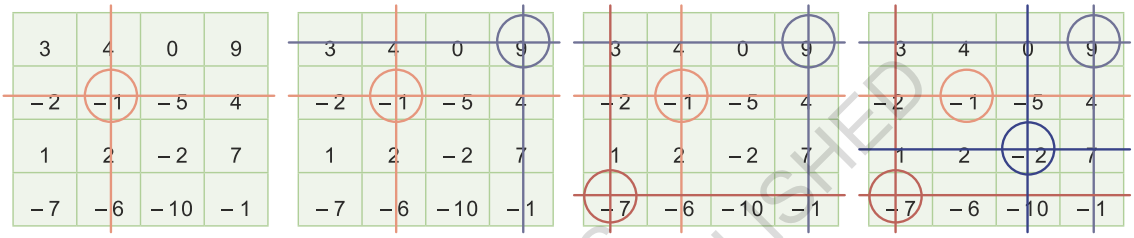
@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

3	4	0	9
−2	−1	−5	4
1	2	−2	7
−7	−6	−10	−1



جب کوئی عدد بغیر نشان کے نہ ہو، رک جائیے ۔ دائرے والے اعداد کو جمع کیجیے۔

ذیل کی مثال میں دائرے والے اعداد 1-، 9، 7-، 2- ہیں۔ اگر آپ انہیں جوڑتے ہیں تو آپ کو 1- حاصل ہوتا ہے۔



© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

معلوم کیجیے

1 . نئے سرے سے کوشش کیجیے، اس بار مختلف اعداد کا انتخاب کیجیے۔ آپ کا حاصل جمع کیا ہے؟ کیا یہ پہلی مرتبہ سے مختلف ہے؟ کچھ اور مرتبہ آزمائیے!

2. نیچے دیے گئے گرڈوں کے ساتھ یکساں کھیل کھیلیے۔ آپ کو کیا جواب ملا؟

7	10	13	16
−2	1	4	7
−11	−8	−5	−2
−20	−7	−14	−11

−11	−10	−9	−8
−7	−6	−5	−4
−3	−2	−1	0
1	2	3	4

3. ان گرڈوں کے بارے میں کیا خاص بات ہو سکتی ہے؟ کیا اعداد میں جادو ہے یا جس طرح سے ان کو ترتیب دیا گیا ہے اس میں یا دونوں میں؟ کیا آپ مزید ایسے گرڈ بنا سکتے ہیں؟



معلوم کیجیے

1. دیے گئے جوڑوں کے درمیان کے صحیح اعداد کو بڑھتی ہوئی ترتیب میں لکھیے۔

a. 0 اور 7− b. 4 اور 4−

c. 8− اور 15− d. 30− اور 23−

2. تین اعداد بتائیے جن کی جمع 8- ہو۔

3. یہاں دو پاسے ہیں جن کے اوپر یہ عدد دیئے گئے ہیں: 1−، 2، 3−، 4، 5−، 6۔ ان پاسوں کو گھمانے پر سب سے چھوٹا ممکنہ حاصل جمع (10−)=(5)+(5) ہے اور سب سے بڑا ممکنہ حاصل جمع 12=(6)+(6) ۔10-اور 12+ کے درمیان کچھ اعداد ایسے ہیں جنھیں پاسوں پر دیے گئے اعداد کو جوڑ کر حاصل کرنا ممکن نہیں ہے۔ان اعداد کو تلاش کیجیے۔

4. ان کو حل کیجیے۔

$(-13)+(-8)$	$(-13)-(-8)$	$(-8)-(13)$	$8-13$
$13-(-8)$	$(13)-8$	$(-8)-(-13)$	$8+(-13)$

5. مندرجہ ذیل میں سال تلاش کیجیے۔

a. آج سے 150 سال پہلے کون سا سال تھا؟ _____

b. آج سے 2200 سال پہلے کون سا سال تھا؟ _____

اشارہ: یاد رکھیے کوئی 0 سال نہیں تھا

c. 680 قبل مسیح (BCE) کے 320 سال بعد کون سا سال ہوگا؟ ____

6. درجہ ذیل تواتروں کو مکمل کیجیے۔

a. $(-40), (-34), (-28), (-22),$ _____, _____, _____

b. 3, 4, 2, 5, 1, 6, 0, 7, _____, _____, _____

c. _____, _____, 12, 6, 1, (−3), (−6), _____, _____, _____

7. یہاں پر چھے صحیح عددی کارڈز ہیں: (+1)، (+7)، (+18)، (-5)، (-2)، (-9)۔آپ ان میں سے کسی کو بھی چن سکتے ہیں اور جمع اور تفریق استعمال کرتے ہوئے ایک عبارت بنا سکتے ہیں۔یہاں ایک عبارت ہے: (-2)-(+7)-(+1)+(+18) جس کی قدر 14+ ہے۔اب کارڈز کا انتخاب کیجیے اور ایک ایسی عبارت بنائیے جس کی قدر (-30) کے قریب ہو۔

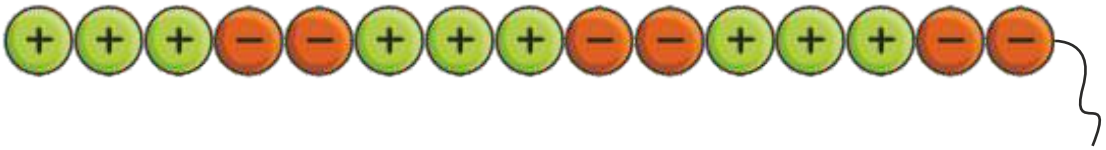
@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

8 . دو مثبت صحیح اعداد کا حاصل جمع ہمیشہ مثبت ہوتا ہے۔ لیکن ایک (مثبت صحیح عدد) - (مثبت صحیح عدد) منفی یا مثبت ہو سکتا ہے۔ درجہ ذیل کے بارے میں کیا خیال ہے:

(a) مثبت - منفی (b) مثبت + منفی (c) منفی + منفی

(d) منفی - منفی (e) منفی - مثبت (f) منفی + مثبت

9 . اس دھاگے میں کل 100 ٹوکن کو خاص ترتیب سے لگایا گیا ہے۔ دھاگے کی قدر کیا ہوگی؟



10.5 تاریخ سے چٹکی

عام کسری اعداد کی طرح عام صحیح اعداد (صفر اور منفی اعداد کے ساتھ) ہزاروں سال پہلے، اس وقت سے بھی پہلے جب یہ بالآخر جدید زمانے میں دنیا میں عام ہوئے، پہلی بار ایشیا میں ہی نکلے اور یہیں استعمال ہوئے۔

منفی اعداد کے تصور کی پہلی جھلک حساب و کتاب کے سیاق و سباق میں ملتی ہے۔ چین کے اہم ریاضیاتی نگارشات میں سے ایک (*The Nine Chapter of Mathematical Art (Jiuzhaug Suanshu*) ہے جس کی تکمیل پہلی یا دوسری صدی عیسوی میں ہوئی جس میں مثبت اور منفی اعداد کا مظاہرہ سرخ اور سیاہ چھڑیوں کا استعمال کرتے ہوئے کیا گیا تھا، کافی حد تک اسی طرح ہیں جیسے ہم نے انھیں سرخ اور سیاہ رنگ کے ٹوکنوں کے استعمال سے ظاہر کیا تھا!

قدیم زمانے میں ہندوستان میں حساب و کتاب کی ایک بہت مضبوط روایت بھی موجود تھی۔ کمائی (Credit) اور خرچ (Debit) کے تصور کو کوٹلیا نے اپنی کتاب ارتھ شاستر (Arthshashtra) میں (300 قبل مسیح)، تفصیلات سے لکھا ہے، جس میں اس بات کا اعتراف بھی شامل ہے کہ بینک کھاتے کی رقم منفی بھی ہو سکتی ہے۔ حساب و کتاب کے سیاق و سابق میں منفی اعداد کے واضح استعمال کا ذکر قدیم ہندستان کی کئی قدیم تصانیف، جس میں بکشالی (Bakhshali) دستاویز تقریباً 300 عیسوی بھی شامل ہے، جہاں ایک خاص علامت کو عدد کے بعد رکھا جاتا تھا (جیسا کہ آج ہم عدد سے پہلے رکھتے ہیں) تاکہ منفی عدد کو ظاہر کیا جا سکے۔

مثبت اعداد، منفی اعداد اور صفر کا پہلا جامع بیان، جس میں ان تینوں کو برابر کی حیثیت سے قابل قبول اعداد کے طور پر لیا گیا، جن پر جمع، تفریق، ضرب اور حتی کہ تقسیم جیسے بنیادی افعال کیے جا سکتے ہیں، برہم گپت نے

© NCERT NOT TO BE REPUBLISHED

اپنی کتاب برہم-اسپوت سدھانت (Brahma-sputa siddhant) میں 628 عیسوی میں دیا۔ برہم گپت نے تمام اعداد مثبت، منفی اور صفر پر عملیات (Operation) کے لیے واضح اور صریح اصول پیش کیے جنھوں نے بنیادی طور پر ان اعداد کو سمجھنے کے جدید طریقے کی بنیاد رکھی، جو ہم آج بھی استعمال کرتے ہیں۔

مثبت اعداد، منفی اعداد اور صفر کے جمع اور تفریق کے لیے برہم گپت کے کچھ اہم اصول ذیل میں دیے گئے ہیں:

برہم گپت کے جمع کے اصول (برہم-استوپ-سدھانت 18.30، 628 عیسوی)

1. دو مثبت کا حاصل جمع مثبت ہوتا ہے (مثلاً 2+3=5)۔
2. دو منفی کا حاصل جمع منفی ہوتا ہے۔ دو منفی کو جمع کرنے کے لیے اعداد کو جمع کیجیے (بغیر علامت کے) اور پھر گھٹاؤ کا نشان لگا کر نتیجہ حاصل کیجیے (مثلاً (−2) + (−3) = (−5))۔
3. ایک مثبت عدد اور ایک منفی عدد کو جمع کرنے کے لیے بڑے عدد (بغیر علامت) میں سے چھوٹے عدد (بغیر علامت) کو تفریق کر دیتے ہیں اور نتیجہ حاصل کرنے کے لیے پھر بڑے عدد کی علامت کو لکھیے (مثلاً (−5) + 3 = −2، 2 + (−3) = −1 اور 3 + −5 = −2)۔
4. کسی عدد اور اس کے معکوس (inverse) کی جمع صفر کے برابر ہوتا ہے (مثلاً 2 + (−2) = 0)۔
5. کسی بھی عدد اور صفر کا حاصل جمع وہی عدد ہوتا ہے۔ (مثلاً (−2) + 0 = 2 اور 0 + 0 = 0)۔

برہم گپت کے تفریق کے لیے اصول (برہم-استوپ-سدھانت 18.32، 18.31 عیسوی)

1. اگر کسی چھوٹے مثبت عدد کو بڑے مثبت عدد سے تفریق کی جائے تو نتیجہ مثبت حاصل ہوتا ہے۔ (مثلاً 3 − 2 = 1)۔
2. اگر کسی بڑے مثبت عدد کو چھوٹے مثبت عدد سے تفریق کی جائے تو نتیجہ منفی حاصل ہوتا ہے (مثلاً 2 − 3 = −1)۔
3. کسی منفی عدد کو تفریق کرنا ایسا ہے جیسے اس کے متعلقہ مثبت عدد کو جمع کرنا۔ (مثلاً 2 − (−3) = 2 + 3)۔
4. کسی عدد کو خود سے تفریق کرنے پر نتیجہ صفر حاصل ہوتا ہے۔ (مثلاً 2 − 2 = 0 اور (2) − (2) = 0)۔
5. کسی عدد میں سے 0 تفریق کرنے پر نتیجہ خود وہ عدد ہوتا ہے (مثلاً (2) − (0) = 2 اور 0 − 0 = 0)، کسی عدد کو صفر سے تفریق کرنے پر اس عدد کا معکوس (Inverse) حاصل ہوتا ہے (مثلاً 0 − (−2) = 2)۔

© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

ایک بار جب آپ برہم گپت کے اصولوں کو سمجھ جاتے ہیں تو پھر آپ کسی بھی اعداد کے ساتھ جمع اور تفریق کر سکتے ہیں۔خواہ مثبت، منفی اور صفر ہو!

معلوم کیجیے

1 . کیا آپ برہم گپت کے اصولوں کو بیلاکی تفریحی عمارت یا عددی خط کی شکل میں واضح کر سکتے ہیں؟

2 . ہر اصول کے لیے آپ اپنی مثالیں دیجیے۔

برہم گپت پہلے شخص تھے جنھوں نے صفر کو ایک عدد کی شکل میں مثبت اور منفی اعداد کے ساتھ برابر کا درجہ دیا اور اسی طرح مثبت، منفی اور صفر جیسے تمام اعداد پر حسابی عملیات کرنے کے واضح قواعد فراہم کیے۔ یہ تصور، جسے آج کل 'گھیرا (Ring) کہا جاتا ہے۔ یہ دنیا کے ریاضی کے عمل کے طریقے کو بدل دے گا۔

حالاں کہ باقی دنیا کو صفر اور منفی اعداد کو اعداد کے طور پر اپنانے میں کافی صدیاں لگیں۔ یہ اعداد یورپ میں 13 ویں صدی میں اپنائے جانے سے پہلے عرب دنیا کے ذریعے 9 ویں صدی تک مطالعہ کیے گئے، اپنائے گئے اور منتقل کیے گئے۔

تعجب کی بات یہ ہے کہ 18 ویں صدی میں بھی منفی اعداد بہت سے یوروپی ریاضی دانوں کے ذریعے نہیں اپنائے گئے تھے۔ لازار کارنوٹ (Lazare Carnot) ، جیسا 18ویں صدی کا ایک فرانسیسی ریاضی داں نے منفی اعداد کو 'بے معنی' (Absurd) کہا تھا۔ مگر وقت کے ساتھ صفر اور منفی اعداد دونوں کو عالمی ریاضی اور سائنس میں لازمی قرار دیا گیا اور مثبت اعداد کی طرح برابر کی اہمیت حاصل ہوئی۔جس طرح سے برہم گپت نے 628 عیسوی میں واضح کیا تھا! سبھی اعداد پر حسابی اصولوں کی انہما کی خصوصیت نے جدید دور میں الجبرا کو فروغ دیا جس کے بارے میں ہم آگے کے درجات میں مطالعہ کریں گے۔

@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

خلاصہ

- کچھ اعداد صفر سے کم ہوتے ہیں۔انہیں '–' کی علامت کے ساتھ لکھا جاتا ہے (مثلاً 2-) اور انہیں **منفی اعداد** (Negative numbers) کہتے ہیں۔ یہ عددی خط میں صفر کے بائیں جانب لکھے جاتے ہیں۔

- اعداد ....4،3،2،1،0، 1ء 2ء 3ء 4-.... کو **صحیح اعداد** (Integers) کہتے ہیں اور اعداد ....4،3،2،1 کو **مثبت اعداد** (Positve integers) اور اعداد 1ء 2ء 3ء 4-..... کو **منفی اعداد** (Negative integers) کہتے ہیں۔ صفر (0) نہ ہی مثبت ہے نہ ہی منفی۔
- ہر مخصوص عدد کے ساتھ ایک متعلقہ دوسرا عدد ہوتا ہے جو اگر دیے ہوئے عدد سے جوڑا جائے تو صفر حاصل ہوتا ہے۔ اس **جمعی معکوس** (Additive inverse) کہتے ہیں۔ مثال کے طور پر 7 کا جمعی معکوس 7- اور 543- کا جمعی معکوس 543 ہے۔
- مندرجہ ذیل طریقے سے جمع کو دکھایا جاسکتا ہے۔ **ابتدائی حالت + حرکت = ہدفی حرکت**
- اضافے کو ہم باہمی حرکت یا بڑھنے/گھٹنے کے عمل میں دکھا سکتے ہیں۔ **حرکت 1 + حرکت 2 = کل حرکت**
- تفریق کو ہم اس طریقے سے دکھا سکتے ہیں۔ **(ہدفی حالت - ابتدائی حالت = حرکت)**
- عام طور پر برہم گپت کے جمع کے اصولوں کی پیروی کے ذریعے ہم دو اعداد کو جوڑ سکتے ہیں:

a. اگر دونوں اعداد مثبت ہیں، دونوں اعداد کا حاصل جمع کیجیے اور نتیجہ ایک مثبت عدد ہے۔ (مثلاً: 2 + 3 = 5)۔

b. اگر دونوں اعداد منفی ہیں، اعداد کو جمع کیجیے (بغیر علامت کے) اور پھر اس میں تفریق کا نشان لگا کر نتیجہ حاصل کیجیے ((–2) + (–3) = 5)

c. اگر ایک عدد مثبت اور دوسرا عدد منفی ہے، بڑے عدد (بغیر علامت کے) سے چھوٹے عدد (بغیر علامت کے) کی تفریق کیجیے اور بڑے عدد کی علامت لگا کر نتیجہ حاصل کیجیے۔ (مثلاً: (–5) + (3) = –5)۔

d. کسی عدد کا اس کے جمعی معکوس (Additive inverse) کے ساتھ حاصل جمع صفر ہے۔ (مثلاً: (2) + (–2) = 0)۔

e. کسی عدد کے ساتھ صفر کی جمع کے نتیجے میں وہی عدد حاصل ہوتا ہے۔ (مثلاً: (2) + (0) = –2)۔

- ہم دو صحیح اعداد کی تفریق کے مسئلے کو جمع کے مسئلے میں تبدیل کر سکتے ہیں اور پھر جمع کے اصولوں کی پیروی کر سکتے ہیں۔ صحیح اعداد کی تفریق اور اس کے جمعی معکوس کا حاصل جمع، دونوں یکساں ہے۔
- صحیح اعداد کا موازنہ کیا جاسکتا ہے: ... < –3 < –2 < –1 < 0 < +1 < +2 < +3 < ... عددی خط پر چھوٹے اعداد، بڑے اعداد کے بائیں جانب ہوتے ہیں۔

© KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

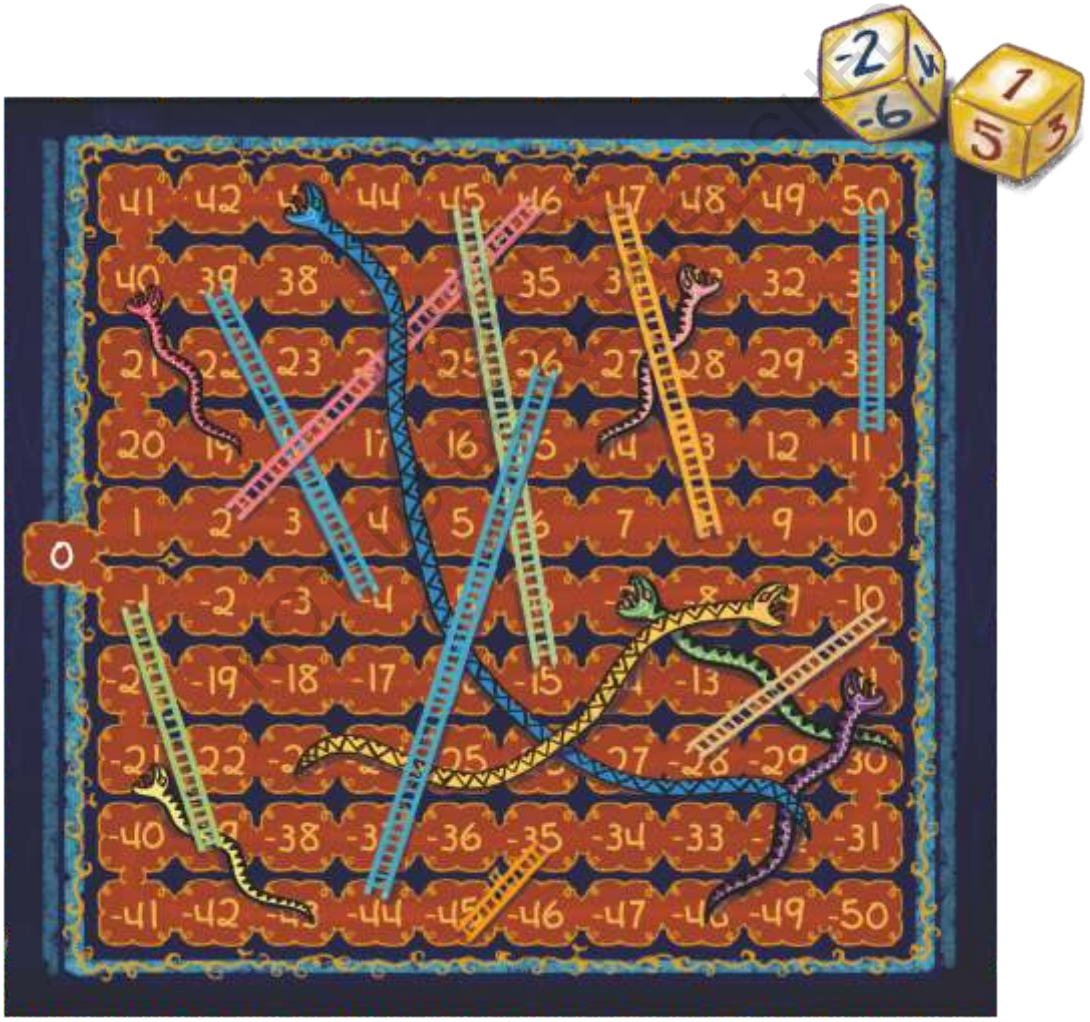
- ہم مثبت اور منفی اعداد کو کمائی (Credit) اور خرچ (Debit) کے طور پر تعبیر کر کے انھیں معنی دے سکتے ہیں۔ ہم مثبت اعداد کو کسی حوالہ نقطہ، جیسے زمینی سطح، سے اوپر کے فاصلے کے طور پر بھی تعبیر کر سکتے ہیں۔ اسی طرح منفی اعداد کو زمینی سطح سے نیچے کے فاصلے کے طور پر تعبیر کیا جاسکتا ہے۔ جب ہم درجۂ حرارت کو ڈگری سیلسیس میں پیمائش کرتے ہیں، تو مثبت درجۂ حرارت وہ ہوتے ہیں جو پانی کے نقطۂ انجماد (Freezing point of water) سے اوپر ہوں اور منفی درجۂ حرارت وہ ہوتے ہیں جو پانی کے نقطۂ انجماد سے نیچے ہوں۔

@KTBS
NOT TO BE REPUBLISHED

صحیح اعداد — سانپ اور سیڑھی

اصول

- یہ دو کھلاڑیوں کا کھیل ہے۔ ہر کھلاڑی کے پاس 1 پیادہ ہے۔ دونوں کھلاڑی 0 سے شروع کرتے ہیں۔ کھلاڑی جیتنے کے لیے 50- یا 50+ تک پہنچ سکتے ہیں۔ لیکن یہ کھیل سے پہلے یا اس کے دوران فیصلہ کرنے یا طے کرنے کی ضرورت نہیں ہے۔
- ہر کھلاڑی ایک وقت میں دو پاسے پھینک سکتا ہے۔ ایک پاسے میں 1+ سے 6+ اور دوسرے پاسے میں 1- سے 6- تک کے اعداد ہیں۔
- دونوں پاسوں کو ہر مرتبہ پھینکنے کے بعد کھلاڑی انھیں کسی بھی ترتیب میں جمع یا تفریق کر سکتا ہے اور پھر وہ نتیجے کے برابر قدم بڑھائے گا۔ ایک مثبت نتیجہ کا مطلب 50+ کی طرف بڑھنا اور ایک منفی نتیجہ کا مطلب 50- کی طرف بڑھنا ہے۔



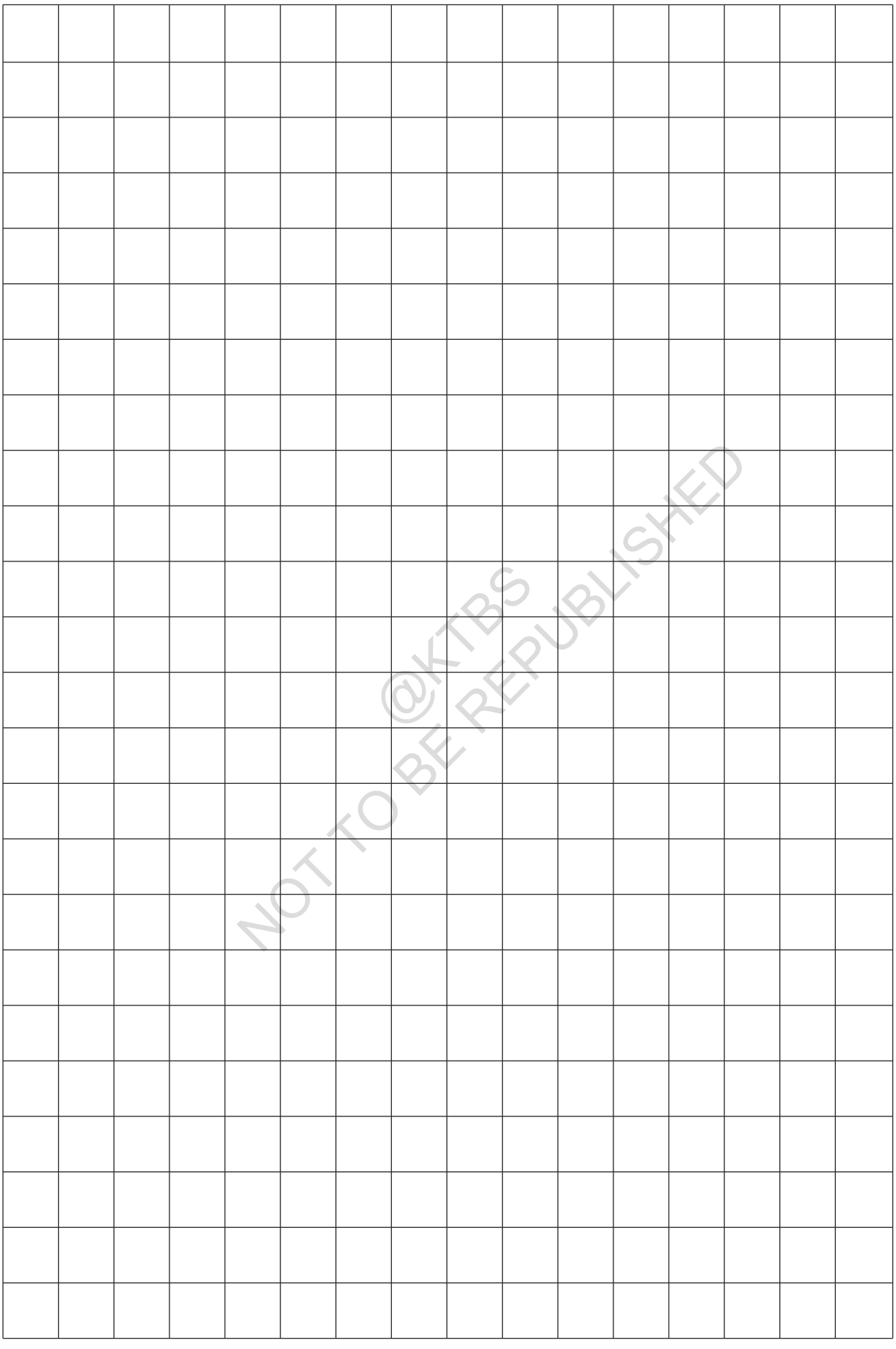
صفحات برائے آموزشی مواد

L M L S S

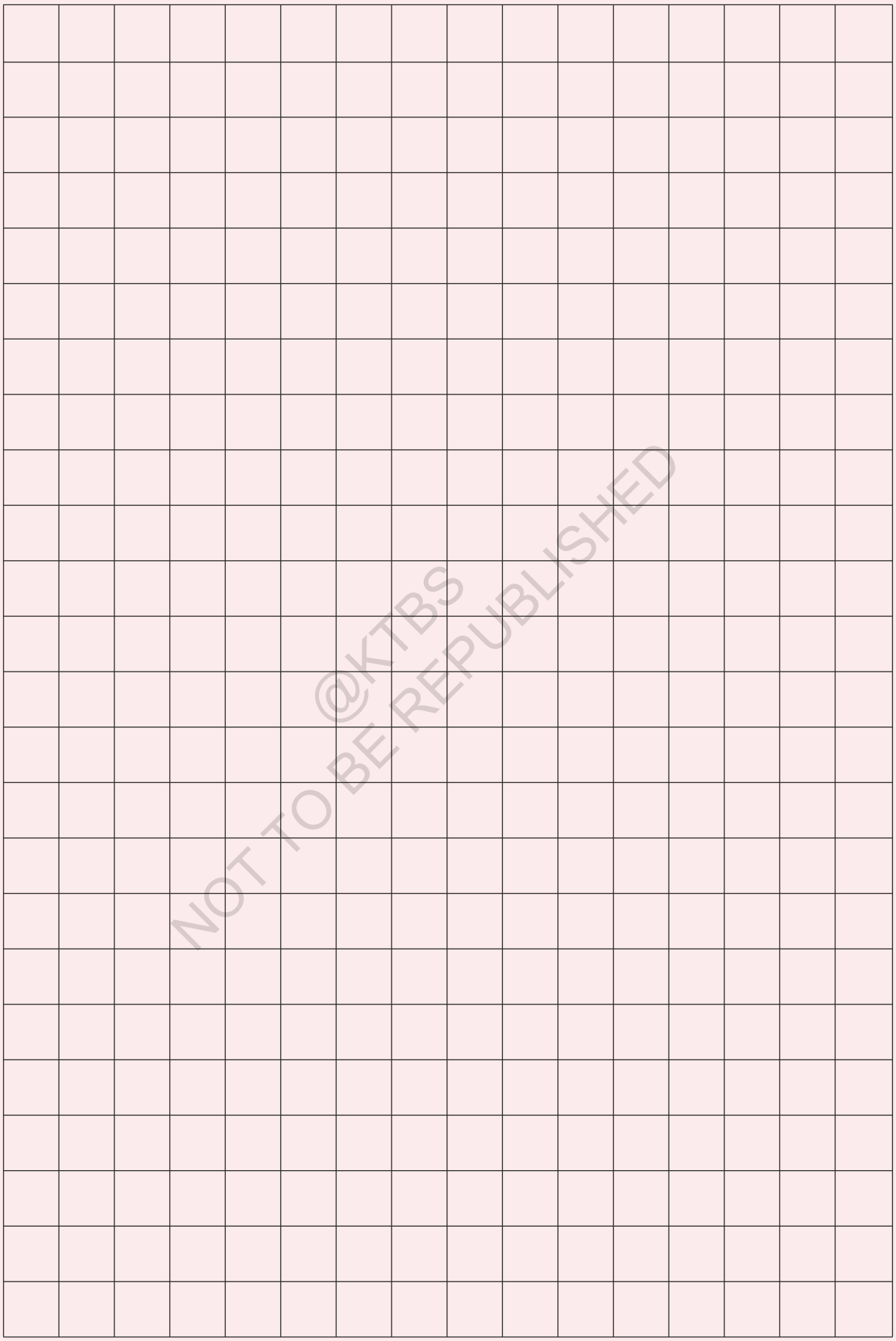
@NTBS
NOT TO BE REPUBLISHED

@KTBS
NOT TO BE REPUBLISHED

@KTBS
NOT TO BE REPUBLISHED

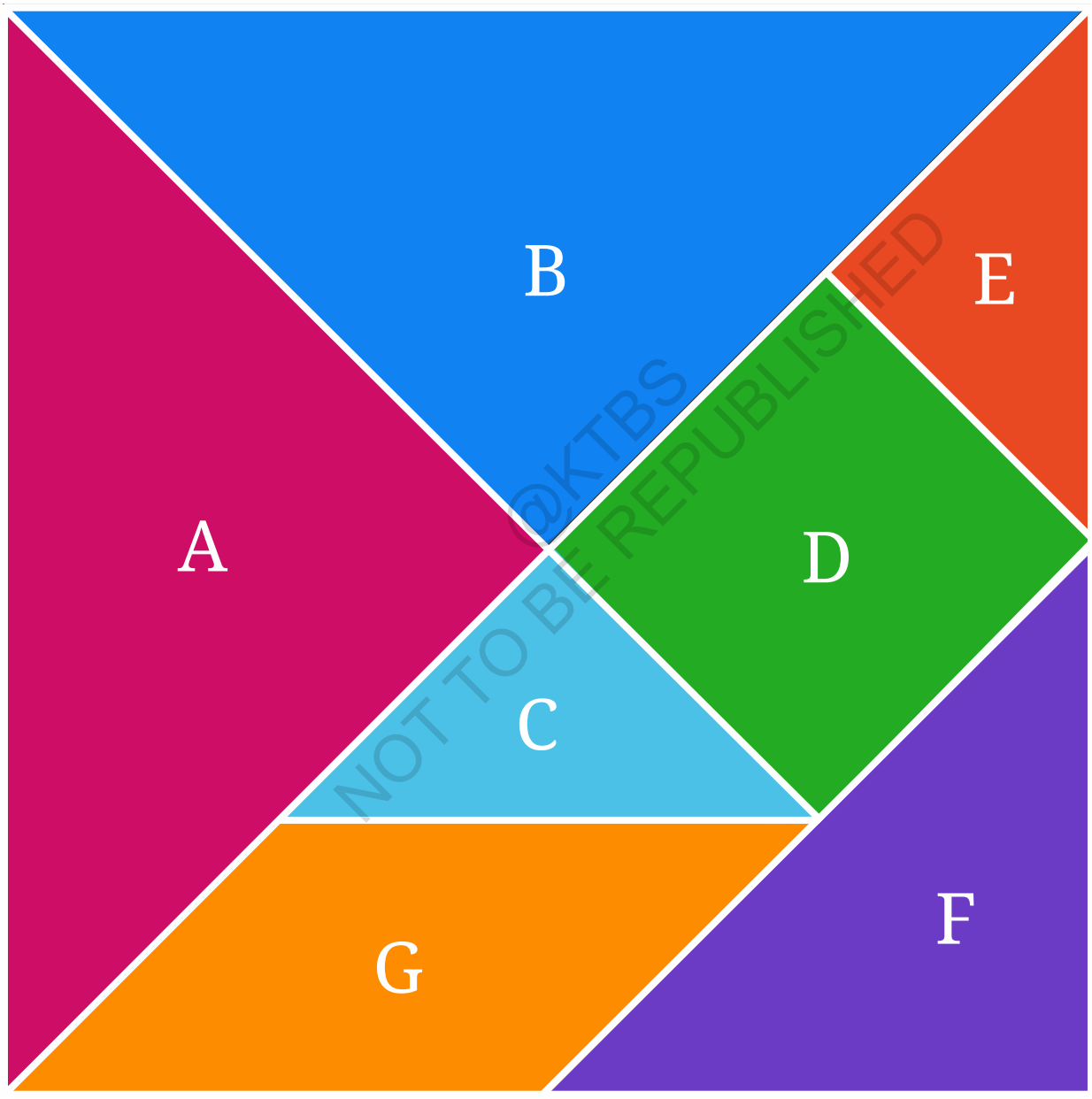


@KTBS
NOT TO BE REPUBLISHED


@KTBS
NOT TO BE REPUBLISHED

ٹینگرام

نوٹ: سفید بارڈر کے ساتھ ہر ایک شکل کو کاٹیے۔



@KTBS NOT TO BE REPUBLISHED

@KTBS
NOT TO BE REPUBLISHED

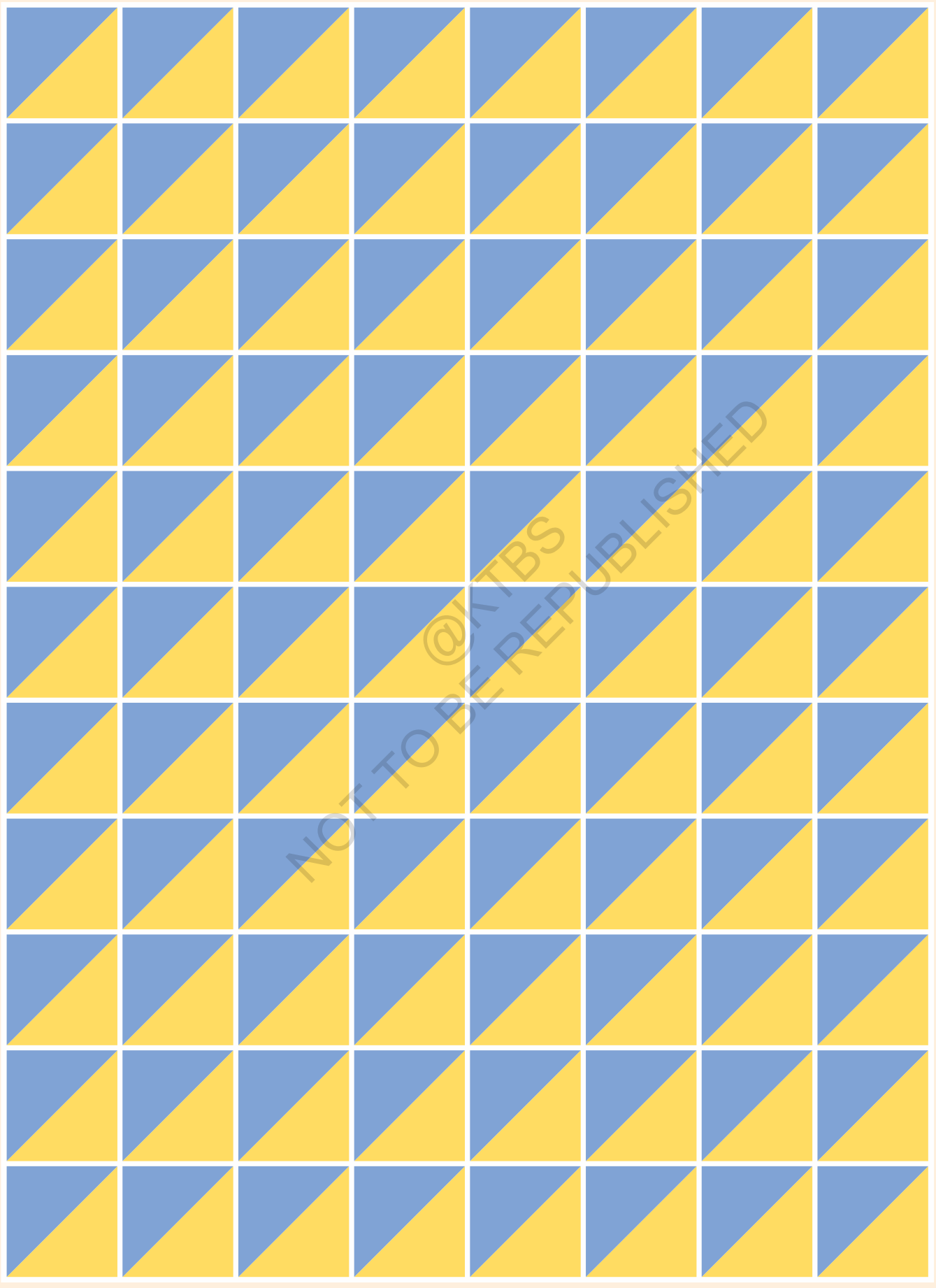
کسری دیوار

نوٹ: سفید باڈر کے ساتھ ہر ایک شکل کو کاٹیے۔

NOT TO BE REPUBLISHED @KTBS

@KTBS
NOT TO BE REPUBLISHED

نوٹ: سفید باڈر کے ساتھ ٹائلوں کو کاٹیے۔



@KTBS
NOT TO BE REPUBLISHED

@KTBS
NOT TO BE REPUBLISHED

نوٹ:

@KTBS
NOT TO BE REPUBLISHED

نوٹ:

@KTBS
NOT TO BE REPUBLISHED

نوٹ:

@KTBS
NOT TO BE REPUBLISHED

نوٹ:

@KTBS
NOT TO BE REPUBLISHED